

TESIS DOCTORAL

***ONTOLOGÍA Y SIGNIFICADO
EN MICHAEL DUMMETT:
UNA FILOSOFÍA DEL LENGUAJE***

Rufino Lecea Blanco

DEPARTAMENTO
LÓGICA, HISTORIA Y FILOSOFÍA DE LA CIENCIA

FACULTAD DE FILOSOFÍA

U.N.E.D.

2011

TESIS DOCTORAL

*ONTOLOGÍA Y SIGNIFICADO EN MICHAEL DUMMETT:
UNA FILOSOFÍA DEL LENGUAJE*

DEPARTAMENTO
LÓGICA, HISTORIA Y FILOSOFÍA DE LA CIENCIA

FACULTAD DE FILOSOFÍA
U.N.E.D.

Autor: **D. Rufino Lecea Blanco**

Licenciado en Filosofía (Universidad de Salamanca)

Director: **Dr. Eduardo de Bustos Guadaño**

Departamento de Lógica, Historia y Filosofía de La Ciencia

Año: **2011**

*... and if philosophy makes no progress,
it is not worth wasting any time on.*

Michael Dummett
Nature and Future of Philosophy.

Reconocimientos

A la Consejería de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de La Rioja por la licencia concedida durante el curso académico 2010-2011 para realizar esta tesis doctoral, sin cuyo disfrute difícilmente hubiera llegado a concluirla.

A mi mujer y a mi hijo, a mis padres, por *estar ahí*.

A mi tío *Lucito* que a su modo me estimuló para llevar a cabo este trabajo en un grado que ni él mismo hubiera sospechado.

Logroño, 23 de junio de 2011

Rufino Lecea

Índice general:

INTRODUCCIÓN	18
1. Michael Dummett y el problema de la filosofía	18
<i>El problema de la filosofía</i>	18
<i>Realismo y antirrealismo</i>	19
<i>El justificacionismo de Dummett</i>	20
2. Planteamiento de la investigación	21
Parte I. LA FILOSOFÍA DEL LENGUAJE DE MICHAEL DUMMETT	26
1. Michael Dummett: una lucha por lo justo	27
2. La filosofía de Michael Dummett	33
<i>La naturaleza de la filosofía</i>	33
<i>La filosofía como filosofía del lenguaje</i>	35
<i>Ciencia y filosofía</i>	38
<i>Moral y filosofía</i>	39
<i>Religión y filosofía</i>	40
<i>Contra el relativismo</i>	42
<i>El futuro de la filosofía</i>	45
3. Dummett: una filosofía del lenguaje	47
<i>Filósofos del lenguaje vs. filósofos del pensamiento</i>	47
<i>Frege como filósofo del pensamiento y del lenguaje</i>	48
<i>La filosofía del lenguaje de Dummett</i>	49
4. Frege: una filosofía del lenguaje	52
<i>Frege y la filosofía del lenguaje</i>	52
<i>La teoría de la referencia</i>	54
<i>La teoría semántica de Frege</i>	57
<i>La teoría del sentido</i>	58
<i>Relación entre la teoría de la referencia y la teoría del sentido</i>	61
<i>Fuerza y tono</i>	63
<i>La metafísica de Frege</i>	65
<i>El giro lingüístico de Frege</i>	67
<i>De la teoría del sentido a la teoría de la fuerza</i>	71
Parte II. LA TEORÍA DEL SIGNIFICADO	76
1. ¿Qué es una teoría del significado?	77
<i>La tarea de la teoría del significado</i>	77

2. Las condiciones previas para una teoría del significado.....	81
<i>Teoría del significado vigorosa</i>	81
<i>Teoría del significado molecular</i>	84
<i>Teoría del significado rica.....</i>	86
<i>Teoría del significado molecular, vigorosa y rica.....</i>	87
3. La noción fundamental de la teoría del significado.....	88
<i>La noción del significado</i>	88
<i>Sentencias o pensamientos</i>	89
<i>La verdad en las filosofías del lenguaje y del pensamiento</i>	91
<i>El papel del concepto de verdad en una teoría del significado.....</i>	92
<i>La relación entre la verdad y el significado.....</i>	95
<i>Prioridad de la verdad sobre el significado.....</i>	97
<i>Prioridad del significado sobre la verdad: la teoría justificacionista</i>	98
4. Partes de una teoría del significado	100
<i>La teoría de la referencia</i>	100
<i>La teoría del sentido</i>	101
<i>La teoría de la fuerza.....</i>	102
5. La teoría veritativo-condicional del significado.....	104
<i>¿Qué es una teoría veritativo-condicional del significado?</i>	104
<i>Los problemas de las teorías veritativo-condicionales del significado</i>	106
<i>Enunciados no decidibles</i>	110
6. Dificultades en torno al principio de bivalencia	113
<i>El condicional contrafáctico</i>	114
<i>Enunciados en tiempo pasado (o futuro).....</i>	115
<i>Enunciados con cuantificadores sobre dominios infinitos.....</i>	116
7. La teoría justificacionista del significado	119
<i>La aportación intuicionista a la teoría del significado</i>	119
<i>La verificación como noción central de la teoría del significado</i>	121
<i>Hacia una teoría verificacionista del significado.....</i>	122
<i>Explorando una teoría falsacionista del significado</i>	124
<i>La teoría justificacionista del significado</i>	125
<i>El rechazo de la bivalencia</i>	126
<i>La noción de comprensión como noción central de la teoría del significado</i>	127
<i>El requisito de manifestabilidad</i>	129
<i>Consecuencias metafísicas de la teoría del significado justificacionista.....</i>	130
Parte III. LA DISCUSIÓN SOBRE EL REALISMO.....	134
1. Planteamiento de la discusión	135

<i>Antecedentes</i>	135
<i>El “realismo” de Frege</i>	136
<i>La teoría semántica realista de Frege</i>	138
<i>El planteamiento de Dummett</i>	140
2. Metafísica y filosofía del lenguaje	142
3. El principio de bivalencia	145
<i>Realismo y bivalencia</i>	145
<i>El principio de bivalencia</i>	146
4. Semántica objetivista y no-objetivista	150
<i>Referencia y objetivismo</i>	150
<i>Semántica objetivista y teoría del significado</i>	151
5. La teoría del significado	154
<i>Teoría semántica y teoría del significado</i>	154
<i>Teoría del significado veritativo-condicional</i>	156
<i>Teoría antirrealista del significado</i>	157
6. Realismo y antirrealismo	160
<i>Realismo</i>	160
<i>De la metafísica a la semántica</i>	161
<i>Antirrealismo como justificacionismo</i>	163
7. Casos de realismo y antirrealismo	166
<i>Realismo con respecto al mundo físico</i>	166
<i>Realismo científico</i>	167
<i>Realismo con respecto a los estados, sucesos y procesos mentales</i>	167
<i>Realismo con respecto al futuro</i>	167
<i>Realismo acerca del pasado</i>	168
<i>Realismo matemático</i>	168
8. Reduccionismo	169
<i>Reduccionismo y antirrealismo</i>	169
<i>Antirrealismo moderado y antirrealismo radical</i>	170
<i>Tesis reduccionista y tesis reductiva</i>	172
<i>El antirrealismo y la tesis reductiva</i>	172
9. Tipos de realismo y antirrealismo	175
<i>Realismo ingenuo/realismo sofisticado versus antirrealismo completo/antirrealismo reductivo</i>	175

10. Hacia una teoría del significado antirrealista.....	178
<i>El antirrealismo de Michael Dummett</i>	<i>178</i>
<i>El papel de la teoría del significado en la disputa del realismo</i>	<i>179</i>
Parte IV. EL ANTIRREALISMO EN MATEMÁTICAS	184
1. La filosofía del intuicionismo matemático	185
<i>Introducción histórica: los orígenes del intuicionismo.....</i>	<i>185</i>
<i>El intuicionismo tradicional</i>	<i>187</i>
<i>La noción de construcción y el infinito</i>	<i>188</i>
<i>Prueba constructiva.....</i>	<i>189</i>
<i>Intuicionismo y lenguaje.....</i>	<i>191</i>
<i>La filosofía intuicionista de Dummett</i>	<i>191</i>
<i>La dos tesis filosóficas del intuicionismo</i>	<i>193</i>
<i>Crítica al holismo y al platonismo</i>	<i>194</i>
<i>Concordancias con el platonismo.....</i>	<i>197</i>
<i>Crítica al platonismo</i>	<i>198</i>
2. La teoría intuicionista del significado	200
<i>Contra el lenguaje privado</i>	<i>200</i>
<i>«El significado es el uso»</i>	<i>202</i>
<i>Intuicionismo y verificacionismo</i>	<i>203</i>
3. El constructivismo matemático	205
<i>El constructivismo matemático y sus dificultades</i>	<i>205</i>
<i>Constructivismo versus platonismo.....</i>	<i>207</i>
<i>El constructivismo como antirrealismo no reduccionista.....</i>	<i>207</i>
4. Las matemáticas intuicionistas	210
<i>Orígenes de la matemática intuicionista</i>	<i>210</i>
<i>Matemática intuicionista vs. matemática clásica</i>	<i>212</i>
<i>La teoría del significado intuicionista vs. la clásica.....</i>	<i>214</i>
<i>El problema del infinito</i>	<i>217</i>
<i>La aritmética intuicionista.....</i>	<i>221</i>
<i>La aritmética elemental intuicionista de Dummett.....</i>	<i>224</i>
<i>La aritmética de los números reales de Dummett</i>	<i>226</i>
<i>El axioma de elección.....</i>	<i>227</i>
5. La lógica intuicionista.....	232
<i>De las matemáticas intuicionistas a la lógica intuicionista.....</i>	<i>232</i>
<i>El significado de las constantes de la lógica intuicionista.....</i>	<i>235</i>
<i>Las constantes lógicas</i>	<i>237</i>
<i>El cuantificador universal</i>	<i>239</i>
<i>Sobre los dominios de cuantificación.....</i>	<i>241</i>

<i>El implicador</i>	242
<i>La negación intuicionista</i>	244
<i>El negador en Dummett</i>	246
<i>La ley del tercero excluso (LTE)</i>	247
<i>La reducción al absurdo</i>	252
<i>Deducción natural intuicionista</i>	254
<i>Las reglas primitivas de la lógica intuicionista</i>	256
<i>La formalización axiomática de la lógica intuicionista</i>	263
<i>La aportación de Kurt Gödel a la lógica intuicionista</i>	267
<i>Las relaciones entre la lógica y las matemáticas intuicionistas</i>	270
6. La justificación de las leyes lógicas por la teoría de la prueba	273
<i>El problema de la justificación de las leyes lógicas</i>	273
<i>¿Necesitan justificación las leyes lógicas?</i>	274
<i>La semántica de la teoría de la prueba</i>	276
<i>Justificación de las leyes lógicas por la teoría de la prueba</i>	277
<i>El requisito de armonía</i>	280
7. La noción de prueba	284
<i>Prueba constructiva</i>	284
<i>Constructivismo clásico y constructivismo intuicionista</i>	286
<i>Prueba comunicable</i>	287
<i>Prueba canónica y demostración</i>	287
<i>Consecuencias ontológicas de la noción de prueba</i>	290
<i>Sobre la formalización de las teorías matemáticas</i>	291
<i>El problema de la temporalidad de la noción de prueba</i>	293
8. La ontología intuicionista de las matemáticas	299
<i>Intuicionismo y platonismo</i>	299
<i>De la teoría del significado a la ontología</i>	301
<i>La ontología intuicionista de las matemáticas</i>	302
<i>Hacia una ontología más allá de las matemáticas</i>	305
Parte V. EL ANTIRREALISMO SOBRE EL TIEMPO	314
1. Planteamiento	316
<i>La evolución de Dummett sobre el tema del tiempo</i>	316
<i>La causalidad y el tiempo</i>	318
2. Realismo y antirrealismo sobre el pasado	324
<i>La discusión del realismo sobre el pasado</i>	324
<i>Reduccionismo y antirrealismo</i>	325
<i>Los enunciados temporales</i>	327
<i>La disputa sobre el realismo en los enunciados en tiempo pasado</i>	330
<i>Los vínculos del valor de verdad</i>	331

<i>El problema de los vínculos de valor de verdad</i>	334
<i>Dos modelos de antirrealismo sobre el pasado</i>	335
3. La semántica del tiempo verbal pasado	339
<i>Los enunciados indecidibles</i>	339
<i>El condicional subjuntivo o contrafáctico</i>	340
<i>Los enunciados en tiempo verbal pasado: intuicionismo y justificacionismo</i>	343
<i>Los enunciados sobre lugares remotos</i>	347
<i>Bivalencia y metafísica: los “huecos en la realidad”</i>	350
<i>La semántica del tiempo verbal pasado</i>	351
4. La metafísica del tiempo	357
<i>La irrealidad del tiempo</i>	357
<i>Modelo (1). Presentismo: Solo el presente es real</i>	359
<i>Modelo (2). El futuro es real pero no el pasado</i>	360
<i>Modelo (3). El pasado es parte de la realidad, el futuro no lo es</i>	362
<i>Modelo (4). Eternalismo: Pasado y futuro son los dos reales</i>	363
<i>La concepción dummettiana del tiempo</i>	364
<i>De la metafísica del tiempo hacia la teología</i>	366
5. Conclusiones sobre el antirrealismo acerca del tiempo	370
<i>Justificacionismo riguroso sobre el pasado</i>	371
<i>El justificacionismo moderado sobre el pasado</i>	374
<i>La asimetría entre pasado y futuro</i>	376
Parte VI. LA METAFÍSICA ANTIRREALISTA	382
1. Planteamiento de la metafísica	383
<i>La metafísica como problema</i>	383
<i>El lugar de la metafísica en la filosofía de Michael Dummett</i>	386
<i>Semántica y metafísica</i>	387
2. Pensamiento y lenguaje	392
<i>Pensamiento y lenguaje en Frege</i>	392
<i>La relación entre lenguaje y pensamiento</i>	394
<i>Lenguaje y pensamiento en Dummett</i>	395
<i>Objeciones a la prioridad del lenguaje</i>	396
3. Lenguaje y realidad	399
<i>Proposiciones y enunciados</i>	399
<i>La ontología de Frege</i>	400
<i>La ontología de Dummett</i>	403
<i>La metafísica y la realidad en sí</i>	407
<i>Los límites de nuestro mundo</i>	409

<i>Realismo y antirrealismo</i>	411
<i>Los límites de la medida y la determinación</i>	413
<i>La ciencia y la realidad en sí</i>	415
<i>El colapso de la noción de “el mundo en sí mismo”</i>	418
<i>La realidad en sí y Dios</i>	419
5. Más allá de la metafísica: Dios	422
<i>Dios y los “huecos de la realidad”</i>	422
<i>Existir y ser percibido</i>	424
<i>Hacia una teodicea</i>	427
CONCLUSIONES	434
1. La filosofía del lenguaje del Michael Dummett: de la teoría del significado a la metafísica	435
<i>Filosofía del lenguaje</i>	435
<i>El dilema entre sistematicidad y relativismo (la herencia de Frege y Wittgenstein)</i>	436
<i>La teoría del significado</i>	440
<i>El justificacionismo</i>	443
<i>La teoría semántica</i>	445
<i>La metafísica antirrealista</i>	447
2. El antirrealismo en matemáticas y en lógica	450
<i>Justificacionismo en los enunciados matemáticos</i>	450
<i>El intuicionismo matemático</i>	451
<i>La crítica al platonismo</i>	453
<i>La fundamentación intuicionista de las matemáticas</i>	454
<i>La lógica intuicionista</i>	456
<i>La aportación de la lógica y las matemáticas intuicionistas</i>	458
<i>La noción de prueba</i>	460
<i>La teoría de la prueba</i>	461
<i>El requisito de armonía</i>	462
<i>La ontología de las matemáticas</i>	464
3. El antirrealismo sobre el tiempo	471
<i>Diferencia entre las matemáticas y otros campos del discurso</i>	471
<i>El antirrealismo sobre el tiempo: la metafísica del tiempo</i>	472
4. La metafísica antirrealista	478
<i>La metafísica antirrealista de Dummett: lenguaje, pensamiento, realidad.</i>	478
<i>El justificacionismo como antirrealismo</i>	482
<i>Consecuencias metafísicas: los huecos en la realidad</i>	484
<i>El antirrealismo en la ciencia</i>	486
<i>El antirrealismo y el tema de Dios</i>	488

5. Valoraciones finales	490
<i>La filosofía del lenguaje de Michael Dummett</i>	490
<i>Resultados del proyecto de Michael Dummett y su valoración</i>	491
BIBLIOGRAFÍA	496
1. Bibliografía de Michael DUMMETT	496
<i>Libros y artículos de Michael Dummett sobre filosofía por orden cronológico</i>	496
2. Bibliografía sobre DUMMETT	516
<i>Artículos sobre Michael Dummett, filosofía del lenguaje, de la lógica y de las matemáticas</i>	516
<i>Libros sobre Michael Dummett, filosofía del lenguaje, de la lógica y de las matemáticas</i>	537

Abreviaturas

Abreviaturas de las obras de Michael Dummett:

FPL: *Frege: Philosophy of Language*. 1973, 2nd ed. 1981

EoI: *Elements of Intuitionism*. 1977.

T&OE: *Truth and other Enigmas*. 1978.

VyOE: *Verdad y otros enigmas*. Trad. cast. de *T&OE*

IFP: *The Interpretation of Frege Philosophy*. 1981.

LBoM: *The Logical Basis of Metaphysics*. 1991.

F&OP: *Frege and Other Philosophers*. 1991.

FPM: *Frege: Philosophy of Mathematics*. 1991.

SoL: *The Seas of Language*. 1993.

OoAP: *Origins of Analytical Philosophy*. 1993.

T&tP: *Truth and the Past*. 2004.

T&R: *Thought and Reality*. 2006.

N&FoP: *The Nature and Future of Philosophy*. 2010.

PoMD: *The Philosophy of Michael Dummett*. (The Library of Living Philosophers).
2007

Símbolos lógicos

\wedge	conjuntor
\vee	disyuntor
\forall	cuantificador universal
\exists	cuantificador existencial
\neg	negador
\leftrightarrow	coimplicador o bicondicional
\rightarrow	implicador
$\&$	conjuntor intuicionista
\vdash	deducibilidad
\perp	contradicción intuicionista
$+$	regla de introducción
$-$	regla de eliminación
\square	“Es necesario que”

Notas de traducción

La obra de Michael Dummett es citada en su original inglés y traducida al castellano en nota pie de página. Solo se cita directamente en castellano cuando ha habido traducción publicada disponible.

Language: El término inglés *language* contiene los dos sentidos que los lingüistas distinguen como “lenguaje” (capacidad de comunicación) y como “lengua” (sistema concreto de comunicación). *Language* en el sentido de “lengua” (*our language*) lo hemos traducido habitualmente como “lenguaje”, si bien anteponiéndole un determinante para evitar toda ambigüedad (“nuestro lenguaje”, “este lenguaje”, “un lenguaje”,...).

To assert: aunque “asertar” no está admitido en español (lo correcto sería “afimar”), lo hemos introducido en algunas ocasiones en consonancia con la traducción de *assertion* como “aserción”.

Uttering, to utter: se han traducido como “declaración”, “declarar”, “locución”, “pronunciar”...

Sentence: se ha traducido directamente como “sentencia”, incluso cuando el término inglés *sentence* se presenta como traducción del alemán *Satz*. Somos conscientes de que sería más adecuado traducir *Satz* como *proposition* (“proposición”), pues cuando Dummett lo hace como *sentence* está favoreciendo la interpretación del principio contextual de Frege como principio lingüístico y la interpretación del Frege como filósofo del lenguaje.

INTRODUCCIÓN

INTRODUCCIÓN

1. Michael Dummett y el problema de la filosofía

El problema de la filosofía

Mucho tiempo atrás hubo un problema que me llevó a acercarme a la filosofía: ¿hay algo necesariamente válido para todos los humanos de todos los lugares y de todas las épocas? En el arte, en la moral, en la ciencia... ¿hay una belleza, un bien o una verdad universal? La filosofía, sabemos, ha resumido todo su quehacer en esta cuestión: ¿por qué hay ser y no más bien la nada?

Podemos concretar esa pregunta por el ser como la búsqueda de un *ser* objetivo con validez universal: cada vez que decimos que algo *es* esto o lo otro, o simplemente decimos que algo *es* (a secas), lo que proponemos es la universalidad de ese ser, que no solo es válido para mí o para nosotros, ahora o entonces, sino que cualquiera en cualquier lugar y en cualquier momento habrá de aceptarlo así.

Paralela a la cuestión por el ser, corre la cuestión por el *conocer*: en el caso de que hubiera un ser, ¿podríamos llegar a conocerlo? La filosofía consiste en apostar por la respuesta afirmativa a ambas cuestiones: hay ser y podemos llegar a conocerlo. Ontología y epistemología son las dos ramas de la filosofía que tratan, respectivamente, del ser y del conocer, aunque sus caminos se hayan tran entrelazados que a menudo se presentan de modo conjunto bajo el nombre de metafísica.

Es en matemática donde más comúnmente consideramos haber alcanzado una universalidad del ser y del conocer a la que llamamos *ciencia*. En la *Crítica de la razón pura* Kant ofrece una explicación del fundamento de la certeza de las ciencias, tanto de la matemática como de la física, pero niega la posibilidad de un conocimiento científico sobre los temas de la metafísica (Alma, Mundo y Dios). En concreto, el fundamento de la certeza de nuestros desarrollos matemáticos se fundamentaría en nuestra intuición (pura) espaciotemporal.

Brouwer (1881-1996) y la escuela intuicionista de las matemáticas desarrollaron la idea de que nuestras matemáticas podían ser fundadas sobre nuestra

intuición del tiempo, porque los objetos matemáticos no son nada *real* sino *constructos* mentales.

Procedente de la filosofía analítica, Michael Dummett se ha propuesto renovar la teoría intuicionista de las matemáticas como una forma de *antirrealismo* (los objetos matemáticos no tienen una realidad independiente de nuestro conocimiento), de tal modo que las cuestiones metafísicas (qué son los números) pudieran ser respondidas a partir de la correspondiente teoría del significado (qué significan los números), y se ha planteado si este antirrealismo para las matemáticas podría ser extendido hacia otras áreas de nuestro discurso. El debate metafísico entre el realismo y el antirrealismo tiene su base en una toma de postura previa acerca de cuál es la adecuada teoría del significado para las expresiones y sentencias de nuestro lenguaje.

La *ontología* (en qué consiste ser) tiene su fundamento en la teoría del *significado* (en qué consiste significar para las expresiones y sentencias de nuestro lenguaje). La filosofía de Dummett es una auténtica *filosofía del lenguaje*.

Realismo y antirrealismo

Aunque los términos realismo y antirrealismo suelen tener muy diversas acepciones, seguiremos aquí, en aras de la sencillez y la coherencia, la definición de Michael Dummett. Ser realista sobre una determinada área del discurso o tema de investigación quiere decir que se postula la existencia, independiente de nuestro pensamiento, de cierto tipo de entidades. Por ejemplo, el realista en el discurso acerca de los objetos cotidianos defiende que los árboles, las mesas, los pájaros, las demás personas... tienen una existencia separada e independiente de nuestro conocimiento sobre ellas.

El realista sobre el discurso matemático, también llamado platonista, acepta que las entidades matemáticas como números naturales, triángulos, teoremas algebraicos... son descubiertas por el investigador de las matemáticas, lo mismo que el astrónomo (realista también en su campo) descubre la existencia de un nuevo planeta o una nueva galaxia. El teorema de Pitágoras fue *descubierto* por los pitagóricos en torno al s. VI a.C., porque estaba y sigue estando ahí esperando a ser captado por la mente humana, al igual que el planeta Neptuno fue descubierto por los astrónomos Le Verrier y Galle en 1846.

Del mismo modo, en el discurso ético acerca de lo que es moralmente correcto o incorrecto, el realista afirmará la existencia de valores morales como el bien y la justicia, valores cuya existencia no radica en nosotros mismos, sino que existen de modo independiente respecto de su aceptación o rechazo por parte de los individuos.

En suma, el realista se apoya la certeza intuitiva de que la *realidad* existe y es lo que es ella misma, independiente de la presencia arbitraria de nuestro conocimiento sobre ella. Las mesas, los árboles, los planetas, los triángulos y hasta los valores morales no nacen cuando los descubrimos, los miramos o los comprendemos y tampoco mueren o dejan de existir cuando nos los ignoramos, volvemos la vista o simplemente nos olvidamos de ellos.

En sentido opuesto, el antirrealista niega la existencia de una realidad independiente de nuestro conocimiento, manteniendo el intuitivo principio de que no debemos pronunciarnos sobre lo que no conocemos. ¿Cómo podríamos afirmar que existe o que tiene tales o cuales propiedades algo que nunca hemos conocido o cuyo conocimiento, si lo tuvimos, hemos olvidado?

El realista se enfrenta a la crítica antirrealista, nacida del sentido común, de que sobre lo que no conocemos lo mejor es callar, de acuerdo con el famoso *dictum* de Wittgenstein (“De lo que no se puede hablar, lo mejor es callar”, *Tractatus* 7). El antirrealista, por su parte, se encuentra con el problema, también surgido de la intuición cotidiana, de que la realidad no es algo que construyamos o que sea creado por nosotros, sino que *está ahí*, se nos impone.

La oposición realismo / antirrealismo es una discusión surgida dentro de la rama de la filosofía a la que denominamos metafísica. Recordemos que, desde Grecia, metafísica quiere decir más allá de la física, más allá de lo cotidiano, de lo que vemos, oímos o sentimos en general. ¿Hay, por tanto, una realidad más allá de ésta, una realidad más auténtica, *más real*, que sea el fundamento (sustrato o soporte) de esta realidad sensible?

El justificacionismo de Dummett

Dummett, desde el punto de vista de la filosofía del lenguaje, presenta una respuesta antirrealista sobre la base de una teoría del significado justificacionista. A partir de una filosofía intuicionista para las matemáticas, elabora una teoría general para el significado de tipo justificacionista: el significado de los enunciados de nuestro

lenguaje consiste en nuestra capacidad de reconocer una justificación de los mismos. Si en matemáticas la verdad de un enunciado consiste en la posibilidad de su construcción, la verdad de los enunciados en general consistirá en la posibilidad de su justificación (mediante una demostración, una evidencia, un testimonio, una deducción...). La teoría justificacionista del significado de Dummett trata de responder a en qué consiste el fundamento de la verdad de nuestros enunciados.

Por esto, la consecuencia del justificacionismo es una postura antirrealista en metafísica: qué sea la realidad vendrá dado por nuestra capacidad de reconocerla como verdadera, de justificarla. En otras palabras, el fundamento de la objetividad de nuestras verdades (en matemáticas, pero también en otros campos) radica en el modo en que explicamos y aprendemos los significados de las palabras, expresiones y sentencias de nuestro lenguaje.

El interés de la propuesta de Dummett es que, al adoptar el método analítico, su investigación no se ciñe a los enunciados matemáticos sino que se amplía a todos campos del discurso, convirtiéndose en una teoría general del significado, en una teoría general que busca la fundamentación no solo de las matemáticas sino de todos los saberes humanos.

Este es el modo, en definitiva, en que Michael Dummett hace de las preguntas de la filosofía (en qué consiste el ser y si podemos llegar a conocerlo) una filosofía del lenguaje (en qué consiste tener significado).

2. Planteamiento de la investigación

De la extensa obra filosófica de Michael Dummett tan solo se han traducido al español un libro (*Verdad y otros enigmas*, FCE) y algunos artículos. Pese a la importancia de su pensamiento en el mundo anglosajón, entre nosotros sigue siendo un gran desconocido. Por ello, esperamos que el presente trabajo contribuya de alguna forma a la difusión de su filosofía entre nosotros. Nos hemos propuesto adoptar una estructura expositiva y un estilo de redacción didácticos, buscando la mayor claridad posible sin renunciar a la profundidad y el rigor que exige la materia tratada y el contexto.

El objetivo de la presente tesis doctoral es el análisis de la filosofía del lenguaje de Michael Dummett para valorar su producción de una ontología antirrealista a partir de su teoría del significado justificacionista.

El punto de partida de la investigación es la siguiente hipótesis:

La filosofía del lenguaje de Dummett se concreta en la elaboración de una teoría general justificacionista del significado a partir de las aportaciones de Frege (el método y las herramientas conceptuales), Wittgenstein (la idea general: el significado es el uso) y el intuicionismo matemático (el modelo: verdad como demostrabilidad).

El justificacionismo como teoría general del significado, en su oposición a la teoría veritativo-condicional del significado, se aplica a cada uno de los universos de discurso para producir su correspondiente ontología, ontología calificada como antirrealista en distintos grados.

El antirrealismo consiste en una tesis negativa (crítica al realismo y a la teoría del significado que lo sustenta) y una tesis positiva (defensa de una ontología antirrealista y de la propia teoría del significado justificacionista).

El antirrealismo en matemáticas tiene éxito en su tesis negativa como crítica del platonismo y en su tesis positiva produce una fecunda teoría intuicionista de las matemáticas.

La metafísica antirrealista en otros campos es también fructífera en su tesis negativa, en su crítica a las metafísicas realistas, pero en algunos momentos de su tesis positiva llega a saltar por encima de los propios límites establecidos en la teoría justificacionista del significado, produciendo resultados espurios.

La defensa de esta hipótesis se realizará siguiendo estos pasos:

a. La filosofía del lenguaje de Michael Dummett

Exposición general de la filosofía de Dummett como filósofo analítico, cuyo punto de partida es la prioridad del lenguaje sobre el pensamiento. Un análisis del lenguaje sistemático ha de consistir en la elaboración de una teoría general del significado: qué significa *significar* para las expresiones de nuestro lenguaje.

b. La teoría del significado

La construcción de una teoría del significado viable y productiva se lleva a cabo desde el justificacionismo, en oposición a las teorías del significado veritativo-condicionales. La teoría del significado justificará la semántica, la semántica justificará el sistema lógico y el sistema lógico dará justificación a la metafísica.

c. La discusión del realismo

¿Qué relación hay entre filosofía del lenguaje y metafísica? Para Dummett la metafísica es una consecuencia y no una premisa de la teoría del significado: la discusión sobre cuál es la teoría del significado adecuada puede aclarar disputas metafísicas acerca de qué tipo de entidades existen.

d. El antirrealismo en matemáticas

La aplicación de la teoría del significado justificacionista a los enunciados matemáticos produce una teoría intuicionista para las matemáticas, la cual es un antirrealismo en matemáticas.

e. El antirrealismo sobre el tiempo

En los enunciados en tiempo verbal pasado el justificacionismo adopta una forma moderada pues de lo contrario se produciría un antirrealismo extremo sobre el tiempo con consecuencias metafísicas poco agradables.

f. La metafísica antirrealista

Las consecuencias metafísicas de la teoría del significado justificacionista permiten analizar las relaciones entre lenguaje, pensamiento y realidad para construir una metafísica general antirrealista.

g. Conclusiones

Distinguiremos dos tesis en la filosofía del lenguaje de Dummett: la tesis negativa (crítica hacia la teoría del significado veritativo-condicional y hacia el realismo), y la tesis positiva (propuesta de una teoría del significado justificacionista y de la metafísica antirrealista resultante), y valoraremos cada una de ellas.

Parte I

LA FILOSOFÍA DEL LENGUAJE DE MICHAEL DUMMETT

Parte I. LA FILOSOFÍA DEL LENGUAJE DE MICHAEL DUMMETT

Presentaremos en este apartado una caracterización general de la filosofía de Dummett, empezando con unas sucintas notas biográficas que nos permitirán hacernos una idea de la amplitud de los campos de interés del autor, desde su lucha por los derechos humanos, especialmente de los refugiados e inmigrantes en Reino Unido, hasta la historia del Tarot, desde el análisis de los sistemas electorales hasta las preocupaciones religiosas, campos que nosotros no vamos a abordar en el presente trabajo con la declarada intención de centrarnos únicamente en su producción filosófica.

Expondremos también a continuación de modo esquemático una gran variedad de temas filosóficos que Dummett toca en diversas ocasiones pero que no desarrolla en profundidad, desde la moral a la religión, desde la ciencia a naturaleza de la filosofía, con el fin de obtener una visión de conjunto de su filosofía.

Abordaremos luego los principios fundamentales de la filosofía dummettiana entendida como filosofía del lenguaje y su separación frente a los denominados “filósofos del pensamiento”, entre los cuales Dummett sitúa a Frege. La interpretación que Dummett realiza de la filosofía de Frege le permite extraer los elementos fundamentales y la metodología con la cual podrá construir su propio proyecto filosófico: Dummett elabora su propia filosofía como una filosofía del lenguaje, al modo en que Frege sin pretenderlo elaboró la primera filosofía del lenguaje.

1. Michael Dummett: una lucha por lo justo

El filósofo inglés Michael Dummett, aunque menos conocido en España, es una autoridad de prestigio en el mundo anglosajón. Su biografía nos descubre a un erudito que, sin embargo, ha mostrado en todo momento su compromiso con la verdad y la justicia.

Nacido en Londres en 1925, su padre fue un hombre de negocios, comerciante de tejidos, y su madre era hija de un director del Servicio Forestal en la India. Fue educado en la tradición anglicana y asistió al colegio en Winchester. Logró una plaza para el *Christ Church* de Oxford, pero se incorporó directamente al ejército a la edad de 18 años, en 1943, decidiendo no demorar más su compromiso con su país en guerra.

Esta actitud de compromiso consigo mismo y con el mundo que le rodea se refleja en la evolución de sus creencias religiosas. Durante su estancia en Winchester reflexionó radicalmente acerca de su propia fe: primero se orientó hacia el ateísmo de la mano del cientifismo, pero gradualmente fue cambiando hacia el panteísmo, el teísmo judeocristiano y finalmente de vuelta al cristianismo. Su mayor reparo fue llegar a aceptar la creencia en la vida tras la muerte y reconoce que probablemente no tuviera entonces conciencia clara de lo que significaba la “resurrección de la carne” [PoMD: 4]. Dentro del cristianismo finalmente optó por el catolicismo, guiado por el argumento de que todas las demás iglesias cristianas proceden de un acto de separación respecto a la romana. Cuando se incorporó al ejército ya había tomado la determinación de hacerse católico. Para gran disgusto de sus padres, fue recibido en el catolicismo en febrero de 1944 y, a pesar de algunas crisis de fe y dudas, hoy confía en morir católico.

Aunque Dummett justifica que las razones de sus creencias religiosas, y de sus dudas, son más filosóficas que emotivas, lo cierto que bien pudiera ser lo contrario y que la raíz afectiva fuera lo que determinara todos sus compromisos vitales, tanto religiosos como políticos. Lo mismo los actos de su vida que sus reflexiones nos revelan a una persona profundamente preocupada por el sufrimiento de los demás, especialmente cuando este sufrimiento es provocado por otros seres humanos. Uno de sus mayores motivos de duda religiosa para el cual no ha encontrado ninguna solución procede de cómo compaginar el sufrimiento de los seres humanos con la bondad divina, especialmente se siente conmovido por aquellas personas que sufren una muerte indigna. ¿No es acaso su compromiso filosófico, político o religioso una respuesta a su empatía contra las injusticias y las indignidades?

Durante su permanencia en el ejército comenzó su entrenamiento para el cuerpo de artillería, pero pronto pasó a Inteligencia, aprendiendo japonés (solo escrito) y siendo enviado a la India, donde su madre había nacido y se había criado, y donde llegó a conocer y amar a sus gentes. La bomba lanzada sobre Hiroshima le llevó a plantearse dejar un ejército en cuya alianza se había cometido tal masacre. Antes de ser desmovilizado fue enviado a Karachi, Singapur y por último a Taiping (Malasia), encargándose de tareas ya más políticas que militares. Allí tomó contacto con un país con una gran diversidad cultural y racial y brotó en Dummett su odio profundo hacia el racismo y especialmente contra el mito de la superioridad racial “blanca”.

Una vez desmovilizado y de vuelta en Gran Bretaña en septiembre de 1947 ingresó en el *Christ Church College* para seguir los estudios de *P.P.E.* (Filosofía, Política y Economía), considerando como tutores suyos a James Urmson y a Elizabeth Anscombe, albacea y traductora de Wittgenstein. La inclinación definitiva hacia la filosofía ocurrió durante la preparación de sus *Finals* mientras estudiaba una recopilación de escritos sobre filosofía de las matemáticas que incluían desde el *Teeteto* de Platón hasta los *Grundlagen* de Frege. Dummett quedó impresionado por la precisión y la claridad conceptual de Frege.

Tras superar sus *Finals* intentó entrar en el cuerpo diplomático pero no pasó la entrevista, entonces optó por examinarse para el *Prize Fellowship* en el *All Souls' College* y consiguió la plaza.¹

Sin embargo, a pesar de disfrutar de la residencia en el *College*, hubo de comenzar dando clases de Filosofía como asistente en Birmingham. En este tiempo leyó todo lo de Frege que cayó en sus manos, incluso en el original alemán con la ayuda de un diccionario, tan impresionado estaba por la lucidez y el rigor de su pensamiento. También en este 1951 conoció y se comprometió con Anne Chesney, con quien acabaría casándose antes de terminar el año. Anna ha sido su apoyo constante y su deleite a lo largo de su vida² y su compañera en su lucha contra el racismo.

Sus compromisos con la verdad y la justicia también le llevan a explorar intelectualmente terrenos tan poco comunes como los sistemas de votaciones electorales. Junto con Robin Farquharson, Dummett se introdujo en la teoría de

¹ Junto a los doctores que componen el claustro del *All Souls'* y que ingresan mediante elección de los otros miembros, el *College* admite cada año a dos graduados a través del *Prize Fellowship Examination*, un examen de cinco artículos increíblemente abiertos y generales.

² “She has been my constant support and delight throughout my life” [*PoMD*: 10].

votaciones y llegaron a proponer una conjetura, a saber, que no hay sistema de votación en el cual no se pueda alcanzar una ventaja votando tácticamente, que publicaron en *Econometrica*. En 1983 volvió a trabajar sobre teoría de las votaciones, descubriendo con sorpresa que la conjetura que propuso junto con Farquharson ya había sido demostrada por Alan Gibbard. Al año siguiente publicó *Voting Procedures* proponiendo una demostración alternativa e independiente. En su siguiente obra sobre el tema *Principles of Electoral Reform* prescindió del aparato matemático y expuso la teoría de las votaciones aplicada a las elecciones al parlamento, consiguiendo mayor éxito, y hasta fue tenida en cuenta por el Comité de Lord Jenkins para la reforma electoral (1997-98).

Su activismo contra los prejuicios racistas se fraguó definitivamente en 1955, cuando viajó a Berkeley para estudiar lógica matemática. Visitó a Quine y conoció a Church, a Kleene y a Davidson, con quien le ha unido una larga amistad. Y también en los Estados Unidos tomó contacto con la realidad social del racismo, comprometiéndose con la causa de los negros norteamericanos y llegando a conocer personalmente a Martin Luther King.

En el campo filosófico continuó con el estudio de Frege y de la lógica matemática y, a partir de buscar alternativas a la ley del tercero excluido, pasó a interesarse por el intuicionismo, al que quería ver libre de las amenazas de psicologismo y de solipsismo que había presentado en Brouwer. En 1957 fue reelegido para otros siete años como *Fellowship* en el *All Souls'*, visitó la Universidad de Ghana y rechazó por razones familiares un ofrecimiento para enseñar en Berkeley. Finalmente obtuvo la plaza universitaria de Profesor (*Readership*) de Filosofía de las Matemáticas en Oxford. En este periodo nacieron sus hijos: en 1957, Susanna; al año siguiente las mellizas Teresa y Judith (Judith, nacida con graves problemas cerebrales, moriría a los nueve meses); Paul en 1960; e incluso otro hijo que murió a los pocos días de nacer.

El núcleo de la investigación de Dummett en filosofía de las matemáticas partía de que las matemáticas intuicionistas eran una ejemplificación del eslogan de Wittgenstein “el significado es el uso”: las diferentes escuelas sobre el fundamento de las matemáticas surgían de diferentes concepciones del significado de los enunciados matemáticos. Sobre la base de sustituir la noción de “ser verdadero” un enunciado por la de “mostrar que es verdadero”, inició una refutación del realismo en matemáticas según el cual el valor de verdad de un enunciado matemático depende de una realidad independiente de nuestro conocimiento. El intuicionismo matemático se convertía no

solo en el mejor ejemplo del antirrealismo, sino también en el único no reduccionista y no-bivalente. La cuestión era si este antirrealismo matemático podía extenderse para sustentar la tesis de un antirrealismo global.

Es en torno al año 1964 cuando Michael Dummett decide dedicar todo el tiempo que sus obligaciones docentes le dejan libre a su compromiso antirracista. Abandonó incluso su libro proyectado sobre Frege y hasta llegó a pensar que había hecho naufragar su carrera como filósofo. Estos son los años de su mayor activismo en la lucha contra el racismo en Reino Unido. Colaboró en la fundación del *Comité de Oxford para la Integración Racial* (OCRI, en sus siglas inglesas), grupo que formó parte de la organización a nivel nacional *Campaña contra la Discriminación Racial* (CARD). En una ocasión fue arrestado por participar en un piquete contra una peluquería que había discriminado a sus clientes a causa de su origen y también colaboró activamente prestando apoyo personal y legal a los refugiados que eran rechazados al llegar al aeropuerto de Heathrow: “This was the most exhausting period of my life.” [PoMD: 21].³

También trabajó para fundar un *Consejo de Credos* (*Council of Faiths*), con la esperanza de que en torno a las creencias religiosas se pusiera en marcha una colaboración social en problemas de discriminación, pero finalmente el proyecto no prosperó por la negativa de la Iglesia Anglicana a formar parte del mismo. Junto con algunos miembros del CARD fundó una nueva organización JCWI (*Joint Council for the Welfare of Immigrants*) con la idea de que las diferencias ideológicas no obstruyeran la cooperación y la prestación de ayuda concreta. Esta etapa finalizó en 1968 con la desaparición del CARD tras las luchas internas por el poder. Sin embargo, nunca abandonó su compromiso contra el racismo y en 1980 presidió el comité independiente que investigó la muerte, a manos de la policía, de un manifestante contra el partido racista *National Front*. En 2001 apareció su libro *On Immigration and Refugees*, en que señala el racismo como la causa de las actuales leyes contra la inmigración y el asilo político.

A partir de 1968, con más tiempo y tranquilidad, pudo completar su libro sobre Frege, *Frege: Philosophy of Language* (1973), y lanzarse de nuevo a la filosofía. Es la etapa de mayor producción. Escribió, con la asistencia de Roberto Minio, su obra fundamental sobre el intuicionismo *Elements of Intuitionism* (1977). Queriendo

³ Fue el periodo más extenuante de mi vida.

dedicarse de lleno a la investigación filosófica, renunció a su puesto docente de *Readership* y optó y consiguió la plaza como *Senior Research* en el *All Souls'*. Fruto de sus conferencias en Harvard (*William James lectures*) de 1976 sobre las relaciones entre lógica y metafísica, y de sus trabajos en Oxford después sobre la justificación de las leyes lógicas por la teoría de la prueba, resultaría su obra *The Logical Basis of Metaphysics*, que sería compuesta años después en Stanford, en 1988. En 1979 alcanzó la cátedra *Wykeham* de Lógica, que ocuparía hasta su jubilación.

En medio de todo esto aparece otro de los campos de interés de Dummett, los juegos de cartas del Tarot. A partir de un juego de tales cartas que adquirió durante unas vacaciones en Francia, comenzó a investigar sobre la historia de estos juegos y ha llegado a ser una autoridad en la materia. Los juegos de cartas se ofrecían como un desafío de problemas intelectuales cuya solución carecía de la seriedad de los filosóficos y de la importancia de los raciales. Los encontraba un solaz.⁴ En 1980 publicó *The Game of Tarot*, cuyo mero título provocaba que pocos lo entendieran como un libro sobre el juego de cartas y no sobre ocultismo, aspecto del Tarot que en principio no interesaba a Dummett. Volvería a publicar sobre el Tarot una vez ya jubilado, en colaboración con Decker y Depaulis, *A Wicked Pack of Cards: The Origins of the Occult Tarot* (1996) y *A History of the Occult Tarot* (2002).

Sus escasas aportaciones publicadas en terreno de la ética incluyen una contribución a la obra *Objections to Nuclear Defence* (1984), con un artículo acerca de la inmoralidad que supone mantener amenazas bajo el principio de que no se llevarán a cabo, y también publicó un artículo sobre contracepción, tocando ya con sus preocupaciones religiosas. En este último campo escribió un artículo sobre “The Intelligibility of Eucharistic Doctrine” y un ensayo publicado en 1987 en *New Blackfriars* acerca de las diferencias en los credos de las iglesias ortodoxa y católica, que le ocasionó verse envuelto en una disputa para la cual tuvo que echar mano de todo su bagaje conceptual filosófico.

Tras su retiro en 1992 ha continuado impartiendo cursos y conferencias y reescribiendo aquellas partes de su pensamiento con que se encontraba insatisfecho o que consideraba inacabadas.

⁴ “It was a solace” [*PoMD*: 23].

Ontología y significado en Michael Dummett

En suma, en los campos de la filosofía, el activismo político, en su vida familiar, en sus creencias, en sus aficiones... Michael Dummett es un ejemplo de compromiso vital en la lucha por lo justo.

2. La filosofía de Michael Dummett

La naturaleza de la filosofía

Prácticamente toda obra de Dummett se centra en la elaboración de una teoría del significado como núcleo de su filosofía del lenguaje y en la aplicación de la misma a las matemáticas, la lógica y la metafísica. Pese a considerar de importancia fundamental otros campos de la filosofía como la teoría moral, la filosofía de la ciencia y la filosofía de la religión, no ha producido ninguna obra filosófica sobre estos temas y sus referencias a ellos son escasas.

Es en su obra *Nature and Future of Philosophy [N&FoP]* donde Dummett trata de modo más sistemático, y además divulgativo, la cuestión de la naturaleza de la filosofía y su relación con otros campos del saber.

Para Dummett la filosofía es una actividad del intelecto que solo requiere de la razón (no requiere de la experiencia, a diferencia de las ciencias empíricas) y que no tiene aplicaciones (a diferencia de las matemáticas). La filosofía es un tema “de sillón”.

En cuanto a su objeto, la filosofía es una reflexión de segundo orden, pues no se dirige directamente hacia el mundo sino hacia los resultados de las otras ciencias, es decir, trata acerca de lo que tratan las matemáticas y las otras ciencias, pero también trata acerca de lo que trata la propia filosofía.

La posición de Dummett no acepta lo que él denomina como “naturalismo” filosófico de Quine o “escepticismo” de Wittgenstein.⁵ La concepción de Quine sitúa la filosofía como la más abstracta de las ciencias, pero al fin y al cabo una ciencia más, que busca construir una teoría naturalista del conocimiento y de la mente. La concepción de Wittgenstein ve la filosofía como un análisis de los resultados de las otras ciencias, que no proporciona conocimientos, tan solo aclara y disuelve confusiones en los conocimientos obtenidos por otras fuentes: la filosofía nos ayuda a ver el mundo correctamente. El naturalismo de Quine acabaría reduciendo la filosofía a lingüística o a psicología. El “escepticismo” de Wittgenstein impediría a la filosofía ofrecer resultados propios, no habría verdades filosóficas. En suma, para Dummett la filosofía es análisis de los resultados de las otras ciencias, pero estos análisis también proporcionan resultados que a su vez necesitan ser analizados.

⁵ No entraremos a discutir ahora si el escepticismo está en el propio Wittgenstein o tan solo en alguna de las interpretaciones sobre Wittgenstein, como la de Kripke.

Desechados el naturalismo y el escepticismo, para aclarar los conocimientos de las otras ciencias, a la filosofía no le queda otro método que recurrir al análisis de conceptos. En cierto modo la matemática también procede por análisis de conceptos, pero los conceptos de las matemáticas son definidos previamente y con precisión, de modo que el análisis no se sale de marco de lo definido. Por el contrario, en filosofía se trabaja sobre conceptos que ya poseemos pero que son confusos, y el único método de deshacer esa confusión es el análisis de las expresiones de nuestro lenguaje.

¿Qué relación hay entonces entre la filosofía y la realidad? ¿Es la filosofía un mero análisis de conceptos que no tiene nada que ver con el mundo? Y este análisis ¿es análisis de conceptos o análisis de los términos lingüísticos con los que los expresamos? La respuesta la ofrece Dummett desde su posición como filósofo del lenguaje: la realidad es pensada con conceptos y los conceptos son expresados mediante el lenguaje.

It [the philosophy] concerns our view of reality by seeking to clarify the concepts in terms of which we conceive of it, and hence the linguistic expressions by means of which we formulate our conception [N&FoP: 11].⁶

Aunque Dummett no llega a afirmar la identidad entre realidad, pensamiento y lenguaje, metodológicamente sí que establece su equivalencia. En primer lugar, el lenguaje no se identifica con el pensamiento pero sí hay una prioridad -en el orden de la explicación- del lenguaje sobre el pensamiento, de modo que el lenguaje es el medio disponible, el único para nosotros, para acceder al pensamiento. Es posible admitir la existencia de pensamiento al margen del lenguaje, pero a efectos prácticos es como si no existiera, pues no tenemos posibilidad de alcanzar un conocimiento sistemático de tal pensamiento alingüístico. Una teoría del lenguaje es en la práctica la única forma en que podemos desarrollar una teoría del pensamiento. En segundo lugar, sin llegar a plantear todavía si en Dummett hay una identificación entre pensamiento y realidad, lo que se afirma es que el pensamiento es el único medio en que podemos concebir qué y cómo sea la realidad. Plantearse la existencia de una realidad al margen de nuestros medios de llegar a concebirla y pensarla es un sinsentido; la noción de una realidad independiente de nuestro conocimiento actual o posible de ella carece de todo valor heurístico.

⁶ [La filosofía] se ocupa de nuestra visión de la realidad buscando clarificar los conceptos en términos de los cuales la concebimos, y por tanto clarificar las expresiones lingüísticas por medio de las cuales formulamos nuestra concepción.

La defensa de estas dos tesis es lo que hace de Dummett un filósofo analítico y antirrealista. Es analítico porque parte de la prioridad del lenguaje como único medio posible de ofrecer una filosofía sistemática. Es antirrealista porque rechaza la noción de una realidad que exista independiente de nuestra capacidad de conocerla. Más aún, es antirrealista porque es analítico (su antirrealismo es una consecuencia de ser analítico). Porque la prioridad del lenguaje le lleva a fundamentar su metafísica antirrealista sobre la base de una teoría del lenguaje: como hemos de ver, la metafísica ha de ser una consecuencia de la teoría del significado que consideremos apropiada para dar una explicación de las expresiones de nuestro lenguaje.

La filosofía como filosofía del lenguaje

Por consiguiente, la filosofía se concibe como análisis lingüístico, desmarcándose del naturalismo pero también aportando al análisis de Wittgenstein la búsqueda de sistematicidad: la filosofía tiene contenido, no es una mera clarificación de los contenidos de las otras ciencias, produce conocimientos y resultados, hay verdades filosóficas. La filosofía se postula como la gramática del pensamiento (*the grammar of thought*): qué tiene o no tiene sentido decir y por tanto qué puede o no ser pensado inteligiblemente.

La expresión “gramática del pensamiento” la recoge Dummett a partir de lo que Wittgenstein⁷ llama “observaciones gramaticales” (*grammatical remarks*) y, aunque “gramática” suele referirse solo a reglas sintácticas, en este caso, tanto en Dummett como en Wittgenstein, abarca también, y sobre todo, reglas semánticas: si nos preguntamos por “lo que tiene *sentido* decir” no nos hemos de limitar a obtener cadenas de expresiones bien formadas, también han de ser expresiones con *significado*.

En el punto de partida de la filosofía como gramática del pensamiento (filosofía como análisis del lenguaje) se encuentra, por tanto, la semántica, la cual es el corazón de una teoría del significado. Una teoría semántica explica cómo el valor de verdad (o valor semántico) de una sentencia está determinado por el valor de semántico de las expresiones que la constituyen. A su vez, una teoría del significado explica cómo el significado de una sentencia (sea el significado de la sentencia entendido como su condición de verdad o como su demostrabilidad) está determinado por el significado de

⁷ *Investigaciones filosóficas* § 371: “Essence is expressed by grammar”.

las expresiones que la constituyen. Asimismo, una teoría del significado, y por tanto, también una teoría semántica, pueden tener consecuencias en la teoría metafísica que adoptemos: cuestiones sobre la naturaleza de la realidad dependen de la estructura de nuestro modo de pensar sobre la realidad y por tanto dependen de las respuestas acerca de cómo podemos hablar de la realidad.

Knowledge consists in the apprehension of the truth of propositions, and propositions can be communicated only by means of language. It is therefore only through the analysis of linguistic meaning that we can attain an insight into the structures of our thought. The structure of thought is the primary concern of philosophy, since it is in thought that we apprehend reality [*N&FoP*: 17].⁸

Con todo, este maravilloso instrumento para expresar nuestros pensamientos que es el lenguaje no es completamente perfecto, por tanto, la filosofía como análisis de conceptos no solo ha de describirlos sino también criticarlos: la filosofía del lenguaje no solo es descriptiva sino también normativa.

Hay dos elementos en el pensamiento cuyo desajuste es causa de los defectos del lenguaje. Cuando aplicamos un concepto o desarrollamos un pensamiento podemos en primer lugar fijarnos en su condición de *verdad* o en su carácter *asertórico*, por el cual aceptamos o afirmamos su contenido. Pero también podemos tener en cuenta las *consecuencias* de aceptar tal pensamiento. En un lenguaje perfecto, libre de defectos, habría armonía entre estos dos aspectos: de un enunciado que hemos aceptado deberíamos extraer solo las consecuencias que las condiciones que garantizan su verdad o su afirmación nos permite extraer. Pero nuestra práctica lingüística común no asegura tal armonía, nuestras convenciones sociales a menudo nos inducen a extraer consecuencias que no están garantizadas por las condiciones de verdad o de afirmabilidad de la sentencia. Ejemplos de esta falta de armonía son los prejuicios y la superstición, donde a partir de un concepto extraemos consecuencias no garantizadas a

⁸ El conocimiento consiste en la aprehensión de la verdad de las proposiciones, y las proposiciones pueden comunicarse únicamente por medio del lenguaje. Por tanto, solo a través del análisis del significado lingüístico podemos alcanzar una comprensión de las estructuras de nuestro pensamiento. La estructura del pensamiento es el asunto primario de la filosofía, en cuanto que es con el pensamiento como aprehendemos la realidad.

partir del propio concepto⁹. La filosofía del lenguaje se abre así hacia el compromiso moral y político, el análisis de los conceptos es también crítica de los mismos, crítica de los defectos ocultos en nuestro lenguaje.

Conceptual analysis is therefore not a matter solely of describing how things are with our conceptual system, but of criticizing and improving it: it is in part a creative enterprise [*N&FoP*: 112].¹⁰

A partir de su concepción de la filosofía como gramática o análisis del pensamiento, Michael Dummett ofrece una metáfora del trabajo de la filosofía como una senda serpenteante que gira a menudo sobre sí misma pero que avanza hacia la verdad. Si la filosofía fuera solo una búsqueda de clarificación de las verdades que ya conocemos, no habría lugar para el progreso en filosofía

... and if philosophy makes no progress, it is not worth wasting any time on it [*N&FoP*: 148].¹¹

¿Cuáles son los temas de la investigación filosófica? La filosofía se enfrenta a problemas cuya solución no conocemos. Dummett relaciona diversos problemas que podríamos agrupar como cognoscitivos, éticos y trascendentes.

Entre el primer grupo se encuentran temas como los siguientes: la relación entre el cuerpo y la mente, qué es la conciencia, si puede haber mente sin cuerpo, la naturaleza del tiempo, los límites de nuestras descripciones del universo... Los problemas éticos incluyen temas como la libertad de nuestras acciones, el fundamento de la moralidad, la naturaleza de los valores morales... Y por último, los problemas trascendentes (o religiosos): el sentido de la creencia en la existencia después de la muerte, el merecimiento de recompensas o castigos por nuestras acciones... y la existencia de Dios.

⁹ There is, however, no guarantee that a common linguistic practice, governed by general social conventions, will ensure such harmony. The most obvious examples of disharmony spring from prejudice and superstition [*N&FoP*: 112]. (No hay, sin embargo, garantía de que una práctica lingüística común, gobernada por convenciones sociales generales, asegure tal armonía. Los ejemplos más obvios de falta de armonía nacen del prejuicio y la superstición).

¹⁰ El análisis conceptual es por tanto un tema no solo de describir cómo son las cosas a través de nuestro sistema conceptual, sino también de criticarlo y mejorarlo: es parte de una empresa creativa.

¹¹ ... y si la filosofía no hace progresos, no merece la pena perder el tiempo con ella.

