CÁLCULO DEL CAUDAL DE UN ACUEDUCTO

Incluso en nuestros días, resulta complicado determinar con exactitud el caudal de una corriente de agua medianamente encauzada, habida cuenta de la cantidad de factores que influyen en el mismo.

No obstante, en nuestro caso, las canalizaciones romanas tienen una cierta homogeneidad en su concepción, lo que representa una evidente ventaja en el planteamiento del cálculo de los caudales que en su momento aportaban.
Los acueductos romanos son fundamentalmente de dos tipos: los llamados de "agua rodada" o canales abiertos, y los de agua forzada o sifones.
Sin duda, los ingenieros que los diseñaron tenían unos procedimientos, que por desgracia se han perdido, para calcular los caudales que circulaban, pues como veremos, ponían mucho cuidado en que la cantidad de agua que accediera a las ciudades no sobrepasara ciertos límites.

Para el cálculo de los caudales en los acueductos, emplearemos las fórmulas actuales, aunque debemos tener en cuenta al obtener las cantidades definitivas, que incluso nuestras fórmulas, tienen un carácter empírico, que pueden aplicarse varias para cada caso, y que por lo tanto tienen un cierto margen de error.
En los canales y conductos que estudiaremos, haremos la consideración de que el flujo de agua es constante, de que no existen aportaciones intermedias, y de que las pérdidas de agua por filtraciones u otras causas son insignificantes (Lo que se apartaría en muchos casos de la realidad), igual que la pérdidas por evaporación (lo que se acercaría casi siempre a la realidad). Es lo que llamamos un flujo estacionario.
Calcularemos pues siempre el llamado "caudal de diseño", es decir, el óptimo, en condiciones ideales.

Veremos como se desarrollan y obtienen estas fórmulas, que nos servirán para adentrarnos en el proceloso mundo de la Mecánica de Fluidos, siquiera de forma elemental.

- **Canales abiertos**

Por oposición a los conductos a presión, en los que el agua llena completamente el conducto, en un canal abierto, siempre existe una superficie libre en contacto con el exterior, y a la presión atmosférica, que normalmente tomaremos como referencia, y de valor cero.
Este hecho, por una parte facilita los cálculos, pues el término de presión lo podemos eliminar, al ser conocida en los dos extremos del canal, pero por otra parte lo complica, al resultar la forma de la superficie libre desconocida.

Un canal abierto siempre tiene dos paredes laterales y una solera, en las que el flujo satisface las condiciones de no deslizamiento, es decir, consideramos que a lámina de agua que está en contacto con las paredes y el fondo del canal tiene velocidad cero. Este es un principio establecido de la mecánica de fluidos.

A medida que nos vamos separando de la pared, el fluido que consideremos tiene un comportamiento viscoso, en una pequeña capa llamada "capa límite". Fuera de esa capa, el fluido se comporta como si no tuviera viscosidad.
Este es el fundamento de la teoría de la capa límite con el que se resuelven matemáticamente los casos particulares de movimiento de fluidos. El espesor de esa capa dependerá de factores como la velocidad, la densidad y la viscosidad dinámica del fluido.
Como consecuencia, cualquier canal, tiene una distribución tridimensional de velocidades, mayores en el centro, y menores a medida que nos acercamos a las paredes y a la solera, que llega a ser cero, como hemos visto.

Tomando el tiempo como elemento clasificador de regímenes de circulación, definiremos a un fluido como permanente, cuando en una sección dada, y para una pendiente concreta, la profundidad de la lámina de agua no varía con el tiempo. Nosotros consideraremos de esta manera la circulación del agua por los canales de los acueductos.

Para considerar un flujo uniforme en un canal abierto, deben cumplirse las siguientes condiciones:

- El flujo debe ser permanente, es decir, la lámina de agua debe mantener la profundidad con el tiempo.
- La superficie del agua y el fondo del canal, deben ser paralelos.