Ciencia y filosofía

El primer grupo de problemas marca la relación entre filosofía y ciencia. La ciencia continuamente está arrojando nuevos desafíos a la filosofía: la naturaleza del tiempo, la naturaleza de la materia (ondulatoria o corpuscular), los límites temporales y espaciales del universo... Estos desafíos no pueden ser resueltos por la observación y la experimentación, sino que requieren reflexión filosófica. Quizá la filosofía no sea capaz de dar una respuesta definitiva e irrefutable a estos problemas, pero Dummett está convencido de que el progreso en filosofía es posible:

Philosophical progress unquestionably occurs, but it is exceedingly slow [N&FoP: 22].¹²

El incuestionable progreso de la ciencia contrasta con el frágil progreso de la filosofía. En filosofía el progreso consiste en buscar nuevas distinciones que antes no habíamos percibido. La ciencia nos proporciona nuevos hechos de la realidad para lo cual a menudo tiene que formar nuevos conceptos con los que establecer tales hechos. La filosofía busca clarificar nuestros conceptos, tanto los cotidianos como los introducidos por la ciencia. Ambas tareas, ciencia y filosofía, son complementarias:

It is no paradox that science should throw up new puzzles for philosophy to resolve. Science and philosophy are no rivals; both are concerned to improve our picture of reality, but in quite different ways [...]. The two are complementary: both are engaged in mankind's long quest for truth [N&FoP: 30].¹³

Uno de los ejemplos más claros de que la filosofía se ocupa de temas a los que la ciencia no llega es la cuestión de la naturaleza de las descripciones de la realidad que la teoría física ofrece: ¿es la teoría física una auténtica descripción de la realidad o es un

¹² El progreso en filosofía sucede incuestionablemente, pero es sumamente lento.

¹³ No es paradójico que la ciencia deba lanzar nuevos interrogantes que resolver a la filosofía. La ciencia y la filosofía no son rivales; ambas se ocupan de mejorar nuestro cuadro de la realidad, pero en modos bastante distintos [...] Las dos son complementarias: ambas están comprometidas en la humana larga búsqueda de la verdad.

mero instrumento de cálculo? Esta discusión es de naturaleza metafísica, no física, y ocupa toda la trayectoria filosófica de Dummett.

Pero quizá el desafío mayor que la física presenta a la filosofía proviene de la mecánica cuántica: ¿cómo puede la filosofía ofrecer una interpretación coherente y adecuada de la desconcertante realidad cuántica en donde los conceptos habituales de individuo, tiempo, determinismo... saltan en pedazos? Este es uno de los retos que Dummett lanza a la filosofía actual: ¿en qué medida su propuesta filosófica antirrealista o justificacionista sobre el tiempo y la naturaleza de la realidad encaja con los resultados de la mecánica cuántica?

Moral y filosofía

Es sorprendente que para la enorme cantidad de tiempo y esfuerzo que Dummett ha dedicado a su activismo moral y político, especialmente contra el racismo, tanto mediante escritos como con su participación activa en asociaciones de ayuda a refugiados, no haya producido sin embargo ninguna obra de filosofía moral y solo aparezcan referencias al tema desperdigadas a lo largo de su obra. Dummett se escusa diciendo que no todo filósofo está obligado a producir una ética. Por ejemplo, Frege no lo hizo y no es algo que Dummett eche de menos:

Indeed I'm not sure that I should have liked his *Ethics* if he'd written one [OoAP: 195].¹⁴

De este modo tan británico, Dummett despacha el horror que le produjo descubrir las ideas políticas de Frege, en particular sobre el racismo.¹⁵

Siendo Dummett un activista contra el racismo y defensor de los refugiados, esta labor la toma como un compromiso moral que no viene dictado por su postura filosófica pero que sí es coherente con ella: las ideas político-morales y las filosóficas solo tienen una conexión general.¹⁶

¹⁴ De hecho, no estoy seguro de que me debería haber gustado su *Ética* si la hubiera escrito.

¹⁵ En el Prefacio a la primera edición de su obra *FPolE* narra el impacto que le produjo descubrir en los *Diarios* de Frege que éste, al menos al final de su vida, fue “a virulent racist, specifically an anti-semite” [FPol: xii] (un virulento racista, específicamente un antisemita).

¹⁶ I do not think I could have respected myself as a philosopher if I had not undertaken that work: I should have felt that all my engagement with philosophy was a sham. But it's only in that general sense that

Religión y filosofía

En cuanto a las relaciones entre religión y filosofía, siendo también Dummett creyente convencido (converso al catolicismo a los 19 años) y escritor de artículos dedicados al tema religioso, tampoco ha desarrollado una filosofía de la religión como tal. Admitido que la ciencia y la filosofía no son rivales sino complementarias, tampoco para Dummett habrá rivalidad entre religión y filosofía. Pero en primer lugar, ¿de qué trata la religión?, ¿tiene que ver con hechos o solo con creencias?

La religión establece hechos, puesto que los hechos son proposiciones verdaderas¹⁷ y la religión exige la aceptación de ciertas proposiciones como verdaderas. No hay proposición verdadera que no establezca hechos, pero esto no quiere decir que estos hechos se establezcan por observación: así Dummett admite que hay hechos observables (verdades factuales) y hechos no observables (verdades no-factuales). Lo cual es evidente cuando lo aplicamos a las matemáticas: llamar “hechos” a las verdades matemáticas puede parecer extraño, pero es correcto dada la definición de hecho como proposición verdadera. Podríamos decir que las matemáticas se componen de “*hechos* no-empíricos”, si se nos permite la expresión. Y hasta aquí esta postura es coherente con el antirrealismo de Dummett. Pero, ¿qué quiere decir que los hechos establecidos por la religión son no-observables? Hay hechos religiosos que son observables, como la resurrección de Jesús (habría sido observado por sus discípulos), pero otros que no son observables, como la inmaculada concepción de la Virgen (no se puede observar la carencia del pecado original en una persona). ¿Cómo puede establecerse la verdad de una proposición que no es empírica, ni lógica, ni matemática? De acuerdo con un antirrealismo (justificacionismo) como el de Dummett la verdad de una proposición empírica se justifica en la experiencia, la de una proposición lógica en el análisis y la de

there was any connection with my philosophical ideas [OoAP: 194]. (No creo que pudiera haberme respetado a mí mismo como filósofo si no hubiera emprendido esta tarea: hubiera sentido que todo mi compromiso con la filosofía era una farsa. Pero solo en ese sentido general hay alguna conexión con mis ideas filosóficas).

¹⁷ En el apartado sobre metafísica (*Parte VI. La metafísica antirrealista: 3. Lenguaje y realidad*), estudiaremos detenidamente la relación entre hechos y proposiciones: los hechos *son* proposiciones verdaderas, puesto que es mucho más problemático mantener que a los hechos les *corresponden* proposiciones verdaderas. La razón es que la estructura de la proposición no puede corresponder con la estructura de los hechos, pues habría de haber hechos afirmativos-negativos, generales-particulares, hipotéticos-categoricos...

una proposición matemática la justificación la proporciona la construcción de una prueba (intuicionismo), pero ¿cuál es la justificación de una proposición de fe?

Dummett propone que la justificación las proposiciones de una fe religiosa es similar la ofrecida por la mecánica cuántica:

In both cases [the believer and the scientist] he is confronted by a proposition or theory that he takes himself to have good reason to accept as true, but that is very difficult to understand or show to be consistent; only philosophical reflection on it can attain such an understanding or resolve its apparent inner contradictions [*N&FoP*: 41].¹⁸

Resulta sorprendente que Dummett recurra a comparar la justificación de la fe religiosa con la mecánica cuántica. La teoría cuántica es una teoría científica construida a partir de hechos de observación, que, si bien es discutible su interpretación, siempre ha de ser confrontada con hechos empíricos. Por el contrario, las creencias religiosas se construyen sobre *hechos* no-observacionales, procedentes de la revelación (no de la razón, como en las matemáticas), cuya verdad no puede ser confrontada más que con su propia coherencia dentro de la fe religiosa. Por esto, los principios del justificacionismo de Dummett y su metafísica antirrealista son difícilmente aplicables, a nuestro parecer, a la justificación de la fe religiosa.

También es de difícil aceptación la postura de Dummett sobre los argumentos demostrativos de la existencia de Dios. La existencia de Dios ha querido ser probada por dos métodos principales, por la mera razón (en el argumento ontológico), o a partir de hechos observables (en las vías tomistas). Como veremos más adelante,¹⁹ para Dummett sí ha de ser posible demostrar la existencia de Dios, aunque todavía no se haya conseguido. El argumento demostrativo de la existencia de Dios habría de basarse en que, cuando otorgamos sentido a nuestra aceptación de leyes morales, dicho sentido solo puede fundarse en la existencia de un legislador supremo. Además, desde una lógica intuicionista que niega la validez general del principio de tercero excluido, la única demostración posible de que somos incapaces de probar la existencia de Dios

¹⁸ En ambos casos, [tanto el creyente como el científico] se enfrenta a una proposición o teoría para la cual tiene él mismo una buena razón para aceptarla como verdadera, pero que es muy difícil comprender o mostrar que es coherente; solo la reflexión filosófica sobre ello puede lograr tal comprensión o resolver sus contradicciones internas aparentes.

¹⁹ *Parte VI. La metafísica antirrealista: 5. Más allá de la metafísica: Dios*

sería demostrar que Dios no existe, e, inversamente, el único argumento válido de que es posible demostrar la existencia de Dios sería demostrar que Dios existe.

Aunque para Dummett fe religiosa y la metafísica tienen áreas de trabajo en común, la metafísica no impide la fe ni la fe dispensa de hacer metafísica. Las creencias religiosas tienen mucho que ver con la realidad, así por ejemplo, la noción de *cosa en sí* está íntimamente relacionada con la noción de la existencia de Dios. Pero la fe religiosa no nos dispensa de hacer metafísica, al contrario, la posesión de una fe religiosa da mucha más tarea al metafísico al enfrentarse con cuestiones que el metafísico no creyente despacharía de un plumazo.

Contra el relativismo

Pese a lo que pareciera desprenderse de sus creencias religiosas, o quizá por ello mismo, la filosofía de Dummett se sitúa decididamente contra el relativismo: la filosofía tiene contenido y realiza progresos. Tampoco realiza concesiones al pragmatismo, aunque la búsqueda de armonía en el lenguaje que antes hemos mencionado pudiera parecer que acerca a Dummett hacia posturas pragmatistas. Lejos de eso, la armonía en el lenguaje procede de considerar la justificación de nuestras sentencias bajo el principio de *afirmar su verdad* y bajo el principio de *aceptar las consecuencias*. Pero la relación entre verdad y justificación, no significan la reducción de una a la otra. Dummett [T&P: 97 y ss.] ve que su propio justificacionismo no es pragmatista, a diferencia por ejemplo del de Rorty.

Para Rorty,²⁰ la verdad y su justificación serían una y la misma actividad, pues al definir la verdad como un “acuerdo razonable” (*reasonable agreement*), podríamos prescindir del concepto de verdad y emplear el de justificación. Ahora bien, como la justificación es aquí relativa a la audiencia a la que se dirige, no hay un criterio universal y absoluto de progreso, tan solo local y relativo. Este justificacionismo de Rorty, para Dummett, aboca hacia un pragmatismo y de este pragmatismo quiere distanciarse por sus concomitancias con el relativismo.

²⁰ Rorty: “Is Truth a Goal of Inquiry? Donal Davidson versus Crispin Wright”, in *Philosophical Quarterly* 45, July 1955, 281-300, repr. en *Philosophical Papers, Vol. 3: Truth and Progress*, Cambridge: Cambridge University Press, 1998, pp. 19-42. También en Rorty [1988] *Truth and Progress: Philosophical Papers*. Publishers: Cambridge University Press, p. 49.

Efectivamente, uno de los mayores problemas con que se enfrenta un filósofo del lenguaje como Dummett es el relativismo. Relativismo en el ámbito del lenguaje consiste en mantener que una palabra o expresión no tiene significado en sí misma sino en cuanto que pertenece a un lenguaje concreto. Lejos del relativismo, Dummett se propone elaborar una teoría *sistemática* del significado.

¿Cómo conjugar esta sistematicidad dentro de una filosofía entendida como estudio del lenguaje? En una teoría del significado para un lenguaje el significado de cada palabra o expresión viene dado por las reglas de su uso, reglas que son válidas para todos los hablantes del lenguaje.

The rules of a language rest on general agreement among its speakers [*N&FoP*: 139].²¹

Cada palabra de nuestro lenguaje tiene el significado que tiene, no en virtud de lo que le asigna un acto mental del hablante, sino en cuanto que está gobernada por las reglas de su uso, reglas que son válidas para todos los hablantes del lenguaje. No hay autoridad que haga respetar estas reglas, tan solo hay una práctica común. Por esta razón las reglas pueden ser rotas y la práctica cambiar. Pero las reglas están ahí en cuanto que hay posibilidad de error y esta posibilidad del error es lo que el relativismo no es capaz de explicar.

Sin embargo, la caracterización del significado de una palabra como las reglas que gobiernan su uso no disuelve todo el riesgo de relativismo, pues si bien el significado ya no depende de la decisión de un hablante, puede continuar dependiendo del lenguaje concreto en que nos encontremos. Es decir, que el significado ya no sea relativo a cada hablante individual no elimina la posibilidad de que el significado sea relativo a cada lenguaje concreto, a cada “forma de vida”, para emplear la expresión de Wittgenstein. Este relativismo de los lenguajes particulares se mantendría escéptico acerca de la posibilidad de traducción entre diversas lenguas, e incluso acerca de la posibilidad de aprender otras lenguas.

El argumento definitivo contra el relativismo del lenguaje lo constituye el argumento contra el lenguaje privado, que Dummett [*N&FoP*: 140-4] recoge de Wittgenstein [*Philosophical Investigations* §256-271]. Un lenguaje privado sería aquel

²¹ Las normas de un lenguaje descansan en el acuerdo general de sus hablantes.

que solo un hablante comprendiera, por ejemplo cuando el significado de ciertas palabras está asociado a sensaciones absolutamente privadas (por ejemplo, un dolor) que ningún otro puede experimentar. Cuando hablamos de lenguaje privado no nos referimos a un lenguaje que *de hecho* solo comprende una persona sino que *de principio* solo es comprendido por un individuo. El último hablante de una lengua que se extingue no sería un ejemplo de lenguaje privado, pues este hablante aprendió a hablar la lengua en una sociedad. Tampoco el primer inventor de un lenguaje usa un lenguaje privado pues siempre puede ensañarlo a otros o traducirlo a otras lenguas. Un lenguaje privado no se podría aprender ni enseñar ni tampoco traducir a otras lenguas.

Para Wittgenstein la existencia de un lenguaje privado es incoherente, pues el significado de una palabra no es otra cosa que la regla de su uso o aplicación, y solo este uso permite distinguir entre una aplicación correcta y otra incorrecta. Por el contrario, en un lenguaje privado se pretende que el significado de la palabra venga dado por una definición ostensiva privada, y entonces no hay criterio de corrección posible, porque podría fallar la memoria de la persona o bien la asociación entre palabra y significado, y nadie lo notaría.

El experimento mental de Wittgenstein del *escarabajo dentro de la caja* [Investigaciones...§293] muestra la coincidencia entre las posiciones de Wittgenstein y de Dummett. Si un grupo de personas tuviera cada uno una caja en cuyo interior solo uno mismo pudiera mirar y todos ellos llamaron “escarabajo” a lo que hay dentro de su caja, entonces la palabra “escarabajo” no sería nombre de nada, de ningún objeto en el interior de la caja, sino una regla de uso, una práctica común del juego del lenguaje usado por los hablantes. Usar una palabra es seguir una regla y esto es una *práctica*; porque *pensar* que se sigue una regla no es lo mismo que seguirla. Solo hay una práctica cuando otros pueden juzgar la regularidad de la práctica.

El justificacionismo de Dummett mantiene el requisito de manifestabilidad: la justificación de una aserción ha de poder ser pública y manifiesta, o de lo contrario no es una justificación. Este justificacionismo de Dummett es una forma de antirrealismo en cuanto que prohíbe hacer aserciones sobre las que no hay posibilidad de justificación. Siguiendo a Wittgenstein, para afirmar algo es preciso que ese algo sea público y manifiesto mediante el lenguaje... La idea de un lenguaje privado es en sí misma incoherente y el escarabajo dentro de la caja no es algo real en sí mismo sino tan solo una regla de uso en la práctica común del juego del lenguaje.

No one can have a language save as a member of a society that has the common practice of using that language [*N&FoP*: 142].²²

Por tanto, el significado es relativo a un lenguaje y por ende, a una comunidad lingüística. La cuestión es si también la verdad de nuestras afirmaciones y creencias es relativa a la comunidad a que pertenecemos. De tal modo, que si un individuo tiene una creencia errónea la comunidad puede advertirle de su error, pero ¿y si el error pertenece a la comunidad entera? ¿Si una comunidad acordara unánimemente que el Sol se mueve en torno a la Tierra, será esto entonces verdadero para tal comunidad?

De acuerdo con la teoría del significado justificacionista, quien conoce el significado de un enunciado debe ser capaz de reconocer las evidencias de su verdad cuando se le presenten, con lo cual también ha de ser capaz de reconocer las contraevidencias y ha de estar dispuesto a corregir sus afirmaciones. La búsqueda de la verdad es un camino sinuoso con vueltas y revueltas pero que finalmente avanza.

Frente a la visión escéptica de Wittgenstein ofrecida por muchos de sus intérpretes –como en Kripke²³–, Dummett mantiene siempre su distancia frente al relativismo:

The thesis of the relativity of truth is no more than a confusion engendered by a vivid awareness of the variation in the cultures of different times and places, and in the concepts then and there employed [*N&FoP*: 144].²⁴

El futuro de la filosofía

Formado en la filosofía analítica anglosajona, gran conocedor e intérprete de Frege, Michel Dummett se encuentra en una posición privilegiada como puente entre las dos tradiciones filosóficas hoy dominantes, la anglosajona y la continental. En concreto, a Dummett se le debe el esfuerzo de hacer de un filósofo “continental” como Frege el padre de la tradición analítica en filosofía. Sin ceder un ápice en su posición propia de

²² Nadie puede poseer un lenguaje excepto como miembro de una sociedad que tiene la práctica común de usar tal lenguaje.

²³ Saul Kripke [1982]. *Wittgenstein on Rules and Private Language*. Harvard University Press.

²⁴ La tesis de la relatividad de la verdad no es otra cosa que una confusión engendrada por la vívida conciencia de la variación en las culturas de tiempos y lugares diferentes, y en los conceptos allá y entonces empleados.

filósofo de escuela del lenguaje,²⁵ Dummett propone un puente que una ambas tradiciones.

The prospects for a reconciliation between analytic philosophy and the hermeneutic and phenomenological traditions are better than they were forty years ago [*N&FoP*: 149-50].²⁶

Propone un puente de contacto entre la tradición analítica y la tradición fenomenológica y hermética por medio de la filosofía de la mente.

The best point of contact between philosophers of divergent traditions surely lies in the philosophy of mind [*N&FoP*: 150].²⁷

El mayor peligro de separación es el cientifismo que prevalece en la filosofía americana. El mayor reto es la falta de filósofos capaces de enfrentarse a las cuestiones planteadas por la física contemporánea.

Respecto a su propio proyecto filosófico, Dummett espera que pronto sea la filosofía analítica capaz de zanjar la disputa sobre el realismo, especialmente que ofrezca una respuesta a la opción entre las matemáticas y la lógica clásicas y las intuicionistas.

²⁵ I believe it was analytic philosophy that took the most fruitful path: the study of language, both of how it works in general and of its particular features, has been far more fruitful than phenomenological intuition of essences [*N&FoP*: 149]. (Creo que fue la filosofía analítica la que tomó la más fructífera senda: el estudio del lenguaje, tanto sobre cómo funciona en general como sobre sus características particulares, ha sido mucho más fructífero que la intuición fenomenológica de esencias).

²⁶ Las perspectivas de una reconciliación entre filosofía analítica y las tradiciones hermenéutica y fenomenológica son mejores de lo que fueron hace cuarenta años.

²⁷ El mejor punto de contacto entre filósofos de diferentes tradiciones se encuentra con seguridad en la filosofía de la mente.

3. Dummett: una filosofía del lenguaje

Si hubiéramos de poner una etiqueta a la producción filosófica de Michael Dummett, esta sería la de *filósofo del lenguaje*. Todos los otros campos filosóficos en que ha trabajado (lógica, matemáticas, metafísica, incluso moral y religión) tienen como suelo previo el de la filosofía del lenguaje.

Filósofos del lenguaje vs. filósofos del pensamiento

¿En qué consiste la filosofía del lenguaje? Dummett identifica la filosofía del lenguaje con la genuina filosofía analítica, una filosofía cuya tarea consiste en el análisis del lenguaje. Es la discusión sobre la prioridad entre pensamiento y lenguaje el hilo conductor que le permite caracterizar a la filosofía del lenguaje en oposición a la filosofía del pensamiento. El propio Dummett se inscribe a sí mismo dentro de la escuela de los filósofos del lenguaje, que junto a los filósofos del pensamiento constituyen las dos escuelas de principales de filosofía en el siglo XX.

In this dispute, I am myself strongly on the side of the linguistic school [T&R: 21].²⁸

De acuerdo con Dummett, el punto de partida de los filósofos del pensamiento es la aceptación de que son posibles pensamientos sin lenguaje: es posible dar cuenta de la estructura del pensamiento sin tener en cuenta los medios de expresar lingüísticamente estos pensamientos. Por el contrario, la escuela de la filosofía del lenguaje vincula nuestra capacidad de captar pensamientos a nuestra capacidad para expresarlos en el lenguaje: el único medio de aprehender tales pensamientos es aprender a expresarlos y comunicarlos mediante el lenguaje.

¿Cómo podemos aprehender nuestros pensamientos? La respuesta de los filósofos de la escuela lingüística es rápida: por medio del lenguaje en que los expresamos. Por tanto, la tarea primera y más importante de la filosofía será la elaboración de una teoría del significado para nuestro lenguaje. Una teoría del significado para las palabras y expresiones de nuestro lenguaje habrá de explicar en qué consiste para una

²⁸ En esta disputa, yo mismo estoy claramente en el lado de la escuela lingüística.

palabra o expresión de nuestro lenguaje tener el significado que tiene, esto es, habrá de mostrar qué diferente tipo de significado se le asigna a cada uno de los diferentes tipos de palabras y expresiones de nuestro lenguaje, como nombres, predicados, sentencias... Y este va a ser fundamentalmente todo el primer quehacer filosófico de Dummett: la elaboración de una teoría del significado para nuestro lenguaje.

La mayor dificultad de la filosofía del pensamiento radica precisamente en el desafío de cómo elaborar una teoría del pensamiento. Esta teoría del pensamiento tendría que desempeñar un papel similar al que la teoría del significado desempeña en la explicación filosófica de cómo funciona el lenguaje para los filósofos del lenguaje. Lo mismo que una teoría del significado explica qué es para una sentencia tener el significado que tiene, una filosofía del pensamiento debería explicar que es para un pensamiento tener el contenido que tiene: habría de mostrar cuál es la unidad teórica básica del contenido del pensamiento, distinguir entre pensamientos atómicos y complejos y mostrar cómo el contenido de los pensamientos complejos depende del contenido de sus constituyentes.

Llevar a cabo tal tarea sin apoyarse en el lenguaje no solo es realmente difícil de cumplir sino quizá imposible, o al menos nadie la ha realizado hasta el momento ni ha indicado el modo de cómo realizarla.

Frege como filósofo del pensamiento y del lenguaje

Frege, siendo un filósofo de la escuela del pensamiento, sin embargo sentó las bases para la realización de la tarea de explicar el pensamiento por medio de su expresión en las sentencias del lenguaje.

Es significativo que Frege, pese a ser considerado por Dummett, como veremos, el iniciador del giro lingüístico y de toda la escuela lingüística, él mismo no sea propiamente un filósofo lingüístico sino un filósofo del pensamiento. La independencia del pensamiento respecto del lenguaje le lleva a Frege a suponer que podría haber seres capaces de captar los mismos pensamientos que nosotros sin necesidad de vestirlos en palabras o símbolos que los expresen (aunque también matiza que de hecho no existen tales seres).

Frege actúa de engarce entre las dos escuelas, ya que al proponerse realizar, dentro de las matemáticas, un análisis sistemático del pensamiento en realidad logró el primer análisis de las sentencias del lenguaje.

Frege devised the first systematic theory of meaning, which could also be seen as the first systematic analysis of thought [*N&FoP*: 63].²⁹

La filosofía del lenguaje de Dummett

A partir de las herramientas analíticas que proporciona el trabajo Frege y del axioma de la prioridad del lenguaje sobre el pensamiento, Dummett inicia la construcción de su filosofía del lenguaje. El primer paso será la elaboración de una teoría del significado adecuada para nuestro lenguaje. En el corazón de esta teoría del significado se encontrará una teoría semántica. Si la noción principal de una teoría del significado es la de comprensión (comprensión por el hablante del uso de una expresión), la teoría semántica suele girar en torno a la noción de verdad, luego la teoría semántica habrá de proponer cómo determinar el valor de verdad de las sentencias de nuestro lenguaje, y cómo fluye esta verdad en las relaciones entre enunciados (por ejemplo, desde las premisas a la conclusión). A partir de la teoría semántica se iniciará una justificación de las leyes de la lógica (cuáles son las leyes lógicas válidas y cuáles han de ser puestas en cuestión). Por último, las leyes lógicas justificarán la posición metafísica que pueda adoptarse.

De este modo, la filosofía del lenguaje de Dummett se iniciará con la construcción de una teoría del significado, en cuyo interior residirá una teoría semántica, la cual permitirá justificar las leyes lógicas, y éstas permitirán construir finalmente una metafísica.

Como filósofo del lenguaje, Dummett va a buscar la resolución de los debates metafísicos (por ejemplo, entre realismo y antirrealismo) desde la primacía del lenguaje. La cuestión de qué tipo de entidades existen solo puede responderse si previamente hemos elaborado una teoría del significado: la metafísica tiene que ser una consecuencia y no una premisa de nuestra filosofía del lenguaje.

Para llevar a cabo este periplo será necesaria la separación de Dummett frente a la filosofía de Frege. El desacuerdo sobre la prioridad entre lenguaje y pensamiento tiene como consecuencia una diferente teoría del significado y por ende una distinta metafísica. Frege afirmó que cada proposición de nuestro lenguaje es verdadera o falsa

²⁹ Frege concibió la primera teoría sistemática del significado, la cual puede también considerarse como el primer análisis sistemático del pensamiento.

independientemente de nuestra capacidad para decidir si lo es. A esta postura se la denomina realista. Desde el realismo se afirma que la realidad tiene una existencia independiente de nosotros, de nuestra capacidad de percibirla y conocerla.

Dummett, por el contrario, va a construir una filosofía del lenguaje antirrealista. De una sentencia que no tenemos medio de conocer si es verdadera o falsa es absurdo pretender que sea una cosa u otra independientemente de nuestra capacidad de decidirlo. Y efectivamente, como veremos, hay en nuestro lenguaje muchas sentencias que son de hecho indecidibles, por múltiples motivos: por su lejanía (inaccesibilidad) en el espacio o en el tiempo, por su presentación como condicional contrafáctico, por su formulación (matemática) no-finitista... No podemos afirmar la existencia de una realidad en sí misma más allá de nuestra capacidad de percibirla, de conocerla o de decidir sobre ella.

Constatamos al mismo tiempo cómo una teoría del significado antirrealista conlleva un rechazo del principio de bivalencia, es decir, cae la pretensión de que toda sentencia de nuestro lenguaje sea o bien verdadera o bien falsa. Siendo el principio de bivalencia un principio semántico, provoca también la caída de la ley lógica del tercio excluso. El resultado es que la interpretación de toda la lógica y las matemáticas resultan impregnadas de antirrealismo, aquí llamado intuicionismo. Pero también toda la metafísica resultante será antirrealista.

Dentro de la filosofía del lenguaje, si hubo alguien que supo ver como nadie que las disputas metafísicas deben ser resueltas desde posiciones lingüísticas, ese fue Wittgenstein. De las *Investigaciones Filosóficas*, Dummett extrae el lema “el significado es el uso” (*meaning is use*), el cual será la pieza clave que le permita construir una teoría del significado antirrealista, esto es, una teoría del significado fundamentada en la noción de prueba (verificación o justificación), en vez de fundamentarla en la noción de verdad, propia del realismo. Que “el significado es el uso” quiere decir que el significado de las sentencias de nuestro lenguaje se encuentra en nuestra capacidad de comprender esa sentencia, en nuestra capacidad de usarla correctamente. No hay que apelar a nada más allá de los hablantes del lenguaje, todo cuanto nos interesa está en ellos, o mejor dicho, en las sentencias que emiten.

Como vemos, la filosofía del lenguaje de Dummett se constituye mediante la elaboración de una teoría del significado a partir de tres elementos fundamentales, representados por *Frege*, *Wittgenstein* y el *intuicionismo*. El análisis del lenguaje fregeano aporta el método y las herramientas de la teoría del significado. Wittgenstein y a su lema “el significado es el uso” permiten sustituir en tal teoría del significado la

noción de verdad por la de justificación (o prueba). Y una teoría del significado que tiene como noción central la de prueba confluye en matemáticas con el intuicionismo, el cual será tomado como modelo para la aplicación de la teoría del significado a otros campos.

Al mismo tiempo, la filosofía del lenguaje de Dummett se caracteriza como *antirrealista*, separándose del realismo de Frege y rechazando la bivalencia, como *sistemática*, frente a cualquier atisbo de holismo o escepticismo presentes en Wittgenstein, y como *justificacionista* en el lenguaje, ante el solipsismo o psicologismo del intuicionismo tradicional.

Más allá de etiquetas como antirrealismo, sistematismo o justificacionismo, que el propio Dummett acepta para sí en algunos momentos y en otros rechaza, la trayectoria filosófica de Dummett puede ser definida como una “filosofía del lenguaje”.

4. Frege: una filosofía del lenguaje

El contacto de Dummett con la obra de Frege se inicia hacia 1950 cuando siendo estudiante en el *Christ Church* trabaja, para la preparación de sus *Finals*, una selección de artículos sobre filosofía de las matemáticas de J.L. Austin que incluyen los *Grundlagen der Arithmetik*. Dummett quedó impresionado ante lectura de Frege:

I was bowled over by the *Grundlagen*: I thought, and I still think, that it was the most brilliant piece of philosophical writing of its length ever penned [*PoMD*: 9].³⁰

Ya como *fellowship* en *All Souls*, deslumbrado por la lucidez de sus escritos y el rigor de sus argumentos, leyó todo lo de Frege que pudo, incluso en el original alemán con ayuda de un diccionario, y comenzó a interesarse seriamente por la lógica y las matemáticas.

Sin embargo, hubo que esperar hasta 1973 para ver el primer trabajo completo de Dummett sobre Frege. Fue su primer libro publicado, *Frege: Philosophy of Language* (1973) [*FPL*], obra en que interpreta a Frege como un filósofo del lenguaje. Fue para muchos una vuelta forzada sobre Frege, y le valió tantas críticas que volvería a reescribirla en 1981 y publicar otra obra sobre *The Interpretation of Frege Philosophy* (1981) [*IFP*].

La tesis fundamental de Dummett sobre Frege es que Frege sería el fundador de la filosofía analítica al identificar el estudio del pensamiento con el estudio del lenguaje. Y si bien es cierto que en otros aspectos, como en la posición sobre el realismo, Dummett se va a separar radicalmente de Frege, sin embargo el espíritu fregeano impregna todos los temas de la filosofía de Dummett.

Frege y la filosofía del lenguaje

Hoy es ampliamente aceptado el papel crucial de Frege en el origen de la filosofía del lenguaje. En su manual *Philosophy of Language* Alexander Miller³¹ reconoce lo siguiente:

³⁰ Quedé impactado por los *Grundlagen*: pensé, y todavía pienso, que era la más brillante obra jamás redactada de filosofía escrita de su extensión.

The most influential figure in the history of the project of systematising the notion of meaning [...] is Gottlob Frege [Miller, 1998, 2ª ed. 2007: 1].³²

Esto no siempre ha sido así. La obra de Frege ha permanecido largamente ignorada y debemos más que a ningún otro a Michael Dummett los esfuerzos por recuperar su valor y su papel cruciales en los orígenes de la filosofía analítica. Incluso la interpretación de la filosofía de Frege y la traducción de sus términos que hoy imperan, aunque no exentos de controversia, son debidos en buena parte a los trabajos de Dummett.

La mayor aportación de Frege a la filosofía del lenguaje es sin lugar a dudas la invención de un lenguaje para la lógica simbólica. Solo a partir de la categorización de un lenguaje lógico puede acometerse con ciertas garantías la tarea de ofrecer una explicación sistemática del significado de las expresiones de nuestro lenguaje. Lo primero es una tarea sintáctica y lo segundo semántica, lo cual muestra la prioridad, en el orden de la explicación, de la sintaxis respecto a la semántica.

La sintaxis es el estudio de las propiedades formales de nuestro lenguaje: especificación del vocabulario y de las reglas que determinan las secuencias de signos bien formadas frente a las mal formadas. La semántica el estudio del significado de las expresiones de nuestro lenguaje: estudia la relación entre los signos de nuestro lenguaje y aquello que estos designan o a lo que se refieren. En otras palabras, la sintaxis estudia las relaciones de los signos entre sí y la semántica estudia la relación de los signos con otra cosa, con aquello a que estos signos, precisamente por serlo, apuntan.

Efectivamente, la prioridad explicativa de la sintaxis respecto a la semántica en el estudio del significado es evidente en cuanto que toda comprensión del significado de las palabras o expresiones de nuestro lenguaje tiene como tarea previa la separación entre expresiones que pertenecen a nuestro lenguaje y las que no pertenecen.

La lógica es el estudio de los argumentos válidos y un argumento válido se define como aquel en que siendo las premisas verdaderas es imposible que la conclusión no sea también verdadera. Un modo de determinar si un argumento es válido es estudiar cómo fluye la verdad desde las premisas hacia la conclusión, cuáles son modos posibles

³¹ Alexander Miller [1998, 2ª ed. 2007] *Philosophy of Language* London & New York: Routledge.

³² La figura más influyente en la historia del proyecto de sistematizar la noción de significado [...] es Gottlob Frege.

de distribuir la verdad y la falsedad entre las premisas y la conclusión, y en esto es en lo que consisten las tablas de verdad. La tabla de verdad de un argumento válido nos mostrará que no hay posibilidad de que las premisas sean verdaderas y la conclusión sea falsa.

¿Qué relación hay entonces entre el estudio de la validez de las inferencias y la semántica? De modo intuitivo sabemos que la validez de un argumento depende de la distribución del valor de verdad de las expresiones que lo componen y, puesto que el valor de verdad es una propiedad semántica y un argumento está compuesto por sentencias, podemos decir que la validez de un argumento depende de las propiedades semánticas de las sentencias que lo componen. Veremos entonces que el valor semántico de una sentencia es su valor de verdad y el valor semántico de una expresión es su contribución a determinar el valor semántico de las sentencias en que aparece.

Por tanto, una teoría semántica asignará una propiedad semántica (por ejemplo, verdad o falsedad) a las sentencias de nuestro lenguaje, y de este modo determinará la validez de las inferencias en las cuales dichas sentencias aparezcan como constituyentes.

La teoría de la referencia

Para la tarea de construir de su teoría semántica, Frege comienza elaborando una teoría de la referencia. Frege utilizó el par de términos *Sinn* y *Bedeutung* como distinción básica dentro de su teoría semántica. Tales términos se tradujeron habitualmente por “sentido” y “referencia” (*sense and reference* en inglés). También a veces *Bedeutung* se vertió como “significado”, y efectivamente “significado” (*meaning*) es la traducción más directa desde el alemán: *bedeuten* quiere decir “significar” (*mean*), y *deuten* es “apuntar”, “interpretar”, así como *Deutung* es “interpretación”. Sin embargo, puesto que “significado” se necesitaba reservarlo para traducir *meaning* (por ejemplo, una teoría del significado, *theory of meaning*, incluiría una teoría del sentido y una teoría de la referencia), acabó imponiéndose la traducción de *Bedeutung* por “referencia”.

Todo esto ha cambiado con la interpretación que Dummett hace de la filosofía de Frege. El término “referencia” tiene una fuerte carga metafísica que concuerda bien con la ontología de Frege, pero no tanto con la de Dummett. Por ello Dummett y, tras él, otros muchos han preferido la expresión más neutra –metafísicamente– de “valor

semántico” (*semantic value*). “Valor semántico” es entendido así como un mero término técnico que ha de ser despojado de toda connotación para hacer más aprovechable la propuesta fregeana. En lo que sigue mantendremos la interpretación de Dummett de “valor semántico” como versión de *Bedeutung*, aunque a veces será preciso recordar en ciertos contextos su significado más directo de “referencia”.

Frege define el valor semántico de una expresión como aquello que contribuye a determinar la verdad o falsedad de la sentencia³³ en la cual ocurre. A partir de esta definición resultan dos principios fundamentales en la teoría semántica de Frege:

En primer lugar, el valor semántico de una sentencia es su valor de verdad (verdadera o falsa).

En segundo lugar, el valor semántico de una expresión compuesta se determina a partir del valor semántico de sus constituyentes. Este es el denominado *principio de composicionalidad*, que nos permite explorar el valor de semántico de los constituyentes de la sentencia.

Los elementos constituyentes de la sentencia pueden ser nombres propios, predicados, conectivas y cuantificadores. Efectivamente, Frege establece que son cinco las categorías de las expresiones de nuestro lenguaje (las cuatro anteriores más las propias sentencias).

El valor semántico de un nombre propio es el objeto al cual “se refiere”. Por ejemplo, el valor semántico del nombre propio “César” es el objeto individual al cual apunta. Luego el referente de un nombre propio es el objeto portador del nombre. Este objeto es el referente, que pertenece al reino de lo material. Aquí, en el caso de los nombres propios encaja intuitivamente que al valor semántico se le denomine “referente”, aunque esto no es así para otros tipos de expresiones. Como hemos visto, el valor semántico de una sentencia es su valor de verdad y es un poco más extraño denominar “referente” a la verdad o a la falsedad. Pero en la terminología de Frege el valor de verdad verdadero es un objeto al cual se refiere la proposición cuando es verdadera, de modo similar a como el nombre propio “César” se refiere al objeto César. Esto conduce a Frege a caracterizar a las proposiciones como un tipo de nombre propio, el nombre propio de un objeto Verdad o de un objeto Falsedad. La propuesta de

³³ De hecho, Frege utiliza los términos “proposición” (o mejor “pensamiento”) y “concepto” (o mejor “palabra-concepto”) en vez de “sentencia” y “predicado”. El pensamiento es el sentido de la sentencia, el concepto es el sentido del predicado. Sin embargo, en la exposición que Dummett realiza de la teoría del significado de Frege utiliza los términos “sentencia” y “predicado”, pues interpreta que, incluso para Frege, analizar una sentencia es el único modo de analizar un pensamiento.

Dummett de traducir *Bedeutung* como “valor semántico”, un mero término técnico, elimina la extrañeza que provoca la idea de Frege de que la Verdad y la Falsedad sean dos objetos de un tipo misterioso pertenecientes al reino de “lo material” (o al menos, reino de los referentes) y al que se refieren las sentencias.

El valor semántico de un predicado³⁴ es una función. Al modo de las funciones matemáticas que van de números a números, Frege propuso que los predicados son funciones que toman objetos como argumentos y arrojan valores de verdad. Un objeto cae bajo un predicado si el predicado lo lleva al valor de verdad verdadero, y no cae bajo él si lo lleva al valor de verdad falso. Puesto que el elemento básico de la semántica de Frege es la sentencia, el predicado se define a partir de una sentencia completa a la que se le han extraído los nombres propios. El predicado es una expresión incompleta, con algún “hueco” o lugar para el argumento. La incompletud del predicado está en analogía con la incompletud de la función matemática. Este hueco del predicado constituye la extensión del predicado y determina el valor de verdad de la sentencia en que aparece. En suma, el valor semántico de un predicado es una función extensional. Un predicado es algo extensional: dos predicados son idénticos si bajo ambos caen los mismos objetos.

El valor semántico de las conectivas es una función que va de valores de verdad a valores de verdad. Las conectivas son funciones de verdad: la función *negador* recoge como argumento un valor de verdad y arroja como valor otro valor de verdad; las funciones *conjuntor*, *disyuntor* e *implicador* recogen dos argumentos y arrojan un valor de verdad.

El valor semántico de los cuantificadores es una función que va de funciones a valores de verdad. Esto quiere decir que los cuantificadores son una función de segundo nivel. Una función de primer nivel recoge objetos como argumento, la de segundo nivel recoge otras funciones como argumento y arroja como valor valores de verdad. El cuantificador universal es caracterizado por Frege como una función (*Para todo...*) que se aplica a otra función (por ejemplo, al predicado “... es mortal”), la cual se aplica a objetos de su extensión (su universo de discurso), para proporcionar finalmente como valor un valor de verdad.

³⁴ Frege empleó el término “concepto”, pues “predicado” lo encontraba demasiado ligado a la lógica tradicional de la que quería desmarcarse.

La teoría semántica de Frege

El resultado de todo esto es que para cada tipo de expresión (nombre propio, predicado, sentencia, conectiva, cuantificador) su valor semántico viene dado por su contribución a determinar el valor semántico de la sentencia en que aparece, tal y como establece el principio de composicionalidad. Es decir, Frege nos ha ofrecido una explicación *sistemática* de las propiedades semánticas (entendidas como cierta relación con valores de verdad) de cada una de las categorías de las expresiones de nuestro lenguaje. En esto consiste la teoría semántica de Frege para nuestro lenguaje.

En realidad Frege no ha pretendido construir una teoría semántica como tal sino una teoría de la *referencia*. Ahora bien, en cuanto Dummett ha interpretado *Bedeutung* como “valor semántico” en vez de como “referencia”, es evidente que la teoría de la referencia de Frege constituye una teoría semántica:

It was in fact the very first systematic semantic theory [*N&FoP*: 78].³⁵

La teoría de la referencia de Frege constituye una teoría semántica pues explica cómo una sentencia se determina verdadera o falsa en función de los elementos que la constituyen. A partir de la referencia o valor semántico de las sentencias primitivas del lenguaje podemos derivar, de acuerdo con el principio de composicionalidad, la referencia o valor semántico de las sentencias complejas. A su vez, la referencia o valor semántico de las sentencias primitivas de nuestro lenguaje vendrá dado por la referencia o valor semántico de las expresiones que las componen.

Así, la teoría de la referencia de Frege es interpretada por Dummett como una moderna, la primera, teoría semántica. Pero de ningún modo esta teoría de la referencia pretendía como tal ser una completa teoría del significado. Hace falta un salto mucho mayor para pasar de la teoría semántica a la teoría del significado. El significado tiene que ver con la *comprensión*: una teoría del significado para un lenguaje debe explicar qué es conocido por cualquiera que comprenda una expresión o sentencia del lenguaje. Pero un hablante puede conocer lo que significa una expresión sin conocer su referencia, y en particular sin conocer su valor de verdad.

³⁵ Fue de hecho la primerísima teoría semántica sistemática.

La teoría semántica de la referencia de Frege se ha construido a partir del análisis de una única propiedad semántica, la de valor semántico o referencia, la cual resulta a todas luces insuficiente para dar cuenta de la riqueza significativa de las expresiones de nuestro lenguaje. Frege, para explicar la noción de significado, propuso añadir a la teoría de la referencia la teoría del sentido. Es decir, la teoría del significado ha de tomar la forma no de una mera teoría de la referencia sino de una teoría del sentido. En cuanto que el sentido es el modo en que se nos da la referencia, la teoría del sentido ha descansar sobre una teoría de la referencia. En otras palabras, la noción de referencia necesita ser complementada por la de sentido.

La teoría del sentido

Son varios los problemas que indujeron a Frege a considerar la noción de referencia o valor semántico como insuficientes en aras a dar una explicación satisfactoria del significado de las expresiones de nuestro lenguaje.

En primer lugar, hay nombres propios que carecen de referente (como los personajes de ficción, por ejemplo “Odiseo”), pero que no pueden carecer de significado.

También están las sentencias intencionales, es decir, aquellas del tipo “creer que”, “decir que”, “pensar que”... en las cuales expresiones que tienen el mismo valor semántico no pueden ser intercambiadas sin afectar al valor de verdad la sentencia compleja. “El maestro de Alejandro Magno” y “Aristóteles” tienen el mismo referente, pero “Juan sabe que Aristóteles fue discípulo de Platón” puede no tener el mismo valor de verdad que “Juan sabe que el maestro de Alejandro Magno fue el discípulo de Platón”. Ha de haber algo más, aparte de su valor semántico, que haga ambas expresiones no intercambiables.

En tercer lugar, se encuentra el problema de la identidad informativa: dadas las expresiones “La estrella de la mañana” y “La estrella de la tarde”, ambas se refieren al mismo objeto (tienen el mismo valor semántico), pero decir que “La estrella de la mañana es la estrella de la tarde” no es una mera tautología (del tipo $a=a$), sino que tal identidad es informativa porque expresa que a dos sentidos diferentes les corresponde el mismo referente. Es decir, el mismo objeto nos es dado de dos modos distintos, hay dos sentidos distintos para un mismo objeto. La noción de sentido es introducida por Frege para superar todos estos problemas.

Frege define el sentido de una expresión de nuestro lenguaje como el modo en que se nos da el referente (o valor semántico). El modo en que se nos presenta el planeta Venus es distinto cuando es visto como estrella matutina a cuando es estrella vespertina. El sentido ha de ser algo que puede ser captado: el sentido de una expresión es aquello que al hablante le permite determinar la referencia.

En general, conocer el sentido de una expresión es conocer la condición para que un objeto sea aquello a lo que la expresión se refiere. Así, el sentido de un nombre propio está constituido por los medios a través de los cuales se determina el objeto al cual se refiere. El sentido de un nombre propio es la condición que el objeto ha de satisfacer para ser referente del nombre. El sentido de “la estrella de la mañana” es la descripción de aquel objeto del cielo que aparece en tal lugar y tal momento. Para un predicado su sentido es conocer la condición para que tal predicado se torne verdadero o falso al aplicarlo a un objeto dado.

De este modo se solventa el problema de la identidad informativa entre expresiones: la sentencia “La estrella de la mañana es la estrella de la tarde” es informativa porque el sentido de una expresión es lo que capta quien comprende la expresión y de este modo es posible conocer el sentido de una expresión sin conocer su valor semántico. Conocer el sentido no supone conocer el referente, puesto que es posible conocer el sentido de “la estrella de la mañana” sin conocer que se refiere al planeta Venus.

Al mismo tiempo, Frege está construyendo una teoría del sentido en que la sistematicidad requerida resulta asegurada igualmente por el principio de composicionalidad: el sentido de una expresión compleja es determinado por el sentido de sus constituyentes. El sentido de una sentencia viene dado por el sentido de las expresiones que la constituyen, comprender una sentencia es comprender las expresiones que la componen. Se puede comprender una sentencia sin conocer su valor de verdad: podemos comprender la sentencia “La estrella de la mañana es la estrella de la tarde” sin saber si es verdadera o falsa.

También la teoría del sentido permite resolver el problema de los nombres sin referente (carentes de portador): el nombre “Odiseo” carece de valor semántico pero puede tener sentido, porque captar su sentido es conocer la condición que habría de cumplir el objeto que fuera portador de dicho nombre, aunque realmente no exista ningún objeto que satisfaga tal condición. La sentencia “Odiseo es el rey de Ítaca” tiene

su sentido aunque, al carecer probablemente de portador el nombre “Odiseo”, la sentencia misma carezca de valor semántico (no sea ni verdadera ni falsa).

Por último, el problema de la sustitución en sentencias intencionales del tipo “creo que” se resuelve al adjudicar como referente (indirecto, en el contexto de la sentencia intencional) de la expresión en cuestión el *sentido* que habitualmente tiene dicha expresión. En la sentencia “Juan sabe que Aristóteles fue discípulo de Platón” el referente de “Aristóteles” no es el objeto Aristóteles sino el sentido que habitualmente se asigna a dicha expresión. “Aristóteles” y “El maestro de Alejandro Magno” tienen el mismo referente pero distinto sentido, ahora bien, dentro de un contexto intencional el referente (indirecto) de la expresión es su sentido habitual, luego dentro de una sentencia intencional también ambas expresiones tienen distinto referente (indirecto). Esto es así porque en contextos intencionales el referente es el *pensamiento* del hablante.

Este modo de resolver el problema de la sustitución en sentencias intencionales nos señala una de las tesis más características y también más problemáticas de la teoría del sentido de Frege: el sentido de una sentencia es un pensamiento. Realmente lo que se intercambia en sentencias de creencia no son valores semánticos (referentes) sino pensamientos, intenciones o creencias del hablante, es decir, sentidos. Por tanto, Frege ha llegado a la conclusión de que los pensamientos son el sentido de las sentencias.

Decimos que esta tesis fregeana es crucial y al mismo tiempo problemática por las consecuencias que se derivan de ella. En primer lugar, esta tesis de identificación del sentido de una sentencia con un pensamiento es la base de toda la *ontología* de Frege que veremos más adelante. Porque el pensamiento no va a ser nada psicológico ni subjetivo, sino más bien algo *objetivo*. El pensamiento ha de ser objetivo porque dicho pensamiento consiste en la condición necesaria y suficiente de qué ha suceder en el mundo para que la sentencia que lo expresa sea verdadera. Y esta es la segunda consecuencia de la tesis fregeana: la teoría del sentido de Frege nos conduce a una *teoría veritativo-condicional del significado*. Si el sentido de una sentencia es un pensamiento y captar este pensamiento consiste en conocer la condición para que la sentencia sea verdadera, entonces el sentido de una sentencia es su condición de verdad.

Esta tesis, decimos, es realmente problemática y este es el punto en que Dummett se aparta de la teoría del significado de Frege. Las diferencias entre la ontología de Frege y la de Dummett tienen de hecho su origen en esta tesis de Frege de

identificar el sentido de una sentencia con su condición de verdad, algo contra lo que Dummett se va a enfrentar y que va a ser la base de su apuesta por el antirrealismo.

Una de las dificultades que saltan a primera vista de esta tesis es que todas las sentencias que son lógicamente verdaderas tienen el mismo valor de verdad, con lo cual todas ellas podrían tener el mismo sentido, lo cual es absurdo. Por eso, el mismo Frege quiere mantener separadas las nociones de valor semántico y de sentido y evitar que lleguen a confundirse. Aunque el sentido de una sentencia consista en la *condición* de verdad de tal sentencia, esto no quiere decir que el sentido de la sentencia consista en el *valor* de verdad de la sentencia. En Frege el valor semántico de una expresión es siempre un objeto, hasta el punto de también a la verdad y a la falsedad llega a considerarlas “objetos”, mientras que el sentido de una expresión es algo que comprende quien capta la expresión. Esta diferencia se entiende mejor dentro de su metafísica, por el momento basta recordar que el valor semántico de una expresión no es parte de lo que capta quien comprende la expresión: se puede comprender un sentido de una expresión sin conocer su valor semántico.

Relación entre la teoría de la referencia y la teoría del sentido

¿Cómo se relacionan entonces la teoría de la referencia y la teoría del sentido? La teoría de la referencia de Frege constituye en sí misma una teoría semántica sistemática: es una teoría que nos muestra cómo los valores de verdad de las sentencias complejas están determinados por el valor semántico de las expresiones que las constituyen. Una vez introducida la noción de sentido se nos plantea la siguiente cuestión: ¿hasta qué punto podemos reducir la teoría del sentido de Frege a su teoría de la referencia?

Puesto que el sentido de una sentencia es el modo en que nos es dado su valor semántico (su valor de verdad), parece que podemos decir que el sentido de una sentencia es su condición de verdad. Cuando entendemos que el sentido de una sentencia consiste en las condiciones de verdad de la sentencia, resulta a primera vista que la teoría semántica nos proporciona al mismo tiempo una teoría sistemática del sentido: al asignar valores semánticos a las expresiones de nuestro lenguaje (nombres, predicados, sentencias...) obtenemos las condiciones de verdad de las sentencias que las incluyen, obtenemos los sentidos de las sentencias en que tales expresiones aparecen.

Pero si esto fuera así resultaría que, para elaborar una teoría sistemática del sentido, sería innecesario adscribir sentido a las expresiones del lenguaje que componen las sentencias. Bastaría con que el sentido de las sentencias fuera explicado a partir del valor semántico de las expresiones que las constituyen.

Por todo ello, Dummett [*FPL*: 227] advierte contra este error de reducir la teoría del sentido a la teoría de la referencia, error que nace de la consideración del sentido de las sentencias como especificación de sus condiciones de verdad. A ojos de Dummett, Frege [*F&OP*: 317] explicaría sin desearlo la noción de sentido en términos de la noción de referencia, tomada ésta como comprendida con anterioridad, de tal modo que la relación entre el sentido y las palabras o expresiones de nuestro lenguaje queda sin explicar. Para Frege lo importante es la referencia, mientras que las palabras o símbolos son arbitrarios. ¿Pero cómo, se pregunta Dummett, podría haber referencia sin *algo* que se refiera a ello? ¿Cómo podríamos captar un sentido, un pensamiento si no es por medio de la expresión o de la sentencia que los expresan?

La cuestión planteada por Dummett es que la consideración por Frege de que el sentido de una sentencia es su condición de verdad no puede mantenerse al mismo tiempo que la tesis de la prioridad del lenguaje sobre pensamiento en el orden de la explicación. Dummett, recogiendo la distinción de Wittgenstein en el *Tractatus*, propone que el sentido puede *ser mostrado* pero no puede *ser dicho*, el sentido solo es el modo en que se dice su referencia [*F&OP*: 316]. Y el olvido de Frege es que no es posible identificar el pensamiento de un hablante particular con el sentido de una sentencia en el lenguaje común, es decir, hay un olvido del punto de vista del lenguaje. La teoría del significado de Frege no es capaz aún de conceder la primacía necesaria al lenguaje sobre el pensamiento en el orden de la explicación. Su caracterización del sentido adolece de circularidad:

Frege celebrated characterization of sense as ‘the way in which the referent is given’ is ambiguous [*F&OP*: 322].³⁶

Si queremos, con Dummett, hacer filosofía como filosofía del lenguaje, el sentido tiene que consistir en la *comprensión* del significado por parte del hablante. La teoría del sentido tiene que completarse con una teoría de la fuerza.

³⁶ La célebre caracterización de Frege del sentido como ‘el modo en que nos es dado el referente’ es ambigua.

Fuerza y tono

Hemos expuesto hasta el momento la teoría del significado de Frege a partir de dos propiedades semánticas, sentido y valor semántico (o referencia). Pero Frege introdujo otros dos componentes del significado lingüístico, la *fuerza* y el *tono*. Dummett interpreta que el significado en Frege tiene tres componentes (sentido, fuerza y tono), o, mejor, que las nociones sentido, fuerza y tono reemplazan la intuitiva noción de significado [FPL: 84]. Estrictamente hablando

... reference is not an ingredient of meaning [FPL: 91].³⁷

Porque, recordemos, el sentido de una expresión es aquella parte de su significado que determina su referencia.³⁸ Por tanto, cualquier característica del significado de una expresión que no afecte a su referencia, no pertenece a su sentido. Fuerza y tono son aquellas partes del significado que no tienen que ver con el valor semántico (o referencia) de una palabra o expresión y que por ello no pertenecen a su sentido.

La fuerza (*Kraft*, *force*) de una sentencia es la parte del significado de la sentencia que indica su función gramatical asertórica, interrogativa o imperativa. El mismo sentido de una sentencia, el mismo pensamiento puede ser presentado como aserto (enunciado), pregunta (interrogación) u orden (petición). Al pronunciar (*uttering*) un sentencia podemos asertarla (fuerza asertórica, afirmar que es verdadera), preguntar si es verdadera (fuerza interrogativa, son las preguntas que requieren la respuesta *Si* o *No*) o pedir que se haga verdadera (fuerza imperativa). Mientras que el sentido y el tono pueden ser aplicados a expresiones como nombres o predicados, la fuerza solo lo es a sentencias completas. Precisamente solo las sentencias enunciativas tienen directamente valor semántico (referente) en cuanto que solo los enunciados pueden ser verdaderos o falsos.

³⁷ ... la referencia no es un componente del significado.

³⁸ Para Dummett, decir que la referencia no es un componente del significado no es negar que la referencia sea una consecuencia del significado. La noción de referencia sigue jugando un valor vital en la teoría general del significado, pero la *comprensión* que el hablante tiene de una palabra o expresión de un lenguaje no consiste meramente en la asociación entre tal palabra o expresión y su referente [FPL: 93].

El tono³⁹ es aquella parte del significado que no afecta a la condición de verdad, que no afecta al sentido. Por ejemplo, las expresiones “muerte”, “fallecimiento” y “deceso” tienen el mismo sentido, solo cambia su tono. Lo mismo sucede con las conjunciones “y”, “pero”. En las sentencias “Era pobre y honrado”, “Era pobre pero honrado” solo hay un cambio en el tono, no en el sentido. El tono de las expresiones de nuestro lenguaje es importante en la vida cotidiana y en literatura, pero no en la ciencia, pues no es relevante para determinar el valor de verdad de las sentencias en que aparece.

Dummett se plantea en cierta ocasión [T&R: 43-44] algunas posibles modificaciones a la clasificación de Frege, como la de añadir un cuarto componente del significado, sería el componente de intención (*intention*). Es la intención con la que el hablante dijo lo que dijo, el *para qué* lo dijo. Dummett reconoce que la diferencia entre intención y fuerza no está muy clara: en principio la intención es el motivo individual, mientras que la fuerza es un elemento social, pero también es cierto que una práctica individual repetida frecuentemente se convierte en una convención social.

La cuestión es que con el tono a menudo, según Dummett, se ha hecho un batiburrillo (*ragbag* [FPL: 85]) que habría que limitar para dar cabida al otro componente del significado, la fuerza. El problema con la noción de tono está en si es de carácter subjetivo o no. En un primer momento, de acuerdo con Frege, el tono estaría ligado a palabras que expresan ideas o imágenes mentales (*Vorstellungen*), de modo que sería algo subjetivo en cuanto que estas imágenes mentales son incommunicables en principio. Dummett [FPL: 85] niega esta interpretación del tono porque como componente del significado no puede ser nada subjetivo: el significado es algo transmitido por el lenguaje y si no puede ser transmitido a otra persona por medio del lenguaje no es un significado en absoluto. La diferencia entre los tonos de las palabras “muerte” y “deceso”, y entre “y” y “pero” puede ser explicada en nuestro lenguaje. La relación entre sentido y tono es la misma que entre afirmar y sugerir.

La razón por la que Dummett se niega a admitir el carácter subjetivo del tono en su teoría del significado radica en que él no puede admitir de ninguna manera la ontología tripartita de Frege, la cual está supuesta en la noción fregeana de tono. En Frege el tono de una palabra o sentencia expresaría los contenidos del reino de lo mental, que es subjetivo y no comunicable (en principio). Lo cual es una prueba de que Frege sigue siendo un “filósofo del pensamiento” frente al cual Dummett se postula

³⁹ Los términos fregeanos *Färbung*, *Beleuchtung* son habitualmente traducidos al inglés como *tone* (tono), aunque también a veces como *coloring* o *illumination* (colorido o iluminación).

como “filósofo del lenguaje”. Frege no tiene problemas en considerar el tono como algo subjetivo, le basta dejarlo fuera a la hora de realizar una teoría sistemática del significado, y así lo hace de hecho. Frege no se compromete con la prioridad del lenguaje sobre el pensamiento, su aportación de llevar a cabo una teoría del significado para las expresiones de nuestro lenguaje nace como una teoría del significado para los pensamientos objetivos (tercer reino) y ello le permite prescindir de buscar una explicación a los “pensamientos” subjetivos (ideas o imágenes mentales). Dummett, por el contrario, es un decidido filósofo del lenguaje y su interés prioritario es el estudio del lenguaje, de todo el lenguaje y no solo de la parte “más objetiva” de nuestro lenguaje.

Aunque el aspecto donde más claramente se va mostrar la separación de Dummett respecto a Frege es en la metafísica, no hemos de olvidar que la raíz de esta distancia se halla en sus enfrentadas nociones de significado.

La metafísica de Frege

¿Qué consecuencias metafísicas se derivan de estos planteamientos de la teoría del significado de Frege?

El acercamiento de Dummett hacia filosofía de Frege fue motivado en primer lugar por encontrar en éste una respuesta a la fundamentación de las matemáticas que no cayera en el psicologismo. Ahora bien, la objetividad de las matemáticas es conseguida por Frege mediante una curiosa propuesta metafísica de corte realista. Naturalmente Dummett no va aceptar este el denominado “realismo fregeano”, aunque sí a lo largo de toda su obra reconocerá el valor de la apuesta antipsicologista de Frege y su contribución a la fundamentación de la objetividad en los enunciados, y no solo los matemáticos, de nuestro lenguaje.

La metafísica de Frege es una reacción frente al psicologismo y también frente al idealismo, ambos dominantes en su época. Ante la habitual división de la realidad en dos reinos, el reino de lo exterior y el reino de lo interior, Frege introduce un “tercer reino”. El reino de lo exterior es el mundo de lo físico, está habitado por objetos materiales. El reino interior es el mundo de lo mental o psíquico, interno de cada individuo, compuesto de sensaciones e imaginaciones. Para Frege, estos dos reinos no pueden agotar toda la realidad.

La conocida distinción fregeana entre sentido y referencia crea el problema de que la referencia encaja en el reino de lo físico, pero el sentido no puede de ninguna manera corresponderse con el reino de lo mental. ¿Qué tipo de realidad posee entonces el sentido? Los sentidos, es obvio, no son nada físico ni material, pero tampoco pueden ser meros contenidos de nuestra mente, pues quedarían reducidos a contenidos subjetivos, psicológicos, como las sensaciones o las imaginaciones, privados y relativos al sujeto que las forma en su mente. Por el contrario, los sentidos son pensamientos, pero son objetivos y comunes, como por ejemplo los teoremas matemáticos, las leyes científicas, las verdades históricas... y han de poder ser comunicados y se ha de poder creer o no en ellos. En contraste con el mundo interior de sensaciones e imágenes mentales que solo imperfectamente puede comunicarse a los demás, los pensamientos y los sentidos pueden ser captados y comunicados a los demás por medio del lenguaje. Por tanto, los sentidos ni pertenecen al reino de lo interior, ni al reino de lo exterior, sino que constituyen un “tercer reino” de objetividad comunicable, intemporal e independiente.

Entre los múltiples problemas que emergen de esta ontología de los tres reinos se encuentra aquel que suelen padecer las ontologías bipartitas y también las tripartitas: es el problema de la relación entre los distintos órdenes o reinos de la realidad. Podemos recordar cómo en Descartes el dualismo entre alma y cuerpo (*res cogitans* y *res extensa*) provocaba serias dificultades a la hora de relacionar ambas sustancias. En Frege la naturaleza abstracta aunque objetiva del tercer reino le impide cualquier tipo de contacto causal con los otros dos reinos, de hecho, el reino del sentido se define como *acausal*. La propuesta de un tercer reino entre los dos tradicionales, lejos de contribuir a solucionar el problema de la intercomunicación entre el ámbito de lo físico y el de lo mental, produce una mayor separación entre ambos, hasta el punto de que hace difícil explicar cómo podemos llegar a conocer algo sobre los sentidos si éstos son abstractos, intemporales y acausales. La comunicabilidad del tercer reino queda como un postulado inexplicado. Dummett lo plasma así:

Frege's theory of the third realm is, plainly, a piece of philosophical mythology [N&FoP: 83].⁴⁰

⁴⁰ La teoría del Frege del tercer reino es, claramente, una mitología filosófica.

Si bien “mitológico”, el tercer reino tiene su importancia por lograr sacar a los pensamientos de la mente, como precursor del giro lingüístico. Al rechazar el carácter psicológico del pensamiento, Frege descartó el psicologismo (el psicologismo hace a los pensamientos subjetivos) y salvaguardó su objetividad y su capacidad de ser captados por muchos. Dummett necesita aprovechar esta barrera frente al psicologismo que le ofrece Frege, pero sin comprometerse con esta ontología. La solución consiste en acomodar a los pensamientos no en un tercer reino sino dentro del lenguaje.

If this mythology is repudiated, where are they to be located? It was inevitable step to take language to be their home. A language is shared by many, as a thought can be grasped by many [*N&FoP*: 83].⁴¹

El lenguaje como institución social es externo a los hablantes individuales pero objetivamente constituido por la práctica común de todos hablantes del lenguaje. El lenguaje conserva todas las propiedades del tercer reino fregeano. Al sacar los pensamientos de la mente, el lenguaje se convierte en el principal objetivo de la investigación filosófica: así por tanto, Frege es visto por Dummett como el precursor del giro lingüístico.

El giro lingüístico de Frege

Por giro lingüístico se entiende en filosofía que el estudio del pensamiento ha de ser sustituido por el estudio del lenguaje. Dentro del lenguaje es el análisis del significado el mejor medio –el único efectivo, de hecho- de analizar los pensamientos que expresamos mediante el lenguaje.

¿El giro lingüístico es una consecuencia de la aportación de Frege o es el propio Frege responsable de él? La clave para responder a esto radica en considerar si los análisis de Frege fueron análisis de pensamientos o de sentencias. En la primera opción, el giro lingüístico solo sería derivado de las aportaciones de Frege, en la segunda Frege habría producido él mismo dicho giro lingüístico. Dummett se inclina por interpretar la filosofía de Frege bajo esta segunda alternativa, como responsable del giro lingüístico.

⁴¹ Si repudiamos esta mitología, ¿donde los colocaríamos [a los pensamientos]? Era inevitable el paso de coger el lenguaje para ser su hogar. Un lenguaje es compartido por muchos, lo mismo que un pensamiento puede ser captado por muchos.

Hay dos axiomas, según Dummett [*OoAP*: 4] que distinguen la filosofía analítica de otras escuelas de filosofía. En primer lugar, que una explicación filosófica del pensamiento solo puede lograrse a través de una explicación filosófica del lenguaje. Segundo, que solo así puede obtenerse una explicación completa (*comprehensive*) del pensamiento. Estos dos axiomas los mantendrían tanto los positivistas lógicos, como Wittgenstein en sus distintas fases, la filosofía del lenguaje ordinario de Oxford y la filosofía de americana de Quine y de Davidson. Bajo estas premisas, también serían filósofos analíticos Russell y Moore. Frege solo desarrolló el primer axioma pero no el segundo, de ahí que Dummett considere a Frege, ya que no el padre, sí el abuelo de la filosofía analítica:

... he was the grandfather of analytical philosophy [*OoAP*: 14].⁴²

De hecho, Dummett considera que el giro lingüístico se produce por primera vez en la historia de la filosofía en los *Grundlagen der Arithmetik*. Frege, en su análisis de las sentencias del lenguaje natural y en concreto de las matemáticas, de ningún modo está solo analizando el contenido de las sentencias como opuesto a las sentencias mismas: “¿Cómo nos son dados entonces los números si no podemos tener idea o intuición de ellos?” [*Grundlagen*, §62]. Esta cuestión es epistemológica (cómo podemos conocer algo sobre los números) pero también ontológica (con qué derecho podemos sostener que hay tales cosas como números). Frege no responde diciendo que los números nos son dados en el contexto en que los pensamos, sino que los números (*palabras*) nos son dados en el contexto de la *sentencia*. La respuesta de Frege fue apelar primero al *principio de contexto* (“solo en el contexto de la sentencia tienen significado las palabras”) y luego prestar atención a las sentencias que contienen términos de números. Es el sentido de estas sentencias lo que ha de ser investigado. Dummett concluye:

An epistemological and ontological question is to be answered by an account of the senses of certain sentences. There could not be any more perfect example of the linguistic turn [*N&FoP*: 86].⁴³

⁴² [Frege] ... fue el abuelo de la filosofía analítica.

⁴³ Una cuestión epistemológica y ontológica ha de ser respondida mediante una explicación de los sentidos de ciertas sentencias. No podría haber ejemplo más perfecto de giro lingüístico.

Una investigación lingüística es la respuesta que Frege dio a las cuestiones epistemológicas y ontológicas.

Frege no justificó su giro lingüístico, lo tomó como algo natural en su investigación filosófica, incluso en el desarrollo de su investigación continuó diciendo que su objeto era el pensamiento y no las sentencias que lo expresaban. A primera vista diríamos que los análisis de Frege recaen sobre pensamientos, más que sobre sentencias. Pero Frege no analizó directamente el lenguaje natural, no analizó las sentencias originales del lenguaje sino su traducción a sentencias de un lenguaje diferente y esto es análisis de los pensamientos expresados por las sentencias originales. Cuanto más desconfiaba del lenguaje natural, más reconocía que las sentencias eran el único espejo capaz de reflejar la estructura del pensamiento. En palabras de Dummett:

Language may be a distorting mirror: but it is the only mirror that we have.
[*OOAP*: 6].⁴⁴

Decimos que es cierto que Frege se interesó realmente por los pensamientos, pero estos solo pueden ser dados por medio de las sentencias que los expresan, por lo cual no le quedó más remedio que prestar atención al lenguaje. Para Frege los seres humanos solo pueden captar pensamientos expresados lingüísticamente o simbólicamente. Dummett concluye que no hay oposición entre analizar pensamientos y analizar sentencias. Con lo cual el análisis de Frege es análisis al mismo tiempo de pensamientos y de sentencias. Un pensamiento es el sentido de una sentencia y el análisis de un pensamiento es el análisis de la sentencia que lo expresa. Frege presupone que los sentidos que constituyen el pensamiento son para nosotros inseparables de la estructura de la sentencia que lo expresa: captar un pensamiento es captar las propiedades semánticas de la sentencia. Hablar de la estructura del pensamiento es hablar de la interrelación semántica de las partes de la sentencia. Así por ejemplo, cuando en su *Begriffsschrift* quiere extraer un concepto a partir de la descomposición de un pensamiento, lo hace mediante la descomposición de una sentencia. Las nociones fundamentales de su teoría se aplican siempre a expresiones lingüísticas: sentido y referente son siempre sentido y referente de una expresión de nuestro lenguaje.

⁴⁴ El lenguaje puede ser un espejo deformante: pero es el único espejo que tenemos.

En consecuencia, se puede decir que el giro lingüístico es un desarrollo natural de la filosofía de Frege aunque éste nunca lo reconoció explícitamente.

¿Qué aspectos separan la filosofía del Frege frente a la filosofía analítica? ¿Qué elementos de su filosofía le impiden completar explícitamente el giro lingüístico?

En primer lugar, Dummett [*OoAP*: 8-9] encuentra problemática la tesis que Frege mantiene de que la verdad y la falsedad se aplican primariamente al pensamiento (sentido) y solo de modo derivado a la sentencia (expresión), paralelamente también es problemático que sea el sentido de un nombre propio lo que primariamente se refiere a un objeto, mejor que el nombre propio mismo. Porque cuando Frege tiene que exponer la distinción entre sentido y referencia, primero explica qué es para una *expresión* tener referencia y luego procede a mostrar que también tiene un sentido, es decir, la referencia se aplica primariamente a la expresión y no al pensamiento, lo cual es lo contrario de que pretendía hacer. La razón es que no podía hacerlo de otro modo, porque la noción fregeana de sentido no puede ser explicada sin apelar a la noción de referencia (“sentido es el modo en que se nos da la referencia”). Entonces, puesto que tiene disponible la noción de sentido con anterioridad a la de referencia, no puede construir la referencia como una propiedad del sentido, y no le queda más remedio, sin haberlo pretendido, que construir la referencia como una propiedad de la expresión.

Dummett hace ver [*OoAP*: 9-10] que la tesis de que la referencia se adscribe primeramente al sentido es incorrecta. Contra la doctrina oficial de Frege, antes de saber en qué consiste para la expresión tener un sentido, hemos de saber en qué consiste para una expresión tener una referencia.

Frege creía que se podía captar un pensamiento de un modo distinto que con su expresión lingüística pero nunca mostró cómo esto era posible. Esta es la cuestión: cómo captar un sentido que no sea como el sentido de una expresión a la cual puede adscribirse referencia. En definitiva, la tesis de la prioridad del pensamiento sobre el lenguaje no es capaz de ser explicativa, y hasta el propio Frege se ve obligado a dar la primacía al lenguaje, aún sin pretenderlo.

En segundo lugar, Dummett [*OoAP*: 10] encuentra en Frege un olvido de la esencial comunicabilidad del lenguaje. Para Frege una expresión simplemente tiene un sentido, no hace falta añadir la relación del sentido con la mente de la persona que lo usa. El sentido es objetivo y es posible captarlo por medio de mentes distintas. El problema de esta posición es que la objetividad del sentido no es suficiente para garantizar la objetividad de la comunicación, se necesita además explicar en qué

consiste que el sentido esté ligado a una expresión determinada. Si queremos ofrecer una explicación del lenguaje no podemos olvidar esto, y esto es lo que dejó de lado Frege.

Frege concibió los pensamientos como algo intrínsecamente apto para ser expresado simbólicamente, pero no como algo intrínsecamente necesitado de una expresión lingüística, presente o hipotética. Por eso pensó que podía haber pensamientos desnudos de su ropaje lingüístico, aunque no dio ninguna pista sobre en qué consistiría tal cosa.

Para Dummett el sentido es siempre correlativo a la captación del sentido:

... a sense incapable of being grasped is a chimera [*OoAP*: 11].⁴⁵

¿En qué consistiría captar un pensamiento desnudo sin lenguaje? Tal noción de pensamiento sin lenguaje no es coherente pues no podemos dar una explicación de ella.

Estos dos aspectos de la filosofía de Frege irían contra el arriba presentado como segundo axioma de la filosofía lingüística, que solo a través del lenguaje se puede lograr una explicación completa del pensamiento. En suma, Frege no habría dado el paso definitivo para ser un filósofo del lenguaje, aunque fue quien primero realizó una explicación filosófica del pensamiento a través de una explicación filosófica del lenguaje.

De la teoría del sentido a la teoría de la fuerza

La filosofía de Frege se muestra incapaz, según Dummett, de responder a qué es aquello que concede a una sentencia el sentido que tiene. La única respuesta completa a esta cuestión es la que nos lleva al punto de vista del hablante del lenguaje: es la *comprensión* por el hablante de que la sentencia tiene tal sentido lo que confiere sentido a la sentencia. La filosofía de Frege queda incompleta en su explicación del pensamiento pues no es capaz de alcanzar una explicación completa del sentido de las expresiones de nuestro lenguaje.

⁴⁵ ... un sentido no susceptible de ser comprendido es una quimera.

Dummett propone dar el paso hacia una completa filosofía del lenguaje interpretando que el sentido tiene que consistir en la *comprensión* del significado por parte del hablante. La teoría del sentido da paso a una teoría de la fuerza.

Para Frege esta comprensión del sentido por el hablante consiste en el conocimiento de las condiciones de verdad de la sentencia, haciendo descansar la noción de sentido o pensamiento sobre la noción de verdad. Pero ¿qué es lo que determina bajo qué condiciones una sentencia es verdadera? Frege olvida, según Dummett, que si el sentido descansa sobre el concepto de verdad, el concepto de verdad a su vez descansa sobre el de aserción. Y la noción de aserción está dentro ya de una teoría de la fuerza, en la que el hablante atribuye fuerza asertórica a las sentencias que pueden ser verdaderas o falsas. Cuando un hablante quiere transmitir información lo hace por la declaración de una sentencia que tenga fuerza asertórica: su enunciado es verdadero solo en el caso de que su aserción sea correcta. La noción aserción (afirmabilidad) es anterior en el orden explicativo a la de verdad. Si sustituyéramos los valores de verdad verdadero y falso por dos letras cualesquiera A y B, sería imposible de discernir cuál de las dos representa el valor verdadero y cual el valor falso. Para saber esto tendríamos que conocer qué significado proporcionan los hablantes del lenguaje a sus sentencias asertóricas.

La teoría del sentido y la referencia del Frege se presentaba aislada de la práctica real de usar un lenguaje por parte de los hablantes: no tenía en cuenta el carácter social del lenguaje. Por mucho que Frege enfatice en la comunicabilidad de los sentidos, su explicación del sentido podría aplicarse tanto a un idiolecto como a las expresiones de un lenguaje común. Frege distinguió sentido y fuerza (entre el pensamiento expresado por una sentencia y la fuerza ligada a su emisión), pero no desarrolló todas las implicaciones de una teoría de la fuerza.

La fuerza no puede entenderse más que como ligada a sentencias pronunciadas en el curso del intercambio lingüístico. Los sentidos solo pueden ser expresados en el lenguaje si van ligados a una fuerza asertórica, si hacemos aserciones. La teoría del sentido no se puede separar de la teoría de la fuerza. Solo si los pensamientos son usados podemos decir que poseen condiciones de verdad. Por tanto, el estudio del *uso* del lenguaje en la comunicación es un legítimo desarrollo de la teoría de Frege, de hecho un complemento necesario [*OoAP*: 13].

En suma, Frege ha sentado las bases de una nueva revolución en filosofía, es el responsable del nacimiento de la filosofía del lenguaje, aunque él no diera todos los

pasos para situarse dentro de esta revolución. Si Descartes inauguró la filosofía del pensamiento, Frege ha inaugurado la filosofía del lenguaje [OoAP: 184].

A partir del método y de los elementos que le proporciona la filosofía de Frege, Michael Dummett va a construir su propio proyecto filosófico, que si bien van a ser divergentes, ambos comparten una empresa común: constituyen una auténtica *filosofía del lenguaje*.

Parte II
LA TEORÍA DEL SIGNIFICADO

Parte II. LA TEORÍA DEL SIGNIFICADO

La tarea de construir una filosofía como filosofía del lenguaje se concretiza en la elaboración de una teoría del significado. Esta teoría del significado ha de explicar sistemáticamente qué significa significar para las expresiones y sentencias de nuestro lenguaje. Para desarrollar la teoría del significado dummettiana comenzaremos en primer lugar definiendo qué es una teoría del significado. Estudiaremos luego las condiciones previas que ha de cumplir una teoría del significado y las partes que la componen. Especial atención dedicaremos a analizar las nociones fundamentales de tal teoría y cómo se articulan. A continuación expondremos los principios de la teoría del significado rival, la teoría veritativo-condicional, y sus limitaciones, haciendo hincapié en las dificultades planteadas por su defensa del principio de bivalencia. Finalmente, exploraremos la teoría del significado de Dummett denominada justificacionismo. Solo cuando se hayan asentado las bases de la teoría del significado podremos iniciar la discusión del realismo.

1. ¿Qué es una teoría del significado?

La elaboración de una teoría del significado es el reto principal al que se enfrenta una filosofía del lenguaje. ¿Qué es una teoría del significado? En sendos artículos con este mismo título publicados en 1975 y en 1976 y recogidos luego en *The Seas of Language* [SoL], Dummett proporciona una visión sistemática de un tema que es también recurrente en toda su obra.⁴⁶ En su artículo de 1975 “What’s a Theory of Meaning? (I)” discute principalmente las *condiciones previas* que ha de cumplir una teoría del significado para ser viable, centrándose en el de 1976 “What is a Theory of Meaning? (II)” en la cuestión de en qué noción ha de *fundamentarse* tal teoría.

La tarea de la teoría del significado

Pero antes de nada, veamos qué es una teoría del significado a juicio de Dummett:

[Una teoría del significado es]... una especificación detallada de los significados de todas las palabras y de las operaciones formadoras de oraciones del lenguaje que arroje una especificación del significado de toda expresión y oración del lenguaje [SoL, VALDÉS: 370].⁴⁷

Esto es, una teoría del significado ha de ofrecer: primero, el significado de todas las *palabras* del lenguaje; segundo, el significado de todas las *operaciones* que permiten formar sentencias; y, por último, mediante el cumplimiento de las condiciones anteriores se ha de garantizar la especificación del significado de toda *sentencia o expresión* del lenguaje.

Así descartamos, en primer lugar, lo que *no* es una teoría del significado: no es ni un manual de traducción ni una serie de adscripciones directas del significado.

Un manual de traducción explicaría los significados de un lenguaje en función de otro, pero dejando sin explicar los significados de este último. Un manual de traducción no

⁴⁶ Además de en otros artículos recogidos en [SoL] como “What do I Know when I Know Language? (1978), también vuelve sobre el tema en *The Logical Basis of Metaphysics* [LBoM: 338]), en *Thought and Reality* [T&R: 56] y en *The Nature and Future of Philosophy* [N&FoP: 75].

⁴⁷ Citamos de la traducción castellana de “What is a Theory of Meaning? (I)” en VALDÉS VILLANUEVA, L. (ed.) *La búsqueda del significado: lecturas de Filosofía del lenguaje* Madrid: Tecnos, 1991, pp. 370-409.

explica nada a quien no conoce los significados del lenguaje en que se explica. Una teoría del significado entendida como un manual de traducción da por supuesto precisamente aquello que pretende especificar, presupone qué es conocer el significado de una palabra u oración. De tal modo, tiene que quedar descartada.

Por otro lado, la definición dummettiana tampoco permite que la teoría del significado consista en ofrecer adscripciones directas de significado. Por adscripción directa del significado se entiende aquella que toma la forma: «El significado de la palabra o sentencia X es...» o bien «La palabra o sentencia X significa...»

Si la teoría del significado consistiera en adscripciones directas tendría que suponer que el conocimiento del significado que tiene el hablante es un conocimiento completamente explícito, y esto es imposible de realizarse. Ningún hablante, pese a conocer el significado de las palabras y oraciones que usa, sería capaz de ofrecer una relación exhaustiva y explícita del significado de lo que habla.

En la búsqueda de sistematicidad y distanciamiento respecto del holismo, la teoría del significado de Michael Dummett toma como punto de partida el principio fundamental de la semántica fregena, el principio de contexto: “It is only in the context of a sentence that a word has a meaning” (Solo en el contexto de una sentencia tiene una palabra significado). Esto quiere decir que el principal objetivo de la investigación sobre el significado ha de centrarse en la sentencia, en qué consiste para una sentencia tener el significado que tiene. Los significados de todas las demás palabras y expresiones del lenguaje serán determinados en función del significado de la sentencia en que toman parte.

El problema en principio es que hay infinitas posibles sentencias en un determinado lenguaje, por lo que no es posible asignar significado a las sentencias mediante un listado, por lo que nos vemos obligados a descender al nivel de las palabras. En efecto, entendemos las sentencias que oímos y leemos porque entendemos las palabras que las componen y los principios que rigen su composición. Las palabras son los “átomos” de la semántica, pero las sentencias son las unidades semánticas primarias, son las más pequeñas unidades por medio de las cuales es posible decir algo de algo. Las sentencias son, siguiendo la metáfora, las “moléculas” de la semántica. Por lo cual, en definitiva, si queremos explicar el significado de una palabra no queda otro recurso que especificar su contribución al significado de la sentencia en que aparece.

Una teoría del significado ha de explicar en qué consiste para una palabra de nuestro lenguaje tener el significado que tiene en función de las sentencias en que

aparece, ha de mostrar qué diferente tipo de significado se le asigna a cada uno de los diferentes tipos de palabras y expresiones de nuestro lenguaje (nombres, predicados, sentencias...) y cómo tales tipos significados se interrelacionan entre sí.

De tal modo, la investigación sobre el significado de las palabras, expresiones y sentencias de nuestro lenguaje llega a ser una investigación sobre el lenguaje. ¿En qué consiste el lenguaje? ¿Cómo funciona el lenguaje? ¿Cómo se usa un lenguaje?

A philosophical account of linguistic meaning must thus take the form of a philosophical account of language: we have to seek an explanation of what it is for something to be a language, which means an explanation of how a language functions in the lives of those who use it [T&R: 37].⁴⁸

Una teoría del significado es el corazón de toda genuina filosofía del lenguaje, o más aún, de toda filosofía.

Tal explicación filosófica del significado de nuestro lenguaje es altamente complicada porque el único medio de hacerla es a través del lenguaje. ¿Cómo evitar la circularidad? Cualquier explicación cotidiana del significado ha de ser desechada, porque de modo cotidiano para explicar el significado de una sentencia lo hacemos por medio del significado de otra sentencia, con lo cual estamos suponiendo aquello que queríamos explicar. La explicación filosófica del significado no debe tomar nada por supuesto, podremos guiarnos por conceptos que poseemos, pero no podemos usar esos conceptos en nuestra explicación, únicamente trataremos de hacer explícito lo que es implícito.

But a philosophical explanation of meaning does not presuppose a prior understanding of what meaning is: it attempts to explain what meaning is as to one ignorant of the concept [T&R: 36].⁴⁹

⁴⁸ Una explicación del significado lingüístico debe así tomar la forma de una explicación filosófica del lenguaje: tenemos que buscar una explicación de qué es para algo ser un lenguaje, lo cual quiere decir una explicación de cómo funciona un lenguaje en las vidas de aquellos que lo usan.

⁴⁹ Pero una explicación filosófica del lenguaje no presupone una previa comprensión de qué es el significado: intenta explicar qué es el significado para alguien que ignore el concepto.

De acuerdo con esto, la teoría dummettiana del significado ha de ser más bien comprensiva (desde dentro) que explicativa (desde fuera). En sus propias palabras: «una teoría del significado es una teoría de la comprensión» [*SoL, VALDÉS: 372*].

De este modo aparece que su teoría del significado toma como punto de partida al hablante y al conocimiento que éste tiene de su propia capacidad, y por ello, Dummett buscará el estudio de la génesis de esta capacidad: conocer cómo funciona un lenguaje será conocer cómo alguien aprende a usar ese lenguaje.

El interés por el significado es

... un interés por cómo funciona el lenguaje, una descripción directa del modo en que funciona el lenguaje —de todo lo que alguien tiene que aprender cuando aprende el lenguaje—... [*SoL, VALDÉS: 371*].

El reto de la filosofía del lenguaje se centra en elaborar una teoría del significado que tome como punto de partida el punto de vista del hablante de un lenguaje:

Conocer un lenguaje es ser capaz de emplear un lenguaje [*SoL, VALDÉS: 373*].

2. Las condiciones previas para una teoría del significado

De acuerdo con la exposición que Dummett plantea en su artículo de 1975 “What is a Theory of Meaning? (I)”, toda teoría del significado para ser viable ha de cumplir una serie de condiciones previas: ha de ser *vigorosa, molecular y rica*, condiciones que se contraponen a otras teorías del significado consideradas *modestas, atomistas u holistas, y austeras*.

Teoría del significado vigorosa

La contraposición primera entre una teoría del significado vigorosa frente a una modesta consiste en lo siguiente:

Una teoría modesta es aquella que se limita a dar la interpretación del lenguaje a alguien que ya tiene los conceptos exigidos. Por el contrario, una teoría vigorosa (*full-blooded*) ha de ser capaz de mostrar qué conceptos son expresables por medio de qué palabras, esto es, ha de servir para explicarle nuevos conceptos a alguien que no los tiene [SoL, VALDÉS: 374].

La insatisfacción de Dummett con las teorías modestas proviene de que dejan sin explicar la capacidad humana de mejorar e incrementar el conocimiento del lenguaje por parte del hablante, dado que son incapaces de explicar la ampliación del dominio de conocimiento del hablante. Dejan fuera la que es quizá la característica más específica del lenguaje humano, la capacidad creadora y dinámica de los hablantes del lenguaje.

Un ejemplo de teoría del significado modesta es encontrado por Dummett en el artículo de Donald Davidson “Truth and Meaning” (1967).⁵⁰ El corazón de la teoría del significado davidsoniana es una teoría de la verdad construida sobre el modelo de definición de verdad tarskiano: las V-sentencias (sentencias definidas por su verdad) del tipo «‘La terra si muove’ *es verdadera* si y solo si la tierra se mueve» son transformadas

⁵⁰ DAVIDSON, Donald (1967) “Truth and Meaning” *Synthese* 17. Reimpreso en DAVIDSON (2001, 2ª ed.) *Inquiries into Truth and Interpretation* Oxford: Oxford University Press.

en S-sentencias (sentencias definidas por su significado) como «'La terra si muove' significa que la tierra se mueve». Bajo tal modelo la explicación que se proporciona de un concepto solo resulta inteligible a alguien que ya conoce ese concepto. Esto es lo que Dummett considera una teoría del significado modesta.

El fundamento de la crítica dummettiana a las teorías del significado modestas radica en la identificación de la estas teorías con lo que arriba hemos denominado “un manual de traducción”. Del mismo modo que un manual de traducción explica los significados de un lenguaje en función de otro pero sin explicar a su vez los significados de este último, una teoría del significado modesta explica los conceptos de un lenguaje a través de expresiones primitivas que permanecen sin explicar.

Así, un manual de traducción presupone un dominio de algún otro lenguaje —aquél al que se hace la traducción— para derivar de él una comprensión del lenguaje traducido; pero una teoría del significado modesta presupone un dominio de algún, aunque inespecificado, lenguaje para derivar de ella una comprensión del lenguaje objeto [*SoL, VALDÉS: 376*].

Así entendido, las teorías del significado del tipo davidsonianas se limitan a mostrar cómo llegar a la interpretación de un lenguaje a través de la comprensión de otro, que es justamente lo que hace un manual de traducción. Dejan sin explicar lo fundamental, a saber: no dan razón de en qué consiste tener un dominio de un lenguaje sin presuponer para ello ningún otro [*SoL, VALDÉS: 386*].

Estas teorías modestas del significado han de ser desechadas por su circularidad, ya que dan por supuesto precisamente aquello que se pretende explicar.

Por otro lado, la teoría del significado de Davidson adolece del segundo mal que Dummett denunciaba en las teorías del significado: consistir en una mera serie de adscripciones directas de significado, al menos para sentencias. Las sentencias definidas por su verdad se transforman, al modo tarskiano, en sentencias definidas por su

significado. Pero parece evidente que estas adscripciones no explican en qué consiste conocer el significado de tal sentencia, es decir, no son informativas.

El problema de conocer el significado de una sentencia lo trasladan a otra sentencia. Claro que, a su vez, alguien podría plantear cuál es el significado de esta nueva sentencia, y así sucesivamente.

En su ataque a la propuesta de Davidson, Dummett introduce la distinción [SoL, VALDÉS: 378] entre *saber* que una sentencia *es verdadera* y *conocer la proposición* expresada por la sentencia; saber la verdad de una sentencia no es lo mismo que conocer su significado.

Según un ejemplo tomado de Kripke, «Los caballos se llaman `caballos'», una persona puede saber que esta sentencia es verdadera sin conocer la proposición (el significado) expresada por esa sentencia.

La aplicación, que Davidson realiza, de la teoría de verdad tarskiana al problema de la teoría del significado le parece a Dummett inadecuada en razón de que también son insatisfactorias, a su juicio, las teorías del significado veritativo-condicionales, como habremos de ver más adelante.

De cualquier modo, no es probable que nadie defienda conscientemente que el significado de una sentencia puede darse ofreciendo la S-sentencia con ella relacionada. La respuesta que se ofrece al hablante es, por supuesto, insatisfactoria por no ser en absoluto informativa.

La enseñanza que Dummett que extrae de esta discusión con Davidson queda resumida en la adopción del siguiente *principio metodológico*:

... no aceptar como parte de una explicación el requisito de que alguien conozca algo, donde «conocimiento» se toma en el sentido estricto, como algo que trasciende la mera apercepción, sin dar cuenta de qué constituiría ese conocimiento.

Es esencial observar este principio para evitar explicaciones nulas o circulares [SoL, VALDÉS: 384].

Solo una teoría del significado vigorosa, como la propuesta por Dummett, es capaz de asumir este principio y, por tanto, capaz de escapar de la circularidad que conlleva el suponer aquello que se pretende explicar. Para saber qué sea el significado de un término o expresión de un lenguaje hemos de dirigirnos hacia lo que entiende por tal el hablante que usa dicho lenguaje.

Teoría del significado molecular

La propuesta de una teoría del significado vigorosa se ha esbozado frente a una teoría del significado modesta; ahora, el requisito de la molecularidad se desarrollará al contrastarlo frente al holismo y al atomismo.

Los recelos de Dummett frente al holismo son claros: a su juicio, en una teoría holista no puede haber respuesta a la pregunta sobre qué constituye la comprensión por parte del hablante de cualquier palabra o sentencia. El holismo considera el lenguaje como un todo, de manera que la explicación del significado de un término o expresión concreto nos remite a la totalidad de todos los términos y expresiones del lenguaje, convirtiéndose en una tarea imposible de realizar.

De este modo no hay posibilidad alguna de elaborar una teoría del significado válida, esto es, una teoría del significado que explique en qué consiste por parte del hablante la comprensión de sus propias palabras y sentencias.

Un lenguaje interpretado holísticamente impide la posibilidad de dar cualquier explicación sistemática de qué es dominar el lenguaje, solo una teoría del significado molecular puede ofrecer una respuesta adecuada a la cuestión:

The difference between a molecular and a holistic view of language is not that, on a molecular view, each sentence could, in principle, be understood in isolation, but that, on a holistic view, it is impossible fully to understand any sentence without knowing the entire language, whereas, on a molecular view, there is, for each

sentence, a determinate fragment of the language a knowledge of which will suffice for a complete understanding of that sentence [SoL: 44].⁵¹

El holismo no deja intermedio entre no conocer nada de un lenguaje y conocerlo completamente y en ello radica la insatisfacción que produce a Dummett tal teoría. Cualquier explicación holista ha de ser, por principio antisistemática y es este antisistematismo lo que rechaza Dummett. Pese a todo Dummett reconoce que sus ataques al holismo no son concluyentes, que no es capaz de mostrar que el holismo sea una concepción del lenguaje incorrecta. Su actitud es más bien voluntarista: si el holismo nos conduce a la conclusión de que cualquier teoría del significado sistemática es imposible (o lo que es lo mismo, que solo son posibles pseudo-teorías del significado), la actitud preferible es «asumir como principio metodológico que el holismo es falso» [SoL, VALDÉS: 393].

Por otra parte, la teoría molecular se separa, no solo del holismo, sino también de la teoría atómica del significado. Entendemos que una teoría del significado es molecular cuando se considera que la proposición es la unidad básica de significado, y es atómica cuando la unidad es la palabra. Para Dummett, en la teoría del significado no es suficiente quedarse a nivel de la palabra (átomo), una sentencia (molécula) no se reduce a la suma de las palabras que la componen.

Así, la teoría atómica correlaciona una determinada habilidad práctica del hablante con el conocimiento de los axiomas que gobiernan a las *palabras* del lenguaje, mientras que la teoría molecular correlacionará dicha habilidad con teoremas que gobiernan *sentencias completas* [SoL: 38].

⁵¹ La diferencia entre una visión del lenguaje holista y otra molecular no es que en una visión molecular cada sentencia podría en principio entenderse aisladamente, sino que en una visión holista es imposible entender completamente una sentencia sin conocer el lenguaje entero, mientras que en una visión molecular hay para cada sentencia un determinado fragmento del lenguaje cuyo conocimiento será suficiente para una comprensión completa de la sentencia.

Y, por supuesto, ya desde su primera definición de teoría del significado, Dummett exigía la necesidad de encontrar el significado de todas las palabras del lenguaje, pero también de todas las operaciones que permiten formar sentencias.

Teoría del significado rica

Dummett retoma para sí [SoL, VALDÉS: 494] la distinción de John McDowell entre teoría del significado rica y austera.

Si tratamos la cuestión en términos de condiciones de verdad, una teoría del significado rica es aquella en que el hablante que entiende un nombre propio tiene conocimiento de *la condición* que cualquier objeto ha de satisfacer para ser el portador del nombre; por el contrario, en la teoría del significado austera el hablante que entiende un nombre propio conoce *el objeto* que es portador del nombre.

En la teoría austera para conocer el significado de un nombre basta con especificar qué objeto le corresponde. Mientras, en la teoría rica se va más lejos al exigir conocer la condición que ha de cumplir el objeto, esto es, no solo se ha de conocer el ejemplo concreto, sino también el ámbito de aplicación de la regla.

Como podemos ver, en el caso de las teorías construidas en términos de condiciones de verdad, esta distinción entre teorías ricas y austeras coincide con la distinción entre teorías vigorosas y modestas. Teorías del significado austeras y modestas coinciden en que se limitan a explicar el significado de los conceptos que ya posee el hablante, sin ser capaces de dar cuenta de nuevos conceptos.

Trabajando en términos verificacionistas, más propios de Dummett, la diferencia consiste en que la teoría austera atribuye a cualquiera que entienda un nombre la mera capacidad de reconocer a su portador cuando se presenta. Por su parte, la teoría rica representa al hablante preparado para reconocer, para cualquier objeto dado, todas las condiciones que determinan si éste es el portador. En favor de la teoría rica se dice que no reconocemos *simplemente* los objetos, sino que los reconocemos *por algún rasgo*. De nuevo –aunque ahora dicho en términos de condiciones de verificación en vez de

condiciones de verdad— no es lo mismo reconocer un objeto concreto, que tener conocimiento de los rasgos —condiciones de verificación— que lo determinan.

Teoría del significado molecular, vigorosa y rica

Dummett ha discutido las condiciones previas que ha cumplir una teoría del significado para ser viable (molecular, vigorosa, rica) entrando en confrontación con la propuesta que atribuye a Davidson (holista, modesta, austera).

Concluyo, por tanto, que una teoría del significado, para ser posible en cualquier forma, debe concordar con una concepción del lenguaje atomista, o al menos molecular, y no con una holista, que debe ser vigorosa, no modesta, y rica, no austera. No necesita resultar en adscripciones directas de significado; pero debe dar cuenta explícitamente, no solo de lo que debe conocer cualquiera a fin de conocer el significado de cualquier expresión dada, sino también de lo que constituye tener ese conocimiento [*SoL, VALDÉS: 395*].

Ahora resta la cuestión crucial de en qué noción ha de basarse una teoría del significado, si en la noción de verdad o en alguna otra. Esta cuestión es discutida programáticamente en el artículo “What is a Theory of Meaning? (II)” (1976), donde es abordada la fundamentación de la teoría del significado y que constituye la continuación de “What is a Theory of Meaning? (I)” (1975), artículo este último donde, como hemos visto, solo se trataban las condiciones previas de dicha teoría del significado.

3. La noción fundamental de la teoría del significado

¿Cuál ha de ser la noción central de una teoría del significado? Tradicionalmente tal función la ha desempeñado el concepto de verdad, desarrollándose en teorías del significado veritativo-condicionales (el significado de una sentencia consiste en su condición de verdad). El objetivo de Dummett es sustituir la noción de verdad por la de prueba o justificación como noción central en su teoría del significado. Para ello, habrá que analizar antes de nada en qué consiste la propia noción de significado y si tal noción es prioritaria sobre la de verdad o si es acaso la verdad anterior al significado en el orden de la explicación. Como hemos de ver, lo que está en juego es la prioridad entre lenguaje y pensamiento, cuestión que es el origen mismo de la constitución de la filosofía analítica.

La noción del significado

Michael Dummett hereda la noción de significado de la distinción fregeana entre sentido y referente. Ambas nociones, *valor semántico* (o referente) y sentido,⁵² han de ser tenidas en cuenta para llegar al significado de una expresión o de una sentencia.

Recordemos que en Frege el valor semántico de un término singular (nombre propio) es un objeto, de un predicado (palabra-concepto) es una función, y de una sentencia (proposición) es su valor de verdad. Pero el valor semántico de una expresión no agota su significado, pues no nos dice nada de la *comprensión* de dicha expresión, porque su comprensión no consiste simplemente en la comprensión de su valor semántico. La noción de sentido fregeana se añade a la de “valor semántico” (referente) para acercarse a la noción de significado: el sentido de una expresión es el modo en que su valor semántico nos es dado.

Para Dummett sería un error reducir una teoría del significado a uno solo de los dos elementos (sentido o referencia), porque entonces la teoría del significado pecaría de modestia o bien de circularidad. Si la teoría del significado se ocupa solo de explicar qué sentido expresan las palabras y expresiones sin dar cuenta de su referente, estaríamos ante una teoría del significado modesta, incapaz de explicar el significado

⁵² Estrictamente, no se debe decir que la referencia (o valor semántico) sea un componente del significado, porque los componentes del significado en Frege son tan solo el sentido, la fuerza y el tono. Véase *Parte I. La filosofía del lenguaje de Dummett: 4. Frege: una filosofía del lenguaje: Fuerza y tono.*

completo de las palabras y expresiones de nuestro lenguaje. Una teoría del significado modesta, como vimos, solo ofrece la explicación del significado a quien ya los conoce previamente (como sucede en un manual de traducción). Por otro lado, si la teoría del significado establece que conocer el significado de una sentencia es conocer su condición de verdad, entonces estaríamos ante una teoría veritativo-condicional que como veremos es incapaz de ofrecer una explicación del significado no circular.

Aunque el componente central del significado será siempre el sentido, ya hemos visto cómo Frege además distinguió, como componentes del significado, la fuerza y el tono, los cuales deben ser también aprehendidos para comprender completamente la emisión de una sentencia. Para Dummett, esta clasificación tripartita del significado lingüístico ofrece la primera la sistematización del significado de una sentencia a partir de sus componentes. Y tal propuesta se encuentra actualmente en vigor, porque, a pesar de las críticas que ha recibido, nadie hasta ahora ha ofrecido una alternativa viable a que el significado de una sentencia venga determinado por las palabras que la componen. Ahora bien, Dummett se separa de Frege al proponer la prioridad del lenguaje sobre el pensamiento. Esta es la cuestión de si el significado se adscribe a las sentencias o los pensamientos.

Sentencias o pensamientos

En el capítulo dedicado a la recepción por Dummett de la filosofía de Frege⁵³ ya hemos tratado cómo, a ojos de Dummett, Frege pese a ser el iniciador del giro lingüístico sería todavía un “filósofo del pensamiento”. La razón es que Frege ha centrado su filosofía como un análisis de los pensamientos y no de las sentencias, pero, arguye Dummett, como los pensamientos solo nos pueden ser dados por medio de sentencias, todo análisis de pensamientos no puede hacerse de otro modo que por análisis de sentencias. Teniendo como objetivo analizar los pensamientos, Frege sentó las bases y ofreció el primer análisis de sentencias. Puesto que un pensamiento es el sentido de una sentencia, el análisis de un pensamiento es el análisis de la sentencia que lo expresa.

Desde el momento en que la filosofía se constituye como filosofía del lenguaje resulta asumido el postulado de la prioridad del lenguaje sobre el pensamiento (en el

⁵³ Véase *Parte I. La filosofía del lenguaje de Dummett: 4. Frege: una filosofía del lenguaje.*

orden de la explicación) y por tanto la tarea de la filosofía se plantea como la elaboración de una teoría filosófica del significado de las expresiones de nuestro lenguaje. El análisis filosófico es, entonces, análisis del significado de las expresiones de nuestro lenguaje y la primera unidad significativa completa de nuestro lenguaje (la “molécula” de nuestro lenguaje, diríamos) es la sentencia. En suma, la teoría del significado en su tarea de explicar *ab initio* el significado de las expresiones de nuestro lenguaje ha de comenzar por explicar el significado de las sentencias de nuestro lenguaje: la sentencia es prioritaria sobre el pensamiento en el orden de la explicación.

Pues bien, ¿cómo podemos dar cuenta del significado de una sentencia? Frege habría dicho que el valor semántico de una sentencia es su valor de verdad (lo que realmente dijo es que el *referente* de un pensamiento o *proposición* es su valor de verdad⁵⁴). Puesto que el sentido (componente principal del significado) es el modo en que nos es dado el valor semántico, entonces es fácil concluir que el significado de una sentencia es el modo en que nos es dado su valor de verdad: el significado de una sentencia es su condición de verdad. En esto consisten en esencia las teorías veritativo-condicionales del significado, las cuales tienen su raíz en Frege y por ello en cierto modo continúan deudoras de la “filosofía del pensamiento” que hemos visto en Frege. La teoría veritativo-condicional del significado no será considerada por Dummett como una auténtica teoría del significado de las expresiones de nuestro lenguaje, no alcanza a otorgar definitivamente la requerida prioridad del lenguaje sobre el pensamiento en el orden de la explicación, pues, como veremos, tal teoría es incapaz de ofrecer una explicación genuina del significado que no caiga en la circularidad. En suma, las teorías veritativo-condicionales del significado, empezando por la del propio Frege, nos abocan a un realismo al reducir el *significado* a la *verdad*.

Otros intentos de solución vienen del rechazo de la distinción entre sentencias y proposiciones. Dummett cita como ejemplo las propuestas de Putnam y de Elizabeth Anscombe. Pero esto no satisface a Dummett, pues no ve posible borrar la distinción entre el vehículo lingüístico y el pensamiento, por mucho que psicológicamente tendamos a fusionar expresiones verbales y sentidos.

Es preciso mantener tal distinción y además otorgar la primacía explicativa a la sentencia sobre el pensamiento. Nadie puede explicar por completo el significado de

⁵⁴ We ought not to interpret Frege notion of *Bedeutung* as “denotation”; it is better understood in general as “semantic value”. [*T&P*: 3-4]. (No deberíamos interpretar la noción fregeana de *Bedeutung* como “denotación”, se comprende mejor en general como “valor semántico”).

una sentencia particular sin “mencionar” dicha sentencia. Por tanto, cualquier explicación del significado ha de tomar una determinada noción fundamental como atributo de la sentencia más que de la proposición expresada por la sentencia. Esa noción fundamental podrá ser la de *verdad* o la de *uso*, pero la vía hacia la consideración del análisis filosófico como análisis del pensamiento más que análisis de la sentencia queda cerrada.

La verdad en las filosofías del lenguaje y del pensamiento

Hemos visto cómo la noción de significado en el análisis filosófico nos ha llevado a la prioridad explicativa del lenguaje sobre el pensamiento. La cuestión que se plantea ahora es cómo podemos dar cuenta de la noción de significado o si hay alguna noción previa de la cual dependa la explicación del significado. En concreto, ¿cuál es la relación entre verdad y significado? ¿Qué papel desempeña el concepto de verdad en la explicación filosófica del lenguaje?

Si volvemos atrás, hacia la división hecha anteriormente entre escuela lingüística y filosofía del pensamiento, la verdad aparece también como un concepto clave en el análisis filosófico. La escuela lingüística entiende que la verdad es un atributo de lo que se dice, de la declaración (*utterance*), y es por tanto una noción aplicable a expresiones lingüísticas. Son las sentencias de nuestro lenguaje las que son verdaderas o falsas, y la cuestión siguiente es en qué medida la verdad contribuye a determinar el significado de las sentencias y demás expresiones de nuestro lenguaje. Por el contrario, para la filosofía del pensamiento la verdad es un atributo de las proposiciones o pensamientos: primero de todo hay que explicar qué son los pensamientos y en qué consiste tener pensamientos, y cuáles de estos pensamientos son verdaderos y cuáles falsos. Ahí los conceptos de verdad y falsedad son atributo de los pensamientos y por tanto anteriores a la explicación de en qué consiste poseer un lenguaje.

Así vemos cómo la cuestión de si la verdad se aplica a las sentencias o a los pensamientos marca la diferencia entre las filosofías del lenguaje y las filosofías del pensamiento, entre, por ejemplo, la filosofía de Frege (la verdad es atributo de las proposiciones o pensamientos) y la filosofía de Davidson (la verdad se predica de *items* lingüísticos). La filosofía del lenguaje puede aceptar que el significado de una expresión lingüística haya de ser expresado en términos de la noción de verdad, y por tanto que la verdad haya de ser un atributo de expresiones lingüísticas y no de entidades no-

lingüísticas (como proposiciones). De acuerdo con esta propuesta, el pensamiento expresado por una sentencia consistiría en la condición para ser verdadero o falso y por tanto, la *verdad* de una sentencia sería prioritaria sobre el *pensamiento* que expresa. El resultado parecería abocar la filosofía del lenguaje hacia una teoría veritativo-condicional del significado: si el lenguaje es anterior al pensamiento y la verdad se atribuye a expresiones del lenguaje (sentencias), entonces la verdad es anterior al significado; el significado de un enunciado ha de consistir en su condición de verdad.

Contra esta postura se rebela la filosofía de Dummett: ¿es posible elaborar una filosofía como análisis del lenguaje que sin prescindir del concepto de verdad no sitúe la verdad como anterior al significado? ¿Cuáles son los problemas de una teoría veritativo-condicional del significado? ¿Por qué tal teoría del significado no puede, para Dummett, satisfacer el proyecto de una genuina filosofía del lenguaje? ¿Qué noción puede sustituir a la de verdad como noción fundamental de una teoría del significado? Para responder a estas cuestiones, vamos en primer lugar a explicitar el concepto de verdad.

El papel del concepto de verdad en una teoría del significado

Desde el origen de la filosofía la pregunta por la verdad ha sido siempre una de las cuestiones fundamentales de la metafísica. En palabras de Dummett:

Metaphysics is concerned with the general nature of reality, and, as the opening remarks of the *Tractatus* estate, reality is constituted not by the totality of objects that exist but by the totality of facts that obtain [T&tP: 35].⁵⁵

Los hechos son proposiciones verdaderas y si la metafísica tiene que ver con hechos, la metafísica tiene que ver, por tanto, con las proposiciones verdaderas, con qué verdades se sostienen en general. Cuando con nuestro lenguaje construimos sentencias, las sentencias enunciativas (enunciados) que proponemos contribuyen a describir el mundo, esto es, a describir una realidad independiente de nuestra voluntad, estos enunciados son propuestos como verdaderos. Decimos que es verdadero un enunciado cuando decimos que contribuye a describir el mundo, por tanto, la práctica de usar un lenguaje conlleva

⁵⁵ La metafísica trata con la naturaleza general de la realidad, y, como la observación inicial del *Tractatus* establece, la realidad está constituida no por la totalidad de los objetos que existen sino por la totalidad de los hechos que acaecen.

implícita una comprensión del concepto de verdad. El concepto de verdad resulta indispensable para la elaboración de una teoría general del significado de las expresiones de nuestro lenguaje, lo cual va a tener consecuencias metafísicas inevitablemente. Si bien por un lado el concepto de verdad es indispensable, por otro lado, advierte Dummett, la verdad no puede ser la noción central de una teoría del significado.

Pudiera parecer que algunas teorías del significado, como la teoría intuicionista, prescinden de la noción de verdad, pero esto es solo una ilusión. Es cierto que la teoría intuicionista del significado de los enunciados de las matemáticas sustituye la noción de verdad por la noción de prueba. Pero tal teoría solo prescinde de la noción de verdad (sustituyéndola por la de prueba) para dar cuenta del significado de enunciados matemáticos individualmente considerados, porque para elaborar la teoría general del significado la noción de verdad desempeña un papel fundamental.

Esto es así porque una parte imprescindible de toda teoría del significado es la teoría semántica sobre la que aquella se construye y una teoría semántica ha de explicar cómo cierta propiedad semántica de los enunciados, considerada como fundamental, es determinada a partir de las propiedades semánticas de los elementos que los constituyen y cómo en las inferencias deductivas esta propiedad fluye desde las premisas hacia las conclusiones. Es decir, la validez de las inferencias ha de depender de los valores semánticos de las expresiones empleadas.

Esta propiedad fundamental sobre la que trabaja la semántica es normalmente la verdad. Así, una teoría del significado y, con ella, una teoría semántica, necesitan de modo indispensable una noción de verdad que sea garantizada al transmitirse de las premisas a la conclusión en los razonamientos deductivos válidos. Pero la teoría del significado errará si pretende que esta noción de verdad de la teoría semántica sea además la noción central de la teoría del significado. Cuando la propiedad semántica fundamental es la de verdad y la noción central del significado es también la de verdad, entonces estamos ante una teoría veritativo-condicional del significado, en la que la comprensión del significado de las sentencias es dada a partir del conocimiento de sus condiciones de verdad. Esta teoría veritativo-condicional del significado resultará vacía o circular, bajo la crítica de Dummett.

Sin embargo, es imprescindible al mismo tiempo que la *propiedad semántica fundamental* de los enunciados (dentro de la teoría semántica) sea definible en términos de la *noción central* de la teoría del significado. Por ejemplo, en una semántica de los

mundos posibles la noción central para el significado de los enunciados consiste en ser verdadero en un conjunto de mundos posibles y no en otros. En una teoría intuicionista del significado de los enunciados matemáticos la noción central es la de “construcción de una prueba” del enunciado y la teoría semántica definirá verdadero como aquello ha sido construido mediante una prueba, más exactamente, la verdad de un enunciado consiste en la existencia de medios, efectivos en principio, para encontrar una prueba de él.

Los cánones del correcto razonamiento matemático nos impiden restringir los enunciados verdaderos a aquellos *actualmente* demostrados, en el sentido de que puede haber enunciados matemáticos verdaderos que no han sido actualmente probados. Por ejemplo, la semántica intuicionista estipula que una prueba del enunciado disyuntivo “A o B” debe consistir en una prueba de A o en una prueba de B. Ahora bien, podemos afirmar tal enunciado aunque no dispongamos de una prueba de ninguno de los dos disyuntos por separado, pero siempre que tengamos los medios efectivos de encontrar una prueba de uno o de otro. Veamos el siguiente ejemplo:

Dado el enunciado “A o B”

A: el número n (sea n un número enormemente alto, por ejemplo del orden de 100.000.000 de dígitos) es primo

B: dicho número es compuesto.

Actualmente el cálculo del número primo más alto supera la barrera de los 10 millones de dígitos, pero hasta ahora nunca nadie ha encontrado un número primo del orden de los 100 millones de dígitos. Sin embargo, tenemos los *medios efectivos* para hacerlo y por tanto el enunciado “A o B” es verdadero, aunque no hemos podido determinar cuál de los dos disyuntos es verdadero, porque al menos podríamos hacerlo en principio.⁵⁶

Esta separación entre las nociones de verdad y de significado y sus papales tanto en la teoría semántica como en la teoría del significado, marcan la herencia de Frege en Dummett y la distancia respecto a él. La idea de que la teoría del significado descansa sobre una teoría semántica es recogida por Dummett a partir de Frege. En Frege, su teoría del sentido descansa sobre la teoría semántica (el sentido de una expresión es la manera en que se nos presenta su valor semántico). Pero Dummett no acepta de Frege ni la semántica bivalente ni que la noción de verdad sea la noción central de una teoría del

⁵⁶ Nótese que el principio de bivalencia, de acuerdo con la teoría intuicionista, no se mantiene en este ejemplo pues aunque podemos afirmar la verdad de A o B, no podemos afirmar la verdad de A o la verdad de B.

significado. De este modo Dummett reconoce el carácter indispensable de la noción de verdad, pero niega que esta noción sea la noción central de su teoría del significado. No se puede decir que la teoría del significado dummettiana prescindiera de la noción de verdad: aunque de hecho cuando la teoría intuicionista da cuenta del significado de expresiones concretas usa la noción de prueba y no la de verdad, sin embargo como teoría general del significado para los enunciados matemáticos necesita de la noción de verdad dado que aceptar una prueba de un enunciado no es otra cosa que *reconocerlo* como verdadero. En otras palabras, en la teoría intuicionista el significado de los enunciados matemáticos no consiste en el conocimiento de su condición de *ser* verdaderos, sino en la capacidad de construir una prueba de ellos, esto es, en nuestra capacidad de *reconocerlos* como verdaderos. Por esto hemos dicho que la verdad es indispensable en la teoría del significado intuicionista (justificacionista) pero que no es la noción central.