Basándose en estos conceptos, el ingeniero francés A. Chezy encontró una fórmula empírica que relacionaba las condiciones del canal, con la velocidad del fluido.
Esta fórmula es:

$$V = C\sqrt{RS}$$

Siendo:

- *V* = Velocidad del fluido.
- *C* = un factor de resistencia del fluido, conocido como factor de Chezy.
- *R* = Radio hidráulico. Resultado de dividir el área de la sección considerada por el perímetro mojado. $R = \left(\frac{b \cdot y}{2y + b}\right)$ Si llamamos "y" al calado del canal y "b" a la anchura del mismo.
- *S* = La pendiente del fondo del canal, que como ya hemos visto, se considera igual que la de la lámina de agua.

Han sido muchos los investigadores que trataron de hallar una correlación entre la rugosidad del canal, y el factor de resistencia de Chezy.
En 1891, el ingeniero irlandés Robert Manning, analizando múltiples datos obtenidos experimentalmente, llegó a enunciar otra fórmula empírica.

$$C = \frac{1}{n}\sqrt[6]{R}$$

En esta fórmula. "*n*" es conocido como **Coeficiente de rugosidad de Manning.** Y sus valores dependen del grado de rugosidad y acabado de las superficies en consideración.
Este coeficiente, aparece tabulado en función de diversos materiales. Nosotros consideraremos el material *opus signinum*, equivalente al mortero limpio en la superficie, en el mejor de los casos, y como mortero de rugosidad media en el caso de un mantenimiento deficiente, debido a que la limpieza periódica de una acueducto en toda su longitud, no es algo que se realizara con demasiada frecuencia, habida cuenta de las dificultades que dicho acto entrañaba.

Consideraremos en el primer caso, con el *specus* en estado óptimo, un coeficiente de rugosidad n = 0,017
Cuando la superficie de las paredes y el fondo del canal estén en peor estado de conservación, consideraremos un factor de rugosidad de n = 0,02

Si en la ecuación de Chezy, sustituimos el valor de C dado por Manning en función de la rugosidad, obtenemos la fórmula de Manning aplicable a los fluidos uniformes, que podremos expresar en función de si lo que queremos es calcular la velocidad del fluido en m/s, el caudal del mismo en m^3/s.

$$\boxed{V = \frac{1}{n} \cdot \sqrt[3]{R^2} \cdot \sqrt{S}} \qquad \boxed{Q = \frac{1}{n} \cdot A \cdot \sqrt[3]{R^2} \cdot \sqrt{S}}$$

En este caso, el parámetro *"A"* es la sección del canal considerada.

El coeficiente *"n"* no es adimensional. Por lo que exponemos, solo es válido en unidades del Sistema Internacional. Asimismo, hay que tener en cuenta que estas ecuaciones, sólo son aplicables para canales de fondo plano.

De la ecuación del caudal dependiente de los parámetros geométricos, se deduce que para una pendiente dada y una sección determinada, el caudal aumenta con el radio hidráulico. El radio hidráulico es pues un índice de eficacia. Ahora bien, el radio hidráulico es el cociente entre la superficie y el perímetro mojado, por lo que el canal más eficiente será aquel que tenga el perímetro mojado mínimo.

Geométricamente vemos que lo ideal sería un perfil semicircular. Y de los poligonales, el que tuviera un mayor número de lados.
Evidentemente, esto es imposible de fabricar racionalmente, sin embargo, dentro de los polígonos sencillos, nos encontramos con el hexágono, que es sumamente fácil de construir. Sería pues preferible, en cuanto a la forma geométrica, un canal que presentara un perfil semiexagonal. Los romanos no construyeron ningún canal con estas características, lo cual es normal, pues sus conocimientos de mecánica de fluidos eran elementales. Sin embargo, observamos en múltiples canalizaciones un empeño en reforzar los ángulos inferiores del *specus* con relleno de mortero. Esto, no solamente reforzaba los elementos más delicados del canal, sino que disminuía el perímetro mojado, aumentando la efectividad de la canalización.

Para el cálculo del calado del agua en el canal, hay que resolver la ecuación del caudal por iteración, ya que no hay una fórmula concreta que nos dé expresamente esta dato.

El procedimiento lo realizaremos por aproximación mediante la fórmula:

$$\sqrt[3]{\frac{(b \cdot y)^5}{(2y+b)^2}} = \frac{Q \cdot n}{\sqrt{S}}$$

Esta fórmula está obtenida a partir de la del caudal de Manning, siendo "b" el ancho del caudal, e "y" el calado que queremos calcular.