La relación entre la verdad y el significado

¿Cuál es entonces la relación entre verdad y significado? La filosofía analítica nos ha enseñado a reconocer la estrecha conexión entre verdad y significado.

Philosophers have a strong intuition that the concept of truth and meaning are inextricably linked [...]. The two concepts must be explained *together* [T&tP: 39].

Pero ¿cuál ha de ser el concepto primario, el de verdad o el de significado? Está claro que en la filosofía analítica habría de ser el de significado, pero no todos los filósofos analíticos lo han visto así. De hecho, las teorías del significado veritativo-funcionales, que sitúan como primario el concepto de verdad, son las teorías del significado más comúnmente aceptadas. Frente a ellas, Dummett se propone elaborar una teoría del significado en la que el concepto de significado sea primario.

Si se pretende explicar primero la verdad y a partir de ella el significado, la dificultad consiste en cómo explicar el concepto de verdad sin dar por supuesto el concepto de significado, en cómo decir que una sentencia es verdadera sin suponer lo que la sentencia significa. Inversamente, si se quiere explicar primero el significado y a partir de él la verdad, ahora la cuestión es cómo explicar el significado sin apelar a la

noción de verdad, qué noción permite explicar el significado de una sentencia de modo completo sin presuponer en qué consiste que sea verdadera.

Algunas posturas filosóficas, como la de Frege, consideran a la verdad como indefinible. Otros intentan, como Rorty,⁵⁷ disolver la problemática tradicional de la verdad. Dummett admite [*T&tP*: 107] que la verdad pueda ser indefinible, en el sentido estricto de “definir”, pero no que la verdad sea inexplicable. Elucidar el concepto de verdad quiere decir explicar cómo adquirimos el concepto y en qué consiste la posesión de tal concepto, y esto solo es posible a partir de la explicación del concepto de significado.

El concepto de verdad está incrustado (*embedded*) en el de significado y, aunque ambos conceptos no pueden explicarse de modo separado pues están inextricablemente unidos, el significado es prioritario, explicativamente hablando, respecto a la verdad.

El error común de las teorías clásicas de verdad (las teorías de coherencia y de correspondencia) consiste en que explican el concepto de verdad tomando el de significado como dado. Pero para investigar las condiciones de verdad de una sentencia, hemos de saber previamente cuál es el significado de la sentencia. El significado ha de ser explicado previamente a la verdad.

Así es el caso de la teoría intuicionista del significado, que parte del concepto de significado como anterior a la verdad. En el informe intuicionista del significado de un enunciado matemático, el significado es determinado por lo que cuenta como una prueba de él. La prueba matemática tiene una conexión muy cercana con la verdad matemática, pero no se identifica con ella: es nuestra posesión de la prueba matemática de un enunciado lo que nos autoriza a reconocerlo como verdadero. La explicación intuicionista del significado de los enunciados matemáticos no nos dice todavía en qué consiste la verdad de un enunciado matemático, pero sí nos dice que la explicación de la verdad ha de hacerse en referencia a la de significado. Aunque el concepto de verdad tiene su papel en el discurso diario, es ante todo un concepto semántico y como tal es una noción teórica perteneciente a una teoría semántica, y que forma parte, como componente básico, de una teoría del significado.

¿Por qué es tan difícil explicar el significado sin apelar a la condición de verdad?

⁵⁷ RORTY, Richard: *Objectivity, Relativism and Truth: Philosophical Papers I* Cambridge: Cambridge University Press, 1991, p. 127.

Prioridad de la verdad sobre el significado

Es muy intuitivo que verdad y significado van muy unidos. Así vemos que dada una sentencia su significado no varía en función de que el desarrollo de los acontecimientos del mundo sea uno u otro, es decir, la sentencia puede ser verdadera o falsa sin que varíe su significado, pero la verdad no es lo mismo que la condición de verdad, si varía su condición de verdad varía su significado (varía la proposición). Por ello, el recurso más fácil y común es la propuesta de una teoría veritativo-condicional del significado.

Las teorías del significado que siguen la definición tarskiana de verdad parten del concepto de verdad como dado: adquirimos el concepto de verdad antes de adquirir el de significado. Así lo hace por ejemplo la teoría *minimalista* (o deflacionaria) de la verdad, la cual recurre a las *T* sentencias, que son sentencias del tipo:

S es verdadera ssi T.

Para explicar lo que significa la verdad de una sentencia S no se recurre a *qué* es para S ser verdadera, sino que se apela al *significado* de otra sentencia T, la cual atribuye verdad a S. Es decir, el significado de “la verdad de S” se reduce al significado de otra sentencia T. Aunque Tarski denominó a su definición de la verdad “The semantic conception of truth” es precisamente el uso del término “verdad” en su teoría semántica lo que queda sin explicación. Según Dummett, comprender el contenido de las tesis semánticas que incorporan el concepto de verdad exige algo más que conocer la validez de todas las T-sentencias. Se considera que fue Frege quien dio la primera expresión de este carácter redundante de la verdad, que la afirmación de la verdad de una sentencia equivale a la afirmación de la sentencia misma, y su estela la ha seguido toda esta familia de teorías de la verdad que de una forma u otra recurren al “desentrecomillado” (*disquotational*, “descitacional”) para explicar la verdad.

The concept of truth cannot be explained disquotationally [*T&tP*: 110].⁵⁸

Dummett hace notar [*T&R*: 31] que esta explicación de la verdad es circular: explica la verdad recurriendo al término verdadero, puesto que recurre a que ambas sentencias tienen el mismo valor de valor de verdad, lo único que podemos concluir es

⁵⁸ El concepto de verdad no puede ser explicado descitacionalmente.

que ambas son verdaderas o bien ambas son falsas. La minimalista en el fondo no es otra cosa que una teoría del significado veritativo-condicional: la explicación del significado de una sentencia consiste en la condición de su verdad. Y la teoría del significado minimalista adolece de lo mismo que el resto de las teorías veritativo-condicionales del significado, de circularidad.⁵⁹

Prioridad del significado sobre la verdad: la teoría justificacionista

La solución propuesta por Dummett consiste en hacer depender el concepto de verdad del de significado: se trata de sustituir, como noción central de la teoría del significado, la noción de verdad por la de justificación. La teoría justificacionista de significado se opone a la veritativo-condicional: comprender un el significado de un enunciado es conocer que contaría como una justificación o una refutación de él.

De tal modo, la noción de verdad aun siendo imprescindible aparece como derivada de la justificación y por tanto derivada de la significado. Pero no se identifica directamente la verdad de un enunciado con la existencia de una justificación de su aserción. Un enunciado será verdadero si es posible –o fue posible– encontrar una justificación de su afirmación. Pero no se puede entender la verdad de un enunciado como una propiedad que de modo determinado tenga que poseer o no poseer, independientemente de si tenemos o no los medios para decidirlo. Es el repudio de la teoría clásica de verdad lo que nos ha llevado a la adopción de la teoría justificacionista. La teoría clásica es incapaz de explicar nuestras prácticas lingüísticas como un todo.

The task of the philosophy is neither to belittle truth or exalt it, neither to deny it nor to defend it, but to explain why we need the concept and what it is to possess it [*T&tP*: 116].⁶⁰

⁵⁹ En una teoría descitacional el principio de bivalencia se entendería reducido a la ley lógica del tercero excluido. El principio de bivalencia afirma que todo enunciado ha de ser bien verdadero o bien falso y es un principio semántico. La ley del tercero excluido afirma que cualquier enunciado es o bien verdadero o bien lo es su negación y es en principio una ley lógica. En una teoría descitacional “‘Las cebras son rayadas’ es verdadero” equivale a “Las cebras son rayadas”. Análogamente, “‘Las cebras son rayadas’ es falso” equivale estrictamente a decir “Las cebras no son rayadas”. Por lo tanto, en esta teoría decir “‘Las cebras son rayadas’ es o bien verdadero o bien falso”, sería equivalente a decir “Las cebras son rayadas o las cebras no son rayadas”. Pero el principio semántico de bivalencia y la ley lógica del tercio excluido no son equivalentes, de hecho hay lógicas, como las multivalentes, que validan la ley pero no el principio.

⁶⁰ La tarea de la filosofía no es ni menospreciar la verdad ni exaltarla, ni negarla ni defenderla, sino explicar por qué necesitamos el concepto y en qué consiste poseerlo.

Considerar al significado anterior a la verdad (en el orden de la explicación) es la opción más genuina de la escuela lingüística, pues la prioridad del lenguaje sobre el pensamiento que caracteriza a esta corriente ha de conllevar la prioridad de la teoría del significado sobre la metafísica y por tanto también la prioridad del significado sobre la verdad (siempre en el orden de la explicación).

4. Partes de una teoría del significado

En la tarea de elaborar una teoría del significado que nos ofrezca una explicación filosófica de cómo funciona nuestro lenguaje, Dummett recoge una distinción implícita en las teorías del significado veritativo-condicionales, es la distinción fregeana entre sentido y fuerza (*sense and force*), para tratar de hacerla válida para su propia teoría y estudiar los elementos que la componen.

Así, dada una teoría del significado como la fregeana que tome la verdad como noción central, pueden distinguirse en ella los siguientes apartados:

1. La *teoría del significado* propiamente dicha: que a su vez incluye:

1.a. El *corazón* o teoría de la referencia.

2.b. La *piel* o teoría del sentido.⁶¹

2. *Teoría de la fuerza* o la teoría suplementaria.

Dummett en su artículo de 1976 “What is a Theory of Meaning? (II)” [SoL: 40] traslada esta división a su propia teoría justificacionista (o verificacionista) del significado, en la que el significado de una sentencia es el método de su justificación, entendida como verificación para los enunciados empíricos, o como prueba para los matemáticos.

La teoría de la referencia

En el marco de una teoría del significado veritativo-condicional, la *teoría de la referencia* —o corazón— ofrece la especificación inductiva de las condiciones de verdad de las sentencias del lenguaje, es decir, establece las condiciones bajo las cuales las sentencias emitidas por un hablante son verdaderas, y asigna a su vez referencia a las palabras del lenguaje. Si pasamos ahora al marco de una teoría del significado en sentido general, la *teoría de la referencia* ha de determinar recursivamente la aplicación a cada sentencia de la noción que se considera central (verdad, justificación como verificación o falsación...).

⁶¹ Esta teoría del sentido constituye el elemento principal de la teoría del significado, hasta el punto de que en otros momentos (véase [FPL: 91]) Dummett no incluirá la referencia como constituyente del significado.

Esta teoría asigna a cada constituyente mínimo de una sentencia (a cada palabra) una referencia. Cuando la verdad es la noción central, la referencia de un predicado es un conjunto de objetos; cuando lo es la verificación, es un medio efectivo de reconocer una demostración concluyente de que el predicado se aplica para cada objeto dado (o que no se aplica, cuando lo es la falsación).

La teoría del sentido

Alrededor del primer núcleo o corazón se sitúa la *piel* o *teoría del sentido*, que explica en qué consiste el conocimiento de la teoría de la referencia por parte del hablante. Especifica qué está involucrado en la atribución a un hablante del conocimiento de la teoría de la referencia.

Dummett, según él mismo reconoce, lleva aun más lejos la distinción de Frege al afirmar que la teoría del sentido tiene que especificar no solo *qué* conoce el hablante, sino también *cómo* su conocimiento se manifiesta [SoL: 85].

Cuando la teoría de la referencia toma la forma de una teoría de la verdad, la respuesta a la pregunta por el sentido es trivial (viene determinada por el T-axioma: "la tierra" *significa* la tierra) y la teoría del sentido se revela, por tanto, incapaz de mostrar en qué consiste este conocimiento implícito del hablante.

A diferencia de la noción de verdad en las teorías veritativo-condicionales en que algo puede ser verdadero sin que sepamos que es verdadero, las nociones de verificación o de falsación son *efectivas*: el hablante puede *reconocer* cuándo obtiene algo y reconocer algo quiere decir que su conocimiento es manifestable.

In a verificationist or falsificationist theory of meaning, the theory of reference specifies the application to each sentence of the central notion of the theory in such a way that a speaker will directly manifest his knowledge of the condition for its application by his actual use of the language [SoL: 85].⁶²

⁶² En una teoría verificacionista o falsacionista del significado la teoría de la referencia especifica la

El requisito de manifestabilidad exige que el conocimiento por parte del hablante sea manifestable por medio del actual uso del lenguaje.

Cuando la noción central de la teoría del significado es la de verificación o la de falsación, la teoría del sentido encaja tan perfectamente con la teoría de la referencia que

... then appears to be no need for a theory of sense to round out the theory of reference [*SoL*: 85].⁶³

Teoría de la referencia y del sentido encajan porque el método de verificación (referencia) es a la vez el conocimiento que el hablante tiene (sentido) para determinar la referencia. Más, la teoría del sentido nos conduce de modo natural hacia una teoría de la fuerza.

La teoría de la fuerza

La *teoría de la fuerza*, por último, establece la conexión entre el significado de las sentencias —tal como es asignado por las teorías de la referencia y del sentido— y la práctica hablada del lenguaje, proporcionando de esta manera un medio uniforme de derivar cada aspecto del uso de la sentencia. La *teoría de la fuerza* informa de los varios tipos de significado convencional que una sentencia puede tener: enunciado, orden, pregunta... Tal informe toma las condiciones de verdad de la sentencia como dadas, es decir, dentro esta teoría suplementaria (o de la fuerza) se presupone que las condiciones de verdad de una sentencia son ya conocidas.

La importancia de esta última parte de la teoría del significado viene avalada en Dummett por su adhesión a la tesis wittgensteiniana de que el significado es el uso: la

aplicación a cada sentencia de la noción central de la teoría, de modo que el hablante manifieste directamente su conocimiento de la condición para su aplicación por medio de su actual uso del lenguaje.

⁶³ Entonces parece no ser necesaria una teoría del sentido que envuelva a la teoría de la referencia.

viabilidad de una teoría del significado queda supeditada a la viabilidad de su teoría de la fuerza, la viabilidad de la cual a su vez determina la elección de una u otra noción central (condición de verdad, verificación, falsación...) de la completa teoría del significado.

En apoyo de su propuesta Dummett aporta incluso su interpretación sobre la tesis de Frege de que el sentido es objetivo está anticipando implícitamente la doctrina de Wittgenstein de que el significado es el uso [*SoL*: 91]: la objetividad residiría en la práctica común de usar un lenguaje.

Esta distinción de las partes de la teoría del significado trata de conectar el conocimiento del significado de las sentencias del lenguaje (teorías de la referencia y del sentido) con la comprensión de nuestra práctica actual de hablar el lenguaje (teoría de la fuerza).

5. La teoría veritativo-condicional del significado

Para avanzar a construir su teoría justificacionista (verificacionista) del significado el desafío al que se enfrenta Dummett es deshacerse de la extendida tesis de que el significado de una sentencia consiste en su condición de verdad. En contra tiene la autoridad de filósofos de la talla de Frege, Wittgenstein (*Tractatus*), Tarski, Davidson...

¿Qué es una teoría veritativo-condicional del significado?

Una teoría veritativo-condicional del significado es aquella que postula que comprender una sentencia consiste en conocer las condiciones que hacen a verdadera a la sentencia, es decir, comprender una sentencia es conocer cómo deben ser las cosas en el mundo para que sea verdadera. Nótese que podemos no conocer si la sentencia es verdadera o falsa, pero comprendemos la sentencia cuando sabemos cómo habría de ser el mundo para que sentencia fuese verdadera.

Bajo una teoría veritativo-condicional, el significado de una sentencia no es el valor de verdad de la sentencia, sino la *condición* de su valor de verdad. Por ejemplo, dada la sentencia “Hoy luce el sol” supongamos que efectivamente está luciendo el sol, entonces la sentencia es verdadera; mientras que si suponemos que no luce el sol, la sentencia es falsa; pero en cualquiera de los dos casos el significado de la sentencia es el mismo, su significado no consiste en conocer si la sentencia es verdadera o falsa, sino en conocer *qué tiene que suceder* para que sea verdadera, consiste en conocer su condición de verdad. En una teoría veritativo-condicional del significado una sentencia es verdadera si el mundo es de cierta forma y falsa si es de otra forma, aunque el significado de la sentencia es el mismo en ambos casos pues la condición para ser verdadera la sentencia no ha cambiado.

Efectivamente, si se identificara el significado de la sentencia con el valor de verdad de la sentencia todas sentencias verdaderas tendrían el mismo significado y además, como ya advirtió Frege, el significado sería un elemento del reino de los referentes, de la realidad externa, cuando está claro que el significado de una sentencia no puede ser nada “material”. En resumen, en una teoría del significado veritativo-condicional el significado es la condición de verdad de la sentencia, *conocer* aquello que haría a la sentencia verdadera o falsa.

La teoría veritativo-condicional del significado es muy atractiva a primera vista y es la más habitual entre las teorías del significado. De hecho, a este grupo pertenece la primera teoría sistemática del significado, la de Frege. Si partimos de los axiomas de la teoría del significado fregeana:

- El valor semántico de cualquier expresión se define como su contribución al valor semántico de la sentencia de que forma parte (principio de contexto).

- El sentido (componente principal del significado) es el modo en que nos es dado el valor semántico de una expresión.

- El valor semántico de una sentencia es su valor de verdad.

Entonces podemos concluir lo siguiente:

El sentido de una sentencia es el modo en que nos es dado el valor de verdad de la sentencia. Lo cual equivale a decir que el significado de una sentencia es su condición de verdad. Por tanto, la teoría del significado fregeana es una teoría veritativo-condicional del significado.

También en el *Tractatus* de Wittgenstein encontramos la misma teoría veritativo-condicional del significado:

To understand a sentence means to know what is the case if it is true (§4.024).

La razón de que la teoría veritativo-condicional haya alcanzado gran popularidad radica en su obviedad intuitiva. Y ello es debido a que esta teoría está basada en el *principio de equivalencia*:

Cualquier sentencia A es equivalente a la sentencia 'Es verdad que A',

Este principio parece proporcionar una explicación de la palabra *verdad* dentro un lenguaje. Pero, como bien hace notar Dummett, la utilización de este principio en una teoría del significado sería circular, porque este principio solo tiene sentido si el hablante posee una comprensión previa del significado de la sentencia a la que se aplica la palabra *verdad*, comprensión que es lo que precisamente se pretende explicar.

La teoría del significado ha de dar cuenta del proceso de adquisición del dominio del lenguaje y si utiliza para ello el principio de equivalencia, se estaría suponiendo que el hablante posee el dominio de una gran parte del lenguaje antes de comprender el significado de la palabra *verdad*, con lo cual deja sin explicar cómo se adquiere el dominio del lenguaje.

Otro de los motivos que sustenta la popularidad de estas teorías del significado es su compromiso con el realismo. Cuando captamos el significado de una sentencia, estamos aprehendiendo sus condiciones de verdad, las condiciones bajo las cuales la sentencia es verdadera. Es decir, suponemos que tenemos siempre la capacidad para conocer si dichas condiciones ocurren, suponemos que la realidad misma determina si la sentencia es verdadera o falsa incluso aunque nosotros no sepamos –ni podamos saber- si es verdadera o falsa, nos suponemos un conocimiento que de hecho no poseemos siempre.

El compromiso con el realismo de las teorías veritativo-condicionales del significado descansa en la asunción previa del principio de bivalencia: la realidad establece la verdad o falsedad de nuestras sentencias de modo determinado, incluso aunque no conozcamos –ni seamos capaces de conocer- si son verdaderas o falsas.

Frege fue un firme defensor del principio de bivalencia, pero dado que los lenguajes naturales no se someten siempre a tal principio, habría que crear lenguajes artificiales que lo satisfagan. Los lenguajes naturales no se someten a la bivalencia porque a veces utilizamos términos singulares con sentido que no denotan ningún objeto (por ejemplo, “el centro del universo”) o predicados no bien definidos para un objeto (“Munich es una ciudad muy *poblada*”). La solución consistiría en construir un lenguaje en que estuviera completamente determinado cada predicado en su aplicación a cada objeto. Pero, ¿esta determinación sería establecida *por nosotros o por la realidad*?

La crítica de Dummett a la teoría del significado veritativo-condicional es una crítica frontal: no ve en tal teoría dificultades de detalle, sino de principio. Con todo, Dummett no se sentirá capaz de asegurar que la tesis veritativo-condicional esté equivocada, sino solo que conlleva tales dificultades que la hacen prácticamente inviable.

We know well enough how to build the machine: but we have no grounds for confidence that we can set it in operation [*SoL*: 35].⁶⁴

Los problemas de las teorías veritativo-condicionales del significado

Veamos algunos de los problemas a que se enfrentan las teorías veritativo-condicional del significado. Uno de ellos es que estas teorías no cumplen el requisito de

⁶⁴ Sabemos lo bastante como para construir la máquina [*la máquina de una teoría del significado veritativo-condicional*]: pero no tenemos razones para confiar en que podamos ponerla en marcha.

manifestabilidad (manifestability constraint): aquello en que consiste la comprensión de una sentencia o expresión por parte del hablante ha de poder ser completamente manifestable, de lo contrario estaríamos hablando de que el hablante comprende algo cuyo conocimiento no puede expresar públicamente, no sería posible identificar la diferencia entre quien conoce un significado y quien carece de tal conocimiento. En una teoría veritativo-condicional del significado el hablante podría conocer un significado sin ser capaz de manifestar en qué consiste tal conocimiento (conocería la condición que hace verdadera a la sentencia, pero sin ser capaz de reconocer su verdad cuando le es presentada).

Otro de los problemas consiste en que estas teorías no dan cuenta de cómo el conocimiento de un significado puede ser *adquirido*, no explican cómo adquirimos el conocimiento del uso del lenguaje. Esta objeción está basada en la tradicional división del conocimiento entre teórico (conocer *qué es* algo) y práctico (conocer *cómo hacer* algo). Aprender un lenguaje es adquirir un conocimiento al mismo tiempo teórico y práctico, a veces algo más teórico, como cuando estamos aprendiendo una nueva lengua, pero siempre ambos. El aprendizaje de tu lengua materna no puede consistir en un mero conocimiento teórico. Y las teorías veritativo-condicionales explican el significado desde el punto de vista del mero conocimiento teórico: si comprender una sentencia (conocer su significado) es conocer sus condiciones de verdad, entonces tales teorías no dan cuenta de cómo es adquirido ni usado tal conocimiento.

Con todo, la objeción más fundamental contra la explicación veritativo-condicional del significado es la de su circularidad. Un ejemplo de teoría veritativo-condicional del significado lo encontramos en Donald Davidson,⁶⁵ quien aplica la teoría tarskiana de la verdad para dar cuenta de la noción de significado: el significado de la sentencia “la nieve es blanca” es que la nieve es blanca, su significado consiste en explicar cuándo la sentencia es verdadera, cuándo se dan las condiciones de su verdad. Pero entonces el significado de “la nieve es blanca” viene explicado por la siguiente T-sentencia: “la nieve es blanca” es verdadera si y solo si la nieve es blanca. Y esto, a juicio de Dummett, es una explicación circular: la explicación veritativo-condicional del

⁶⁵ DAVIDSON, Donald (1967) “Truth and Meaning”, *Synthese*, 17: 304-323. Reimpreso en DAVIDSON (2001) *Inquiries into Truth and Interpretation*, 2nd ed. Oxford: Oxford University Press. Sobre Davidson, a quien conoció durante su estancia en California en 1955 escribe: “[Donald Davidson] became my friend for the rest of my life and one with whom, despite much disagreement between us, I have found it easier and more rewarding to talk about philosophy than with anyone else. ([Donald Davidson] llegó a ser mi amigo durante toda mi vida y una de las personas con quien, a pesar de los desacuerdos entre nosotros, ha sido más fácil y gratificante hablar de filosofía que con ninguna otra).

significado es circular porque para dar cuenta de la captación del significado de una sentencia se hace en términos de la condición de verdad de otra sentencia, la sentencia de que la anterior es verdadera bajo tales y cuales condiciones.

Si queremos elaborar una teoría del significado no circular, hemos de presentar el conocimiento del significado de una sentencia o expresión como conocimiento acerca de *cómo usar* dicha sentencia o expresión. Este conocimiento no puede ser ni mero conocimiento teórico ni una simple habilidad práctica, es un conocimiento mixto. La descripción de la práctica lingüística ha de incluir no solo la capacidad de realizar aserciones sino también la posible reacción del oyente (si el oyente acepta o no la aserción). Por tanto, la teoría del significado ha de incluir, además de una teoría del sentido, una teoría de la fuerza que dé cuenta de la aceptación o rechazo de los enunciados por parte de los hablantes del lenguaje.

La razón por la que Frege no fue capaz de ofrecer tal explicación no-circular del significado radica en su concepción del conocimiento del significado como conocimiento teórico. Para Frege la captación del sentido de un enunciado consiste en el conocimiento de qué determinará si el predicado es verdadero o falso en su aplicación a un objeto dado. Tal conocimiento como decimos no tiene nada de habilidad práctica, sino que es teórico. El problema entonces es que hay predicados que son no-decidibles, que para un conjunto dado de objetos no disponemos de medios efectivos de decidir si un predicado concreto es verdadero o falso. El problema no se plantea como una mera cuestión práctica, sino como carencia de un método efectivo de decisión. Por eso Frege admite que *no podemos* determinar si el predicado se aplica o no, pero que *en sí mismo está determinado* si se aplica o no. Pero, ¿cómo podríamos expresar un conocimiento que no poseemos? ¿Qué tipo de significado sería aquel que el hablante no conoce? ¿No hemos definido significado como algo que el hablante posee? Aquí nace la circularidad, en la incapacidad de la teoría fregeana para explicar el significado de los enunciados no-decidibles.

No se puede identificar conocer el significado de una sentencia con conocer las condiciones de verdad de la sentencia, porque hay sentencias con significado para las cuales no conocemos sus condiciones de verdad, es decir, no tenemos medios efectivos de decidir si la sentencia es verdadera o falsa, pero sí seríamos capaces de *reconocer* la verdad o falsedad de la sentencia si nos fuera presentada. Es el ejemplo de una sentencia cuantificada para la cual no tenemos medios de juzgarla como verdadera o falsa, pero si nos fuera presentado un contraejemplo sí seríamos capaces de reconocer su falsedad. Si

no pudiéramos hacer esto (reconocer su verdad o falsedad cuando se presenta) entonces habríamos de admitir que la sentencia carece de sentido para nosotros.

La clave para superar la circularidad en las teorías del significado consiste en avanzar desde la consideración del conocer el significado como un mero conocimiento teórico hacia un tipo de conocimiento al mismo tiempo teórico y práctico, no se trata conocer las condiciones de verdad del enunciado sino de ser capaces de *reconocer* su verdad cuando se nos presenta. De este modo, las teorías del significado veritativo-condicionales dejan paso a las teorías justificacionistas del significado.

Las teorías veritativo-condicionales del significado no entran en la parte central de una teoría del significado, no dan ninguna explicación del *uso* del lenguaje: mientras solo discutamos sobre condiciones de verdad de las sentencias del lenguaje, no estamos todavía diciendo nada acerca de cómo hablar el lenguaje, no estamos dando cuenta del conocimiento práctico del lenguaje. Se trata de hacer explícita la conexión entre la condición de verdad de una sentencia y el uso de dicha sentencia, y esto es en lo que fallan tales teorías anteriores, no dan cuenta de una parte sustancial del conocimiento implícito por parte del hablante.

Para explicar esto, Dummett propone el siguiente experimento mental [*T&R*: 52-53]: Imaginemos que sustituimos las familiares nociones de *verdadero* y *falso* como valores semánticos de las sentencias por otras dos palabras desconocidas, ¿tendría sentido una teoría del significado así propuesta para el lenguaje? Incluso aunque llegáramos a adivinar que ambas palabras denotan los dos valores de verdad, no sabríamos cuál se corresponde con el valor *verdadero* y cual con el valor *falso* hasta que no aprendiéramos cómo *usar* las sentencias en la práctica.

Una teoría del significado que tome la verdad como su noción central se muestra incapaz en muchas ocasiones de explicar qué es adscribir a alguien el conocimiento de la condición que hace verdadera una sentencia [*SoL*: 45]. Este conocimiento podrá, a veces, ser explícito (verbalizable), pero al menos en sus más primitivos niveles tiene, necesariamente, que ser implícito y Dummett busca una teoría del significado completa, que sea capaz de hacer explícitos todos los contenidos captados implícitamente por el hablante:

It is the task of a comprehensive theory of meaning to make explicit everything that must be implicit grasped by a fully competent speaker of the language [T&R: 53].⁶⁶

Una teoría del significado se enfrentará con nociones que en vida cotidiana nos pueden ser familiares pero que en la elucidación filosófica se vuelven profundas y complejas, como son las de lenguaje, significado, proposición, contenido, aserción, verdad y falsedad.

Enunciados no decidibles

La teoría veritativo-condicional logra su objetivo con las sentencias decidibles de nuestro lenguaje pero se muestra incapaz de explicar el conocimiento del hablante para las sentencias no-decibles. Recordemos que sentencia decidible es aquella en que el hablante tiene algún procedimiento efectivo en principio que le permite reconocer si la condición de verdad de la sentencia se satisface o no. El conocimiento, por el hablante, de la condición de verdad de la sentencia, consiste en su dominio del procedimiento para decidirlo. Pero la dificultad se presenta ante las sentencias no-decidibles, porque el lenguaje natural está lleno de sentencias que son no efectivamente decidibles, sentencias para las que no existe procedimiento efectivo de determinar si sus condiciones de verdad se satisfacen.

Resulta evidente que en este tipo de sentencias no podemos *decidir* si son verdaderas o no y, por tanto, al ser en estas teorías la condición de verdad lo que determina el significado de la sentencia, tampoco tendríamos conocimiento de su significado.

Estas sentencias no efectivamente decidibles son las formadas, principalmente, por medio de estas operaciones:

- *el condicional subjuntivo*
- *la referencia a regiones inaccesibles del espacio y del tiempo* (como el tiempo pasado, o incluso el futuro)
- *los cuantificadores sobre dominios infinitos* (o no inspeccionables).

Ya advertía Dummett que una teoría del significado no solo debe especificar qué conoce el

⁶⁶ Es la tarea de una teoría completa del significado hacer explícito todo aquello que deba de modo implícito ser captado por un hablante completamente competente del lenguaje.

hablante (conocimiento implícito), sino también en qué consiste la posesión de tal conocimiento, esto es, qué cuenta como manifestación de tal conocimiento [*SoL*: 37]. Y de esto último es de lo que no es capaz de dar cuenta una teoría del significado veritativo-condicional en las sentencias no decidibles.⁶⁷

Si para todos los predicados de nuestro lenguaje tuviéramos medios efectivos para determinar si su aplicación a un conjunto dado de objetos nos proporcionan enunciados verdaderos o falsos, entonces conocer el significado –conocer qué es para ese predicado ser verdadero respecto de un objeto- se identificaría con ser capaces de determinar si es verdadero o no. Pero esto no sucede: hay muchos predicados para los cuales no tenemos medios de determinar su aplicación a objetos dados. Efectivamente, en nuestro lenguaje expresamos proposiciones para las cuales no tenemos medios efectivos de determinar su valor de verdad. Por tanto, una teoría del significado que solo proporcione significado a los predicados decidibles no es satisfactoria porque hay muchos predicados no-decidibles que expresamos y entendemos perfectamente, luego tienen que tener significado aunque sean no-decidibles.

Cuando aprendemos un lenguaje aprendemos a usar primero los predicados decidibles y luego aprendemos a usar los indecidibles a partir de aquellos: usamos operadores que aplicados a predicados decidibles los convierten en indecidibles. Ejemplos de estos operadores son los cuantificadores sobre totalidades infinitas, sobre tiempos futuros (“será siempre”, “no será nunca”, “será en algún tiempo”...) y también sobre tiempos pasados (operadores que convierten un enunciado en tiempo verbal presente en otro en tiempo verbal pasado). Cuando aprendemos a trabajar con operadores cuantificacionales el primer paso es tratar con totalidades finitas pero no inspeccionables. Un ejemplo de esto sería descomponer en factores un número extraordinariamente alto. Estos enunciados son decidibles en principio aunque puede que no en la práctica. El siguiente paso es tratar con totalidades infinitas, para las cuales extendemos los medios de decisión que utilizamos con enunciados decidibles. Pero como no nos es posible inspeccionar cada miembro de una totalidad infinita como lo

⁶⁷ Este problema, sin embargo, no afecta al corazón de la teoría del significado veritativo-condicional (a lo que Dummett llama *teoría de la referencia*), sino solo a la piel (o *teoría del sentido*). El corazón de la teoría establece el modo en que la condición de verdad de una sentencia viene determinada por las referencias de las palabras que la componen. La piel o teoría del sentido relaciona esta teoría de la verdad (o de la referencia) con el dominio del lenguaje por el hablante, con sus habilidades lingüísticas prácticas [*SoL*: 47]. Aunque esto no quiere decir que sea una objeción trivial, pues la teoría del sentido es la parte más importante de la teoría del significado. El significado viene dado por el uso del lenguaje por el hablante: ha de reconocerse que, cuando se aprende un lenguaje, se aprende en realidad una práctica.

haríamos con los de una finita, tendemos a suponer que un ser con poderes mayores que los nuestros lo conseguiría. Esto, para Dummett es un error: la razón por la que no podemos inspeccionar totalidades infinitas no es la deficiencia de las capacidades humanas sino que el sinsentido es concebir una tarea infinita como completada.

An infinite task is by definition one that cannot in principle be completed [T&R: 71].⁶⁸

La posición de Dummett le va a llevar a un abandono del realismo, pero sin caer en un subjetivismo o relativismo. Se abandona el concepto de verdad como noción central de la teoría del significado, pero la verdad sigue jugando un papel importante, la verdad sigue siendo algo objetivo. La verdad es una propiedad objetiva de lo que el hablante dice, determinada independientemente de sus razones para decirlo [SoL: 51]. Estas dificultades con que se enfrenta una teoría veritativo-condicional del significado al tratar con las sentencias no-decidibles se plasman en dificultades en torno al principio de bivalencia, las cuales conducen al abandono del realismo.

⁶⁸ Una tarea infinita es por definición aquella que no puede en principio ser completada.

6. Dificultades en torno al principio de bivalencia

Muchas de las sentencias de nuestro lenguaje trascienden nuestras capacidades de reconocimiento. El significado de las sentencias no-decidibles de nuestro lenguaje se resiste a ser explicado mediante la noción de verdad, de modo que los principios relacionados con la noción de verdad se encuentran con dificultades. Es el caso del principio de bivalencia y de otros dos principios asociados a él, el principio de correspondencia y el principio de equivalencia:

- Principio de bivalencia: *todo enunciado es o bien verdadero o bien falso*. Este principio conlleva los otros dos principios: el de correspondencia, que regula de la noción de verdad, y el de equivalencia, que la explica.
- Principio de correspondencia: *si un enunciado es verdadero, debe haber algo en virtud de lo cual sea verdadero*. La correspondencia se da entre un enunciado y algún componente de la realidad.
- Principio de equivalencia: *cualquier sentencia A es equivalente a la sentencia 'Es verdad que A'*.

Como veíamos al tratar los enunciados no-decidibles, que ponían en apuros a la teoría veritativo-condicional del significado, son paralelamente tres los tipos de enunciados que provocan dificultades al principio de bivalencia:

- Los enunciados contrafácticos
- Los enunciados en tiempo pasado (o futuro)
- Los enunciados con cuantificadores sobre dominios infinitos

Más adelante trataremos detenidamente estos tipos de enunciados, vamos a recoger ahora los problemas que la bivalencia presenta en relación con ellos.

El condicional contrafáctico

El condicional contrafáctico representa la más clara violación del principio de correspondencia, y a consecuencia de ello el propio principio de bivalencia se encuentra con dificultades.

Los condicionales contrafácticos o subjuntivos son aquellos que hablan (en subjuntivo) sobre hechos que nunca se han llegado a producir, pero que *podrían* haber sucedido de haberse dadas ciertas condiciones.

Un ejemplo lo proporciona el siguiente enunciado: «X es bueno aprendiendo lenguas». Sea el caso de que X nunca ha tenido oportunidad de enfrentarse al aprendizaje de una lengua extranjera. El contrafáctico quedaría así: «Si X se hubiera dedicado a aprender lenguas, habría sido bueno en ello». ¿Debe ser este enunciado bien verdadero o bien falso? Dummett [SoL: 53-4] entiende que las respuestas posibles son las siguientes:

- a. No es necesaria ninguna de las dos opciones. No tiene por qué haber una respuesta determinada.
- b. La habilidad lingüística consiste en alguna característica de la estructura cerebral, luego el cerebro ha de poseer la característica o no: el enunciado es o bien verdadero o bien falso.
- c. No hay correlación entre habilidad lingüística y característica psíquica, pero una persona tiene que poseer la habilidad lingüística o carecer de ella: el enunciado es o bien verdadero o bien falso.

La única razón para pensar que el condicional subjuntivo sea o bien verdadero o bien falso puede provenir de la necesidad lógica de que la bivalencia se mantenga a toda costa: bien el contrafáctico o bien su opuesto,⁶⁹ pero necesariamente uno y solo uno de éstos, ha de ser verdadero.

Las soluciones *b.* y *c.* mantienen la bivalencia, *a.* la rechaza.

⁶⁹ El opuesto de un condicional contrafáctico es aquél que tiene el mismo antecedente y el consecuente contrario: «Si X se hubiera dedicado a aprender lenguas, no habría sido bueno en ello».

Yendo más allá, al aplicar el principio de correspondencia, podemos admitir que desde una postura realista el enunciado contrafáctico sería verdadero o falso de modo determinado, independientemente de que podamos llevar a cabo la prueba para comprobarlo. Las respuestas *b.* y *c.* son realistas (*b.* sería un realismo reduccionista, mientras que *c.* sería un realismo ingenuo). Por su parte, *a.* supone un rechazo del realismo.

El realismo reduccionista admite que es posible la trasladabilidad de los enunciados de una clase a los de otra. En el realismo ingenuo el enunciado en cuestión es desnudamente verdadero (*barely true*), no se puede reducir, no podemos esperar una respuesta no-trivial a la pregunta de *qué lo hace verdadero*.⁷⁰

Como hubiera recordado el mismo Hume, el problema de los todos los enunciados no-decidibles consiste en que se pretende extender por analogía lo que es válido para determinados ámbitos hacia ámbitos que escapan a nuestras capacidades.

La única salida que queda para Dummett, como veremos, es la solución *a.*, es decir, rechazar la bivalencia y con ella el realismo, tanto el ingenuo como el reduccionista.

Enunciados en tiempo pasado (o futuro)

Los enunciados en tiempo pasado nos llevan habitualmente a cometer el mismo error: solemos pensarlos como siendo verdaderos o falsos por una realidad que no es ya directamente accesible para nosotros o que quizá solo lo es fragmentariamente en la memoria. Tendemos a suponer que el pasado en algún sentido está todavía allí. Recurrimos a la inferencia, a la evidencia indirecta, en un intento de extender nuestro conocimiento hacia ámbitos inaccesibles.

Otro ejemplo lo constituyen las sentencias en tiempo futuro: es imposible para el hablante establecer de modo concluyente la verdad de tales sentencias en el momento de emitirlos. Aristóteles, en el libro IX de *Peri Hermeneias*, plantea si una proposición sobre

⁷⁰ Es decir, la única respuesta posible a la pregunta *qué lo hace verdadero* sería trivial: lo hace verdadero el hecho de que es verdadero.

el futuro como “mañana habrá una batalla naval” es necesariamente verdadera o falsa, y trae la discusión no solo a propósito del determinismo y sino también a propósito del principio de tercio excluso.

De este modo, los enunciados acerca de regiones inaccesibles temporal y/o espacialmente ponen también en serias dificultades al principio de bivalencia y al realismo. Dummett dedica su libro *Truth and the past* [2004] al problema de la verdad en los enunciados acerca del pasado, nosotros lo abordaremos con detenimiento más adelante (véase nuestra *Parte V. El antirrealismo sobre el tiempo*).

Enunciados con cuantificadores sobre dominios infinitos

Trabajar con totalidades infinitas no es simplemente una tarea más larga que cuando lo hacemos con totalidades finitas, es una tarea que simplemente no podemos concebir como completada, con lo cual el principio de bivalencia no puede ser aplicado sin más.

Efectivamente, los enunciados con cuantificadores sobre dominios infinitos provocan serias dificultades al principio de bivalencia y es en el terreno de la matemática donde aparecen más claramente. Dedicaremos a ello la *Parte IV. El antirrealismo en matemáticas* de nuestro trabajo.

Recuerda Dummett [*SoL*: 61] que, acerca de nuestra incapacidad para inspeccionar dominios de cuantificación infinita, Russell habló de «*a mere medical impossibility*», argumentando que no podemos hacerlo, pero que un ente de poderes sobrehumanos lo haría. Se apela así a un principio regulativo de la noción de verdad modificado generosamente: *si un enunciado es verdadero, debe ser en principio posible conocer que es verdadero*. La novedad que se introduce consiste en que ha de ser *en principio* posible conocer que es verdadero el enunciado: ya no solo se exige que haya algo que haga al enunciado verdadero, además hemos de ser capaces de acceder cognoscitivamente a ello. Es una modificación generosa que pretende incluir a seres con mayores poderes que nosotros o de diferente perspectiva o escala.

Pero, advierte Dummett [SoL: 62], incluso para el realista, los poderes sobrehumanos han reconocerse en relación (por analogía o extensión) con nuestros actuales poderes. Resulta difícil aceptar que estos *seres* lleguen a tener «una visión directa de la realidad contrafáctica» o de objetos cuantificados de modo infinito, ya que no disponemos de ninguna imagen acerca de en qué consistirían tales poderes.

¿Cómo salir de este callejón sin salida? A juicio de Dummett [SoL: 62], las dificultades arrancan de la propensión a asumir la interpretación realista de todas las sentencias de nuestro lenguaje sobre la base de asumir el principio de bivalencia. Para enunciados decidibles, la asunción del principio de bivalencia resulta poco o nada problemática, pero con los enunciados no-decidibles la cuestión es muy diferente.

No hay posibilidad de construir una teoría realizable del significado si primero no abandonamos la asunción de la bivalencia [SoL: 64]. Abandonar la bivalencia exige construir una semántica para estas sentencias que no esté formulada en términos de valores de verdad y, sobre todo, exige la renuncia al gobierno de la lógica clásica (*principio de tercio excluso*).

Dado que nuestra práctica inconsciente asume la lógica clásica, la propuesta de Dummett significa una revisión de tal práctica, a saber, el rechazo de ciertas formas de razonamiento clásicamente válidas.

La exigencia de revisar nuestra práctica cotidiana no constituye un argumento contra la teoría del significado dummettiana. Aunque obviamente, entre dos teorías, una que justifique nuestra práctica lingüística y otra que la revise, preferiremos la que la justifique, «*but we have no grounds to assume in advance that our language is in every respect perfectly in order*» [SoL: 63-4].⁷¹ De hecho, la ciencia muchas veces ha hecho temblar y derrumbarse nuestras *certidumbres* cotidianas.

El reto es, pues, construir una teoría del significado cuya noción central ya no sea la de verdad y cuya semántica no tome como base la bivalencia. El prototipo para tal

⁷¹ ...pero no tenemos razones para asumir de antemano que nuestro lenguaje está perfectamente en orden en todos los aspectos.

semántica ya está dado y a él va a recurrir Dummett: la teoría intuicionista del significado para los enunciados matemáticos.

7. La teoría justificacionista del significado

La aportación intuicionista a la teoría del significado

El intuicionismo ofrece un *prototipo* de rechazo de la bivalencia y de rechazo del realismo. La teoría del significado intuicionista para los enunciados de la matemática no tiene como noción central la de verdad. El acercamiento de Dummett al intuicionismo no viene provocado por un interés directo sino por ser un medio de elaborar una teoría del significado antirrealista.

The intuitionistic explanations of the logical constants provide a prototype for a theory of meaning in which truth and falsity are not the central notions [SoL: 70].⁷²

En la matemática intuicionista la comprensión del significado de un enunciado matemático consiste en la capacidad de reconocer, para cualquier construcción matemática, lo que constituye o no una prueba del enunciado.

El significado viene, entonces, expresado por el dominio del uso del lenguaje matemático, de la práctica matemática. Lo cual encaja a la perfección con la pretensión wittgensteiniana, retomada por Dummett, de que el significado es el uso.

La propuesta intuicionista del significado de los enunciados de la aritmética elemental no presenta problemas: las ecuaciones numéricas son siempre decidibles, una comprensión de su significado consistiría en el conocimiento del procedimiento de cómputo por el que se decide su verdad o falsedad [SoL: 66].

Pero con tal teoría del significado ya no se requiere que todo enunciado inteligible sea efectivamente decidible, con lo cual podemos irnos más allá de aritmética elemental. Por tanto, no es tampoco preciso forzar la aplicación general del principio de bivalencia para todo enunciado. Incluso para los enunciados no-decidibles, como el significado ya no es función de la verdad del enunciado, puede haber —y de hecho hay— enunciados que, sin ser verdaderos ni falsos, sí que tienen significado. El significado de los enunciados matemáticos en el intuicionismo ya no depende de la verdad o falsedad, sino de la construibilidad de su prueba.

⁷² La explicación intuicionista de las constantes lógicas proporciona el prototipo para una teoría del significado en la que verdad y falsedad no sean las nociones centrales.

Entender un enunciado matemático consiste en saber cómo reconocer una prueba de él cuando se nos presenta. Comprender la negación de un enunciado es saber cómo reconocer una prueba de la negación del enunciado, esto es, una prueba de la negación de un enunciado demostrará la imposibilidad de encontrar una prueba de tal enunciado.

La restricción impuesta a la aplicación del principio de bivalencia conlleva también una restricción sobre la ley del tercero excluso. En los enunciados decidibles podremos aplicar la ley del tercero excluso, pero tal ley no será válida con generalidad: nuestra comprensión de un enunciado consiste en la capacidad, no necesariamente de encontrar una prueba, sino solo en reconocerla cuando se encuentre [SoL: 70].

En el terreno de la lógica [SoL: 69], la explicación intuicionista del significado de cada uno de sus operadores lógicos consiste en especificar qué cuenta como una prueba de un enunciado matemático en el cual el operador en cuestión es el principal, dando ya por supuesto que conocemos qué vale como prueba de las sentencias constituyentes. Por ejemplo, sea el enunciado $p \vee q$, siendo p, q enunciados matemáticos, sea que conocemos qué cuenta como prueba de p y qué cuenta como prueba de q , entonces el significado del operador disyuntor \vee viene dado por la especificación de qué cuenta como prueba del enunciado $p \vee q$.

Esta propuesta de explicación intuicionista de las constantes lógicas tiene la ventaja de que escapa a la circularidad irremediable a que está sometida la explicación de las constantes clásicas cuando se opera sobre dominios de cuantificación infinita.

La teoría del significado intuicionista para la matemática y la lógica es el punto de apoyo que necesitaba Dummett para dar forma a su teoría general del significado:

Such a theory of meaning generalizes readily to the non-mathematical case [SoL: 70].⁷³

La noción general equivalente a la de *prueba* en matemáticas será entonces la de *justificación* (o *verificación*) y de acuerdo con esto podemos aplicar las conclusiones de la teoría del significado para términos y enunciados matemáticos hacia una teoría general del significado.

⁷³ Tal teoría del significado está lista para generalizarse al caso no matemático [SoL: 70].

La verificación como noción central de la teoría del significado

Trasladando entonces la aportación intuicionista a la teoría general del significado, resulta que la comprensión de un enunciado consiste en la capacidad de reconocer aquello que cuenta como una verificación de él. Para operar este paso ha bastado con sustituir, por un lado, «enunciado matemático» por «enunciado (en general)» y, por otro, «prueba» por «verificación». Los términos “verificación” como noción central y “verificacionismo” para la teoría del significado son utilizados por Dummett en algunas ocasiones (sobre todo en “What it is a Theory of Meaning? (II)” [*SoL*: 34-94]), pero dadas las connotaciones que tienen prefiere utilizar “justificación” y “justificacionismo”

The term ‘verificationist’ has misleading associations; let us call it a ‘justificationist’ theory [*T&R*: 59].⁷⁴

En concreto, quiere evitar las asociaciones con el neopositivismo, con el cual no comparte ni la idea de las matemáticas ni la actitud hacia la metafísica, entre otras cosas.

A diferencia de la teoría del significado veritativo-condicional, en la teoría verificacionista del significado ya no se exige que seamos capaces de decidir la verdad o falsedad del enunciado, basta con que seamos capaces de reconocer su verificación cuando se nos presente.

A esta extensión del concepto de prueba matemática al de verificación en general Dummett, sin embargo, va a presentar «una precaución y dos reservas» [*SoL*: 71-2], precaución y reservas que proceden de su tradición analítica.

La precaución consiste en que su teoría del significado ha de dar cuenta del carácter interdependiente y articulado del lenguaje. Notamos que la crítica al holismo es necesaria, pero que tampoco hay que llevarla demasiado lejos. Dummett reconoce así la aportación de Quine en “Dos dogmas del empirismo” [1951] y se separa del compromiso del positivismo lógico que solo acepta como verificación las experiencias sensoriales. Para Dummett, siguiendo a Quine, las inferencias para enunciados matemáticos serían un extremo de la pirámide de enunciados y las verificaciones por los datos de los sentidos el otro, en el resto de los casos no-periféricos la verificación conllevaría tanto experiencias sensoriales como inferencias a partir de otras sentencias del lenguaje.

⁷⁴ El término “verificacionista” tiene engañosas asociaciones; llamémosla una teoría “justificacionista”.

La reserva primera se refiere a que en los enunciados matemáticos no es preciso distinguir entre la comprensión de un enunciado como capacidad de reconocer una prueba y como capacidad de reconocer una refutación, ya que hay un modo uniforme de explicar la negación (la prueba de la negación de un enunciado consiste en encontrar un método de transformar la prueba del enunciado en una prueba de una falsa ecuación numérica, por ejemplo, que $0=1$). En los enunciados empíricos, sin embargo, no es obvio que se mantenga tal presunción, la comprensión del significado pueda darse o bien por la verificación o bien por la falsación. Pero hay que decidirse por uno de los dos procedimientos. El caso es que prueba y refutación en matemáticas no son procedimientos metodológicamente excluyentes, antes bien, ambos son precisos; pero en el mundo sensible hemos de elegir uno de los dos, condicionando ello nuestra entera metodología hacia un verificacionismo o hacia un falsacionismo.

La segunda reserva hace notar que dentro del lenguaje de las matemáticas la propiedad de decidibilidad es estable, mientras que en el lenguaje en general la decidibilidad no es tan duradera. Ejemplo: que un número enormemente grande sea o no primo es en principio decidible y por tanto puede afirmarse la disyunción de este enunciado y de su negación. «Hay ahora un número bien par o bien impar de patos en el estanque» es también decidible, pero «Hubo bien un número par o bien impar de gansos que graznaron sobre el Capitolio» ya no es tan obvio que sea decidible. Más adelante volveremos sobre el tema de los enunciados no-decidibles tanto matemáticos como empíricos.

De este modo, Dummett se lanza a explorar las posibilidades que para su teoría del significado le ofrecen el verificacionismo y el falsacionismo.

Hacia una teoría verificacionista del significado

El siguiente texto nos ofrece un buen resumen de la propuesta verificacionista de Dummett:

I have argued that a theory of meaning in terms of truth conditions cannot give an intelligible account of a speaker's mastery of his language; and I have sketched one possible alternative, a generalization of the intuitionistic theory of meaning for the language of mathematics, which takes verification and falsification as its central notions in place of those of truth and falsity. This does not mean that the

notion of truth will play no role, or only a trivial one, in such a theory of meaning. On the contrary, it will continue to play an important role, because it is only in terms of it that we can give an account of deductive inference; to recognize an inference as valid is to recognize it as truth-preserving [SoL: 74].⁷⁵

Incluso dentro de las matemáticas intuicionistas se requiere la noción de verdad, aunque no puede hacerse coincidir con la posesión de una prueba. Y esto es así dado que *verificación* quiere decir *demostración de la verdad*, hasta tal punto el concepto de verdad va unido al de verificación.

It is far from being a trivial matter how the notion of truth, within a theory of meaning in terms of verification, should be explained [SoL: 75].⁷⁶

Con todo, las diferencias entre una teoría del significado verificacionista y una teoría del significado veritativo-condicional son claras: en la teoría del significado verificacionista el significado no solo no se da en términos de la condición de verdad de la sentencia, sino que además la noción de verdad, cuando es introducida, ha de ser explicada en términos de nuestra capacidad para reconocer un enunciado como verdadero, y no en términos de una condición que trascienda las capacidades humanas. El concepto de verdad es muy distinto en una y en otra teoría. En la verificacionista no se puede admitir una noción de verdad que sea independiente de nuestra capacidad de determinarla.

Así, dada la posibilidad de enfrentarse con sentencias no-decidibles, una teoría del significado verificacionista, por tanto, tendrá que abandonar la bivalencia para su concepto de verdad: las sentencias no-decidibles no son verdaderas ni falsas, pero son significativas mientras sean *verificables*. Por ejemplo, al preguntar por el contenido de un enunciado, la teoría del significado veritativo-condicional afirma que su contenido consiste aquello que hace que el enunciado sea verdadero. La teoría verificacionista, por el contrario, ha de

⁷⁵ He argumentado que una teoría del significado en términos de condiciones de verdad no puede dar un informe inteligible del dominio del lenguaje por el hablante; y he esbozado una posible alternativa, una generalización de la teoría intuicionista del significado para el lenguaje de las matemáticas, la cual toma la verificación y la falsación como nociones centrales en lugar de las de verdad y falsedad. Esto no quiere decir que la verdad y la falsedad no jueguen ningún papel, o solo uno trivial, en tal teoría del significado. Por el contrario, continuarán jugando un papel importante, porque solo en términos de ella puede darse un informe de la inferencia deductiva; reconocer una inferencia como válida es reconocer que preserva la verdad.

⁷⁶ Está lejos de tener un contenido trivial el modo en que ha de explicarse la noción de verdad dentro de una teoría del significado en términos de verificación.

entender que el contenido del enunciado consiste en el hecho (o posibilidad) de su verificación.

Esto conlleva que una teoría verificacionista ha de mantener abierta la posibilidad de que un enunciado no sea ni correcto ni incorrecto. Por ejemplo, una apuesta en la que las condiciones estipuladas no se han dado, el apostante no será ni ganador ni perdedor.⁷⁷

Por todo ello, Dummett se muestra cauto en este momento con la posibilidad de construir una teoría verificacionista del significado y es consciente de los muchos problemas que habría que solventar:

Whether a plausible theory of meaning in terms of verification can be constructed, I do not know; there are many problems which there is no space in this general discussion to investigate [*SoL*: 75-6].⁷⁸

Explorando una teoría falsacionista del significado

Extendiendo la prudencia manifestada arriba, Dummett explora incluso, aunque sin dedicarle mucha atención, la posibilidad de situar la falsación como noción central de su teoría del significado, reconociendo afinidades con Popper y con Hintikka: conocemos el significado de una sentencia cuando sabemos cómo reconocer su falsación cuando se presenta:

Thus, in the order of explanation, the notion of the incorrectness of an assertion is prior to that of its correctness [*SoL*: 83].⁷⁹

Tal teoría se sustentaría sobre una lógica que no sería ni clásica ni intuicionista. Una teoría falsacionista no relaciona directamente el significado de una sentencia con las razones de su aserción. En su lugar, el contenido de un aserto es un tipo de jugada en la

⁷⁷ Nótese que mientras la teoría verificacionista excluye la posibilidad de que un enunciado sea al mismo tiempo tanto correcto como incorrecto —ya que ningún enunciado puede ser al mismo tiempo verificado y falsado [*SoL*: 78]—, sin embargo admite que un enunciado no sea ni correcto ni incorrecto.

⁷⁸ No sé si puede construirse una teoría plausible del significado en términos de verificación; hay muchos problemas que no hay espacio para investigar en esta discusión general.

⁷⁹ Así, en el orden de la explicación, la noción de incorrección de un enunciado es anterior a la de corrección.

que al hablante no se le pillará en error. En vez de razones para afirmar la sentencia, el hablante apuesta que no hay razones para negarla (falsarla).

En algún momento Dummett parece inclinarse hacia las ventajas de una teoría falsacionista del significado

On our present exceedingly imperfect comprehension of these matters, reflection should make us admit that a verificationist theory of meaning is a better bet than a thoroughgoing realistic one, and, probably, a falsificationist theory a better bet still [SoL: 93].⁸⁰

Finalmente se decidirá hacia una teoría verificacionista del significado en la forma más general de justificacionismo.

La teoría justificacionista del significado

La insistencia en que el significado es el uso nos lleva a sustituir la noción de verificación por la más general de justificación. Una teoría justificacionista del significado es aquella en que la comprensión del significado de un enunciado consiste en la capacidad para *reconocer la justificación* (prueba o evidencia) cuando se presenta: el significado de un enunciado no consiste ya en las condiciones de verdad sino en el *uso* del mismo que realizan los hablantes del lenguaje.

Solo una teoría del significado justificacionista es capaz de ofrecer una explicación no circular de la comprensión del significado de las sentencias y expresiones de nuestro lenguaje. Comprender una sentencia consiste en poseer la capacidad, cuando estamos adecuadamente situados, de reconocer su verdad o falsedad, incluso aunque ahora no existan tales medios efectivos para situarnos adecuadamente. En el justificacionismo el significado es el uso, es la capacidad de reconocer la sentencia como verdadera si se presentara, es decir, aunque no conocemos si es verdadera o falsa, si se nos colocara en la situación adecuada, reconoceríamos su verdad o falsedad.

⁸⁰ Desde nuestra comprensión presente sumamente imperfecta de estos asuntos, la reflexión debería hacernos admitir que una teoría verificacionista del significado es una apuesta mejor que la realista completa, y probablemente la teoría falsacionista es una apuesta mejor aún.

La teoría justificacionista del significado concuerda muy bien con nuestra experiencia de adquirir un lenguaje: aprendemos a reconocer, cuando estamos situados correctamente, como verdaderos o falsos los enunciados cuyos sentidos acabamos de conocer, aprendemos a reconocer en qué circunstancias estamos autorizados a realizar ésta o aquella aserción. En el caso de los enunciados decidibles aprendemos cuáles son los medios por los cuales podemos decidir sobre su verdad o falsedad. En el caso de los enunciados no-decidibles nos basta con ser capaces de reconocer la verdad o falsedad del enunciado cuando se nos presente. Nuestro progresivo dominio del lenguaje va más allá de nuestra capacidad solipsista de reconocer por nosotros mismos enunciados como verdaderos, también aceptamos aserciones de otros y actuamos en consecuencia. En esto consiste usar una lengua, en una práctica común.

El rechazo de la bivalencia

El caso de los enunciados no-decidibles nos lleva a presentar la característica más definitoria de la teoría justificacionista del significado, el rechazo de la validez general del principio de bivalencia, lo cual va a tener consecuencias metafísicas en la forma de una crítica al realismo.

El justificacionismo excluye la posibilidad de que un enunciado sea al mismo tiempo verdadero y falso (verificado y falsado), pero admite que un enunciado no sea ni verdadero ni falso (que no haya evidencias o pruebas ni de su verdad ni de su falsedad).

La teoría justificacionista parte del rechazo al principio de bivalencia para las sentencias no-decidibles de un lenguaje, en las cuales carecemos de método efectivo de decidir su verdad o falsedad, y por lo tanto no podemos asumir que la sentencia sea verdadera o falsa de modo determinado. Sería absurdo aceptar que puede haber enunciados verdaderos cuya verdad somos incapaces de reconocer.

El rechazo de la bivalencia por parte de la teoría justificacionista da lugar al rechazo de la ley del tercero excluido. La ley del tercero excluido en la lógica es el resultado del principio de bivalencia en la semántica. Se abre así una diferencia en el modo de considerar la lógica, puesto que al rechazar la validez universal del principio de tercio excluido se abandona la lógica clásica por una lógica de tipo intuicionista. El modelo de razonamiento deductivo válido para una teoría justificacionista del significado es la lógica intuicionista. Igualmente toda la teoría intuicionista para las matemáticas se levanta sobre la noción de prueba constructiva, que no es otra cosa que

la noción de justificación aplicada al razonamiento matemático. No es tanto la verdad lo que se preserva desde las premisas hasta la conclusión en el razonamiento deductivo válido, sino la demostrabilidad (o justificabilidad).

Es cierto que la justificabilidad no es lo mismo para un enunciado empírico que para uno matemático y por tanto también varía la validez de la ley de tercio excluso en el campo empírico y el matemático. Cuando estamos ante un enunciado matemáticamente decidible, podemos afirmar la validez del tercio excluso, puesto que bien él mismo o bien su negación es demostrable (justificable), incluso aunque no sepamos en concreto cual de los dos es verdadero. Por ejemplo ante un número natural dado podemos legítimamente afirmar que es o bien primo o bien compuesto sin haberlo computado todavía, dado que tenemos en principio un procedimiento efectivo de decisión. Antes de aplicar el procedimiento estamos autorizados a asumir que el número en cuestión es de modo determinado o bien primo o bien compuesto.

Pero el caso es muy distinto cuando estamos ante un enunciado empírico. El resultado de un procedimiento empírico de decisión no depende solo de llevarlo a cabo correctamente sino también de otras circunstancias que pueden aparecer en los pasos del procedimiento. El valor de verdad que ofrecen los procedimientos empíricos no puede establecerse de modo general antes de su realización sino que dependerá de cada caso. Ejemplo: determinar contándolas si el número de manzanas en una cesta es primo o compuesto. ¿Es primo o compuesto antes de contarlas? ¿O llega a serlo solo mediante el proceso de contarlas? ¿Y si perdemos irremediamente la oportunidad de contarlas?

La noción de comprensión como noción central de la teoría del significado

Una vez descartada la opción de la teoría del significado veritativo-condicional (el significado es la condición de verdad), nos centramos en la teoría justificacionista que establece el significado viene determinado por el *uso* (el significado es la capacidad de *reconocer* la sentencia como verdadera cuando se nos presenta). El uso de una sentencia, la práctica común de usarla en nuestro lenguaje es la *justificación* de la sentencia. Adoptamos el punto de vista de los hablantes del lenguaje, su “comprensión” (*understanding*) de las palabras, expresiones y sentencias del lenguaje.

... what is it that a speaker knows when he knows a language (...)? Of course, what he has when he knows the language is practical knowledge, knowledge how to

speak the language: but this is no objection to its representation as propositional knowledge; (...) Thus what we seek is a theoretical representation of a practical ability [*SoL*: 36].⁸¹

La teoría del significado es, entonces, una representación teórica de una habilidad práctica: este cuerpo de proposiciones ha de tener la forma de un sistema conectado deductivamente. Al hablante se le atribuye un conocimiento implícito de este sistema, aunque en ciertos momentos ha de ser capaz de formular verbalmente este conocimiento.

Más en concreto, en una teoría del significado habrá unos principios generales, representados por los axiomas de la teoría (axiomas que gobiernen las palabras y la formación de las sentencias) y teoremas que correspondan a una específica habilidad práctica, por ejemplo la habilidad de reconocer si una sentencia particular está bien formada o no.

A conception of meaning –that is, a choice of a central notion for the theory of meaning– is adequate only if there exists a general method of deriving, from the meaning of a sentence as so given, every feature of its use, that is, everything that must be known by a speaker if he is to be able to use that sentence correctly; unquestionably, among the things that he must know is what counts as a ground for the truth of the sentence [*SoL*: 93].⁸²

Dummett advierte contra la malinterpretación psicologista: una teoría del significado no es una hipótesis psicológica [*SoL*: 37 y 86]. Pone el ejemplo siguiente: un marciano o un robot que aprendiera nuestro lenguaje, tendría que adquirir la habilidad práctica de hablar el lenguaje, esto es, un dominio práctico completo del uso del lenguaje. Este marciano o robot tendría un conocimiento implícito de nuestra teoría del significado,

⁸¹ ... ¿qué conoce un hablante cuando conoce un lenguaje (...)? Por supuesto, lo que posee cuando conoce el lenguaje es conocimiento práctico, conocimiento de cómo hablar el lenguaje: pero esto no es objeción para su representación como conocimiento proposicional; (...) Así lo que buscamos es una representación teórica de una habilidad práctica.

⁸² Una concepción del significado -esto es, una elección de la noción central de la teoría del significado - será adecuada solo si hay un método general de derivar, a partir del significado de cada sentencia, cada característica de su uso, esto es, todo lo que un hablante debe conocer para ser capaz de usar correctamente esa sentencia; incuestionablemente entre ello debe conocer qué cuenta como una razón para la verdad de la sentencia.

pero sin participar por ello necesariamente de nuestros mecanismos de pensamiento internos.

Una teoría del significado centrada en la noción de *comprensión* se construye sobre el eslogan wittgensteiniano “*el significado es el uso*”.⁸³ El significado es aquello que conocemos cuando comprendemos una expresión: el significado es el uso que hacemos de la expresión, es al mismo tiempo un conocimiento teórico y práctico.

El giro lingüístico que Dummett imprime a la herencia fregeana a través de Wittgenstein tiene, sin embargo, que superar el escollo de dar cuenta de la normatividad del lenguaje. Para Wittgenstein el carácter social del lenguaje consagra el uso y la práctica actual haciendo de hecho imposible la crítica y la revisión y limitando la tarea de la filosofía a una tarea meramente descriptiva (o *terapéutica*, a lo sumo). Lo cual entraña el riesgo de caer en el convencionalismo. Para evitarlo, Dummett insiste en el carácter social del lenguaje, pero como instrumento de comunicación, como instrumento usado para transmitir información sobre el mundo. El carácter social del lenguaje junto con su carácter comunicativo permiten la normatividad y hacen posible la crítica. Difícilmente hubiera podido ser llevada con éxito la teoría antirrealista del significado de Dummett a las matemáticas si se hubiera mantenido el carácter antisistemático del lenguaje de Wittgenstein. En el lenguaje ha de poder exigirse siempre armonía entre los distintos aspectos del uso y, por tanto, ha de haber alguna posibilidad de criticar o revisar la práctica existente.

El requisito de manifestabilidad

Otra de las características del uso del lenguaje que se recoge de Wittgenstein es que el uso ha de ser público, manifestable. Que el significado es aquello que conocemos cuando comprendemos una expresión, no significa que el significado sea algo privado: el significado ha de ser públicamente manifestable. Es el denominado *requisito de manifestabilidad* (“*manifestability constraint*”): los usuarios deben poder manifestar

⁸³ La herencia de Wittgenstein en el pensamiento de Dummett es reconocida por el propio autor en pasajes como el prólogo de *Verdad y otros enigmas* (“*Comencé mi carrera creyéndome seguidor de Wittgenstein*” [T&OE, VyOE: 14]). En su “*Intelectual Autobiography*” [PoMD: 9] rememora la época en que siendo un estudiante llegaron a Oxford los *Blue and Brown Books* y las notas sobre filosofía de las matemáticas: “The impact was immense: for about three months, everything I tried to write came out as a pastiche of Wittgenstein”. (El impacto fue inmenso: durante unos tres meses todo lo que trataba de escribir resultaba un pastiche de Wittgenstein). Lo cierto es que aparte del repetido lema “el significado es el uso” y el común interés por el lenguaje, poco más hay de Wittgenstein en Dummett.

públicamente el conocimiento de las condiciones de verificación de sus expresiones. Esto quiere decir que ha de ser posible identificar la diferencia entre el usuario que alega un conocimiento implícito de un significado y quien carece de ello. Así por ejemplo, el usuario ha de poder reproducir el significado de una expresión aportando otras expresiones.

El requisito de manifestabilidad tiene dos consecuencias inmediatas. La primera es la crítica al mentalismo. La segunda es la apertura del camino hacia el intuicionismo.

El antimentalismo de Wittgenstein se aúna en Dummett con el antipsicologismo de Frege. Frege se había enfrentado al psicologismo al negar que el sentido consistiera en ideas subjetivas. Sin embargo, habló del sentido como algo existente en un “*tercer reino*”, entelequia que a Dummett no le convence. Por ello Dummett recurre a Wittgenstein y al principio de manifestabilidad para defender que el significado es algo objetivo, no-mental y sí accesible, es decir, el significado reside en la institución social de un lenguaje común. Todo significado ha de ser públicamente manifestable, asumiendo los argumentos de Wittgenstein contra el lenguaje privado.

El camino hacia el intuicionismo es la otra consecuencia del requisito de manifestabilidad. Si los usuarios han de poder manifestar su conocimiento de las condiciones de verificación de sus expresiones, entonces los significados existen cuando son publicados. Dicho en términos matemáticos, las pruebas existen cuando son descubiertas y manifestadas públicamente. El verificacionismo nos ha llevado al principio de manifestabilidad (es significado es el uso) y esto nos ha conducido hacia el intuicionismo. De hecho, el intuicionismo no es otra cosa, en la versión de Dummett, que un justificacionismo (o verificacionismo) en matemáticas.

El lema wittgensteiniano de que “el significado es el uso” ha permitido sustituir la noción de verdad por la de verificación. Y ello sin pagar el precio de la *antisistematicidad* del lenguaje que aparece en Wittgenstein y que imposibilitaría toda crítica o revisión del uso actual del lenguaje.

Consecuencias metafísicas de la teoría del significado justificacionista

Hemos visto cómo la teoría veritativo-condicional del significado no es capaz de dar una explicación satisfactoria de nuestra experiencia de adquirir un lenguaje. Debido a su circularidad falla al explicar la práctica lingüística. El concepto de ser-verdadero es de poco valor a la hora de explicar la práctica lingüística, se requieren mejor los

conceptos de reconocer-como-verdadero, de aceptar-como-verdadero y de actuar-sobre-la-verdad-de. Pero también la teoría justificacionista del significado se adentra en nuevos problemas que tendrán que ser resueltos. Podemos observar cómo la explicación justificacionista se fundamenta en un condicional contrafáctico (“Si hubiera estado allí, habría oído el ruido del árbol al caer”). Pero ya no se puede cumplir el contrafáctico, ya *no podemos haber estado* allí. Luego, habríamos de admitir que estos enunciados en tiempo pasado no tienen significado o bien plantear su significado en razón de evidencias presentes. La consecuencia es una postura *antirrealista* hacia ciertos enunciados, en este caso hacia los enunciados en tiempo verbal pasado: el pasado ya no existe realmente como pasado, solo sus evidencias en el presente (como recuerdos, huellas, restos...).

Lo que cuenta son las evidencias actuales que *verifican* el enunciado, que *justifican* la verdad del enunciado. Cuando Dummett habla de *evidencias* se refiere a nuestros métodos actuales de juzgar la verdad: no solo las observaciones sensoriales, sino también las operaciones mentales (como el contar y las demostraciones matemáticas) y las operaciones físicas (como el medir). Nuestras sentencias no se dividen en dos clases, empíricas y a priori, sino que hay una escala (en esto sigue a Quine) desde las puramente racionales como las matemáticas a las puramente observacionales.

El problema de la teoría del significado justificacionista, como Dummett reconoce [T&OE, VyOE: 309], reside precisamente en su generalidad: es una teoría del significado que pretende valer para todo el universo del discurso, para toda clase de enunciados posible. Precisamente, es el caso especial de los enunciados no-decidibles donde más firmemente encuentra apoyo el justificacionismo dummettiano y de donde se extraen las consecuencias metafísicas antirrealistas de esta teoría del significado. Porque, bajo premisas justificacionistas, en el caso de los enunciados no decidibles no es posible una aceptación general del principio de bivalencia, lo cual tiene consecuencias metafísicas inmediatas: el rechazo del realismo.

El principio de bivalencia establece que toda sentencia tiene que ser verdadera o falsa. Bajo este principio se esconde un fuerte compromiso con el realismo: toda sentencia tiene que ser verdadera y falsa en virtud de lo que la *realidad* determina. Si asumimos la bivalencia, una explicación del significado de una sentencia consistirá en conocer cómo su valor de verdad está determinado por la realidad, sin preocuparse de si estamos en disposición de decir qué valor de verdad posee. La sentencia tiene un valor

de verdad determinado independientemente de si somos capaces de conocer cómo las cosas son en la realidad para que sea verdadera o falsa la sentencia. La bivalencia nos remite a una realidad entendida como *realidad en sí misma*, como algo independiente de nuestra capacidad de conocerla.

La teoría del significado de Frege es un ejemplo de compromiso inquebrantable con el principio de bivalencia (todo enunciado con un sentido bien definido debe ser de modo determinado o bien verdadero o bien falso) y por ende con el realismo (con una realidad dividida en tres reinos).

En cierto grado, todos tendemos a ser realistas, todos hemos de aceptar que la realidad no es algo que nos inventamos o modelamos a nuestro capricho, sino algo que *se nos impone*, que nos es dado. Si definimos realismo como la creencia en una realidad independiente de nuestro conocimiento de ella que torna nuestros enunciados verdaderos o falsos, todos los filósofos han de reconocer esta independencia de la realidad respecto a nuestro conocimiento.

Por eso, lo que rechaza el justificacionismo es un realismo exagerado (*extravagant*), que postula la existencia de hechos de una clase espuria, inaccesibles, que tornan nuestros enunciados verdaderos o falsos. Incluso en la teoría justificacionista del significado hay un cierto grado de compromiso metafísico: los hablantes de un lenguaje han de atribuir alguna concepción de la realidad al sentido de sus sentencias y expresiones. Esta concepción de la realidad es parte integral de la comprensión de un lenguaje, y está fundada en la permanencia del concepto de verdad. La noción de justificabilidad en una teoría del significado no arroja simplemente por la borda el concepto de verdad, sino que lo mantiene para dar contenido metafísico a las consecuencias de la teoría semántica: comprender un lenguaje consiste en enunciar hechos (proposiciones) que constituyen el mundo.

De este modo, la teoría justificacionista del significado nos conduce hacia una discusión sobre el realismo. El acercamiento hacia el antirrealismo se produce en primer lugar y de modo decidido en las matemáticas, pero tendrá asimismo sus consecuencias en otros campos del discurso, como los enunciados en tiempo verbal pasado, y definirá la posición metafísica general.

Parte III
LA DISCUSIÓN SOBRE EL REALISMO

Parte III. LA DISCUSIÓN SOBRE EL REALISMO

La discusión sobre el realismo es uno de los temas a que más a menudo se ha recurrido para caracterizar la filosofía de Dummett. Presentaremos los antecedentes de la disputa, la concepción de Frege y el planteamiento de Dummett, especialmente incidiremos en las relaciones entre metafísica, semántica, teoría del significado y filosofía del lenguaje. La oposición entre realismo y antirrealismo se articulará a partir de las dos teorías del significado contrapuestas, la veritativo-condicional y la justificacionista. De nuevo, el principio de bivalencia desempeñará un papel central en la disputa, permitiendo distinguir entre los diversos casos de realismos. Y a partir de la tesis reductiva, expondremos los tipos de realismos y de antirrealismos posibles. Por último, estableceremos las líneas rectoras que han de marcar el antirrealismo de Dummett a partir de su teoría del significado.

1. Planteamiento de la discusión

Antecedentes

Tradicionalmente, una discusión sobre el realismo se hubiera centrado en torno a qué tipo de entidades -por ejemplo, individuos o universales- son los constituyentes últimos de la realidad.

Si nos planteamos la cuestión de qué tipo de existencia tienen los *universales* como flor, gato o belleza, estaríamos en una discusión entre *nominalistas* (antirrealistas) y *universalistas* (realistas). Los nominalistas medievales como Guillermo de Ockham (1288-1348) defendieron que no hay otra realidad que los individuos y por tanto que los universales son meros nombres o abstracciones que imponemos a una colección de individuos. Contra ellos los realistas medievales se apoyaron en Platón para defender la existencia de entidades universales. Desde esta perspectiva, un filósofo como Platón ha sido considerado *realista*, pues su teoría de las ideas presenta a las ideas o formas universales como la auténtica realidad por encima de las cosas sensibles.

Cuando saltamos desde la filosofía antigua y medieval a la filosofía moderna, la discusión sobre el realismo toma unos presupuestos radicalmente distintos. La cuestión ya no es si la auténtica realidad está formada por entidades individuales o universales, sino esta otra: si la auténtica realidad es la materia o la idea. El realista moderno es materialista, (lo real es la materia), mientras que el antirrealista es idealista (lo existente es la idea y la idea se identifica con lo mental). Como realista materialista moderno podemos nombrar a La Mettrie (s. XVIII) y como antirrealista idealista moderno citaremos a Locke (s. XVII) o a Berkeley (s. XVIII). Es así como Platón cae ahora del lado de los idealistas, pues está claro que no hay nada de materialismo en Platón.

Sin embargo, las discusiones medieval y moderna sobre el realismo tienen en común algo más que una mera coincidencia de nombre: en el fondo de la cuestión tanto antiguos y medievales como modernos, tanto realistas como idealistas, coinciden en la opción epistemológica subyacente, todos ellos defiende la posibilidad de un conocimiento

verdadero, universal y objetivo que supere la amenaza del subjetivismo y del convencionalismo.

Pero el contexto de la discusión sobre el realismo planteada por Dummett no es ni la discusión de la filosofía medieval sobre los universales (realismo/nominalismo), ni la discusión de la filosofía moderna entre materialismo/idealismo. El contexto ahora es la filosofía analítica definida como filosofía del lenguaje. Y dentro de la filosofía del lenguaje la figura de referencia fundamental para Dummett es Frege.

Michael Dummett va defender una discusión sobre el realismo que arranca de Frege y solo a través de éste se engarza en la tradición anglosajona, remontándose, ya solo lejanamente, hasta Berkeley, como el propio Dummett reconocerá, y llegando a tocar a penas con el planteamiento de los nominalistas medievales, como Ockham, en quien se inspira indirectamente a través del positivismo lógico y la filosofía analítica.

El “realismo” de Frege

Gottlob Frege había propuesto un realismo en metafísica cuando, a la hora de dar una explicación filosófica del pensamiento, sin proponérselo elaboró la primera teoría sistemática del significado, abriendo el camino a la actual filosofía del lenguaje. Es Frege quien por primera vez plantea llevar las cuestiones metafísicas al terreno de lo que luego se ha llamado filosofía del lenguaje.

Ya hemos visto que debemos en buena medida a Dummett el rescatar el interés por la filosofía de Frege en la segunda mitad del siglo XX. En *Frege: Philosophy of Language* (1973, 2ª ed. 1981) [FPL] y en *The Interpretation of Frege’s Philosophy* (1981) [IFP], Dummett nos ofrece una lectura de Frege como fundador de la filosofía analítica por haber llevado a cabo la sustitución del estudio del pensamiento por el estudio del lenguaje e iniciar el denominado “giro lingüístico” en filosofía. Esta interpretación de la obra fregeana no es suscrita por todo el mundo, ni el propio Frege se hubiera sentido cómodo con la etiqueta de “filósofo del lenguaje” sustituyendo a la de “filósofo de la lógica”. Pero,

en suma, Dummett nos ha hecho ver a Frege como un filósofo analítico al haber priorizado el lenguaje sobre el pensamiento.

De hecho, Frege se enfrentó a la concepción psicologista propia de la filosofía moderna al elaborar su teoría del significado en que las palabras se refieren a objetos en vez de a ideas. Por ejemplo, para Locke en su *Ensayo sobre el entendimiento humano* (1690) las palabras son “signos de concepciones internas”, es decir, el referente de las palabras son las ideas. Las ideas son contenidos mentales del hablante, quien para comunicarlas utiliza las palabras. Este idealismo (o antirrealismo) de Locke prescinde de la relación directa con el mundo: mis palabras se refieren a mis ideas y el origen de éstas son mis sensaciones.

La conocida distinción de Frege entre *sentido* y *referencia* en *Über Sinn und Bedeutung* (1892) transforma toda la teoría del significado propia de la filosofía moderna, la cual entendía que las palabras significan ideas en la mente del hablante: para Frege las palabras *se refieren* a objetos (referencia) y las palabras *expresan* modos de darse los objetos (sentido). De esta manera, Frege se sitúa dentro del realismo, aunque él mismo nunca se autodenominó realista. En su concepción, hay un mundo de objetos al que nos referimos con las palabras y expresiones de nuestro lenguaje, incluso el sentido es para Frege algo objetivo. Aunque el sentido es lo que captan los usuarios de una palabra, esto no depende de procesos mentales privados. El sentido no es parte ni de los objetos espaciotemporales ni de los pensamientos de los individuos, sino que pertenece a un “tercer reino”, un mundo atemporal al que los hablantes de un lenguaje tenemos acceso. Y así, Frege evita, o quiere evitar, el psicologismo y el solipsismo.

Pero, ¿qué relación mantiene la teoría fregeana sobre sentido y referencia con el antirrealismo dummettiano?

Dummett va recoger las aportaciones conceptuales de la filosofía de Frege interpretándolas desde la óptica de la filosofía analítica del lenguaje, pero elaborando una nueva teoría del significado que resuelva los cabos que a su juicio quedaron sueltos en la doctrina de Frege. En concreto, Dummett no acepta el denominado “tercer reino” más allá

del tiempo y del espacio al que considera una “mitología ontológica” (“*ontological mithology*”) [OoAP: 25].

A través del estudio de la obra de Frege, Dummett quiere hacernos ver que en Frege se esconde una teoría semántica y que esta teoría semántica es realista.

La teoría semántica realista de Frege

Ya hemos explicado cómo la noción de teoría semántica fue elaborada con el fin de justificar un sistema lógico. La lógica es el estudio de las inferencias válidas y una inferencia es válida si no puede ocurrir que, dadas unas premisas verdaderas, la conclusión no sea también verdadera. La lógica estudia cómo la verdad se preserva al pasar desde las premisas a la conclusión. Y uno de los métodos de validar las reglas de inferencia es mediante la aplicación de una teoría semántica. Es decir, la teoría semántica tiene como función justificar la lógica.

Pero, ¿en qué consiste una teoría semántica? Una teoría semántica asigna a cada expresión un valor de verdad, de tal modo que el valor de verdad de una expresión compleja viene determinado por el valor de verdad de las expresiones que la componen.

Dummett propone en *Frege: Philosophy of Language* que *Über Sinn und Bedeutung* constituyen la teoría semántica de Frege, ya que Frege usa esta distinción entre *sentido* y *referencia* para justificar su sistema de lógica formal y, es más, este trabajo de Frege sería el fundamento de todos los actuales trabajos de semántica del lenguaje natural.

Como sabemos, para Frege la referencia de un nombre propio es su portador, es decir, un objeto. Y la referencia de una sentencia depende de la referencia de las partes que la componen. Éste es el denominado *principio contextual*,⁸⁴ que va a jugar un importante

⁸⁴ El principio contextual es invocado por Dummett para señalar el reconocimiento de la prioridad del lenguaje sobre el pensamiento, tal como aparece en *Die Grundlagen der Arithmetik* de 1884: “solo en el contexto de una sentencia adquiere una palabra su significado”. *Sentence* es la traducción de *Satz* que también se puede traducir por *proposition*. La traducción de Dummett como *sentence* favorece la interpretación del principio contextual como un principio lingüístico.

También hay que recordar que Dummett traduce *Bedeutung* como *reference* frente a la opción *meaning* (significado), lo cual concuerda con su interpretación de Frege como realista.

papel en la reformulación por Dummett de la teoría del significado de Frege, porque para Frege el valor semántico de una sentencia es un valor de verdad, así una sentencia puede ser entendida como el nombre propio de un valor de verdad y un valor de verdad no es otra cosa que un objeto. Verdad y falsedad son dos objetos y toda sentencia que sea tal y tenga referencia se referirá a uno de los dos objetos.

Y Frege continúa su análisis hacia el interior de la sentencia: Si dos nombres tienen el mismo referente, entonces pueden ser sustituidos el uno por el otro sin cambiar el valor de verdad de la sentencia (excepto en estilo indirecto). Si una sentencia contiene a otra como una parte, el valor de verdad la primera no cambiará si se cambia la sentencia segunda por otra con el mismo valor de verdad. Si una sentencia contiene un nombre propio que carece de portador, tal sentencia carecerá de referencia. Aquí Dummett ve que Frege deja escapar la importancia del principio contextual -de acuerdo con el cual la sentencia era la unidad significativa más importante del lenguaje. En vez de ir desde la sentencia hacia sus constituyentes como requiere el principio de contexto, Frege primero determina que el valor semántico de un nombre es el objeto por él designado y luego aplica esta idea a la sentencia. Ya que una sentencia no es otra cosa que el nombre propio de un objeto, el valor semántico de una sentencia puede ser o bien *verdadero* o bien *falso*, no habiendo tercera posibilidad. Y la verdad y la falsedad, como objetos que son, pertenecen a una realidad no lingüística, con lo cual hemos entrado de lleno en el realismo.

Por tanto, la semántica fregeana es una semántica bivalente o clásica (en sentido en que hoy empleamos este término), y precisamente Dummett propone que la bivalencia es la característica fundamental de toda teoría semántica realista. Eso, que no es evidente para todo el mundo, es la piedra fundamental para la interpretación de la obra de Frege por Dummett como teoría semántica y además realista.⁸⁵

⁸⁵ El propio Frege nunca se autodenominó realista ni tan siquiera fue consciente de estar elaborando una teoría semántica.

El planteamiento de Dummett

En su artículo “Realism” [*T&OE*, *VyOE*: 220-242] leído el 8 de marzo de 1963 Dummett plantea por primera vez el marco de la discusión general sobre el realismo. Casi treinta años después (en 1992) en su artículo “Realism and Anti-realism” [*SoL*: 463-478] hará balance de los resultados de la discusión, quejándose de que su planteamiento inicial no ha sido bien entendido.

En su artículo de 1963 Dummett introduce el término “antirrealismo” para designar la oposición al realismo planteada en el marco de la filosofía del lenguaje, desechando las denominaciones de “nominalismo” o de “idealismo”. Sin pretenderlo, tanto el debate sobre el realismo como la etiqueta “antirrealista” le han acompañado a Dummett durante toda su carrera filosófica, hasta el punto de que esta faceta ha sido la parte mejor –a veces la única– conocida de su obra. Sin embargo, en su artículo seminal no buscó tanto posicionarse en el lado del antirrealismo como plantear una vieja polémica en nuevos términos.

My original intention had been to prompt what is called a ‘research programme’ in the form of a comparative study of disputes over realism [*SoL*: 463].⁸⁶

La interpretación de su propuesta no fue completamente malinterpretada pero tampoco del todo correcta:

I was understood, however, not as proposing a research programme, but as putting forward a specific philosophical thesis of great generality: not as suggesting a comparative study of a range of structurally similar problems case by case, but as advancing a single unitary thesis [*SoL*: 464].⁸⁷

⁸⁶ Mi intención original fue provocar lo que se llama un “programa de investigación” en la forma de un estudio comparativo de las discusiones sobre el realismo.

⁸⁷ Se me entendió, sin embargo, no como proponiendo un programa de investigación, sino como planteando una tesis filosófica específica de gran generalidad: no como sugiriendo un estudio comparativo de una clase de problemas estructuralmente similares caso por caso, sino como avanzando una simple tesis unitaria.

La propuesta programática de Dummett para la discusión sobre el realismo puede resumirse en tres puntos:

- Será una discusión sobre *enunciados* en vez de sobre entidades
- Se ceñirá a una clase de enunciados –la denominada *clase en disputa*- en vez de a todo el universo del discurso.
- En suma, buscará resolver los problemas metafísicos a partir de la formulación de una *teoría del significado* adecuada.

Efectivamente, Dummett inaugura una nueva forma de plantear el debate sobre el realismo en que la discusión no tiene lugar en el terreno de la metafísica (¿qué tipo de entidades existen?) sino en el de la teoría del significado (¿qué tipo de significado tienen las palabras y expresiones de nuestro lenguaje?). En la más genuina tradición analítica, Dummett presenta toda la investigación filosófica, incluida la metafísica, desde el punto de vista de la filosofía del lenguaje.

2. Metafísica y filosofía del lenguaje

Desde el punto de vista analítico dummettiano la metafísica es, entonces, un punto de llegada que se alcanza una vez que se han resuelto las discusiones acerca los problemas de la teoría del significado. A diferencia de otras corrientes dentro de la filosofía analítica, Dummett no elimina la metafísica (no es algo carente de sentido), sino que simplemente la pospone y la acota: una vez resueltos los problemas lógico-semánticos para una determinada clase de enunciados podrá iniciarse una propuesta metafísica para dicha clase y la postura metafísica que se adopte para tal clase de enunciados no ha de comprometer en principio que se adopten otras posturas distintas o incluso contrarias para otra determinada clase.

De nuevo es el estudio de la filosofía de Frege lo que le permite a Dummett acercarse a las disputas metafísicas desde el punto de vista analítico, es decir, desde el punto de vista de la filosofía del lenguaje. La discusión sobre el realismo es sacada de las cenagosas aguas de la metafísica para llevarla al terreno de la filosofía del lenguaje. Es, en definitiva, una búsqueda de concreción lo que le hace abandonar la globalización metafísica. Esto no quiere decir que la filosofía haya de renunciar a las grandes cuestiones metafísicas, pero sí que no pueda lanzarse ciegamente a ellas sin haber resuelto antes otras cuestiones como las lingüísticas. En *The Logical Basis of Metaphysics* (1991) rememora la anécdota en que su mujer Anne es recriminada por un fontanero al que finalmente se ha visto obligada a llamar después de haber intentado por sí misma arreglar una cañería: “no puede uno lanzarse a hacer de fontanero a ciegas”. «*Philosophy is, after all, a craft, as plumbing is*»⁸⁸ [*LBoM*: 19]: tampoco se puede uno lanzar a hacer metafísica a ciegas.

Todas estas cuestiones metafísicas han de ser traducidas a cuestiones sobre la teoría del significado de nuestro lenguaje [*LBoM*: 338]. No se debe intentar resolver las cuestiones metafísicas y luego construir una teoría del significado a la luz de las respuestas. Al contrario, la teoría del significado -descripción de cómo funciona nuestro lenguaje- determinará las respuestas a las preguntas metafísicas. Como se ha de mostrar al tratar sobre el intuicionismo matemático, para Dummett la cuestión del *estatus ontológico* de los enunciados matemáticos es una *consecuencia* y no una premisa del intuicionismo.

⁸⁸ La filosofía es, después de todo, un arte como el de fontanería.

Dummett llevará los temas ontológicos siempre al terreno de la filosofía del lenguaje, esto es, a la teoría del significado.⁸⁹

El proceso es el siguiente: para Dummett, la metafísica se justifica sobre las leyes lógicas, las leyes lógicas se justifican sobre una teoría semántica y la teoría semántica se justificará finalmente sobre una teoría del significado. Por ello, la discusión acerca de qué tipo de entidades existen nos lleva primero a plantear cuáles son las leyes lógicas correctas, lo cual conduce hacia la teoría semántica, y a continuación la necesidad de justificación de la semántica nos hará elaborar una teoría del significado. Solo cuando dispongamos de una teoría del significado adecuada seremos capaces de responder acerca de las cuestiones metafísicas iniciales.

El planteamiento de Dummett se va centrar, entonces, en construir una *teoría del significado* para una determinada clase de enunciados, la *clase en disputa*.

La *clase en disputa* se refiere clase de los enunciados sobre los que se disputa en cada caso, a saber, los enunciados matemáticos, los enunciados acerca el futuro o el pasado, los enunciados sobre el mundo físico, los enunciados teóricos de la ciencia, etc.

Es importante hacer notar que al llevar la discusión a la “clase de enunciados” y no a la “clase de objetos”, Dummett está siguiendo la tradición analítica a que pertenece, en concreto sigue el axioma de Wittgenstein: “El mundo es la totalidad de las hechos, no de las cosas” [*Tractatus* 1.1: *The world is the totality of facts, not of things*), y los hechos se identifican con proposiciones verdaderas.⁹⁰

What reality consists in is not determined just by what objects there are, but by what propositions hold good: the world is the totality of facts, no of things [*SoL*: 465].⁹¹

Si la metafísica (en qué consiste la realidad) tiene que ver con hechos (proposiciones verdaderas), y del estudio de las proposiciones se ocupa la teoría del significado, entonces la metafísica que defendamos será una consecuencia de la teoría del significado que adoptemos.

⁸⁹ Sobre la defensa del intuicionismo desde la base de una teoría del significado -y no desde argumentos ontológicos, véase también “The philosophical Basis of Intuitionistic Logic” [*T&OE*, *VyOE*: 331].

⁹⁰ Veremos con más detenimiento este tema en *Parte 6. La metafísica antirrealista: 3. Lenguaje y realidad*.

⁹¹ En qué consiste la realidad no está determinado solo por qué objetos hay, sino por qué proposiciones se mantienen: el mundo es la totalidad de los hechos, no de las cosas.

En algunos momentos de la disputa del realismo, como en lo que concierne al pasado y al futuro, puede parecer que no hay objetos en cuestión, pues el pasado o el futuro no “existe” actualmente, sino que “ha existido” o “existirá”. En otros casos, como en las matemáticas, la cuestión no será si los resultados de las matemáticas son objetivos o no, que siempre lo son, sino si los enunciados matemáticos cuyo significado hemos de determinar poseen un valor de verdad independientemente de nuestra capacidad de descubrirlo o si su valor de verdad consiste en nuestra capacidad de reconocerlo. Lo que está en juego en definitiva es la aceptación o rechazo del principio de bivalencia, si los enunciados en cuestión tienen un valor de verdad determinado de modo independiente de nuestras capacidades de reconocerlo.

Si la discusión sobre el realismo versara sobre entidades u objetos entonces no tendríamos razones para elegir cuál es la metáfora adecuada sobre nuestra relación con la realidad. Podemos preferir que la realidad sea como un astro que espera a ser descubierto por el astrónomo (es la metáfora del astrónomo que descubre una realidad preexistente) o podemos preferir que realidad sea como la obra de arte que crea el artista (es la metáfora del artista que crea una realidad a partir de sí mismo). Pero todo sería cuestión de gustos o inclinaciones, no habría razones fundadas para nuestra imagen metafísica. Para Dummett, solo una teoría del significado puede establecer los criterios racionales por los cuales podremos decidirnos en metafísica.

Al hilo de este enfoque, la disputa sobre el realismo se va ir vertebrando sobre cuatro ejes bien diferenciados:

- la teoría semántica bivalente
- la teoría semántica objetivista
- la teoría del significado
- la tesis reductiva

Los dos primeros ejes presentan la discusión sobre la forma que ha de adoptar la teoría semántica, la cual constituirá el corazón de la teoría del significado adecuada (tercer eje) para desechar una u otra opción. El cuarto eje nos permitirá establecer los tipos de antirrealismo posibles. Los dos primeros marcarán las condiciones bajo las cuáles es posible mantenerse dentro del realismo, el tercero servirá especialmente para caracterizar al antirrealismo, y el cuarto permitirá recordar a los realistas que sus victorias lo han sido hasta ahora tan solo sobre el reduccionismo, y no sobre el antirrealismo como tal, el cual no necesita ni debe ser reduccionista.

3. El principio de bivalencia

Realismo y bivalencia

Todos los debates metafísicos están según Dummett asentados sobre la base de principios lógicos. En *The Logical Basis of Metaphysics* (1991) realiza un estudio sistemático sobre cómo las cuestiones metafísicas pueden ser resueltas mediante la justificación de las leyes lógicas.

El principio de bivalencia soporta, entre las leyes lógicas, las consecuencias metafísicas más directas, y para Dummett este principio es la característica esencial de todo realismo. El realismo apela a la existencia de un mundo más allá de mis pensamientos y/o expresiones como garantía de la veracidad o falsedad de éstos. La existencia de dicho mundo extramental (y/o extralingüístico) viene a identificarse con la posibilidad de una verdad y por tanto cada pensamiento (y/o expresión⁹²) solo puede ser verdadero en caso de corresponder con el mundo, o falso, en caso contrario. No hay tercera opción. La negación del principio de bivalencia supondría la negación del realismo, pues desde su origen la tradición filosófica, de Parménides a Aristóteles, ha dejado claro que solo hay dos caminos: el primero es el de la verdad, que consiste en decir que el ser es y el no-ser no es, el segundo el de la no-verdad (opinión o falsedad).

Como consecuencia, según Dummett, las teorías lógicas que aceptan el principio de bivalencia son en el fondo todas ellas la misma, mientras que rechazar la bivalencia supone una enorme variedad de alternativas. Las principales son las siguientes:

- hay más de dos valores de verdad (por ejemplo, las lógicas n-valentes).
- hay sentencias que no son verdaderas ni falsas
- hay sentencias a las que no podemos garantizar su valor de verdad.

Estrictamente hablando, la aceptación de la bivalencia no es una condición suficiente para ser realista. En efecto, el realista acepta no exactamente la bivalencia sino un principio más

⁹² Nótese que hemos empleado en estos momentos los términos “pensamiento y/o lenguaje”, pues dejamos para más adelante su discusión.

débil al que Dummett en alguna ocasión denomina “principio de valencia” [“Realism and Anti-realism”, *SoL*: 467] o también “principio débil de bivalencia” [“Realism” (II), *SoL*: 235]: todo enunciado bien definido ha de ser verdadero o no verdadero. Así una lógica polivalente puede ser realista pues acepta el principio débil de bivalencia (los valores de verdad de sus enunciados están determinados) aunque no el de bivalencia (hay más de dos valores de verdad).

El principio de bivalencia

El principio de bivalencia afirma que cada sentencia significativa es verdadera o falsa.

Lo que sí es condición necesaria para el antirrealismo es el rechazo de la bivalencia, tal como lo hace la lógica intuicionista, la cual va a ser el modelo que Dummett va a incorporar a su investigación. En su artículo de 1982 “Realism” (II) [*SoL*: 230-276]) expone la relación entre el rechazo del realismo y el rechazo del principio de bivalencia:

Rejection of the principle of bivalence for statements of some given class always involves a repudiation of a realistic interpretation of them; and adoption of an anti-realistic view often turns critically upon such a rejection of bivalence. But sometimes it is not the principle of bivalence that is the crucial question [*SoL*: 231].⁹³

Aunque la aceptación de la lógica no-clásica, esto es, una lógica que no acepte el principio de bivalencia, no conlleva necesariamente la adopción de una postura antirrealista:

⁹³ El rechazo del principio de bivalencia para enunciados de una clase dada siempre conlleva un rechazo de su interpretación realista, y la adopción de una postura antirrealista a menudo gira fundamentalmente sobre tal rechazo de la bivalencia. Pero algunas veces no es el principio de bivalencia la cuestión crucial.

It is not the admissibility of non-classical logical operations, but the inadmissibility of classical ones, that entails a rejection of realism [SoL: 231].⁹⁴

Dummett define la relación entre la disputa sobre el realismo y la lógica clásica de la siguiente manera: el rechazo de la lógica clásica supone el rechazo del realismo, pero el rechazo de la lógica clásica no es lo mismo que la aceptación de la lógica no-clásica.

El rechazo de la lógica clásica se define fundamentalmente por el rechazo del principio de bivalencia: una vez rechazado este principio sería una contradicción afirmar que toda lógica es clásica o no-clásica, sería una contradicción pretender que «la negación de la lógica clásica» sea equivalente a «afirmación de la lógica no-clásica». Por lo tanto, la adopción de una lógica no-clásica puede hacerse desde una postura tanto realista como antirrealista.

Nótese que para Dummett la aceptación de la lógica no-clásica no impide la aceptación, al mismo tiempo pero en otros campos, de la lógica clásica. Ambas lógicas no son excluyentes.

Queda claro, entonces, que sobre el principio de bivalencia solo puede construirse una lógica, la lógica clásica; pero cuando se rechaza la bivalencia aparecen una gran variedad de lógicas y de teorías semánticas [SoL: 241]. Es el caso de las lógicas temporales y las lógicas modales que, al incorporar divergencias sin implicaciones metafísicas frente al principio de bivalencia, no se separan del realismo. En la interpretación de Dummett, la propuesta de la semántica de los mundos posibles de David Lewis equivaldría a desarrollar una semántica de los mundos posibles dentro del realismo, algo que en un principio parecía impensable [SoL: 268].

De modo similar, afirma en *The Logical Basis of Metaphysics* [LBoM: 333] que el mero uso de la lógica cuántica no es en sí mismo inconsistente con el realismo: solo hay un rechazo del realismo cuando se niega un uso inteligible de la lógica clásica en los

⁹⁴ No es la admisibilidad de los operadores de la lógica no-clásica, sino la inadmisibilidad de los clásicos, lo que entraña un rechazo del realismo.

enunciados de mecánica cuántica. Esto último es lo que, según Dummett,⁹⁵ había hecho Putnam en su artículo del mismo título «Is Logic Empirical?»⁹⁶: comparó la sustitución de la lógica clásica por la cuántica con la sustitución de la geometría euclidiana para el espacio físico por la riemanniana.

En resumen, puede haber realismo que no acepte el principio de bivalencia, pero el rechazo del realismo exige necesariamente se tenga que rechazar la bivalencia (el rechazo de la bivalencia es condición necesaria, pero no suficiente, para rechazar el realismo). Dummett confiesa que en el pasado él ha sido culpable («*guilty*») de defender que quien acepta la bivalencia es realista, pero lo correcto es decir que una de las características del antirrealismo es el rechazo de la bivalencia.

Dejando atrás las antiguas disputas sobre el realismo, en la nueva caracterización del antirrealismo que propone Dummett éste se construye a partir del rechazo de la bivalencia, de modo que la postura antirrealista acompaña a las críticas al principio de bivalencia. Por ejemplo, tanto los constructivistas matemáticos como los neutralistas acerca del futuro basan su tesis más característica en la refutación del principio de bivalencia: al afirmar, los primeros, que verdad es disponer de una prueba, aquellos enunciados sobre los que no se dispone de prueba no serán ni verdaderos ni falsos; los segundos entienden que los enunciados sobre el futuro no están determinados como verdaderos ni falsos [*SoL*: 241]. Pero la adhesión o rechazo al principio de bivalencia no basta definir las posturas realistas o antirrealistas:

What is sound about the objection is that it is not the mere adherence to or rejection of the principle of bivalence that marks the difference between a realistic and an anti-realistic interpretation [*SoL*: 269].⁹⁷

⁹⁵ “Is logic empirical?”(1976), en [*T&OE*, *VyOE*: 355-376].

⁹⁶ (1968). Reimpreso como “The Logic of Quantum Mechanics” en PUTNAM, H.(1975) *Mathematics, Matter and Method: Philosophical Papers, vol.1* Cambridge: Cambridge University Press, pp. 174-197.

⁹⁷ Lo razonable de la objeción consiste en que no es la simple adherencia o rechazo del principio de bivalencia lo que marca la diferencia entre una interpretación realista y la antirrealista.

La cuestión sobre el principio de bivalencia -si un enunciado es o bien verdadero o bien falso- es una cuestión semántica, y una teoría semántica -acerca de la verdad o falsedad de los enunciados- por sí misma no basta para caracterizar la disputa sobre el realismo, es preciso también tener en cuenta la comprensión de los enunciados y esto es ya una teoría del significado.

To know whether or not we have a realistic interpretation of some class of statements, it is necessary to look, not merely at the formal structure of the semantic theory, but at the entire meaning-theory constructed on it as foundation. Even then, we shall not classify a given interpretation as anti-realistic unless there is some form of realism with which to contrast it [*SoL*: 269].⁹⁸

⁹⁸ Para saber si una cierta interpretación de una clase de proposiciones es realista o no, es preciso mirar no solo a la estructura formal de la teoría semántica, sino a la teoría completa del significado construida sobre ella. Incluso entonces no clasificaremos la interpretación como antirrealista antes de comprobar si hay alguna forma de realismo con quien contrastarla.

4. Semántica objetivista y no-objetivista

Referencia y objetivismo

La semántica objetivista es el segundo eje con el cual Dummett aborda la discusión sobre el realismo. Semántica objetivista quiere decir que la referencia es determinada por medio de la relación a objetos, tal como sucede por ejemplo en la semántica fregeana. Así la referencia de un término singular es su relación con un objeto dentro de un dominio dado. En el caso de la aplicación de un operador universal o existencial a un predicado que es de modo determinado verdadero o falso dentro de un dominio, nos producirá siempre una sentencia determinada como verdadera o falsa, independientemente de si somos capaces de conocer su valor de verdad o no.

En Frege la verdad y la falsedad son los dos objetos que constituyen la referencia de las proposiciones, de tal modo que una semántica objetivista suele ir asociada a una semántica bivalente. Pero no son necesariamente lo mismo, se puede ser bivalente sin adoptar una semántica objetivista. Para ser realista no basta la adopción de la bivalencia. El realismo, además, exige que la bivalencia esté determinada por la noción de *referencia*: la semántica realista además de bivalente ha de ser *objetivista*.

Es decir, además de tener en cuenta la postura sobre la bivalencia, en la disputa del realismo hay que separar las semánticas objetivistas de las no-objetivistas [SoL: 267]: quien se adhiere a una semántica no-objetivista no puede ser realista bajo ninguna perspectiva, mientras que quien se adhiere a una semántica objetivista solo será antirrealista si renuncia por completo a la semántica bivalente.⁹⁹ Una semántica realista es necesariamente objetivista, pero una semántica objetivista no necesariamente será realista.

Cuando una teoría semántica supone el principio débil de bivalencia, también llamado por Dummett principio de valencia, es una semántica *objetivista* [SoL: 235]: la noción de verdad no está ligada a nuestra capacidad de reconocer una sentencia como

⁹⁹ An adherent of a non-objectivist semantics could not count as a realist from any perspective [SoL: 267]. (Quien se adhiere a una semántica no-objetivista no puede contar como realista bajo ninguna perspectiva).

verdadera, una sentencia puede ser verdadera aunque no la reconozcamos como tal y aunque ni siquiera tengamos los medios de hacerlo alguna vez. Cada nombre propio o término singular debe ir asociado a un objeto de modo que al construir un predicado existencial sobre tal término, proporcione un valor de verdad determinado para la sentencia resultante.

A partir de ello, la comprensión de una sentencia debe suponer la comprensión de cómo se determina su verdad. Es decir, una semántica objetivista nos conducirá de modo natural hacia una teoría del significado veritativo-condicional. En efecto, la teoría del significado que adoptamos supone una teoría semántica subyacente, pero teoría semántica y teoría del significado no son equivalentes. En una teoría semántica objetivista, una vez que conocemos el valor semántico de los componentes de una sentencia, conocemos el valor de verdad de la sentencia, aunque podemos conocer el significado de una sentencia sin conocer el valor de verdad de dicha sentencia. El problema es que en una teoría del significado veritativo-condicional construida a partir de una semántica objetivista el significado de un enunciado podría consistir en la condición de verdad de una sentencia que es verdadera o falsa de modo determinado sin que seamos capaces de saber cuál es su valor de verdad; es decir, el significado de la sentencia que capta el hablante sería algo que el hablante no es capaz de captar. Una explicación del significado de este tipo sería circular o vacía.

La cuestión de la referencia, pese a ser una cuestión semántica, se superpone tanto a la teoría semántica como a la teoría del significado, afecta tanto a la verdad de un enunciado como a su significado.

Semántica objetivista y teoría del significado

En una teoría semántica objetivista, según Dummett [*SoL*: 236], si una sentencia es verdadera o no, depende tanto de su significado como del modo en que el mundo es (de la constitución de la realidad externa). Así, una vez dado el modo en que el mundo es, el valor semántico de una sentencia (si es verdadera o no) depende de su significado. El

significado (tomado junto el modo en que el mundo es) determina el valor semántico: en terminología de Frege, el sentido determina la referencia.

El conocimiento del significado de una expresión en una teoría semántica objetivista consiste en conocer la condición en que se nos presenta su valor semántico. (En terminología de Frege: el sentido de una expresión es el modo bajo el que su referencia se nos presenta). En palabras de Dummett: «*its meaning is the manner in which its semantic value is given to us*» [SoL: 236]. De esta manera, una teoría semántica, aunque no sea en sí misma una teoría del significado, forma la base para tal teoría, es el marco para ella. Y en el caso que nos ocupa, una semántica objetivista pone el marco adecuado para una teoría del significado veritativo-condicional y esta teoría del significado será el tercer eje en torno al cual Dummett vertebrará la discusión sobre el realismo.

To have a realistic view, it is not enough to suppose that statements of the given class are determined, by the reality to which they relate, either as true or as false; one has also to have a certain conception of the manner in which they are so determined. This conception consists essentially in the classical two-valued semantics: and this, in turn, embodies an appeal to the notion of reference as an indispensable notion of the semantic theory. (...) Reference is a relation between a singular term, of a kind that can occur within statements of the given class, and some one object within the domain [SoL: 231].¹⁰⁰

En definitiva, el programa realista exige el cumplimiento de tres condiciones:

¹⁰⁰ Para mantener una postura realista no es suficiente suponer que los enunciados de la clase dada son determinados por la realidad con la que se relacionan, bien como verdaderos o bien como falsos; se ha de poseer también cierta concepción de la manera en que quedan así determinados. Esta concepción consiste esencialmente en la semántica clásica bivalente: y ésta, por su parte, incorpora una llamada a la noción de referencia como noción indispensable de teoría semántica. (...) La referencia es una relación entre un término singular, de un tipo tal que pueda darse dentro de los enunciados de la clase dada, y algún objeto dentro del dominio.

- a. El principio de bivalencia: que cada proposición sea de modo determinado verdadera o falsa.
- b. Una semántica objetivista: que la verdad o falsedad de las proposiciones sea determinada por la noción de referencia.
- c. Una teoría del significado veritativo-condicional, tal como vamos a ver a continuación.

El rechazo de cualquiera de estas tres condiciones nos conduce hacia el rechazo del realismo. A estas tres condiciones habremos de unirles la postura tomada ante la tesis reductiva, la cual nos va a permitir caracterizar también al programa antirrealista.

Dummett [*SoL*: 241] nos proporciona tres ejemplos de apartamiento del realismo por el abandono de una de estas tres condiciones citadas:

El primer ejemplo lo conforma la visión de Wittgenstein de los enunciados que se atribuyen a sensaciones internas, donde se niega la posibilidad de dar informes veritativo-condicionales sobre los significados de los enunciados dados. Y en este caso carece de relevancia el hecho de si se acepta o no la bivalencia.

Otra divergencia posible del realismo la constituiría la adopción de un reduccionismo de tipo anti-objetivista, en que la referencia deja de jugar un papel crucial en el informe semántico de los enunciados de la clase dada. Para ello no es necesario ni abandonar la bivalencia ni rechazar una teoría veritativo-condicional del significado. Es una forma *suave* («mild») de antirrealismo.

El tercer ejemplo viene dado por los constructivistas matemáticos, para los que un enunciado matemático es verdadero solo si disponemos de una demostración del mismo, y por los neutralistas sobre el futuro, para los que los enunciados en tiempo verbal futuro no están determinados como verdaderos o falsos. En ambos casos su antirrealismo se basa fundamentalmente en la refutación del principio de bivalencia.

5. La teoría del significado

Teoría semántica y teoría del significado

Lo mismo que la metafísica se justificaba en la lógica y la lógica en teoría semántica, a la hora de justificar la teoría semántica Dummett recurre a la teoría del significado.

Una teoría semántica tiene que ver con la noción de verdad, mientras que una teoría del significado gira en torno a la noción de comprensión. La teoría semántica tratará acerca del modo de determinar el valor de verdad de los enunciados, mientras que la teoría del significado estudiará la comprensión por el hablante del uso de una expresión.

Puntualiza Dummett [*SoL*: 234] que una teoría semántica no es en sí misma una teoría del significado, pero que una teoría semántica solo será convincente en cuanto que proporcione una base sobre la que construir una teoría del significado. Vemos, de este modo, cómo, en cuanto a los fines, la teoría semántica aparece subordinada a la teoría del significado. La teoría semántica ha de estar al servicio de la teoría del significado que sobre ella se construya.

... a knowledge of the meaning of a predicate does not consist in knowing of which objects it is true and of which it is false, and a knowledge of the meaning of a sentence does not consist in knowing its truth-value [*SoL*: 234].¹⁰¹

El planteamiento de Dummett se centra, entonces, en construir una *teoría del significado* para una determinada clase de enunciados, la *clase en disputa*.

La *clase en disputa* se refiere clase de los enunciados sobre los que se disputa en cada caso, a saber, los enunciados matemáticos, los enunciados acerca el futuro o el

¹⁰¹ ...el conocimiento del significado de un predicado no consiste en conocer para qué objetos es verdadero y para cuáles falso, y el conocimiento del significado de una sentencia no consiste en conocer su valor de verdad.

pasado, los enunciados sobre el mundo físico, los enunciados teóricos de la ciencia, etc. La controversia se desarrolla, pues, sobre la noción de verdad apropiada para los enunciados de la clase en discusión, es una disputa sobre el significado que tienen estos enunciados.

Así, conocer el significado de un enunciado para el realista [“Realism” (I), *T&OE*, *VyOE*: 231] es conocer lo que significa que ese enunciado sea verdadero. Para el antirrealista, conocer el significado de un enunciado es conocer qué constituye una evidencia para la afirmación del enunciado.