Hay un factor más a considerar a la hora de estudiar la afluencia del agua en los acueductos, y es la efectividad u optimización del calado.
Como vemos por la fórmula de Manning, el caudal es directamente proporcional al radio hidráulico, por lo tanto, siempre será máximo el caudal para un máximo radio hidráulico.
En un canal de sección sensiblemente rectangular, como son los que presentan los acueductos romanos, podemos hallar cual será la relación ideal entre el calado y la anchura del canal, para que el radio hidráulico sea máximo, y por lo tanto, mayor efectividad tenga la construcción.

Para hallar esta relación entre calado y anchura del canal, hacemos lo siguiente:

Suponemos un área de partida que consideraremos constante, y que para facilitar los cálculos, le daremos un valor de 100:

$$b \cdot y = 100$$

El radio hidráulico, tendrá por lo tanto la expresión:

$$R = \frac{100}{2y+b}$$

Sustituyendo en la fórmula anterior, *b = 100/y* podemos expresar la fórmula del radio hidráulico como:

$$R = \frac{100}{2y + \frac{100}{y}}$$

Para que el radio hidráulico sea máximo, el denominador ha de ser mínimo.

El denominador es una función de una sola variable, que derivándola una vez, e igualándola a cero, obtenemos el valor y = 7,07 como el valor que anula esta derivada, y que será como sabemos, el valor para el que el denominador sea mínimo, y por tanto el radio hidráulico máximo.

Sustituyendo este valor en la expresión de *"b"* tenemos que b = 14,14 que es justamente el doble del calado.

Quiere esto decir que en un canal cualquiera, de forma rectangular, el rendimiento hidráulico óptimo se obtiene, cuando el calado es la mitad del ancho del canal.

Los romanos intuían el principio de la conservación del caudal, esto es, que el caudal es constante en todo el recorrido, por lo tanto en los tramos de menor pendiente, la velocidad del agua es menor, y por consiguiente, aumenta el calado, mientras que en los tramos de mayor pendiente, el calado disminuye.
Sin duda esto es lo que hacia que en los tramos primeros de los acueductos, en general, la pendiente fuese mínima, el calado máximo, y a partir de ahí, al aumentar las pendientes, la profundidad de la lámina de agua disminuiría, con lo que se eliminarían los peligros de desbordamiento y pérdidas de agua en las uniones de las paredes del *specus* y los elementos de cubrición del mismo.

En nuestro caso, para calcular los caudales emplearemos los siguientes conceptos:

1. **Caudal Máximo previsto**: Es el capaz de ser transportado por el canal. Ocupa toda la sección rectangular del *specus* en la zona de mínima pendiente.
2. **Caudal Intermedio**: Es el que tiene de calado la mitad de la profundidad del canal. Evidentemente, este es un caudal estimado como promedio entre los grandes caudales y los mínimos.
3. **Caudal Óptimo**: Es el que se corresponde con una lámina de agua que tiene de profundidad la mitad de la anchura de la caja.

- **Sifones**

Los romanos no eran muy partidarios de la construcción de sifones, por las dificultades que ello entrañaba, y siempre que podían hacían otro tipo de obra (El caso de Lyon se puede considerar extraordinario).
No obstante, cuando no había otra opción, procedían a construir sifones de varias tipologías.

En la actualidad, para calcular el caudal que discurre por una tubería existen diversos procedimientos, que se basan en el empleo de fórmulas empíricas.
Lo primero que hay que tener en cuenta es el hecho de que un sifón romano, es un sistema que permite el paso de agua de un lugar a otro por gravedad, y que las presiones de entra da y de salida son la misma.

En primer lugar, definiremos el concepto de altura piezométrica "H" de los extremos del sifón:

$$H = h + \frac{P}{\ }$$

En esta fórmula tenemos:

- h = Altura métrica.
- P = Presión del punto considerado.
- $=$ Peso específico del fluido.

Si consideramos un sifón y sus dos extremos, tenemos que la diferencia de alturas piezométricas será:

$$H_a - H_b = h_a + \frac{P}{\ } - h_b - \frac{P_b}{\ } = h_a - h_b$$

Tenemos por lo tanto, que en un sifón romano, el incremento (disminución) de altura piezométrica es la diferencia de cotas entre las arquetas de entrada y salida del mismo.