La teoría semántica, tanto realista como antirrealista, establece que el valor semántico de una sentencia se puede determinar a partir del valor semántico de las partes que la componen. La teoría del significado entra ahora en escena cuando establece que el significado de una sentencia viene determinado por la *comprensión* de las condiciones que hacen verdadera (o falsa) tal sentencia (o por la comprensión del método de su verificación). De este modo, la noción de verdad va a desempeñar un papel muy importante en toda teoría del significado.

Pero hay dos modos de entender la importancia de la noción de verdad en la teoría del significado.

Por un lado, la verdad puede presentarse como *noción central en sentido fuerte* dentro de la teoría del significado. Si tomamos en sentido fuerte que la verdad es núcleo de la teoría del significado, entonces el significado ha de explicarse únicamente en términos de condiciones de verdad. Comprender el significado es comprender las condiciones de verdad, las cuales establecerán que cada sentencia es o bien verdadera o bien falsa (de acuerdo con el principio de bivalencia). Estamos entonces ante una teoría del significado realista, que siguiendo el principio de bivalencia, supone que cada sentencia está determinada o bien como verdadera o bien como falsa y hace de la verdad la noción central de la teoría del significado.

Por otra parte, cuando se admite que la verdad juega un *papel central pero en sentido débil* en la teoría del significado, es entonces cuando decimos que comprender el significado, además de la comprensión de las condiciones de verdad, requiere de otras nociones como la de *prueba*. Por ejemplo, para el intuicionismo matemático comprender el

significado de una fórmula matemática es ser capaz de distinguir lo que constituye una prueba de tal fórmula. La verdad es ahora entendida como “demostración” (*provability*).

Teoría del significado veritativo-condicional

Hemos visto cómo el realismo consiste en la tesis [*T&OE*, *VyOE*: 221] de que los enunciados de la clase en disputa poseen un valor de verdad objetivo independiente de nuestros medios para conocerlo: son verdaderos o falsos en virtud de una realidad que existe con independencia de nosotros. Determinamos la verdad o falsedad de un enunciado a partir estados de cosas cuya existencia es independiente de nuestra posesión de una evidencia para ellos.

...realism is a view about certain class of statements. (...) So construed, realism is a semantic thesis, a thesis about what, in general, renders a statement in the given class true when it is true [*SoL*: 230].¹⁰²

Al afirmar la existencia de entidades independientes de nuestro conocimiento, los enunciados acerca de estas entidades serán bien verdaderos o bien falsos, incluso aún a costa de que nunca sepamos si son lo uno o lo otro. Así, la semántica bivalente y objetivista da paso a una teoría del significado realista.

El realismo exige, primero, disponer de una noción de verdad bajo la cual cada proposición es determinada como verdadera o falsa, segundo, que la comprensión de estas proposiciones consista en el conocimiento de las condiciones bajo las cuales son verdaderas. El primer punto afecta a la teoría semántica realista, pero el segundo entra de lleno en la teoría del significado.

¹⁰² ...el realismo es una postura sobre cierta clase de *enunciados*. ... Así construido, el realismo es un tesis *semántica*, una tesis sobre lo que en general hace verdadero un enunciado de la clase dada cuando es verdadero.

Por ello, la teoría semántica realista ha de ser bivalente: acepta el principio de bivalencia. La aceptación de este principio es condición necesaria pero no suficiente para el realismo [SoL: 230], porque además se exige que la teoría del significado realista sea veritativo-condicional.

¿Qué es una teoría del significado veritativo-condicional?:

... a theory of meaning for which the two-valued semantics serves as a base is a truth-conditional meaning-theory; one according to which to grasp the meaning of a sentence consists in a knowledge of the condition that has to obtain for it to be true [SoL: 237].¹⁰³

Si la comprensión del significado de un enunciado se entiende como el conocimiento de las condiciones que hacen verdadero ese enunciado, hay en el realismo una supeditación del significado a la verdad, lo cual sería una subordinación de la teoría del significado a la teoría semántica, aquella se explica en términos de ésta.

Teoría antirrealista del significado

Es constitutivo del antirrealismo [SoL: 254] el repudio de una teoría del significado veritativo-condicional. El antirrealismo siempre aparece frente un determinado tipo de realismo al que se opone.

El antirrealismo [T&OE, VyOE: 221] defiende que si un enunciado de la clase en disputa es verdadero, solo puede serlo en virtud de algo que podamos conocer y tomar como evidencia de su verdad.

En *The Logical Basis of Metaphysics* Dummett entiende por una teoría del significado *realizable* («workable») aquella que cumple estas condiciones [LBoM: 340]:

¹⁰³ ...una teoría del significado para la cual la semántica bivalente le sirve como base es una teoría del significado veritativo-condicional; de acuerdo con ella, comprender el significado de una sentencia consiste en el conocimiento de la condición que tiene que cumplir para ser verdadera.

- a. que concuerde con nuestra práctica lingüística lo máximo posible,
- b. que nos explique sin circularidad en qué consiste la comprensión por el hablante del sentido de una expresión.

Para Dummett, las teorías del significado veritativo-condicionales violan el requerimiento de no-circularidad al no ser capaces de explicarnos en qué consiste la comprensión del sentido de una expresión sin presuponer que el hablante comprende tal expresión [*LBoM*: 301-21].

De cualquier modo, la exigencia de hacer viable una teoría del significado antirrealista es más ardua que la tarea paralela del realista, porque al antirrealismo se le exige que demuestre, además de la viabilidad de su propia teoría, la inviabilidad de la realista. Para hacer plausible una teoría del significado que requiera una lógica no-clásica y que incorpore un antirrealismo radical se ha de mostrar, no solo que esta teoría del significado sea realizable, sino también probar que no es realizable una teoría del significado que valide la lógica clásica. Y todo esto es consecuencia de que estamos demandando una revisión de nuestra práctica actual, en lugar de una mera descripción y explicación de la misma [*LBoM*: 340].

Igualmente, el más genuino antirrealismo dummettiano, el intuicionismo matemático, se va a enfrentar con la doble tarea de mostrar que la matemática intuicionista es coherente y legítima y que la matemática clásica es incoherente e ilegítima [*IoI*: 360].

En aquella escala de justificaciones, veámos cómo la metafísica se justifica por la lógica, la lógica se justifica por la semántica, la semántica por la teoría del significado. Pero, ¿cómo se justifica la teoría del significado? Una teoría del significado se ha de justificar por su capacidad para ofrecer una explicación satisfactoria de qué es comprender un lenguaje. Solo el análisis de nuestra práctica en el uso del lenguaje que adquirimos mediante el aprendizaje puede permitirnos decidir cuál es la correcta teoría del significado [*LBoM*: 339]. En la elaboración de su teoría del significado Dummett recurre a la tesis wittgensteiniana de que “el significado es el uso”.

Dentro de la argumentación antirrealista, el principio de Wittgenstein de “el significado es el uso” quiere decir que no hay elementos de comprensión lingüística que

no sean manifestados en el modo en que una palabra es usada en la práctica. Cuando reconocemos que una sentencia es verdad, estamos manifestando que tenemos la habilidad de reconocer que esa sentencia ha sido verificada. En la teoría antirrealista del significado la justificación es central: el significado viene dado por la capacidad de reconocer cuándo una sentencia ha sido verificada o refutada. La teoría antirrealista del significado toma la forma de una teoría justificacionista del significado: la noción central de tal teoría es la de *justificación*, entendida como prueba (demostración) para los enunciados matemáticos, o como verificación para los enunciados empíricos.

6. Realismo y antirrealismo

Una establecidos los tres ejes que caracterizan la discusión sobre el realismo y antes de entrar en los casos y tipos de antirrealismo, es el momento de ofrecer una presentación de ambas posturas enfrentadas.

Realismo

Realismo es la creencia en la existencia una realidad independiente de nuestro conocimiento que torna nuestros enunciados verdaderos o falsos.

El realismo es una tendencia general de nuestras preconcepciones filosóficas. La realidad es algo que nos encontramos, algo que nos es dado, que se nos impone. El carácter testarudo de la realidad que se niega a doblarse a nuestros deseos e intenciones nos impulsa hacia el realismo.

Por otro lado, la noción de una realidad independiente de nuestro conocimiento es muy problemática y no resiste la reflexión seria. ¿Cómo podríamos conocer algo sobre aquello que es independiente de que lo conozcamos? ¿Cómo podríamos conocer cómo es algo cuando no estamos conociéndolo?

Esta dualidad en la concepción del realismo nos revela que hay dos modos de entender el realismo [*T&tP*: 104], como independencia del mundo respecto de nuestra voluntad y como independencia del mundo respecto de nuestro conocimiento. En el primer caso, la verdad de una proposición es independiente de nuestra voluntad (experimentamos la resistencia del mundo frente a nuestra voluntad). En el segundo, la verdad de una proposición es independiente de nuestro conocimiento y de nuestra capacidad de conocer. Dummett estaría dispuesto a aceptar un realismo en el primer sentido pero no en el segundo. Por ejemplo, la discusión entre platonistas (realistas en matemáticas) y constructivistas (antirrealistas en matemáticas) se centra en el realismo en este segundo sentido: para los platonistas la verdad de una proposición matemática está determinada independientemente de si tenemos o no los medios de reconocerla como verdadera o falsa, los constructivistas proponen que la verdad de una proposición consiste en nuestra capacidad de demostrarla, aunque nuestras demostraciones matemáticas no son invenciones de nuestra voluntad sino que están sometidas a normas objetivas. Para los constructivistas la verdad matemática es lo que hemos descubierto como verdad, lo cual se corresponde con la metáfora del artista-creador. En el

platonismo algo puede ser verdad sin haberlo descubierto, al igual que en la metáfora del astrónomo los astros tienen una existencia independiente de que sean descubiertos por su telescopio.

¿Supone esto una concesión al realismo por parte de Dummett? Es cierto que podemos observar una evolución en Dummett desde un antirrealismo más decidido en sus primeras obras, aunque siempre prudente, hacia posturas más cercanas al realismo, sobre todo al tratar de los enunciados en tiempo verbal pasado. Algunos autores como Karen Green¹⁰⁴ han interpretado a Dummett como un claro realista pese a las etiquetas. De hecho, Dummett se niega a aceptar ningún realismo que consista en admitir una verdad independiente de nuestra capacidad de conocerla; es decir, se niega a admitir tesis ontológicas (metafísicas) realistas, tesis realistas acerca de lo que lo que existe, pero sí estaría dispuesto a admitir un realismo en el primer sentido que hemos visto arriba: la realidad se le impone a la voluntad del sujeto. Por tanto, Dummett rechaza toda forma de idealismo o voluntarismo que suponga una primacía de la voluntad del sujeto sobre la realidad.

Pese a todas las dificultades, la etiqueta de antirrealista, si nos viéramos obligados a utilizar alguna, es la más adecuada para Dummett en cuanto que su filosofía nos ofrece una distancia frente al realismo pero sin caer en ningún tipo de idealismo.

De la metafísica a la semántica

No podemos perder de vista que la discusión sobre el realismo es en última instancia un debate metafísico, aunque se plantee en el ámbito de la teoría del significado, son preguntas acerca de qué es la realidad, en qué consiste y cómo está formada.

La estrategia de Dummett para resolver estas discusiones consiste, como hemos visto, en centrarlas en primer lugar en una determinada clase de enunciados y luego preguntarnos cómo podemos dar cuenta del significado de tales enunciados.

¿Qué hace verdaderos o falsos a los enunciados de una determinada clase? Para el realista estos enunciados han de ser tomados en su valor frontal, aquello hacia lo que directamente se refieren, mientras que el antirrealista busca mirar en torno al enunciado para encontrar su significado. Y así se ha de plantear para cada clase de enunciados.

¹⁰⁴ Karen Green *Dummett: a philosophy of language* Ed. Polity, 2001.

¿Qué hace verdaderos o falsos a los enunciados teóricos de la ciencia, las entidades teóricas a que se refieren o su éxito en las predicciones sobre resultados experimentales?

¿Los enunciados en tiempo verbal pasado se refieren a un aspecto de la realidad que ya se ha desvanecido y que no es posible observar de modo directo o estos enunciados son modos indirectos de hablar de nuestros recuerdos actuales y de las evidencias dejadas en el presente por aquellos hechos pasados?

¿Los enunciados sobre el futuro se refieren un aspecto de la realidad que todavía no ha llegado y que tampoco no es posible observar de modo directo o estos enunciados son modos indirectos de hablar de nuestras intenciones actuales y de las tendencias naturales que observamos en el presente?

¿Los enunciados sobre procesos mentales describen las condiciones dentro del mundo privado de cada uno o son modos oblicuos de hablar sobre nuestra conducta?

¿Los enunciados sobre la realidad externa son verdaderos o falsos por la configuración de objetos materiales existentes independientemente de nosotros y de nuestro conocimiento o están formados enteramente a partir de nuestros datos sensoriales?

En fin, ¿los enunciados matemáticos describen cómo son las cosas en una parte de la realidad que no es sensible, sino abstracta, pero permanente y objetiva, o son construcciones que los matemáticos llevan a cabo en sus operaciones?

De esta manera, todas las primitivas cuestiones metafísicas se han transformado en cuestiones semánticas, siendo esta la estrategia de Dummett para resolver las discusiones metafísicas. La clave de esta transformación viene dada por el postulado de Wittgenstein en el *Tractatus* 1.1: “El mundo es la totalidad de los hechos, no de las cosas”, postulado que se sitúa al comienzo de su obra y es el embrión de toda ella. La metafísica se puede resolver en la semántica porque la realidad no se compone de cosas, sino de hechos, y los hechos son proposiciones verdaderas. Luego, la noción más importante para resolver las cuestiones metafísicas es la noción de *verdad* y ésta no es en sí una noción metafísica sino *semántica*.¹⁰⁵ En función del modelo de verdad que adoptemos en nuestra semántica, así será la teoría metafísica que descansa sobre ella.

¹⁰⁵ The answers to the metaphysical questions about this or that variety of realism thus turn on the correct interpretation of one or another class of statements. Metaphysics accordingly rests on semantics [*N&FoP*: 127]. (Las respuestas a las preguntas metafísicas sobre este o aquel tipo de realismo vuelve así sobre la correcta interpretación de una u otra clase de enunciados). The composition of reality depends not just on what objects it contains but on what facts hold about them. Facts are true proposition; the fundamental

Antirrealismo como justificacionismo

Como decíamos, Dummett quiere centrar la discusión sobre el realismo sobre cada una de las clases en disputa, aunque solo realizará un tratamiento sistemático sobre la clase de los enunciados de las matemáticas y sobre la de los enunciados en tiempo verbal pasado. En concreto, su investigación sobre el significado de los enunciados matemáticos va a ser paradigmática para definir las otras parcelas de la discusión sobre el realismo. Finalmente Dummett se va a proponer elaborar una teoría del significado general, y no solo para una determinada clase de enunciados, a la que denominará justificacionismo. El enfrentamiento general entre un realismo y un antirrealismo se resume en el combate entre la teoría del significado veritativo-condicional y la justificacionista. Sin embargo, la tesis de un antirrealismo global no solo tendrá sentido programático.

The thesis of global anti-realism has not merely to be *applied* to particular areas of language: it is no mere than programmatic, and has to be *worked out* for different ranges of statement [SoL: 473].¹⁰⁶

En matemáticas la teoría del significado justificacionista es el intuicionismo: el significado de los enunciados matemáticos se construye a partir de la noción de prueba en el sentido de demostración matemática: un enunciado es verdadero cuando somos capaces en principio de probarlo. El significado de un enunciado matemático es nuestra capacidad de reconocer una prueba de él cuando se nos presenta. La garantía de afirmación de los enunciados matemáticos es una prueba, por lo que para afirmar un enunciado cualquiera ha de haber una “justificación” [N&FoP: 135].

Cuando exportamos este principio desde las matemáticas hacia otros campos del discurso, la capacidad de ofrecer una prueba el teorema matemático se traduce en la capacidad de verificar o de justificar el enunciado. En algún momento (como en 1963

notion of metaphysics is hence that of *truth* [N&FoP: 127-8]. (La composición de la realidad depende, no de que objetos contiene, sino sobre qué hechos se mantienen sobre ellos. Los hechos son proposiciones verdaderas; la noción fundamental de la metafísica es por tanto la de *verdad*).

¹⁰⁶ La tesis del antirrealismo global ha de ser aplicada no meramente a áreas particulares del lenguaje: no es solo programática, y ha de ser desarrollada para diferentes clases de enunciados.

“Realism” I, [*T&OE*, *VyOE*: 220-242]) Dummett denominó a su propia doctrina del significado como *verificacionismo*, pero este término le ha parecido poco adecuado por estar ligado al neopositivismo, el cual aporta una concepción metafísica y filosófica en general muy opuesta a la suya; de modo que finalmente Dummett ha optado por el término *justificacionismo*. En su obra divulgativa *The Nature and Future of Philosophy* lo resume así:

We may accordingly use the name “justificacionism” for this generalization of the intuicionistic theory of meaning to all discourse [*N&FoP*: 135].¹⁰⁷

El significado de un enunciado viene dado por el modo más directo de justificarlo, y esto no es nada teórico, es una práctica y además una práctica común basada en nuestro lenguaje. Dado que gran parte de los enunciados no pueden ser justificados por observación directa, habrá que recurrir a menudo a la justificación por inferencia. De modo que el significado de algunos enunciados puede depender de otros enunciados conceptualmente anteriores. Es decir, cuando aprendemos el significado de un enunciado lo que estamos aprendiendo es su *uso*.

Por tanto, la noción de significado que nos ofrece el justificacionismo está basado en nuestro *uso* del lenguaje: cuando aprendemos el significado de las expresiones de un lenguaje estamos aprendiendo qué cuenta como justificación de lo que decimos, aprendemos a aceptar las afirmaciones de los demás como si estuvieran hechas por nosotros mismos y por ello aprendemos a hacer afirmaciones derivadas de testimonios de los demás.

La teoría del significado justificacionista es, por tanto, la versión general para todo el universo del discurso de la teoría intuicionista del significado para las matemáticas. Continúa rechazando la bivalencia, por la razón de que cuando no tenemos medios efectivos de decisión para un enunciado, no hay entonces ninguna garantía de que llegaremos a la justificación de dicho enunciado o de su negación. La lógica intuicionista es el modelo de razonamiento de la teoría del significado justificacionista. Podemos encontrarnos con enunciados que no podamos decidir sobre su verdad o falsedad, su verdad nos resulta indeterminada, pero tampoco esta indeterminación es definitiva, pues hay enunciados sobre los que no estamos seguros de que alguna vez

¹⁰⁷ Podemos entonces usar el nombre “justificacionismo” para esta generalización de la teoría intuicionista del significado a todo el discurso.

pueda aparecer una prueba o una refutación. Expresado en términos metafísicos, Dummett dirá que hay “huecos” en la realidad.¹⁰⁸

El justificacionismo no disuelve la noción de verdad, que sigue siendo fundamental, pero ya no es la noción central de la teoría del significado.

Una vez definido, desde el punto de vista justificacionista, el significado de un enunciado como capacidad de justificarlo, es decir, por su uso en la práctica del lenguaje, ahora la verdad del enunciado podemos definirla como nuestra capacidad de afirmar tal enunciado: un enunciado es verdadero cuando disponemos de los medios efectivos en principio de encontrar una justificación de él. “Medios efectivos en principio” quiere decir que tal medio están disponibles para *nosotros* (la comunidad de hablantes) aquí y ahora pero que también pudieron (pasado) haber estado disponibles, podrán (futuro) estar disponibles o podrían estar disponibles (si no tuviéramos limitaciones ciertas contingentes). Esta noción de disponible “en principio” se entiende fácilmente cuando pensamos, por ejemplo, en la justificación acerca de si un número extremadamente alto es primo o no: quizá no haya ser humano capaz de computarlo, ni incluso una máquina, pero su justificación es decible porque disponemos de un algoritmo efectivo. Estas observaciones son importantes para no caer en un antirrealismo extremo, o en un finitismo estricto en matemáticas, como hemos de ver.

La teoría del significado justificacionista, a partir del modelo de las matemáticas intuicionistas, ha de explorar sectorialmente cada uno de las clases de enunciados en que el debate realismo/antirrealismo tiene lugar.

¹⁰⁸ Véase la *Parte VI. La metafísica antirrealista: 5. Más allá de la metafísica.*

7. Casos de realismo y antirrealismo

Como la discusión se circunscribe a un determinado ámbito de la realidad -o mejor dicho, a los enunciados acerca de un determinado ámbito de la realidad, a la clase en disputa, habrá tantos casos de realismo como ámbitos sobre los que disputemos [“Realism” (I), *T&OE*, *VyOE*: 223], [*LBoM*: 322]. Además, como el antirrealismo es, por su parte, una doctrina negativa, [“Realism” (II), *SoL*: 265 y 269], los casos de antirrealismo serán correlativos a las correspondientes especies de realismo:

- Realismo sobre el mundo físico *versus* Fenomenismo.
- Realismo científico *versus* Positivismo científico (Instrumentalismo).
- Realismo con respecto a los estados, sucesos y procesos mentales *versus* Conductismo.
- Realismo con respecto al pasado y al futuro *versus* Neutralismo
- Realismo matemático *versus* Constructivismo.

Veamos el desarrollo de los casos.

Realismo con respecto al mundo físico

Afirma la existencia independiente de objetos materiales. Una observación o una prueba nos proporcionan información sobre un estado de cosas cuya existencia es independiente de la realización de la observación o de la prueba. Su opuesto es el fenomenismo. Para el fenomenismo los enunciados de la clase en disputa -esto es, los enunciados acerca del mundo físico- son verdaderos en virtud de experiencias sensoriales actuales o posibles.

El realismo sobre el mundo exterior es la forma más cotidiana y genérica de realismo por postular la existencia de un mundo exterior poblado de objetos materiales (árboles, ríos, átomos, estrellas...) que existen con independencia de nuestro conocimiento de ellos. El fenomenismo, como antirrealismo, toma tales objetos como meros constructos de nuestro conocimiento obtenidos a partir de los datos de nuestros sentidos.

Realismo científico

Es un realismo con respecto a las entidades teóricas de la ciencia. Las teorías científicas revelan cómo es el mundo en sí mismo. Su opuesto, el instrumentalismo (que también puede ser entendido como un positivismo), entiende las teorías de la ciencia como un patrón que se impone a lo que de otro modo sería una diversidad desconcertante. Los enunciados de la clase en disputa -esto es, los enunciados teóricos de la ciencia- serán verdaderos en virtud de observaciones que los confirmen.

El realismo científico postula la existencia de las entidades teóricas de la ciencia, como los fotones y los quarks, con los que se construyen los enunciados científicos. El instrumentalismo científico (como antirrealismo que es) las interpreta como meras entidades hipotéticas que permiten predecir los resultados observables en los experimentos.

Realismo con respecto a los estados, sucesos y procesos mentales

El realismo sobre los procesos mentales atribuye una existencia propia en el interior de la mente de cada cual a las sensaciones, emociones, imágenes, creencias y actitudes, a las cuales ningún otro aparte de uno mismo tiene acceso. El antirrealismo sobre los procesos mentales toma la forma de un conductismo al reducir todo contenido mental a términos de conducta observable. El conductismo postula la traducción de los eventos y estados mentales en términos de comportamiento (conducta observable), es decir, un enunciado acerca de procesos mentales será verdadero en virtud de la conducta del sujeto.

Realismo con respecto al futuro

El problema, que viene planteado desde Aristóteles, versa sobre si tienen o no verdad o falsedad presente los enunciados acerca del futuro. El realismo sobre el futuro atribuye una verdad o falsedad a los enunciados futuros que está ya determinada a partir de “lo que sucederá”. El antirrealismo sobre el futuro basa tal verdad o falsedad en las tendencias actuales y en las intenciones presentes de los sujetos.

El antirrealismo sobre el futuro acepta como únicos enunciados permitidos en tiempo futuro aquellos que serán verdaderos o falsos solo en virtud de las tendencias e

intenciones presentes (por ejemplo, «la boda entre José y Luisa no tendrá lugar» se traduce en que hay una intención actual de no celebrar la boda). Otra versión del antirrealismo sobre el futuro entiende que estos enunciados no son *todavía* verdaderos ni falsos en el tiempo presente (no es válida para ellos la ley del tercero excluso).

Realismo acerca del pasado

El debate sobre el realismo acerca del pasado es paralelo al debate sobre realismo acerca el futuro: se cuestiona si existe el pasado una vez pasado, si permanece de algún modo que permita hacer verdaderos o falsos los enunciados en tiempo verbal pasado. El antirrealismo consiste en la tesis de que un enunciado en tiempo pasado solo puede ser verdadero o falso en virtud de recuerdos, evidencias u otras pruebas actuales de lo que sucedió (tampoco es siempre aplicable la ley del tercero excluso). El antirrealismo sobre los enunciados acerca del pasado considera que solo podemos establecer la verdad o falsedad de tales enunciados a partir nuestros recuerdos o de los restos actuales de los sucesos pasados.

El antirrealismo sobre el pasado o el futuro recibe también el nombre de neutralismo sobre el pasado o el futuro.

Realismo matemático

Llamado por Bernays y Quine «con poco acierto» platonismo, afirma el realismo con respecto a los enunciados matemáticos: refiere la verdad o falsedad de los enunciados matemáticos a objetos abstractos que tienen existencia propia. El significado de un enunciado matemático está dado por la determinación de sus condiciones de verdad, las cuales son independientes de si podemos o no reconocerlas. Frente a él, el antirrealismo matemático (también llamado constructivismo, una de cuyas variantes es el intuicionismo) entiende que conocemos el significado de un enunciado matemático si y solo si conocemos lo que constituiría una prueba de ese enunciado. La existencia de una prueba es lo que confiere verdad al enunciado matemático. Los constructos matemáticos tienen únicamente existencia mental.

8. Reduccionismo

Hasta el momento, en la caracterización de los programas realista y antirrealista se está trabajando sobre una serie de nociones como verdad, significado, comprensión, objetividad... En la caracterización de la discusión sobre el realismo nos resta, por último, considerar en qué medida el reduccionismo nos ha de situar a uno u otro lado. Este es el que hemos denominado “cuarto eje” de la discusión sobre el realismo.

Reduccionismo y antirrealismo

El programa antirrealista tradicionalmente ha llevado consigo algún tipo de reduccionismo. Dummett hace notar que en el antirrealismo es usual trasladar la cuestión acerca de la verdad de algo a la cuestión acerca de la verdad de otro algo. Es decir, lo que hace a un enunciado verdadero cuando es verdadero es un hecho, pero ya que se ha decidido evitar hacer una ontología de los hechos, el antirrealista suele decir que «cuando un enunciado de la clase en disputa es verdadero, lo es en virtud de la verdad de uno o más enunciados de *la clase reductiva*».

Denominamos clase reductiva a la clase de enunciados hacia la que se traslada la pregunta por el valor de verdad -consiguientemente también la pregunta por el significado- de la clase en disputa. Esta traslación recibe el nombre de *reduccionismo*.

El reduccionismo [SoL: 239] consiste, por tanto, en la exigencia de la traslación de los enunciados de una clase, la clase dada, hacia los enunciados de otra, la clase reductiva. Esta traslación no solo preserva los valores de verdad, sino también un informe de los significados. En otras palabras, la traslación define como reduccionistas tanto la teoría semántica como la teoría del significado. Entendemos el significado de los enunciados por medio de una implícita comprensión del esquema de traslación.

A menudo se ha asociado el reduccionismo a la oposición al realismo y es cierto que el antirrealismo adquiere muchas veces la forma de un reduccionismo [“Realism” (I), *T&OE*, VyOR: 232], [“Realism and Anti-Realism”, *SoL*: 469].

Un ejemplo de reduccionismo lo presenta el fenomenismo clásico: los enunciados sobre objetos materiales son reducidos a enunciados sobre datos sensibles. Este reduccionismo fenomenista refuta el realismo concerniente a una clase de enunciados (enunciados sobre objetos materiales), y ello sin necesidad de repudiar el principio de bivalencia.

De acuerdo con el reduccionismo, en el fenomenismo los enunciados sobre objetos materiales son reducibles a enunciados sobre datos sensoriales, en el positivismo los enunciados teóricos se reducen a enunciados de observación y medida, para el conductismo los enunciados sobre el carácter de las personas son en realidad enunciados sobre el comportamiento, los enunciados sobre el futuro se reducen a intenciones y tendencias actuales, los enunciados sobre el pasado se reducen a la memorias y recuerdos presentes. Cuando hay una clase reductiva, el antirrealismo admite como verdadero un enunciado de la clase en disputa solo si algún enunciado de la clase reductiva también es verdadero.

Pero ha de quedar claro que el antirrealismo no necesita ser reduccionista. Este es el caso del constructivismo matemático, donde no hay ninguna clase reductiva. Ni incluso el antirrealista sobre el mundo material necesita ser reduccionista.

El reduccionismo suele aparecer cuando se abandona la semántica objetivista: ya no se busca la relación entre el enunciado y los objetos del mundo, sino la relación del enunciado con otro enunciado. Al perder la noción de referencia, noción que es central en la semántica objetivista, se busca como sustituyente la noción de traslación y por ello no es extraño que el reduccionismo acompañe a la sustitución de una semántica realista por otra antirrealista. Pero el reduccionismo no es consustancial cada vez que se da el paso hacia el antirrealismo.

Antirrealismo moderado y antirrealismo radical

Dummett [SoL: 239-240] comenta el ejemplo propuesto por Frege en *Grundlagen der Arithmetik* de la traslación de direcciones a líneas: si disponemos de tal traslación,

estaremos justificados para atribuir una referencia a términos de dirección. Para Dummett esto representa el abandono del realismo, y este abandono no es porque sea imposible un informe veritativo-condicional de los significados de los enunciados, ni porque haya alguna razón para repudiar el principio de bivalencia, sino porque la noción de referencia no juega ya ningún papel en el informe sobre significados. Aunque Frege siga hablando de una referencia de los términos en el contexto de una sentencia, la determinación del valor de verdad de la sentencia ya no procede vía la identificación de un objeto como el referente del término. La noción de referencia podrá seguir válida para enunciados sobre líneas (esto es: sobre la clase reductiva) y podremos seguir siendo realistas sobre esta clase de enunciados, pero no sobre la clase original (esto es, sobre la clase de enunciados acerca de direcciones).

Entiende Dummett [*LBoM*: 334] que si el antirrealista no interpreta la clase reductiva realistamente, entonces puede sostener que hay alguna clase de enunciados formando una nueva clase reductiva para ello, a la cual podemos llamar «la segunda clase reductiva». Si esta segunda clase reductiva no es interpretada realistamente, habrá una *enésima* clase reductiva interpretada realistamente. Un antirrealismo de este tipo, basado en un realismo sobre enunciados de otra clase, será, por tanto, un antirrealismo *moderado*.

Aunque para Dummett [*LBoM*: 334-5] es un antirrealismo más interesante aquel que no interpreta los enunciados de la clase reductiva realistamente pero tampoco propone una segunda clase reductiva. Es el caso del constructivista, para el que los enunciados de la clase reductiva tienen la forma «Existe una prueba de A» («existe» es tomado atemporalmente). Este es un antirrealismo *radical*. De hecho no es propiamente una clase reductiva la que incorpora el constructivismo, ya que el constructivismo no necesita de la tesis reductiva.

Tesis reduccionista y tesis reductiva

El reduccionismo, planteado arriba de modo genérico, puede especificarse en dos vías: reduccionismo fuerte y reduccionismo débil. Dummett tiene especial interés en el débil.

Dummett distingue la tesis reduccionista (fuerte), frente a la tesis reductiva (débil). La *tesis reduccionista* exige la existencia de una traslación desde proposiciones de la clase dada a proposiciones de la clase reductiva. La *tesis reductiva* exige solo que ninguna proposición de la clase dada sea verdadera excepto si la proposición o proposiciones convenientes de la clase reductiva son verdaderas e, inversamente, que la verdad de las proposiciones de la clase reductiva garantice la verdad de las proposiciones de la clase dada. La tesis reductiva no es una mera observación sobre la conexión entre las condiciones de verdad de proposiciones de dos clases, sino que esta conexión también ha de informar de los significados de las proposiciones de la clase dada: la comprensión de estas proposiciones conlleva una implícita comprensión de su relación con las proposiciones de la clase reductiva [SoL: 242].

Mientras la tesis reduccionista exige una traslación completa desde la clase dada a la clase reductiva; la tesis reductiva, más débil, exige tan solo una traslación para las proposiciones verdaderas.

El antirrealismo y la tesis reductiva

La tesis reductiva no implica el rechazo del realismo para las proposiciones de la clase dada, ya que no implica ninguna de las tres condiciones vistas anteriormente que se exigen para un repudio del realismo [SoL: 245]:

- a. En primer lugar, la tesis reductiva no implica que no podamos dar un informe veritativo-condicional del significado de las proposiciones de la clase dada.
- b. Tampoco implica que la bivalencia falle para estas proposiciones.

c. Ni, en tercer lugar, implica que la noción de referencia no juegue su papel estándar en la explicación de cómo estas proposiciones son determinadas como verdaderas o falsas.

Un ejemplo de tesis reductiva dentro del realismo aparece en la doctrina del materialismo psicológico: la clase reductiva la constituyen las proposiciones acerca de los estados del sistema nervioso central. El materialismo psicológico constituye lo que Dummett ha llamado *realismo sofisticado* [SoL: 247].

Si por un lado hemos visto, al presentar el caso del constructivismo matemático, que el antirrealismo no siempre es reduccionista -aunque suele serlo-, tampoco el reduccionismo es intrínsecamente antirrealista, esto depende del carácter de la traslación propuesta [SoL: 246]. Si se ha confundido con frecuencia a la tesis reductiva con el rechazo del realismo ha sido porque aquella representa a menudo el primer paso en el abandono del principio de bivalencia, pero la tesis reductiva no conduce necesariamente por sí sola a una interpretación antirrealista de las proposiciones de la clase dada [SoL: 261].

En algunas ocasiones la perspectiva constructivista sobre enunciados matemáticos se ha formulado, en analogía con otros antirrealismos, enunciando una tesis reductiva, pero esto puede conducir a error según Dummett:

What makes it misleading is that we do not end up with any objectivist notion of truth for mathematical statements; for that very reason, the reductive thesis is not an essential ingredient of the constructivist view [SoL: 261].¹⁰⁹

En resumidas cuentas, para llegar a una posición antirrealista sin mediación de la tesis reductiva basta con que se cumplan cualquiera de estas tres condiciones:

¹⁰⁹ Lo que conduce a error es que no se acaba con la noción objetivista de verdad para enunciados matemáticos; por esta misma razón, la tesis reductiva no es un ingrediente esencial de la postura constructivista.

- a. que no poseamos ninguna noción de verdad objetivista,
- b. que no poseamos ninguna noción de verdad que trascienda nuestra capacidad de reconocer las proposiciones como verdaderas,
- c. que no poseamos ninguna noción de verdad sujeta al principio de bivalencia.

Salvo en matemáticas, un antirrealismo que se apoye meramente en una semántica no-objetivista, sin recurrir a la tesis reductiva, rara vez ha sido formulado [*SoL*: 261-2].

Aunque es posible diseñar un ejemplo de antirrealismo físico [*SoL*: 262] que no descansa en ninguna tesis reductiva, en analogía con el constructivismo matemático que tampoco lo hace. Sería todo lo contrario al fenomenismo, (el cual incorpora la tesis reductiva): en un antirrealismo físico el significado de una proposición sería dado especificando qué cuenta como razón (tanto de observación como de inferencia) para afirmarla. Y este antirrealismo no estaría expuesto a las objeciones contra el fenomenismo.

9. Tipos de realismo y antirrealismo

La división en «casos de realismo» se planteaba sobre el telón de fondo de la «clase en disputa», era, por decirlo así, una división horizontal. Trataremos ahora los «tipos de realismo» que se pueden distinguir en función del grado de compromiso con las tesis definitorias de la discusión; será, pues, una división vertical.

Para realizar esta nueva clasificación Dummett emplea la noción de «tesis de irreducibilidad»:

La *tesis de irreducibilidad* [SoL: 247] se presenta como opuesta a la tesis reductiva. La tesis reductiva ofrecía una respuesta general e informativa a la cuestión acerca de qué hace que una proposición de la clase dada sea verdadera, cuando es verdadera. En el caso de la tesis de irreducibilidad no se exige que la respuesta sea informativa, puede darse una respuesta trivial. Por ejemplo, una respuesta trivial es decir que A es verdadera porque es verdadera, lo cual desde luego no es nada esclarecedor filosóficamente.

Realismo ingenuo/realismo sofisticado versus antirrealismo completo/antirrealismo reductivo

Hay dos géneros fundamentales de realismo [SoL: 247-8 y 263] -que conllevarán dos géneros correlativos de antirrealismo-: el realismo ingenuo (*naive*) y el realismo sofisticado.

El *realismo ingenuo* acepta la tesis de irreducibilidad, mientras que el *realismo sofisticado* propone algún tipo de tesis reductiva -ejemplo de ello es el materialismo psicológico que antes citábamos.

Paralelamente hay dos géneros de antirrealismo. El antirrealismo que no descansa sobre ninguna tesis reductiva o *antirrealismo completo* («*outright*») tiene como ejemplos suyos el neutralismo sobre el futuro, el intuicionismo matemático y los seguidores de la teoría de Wittgenstein sobre sensaciones internas. El *antirrealismo reductivo*, por otra

parte, propone alguna tesis reductiva para su teoría del significado, como es el caso del fenomenismo y del conductismo.

Para el realista ingenuo, lo mismo que para el antirrealista completo, la conexión entre lo que convierte a una proposición verdadera y nuestro conocimiento de su verdad es íntima, la diferencia es que sacan conclusiones contrapuestas. El antirrealista saca la conclusión de que la proposición no puede ser verdad excepto si *conocemos* que es verdad (o al menos tenemos medios para llegar a tal conocimiento). El realista ingenuo cree que la proposición debe ser de modo determinado verdadera o falsa, independientemente de si somos capaces, en el caso concreto, de percibir qué la hace verdadera o falsa.

El realista ingenuo se enfrenta [SoL: 273] a una doble dificultad. Primero, ¿cómo explicar los errores de la memoria? Por ejemplo, en el caso del realismo sobre el pasado, si la memoria es un contacto directo con acontecimientos pasados, ¿cómo puede equivocarse? Y segundo, ¿qué existencia actual tienen los acontecimientos pasados (por ejemplo, quién me asegura a mí que no se han transformado)? Ahora bien, según Dummett estas dificultades son sinsentido, pero tan como sinsentido es la noción de un contacto directo con los acontecimientos pasados: sería difícil apelar al absurdo de estas objeciones sin mostrar al mismo tiempo el absurdo de los propios argumentos realistas.

El realista ingenuo declara la duda cartesiana sinsentido [SoL: 274]: el conocimiento inmediato, por aprehensión directa, es lo que hace a una proposición verdadera. Se parte del supuesto de que durante la percepción estamos en contacto directo con los objetos del mundo físico.

La duda cartesiana, a los ojos de Dummett [SoL: 275-276] no es sinsentido en cada acto individual de duda, sino sinsentido en su generalidad (su simultaneidad sería neurótica).

La dificultad fundamental del realismo ingenuo es la noción de un conocimiento inmediato, consistente en un contacto directo entre el sujeto y el objeto, noción que es incoherente.

Distingue Dummett además un tercer tipo de realismo a medio camino entre los dos anteriores, es el realismo semi-ingenuo [SoL: 273-4]. El realista semi-ingenuo no

acepta ninguna tesis reductiva pero tampoco acepta el componente epistemológico del realismo ingenuo.

Dummett reconoce el valor del realismo ingenuo tradicional que tuvo como primer objetivo rebatir el escepticismo, pero que al ser incoherente falla en su batalla y deja una victoria fácil al idealismo. El realismo, en sus formas semi-ingenuo o sofisticado, habría sido quien ha alcanzado una mayor resonancia [*SoL*: 276].

10. Hacia una teoría del significado antirrealista

El antirrealismo de Michael Dummett

En el ensayo de 1982 “Realism” (II) [SoL: 230-276] Michael Dummett ha realizado una minuciosa separación entre realismo y antirrealismo, distinguiendo sus formas viables, pero finalmente manifiesta que quiere mantenerse neutral

My sole aim has been to characterise them; that is, to explain the concept of realism as applying to philosophical views which may be adopted on a wide variety of different questions [SoL: 274].¹¹⁰

También en su artículo de 1992 “Realism and Anti-Realism” [SoL: 463-4] presenta la discusión sobre el realismo como la propuesta de un programa de investigación (*proposing a research programme*) que sugiera un estudio comparativo dentro de un rango de problemas estructuralmente similares y no como una tesis unitaria.

Sin embargo, su postura se inclina desde un principio por el antirrealismo. Algunos autores, como Karen Green¹¹¹ han visto en Dummett a un realista por mucho que él mismo no haya dejado de presentarse como antirrealista. De acuerdo con Green el antirrealismo de Dummett no sería otra cosa que un realismo del sentido común al afirmar la existencia de un mundo material siempre que sea posible *conocer* que existe (este es el *requisito epistemológico*). En este sentido, Dummett no presentaría un ataque frontal al objetivismo.

En cuanto al reduccionismo, Dummett ha querido desmarcarse de los ataques realistas al reduccionismo tratando de mostrar que el antirrealismo no va necesariamente ligado al reduccionismo. El constructivismo -y en especial el intuicionismo- le va a

¹¹⁰ Mi única intención ha sido caracterizarlos; esto es, explicar el concepto de realismo aplicado a las posturas filosóficas que es posible adoptar acerca de una amplia variedad de diferentes cuestiones.

¹¹¹ GREEN, *Dummett: Philosophy of Language* 2001, pp. 3 y 128.

proporcionar un buen ejemplo para ello. También el constructivismo será su mejor baza para rechazar el principio de bivalencia y, con él, la ley de tercero excluso.

El papel de la teoría del significado en la disputa del realismo

Podemos afirmar que toda la discusión sobre el realismo que ofrece Dummett supone una toma de postura previa sobre el problema.

En primer lugar, Dummett ha llevado la disputa al terreno de *los enunciados* renunciando a *las entidades*. Esto implica un giro lingüístico que abandona la metafísica, lo cual ya es de por sí un apartamiento del realismo.

En segundo lugar, en el punto de partida de la discusión se ha definido la teoría semántica como subordinada a la teoría del significado, lo cual es también ya en sí mismo una opción antirrealista. El realista, al adoptar una teoría veritativo-condicional, entiende que el significado de un enunciado viene dado por las condiciones bajo las cuales ese enunciado es verdadero, el significado consiste en la condición de verdad. Con ello, en el realismo el significado se subordina a la verdad y, por tanto, la teoría del significado a la teoría semántica. Radicalmente contrarias son las relaciones entre la teoría semántica y la teoría del significado que nos ofrece Dummett.

El realismo, hemos visto, es en primer lugar una doctrina semántica, pero una doctrina semántica que permite construir sobre su base una teoría del significado. Como doctrina semántica el realismo es fundamentalmente una doctrina acerca de aquello que hace nuestras proposiciones verdaderas cuando son verdaderas: la principal tesis del realismo, así mirado, es que tenemos realmente éxito en referirnos a objetos externos, objetos que existen independientemente de nuestro conocimiento de ellos, y que las proposiciones que hacemos sobre dichos objetos llevan un significado de tal clase que se vuelven verdaderas o falsas independientemente de nuestro conocimiento.

Es decir, la semántica realista es objetivista (se basa en la noción de referencia) y bivalente.

El realismo ingenuo añade un componente epistemológico al considerar que tenemos un conocimiento directo de los objetos externos e incorpora la tesis de irreducibilidad al entender que no puede haber respuesta informativa a la cuestión de qué hace en general una proposición verdadera cuando es verdadera (solo hay respuestas triviales, respuestas del tipo es verdadera porque es verdadera).

Ahora bien, la teoría realista del significado construida sobre tal semántica no puede limitarse a analizar cuándo una proposición es verdadera si es verdadera, sino que ha de decirnos qué sabe el hablante cuando el entiende una expresión del lenguaje, y cómo la comprensión del hablante determina el valor semántico, cualquiera que sea, de la expresión.

Así, en cuanto que la teoría del significado toma una forma veritativo-condicional, esto es, en cuanto que la teoría del significado identifica la comprensión de una sentencia con el conocimiento de la condición que hace a la sentencia verdadera, a la teoría del significado aún le falta por explicar en qué consiste el conocimiento de esta condición por el hablante.

Cuando es posible dar una respuesta no-trivial a la cuestión de en virtud de qué una sentencia es verdadera si es verdadera, entonces disponemos ya de una explicación sobre qué un hablante debe conocer para conocer la condición que hace a una sentencia verdadera.

Pero cuando ninguna respuesta no-trivial puede darse, una explicación más amplia la ha de suministrar la propia teoría del significado. El hablante tiene una capacidad de reconocimiento inmediato de la condición que hace la sentencia verdadera. Estamos entrando entonces en materia epistemológica. El realismo ingenuo necesita, para dar forma a su teoría del significado, de esta epistemología del conocimiento directo, la cual es altamente problemática por ser circular o vacía.

Realismo y antirrealismo son doctrinas ontológicas, pero, Dummett considera que en cuanto que tratan con cuestiones pertenecientes a la teoría del significado, involucran consideraciones epistemológicas, porque el significado es en última instancia una materia de *conocimiento*.

Desde las perspectivas moderna y contemporánea –al menos desde Descartes- la filosofía suele primar las cuestiones epistemológicas sobre las ontológicas: es el “giro epistemológico” producido por la filosofía moderna frente a la filosofía antigua. Con Dummett asistimos a este primado de lo epistemológico propio de la filosofía contemporánea en su forma de filosofía del lenguaje: estamos en el marco del nuevo giro, el “giro lingüístico”. En Michael Dummett es la construcción de una teoría del significado adecuada -viable y productiva- lo que puede resolver las disputas metafísicas.

PARTE IV
EL ANTIRREALISMO EN MATEMÁTICAS

Parte IV. EL ANTIRREALISMO EN MATEMÁTICAS

La construcción de una teoría intuicionista del significado para las matemáticas va a ser la piedra de toque para la entera teoría del significado de Michael Dummett. La batalla del realismo/antirrealismo se libra con toda su crudeza en el campo de la matemática y si bien la victoria en este campo no supone la victoria de modo automático en todos los otros campos, la derrota en del antirrealismo en las matemáticas dejaría nulas esperanzas para los otros.

Plantaremos en primer lugar cuál es la filosofía intuicionista en matemáticas a la que se adhiere el antirrealismo de Dummett. A continuación, presentaremos los principios de la teoría intuicionista del significado, para después deslindar el intuicionismo del constructivismo matemático y dilucidar el concepto de construcción matemática. Luego podremos abordar la reconstrucción de las matemáticas y de la lógica por los intuicionistas, y en concreto por Dummett, hasta alcanzar la justificación de las leyes lógicas a partir del significado de las constantes lógicas. Después aclararemos la noción prueba, y por último estableceremos los principios metafísicos que se derivan de esta visión de la lógica y las matemáticas: las bases de justificación de la metafísica se asientan en la lógica, de la lógica en la semántica, y de la semántica en la teoría del significado.

1. La filosofía del intuicionismo matemático

Introducción histórica: los orígenes del intuicionismo

La necesidad de dar fundamentación a las matemáticas fue vista en primer lugar, de acuerdo con Dummett [*EoI*: 1], por Frege, quien construyó un sistema completo de filosofía de las matemáticas dotándole de lenguaje y simbología. Aunque este juicio pueda parecer a muchos exagerado, es precisamente ese final del siglo XIX en el que confluyen una serie de preocupaciones en torno a los fundamentos de la matemática que harán surgir las propuestas de Frege y otros.

Durante toda su historia las matemáticas fueron vistas como modelo de conocimiento científico en el sentido de que ofrecían verdades universales y necesarias, y todo motivo de desconfianza hacia ellas era ocultado o cercenado (como es el caso del descubrimiento pitagórico de los números “irracionales”). Sin embargo, durante el siglo XIX el extraordinario desarrollo de las matemáticas conllevó el descubrimiento de nuevos temas de estudio tan revolucionarios que empezaron a minar la hasta entonces intocada confianza en las matemáticas.

De dos raíces en principio independientes comenzaron brotar críticas hacia el carácter universal y necesario de las verdades matemáticas. En primer lugar, el desarrollo de las geometrías no euclídeas hizo tambalearse el concepto kantiano de una ciencia geométrica formada por juicios sintéticos *a priori* fundamentados en nuestra intuición pura del espacio. Gauss (1777-1855), Lobachevski (1792-1856) y Riemann (1826-1866) abrieron un nuevo concepto de espacio con dimensiones y curvatura distintas del espacio cotidiano e intuitivo. Poco podían sospechar que una nueva física (la relativista einsteiniana) se iba pronto a levantar sobre el fundamento de esta nueva geometría.

En segundo lugar, también el desarrollo del análisis infinitesimal fue fruto de profundas intuiciones que permitían resolver problemas extraordinariamente complejos, y fue Newton, uno de sus creadores, quien se propuso aplicarlo a sus cálculos planetarios. Pero la eficacia del análisis para resolver problemas matemáticos y físicos no ocultó cierta insatisfacción con el poco rigor de sus métodos. Matemáticos como Cauchy (1789-1857) y Weierstrass (1815-1897) se propusieron desarrollar métodos de cálculo infinitesimal que permitieran el estudio del continuo (recta real) con todo el rigor matemático exigido. Estos resultados produjeron la denominada “aritmización del análisis”, es decir, liberar al análisis de las intuiciones geométricas en que se había basado desde su creación. Pero esta

reducción del análisis (geométrico) al mero cálculo (aritmético) no consiste, como en un primer momento pudiera parecer, en la mera reducción del análisis a la teoría de números, pues para efectuar tal reducción se precisa de la teoría de conjuntos, la cual permite introducir las totalidades infinitas de números racionales, imprescindibles en la tarea de aritmetización. Ahora bien, es precisamente el concepto de conjunto el que va a hacer aflorar nuevas dificultades en la tarea de búsqueda del rigor matemático.

La refundación de las matemáticas fue intentada por tres caminos principales, Frege (1848-1925) y el logicismo, Hilbert (1862-1943) y el formalismo, y Brouwer (1881-1966) y el intuicionismo. El *logicismo* busca la fundamentación de la matemática sobre bases estrictamente lógicas, esto es, la reducción de la matemática a lógica. De acuerdo con ello, todos los conceptos y operaciones de las matemáticas son meros conceptos y operaciones *formales*, en el sentido de que puede prescindirse de su contenido y estudiar su forma lógica. En terminología kantiana (pero contra la tesis de Kant) una simple suma aritmética “ $7+5=12$ ” sería un juicio analítico *a priori*, el cual solo contiene conceptos lógicos enlazados mediante una operación de deducción lógica. Las verdades de la matemática serán denominadas “tautológicas” en oposición a las verdades factuales (empíricas) de las ciencias físicas.

El *formalismo* considera que las matemáticas son, en el sentido más estricto, un lenguaje, esto es, una mera operación espaciotemporal con signos. El formalismo construye un lenguaje formalizado en el que a partir de unos axiomas y unas reglas se obtienen unos teoremas. A este sistema se le exige, de acuerdo con el programa de Hilbert, ser consistente, lo que quiere decir que no ha de incluir contradicciones entre sus teoremas.

El *intuicionismo* debe su nombre a la aceptación por su fundador, Brouwer, de la tesis kantiana de que nuestra concepción de la serie de números naturales se deriva de la intuición temporal, de nuestra aprensión del paso del tiempo. La matemática es una construcción de la mente humana, surgida de nuestra experiencia de la sucesión temporal: uno, otro y otro... esta intuición repetida indefinidamente es el fundamento de la serie de los números naturales y de la aritmética, sobre la cual se habrá de fundamentar el edificio entero de la matemática.

El intuicionismo tradicional

Cuando el intuicionismo habla de intuición no se refiere a una experiencia de hecho, sino a la forma *a priori* de esta experiencia, forma que conlleva la sucesión temporal. Sin embargo, la inspiración kantiana termina aquí y Brouwer no llega a admitir las razones profundas de las tesis kantianas, resultando una divergencia muy fuerte entre los conceptos de “intuición” y “experiencia” en uno y otro autor. La caracterización del término “intuición” como una forma *a priori* -pura, no empírica- aleja a Kant y a su filosofía de la matemática de cualquier sombra de psicologismo. El intuicionismo, en la medida en que se mantiene fiel al principio kantiano, también se ve libre de toda sospecha de psicologismo, aunque no siempre lo cumplirá. Porque la filosofía de Brouwer deja, a veces, deslizarse el concepto de experiencia temporal hacia una *experiencia empírica*, e igualmente con “intuición” no tiene problemas a veces en referirse a “intuición sensible”, muy distinto de las nociones kantianas de “intuición pura del tiempo” y “experiencia trascendental”.

Que la matemática es una construcción mental en Kant quiere decir que el sujeto (trascendental) produce en su mente de modo puro (es decir, *a priori*, no empírico) una síntesis (o construcción) sobre la base de la experiencia pura del tiempo. El tiempo es una intuición pura, anterior a (y fundamento de) cualquier experiencia sensible. Por el contrario, en Brouwer la teoría del “sujeto creador” conlleva que la construcción mental es un hecho empírico producido en el interior de la mente del sujeto, de modo que resulta “cosa de brujas” que las matemáticas puedan aplicarse a realidades no mentales como el mundo físico.

El carácter trascendental (no psicológico) de la construcción matemática kantiana da cuenta del problema de cómo las matemáticas siendo no empíricas son sin embargo aplicables a cualquier tipo de realidad empírica. Las intuiciones puras del tiempo y del espacio son los constituyentes últimos del sujeto que conoce y son por ende condiciones trascendentales de todo lo que el sujeto pueda conocer. Al estar fundamentada la matemática sobre las intuiciones puras del tiempo y del espacio, todo lo que esté sometido a las condiciones del tiempo y/o del espacio (es decir, todo lo conocido o por conocer sensiblemente), estará a la vez sometido a las propias matemáticas.

Brouwer no sigue a Kant en su idealismo trascendental y es la razón de que el intuicionismo de Brouwer para las matemáticas recaiga a veces dentro de un cierto psicologismo.

Dummett, y en esto también se mantendrá fiel a Frege, intentará siempre evitar este tipo de psicologismo que no es muy extraño en los intuicionistas. Por ejemplo, en Heyting lo encontramos en este pasaje:

A mathematical theorem expresses a purely empirical fact, namely the success of a certain construction. “ $2+2=3+1$ ” must be read as an abbreviation for the statement: I have effected the mental constructions indicated by ‘ $2+2$ ’ and by ‘ $3+1$ ’ and I have found that they lead to the same result.¹¹²

“Un hecho puramente empírico” difícilmente puede aquí ser otra cosa que un hecho mental, psicologismo que, de ser tomado en serio, no permitiría una auténtica fundamentación de las matemáticas.

Por otro lado, Brouwer rechazó la tesis de Kant complementaria de que la geometría se basa sobre nuestra intuición *a priori* del espacio; en ello fue la imagen refleja de Frege, quien aceptó la tesis de Kant sobre la intuición espacial, pero la rechazó sobre la intuición temporal.

La noción de construcción y el infinito

Sin embargo, es en el concepto de *construcción* para caracterizar a las matemáticas donde reside la fuerza de la filosofía intuicionista, más aún incluso que en el concepto demasiado vago de intuición que tantos problemas crea. Aunque luego tengamos que deslindar el intuicionismo del constructivismo, la visión de la matemática como un proceso de construcción es común a todos los intuicionistas, porque construir es un proceso humano y por tanto finito. En el fondo, se trata de poner límites a los procedimientos matemáticos con el objetivo de devolver el rigor y la certeza que fueron perdiendo las matemáticas durante el gran desarrollo experimentado a lo largo del siglo

¹¹² Heyting, A. (1956) *Intuitionism: an Introduction*. Amsterdam: North Holland. 2nd ed. 1966, p.8. (Un teorema matemático expresa un hecho puramente empírico, a saber, el resultado de cierta construcción. “ $2+2=3+1$ ” debe leerse como una abreviatura del enunciado: “He efectuado la construcción mental indicada por ‘ $2+2$ ’ y por ‘ $3+1$ ’ y he encontrado que conducen al mismo resultado”).

XIX. La incomodidad de muchos matemáticos con los modelos de cálculo infinitesimal pretendió ser resuelta mediante la fundamentación de las matemáticas sobre la teoría de conjuntos de Cantor, pero el problema se traslada ahora al concepto mismo de conjunto, porque la reducción de las operaciones con números reales a operaciones con conjuntos exige tratar con totalidades (conjuntos) infinitas, puesto que al fin y al cabo un número real, como veremos con detenimiento más adelante, no es otra cosa que el conjunto infinito de los números racionales que tienden hacia un punto de la recta real.

Si estas “totalidades infinitas” se entienden como un conjunto actual de infinitos elementos, como *infinito actual*, entonces es preciso incluir entre los axiomas de la teoría de números el *axioma de infinitud*. Si, por el contrario, dichas totalidades se entienden en proceso de construcción, como la posibilidad de añadir ilimitados elementos a dicho conjunto, o *infinito potencial*, entonces nos mantenemos dentro de un constructivismo que admiten tanto formalistas como los intuicionistas.

La propuesta logicista de fundamentación de las matemáticas a partir de bases meramente lógicas recurre a Cantor y a su teoría de conjuntos, pero pronto se topa con paradojas de difícil resolución dentro de la propia teoría. Formalistas e intuicionistas postulan ambos que dichas paradojas proceden de la incapacidad del ser humano para comprender completamente el infinito. Sin embargo, mientras los formalistas quieren mantener la teoría de conjuntos aunque buscando su consistencia por métodos finitistas, los intuicionistas prefieren simplemente abandonar la teoría de conjuntos.

Prueba constructiva

El sentido de que las matemáticas son construcciones mentales conlleva un compromiso ontológico, las matemáticas intuicionistas son verdaderas, o incluso, son más verdaderas que las matemáticas clásicas. El intuicionista no puede conformarse con que las matemáticas funcionen, y en este sentido su opción por las pruebas constructivas no es cuestión de gusto. A diferencia del constructivista que puede en un momento dado usar unas u otras matemáticas en función de criterios de utilidad, el intuicionista presenta un rechazo frontal a las matemáticas y a la lógica clásicas.

La insistencia del intuicionismo en exigir pruebas constructivas en matemáticas le lleva también a una nueva visión de la lógica, lógica intuicionista, y en concreto a un rechazo de la Ley del Tercero Excluido (LTE). En el siguiente ejemplo proporcionado por Dummett en [EoI: 10], se ofrece una prueba no constructiva que utiliza LTE.

Teorema: Existen números irracionales, x, y , tal que x^y es racional

Demostración: Dado que $\sqrt{2}$ es irracional.

Si $(\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$ es racional, entonces ya está demostrado.

Si $(\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$ es irracional, entonces $((\sqrt{2})^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}}$ es racional, porque $((\sqrt{2})^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}} = (\sqrt{2})^{(\sqrt{2} * \sqrt{2})} = (\sqrt{2})^2 = 2$.

Q.E.D. Así en cualquier caso existe una solución.

En esta prueba se asume que $(\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$ es o bien racional o bien irracional, pero no se determina cuál de las dos alternativas es la correcta.

Este tipo de pruebas es admitido por Brouwer para el razonamiento ordinario sobre conjuntos finitos. De hecho, no hay problema en aceptar LTE para predicados decidibles sobre conjuntos finitos. Si “F” es un predicado decidible sobre un conjunto finito, entonces “ $Fx \vee \neg Fx$ ” es aceptable para cualquier x , dado que es posible (en principio) recorrer todas las instancias de x y decidir sobre cada una de ellas. Pero cuando el conjunto es infinito, como el de los números racionales en el ejemplo dado, entonces no podemos recorrer dicha totalidad para decidir si $(\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$ es racional o no lo es. Dado que $(\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$ no es finitamente decidible, entonces no es aceptable la LTE para el razonamiento matemático.

Brouwer reduce el concepto de *verdadero* en matemáticas a *puede ser probado*. Y más que de *falso* prefiere hablar de *absurdo*, que equivale a *puede ser refutado*. La aceptación de LTE conllevaría en matemáticas que cada enunciado puede ser bien probado o bien refutado, a lo cual pocos matemáticos asentarían. Hilbert,¹¹³ por el contrario, postuló que todo problema matemático ha de tener una solución. No en vano fue Hilbert quien presentó en 1900 en el *Congreso Internacional de Matemáticos* de París los famosos 23 problemas de la matemática como un desafío para todos los matemáticos del siglo XX (y del XXI). Incluso en el epitafio de su tumba figura “*Wir müssen wissen, wir werden wissen*”.¹¹⁴

¹¹³ Hilbert (1926) “Über das Unendliche”, en *Mathematische Annalen* 95: 161-190. Trad. ing. “On the infinite”, en van Heijenoort (ed.) 1967, *From Frege to Gödel. A Source Book in Mathematical Logic, 1897-1931*, Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 367-392.

¹¹⁴ Debemos saber, sabremos.

Intuicionismo y lenguaje

La desconfianza de Brouwer hacia la actividad matemática tiene quizá su máxima expresión en su desconfianza hacia el lenguaje matemático, en lo cual no va a ser seguido por la mayor parte de los intuicionista y, claro está, menos por Dummett. El rechazo del formalismo hilbertiano por Brouwer le lleva a negar que la matemática pueda ser encerrada dentro un sistema formal,¹¹⁵ lo cual hoy es ampliamente admitido. Pero en su más tempranos escritos, como en el breve tratado titulado *Vida, Arte y Mística*,¹¹⁶ niega la posibilidad de que los resultados de las pruebas matemáticas (ni siquiera las intuicionistas) puedan ser comunicadas a otros matemáticos. Hasta tal punto entiende que las matemáticas son intuiciones mentales privadas, que el acuerdo entre matemáticos quedaría inexplicado.

La filosofía intuicionista de Dummett

Aunque el constructivismo es una corriente matemática fundamentada en la noción de prueba constructiva, sin embargo el constructivismo no necesita negar la matemática clásica, de tal manera que a menudo se torna en una «herramienta» al servicio de una u otra filosofía de la matemática (platonismo, eclecticismo...).

El intuicionismo supone, por el contrario, un compromiso excluyente con la noción de prueba constructiva, haciendo de ella la esencia de su filosofía, no una mera herramienta.

Dando un paso más desde el constructivismo, es con esta filosofía intuicionista para las matemáticas con la que se compromete Dummett. En su reconstrucción intuicionista de las matemáticas subyacen dos ideas fundamentales:

1. Una teoría general del significado para el lenguaje matemático: la comprensión de los enunciados matemáticos consiste en la construcción mental que nos ofrece una prueba de ellos (y no en objetos matemáticos que los hagan verdaderos o falsos).

¹¹⁵ BROUWER (1912), "Intuitionism and Formalism", en BENACERRAF & PUTNAM (eds.) (1983, 2nd ed.) *Philosophy of Mathematics: Selected Readings* Cambridge: Cambridge University Press, 78-79.

¹¹⁶ BROUWER (1905) "Life, Art and Mysticism", trad. ing. Walter van Stigt en *Notre Dame Journal of Logic Symbolic* vol. 37, num. 3 Sum 1996, 389-429. "There is little scope for misunderstanding notions such as 'equal' and 'triangle', but even then two different people will never feel them in exactly the same way." p. 401. (Hay poco espacio para malinterpretar nociones como las de "igual" y "triángulo", pero incluso en ellas dos personas diferentes no las concebirán nunca exactamente del mismo modo).

2. La noción de secuencias infinitas generadas por sucesivas elecciones libres pero nunca completadas. Se trata de estudiar, más que usar, la noción de secuencia de elección.

Descendamos, por tanto, hasta la teoría del significado para poner las bases de las matemáticas intuicionistas, porque es en la motivación filosófica subyacente donde se asientan los cimientos del intuicionismo:

... intuitionistic mathematics is pointless without the philosophical motivation underlying it. (...) intuitionism will never succeed in its struggle against rival, and more widely accepted, forms of mathematics unless it can win the philosophical battle. If it ever loses that battle, the practice of intuitionistic mathematics itself and the metamathematical study of intuitionistic systems will alike become a waste of time [*EoI*: viii].¹¹⁷

Ahora bien, ya sabemos qué entiende Dummett por *filosofía*, la cual no se dirige de modo primario hacia las preguntas metafísicas sino hacia las lingüísticas, dejando aquellas para más adelante, después de haber desarrollado una completa teoría del significado.

De acuerdo con ello, Dummett [*EoI*: ix] inscribe la batalla sobre el intuicionismo en el contexto de la disputa más general sobre el realismo/antirrealismo, a saber, un desacuerdo sobre la forma que ha de tomar una teoría del significado, en el presente caso, para el lenguaje de las matemáticas.

Intuitionism is a scandal to those who think that philosophy is of no importance [*EoI*: viii].¹¹⁸

El concepto dummettiano de *filosofía subyacente al intuicionismo* se desmarca de este modo y al mismo tiempo, de la metafísica y del intuicionismo tradicional. Así por ejemplo, la postura de Dummett respecto al apriorismo kantiano es coherente con su línea de elaborar todo el intuicionismo sobre una teoría del significado, prescindiendo de las

¹¹⁷ ... la matemática intuicionista es carente de sentido sin la motivación filosófica subyacente. (...) el intuicionismo nunca tendrá éxito en su lucha contra las formas rivales, y más ampliamente aceptadas, de matemática a no ser que pueda ganar la batalla filosófica. Si alguna vez perdiera esta batalla, la práctica de la matemática intuicionista en sí misma y el estudio metamatemático de los sistemas intuicionistas llegarían a ser una pérdida de tiempo.

¹¹⁸ El intuicionismo es un escándalo para aquellos que creen que la filosofía carece de importancia.

cuestiones metafísicas: Dummett [EoI: 32] no ve esencial la concepción brouweriana sobre la intuición del tiempo para la aceptación del intuicionismo, lo que sí será esencial es concebir los números naturales como construcciones mentales, generados por la aplicación repetida de la operación «sucesor de cero».

En coherencia con su trayectoria, Dummett deja de lado las disquisiciones metafísicas para desarrollar la batalla del intuicionismo en el campo de la teoría del significado.

La dos tesis filosóficas del intuicionismo

En *Elements of Intuicionismo* [EoI: 361-2] Dummett expone las *dos tesis filosóficas* que conlleva la defensa del intuicionismo:

- a. *Tesis positiva*: el intuicionismo en lógica y matemática es coherente y legítimo (es un cuerpo teórico inteligible).
- b. *Tesis negativa*: la lógica y la matemática clásicas son incoherentes e ilegítimas (esto es, son ininteligibles).

Por la primera tesis el intuicionismo busca una teoría del significado para las expresiones usadas en matemáticas intuicionistas y en particular para las constantes lógicas.

La tesis negativa intenta mostrar la razón por la que la matemática y, en particular, la lógica clásicas fallan en su teoría del significado.

La tesis negativa es prioritaria y es el soporte de la positiva. Si hay algo erróneo en el corazón de la lógica y las matemáticas clásicas, entonces la reconstrucción intuicionista ha de ser correcta en sus líneas generales, incluso aunque no lo sea en todos sus detalles.

Por otro lado, si no hay nada equivocado en la matemática clásica, entonces no hay ninguna razón especial para suponer que sea necesaria una reconstrucción constructiva de la matemática.

En otras palabras, la postura de Dummett consiste en que si se acepta la tesis negativa es de esperar que se acepte la positiva; pero si no se acepta la tesis negativa, no hay razón especial para aceptar la positiva.

De este modo se separa del eclecticismo de algunos autores (como por ejemplo Georg Kreisel¹¹⁹) que aceptan la coexistencia entre la matemática clásica y la intuicionista, lo cual sería equivalente a recoger la tesis intuicionista positiva, pero rechazar la negativa.

El intuicionismo de Dummett es tajante al denunciar un error en la esencia misma de la lógica y la matemática clásicas: si éstas se concibieran como inteligibles, el intuicionismo perdería su razón de ser.

Los argumentos contra el eclecticismo van a ser, por tanto, los mismos que los argumentos que contra el platonismo [*EoI*: 361]; si se demuestra que éste es ininteligible, no quedaría tampoco lugar para el eclecticismo.

Dummett [*EoI*: 2] se considera continuador del intuicionismo matemático iniciado por Brouwer. Igual que Brouwer, Dummett parte del hecho de que las matemáticas clásicas necesitan justificación, pero no como un desafío para buscar tal justificación - como harían el logicismo o el formalismo- sino como una señal de que algo anda equivocado en ellas.

From an intuitionistic standpoint, mathematics, when correctly carried on, would not need any justification from without, a buttress from the side or a foundation from below: it would wear its own justification on its face. Since classical mathematics patently did not have this character, what was needed was not to prop it up, but reconstruct it [*EoI*: 2].¹²⁰

El desarrollo de la tesis negativa va a exigir realizar, como tarea inminente, una crítica al holismo y al platonismo.

Crítica al holismo y al platonismo

Como hemos visto, la defensa dummettiana del intuicionismo se va a fundamentar en la elaboración de una teoría del significado que le permita al mismo tiempo efectuar una

¹¹⁹ Cf. FEFERMAN, Solomon (1996) "Kreisel's *unwinding* program, en Piergiorgio Odifreddi, (ed.), *Kreiseliana: About and Around Georg Kreisel*, Wellesley, Massachusetts: A. K. Peters. 247-273.

¹²⁰ Desde una posición intuicionista, si las matemáticas estuvieran correctamente formuladas, no necesitarían ninguna justificación desde fuera, un apoyo desde el lado o un fundamento desde abajo: llevarían su propia justificación sobre su rostro. En cuanto que las matemáticas clásicas no tienen este carácter, lo que necesitan no es apuntalarlas, sino reconstruirlas.

crítica a la lógica y la matemática clásicas y mostrar la coherencia de la doctrina intuicionista.

Los pasos en el desarrollo de este programa son, en primer lugar, ofrecer una crítica al holismo (en la que participa juntamente con el platonismo), a continuación desmarcarse del platonismo, y en tercer lugar, elaborar una definitiva teoría del significado para las matemáticas. Y aunque de hecho no es posible separar unas tareas de otras (no es posible realizar la crítica a la postura clásica sin haber resuelto las cuestiones básicas acerca del significado), vamos a tratar expositivamente los temas por separado, comenzando por la crítica al holismo y al platonismo, y continuando en el próximo apartado con elaboración de la teoría del significado intuicionista.

Dummett expone el proyecto de demarcación frente al holismo en esta cita de su artículo de 1975 “Las bases filosóficas de la lógica intuicionista”:

El camino que lleva de la tesis de que el uso determina exhaustivamente el significado a la aceptación de la lógica intuicionista como la lógica correcta para las matemáticas es un camino que rechaza una visión holista de las matemáticas e insiste en que todo enunciado de cualquier teoría matemática debe tener un contenido individual determinado. [T&OE, VyOE: 301].

El problema arranca de las consecuencias que conlleva la aceptación, siguiendo a Wittgenstein, de que *el significado es el uso*. Tal eslogan encierra una visión holista, que Dummett ve en Wittgenstein y de la cual él se quiere desembarazar. Una teoría del significado basada en el lema *el significado es el uso* podría dar a entender que el uso se encuentra más allá de toda crítica: dado que tenemos derecho a hacer que nuestros enunciados signifiquen todo aquello que queramos que signifiquen, no habría forma de rechazar ninguna práctica, y en matemáticas, por ejemplo, no podríamos rechazar ciertas formas de prueba o de argumentación.

Está claro que Dummett no puede admitir esto [T&OE, VyOE: 299], su intuicionismo necesita –recuérdese la llamada *tesis negativa*– la crítica y la revisión de los métodos de prueba aceptados de modo habitual. Que la práctica y el uso se encuentran más allá de toda crítica solamente puede defenderse desde el *holismo*. El holismo en el lenguaje, como hemos visto, propugna que el significado de un enunciado está determinado por el lugar que ocupa en el complejo de nuestras prácticas lingüísticas, lo único posee un contenido determinado es la totalidad del lenguaje, no es legítimo

preguntar por el contenido de un enunciado singular, ni tan siquiera por el de una teoría matemática concreta.

En términos de Dummett, para el holismo...

... no one sentence of the language can be fully understood unless the entire language is understood. (...) Language, on such a view, is a game with an immensely complicated system of rules, and, in order to grasp the significance of any one move in the game, you must know all the rules [EoI: 366].¹²¹

Frente al holismo Dummett va a proponer una visión *molecular* del lenguaje, tal como presentamos en anteriormente.¹²² Quine¹²³ representa un ejemplo de holismo, aunque modificado, ya que para él a los enunciados observacionales puede adscribirse un significado en términos de estímulos observacionales. Pero ello solo es válido para estos enunciados periféricos en el sistema, para los demás enunciados, más internos, su comprensión solo es posible mediante la comprensión de su lugar en la estructura completa y su interacción con los demás elementos.

Algo análogo a esta visión holista quineana sucede en la doctrina de formalista de Hilbert para las matemáticas: para éste solo un conjunto muy restringido de enunciados de la teoría de números, los finitistas, poseen un significado individual; el resto de los enunciados son significativos solo en virtud del papel que desempeñan dentro de la teoría matemática y del modo en que nos permiten establecer la corrección de los enunciados finitistas.

Dummett [T&OE, VyOE: 301] encuentra una dificultad en estas interpretaciones holistas: ¿cómo puede justificarse una teoría matemática (o de otro tipo)?, ¿cómo podemos estar seguros de que los enunciados finitistas (o de observación) deducidos con ayuda de complejas teorías matemáticas (o físicas) son verdaderos? La única respuesta posible es que estas teorías han «funcionado» hasta la fecha, han producido enunciados finitistas (o

¹²¹ ... ninguna sentencia del lenguaje puede ser completamente comprendida a no ser que se comprenda el lenguaje entero. (...) El lenguaje, desde este punto de vista, es un juego con un sistema de reglas inmensamente complicado, y, para comprender el significado de cualquier movimiento en el juego, hay que conocer *todas* las reglas.

¹²² *Parte II. La teoría del significado: 2. Las condiciones previas de una teoría del significado.* Cf. también los artículos "What is a Theory of Meaning? (I)" y "What is a Theory of Meaning? (II)" [T&OE, VyOE] y "The Philosophical Basis..." [T&OE, VyOE : 303].

¹²³ QUINE (1951) "Two Dogmas of Empiricism", *The Philosophical Review* 60: 20-43. Reprinted in (1953) *From a Logical Point of View*. Harvard University Press. Trad. cast. "Dos dogmas del empirismo", en *Desde un punto de vista lógico* Barcelona: Ariel, 1962, 76-78.

de observación verdaderos) y se tiene confianza en que continuarán funcionando así en el futuro.

Y esta respuesta pragmatista no puede, por supuesto, satisfacer a Dummett; el intuicionismo es una filosofía fundamentada sobre la crítica y no puede admitir ninguna postura que considere la práctica y el uso como algo sacrosanto. Si en algo concuerda el intuicionismo con el platonismo es en rechazar esta visión holista del lenguaje [EoI: 366].

Si nos centramos en el lenguaje de las matemáticas, el holista está poco dispuesto a considerar el lenguaje de las matemáticas aisladamente del resto del lenguaje -del de la física, por ejemplo. El valor de una teoría matemática reside en su posibilidad de incorporación a una teoría física (que es en sí misma incompleta), de tal modo que, una vez incorporada con éxito a una teoría científica, ya no puede ser criticada. Las teorías matemáticas no tienen un significado independiente y se convierten en un mero complejo de sendas para derivar consecuencias dentro de una teoría empírica.

De este modo, el holismo llega a concebir las sentencias matemáticas como pseudo-sentencias y termina por desembocar en el formalismo y hacerse indiscernible de él. En el formalismo las fórmulas matemáticas no son genuinas sentencias: la única noción de verdad para las sentencias matemáticas es la de su derivabilidad por medio de las reglas de inferencia aceptadas. Así, por tanto, el formalismo está poniendo también la práctica matemática más allá del alcance de la crítica. En definitiva, tanto para el holismo como para el formalismo la única justificación de una teoría matemática es que «funciona» (*works* [EoI: 367]), esto, es que puede ser incorporada con éxito dentro de una teoría empírica. Pero lo que no ofrecen de ningún modo es una «esencia» que pueda ser destilada, la matemática solo tiene sentido como componente de un todo.

Concordancias con el platonismo

Dummett se inició en la filosofía con la lectura de Frege y, pese a su posterior distancia, mantendrá siempre una actitud de profundo respeto hacia él. El platonismo fregeano va a ser admirado y criticado por Dummett, presentando siempre esa relación ambivalente con el platonismo.

No son pocos los puntos en los que el intuicionismo concuerda con el platonismo y, más en concreto, en que Dummett se reconoce en Frege [EoI: 3 y 367].

Así, ambos toman las sentencias de la teoría matemática como proposiciones significativas a las que puede aplicarse la noción de verdad o falsedad, es decir, que tienen

un significado comparable al de las otras sentencias del lenguaje. Tanto el intuicionismo como el platonismo divergen del formalismo en que éste último considera las sentencias matemáticas como proposiciones declarativas solo en su forma externa, pero sin contenido genuino que las pueda hacer verdaderas o falsas.

También Dummett concuerda con Frege en entender que cada sentencia matemática tiene un contenido individual, determinado por el modo en que es construida a partir de las expresiones que la constituyen.¹²⁴

Aunque el rechazo del holismo no equivale a exigir que la comprensión del contenido de una sentencia haya de poder expresarse aisladamente del resto del lenguaje: la comprensión de una sentencia no puede darse por sí misma, sin conocer nada del resto del lenguaje:

... every sentence is composed of words or signs which could not be understood unless it were known how to use them in at least some other sentences [*EoI*: 367].¹²⁵

Dummett insiste en que las sentencias pueden ordenarse en una *jerarquía*, de acuerdo a su complejidad. Incluso la comprensión de cada sentencia particular ha de ser derivable de la comprensión de sus palabras componentes; por ejemplo, y en esto sigue Dummett a Frege, la comprensión de una expresión aritmética depende (es una dependencia asimétrica) de una previa comprensión de las «palabras para números naturales» (*number-words*) [*EoI*: 368].

Crítica al platonismo

A pesar de estos puntos de acuerdo, la confrontación entre el intuicionismo y el platonismo es profunda; su mayor problema radica en encontrar términos comunes en los que ambos puedan comunicarse. Dado que los presupuestos del intuicionismo afectan a algo más que a la mera filosofía de la matemática, que involucran cuestiones de filosofía del lenguaje, también los argumentos a favor de la matemática intuicionista afectan a la

¹²⁴ Este es el fundamento del rechazo del holismo que discutimos en el punto anterior. Véase también [*EoI*: 3 y 4].

¹²⁵ ... cada sentencia se compone de palabras o signos que no pueden ser comprendidos a no ser que conozcamos cómo usarlos en al menos algunas otras sentencias.

concepción realista en su conjunto y no solo al realismo matemático [EoI: 381]. La mayor parte de los intuicionistas -quizá la excepción la suponga Brouwer- buscan extender la aplicación de sus ideas a un campo más amplio que el de las matemáticas.

La discusión, por consiguiente, se centra en el terreno de la teoría del significado para la matemática. Encontramos en Dummett esta definición del platonismo matemático:

Bajo una interpretación platonista de la teoría matemática, la noción central es la de verdad: la comprensión del significado de una oración que pertenezca al lenguaje de la teoría consiste en el conocimiento de aquello que hace a la oración verdadera [T&OE, VyOE: 305].

Y esto se mantiene en el platonismo incluso cuando no puede determinarse qué hace a una oración verdadera: la oración será verdadera o falsa en sí misma independientemente de nuestra capacidad para decidir sobre su verdad o falsedad.

Esta concepción de la verdad platonista viola el principio que Dummett toma de Wittgenstein de que el uso determina exhaustivamente el significado y es el primer fundamento para rechazar la lógica clásica en favor de la lógica intuicionista para las matemáticas. El problema principal del platonismo consiste en empeñarse en señalar el significado de una oración —qué hace a la oración verdadera— cuando no sabemos si la oración es verdadera.

Es fácil notar cómo toda la crítica de Dummett hacia el platonismo parte del supuesto de que *el uso determina exhaustivamente el significado*. Si este supuesto fallara, toda la crítica dummettiana al platonismo se vendría abajo.

El siguiente apartado va destinado a desmenuzar dicha teoría significado intuicionista e investigar hasta qué punto Dummett consigue su propósito de ofrecer sobre ella una base sólida para el intuicionismo. La exposición de esta teoría ha de desarrollarse al unísono con la crítica hacia el platonismo.

2. La teoría intuicionista del significado

El desarrollo de las dos tesis, positiva y negativa, del intuicionismo nos lleva a ahora a elaborar una teoría intuicionista del significado para las matemáticas.

Dummett [*T&OE*, *VyOE*: 298] analiza las dos únicas posibles líneas de argumentos dentro de una teoría del significado para rechazar la lógica y la matemática clásicas en favor de las intuicionistas:

- a. *El significado es comunicable.*
- b. *El significado es su uso.*

La primera de ellas nos lleva a rechazar la posibilidad de un lenguaje privado sobre la base del requisito de manifestabilidad, la segunda continúa desarrollando el lema wittgensteiniano.

Contra el lenguaje privado

Que el significado es siempre comunicable es el *requisito de manifestabilidad*, que expusimos anteriormente,¹²⁶ y que nos sitúa contra el *significado privado*. Suponer que el significado es privativo de un individuo es una tesis que, para Dummett, sería

... irrelevante para las matemáticas tal y como se practican realmente, a saber como un cuerpo de teorías con las cuales muchos individuos están corporativamente comprometidos, como una investigación en la que cada uno puede comunicarle sus resultados a los otros [*T&OE*, *VyOE*: 299].

También Wittgenstein rechazó la posibilidad de un lenguaje privado. Pero el anterior argumento de Dummett contra el lenguaje privado puede presentar la dificultad del deslizamiento hacia psicologismo, al sugerir que el fundamento de las matemáticas se encuentra en prácticas de hecho, concretas e históricas. No es el *hecho* de la práctica o del uso concreto lo que fundamenta el significado de las matemáticas, sino la *necesidad* de que todo enunciado matemático haya sido creado en –y se dirija hacia– la práctica comunicativa.

¹²⁶ Véase *Parte II. La teoría del significado: 7. La teoría justificacionista del significado*.

Pero en general los argumentos de Dummett contra el lenguaje privado se apoyan en el requisito de manifestabilidad: el significado privado equivale a suponer que alguien podría comportarse como quien comprende el lenguaje y no comprenderlo en realidad:

Pero suponer esto es hacer del significado algo inefable, es decir, hacerlo, en principio, incomunicable. Si esto es posible, entonces ningún individuo tiene asegurado ser entendido por otro individuo; pues todo lo que conoce o puede en algún momento conocer, es que cualquiera podría darle a sus palabras o a los símbolos que él emplea un significado completamente distinto del que él le da [T&OE, VyOE: 299].

Esta es la línea de argumentación contra el lenguaje privado que es coherente con el resto de la argumentación dummettiana; por el contrario, apelar a «las matemáticas tal como se practican realmente» corría el riesgo de anular la necesidad de la crítica hacia la práctica habitual del lenguaje, crítica que es imprescindible para la buena marcha del intuicionismo.

Dummett es concluyente en esta necesidad de la crítica:

La tesis con la que inicié, según la cual el uso determina exhaustivamente el significado, no entra en conflicto, por lo tanto, con una posición revisionista con respecto a cierto aspecto del lenguaje: lo que hace es restringir la selección de la característica de las oraciones que debe tratarse como central para la teoría del significado [T&OE, VyOE: 305].

¿En qué sentido ha de orientarse esta «revisión» del lenguaje? Dado que no todos los aspectos del uso existente son intocables, la crítica será necesaria cuando sea imposible sistematizar un cierto fragmento del lenguaje [T&OE, VyOE: 303]. Incluso para una visión molecular del lenguaje, como la de Dummett, ha de haber una demanda de armonía entre los distintos aspectos del uso de las oraciones. Esta noción de armonía para un lenguaje será desarrollada por Dummett como herramienta técnica para el lenguaje de la lógica y de las matemáticas, como veremos más adelante: la noción de armonía lógica para un lenguaje permitirá ofrecer una justificación del significado de las constantes de la lógica.

«*El significado es el uso*»

La teoría intuicionista del significado para las matemáticas presenta su fundamento en el lema *el significado es el uso*, de acuerdo con el cual la noción central de dicha teoría del significado es la de *comprensión*:

La comprensión del significado de un enunciado matemático debe consistir, en general, en la capacidad para usar este enunciado de una cierta manera, o de responder de una cierta manera al uso que le dan otros [T&OE, VyOE: 298].

El principio de que el significado es el uso tiene una consecuencia inmediata para la teoría del significado en matemáticas: si conocer el significado de un enunciado matemático es comprender su uso,

Debemos reemplazar, por lo tanto, la noción de verdad, como la noción central de la teoría del significado para los enunciados matemáticos, por la noción de prueba: la comprensión del significado de un enunciado consiste en la capacidad de reconocer una prueba de él cuando se nos presenta y la comprensión del significado de cualquier expresión más pequeña que una oración debe consistir en el conocimiento de la manera en la cual su presencia en una oración contribuye a determinar aquello que cuenta como una prueba para esta oración [T&OE, VyOE: 307].

Aparece clara, así, la razón de la profunda insatisfacción que le producía a Dummett la teoría del significado platonista, cuyo concepto de verdad era inoperante, pues no se podía determinar qué hace a un enunciado verdadero cuando no sabemos si el enunciado es verdadero.

El intuicionismo, por el contrario, remite la cuestión del significado a la práctica y el uso, y practicar y usar enunciados matemáticos no es otra cosa que ofrecer una prueba de ellos. Cuando aprendemos el significado un fragmento del lenguaje de las matemáticas, lo que aprendemos es a reconocer, para un enunciado, aquello que determina a este enunciado como verdadero o falso; para los enunciados más simples basta un proceso de cálculo, para los más complejos aprendemos lo que constituye una prueba o una refutación [T&OE, VyOE: 307].

La tesis de Dummett para el intuicionismo —*el significado es el uso*— se apoya, como hemos visto, y él mismo reconoce [T&OE, VyOE: 308], en la filosofía del lenguaje de Wittgenstein y se separa en ello del intuicionismo tradicional que concedía muy poca importancia al lenguaje y al simbolismo, y que tendía a caer en el solipsismo.

Intuicionismo y verificacionismo

Pero este argumento que Dummett propone para apoyar una teoría del significado intuicionista para las matemáticas —esto es: sustituir la noción de verdad, como noción central de la teoría del significado, por la noción de prueba— es un argumento que pertenece virtualmente a una teoría del significado general —no específicamente matemática— donde la noción central sería la de verificación.¹²⁷

Las cuestiones que se plantean son, entonces, si esta noción será válida para otros campos más allá de la matemática y si las mismas revisiones que se efectúan en la lógica para la matemática deben realizarse en la lógica para enunciados de otros tipos [T&OE, VyOE: 308-9].

El caso es que un argumento de tal generalidad, que involucra una completa teoría del significado, es muy vulnerable: basta con que falle en alguna región del discurso, en alguna clase de enunciados para que el argumento caiga.

Dummett quiere centrar su argumento en la defensa del intuicionismo para la lógica y las matemáticas y dejar la puerta abierta, pero sin pasar de momento a través de ella, a la cuestión de extender el argumento a las demás clases de enunciados. El decidido antirrealismo de Dummett en lo matemático no es tan claro en otros campos.

Además, la tesis de sustituir la noción de verdad por la noción de prueba como noción central para la teoría del significado ha de ir complementada con la tesis del rechazo de la semántica objetivista:

Los enunciados matemáticos no se relacionan con una realidad que exista independientemente de nosotros [T&OE, VyOE: 310].

¹²⁷ Esta verificación -recordemos- quiere decir un proceso de razonamiento que establezca definitivamente como verdadero el enunciado, razonamiento que podrá ser deductivo —como en el caso de las matemáticas— u observacional.

Pero este rechazo de una semántica objetivista para las matemáticas no compromete a Dummett con un rechazo análogo en otros campos y deja la puerta abierta a la posibilidad de combinar un antirrealismo matemático con un cierto grado de realismo físico.

Ciñéndonos al campo de las matemáticas, lo fundamental ahora es dilucidar la noción de prueba matemática o prueba constructiva. Esto nos lleva a confrontar al intuicionismo con el constructivismo matemático y ver en qué medida el intuicionismo se apoya en el constructivismo y hasta qué punto va más allá de él.

3. El constructivismo matemático

El constructivismo matemático y sus dificultades

Para llegar al intuicionismo matemático el primer paso es el constructivismo. El constructivismo matemático toma su nombre del término que esta teoría considera como fundamento de toda entidad matemática, del término “construcción”. El constructivismo se caracteriza por entender que en matemáticas solo *existe* aquello que ha sido *construido* —o, al menos, puede ser en principio construido— por la mente humana.

Cuando el constructivista se enfrenta con un enunciado matemático no se pregunta si es verdadero o falso sino si puede encontrar una prueba o una refutación de él. Este acercamiento a las matemáticas plantea dificultades que han de ser respondidas por el constructivista. Por ejemplo, dado el siguiente enunciado matemático

(E) *Existe una solución para cada problema matemático*

no ha podido ser probado ni refutado. El sueño de Hilbert era encontrar una solución para cada problema matemático. En 1900 en el Congreso Internacional de Matemáticas de París propuso 23 problemas como desafío para su resolución al siglo XX. A fecha de hoy tan solo han sido completamente resueltos nueve de ellos. Existen gran cantidad de conjeturas matemáticas que siguen siendo solo eso, conjeturas. De vez en cuando, alguna de estas conjeturas famosas es resuelta. Así ha sucedido recientemente con la Conjetura de Poincaré, lanzada en 1904 y que ha sido resuelta en 2002 por el matemático ruso Grigori Perelman. La Conjetura de Poincaré, hoy Teorema de Poincaré-Perelman, es tan solo uno de los *siete problemas del milenio* propuestos en 2000 por el Instituto Clay como desafío a los matemáticos, habiendo prometido un premio por la resolución de cada uno de ellos, y de los siete aún permanecen sin resolver los otros seis,.

En suma, el enunciado (E) no ha sido probado, pues hay gran cantidad de problemas matemáticos sin resolver, ni tampoco refutado, ya que nada excluye que sigan resolviéndose problemas en el futuro. De nuevo estamos ante un enunciado que no puede ser afirmado, ni negado. Efectivamente, el principio de tercio excluso no tiene aplicabilidad universal.

Dummett, fiel a su antirrealismo en otros campos, recoge el constructivismo como la doctrina del más genuino de los antirrealismos, el matemático: el antirrealismo matemático representado por el constructivismo no necesita ni tan siquiera de la tesis reductiva (como vimos en la *Parte III. La discusión sobre el realismo: 8. Reduccionismo*).

Y esto así, hasta tal punto que Dummett [“Realismo” (I), *T&OE*, *VyOE*: 242] tomará el antirrealismo matemático como modelo y referencia para el punto de vista general antirrealista.

En el constructivismo matemático juega un papel crucial la noción de *prueba*: una proposición matemática es verdadera solo si existe una prueba de ella. Esta es la caracterización habitual del constructivismo: [“Realism” (II), *SoL*: 259]. Pero esta definición presenta dificultades, dificultades que no son otras que las derivadas del marcado carácter ontológico de tal definición. Por ejemplo, dado un teorema todavía sin demostrar, ¿es verdadero antes de su demostración?; y una vez demostrado, ¿cómo pasa de no ser verdadero a serlo?

Pensemos en la conjetura de Goldbach: *Todo número par mayor de dos es la suma de dos números primos*. Hasta la fecha la conjetura se comprobado que funciona para números pares menores de 10^{18} , de acuerdo con la computación efectuada por las más potentes máquinas, e incluso es altamente probable su verdad de acuerdo con estudios de distribución estadística de los números primos. Pero aún nadie ha conseguido probar la conjetura de Goldbach. ¿Es *actualmente verdadera* la conjetura de Goldbach? Y en el caso de que alguien consiguiera probarla, ¿habría pasado de no ser verdadera a ser verdadera?

El escollo en la definición de prueba radica en el término «existe», el cual puede interpretarse de dos maneras:

a. Como temporal: «existe» se interpreta como «posesión *actual* de una prueba», entonces «es verdadera» será igualmente un predicado temporal. De este modo una proposición matemática podrá cambiar de no ser verdadera a ser verdadera (pero no a la inversa). Cada proposición puede ser verdadera o no verdadera según el momento dado, pero hay que tener en cuenta que «no verdadera» no quiere decir «falsa».¹²⁸

b. Como atemporal: «existe» y, por ende, «es verdadera» se interpretan constructivamente como atemporales. No podemos admitir como verdadera una proposición de la cual nunca llegaremos a conocer su verdad.

Es el término «existe» el que ha traído todos estos problemas, precisamente porque «existe» conlleva un compromiso ontológico que Dummett no está dispuesto a admitir, al menos no como punto de partida de las cuestiones matemáticas.

La puerta de salida a estos problemas del constructivismo radica en que una teoría constructivista ha de ser entendida como una teoría del significado y no una teoría

¹²⁸ ... its falsity involves the existence of a disproof [*SoL*: 259]. (... su falsedad conlleva la existencia de una refutación).

metafísica. Dummett [SoL: 259] busca una teoría constructivista del significado que prescindiera de la noción de verdad como central para las proposiciones matemáticas y que quedara así libre de estas dificultades. La noción de *verdad* se reemplaza entonces por la de *prueba* en términos de construcción (en el sentido de construcción por la mente humana) y el constructivismo se perfila como antirrealismo.

Constructivismo versus platonismo

Más en matemáticas que ningún otro ámbito, la oposición al antirrealismo constructivista viene del realismo platonista. Para el platonismo los objetos matemáticos tienen una existencia independiente de nuestra capacidad de conocerlos, lo mismo que en Platón “el uno en sí” o “el triángulo en sí” mantenían su existencia eterna, inmutable e incluso indiferente a la capacidad del alma humana para alcanzarlos.

En la confrontación del constructivismo con el platonismo, Dummett plantea la cuestión siguiente [SoL: 248]: ¿qué hace que sea verdadera una proposición matemática verdadera?

El platonista, que adopta una interpretación realista de las proposiciones matemáticas, solo puede ofrecer una respuesta trivial a esta pregunta. Por ejemplo, ¿qué hace que sea verdadera la *conjetura de Goldbach*, en caso de que sea verdadera? La única respuesta que puede dar el platonista es esta: que cada número par sea la suma dos primos; lo cual, por supuesto, no es sino la repetición de la conjetura de Goldbach, nada informativo por tanto y completamente trivial.

El constructivista, sin embargo, sí que tiene una respuesta informativa y no trivial a la cuestión, a saber: una proposición matemática verdadera es verdadera en virtud de la existencia de una prueba de tal proposición.

De hecho, una respuesta informativa a la cuestión de qué hace que una proposición de alguna clase sea verdadera, cuando es verdadera, aclara la noción de verdad apropiada para proposiciones de tal clase y nos da una indicación del tipo de teoría semántica y, por tanto, del tipo de teoría del significado requeridas.

El constructivismo como antirrealismo no reduccionista

Este antirrealismo matemático, que no dispone de la noción de verdad objetivista, pertenece al género de los más genuinos antirrealismos, ya que no necesita de ninguna

tesis reductiva, sería el denominado por Dummett antirrealismo completo (*outright*) [SoL: 247-8].¹²⁹

El neutralismo acerca del futuro no necesitaba tampoco de la tesis reductiva, pero la diferencia es que el neutralismo se mantiene, en cierto sentido, dentro de una semántica objetivista: requiere que exista algo que - aunque ahora no lo percibamos -, si llegamos a percibirlo, justifique la aserción de una proposición en tiempo verbal futuro.

Ahora bien, en el constructivismo lo único que justifica la aserción de una proposición matemática es la existencia de una prueba. Y «existencia» no se interpreta al modo del platonismo como existencia independiente, sino como «construido por la mente humana», y entonces todo lo percibido existe y todo lo existente es percibido. Es decir, nada existente se nos escapa, «existir» consiste en «ser construido por la mente», o, si queremos como en Berkeley, «ser» es «ser percibido».

Sin embargo, el constructivismo dummettiano se separa del constructivismo matemático tradicional al menos en estos dos aspectos:

- evita la introducción de la tesis reductiva
- renuncia al punto de partida metafísico en favor de la teoría del significado.

La formulación de un antirrealismo matemático sin tesis reductiva supone evitar las objeciones al reduccionismo que ya hemos mencionado. La tesis reductiva aplicada al antirrealismo matemático se puede formular como la exigencia de la transformación de las proposiciones matemáticas en proposiciones sobre pruebas. Pero entonces las proposiciones de la clase reductiva no serían inteligibles con anterioridad a las proposiciones de la clase dada; en nuestro caso, las proposiciones sobre pruebas matemáticas no pueden ser entendidas independientemente de las proposiciones probadas. En otras palabras, los significados de las proposiciones de la clase reductiva (proposiciones sobre pruebas) no pueden tomarse como dados con antelación, sino simultáneamente, a los de la clase dada (proposiciones matemáticas). Así, al mismo tiempo que estamos explicando el significado de las proposiciones de la clase reductiva estamos también explicando el significado de las proposiciones de la clase dada, lo cual es circular.

Según esta objeción, el antirrealismo matemático reduccionista no es completo e, incluso, es circular. Frente ello, Dummett plantea que el reduccionismo no es ingrediente fundamental del constructivismo matemático y afirma [SoL: 261] que la analogía con otros

¹²⁹ Véase *Parte III. La discusión del realismo: 9. Tipos de realismo y de antirrealismo*.

antirrealismos reduccionistas ha conducido a los constructivistas al error de introducir, como primer paso en su formulación, la tesis reductiva.

Además, este constructivismo matemático de Dummett se declara independiente de cualquier premisa metafísica y se elabora a partir de una adecuada teoría del significado. Por ello, no recurre a ninguna noción de verdad para proposiciones de la clase dada que sea independiente de nuestra capacidad de conocimiento, es decir, prescinde de cualquier teoría semántica objetivista y, por tanto, de la noción de referencia.

Si a ello le unimos el rechazo a la bivalencia que analizaremos más adelante, el constructivismo matemático se presenta como el más completo y genuino antirrealismo que pueda formularse.

El constructivismo dummettiano, sin tesis reductiva y apoyado sobre la teoría del significado, se concreta entonces en el intuicionismo matemático, al cual vamos a dedicar el siguiente apartado. Dummett va más allá del constructivismo para adentrarse en el intuicionismo. La razón es que el constructivismo matemático, en sí mismo, no es otra cosa que un método de práctica matemática que busca el máximo rigor en los procedimientos y en las demostraciones, pero que prescinde de premisas o consecuencias filosóficas y menos aún metafísicas. Por el contrario, el intuicionismo matemático es toda una filosofía de las matemáticas, que se compromete no solo con la noción de prueba constructiva sino sobre todo con las consecuencias metafísicas resultantes de esta postura.

4. Las matemáticas intuicionistas

Para alcanzar la reconstrucción de las matemáticas intuicionistas que ofrece Michael Dummett comenzaremos presentando los orígenes del intuicionismo en matemáticas y sus planteamientos frente a las matemáticas clásicas, de este modo repasaremos las dos nociones fundamentales de la teoría del significado intuicionista, la de *uso* como prueba constructiva y la de *infinito*. A continuación, nos adentraremos en uno de los sistemas matemáticos intuicionistas más comúnmente aceptados, el de Heyting, para finalmente ofrecer las aportaciones de Dummett a las matemáticas intuicionistas y sus peculiaridades.

Orígenes de la matemática intuicionista

La matemática intuicionista se gesta, tanto histórica como esencialmente, en el debate frente a la matemática clásica. Resulta curioso que el término matemáticas “clásicas” se haya empleado para referirse a un modo de hacer y presentar las matemáticas que fue en su origen una reacción frente a los modos tradicionales. En efecto, las matemáticas griegas y medievales, e incluso las modernas hasta el siglo XVIII, podrían entenderse como matemáticas intuicionistas.¹³⁰ Este es el modo natural e “intuitivo” de hacer matemáticas que no se plantea el problema de los fundamentos, tan solo interesa la pregunta de por qué razón las matemáticas son adecuadas para interpretar la naturaleza. Galileo en *Il Saggiatore* (1623), por ejemplo, encuentra que la naturaleza es un libro escrito (por Dios) en caracteres matemáticos y que si queremos leer y comprender este libro debemos aprender el lenguaje de las matemáticas.

El problema de la fundamentación de las matemáticas, que supone un alejamiento de las nociones habituales y cotidianas, surge, más que con la aparición de las geometrías no euclídeas, con la introducción de los métodos no-finitistas en el análisis matemático. Newton y Leibniz habían desarrollado, al mismo tiempo pero de manera independiente, el cálculo infinitesimal a partir de los trabajos de Cavalieri (1641-1727), Descartes (1596-1650), Fermat (1601-1665), Wallis (1616-1703) y otros. La cuestión del cálculo infinitesimal empieza con el cálculo de volúmenes y áreas a partir de la suma secciones delgadísimas o infinitesimales. Newton aplicó su “cálculo de fluxiones” a la resolución de

¹³⁰ Así lo plantea Alberto Dou en (1970) *Fundamentos de la matemática*, Barcelona: Labor, p.113.

problemas físicos con mucho éxito, pero para otros nunca estuvo muy clara la legitimidad de realizar operaciones con infinitésimos, esto es, cantidades infinitamente pequeñas aunque no nulas. El desasosiego se intentó calmar con la sustitución de los infinitesimales por “límites”. Los límites son números muy pequeños que se calculan por medio de una función de acercamiento a un punto para números cada vez más pequeños. Cauchy (1789-1875) y Weierstrass (1815-1897) comenzaron a trabajar con el concepto formal de límite, en busca de una definición aceptable del continuo real. El problema del infinito en matemáticas fue el auténtico origen de la crisis de fundamentos que sacudió las matemáticas a mediados del siglo XIX, y cuyas propuestas de solución acabarían desencadenando otra nueva convulsión a comienzos del siglo XX.

Los esfuerzos de los matemáticos durante la segunda mitad del siglo XIX se centraron en tres frentes:

- La aritmetización del análisis por Cantor, Dedekind y Weierstrass, que consiste en definir los números reales a partir de los números naturales.
- Axiomatización de la aritmética por Dedekind en 1888 y por Peano en 1889.
- Formulación de la teoría de conjuntos por Cantor, Dedekind y Frege (reformulada por Zermelo).

Precisamente todos estos intentos de búsqueda de unos fundamentos sólidos para las matemáticas desembocaron en otra nueva crisis con la entrada del nuevo siglo cuando Russell en 1901 descubre una paradoja en la teoría de conjuntos de Frege: “el conjunto de todos los conjuntos que no se contienen a sí mismos como miembros formará parte de sí mismo si y solo si no forma parte de sí mismo”. La fundamentación de las matemáticas sobre la teoría de conjunto lejos de solucionar los problemas como prometía, abre nuevos frentes, si bien muy fructíferos.

Ante la insatisfacción de las propuestas del XIX, el nuevo siglo XX se inicia con una vuelta a las cuestiones sobre el fundamento de las matemáticas, que divergirán en tres direcciones, el logicismo, el formalismo y el intuicionismo. El logicismo, presentado por el propio Frege y por Russell, buscará fundamentar las matemáticas en la lógica mediante la reducción de los conceptos matemáticos a conceptos lógicos. El formalismo, obra de Hilbert (1862-1943), considera que las matemáticas son un sistema de signos con los que se puede operar siguiendo reglas definidas y que se encuentra carente de significado y desprovisto de interpretación y por ende de todo contenido “metafísico”. Finalmente, el intuicionismo, fundado por Brouwer, fundamenta las matemáticas en el irreducible proceso de construcción mental.

Precusores de las matemáticas intuicionistas¹³¹ son Kronecker, Poincaré, y Weyl. Kronecker (1823-1891) planteó que si los objetos matemáticos no pueden ser construidos, como sucede en los teoremas de Dedekind y Cantor que manejan el infinito, entonces no son más que especulaciones carentes de sentido. Poincaré (1854-1912) destacó el papel de la intuición en el principio matemático de la inducción para la construcción de las matemáticas. Weyl (1885-1955) criticó la aritmetización del análisis por no garantizar métodos finitistas. Sin embargo, es Brouwer quien dio forma, sentó las bases del intuicionismo, e incluso propuso el nombre de “intuicionismo” por considerar esta doctrina continuadora de la kantiana que fundamentaba las matemáticas en la “intuición”. Aunque, ciertamente, esta deuda con Kant ha de ser considerada con prudencia, pues el carácter de lo que ambos entienden por “intuición” es bastante distinto.

En el origen de la propuesta de Brouwer está la construcción de la filosofía y la práctica matemática intuicionista como una reacción contra las denominadas “matemáticas clásicas”. Brouwer y los intuicionistas llamaron “clásicas” a las matemáticas surgidas a partir de la crisis de fundamentos del siglo XIX. En concreto, por matemáticas clásicas se entienden las fundadas sobre la teoría de conjuntos y la lógica matemática, es decir, sobre métodos axiomáticos no-finitistas y sobre la lógica matemática con el axioma de EDN (Eliminación de la Doble Negación). El ejemplo más completo de estas matemáticas lo supone el sistema ZFC, el sistema de la teoría de conjuntos propuesta en 1908 por Zermelo, la cual es reformulada en 1922 por Fraenkel y Skolem y a la que se le añade el axioma de elección (AC, en sus siglas inglesas, *axiom of choice*).

Matemática intuicionista vs. matemática clásica

Entendemos, por tanto, que el principio fundamental sobre el que se asientan las matemáticas intuicionistas frente a las clásicas es el concepto de construcción matemática.

El principio de construcción dice así: un objeto matemático existe cuando ha sido (o puede ser) construido.

De este principio derivan todas las otras características que separan a las matemáticas intuicionistas de las clásicas:

- Rechazo de la Ley del Tercero Excluido (LTE): la cual permitiría demostrar la existencia un objeto por medio de la reducción al absurdo sin necesidad de

¹³¹ Citados por Bostock (2009) *Philosophy of Mathematics, an Introduction* Oxford: Wiley-Blackwell, p. 197, y por Dou (1970) *Fundamentos de la matemática* Barcelona: Labor, 1970, p. 114.

proporcionarnos un método para encontrarlo.

- Rechazo de los procedimientos no-finitarios: en la reconstrucción de las matemáticas no pueden admitirse pruebas que manejen conjuntos infinitos no-decidibles de elementos pues tales conjuntos no son construibles.

El intuicionismo, sin embargo, no ha de ser confundido con el constructivismo. De hecho, la caracterización que hemos dado arriba corresponde más bien al constructivismo del cual el intuicionismo solo sería una rama. Porque el constructivismo es un método de práctica matemática que se adhiere a unos determinados procedimientos sin necesidad de sustentarse sobre una filosofía. El intuicionismo exige un compromiso total y en todo momento con el principio de construcción en matemáticas, mientras que el matemático constructivista sigue una determinada metodología que en otro momento puede ser dejada entre paréntesis. El intuicionista se caracteriza por afirmar que la construcción es una *construcción mental*, que las matemáticas son un producto de la mente, son intuitas por el sujeto humano, lo cual es una determinada postura filosófica (“metafísica” incluso) mientras el constructivista no participa de este compromiso ontológico.

La oposición al intuicionismo en matemáticas es el platonismo, el cual no es sino un realismo para las matemáticas. El platonismo afirma la existencia de los objetos matemáticos independientes de la mente, estos objetos matemáticos son realidades atemporales que existen independientemente de que la mente humana los pueda conocer. Las matemáticas son objetivas, atemporales e inmateriales, como las ideas de Platón, de ahí el nombre, aunque, como sucedía con el intuicionismo y su referencia a Kant, tampoco hay que tomar demasiado al pie de la letra la relación del platonismo matemático con Platón.

Para los intuicionistas el escándalo de la postura platonista radica en que afirma la existencia de objetos a los cuales no tenemos acceso cognoscitivo, es decir, en que realiza afirmaciones acerca de lo que desconocemos. La crítica de Kant al concepto de *cosa en sí*, como algo que existiera independientemente de nuestro conocimiento, o el *dictum* de Wittgenstein “de lo que no se puede hablar, es mejor callar”, apoyarían esta crítica del intuicionismo contra el platonismo. El intuicionismo, desde una postura crítica, se retira hacia una primacía de la epistemología frente a los excesos ontológicos del platonismo.

Por su parte, los platonistas consideran que los intuicionistas son incapaces de explicar el carácter objetivo y atemporal de las verdades matemáticas. Al reducir las matemáticas a la mente humana los intuicionistas condenarían a las matemáticas al subjetivismo y a la temporalidad propios de todo lo humano. El platonismo se compromete

fuertemente con una determinada ontología como único medio de explicar la certeza y objetividad de nuestros conocimientos matemáticos, plasmando de este modo una primacía de la ontología sobre la epistemología.

La oposición del intuicionismo frente al platonismo es una oposición fundamentalmente filosófica, aunque tiene sus raíces en la oposición de las matemáticas intuicionistas frente a las matemáticas clásicas, la cual sí se desarrolla estrictamente en el ámbito matemático. Entendidos de este modo, intuicionismo y platonismo serían *filosofía* de las matemáticas, y podríamos llamar platonistas a autores como Frege, Russell (en *The Principles of Mathematics*, 1903) y Gödel, aunque quizá solo éste último aceptaría tal calificación. Por otra parte, las matemáticas clásicas frente a las intuicionistas consisten entonces en una práctica y unos resultados matemáticos (considerados independientemente de la filosofía que pueda subyacer) que no exigen métodos constructivistas, y que incluyen propuestas como el logicismo, la teoría axiomática de conjuntos, en sus diversas formulaciones, y el formalismo.

Michael Dummett, como vamos a ver a continuación, lleva esta discusión al terreno de la teoría del significado, donde pueden ser asentadas las bases para entrar a continuación en el campo de la matemática, y solo por último se aceptarán las consecuencias ontológicas que derivan de este itinerario.

La teoría del significado intuicionista vs. la clásica

En su libro *Elements of Intuitionism* Dummett nos ofrece una clara separación de las posturas intuicionista y clásica en matemáticas:

From an intuitionistic standpoint, therefore, an understanding of a mathematical statement consists in the capacity to recognize a proof of it when presented with one; and the truth of such a statement can consist only in the existence of such a proof. From a classical or platonistic standpoint, the understanding of a mathematical statement consists in a grasp of what it is for that statement to be true, where truth may attach to it even when we have no means of recognizing the fact, such an understanding therefore transcends anything which we actually learn to do when we learn the use of mathematical statements [*EoI*: 6-7].¹³²

¹³² Desde un punto de vista intuicionista, por lo tanto, la comprensión de un enunciado matemático consiste en la capacidad de reconocer una prueba de él cuando se presenta; y la verdad de tal enunciado consiste

La divergencia, pues, afecta al modo de comprender los enunciados matemáticos, afecta a la teoría del significado subyacente. Para el intuicionismo la teoría del significado subyacente a las matemáticas establece que el significado de un enunciado matemático es el *uso* de tal enunciado, uso entendido como capacidad de reconocer una prueba del mismo. En contraste, el platonista mantiene una teoría del significado veritativo-condicional, el significado es la condición de verdad del enunciado.

De tal modo, aparecen dos diferentes nociones de existencia en matemáticas, que tendrán su repercusión en la correspondiente ontología: en el intuicionismo existir es disponer de una prueba, en el platonismo una entidad matemática existe incluso aunque no somos capaces de determinar su valor de verdad.

El problema en el platonismo radica en que la noción de «conocer la condición de verdad de un enunciado» para incluso muchos de los más simples enunciados de la aritmética no tiene ningún sentido (*substance*), no tiene sentido hablar de «conocimiento implícito de qué es tal condición de verdad» [*EoI*: 375].

El principio de bivalencia exigido por la teoría platonista le hace caer a ésta en dificultades al pretender aplicarlo a todo enunciado matemático. Es el caso de los enunciados no decidibles, en que la condición de su verdad no puede establecerse sin circularidad. Esta pretensión de aplicar universalmente la bivalencia acarreará tales problemas al platonismo que hará fracasar su noción de verdad incluso también en los más elementales enunciados decidibles de la aritmética.

La solución propuesta por el intuicionismo y Dummett [*EoI*: 375] es abandonar el principio de bivalencia y suponer que nuestros enunciados son verdaderos solo en caso de que hayamos determinado que lo son; esto es, para el campo de los enunciados matemáticos, cuando los hayamos demostrado, o al menos cuando tengamos un método efectivo de obtener una prueba de ellos.

... in fact, meaning is now being explained directly in terms of what we actually learn to do when we learn to use the sentences of our language [*EoI*: 375-6].¹³³

solamente en la existencia de tal prueba. Desde un punto de vista clásico o platonista, la comprensión de un enunciado matemático consiste en la comprensión de qué es para tal enunciado ser verdadero, donde la verdad se le puede adscribir incluso cuando no tenemos medios de reconocer el hecho, tal comprensión, por lo tanto, trasciende cualquier cosa que realmente aprendemos a hacer cuando aprendemos el uso de enunciados matemáticos.

¹³³ ... de hecho, el significado se explica ahora en términos de lo que realmente aprendemos a hacer cuando

Y lo que aprendemos a hacer cuando aprendemos a usar los enunciados matemáticos es a construir pruebas.

Volviendo a expresarlo de acuerdo con el principio wittgensteiniano:

... a grasp of the meaning of an expression must be exhaustively manifested by the use of that expression [*EoI*: 376].¹³⁴

Las consecuencias de esta divergencia entre platonismo e intuicionismo son inmediatas incluso para los más elementales enunciados de la teoría de números:

The assumption underlying classical mathematics is that we bestow upon our mathematical statements a meaning which renders them determinately true or false, independently of the means available to us of recognizing their truth-value. This can be seen in even the simplest type of statement for which we possess no effective means of obtaining a proof or disproof, for instance a number-theoretic statement of the form $\exists x A(x)$, where $A(x)$ is a [un]decidable predicate [*EoI*: 4].¹³⁵

El caso de si existe un número infinito de números perfectos es un ejemplo de ello. Un número perfecto es un número natural que es igual a la suma de sus divisores propios positivos, sin incluirse él mismo. Así, 6 es un número perfecto, porque sus divisores propios son 1, 2 y 3; y $6 = 1 + 2 + 3$. Los siguientes números perfectos son 28, 496 y 8128. Actualmente se conocen 46 números perfectos, pero no se ha podido probar ni refutar que existan infinitos números perfectos. De acuerdo con el platonismo el enunciado “Existe un número infinito de números perfectos” sería en sí mismo verdadero o falso aunque nosotros no lo conozcamos, pues de lo contrario, al ser su significado su condición de verdad, carecería de significado. El platonismo admite que

aprendemos a usar las sentencias de nuestro lenguaje.