Para el cálculo del caudal en el sifón emplearemos una variante de la llamada Ecuación de Prony, desarrollada por el francés Henry Darcy en 1845, y definida posteriormente por Julius Weissbach, de Sajonia. Actualmente esta ecuación se conoce como de Darcy-Weissbach para el cálculo de caudales en tuberías.

$$\boxed{h_f = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{v^2}{2g}}$$

Siendo:

- h_f = Pérdida de carga debida a la fricción.
- f = Factor de fricción.
- L = Longitud del tramo considerado.
- D = Diámetro de la tubería.
- v = Velocidad del fluido.
- g = Aceleración de la Gravedad.

Es muy frecuente expresar esta ecuación en función del caudal. Haciendo:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2} = \frac{4Q}{\cdot D^2}$$

Sustituyendo en la ecuación de Darcy-Weissbach, tenemos:

$$\boxed{h_f = f \cdot \frac{L}{D^5} \cdot \frac{8 \cdot Q^2}{{}^2 g}}$$

Vemos que con esta fórmula ya nos es posible calcular el caudal, pues los datos de incremento de altura piezométrica, diámetro de las tuberías, longitud del sifón y aceleración dela gravedad, son datos que siempre los vamos a tener.

Nos falta, sin embargo el valor del coeficiente de fricción, para calcularlo, debemos tener en cuenta el material de que está hecha la tubería a sí como la velocidad a la que se mueve el fluido por la misma.

La velocidad a la que se mueve un fluido por un conducto, tiene mucho que ver con la resistencia que presenta al avance, dicho fluido, pues la turbulencia que se genera en el seno del fluido está muy relacionada con dicha resistencia.

El grado de turbulencia de un fluido, lo define el llamado número de Reynolds, (adimensional) que tiene de expresión:

$$\mathrm{Re} = \frac{\cdot D}{}$$

Siendo:

- D = Diámetro de la tubería.
- v = Velocidad del fluido.
- = Viscosidad cinemática.

La viscosidad cinemática de un fluido es un valor que depende de la temperatura del mismo. Nosotros tomaremos para el caso de agua el valor tabulado de la misma para una temperatura de 20º, que es de:

$$= 1 \cdot 10^{-6} \, m^2 / s$$

Al variar poco las temperaturas probables de funcionamiento, podremos tomar esta valor como efectivo, con un aceptable margen de error.

Una vez conocido el número de Reynolds, para el cálculo del coeficiente de fricción debemos entrar en diagrama de Moody.

El diagrama de Moody es un gráfico doblemente logarítmico, que tiene en las abscisas el número de Reynolds, en las ordenadas el coeficiente de fricción, y una serie de líneas trazadas en función de la rugosidad relativa de la tubería que se trate.

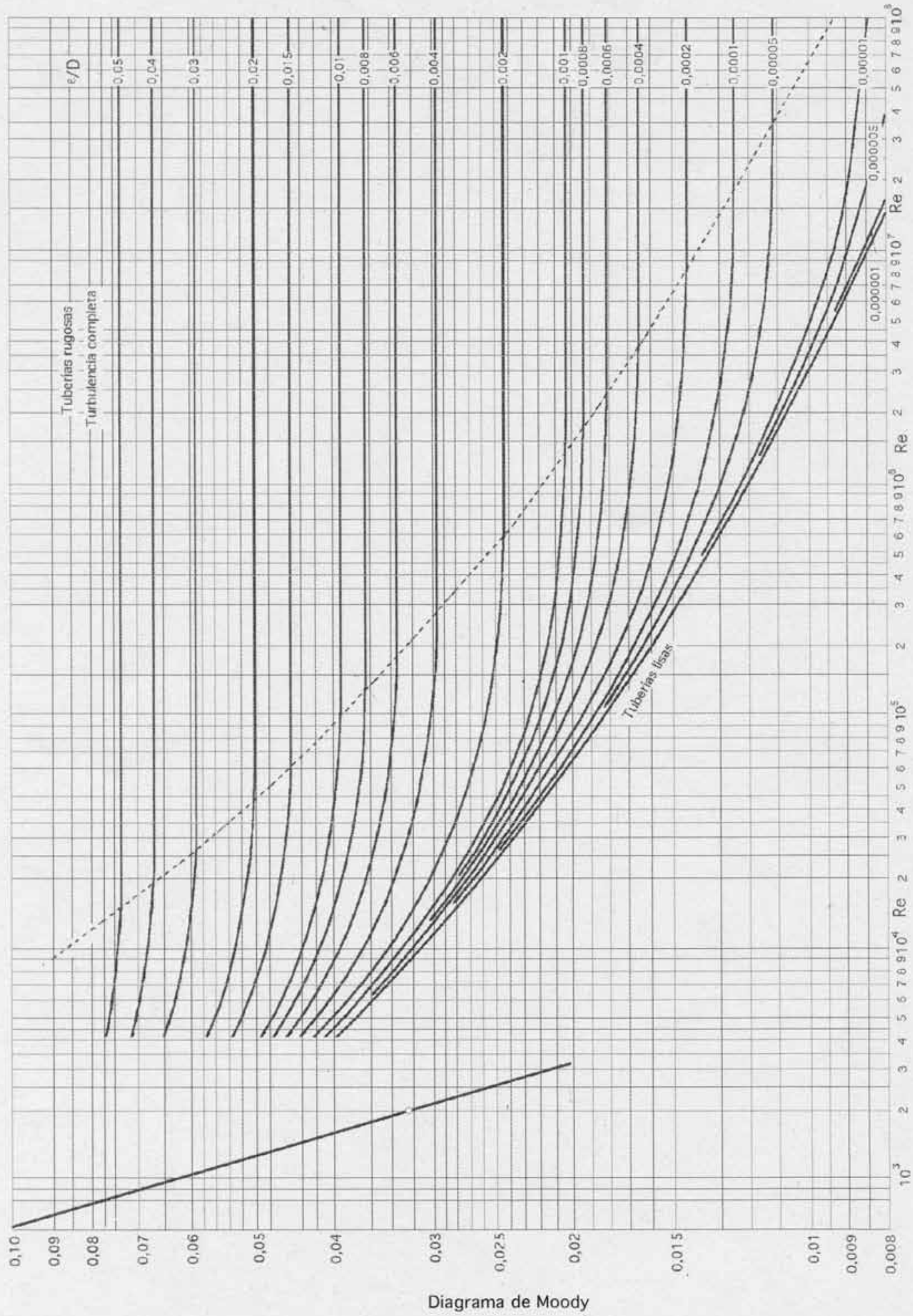

Diagrama de Moody

Esta rugosidad relativa es el cociente de dividir la rugosidad media interior del material del que está hecha la tubería (tabulados para cada material) entre el diámetro de la misma.

De esta manera, conocido el valor de la rugosidad relativa y del número de Reynolds, podemos ya calcular el valor del coeficiente de fricción, que es el parámetro que nos faltaba en la fórmula de Darcy, para conocer cual es el caudal que acarrea el sifón considerado.

Como podemos ver en el diagrama de Moody, el número de Reynolds es determinante para el cálculo del valor total que tomará el coeficiente de fricción.

Cuando el número de Reynolds es inferior a 40.000 se dice que el régimen es laminar. Quiere esto decir que la líneas de corriente no se entremezclan, lo que implica que el valor del coeficiente de fricción casi es inversamente proporcional a dicho número para un valor dado de rugosidad relativa. Esto implica un problema para las tuberías que presentan esta particularidad (Un número de Reynolds inferior a 40.000 o muy próximo), pues con el uso, la paredes interiores tienden a aumentar su rugosidad, lo que hace que el coeficiente de fricción aumente mucho, y por lo tanto, disminuya rápidamente el caudal que aporta el sifón.

Por el contrario, cuando el número de Reynolds es muy grande, el régimen se califica de turbulento. Las líneas de corriente se separan de las paredes y se entremezclan, dando como resultado el que el coeficiente de fricción permanezca estable para una rugosidad relativa dada, en un margen relativamente amplio de la velocidad del fluido, y por lo tanto, también permanecerá estable el caudal, con una disminución muy lenta a medida que en la tubería va aumentando la rugosidad.