¹³⁴ ... la captación del significado de una expresión debe ser manifestada exhaustivamente por el uso de esa expresión.

¹³⁵ La asunción subyacente a las matemáticas clásicas es que concedemos a nuestros enunciados matemáticos un significado que los convierte de modo determinado en verdaderos o falsos, independientemente de nuestros medios disponibles para reconocer su valor de verdad. Esto se puede ver incluso en el más simple tipo de enunciado para el que no poseemos ningún medio efectivo de obtener una prueba o refutación, por ejemplo un enunciado de la teoría de números de la forma $\exists x A(x)$, donde $A(x)$ es un predicado [in]decidible.

el significado del enunciado es comprender algo que no comprendemos, lo cual es sinsentido.

Dummett reconoce [EoI: 372] que si en todo momento poseyéramos medios de determinar el valor de verdad de toda sentencia del lenguaje de una teoría matemática dada, entonces la cuestión de si su valor de verdad es independiente o no de nuestro conocimiento carecería de importancia. Pero no es así, incluso en la más elemental teoría matemática, como la aritmética de primer orden, aparecen sentencias cuyo valor de verdad no conocemos ni tenemos medios para conocerlo.

The nub of the intuitionistic critique of classical mathematics is the contention that we do not, and could not, have any such conception of mathematical truth; that we suppose ourselves to have it only by an illusion based upon a false analogy [EoI: 373].¹³⁶

La analogía citada se refiere a extrapolar la aritmética de conjuntos finitos a la de conjuntos infinitos. Muy a menudo la similitud entre cuantificaciones finitas e infinitas nos lleva a olvidar la crucial diferencia entre ambas: que no podemos, en el caso de una totalidad infinita, comprobar para cada elemento del dominio si el predicado le conviene. Y de ahí arranca la «falaz asimilación» [EoI: 5-6] de la cuantificación infinita con la finita.

El lenguaje que usamos es nuestro lenguaje y su significado ha de conectarse con nuestras propias capacidades: no puede ser derivado de hipotéticas capacidades que no tenemos, todo lo demás son ilusiones implícitas en nuestra incomprensión (*misunderstanding*, o malentendimiento) de nuestro lenguaje.

El problema del infinito

La diferente teoría del significado subyacente a ambas posturas, platonistas e intuicionistas, tiene como consecuencia una diferente concepción del infinito y, por ende, de la cuantificación sobre totalidades infinitas.

Para dar una prueba intuicionista de un enunciado universal de la forma $\forall x \neg A(x)$ solo hay dos maneras: o bien hemos de ser capaces de dar una razón uniforme (es decir,

¹³⁶ El nudo de la crítica intuicionista a la matemática clásica es el argumento de que no tenemos, ni podríamos tener ninguna concepción tal de la verdad matemática; que nos atribuimos su tenencia solo por una ilusión basada en una falsa analogía.

inductiva) por la que todo número natural satisfaga el predicado $\neg A(x)$ o bien, al menos, de encontrar una partición de los números naturales en una serie finita de clases tal que para cada clase podamos dar una razón uniforme por la que los números naturales en tal clase satisfagan $\neg A(x)$. Por ejemplo, para probar por medios intuicionistas que los números naturales no poseen determinada propiedad, bastaría probar que no posee dicha propiedad el primer número y que cuando un determinado número no la posee tampoco la posee su sucesor (esto es, la inducción matemática), o bien partir los números naturales en, por ejemplo, dos clases, la de los pares y la de los impares, y probar igualmente mediante inducción que los números, primero en una clase y luego en la otra, no poseen la propiedad.

Por el contrario, la comprensión clásica o platonista de la verdad de un enunciado universal de la forma $\neg A(x)$ no depende de la existencia de una razón uniforme o varias (finitas) razones uniformes. La noción de verdad platonista descansa en *nuestra conciencia* acerca de qué es verdad para un cuantificador universal, más que en *los medios* que podemos ofrecer para determinar su verdad.

Y esta es la queja contra el platonismo, que siendo una postura que desconfía de la conciencia humana como fuente de conocimiento matemático, sin embargo para afirmar la verdad de algo se conforma con que *creamos* que es verdad, sin proporcionar los medios de probar su verdad.

El intuicionista entiende que tal apelación a *nuestra conciencia* cuando tratamos con totalidades infinitas es una ilusión:

When we first acquire the practice of using statements involving quantification over infinite totalities of mathematical objects, what we actually learn is to recognize what counts as justifying the assertion of such statement, that is, what constitutes a proof of it, together with what can be inferred from a statement of this kind, and what counts as a refutation of it [*EoI*: 5].¹³⁷

Para el intuicionista [*EoI*: 32], el conjunto de los números naturales es una estructura infinita, pero una estructura infinita es pensada siempre como algo *en proceso*

¹³⁷ Cuando por primera vez adquirimos la práctica de usar enunciados con cuantificación sobre totalidades infinitas de objetos matemáticos, lo que realmente aprendemos es a reconocer qué cuenta como justificante de la aserción de tal enunciado, esto es, que constituye una prueba de él, junto con qué puede inferirse de un enunciado de esta clase y qué cuenta como una refutación de él.

de generación, no como algo cuya construcción pueda ser completada. Por lo tanto, la cuantificación sobre tal estructura no puede interpretarse al modo platonista, esto es, que el valor de verdad un enunciado venga dado por la suma o el producto lógico del valor de verdad de un conjunto infinito de instancias. El cuantificador existencial sobre dominios finitos suele definirse de modo clásico como la suma lógica de todos los enunciados que pueden formarse al aplicar la propiedad a todos los elementos del dominio, por ejemplo $\exists xPx$ (“existe un x tal que x tiene la propiedad P ”) equivale a $Pa_1 \vee Pa_2 \vee Pa_3 \vee \dots$ hasta recorrer todo el dominio de x . El universal, por su parte, se define como el producto lógico de todos los enunciados que pueden formarse al aplicar la propiedad a todos los elementos del dominio. Así, $\forall xPx$ (“para todo x , x tiene la propiedad P ”) equivale a la conjunción de $Pa_1 \wedge Pa_2 \wedge Pa_3 \wedge \dots$ hasta recorrer todo el dominio de x . Esto, que vale perfectamente para dominios de cuantificación finita, no está tan claro cuando los dominios son infinitos, pues en el caso del existencial estaríamos afirmando la existencia un objeto matemático sin ser capaces de determinar cuál entre la serie de disyuntos es quien cumple la propiedad. Para mantener la equivalencia entre el cuantificador existencial y el disyuntor, necesitaríamos de la LTE, cual no es aceptada por los intuicionistas. En el caso del cuantificador universal su equivalencia con el producto lógico es válida para los intuicionistas mientras se atenga al estricto uso de la inducción matemática para afirmar la serie infinita de conjunciones, pero jamás sería aceptable aplicar la definición del cuantificador por el conjuntor en dominios infinitos de cuantificación no-decidibles.

Al contrario, la cuantificación ha de interpretarse como *un criterio definido de lo que constituye una prueba* del enunciado; pero el enunciado no puede determinarse como verdadero o falso antes de encontrar una prueba o refutación de él.

Así por ejemplo, una prueba de $\exists x A(x)$ ha de generar (o mostrar cómo generar) un determinado número n para el que podemos probar $A(\tilde{n})$;¹³⁸ una prueba de $\forall x A(x)$ será una operación que arroje una prueba de $A(\tilde{n})$ para cualquier número n que generemos.

Esta crítica del intuicionismo a los métodos no-finitistas de la matemática clásica no cae sin embargo en un finitismo estricto. En efecto, el finitismo estricto solo admite objetos matemáticos construibles en un número finito de pasos, lo cual haría desaparecer la noción misma de infinito en matemáticas por ser demasiado oscura y confusa. El intuicionista sí admite un concepto de infinito aunque restringido. No hay ningún problema con trabajar con el infinito potencial, entendido como la posibilidad de seguir operando en

¹³⁸ $A(\tilde{n})$ es una instancia específica de una sentencia cuantificada de tipo $\forall x A(x)$ o $\exists x A(x)$, siendo n un número.

un proceso que nunca termina, como es el caso de la inducción matemática (se demuestra una propiedad para el primer número y luego se demuestra que, dado cualquier número que tenga la propiedad, también la tiene su sucesor). Y así se hace para conjuntos infinitos numerables, conjuntos definidos técnicamente como aquellos en que es posible poner sus elementos en correspondencia uno a uno con el conjunto de números naturales. Por ejemplo, es numerable el conjunto de los números pares o el de los números primos.

Sin embargo, el intuicionista no puede admitir el infinito actual, donde el conjunto infinito es considerado como algo ya concluido y realizado. Son los conjuntos infinitos no-numerables. Ejemplos de conjuntos no-numerables son el conjunto de puntos de un recta o el conjunto de números reales. Cantor llegó a desarrollar toda una teoría matemática de los conjuntos infinitos no-numerables, en la que es posible trabajar con conjuntos infinitos de distinta cardinalidad. El conjunto de los números naturales tendría una cardinalidad (o número de elementos) numerable y denominada alef-cero (\aleph_0), el conjunto de los números reales tendría una cardinalidad distinta y superior, a la que denominó alef-1 (\aleph_1), demostrando, a partir de los axiomas de la teoría de conjuntos más la hipótesis del continuo, que no hay ningún otro cardinal intermedio entre ambos.

Estas matemáticas del infinito suponen una aberración desde el punto de vista intuicionista, en coherencia con el sentido intuitivo que admite con naturalidad la sucesión indefinida de los números naturales. También las matemáticas antiguas aceptan el concepto de infinito potencial como un proceso inacabable, como cuando Euclides (Libro IX, proposición 20) demuestra que el número de primos es infinito, o más bien, en sus propias palabras, que no hay un número primo mayor que todos los demás. Lo cual también es contrario a un finitismo estricto.

Es importante hacer notar que el intuicionismo matemático no exige para la aserción de un enunciado existencial o disyuntivo el tener una prueba *actual*, se considera suficiente tener los medios, al menos en principio, para obtener la prueba [EoI: 20]. Es el caso del enunciado «x es primo o no lo es», donde x es un número tan extremadamente alto que ningún humano (ni máquina diseñada por humano) lo computará nunca. Pero disponemos de los procedimientos para ello, y el enunciado en cuestión es, *en principio*, decidible. Dummett no acepta el finitismo estricto en este punto.

La aritmética intuicionista

El tratamiento que hemos visto del problema del infinito nos permite comprender las dificultades con que se enfrentan las matemáticas intuicionistas en razón de sus métodos restrictivos y su concepción del infinito.

Es claro que la aritmética de los números naturales no ofrece ninguna dificultad ni a intuicionistas ni a clásicos por tratarse de un conjunto numerable aunque infinito. Las cosas no son tan fáciles cuando entramos en el terreno de los números reales.

Los números *reales* incluyen a los números *racionales* y a los *irracionales*. Los racionales (5, 3/7, 4/2,...) se expresan como el cociente de dos números enteros, con denominador distinto de cero, y no plantean ningún problema a los intuicionistas, por no tratar tampoco con el infinito actual.

Los números *irracionales* son aquellos que no pueden ser expresados por una fracción, y que tienen infinitas cifras decimales no periódicas, como $\pi, \sqrt{2}, \dots$. Los números reales, al incluir los irracionales, tratan con el infinito actual y son un quebradero de cabeza a la hora de ser definidos por métodos constructivos. El problema de fondo de los números reales es que quieren ser expresión de medidas *reales* de la naturaleza, mostrando la relación fundamental entre las matemáticas y la física del mundo, de modo que cada vez que medimos en la naturaleza estamos buscando una aproximación, lo más exacta posible, a un número real. Por ejemplo, la hipotenusa de un triángulo rectángulo, cuyos catetos valen la unidad, tiene el ~~valor~~ el cual es imposible expresar mediante una fracción, solo podemos ir acercándonos indefinidamente mediante sucesivas fracciones a dicho valor. En esta idea se basan las definiciones de los números reales que se usan en las matemáticas actuales, como las cortaduras de Dedekind o las sucesiones de Cauchy.

Las sucesiones de Cauchy retoman la idea de aproximarse con números racionales un número real. Por ejemplo, la ecuación que define a π

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4(-1)^n}{2n+1} = \frac{4}{1} - \frac{4}{3} + \frac{4}{5} - \frac{4}{7} + \frac{4}{9} - \dots = \pi$$

opera solo con números racionales de la forma $4(-1)^n / 2n+1$ pero su resultado final es el número irracional π al cual nos aproximamos más cada vez que añadimos un nuevo término a la expresión.

Las sucesiones de Cauchy generalizan este concepto para definir a los números reales, buscando una sucesión de números racionales donde sus elementos cada vez están más próximos.

A diferencia de los números naturales, la construcción de los números reales parece tratar con el infinito actual, por lo que las definiciones de número real como las de Weierstrass, Dedekind y Cantor no son admitidas intuicionistamente. La cuestión es si las sucesiones de Cauchy cumplen el requisito de construibilidad exigido por los intuicionistas, pues de lo contrario la aritmética quedaría mutilada gravemente.

Para Heyting y la mayor parte de los intuicionistas las sucesiones de Cauchy constituyen un *generador de número real* que permite *construir* números reales con las relaciones de igualdad y desigualdad y de orden bien definidas. Es cierto que la tarea es mucho más laboriosa y compleja que en la matemática clásica, viéndose obligados los intuicionistas a introducir las nociones de *despliegue* (*spread*) y de *especie* (*species*) y teoremas tan importantes como el *teorema del abanico* (*fan theorem*), y aún así han de renunciar a la demostración de teoremas fundamentales en el cálculo clásico como el de Wolzano-Weierstrass, relativo a la existencia un punto de acumulación en todo conjunto acotado de números reales.

Las nociones de despliegue y de especie son las dos maneras de definir intuicionístamente un conjunto.¹³⁹ Podemos, en primer lugar, definir un conjunto como despliegue: un despliegue es el modo común de *generación* de los elementos de un conjunto. En segundo lugar, podemos definir un conjunto como una especie, esto es, definimos la propiedad característica de los elementos del conjunto. La noción de especie excluye cualquier tipo de definición circular y los problemas que ello acarrea: los miembros de toda especie *E* han de definirse independientemente de la definición de *E*. Por lo cual, esta definición es válida constructivamente.

Pese a todas estas dificultades y a estas restricciones las matemáticas intuicionistas no aspiran a convertirse en un mero apartado de las matemáticas clásicas, sino que se postulan como unas matemáticas distintas, cuyos conceptos y teoremas no pueden ser reducidos a una parte de la matemática clásica.

Otro ejemplo de las complejidades de la matemática intuicionista lo observamos en el tratamiento del continuo. El generador de número real definido por la sucesión de Cauchy proporciona un procedimiento completo para calcular el *n*-ésimo miembro de la

¹³⁹ Heyting (1956, trad. esp. 1971) *Introducción al intuicionismo* Madrid: Tecnos, p.46.

sucesión, siendo n cualquier número natural. Este procedimiento basta para un generador de número real aislado pero es insuficiente para tratar con el conjunto de todos los generadores de número real, en que interviene la teoría del continuo.

El problema consiste en que no tenemos nunca realizado el generador de número real, solo disponemos de una parte finita de la sucesión que lo define.

Heyting¹⁴⁰ exige que, para construir los números reales, los intuicionistas no deben utilizar el axioma de elección, por considerarla una ley arbitraria (abierta, de procedimiento no definido), incluso tampoco se necesita ley alguna de la progresión, basta con esté garantizada la posibilidad de continuar indefinidamente con la sucesión. El axioma de elección, por el contrario, sí que será incorporado por Dummett a su sistema de matemáticas intuicionista. Para sustituir al axioma de elección, Heyting, siguiendo a Brouwer, introduce la noción de *sucesión que se prolonga infinitamente*, (abreviadamente *spi*), o sea una sucesión que se puede continuar *ad infinitum*.

Esta noción de algo que prolonga *ad infinitum* abre el problema de que parece incluir la referencia a la noción de tiempo e introducir un componente subjetivo, ya que el sujeto ha de realizar actos electivos. Pero Heyting rechaza esta objeción recordando que no se ha introducido ningún componente electivo, tan solo basta que permanezca abierta la posibilidad de continuar indefinidamente con la sucesión.

El concepto de *spi* permite representar el continuo de los números reales de acuerdo la idea intuitiva del continuo como una determinación gradual de puntos. Se llega así a la definición brouweriana de *despligue* (*spread*). Las sucesiones admisibles son aquellas que se despliegan a modo de abanico, de modo que de todo vértice del diagrama puede partir un número infinito de ramas.

El grado de complejidad de las matemáticas intuicionistas es proporcional al número de principios básicos que sean prohibidos en las distintas formulaciones del intuicionismo. Respecto a Heyting, la propuesta de Dummett es más laxa, simplificando el desarrollo del sistema matemático intuicionista.

¹⁴⁰ *Ibid.* p.41.

La aritmética elemental intuicionista de Dummett

La concepción de la aritmética de Dummett comienza [EoI: 33] adhiriéndose a los principios matemáticos del intuicionismo, pero marcando las distancias frente a las ideas filosóficas de Brouwer.

Para Brouwer el nombre “intuicionismo” se debía a la aceptación de la tesis kantiana de que el concepto de las series de números naturales deriva de nuestra intuición temporal, de nuestra aprehensión del suceder del tiempo, esto es, de la forma *a priori* de nuestra experiencia. Contrariamente, Brouwer rechaza la tesis correspondiente para la geometría como fundada en nuestra experiencia espacial *a priori*, siendo en esto, en palabras de Dummett, el espejo de Frege, quien acepta la tesis kantiana para la geometría pero no para la aritmética.

Sin embargo, Dummett no ve esencial, para la construcción de una aritmética intuicionista, la tesis de Brouwer de que la aritmética se fundamente en la intuición de la serie de los momentos temporales, pero sí que los números sean construcciones mentales:

What is essential is to regard the natural numbers as mental constructions, generated in a determinate manner by the repeated application of the successor operation to 0 [EoI: 32].¹⁴¹

Tenemos, entonces, las dos características que van a definir toda la aritmética intuicionista dummettina, y en consecuencia, toda su matemática:

- la noción de construcción mental.
- el procedimiento de inducción matemática.

El conjunto de los números naturales \underline{N} se presenta como una estructura infinita en proceso de generación (nunca como una construcción terminada). Frente a la concepción platonista que interpreta la cuantificación como operación que proporciona un valor de verdad determinado (la suma, para el existencial, o el producto lógico, para el universal, de los valores de verdad de infinitas instancias), el intuicionismo interpreta dichos operadores como criterios definidos de lo que constituye una prueba de ellos: $\exists xA(x)$ significa que

¹⁴¹ Lo esencial es mirar los números naturales como construcciones mentales generadas de una manera determinada por la repetida aplicación de la operación sucesor de 0.

podemos generar un número n para el cual podemos probar que $A(\tilde{n})$. $\forall xA(x)$ quiere decir que podemos proporcionar una prueba de $A(\tilde{n})$ para cada número n que podamos generar.

Que el conjunto de los números naturales \underline{N} es *determinado* no es solo que forme una estructura simple y completa, sino que:

a.- no hay nunca *elección* sobre cómo extender un segmento inicial dado de \underline{N} (no hay ambigüedad),

b.- dado cualquier objeto matemático, podemos siempre de modo efectivo reconocer si podemos o no alcanzarlo por la aplicación repetida de la operación *sucesor de*, y así determinar si pertenece o no a \underline{N} .

Sobre estos caracteres de \underline{N} , Dummett establece las bases de una aritmética intuicionista:

1. La lógica intuicionista de predicados.
2. Número 0 y *operación sucesor de* como nociones básicas (siguiendo la axiomatización de Peano).
3. La igualdad, gobernada por los principios de reflexividad y sustituibilidad.

En la aritmética elemental, al restringir el rango de las variables a números naturales los axiomas de Peano se reducen a tres, todos ellos válidos intuicionistamente:

$$\forall x \quad x' \neq 0$$

$$\forall x \forall y (x' = y' \rightarrow x = y)$$

$$A(0) \ \& \ \forall x (A(x) \rightarrow A(x')) \rightarrow \forall x A(x) \quad (\text{Principio de inducción})$$

En la aritmética intuicionista no es preciso la distinción entre identidad intensional \equiv e igualdad extensional $=$, puesto que no hay otra noción más estricta de identidad de números naturales que la relación ordinaria de igualdad. A partir de aquí se acepta que, dado que la identidad intensional siempre es decidible, también ha de ser decidible la igualdad sobre el dominio de números naturales.

Puesto que el conjunto de los números naturales es infinito pero decidible, el rechazo de algunas leyes lógicas por la lógica intuicionista es atenuado en la aritmética elemental, porque, recordemos, el intuicionismo no rechaza de modo absoluto la ley de tercero excluido o la eliminación de la doble negación, sino que rechaza su aplicación indiscriminada. Un enunciado es decidible si se puede probar que $A \vee \neg A$. Un enunciado

es estable, si se puede probar que $\neg\neg A \rightarrow A$. La decidibilidad implica estabilidad, pero no viceversa.

De hecho, la aritmética elemental intuicionista no es muy diferente de la aritmética clásica, solo unos pocos y raros teoremas clásicos no son válidos, pero incluso podrían ser aceptados después de una reformulación.

El sistema que Dummett desarrolla en sus *Elements of Intuitionism* [EoI: chap. 2] no es otra cosa que la aritmética de Heyting (HA), el cual es un subsistema del correspondiente sistema clásico de la aritmética de Peano (PA). El teorema de Gödel (1932), que veremos al tratar las relaciones entre la lógica intuicionista y la clásica, proporciona una prueba de consistencia de PA relativa a HA.

La aritmética de los números reales de Dummett

La aritmética intuicionista de los números reales se fundamenta en la de los números naturales y acepta sin problemas las definiciones clásicas de los reales.

La noción fundamental sobre la que construir la aritmética de los números reales es la de *secuencia infinita* de números racionales, entendiendo por tal aquella secuencia que posee reglas efectivas de cálculo para cada término. Son llamadas “secuencias legales” (*lawlike sequences*).

Los números reales se definen, entonces, como generadores de números reales, los cuales son clases de equivalencia de secuencias de racionales de Cauchy:

$\langle r_n \rangle$ es un *generador de número real* ssi

$$\forall k \exists n \forall m_{m < n} |r_m - r_n| < 2^{-k} .$$

La única condición es que cuando se empleen los cuantificadores se haga una interpretación intuicionista de ellos. Veamos un ejemplo, continuando con el caso de los números perfectos, al cual ya apelamos arriba. Recordemos que número perfecto es aquel número natural igual a la suma de sus factores propios positivos sin incluirse a sí mismo: 6 es un número perfecto porque $6=1+2+3$, los siguientes números perfectos son 28, 496 y 8128. La cuestión es ahora que no se conoce ningún número perfecto impar. Entonces, supongamos que tenemos un generador de número real $\langle r_n \rangle$ tal que $\langle r_n \rangle = 1$ si $2n+1$ es número perfecto y $\forall m_{m < n} 2m+1$ no lo es, en caso contrario $\langle r_n \rangle = 2^{-n}$. Pero como no disponemos de una prueba que nos permita encontrar dicho número perfecto impar, tampoco podemos aceptar $\langle r_n \rangle$ como generador intuicionista de número real.

La definición exacta de números reales es la de clases de equivalencia de generadores de número real bajo la relación de equivalencia. Para ello, es preciso introducir la noción de *especie* (*species*), que es la noción intuicionista equivalente a la noción de *conjunto* (*set*).

Frente a la noción de conjunto, Dummett y los intuicionistas prefieren utilizar la noción de *especie*, debido a su carácter intensional. Una especie de elementos de un dominio (por ejemplo, el dominio de los números naturales) queda determinada por una condición definida que se debe satisfacer para ser miembro de la especie. Una condición está definida cuando conocemos qué cuenta como prueba, para cualquier elemento del dominio, de satisfacción de tal condición.¹⁴²

Puesto que también pueden construirse especies de especies, es preciso mantener una jerarquía entre especies correspondiente a la jerarquía simple de tipos, en aras a evitar el Principio del Círculo Vicioso (PCV) de Russell: de este modo queda prohibida la cuantificación sobre especies del mismo tipo o superior.

Dummett acepta dentro del intuicionismo el uso de la negación, aunque con el significado específico que analizaremos en el apartado dedicado a la lógica intuicionista, desmarcándose de otras propuestas, como la de Bishop,¹⁴³ de un análisis constructivo formulado enteramente sin la negación.

El axioma de elección

Pese al rechazo del axioma de elección por Heyting, sin embargo Dummett va a incorporarlo a su aritmética intuicionista. Veamos brevemente en que consiste el axioma de elección (AC, *axiom of choice*, por sus siglas inglesas).

El AC dice, en una aproximación intuitiva, que dada una colección de conjuntos cada uno con al menos un elemento, podemos tomar exactamente un elemento de cada conjunto y ponerlos en un nuevo conjunto, y que lo podemos hacer aunque la colección de conjuntos sea infinita y no dispongamos de ninguna regla que nos indique qué elemento de cada conjunto tomar. Fue introducido formalmente por Zermelo en 1904 para permitir la ordenación del conjunto de los números reales. Aunque antes de

¹⁴² Given any well-defined domain for variables of quantification, for instance the natural numbers, we regard a species of elements of that domain as determined by a definite condition which any element must satisfy to be a member of that species; a condition is definite when we know what to count as a proof, for any element of the domain, that it satisfies that condition [*EoI*: 39].

¹⁴³ Bishop, E. (1967) *Foundations of Constructive Analysis* New York: McGraw-Hill.

Zermelo ya había sido utilizado de forma implícita, sin embargo siempre ha sido sospechoso para los matemáticos constructivistas, pues permite reunir elementos sin decir de dónde en concreto se han extraído.

Cuando tratamos con conjuntos finitos el axioma de elección no ofrece ningún problema y su demostración se efectúa simplemente a partir de la inducción matemática: escoger un elemento de cada uno de los conjuntos de una colección finita de conjuntos puede hacerse comenzando por el primer conjunto y siguiendo sucesivamente. Pero ya no es lo mismo cuando estamos ante conjuntos infinitos, como sucede con el conjunto de todos los subconjuntos no vacíos de los números reales: el procedimiento de elección no terminaría nunca por haber infinitos subconjuntos no vacíos de números reales, además tampoco disponemos de una regla de elección que nos permitiera escoger, por ejemplo, el número más pequeño de cada subconjunto, pues algunos subconjuntos de reales, como el intervalo abierto $(0,1)$ no tienen un mínimo. El problema que plantea esta incapacidad es que no es posible introducir un buen orden en los reales sin disponer del AC: el AC nos permitiría ordenar el conjunto de los números reales, pero sin él no podríamos realizar tal ordenación. Resulta, por tanto, un axioma fundamental en la aritmética de los números reales, cuya axiomatización más utilizada es, como sabemos, el sistema ZFC, es decir, el sistema de Zermelo, reformulado por Fraenkel y añadido el AC.

Por todo ello, resulta sorprendente la propuesta de Dummett de aceptar el AC para la aritmética intuicionista, como él mismo reconoce:

It might at first seem surprising that in a system of constructive mathematics we should adopt as an axiom the Axiom of Choice, which has been looked at askance on constructive grounds. The fact is, however, that the axiom is only dubious under a half-hearted platonistic interpretation of quantifiers [*EoI*: 52].¹⁴⁴

Dummett asume que, cuando los cuantificadores empleados en el AC, se interpretan de acuerdo con los principios intuicionistas, el AC se convierte en un axioma constructivo. Un ejemplo de aplicación constructivista del AC viene dado por la

¹⁴⁴ Podría a primera vista parecer sorprendente que en tal sistema de matemáticas constructivas debamos adoptar como axioma el Axioma de Elección, el cual es visto con recelo bajo principios constructivos. El hecho es, sin embargo, que el axioma es solo dudoso bajo una poco entusiasta interpretación platonista de los cuantificadores.

prueba de completud del sistema de números reales [EoI: 53]. Lo curioso de esta interpretación del AC de Dummett es que nos permite ordenar el conjunto de los números reales sin poder darnos un ejemplo de tal ordenación, esto es, que tal ordenación no es, pese a Dummett, constructiva.

En matemáticas intuicionistas no hay infinito terminado, actual, todo infinito es potencial, en proceso. Hablar de cantidades infinitas en ciertos contextos, como en inducción matemática, es una mera “forma de hablar” (*façon de parler*), pues de hecho se trabaja con valores finitos pero ilimitados, en un proceso que no tiene fin; es lo que se denomina infinito potencial.

Muy distinto, es el concepto de infinito actual, reservado por trabajar con totalidades que son en sí mismas infinitas, como algo completado y terminado. Es el caso del cardinal \aleph_0 , cardinal introducido por Cantor para el conjunto de los números naturales.

El problema para el intuicionismo es que, mientras para la teoría elemental de números se trata con el dominio infinito de los números naturales, los elementos dentro del dominio son ellos mismos objetos finitos, por el contrario, dentro de la teoría del análisis matemático los objetos en sí mismos son infinitos, esto es, los números reales solo pueden ser definidos por clases infinitas de racionales (cortaduras de Dedekind) o por clases de equivalencia de secuencias infinitas (sucesiones de Cauchy, preferidas por los intuicionistas). Incluso en la aproximación más intuitiva a los reales, como se presentan a los escolares, un número real es una secuencia infinita de decimales. Esta *secuencia infinita* puede tener una regla para su generación, como en el número real $\sqrt{2}$. Esto permite introducir un número real mediante su generador, pero el paso crucial es introducir la totalidad de los números reales, lo cual requiere el concepto, no solo de secuencia infinita (primer concepto de infinito), sino además de *infinitas secuencias* (segundo concepto de infinito). Este concepto exige entender la primera noción, la de secuencia infinita, como un todo: como una *arbitraria* secuencia infinita. Así llegamos a la noción clásica de “*el continuo*”, donde la generación de secuencias infinitas ya no se realiza apelando a una regla, sino a una arbitraria selección de un término tras otro.

Sin embargo, la mayor parte de las aproximaciones intuicionistas a la teoría de los números reales se niegan a introducir el segundo concepto (infinitas secuencias), permaneciendo en el concepto de *generador de secuencia infinita mediante una regla*. Esto supone una seria restricción en las matemáticas reduciendo el continuo, o recta

real, a los números reales recursivos (generados por reglas y que nunca son considerados como una totalidad).

Para Dummett, el intuicionismo debe retener las dos ideas clásicas sobre el continuo, admitir secuencias infinitas definidas por reglas, pero también permitir la generación de infinitas secuencias por medio de elecciones libres, aunque luego estas elecciones libres hayan de sufrir restricciones. Este es el concepto que Dummett propone para sus *secuencias de libre elección* (*free choice sequences*).

Aunque pueda parecer que la admisión de secuencias de elección libre traicione los principios de las matemáticas constructivas, esto no es así porque éstas se interpretan como secuencias en proceso de crecimiento, y nunca como secuencias infinitas terminadas o concluidas. Estas secuencias infinitas, regladas o no, se han de entender intensionalmente, como un proceso de generación y no solo determinadas por sus miembros.

Esta cuestión nos devuelve de nuevo al AC, cuya aceptación por Dummett le permite desarrollar la noción de secuencia de libre elección, siempre que se mantengan algunas restricciones como son la correcta interpretación intuicionista de la cuantificación sobre secuencias infinitas.

Otra restricción impuesta al uso intuicionista del *continuo* y del AC consiste en confinar las secuencias a ser un elemento de un *despliegue* (*spread*). Esta noción de despliegue conviene con la idea constructivista de los números reales como ramificaciones infinitas de secuencias finitas.

Un despliegue es esencialmente un árbol con cada una de sus ramas infinitas y en el que podemos construir una rama consistente en segmentos iniciales de muchas ramas. Las ramas del árbol se identifican con secuencias de elección y cada nudo con una secuencia finita de números naturales, esto es, con el segmento inicial común a todas las secuencias de las ramas que pasan a través del nudo (con dos distintos nudos representando dos finitas secuencias). Así cada nudo determina una especie de secuencias de elección, aquellas secuencias de elección que tienen a tal nudo como segmento inicial.

Al considerar las secuencias de elección como despliegues se está representándolas como funciones constructivas de secuencias finitas, ya que cada nudo del despliegue es una secuencia finita. Esta noción es apropiada tanto para desarrollar la aritmética de los números naturales, y entonces las secuencias de números naturales se denominan despliegues desnudos (*naked spreads*), como para la aritmética de números

reales, donde las secuencias son despliegues vestidos (*dressed spreads*), los cuales están contruidos sobre los anteriores más una ley (*el vestido*) que asocia a los miembros de una determinada especie con una secuencia de números naturales.

Una extensión o árbol se denomina *abanico* cuando es *finitario*, esto es, cuando cada nudo tiene solo finitos nudos bajo él, o en otras palabras, que hay un límite superior en la longitud de las ramas.

A partir de aquí se desarrollan teoremas fundamentales desde el punto de vista intuicionista como el teorema del abanico (*fan theorem*) y la inducción de barra (*Bar Induction*), permitiendo un sistema dummettiano de matemática intuicionista de mayor amplitud de que el ofrecido por el intuicionismo tradicional.

Podemos recordar, en suma, las dos ideas básicas subyacen a la reconstrucción intuicionista dummettiana de las matemáticas:

1. Una teoría general del significado para el lenguaje matemático: la comprensión de los enunciados matemáticos consiste en la construcción mental que nos ofrece una prueba de ellos (y no en objetos matemáticos que los hacen verdaderos o falsos).
2. La noción de secuencias infinitas generadas por sucesivas elecciones libres pero nunca completadas. Lo cual conlleva la aceptación (aunque restringida) del axioma de elección.

De este modo, el resultado de la reconstrucción de las matemáticas intuicionistas propuesta por Dummett se separa sobre las matemáticas intuicionistas tradicionales (Heyting) especialmente por su aceptación del axioma de elección y sus consecuencias sobre la noción de continuo. La cuestión es que Dummett no puede darse por satisfecho con las limitaciones que, en aras del rigor, los intuicionistas imponen sobre las matemáticas clásicas, a su juicio el intuicionismo debe aspirar “a reformar las matemáticas, no a podarlas” (*to reform mathematics, not to prune [EoI: 62]*).

5. La lógica intuicionista

A partir de unas matemáticas intuicionistas hay que plantearse ahora qué lógica subyace al razonamiento matemático. Comenzaremos este capítulo investigando las relaciones entre las matemáticas y la lógica intuicionistas. Después nos preguntaremos, de acuerdo con el enfoque general de Dummett, cuál es el significado de las constantes de la lógica intuicionista y repasaremos cada una de las constantes, especialmente las más problemáticas, el cuantificador universal, el implicador y el negador. El peculiar tratamiento de la negación en el intuicionismo y en Dummett nos permitirá estudiar las discrepancias entre la lógica intuicionista y la clásica en leyes lógicas como la Ley de Tercio Excluido, la Eliminación de Doble Negación o la Reducción al Absurdo. Veremos también las dos representaciones más usuales de la lógica intuicionista, como cálculo de deducción natural y como sistema axiomático, comparando los principios lógicos y los axiomas aceptados intuicionistamente frente a los clásicos. Por último, para terminar de comprender las relaciones entre la lógica clásica y la intuicionista, recogeremos las aportaciones de Kurt Gödel, y concluiremos, como habíamos empezado, con las relaciones entre la matemática y la lógica intuicionistas.

De las matemáticas intuicionistas a la lógica intuicionista

En su obra *The Logical Basis of Metaphysics* (1991) Dummett muestra su gran interés en desarrollar las consecuencias que para la lógica derivan de su postura justificacionista y cómo a su vez la lógica tiene sus consecuencias en una metafísica antirrealista.

En cierto modo, continúa la tradición intuicionista, iniciada por Brouwer y seguida por Heyting, de realizar una revisión de la lógica clásica a la par que de la matemática [*LBoM*: 337]). Sin embargo, el intuicionismo tradicional ha fundamentado su posición en lógica y en matemáticas sobre la base de su ontología. Al ser los números naturales creaciones de la mente humana, el razonamiento sobre ellos exige un planteamiento intuicionista y no clásico. Como objetos contruidos por la mente, no pueden tener otras propiedades que las que la mente humana puso en ellos en el acto de creación. El intuicionista entiende que cuando el matemático encuentra un objeto matemático nuevo o una nueva propiedad en otro objeto matemático, su trabajo de demostración es al mismo tiempo un trabajo de creación.

Cuando estas imágenes ontológicas se aplican a la elaboración de una teoría semántica, el significado de un enunciado matemático ha de consistir en sus condiciones de demostrabilidad. De tal modo, se reduce la verdad a demostrabilidad. Es verdadero aquel objeto, o aquella propiedad, que ha sido demostrado. El significado no puede consistir en sus condiciones de verdad. En algunas de las más elementales áreas del discurso matemático como son los números naturales esta distinción entre verdad y demostrabilidad es de hecho innecesaria, pues las leyes lógicas, incluida la LTE, funcionan sin problemas. En este campo el debate sobre si los números naturales son objetos independientes de nuestra mente o si son creaciones de nuestro intelecto, es un debate metafísico, sobrevenido, que no afecta en absoluto a los resultados lógicos o matemáticos. Otra cosa muy distinta sucede en el caso de los conjuntos sobre totalidades infinitas no-decidibles, como son los números reales. Aquí la posición semántica de partida permite edificar edificios completamente enfrentados, la matemática clásica frente a la matemática intuicionista.

El intuicionismo, o al menos a sí se ven a sí mismos los intuicionistas, no solo es una metodología sino una completa filosofía. Esto quiere decir, que quien se compromete con las tesis intuicionistas ha de estar dispuesto a llegar hasta el final y aceptar también sus consecuencias ontológicas. Quienes toman el intuicionismo como una mera metodología suelen denominarse *constructivistas*. El constructivismo, en busca del rigor y la precisión, se adhiere a la tesis de que las pruebas matemáticas son constructos, pero sin necesidad de entrar en terrenos metafísicos acerca de la naturaleza de los objetos matemáticos. El constructivista simplemente se adhiere a los métodos de razonamiento lógicos y matemáticos del intuicionista porque los considera más estrictos.

La posición de Dummett en este tema, como ya hemos avanzado, se puede considerar propiamente intuicionista pues no renuncia a llegar hasta el terreno de la ontología, pero a diferencia del intuicionismo tradicional, entiende que la ontología no es punto de partida sino punto de llegada una vez resueltos los debates en la lógica, las matemáticas y la filosofía del lenguaje. Más aún, su intuicionismo no se limita al terreno de la lógica y las matemáticas sino que lo considera un caso particular de su posición antirrealista en otras áreas del discurso más allá de las matemáticas. Su rechazo a la LTE le permite construir toda una teoría general del significado y no solo de los enunciados matemáticos. En última instancia, Dummett llega a desconfiar de la validez de la aplicación de la LTE para totalidades finitas, dado que en algún momento podrían

convertirse en totalidades infinitas, incluso los números naturales pueden ser vistos como una totalidad “extensible indefinidamente” (*indefinitely extensible*) [FPM: 319].

De este modo, entendemos la diferencia entre los puntos de vista del intuicionismo tradicional y de Dummett. En el caso del intuicionismo tradicional es su postura en metafísica lo que obliga a rechazar la lógica clásica en favor de la lógica intuicionista. Pero en el caso de Dummett su rechazo de la lógica clásica no viene dado por presupuestos metafísicos sino por su teoría del significado justificacionista. Dummett advierte contra el peligro de elaborar una lógica sin disponer de la base de una teoría semántica: es el ejemplo de la lógica cuántica, que es una lógica sin terminar de desarrollar y cuyas consecuencias metafísicas no se han extraído por completo.

En coherencia con sus planteamientos generales, la tesis básica en este tema es la siguiente:

Cualquier justificación para adoptar una y no otra lógica como la lógica para las matemáticas debe depender de cuestiones de *significado* [T&OE, VyOE: 296].

En el citado artículo «The Philosophical Basis of Intuitionistic Logic» [T&OE, VyOE] analiza detalladamente qué lógica subyace a las matemáticas intuicionistas, prescindiendo de otros elementos de dichas matemáticas (como la teoría de las sucesiones de elección libre). Se trata, en concreto, de encontrar argumentos estrictamente matemáticos para rechazar la lógica clásica en favor de la lógica intuicionista.

Y es que la reconstrucción intuicionista de las matemáticas va a poner en cuestión incluso la lógica de enunciados empleada en el razonamiento clásico, la remodelación intuicionista de las matemáticas conlleva serias consecuencias para la lógica [EoI: 7]: de entrada, rechaza el principio del tercio excluso —si no podemos garantizar encontrar una prueba o una refutación de un enunciado dado, tampoco podemos asumir que todo enunciado será o bien verdadero o bien falso, una vez admitido que *verdad* consiste en poseer una *prueba*—, y, además, remoja la asignación de significado a las constantes lógicas, con la consiguiente revisión de gran número de principios lógicos aparte de la Ley del Tercero Excluido.

El significado de las constantes de la lógica intuicionista

La lógica intuicionista es uno de los capítulos mejor trabajados de la tradición intuicionista. Sin embargo, Dummett [EoI: 389] no se siente satisfecho con el precedente de Kreisel y Goodman, que ofrecieron un intento de proporcionar una teoría semántica que incorporara la explicación intuitiva de las constantes lógicas. Dummett considera que tal teoría no solo es complicada, sino también imperfecta. Reconociendo el valor de la explicación intuicionista estándar y que cualquier semántica intuicionista ha de incorporarla, aún Dummett se cuestiona si tal explicación es coherente.

De la coherencia de la explicación de las constantes lógicas depende el éxito de la tesis positiva del intuicionismo, esto es, depende la coherencia y legitimidad del intuicionismo [EoI: 390]. Si no hubiera tal coherencia, la concepción completa inherente a las matemáticas intuicionistas, de cómo se da significado a los enunciados matemáticos, sería defectuosa.

La principal sospecha de incoherencia de la explicación de las constantes lógicas aparece en su carácter altamente *impredicativo* [EoI: 390]. Se entiende por impredicatividad que la entidad predicada pertenece también a la clase de las entidades sobre las que se predica. La impredicatividad, de acuerdo con Russell, es fuente de paradojas, como la del barbero, y podría aparecer a la hora de establecer el significado de las constantes de la lógica. La explicación de las constantes lógicas determina qué construcciones matemáticas son pruebas (por ejemplo, para la negación y el condicional, esto es, para enunciados moleculares de una teoría), siempre y cuando previamente hayamos determinado qué construcciones son pruebas para los enunciados atómicos. ¿Constituye esto un círculo vicioso? Esta impredicatividad podría disolverse aclarando la noción de prueba. Puesto que la explicación estándar de las constantes lógicas intuicionistas involucra la noción de prueba, se necesita previamente aclarar ésta.

Dummett advierte [EoI: 389] que esta explicación estándar es solo una explicación intuitiva, la cual no completa una teoría semántica para la lógica intuicionista, ya que los términos empleados no son susceptibles del tratamiento matemático requerido para la completud de una prueba. Según Dummett:

The meaning of each constant is to be given by specifying for any sentence in which that constant is the main operator, what is to count as a proof of that

sentence, it being assumed that we already know what is to count as a proof of any of the constituents [EoI: 12].¹⁴⁵

En otras palabras, el significado de cada constante se determina a partir de lo que constituye una prueba de la sentencia en la que aparece como operador principal, lo cual supone:

- que se ha aclarado la noción de «prueba» intuicionista (construibilidad).
- que el significado - esto es, la prueba- de las sentencias moleculares va en función del significado -prueba- de sus sentencias constituyentes.
- que esta reducción del significado de las sentencias moleculares al significado de sus constituyentes (que por otra parte es idéntica en la lógica clásica) «toca suelo» al llegar a las sentencias atómicas.
- que el significado de una sentencia atómica viene dado por su «construibilidad» (esto es, «disponer de una prueba de»).
- que la cuestión del significado es una cuestión semántica y que Dummett ha adoptado una semántica verificacionista, dado que la “verificabilidad” es en matemáticas «construibilidad».
- que por ello, la semántica intuicionista no pregunta por *la verdad* de las sentencias, sino por la *asertabilidad* (podemos asertar o afirmar algo cuando podemos dar un prueba de ello).

En suma, la propuesta de Dummett nos muestra que las constantes lógicas no tienen sentido aisladas, sino solo dentro de las sentencias.

No olvidemos que Dummett (y el intuicionismo en general) trata con proposiciones matemáticas y que la lógica intuicionista solo tiene sentido al servicio de la matemática. Así, para Dummett [EoI: 12], una sentencia atómica será una ecuación numérica, y una prueba de ella consistirá en su computación. Por ejemplo: « $5+7=12$ » es una proposición atómica. Su prueba sería su suma, su computación por recursión inductiva.

Como veíamos, la explicación del significado de las constantes lógicas intuicionistas se funda en la noción de prueba constructiva. Dado que estamos especificando el significado de las constantes lógicas dentro de la matemática,

¹⁴⁵ El significado de cada constante ha de darse por especificación, para cada sentencia en la que esa constante es el operador principal, de lo que cuenta como una prueba de tal sentencia, asumido que conocemos ya qué cuenta como prueba de sus constituyentes.

entenderemos que un enunciado atómico es una ecuación numérica y que una prueba de él consiste en su computación.

Las constantes lógicas

Para especificar el significado de las constantes lógicas Dummett las divide en dos grupos. En el primer grupo están el conjuntor, el disyuntor y el cuantificador existencial (&, \vee , \exists).

EL CONJUNTOR

Una prueba de $A \& B$ es una prueba de A y de B .

EL DISYUNTOR

Una prueba de $A \vee B$ es una prueba de A o de B .

EL EXISTENCIAL

Una prueba de $\exists x A(x)$ es una prueba, para algún n , del enunciado $A(\tilde{n})$ ¹⁴⁶.

En este primer grupo de constantes lógicas, una prueba para cualquier sentencia que contenga &, \vee , \exists es una computación o un conjunto finito de computaciones.

El segundo grupo incluye al cuantificador universal, al implicador y al negador.

EL UNIVERSAL

Una prueba de $\forall x A(x)$ es una *construcción*, en la que *podemos reconocer*, que, aplicada a cualquier número n , proporciona una prueba de $A(\tilde{n})$.

Una prueba tal es, por tanto, una *operación* que nos lleva de números naturales a pruebas.

LA IMPLICACION

Una prueba de $A \rightarrow B$ es una *construcción* en la cual, aplicada a cualquier prueba de A , somos *capaces de reconocer* que proporciona una prueba de B .

En este caso, vemos que una prueba del implicador es, por tanto, una operación que nos lleva de pruebas a pruebas.

Dummett advierte explícitamente contra las definiciones del implicador que, como la de Heyting,¹⁴⁷ no incluyen el «reconocimiento efectivo» de la construcción, ya que no hay nada que nos asegure que reconoceremos la prueba cuando nos sea presentada. Una

¹⁴⁶ Véase [Eol: 12]: $A(\tilde{n})$ es una instancia específica de una sentencia cuantificada de tipo $\forall x A(x)$ o $\exists x A(x)$, siendo n un número.

¹⁴⁷ HEYTING, A. (1956) *Intuitionism, an Introduction*. Amsterdam: North-Holland Publishing Co. Trad. cast. por Víctor Sánchez Zavala (1976) *Introducción al intuicionismo*. Madrid: Tecnos, p. 112.

prueba es siempre una prueba «para nosotros» (es decir, que somos capaces de reconocerla), en caso contrario no es tal.

EL NEGADOR

Disponer de una prueba de $\neg A$ puede interpretarse de dos modos. Primero, una prueba de $\neg A$ es una operación que convierte cualquier prueba de A en una prueba de $0=1$, es decir, una prueba de $\neg A$ es una prueba de $A \rightarrow (0=1)$, reconociendo que una prueba de $0=1$ es al mismo tiempo una prueba de cualquier proposición B (*Ex Contradictione Quodlibet*). Segundo, una prueba de $\neg A$ es una prueba de $A \rightarrow (B \ \& \ \neg B)$, siendo B un enunciado atómico. En esta segunda opción, igualmente hemos de reconocer que dada una prueba de $B \ \& \ \neg B$, siendo B atómico, podemos encontrar una prueba de cualquier otro enunciado. Dummett prefiere la primera interpretación, fundada sobre la contradicción matemática, frente a la segunda, que se apoya en la contradicción lógica.

Dummett es tan cuidadoso en la definición de las constantes lógicas, especialmente el cuantificador universal, el implicador y el negador, que todavía añade nuevos requisitos a los ya estrictos requisitos de los intuicionistas.

A pesar de la definición dada de la disyunción y del existencial, en la práctica los matemáticos intuicionistas no limitan la afirmación de sus enunciados disyuntivos o existenciales a aquellos de los que se dispone una prueba, es suficiente que se tengan los medios, al menos *en principio*, para obtener una prueba [EoI: 20]. Un ejemplo para el caso de una instancia de $A \vee \neg A$ (LTE) lo ofrece la computación de un número primo muy alto. Es perfectamente aceptable por el intuicionismo demostrar el teorema mostrando que tal número muy elevado sería o bien primo o bien compuesto, no es necesario determinarlo de hecho. En general, para afirmar $A \vee B$ basta con demostrar que tenemos medios efectivos con los cuales podemos reconocer una prueba de A o una prueba de B , y para afirmar $\exists x A(x)$ basta con demostrar que tenemos medios efectivos de reconocer un número particular n y una prueba de $A(n)$. Nótese que en el caso de la negación, del implicador y del universal esta estipulación no establece ninguna diferencia: disponer de medios efectivos de obtener una prueba de enunciados con estos últimos cuantificadores es ya disponer de una prueba de ellos.

Veamos más detenidamente estas tres últimas constantes.

El cuantificador universal

La noción intuicionista del cuantificador es consecuencia de la noción de prueba constructiva. Cuando se afirma que “existe un individuo tal que...”, esto quiere decir que podemos producir tal individuo, esto es, el individuo tiene que estar accesible. Cuando cuantificamos con el universal, el conjunto sobre el que tratamos tiene que ser un conjunto de individuos accesibles, no basta que sea un conjunto de individuos arbitrariamente considerados, sino que tales individuos han de ser *datos* para una solución posible. En el enunciado $\forall xA(x)$ se exige que cada x sea en principio accesible como dato de una solución explícitamente posible. Y esto es algo más alcanzable en contextos matemáticos que en otro tipo de contextos. Por ejemplo, los números naturales son explícitamente accesibles mediante un algoritmo de cálculo (la inducción matemática permite alcanzar en principio cualquier número a partir del cero y de la operación “sucesor de”). Lo mismo sucede con los números racionales que son construibles explícitamente a partir de dos números naturales. Ya no es tan sencillo con los números reales, pero también se dispone de procedimientos constructivos para llegar a ellos, como son las sucesiones de Cauchy, donde cada número real es una secuencia ordenada y reglada de números racionales que se aproxima indefinidamente a dicho número real.

La explicación intuicionista del cuantificador universal se mantiene, por tanto, fiel a los principios constructivistas, y el resultado será una restricción respecto a la lógica clásica en los teoremas válidos para la lógica cuantificacional intuicionista.

El cuantificador universal, en primer lugar, se puede entender como una *prueba esquema* en la forma de prueba de un enunciado de variable libre $A(x)$. Es decir, cuando disponemos de un prueba de $A(x)$, tenemos un método simple de encontrar, para cada n , una prueba de $A(\tilde{n})$, que consiste en reemplazar la variable libre x , en todas las ocurrencias de la prueba esquema, por el numeral \tilde{n} . Por eso, podemos decir que una prueba de $A(x)$ es también una prueba de $\forall xA(x)$.

Pero no siempre puede tomarse esta forma simple. Por ejemplo, la justificación intuicionista de la inducción matemática, consiste en una operación que aplicada a cualquier número n , proporciona una prueba de $A(\tilde{n})$, incluso a pesar de que la estructura de la prueba depende del valor de n . La explicación intuicionista de la inducción es así: Supongamos que tenemos una prueba de $A(0)$ y una prueba de $\forall x (A(x) \rightarrow A(x+1))$, que podemos haber obtenido por medio de una prueba de variable libre de $A(x) \rightarrow A(x+1)$.

Entonces por cada n , podemos encontrar una prueba de $A(n)$. Cuando $n=1$, aplicamos el *modus ponens* de nuevo a $A(0)$ y $A(0) \rightarrow A(1)$, cuando $n=2$, primero obtenemos $A(1)$ por el *modus ponens* del paso anterior y luego aplicamos de nuevo el *modus ponens* a la fórmula $A(1) \rightarrow A(2)$; y así sucesivamente. Este tipo de prueba no es exactamente una prueba esquema uniforme, porque la estructura de la prueba depende del valor de n , su longitud depende de n , pero lo importante es que disponemos de una operación que podemos reconocer que proporciona un prueba de $A(n)$ para cada n .

Es importante tener en cuenta que este tipo de pruebas, como la prueba de variable libre de $A(x)$ o las pruebas a partir de hipótesis (que luego veremos a propósito del implicador) han de estar siempre restringidas al contexto de un determinado sistema formal para que tengan sentido constructivista.

La definición intuicionista del universal conlleva que no se pueda admitir el enunciado $\neg \forall x \neg A(x) \rightarrow \exists x A(x)$, que sí es válido en el cálculo clásico. La razón es que la contradicción de $\forall x \neg A(x)$, para x ordenado sobre el conjunto de números naturales, no significa que podamos encontrar algún n tal que $A(n)$.

Tampoco es válido intuicionistamente el denominado principio de Markov

$$\forall x (A(x) \vee \neg A(x)) \quad \& \quad \neg \forall x \neg A(x) \rightarrow \exists x A(x)$$

pues el significado intuicionista de $\neg \forall x \neg A(x)$, como ya hemos visto, es este: “se puede derivar una contradicción de suponer que podemos probar que $A(x)$ falla para cada número”. Y con ello no se puede garantizar que, examinado cada número uno a uno, vayamos a encontrar uno que satisfaga $A(x)$.

En la siguiente tabla se muestran las leyes sobre el cuantificador que pueden ser rechazadas o aceptadas por los intuicionistas.

Rechazadas	Aceptadas
$\neg \forall x Ax \rightarrow \exists x \neg Ax$	$\exists x \neg Ax \rightarrow \neg \forall x Ax$
$\neg \forall x \neg Ax \rightarrow \exists x Ax$	$\forall x Ax \leftrightarrow \neg \exists x \neg Ax$
	$\neg \exists x Ax \leftrightarrow \forall x \neg Ax$
	$\forall x \neg Ax \rightarrow \exists x \neg Ax$
	$\forall x Px \rightarrow \exists x Px$

Sobre los dominios de cuantificación

En lógica clásica, el dominio de cuantificación basta con que no sea vacío, no importa si es finito o infinito, numerable o no numerable. En lógica intuicionista se exige no solo que el dominio no sea vacío ($\neg\forall x, x$ no pertenece a D), sino además sea *habitado* ($\exists x, x$ pertenece a D), esto es, que podamos determinar al menos una instancia del dominio.

Intuicionistamente, hay que distinguir en primer lugar si el dominio es decidible: un dominio D es *decidible* si podemos decidir, para cada objeto x , si x pertenece o no a D .

Dentro de los dominios decidibles está el caso de los dominios finitos: un dominio D es *finito* si existe un mapa uno-a-uno de D sobre un segmento inicial de los números naturales. En esta definición en realidad no solo se exige que sea finito sino que haya un límite superior en el tamaño del dominio.

Un lenguaje en que los predicados primitivos sean decidibles y en que las variables se ordenen sobre dominios finitos tendrá todos enunciados decidibles. Para ilustrar esta cuestión Dummett recurre [EoI: 23] a un ejemplo “artificial” que utiliza el Último Teorema de Fermat.¹⁴⁸ El Último Teorema de Fermat dice lo siguiente:

Si n es un número entero mayor que 2, entonces no existen número naturales a, b y c , tales que se cumpla la igualdad ($a, b > 1$), $a^n + b^n = c^n$

Consideremos entonces el dominio especificado por el predicado “ $x = 0 \vee (F \ \& \ x = 1)$ ”, donde F es el Último Teorema de Fermat. Así conocemos que el dominio tiene al menos 1 elemento y como máximo 2 elementos, pero como no se conoce la demostración del Teorema de Fermat tampoco sabemos si el 1 pertenece o no al conjunto.¹⁴⁹

Un dominio decidible ha de caracterizarse por una descripción que permita identificar a cualquier elemento de modo que siempre podamos reconocer que pertenece al dominio. El dominio de los números naturales es el ejemplo más simple de dominio infinito, decidible y numerable. Pero aquel requisito no se cumple en los dominios indecidibles: una prueba de $\exists x A(x)$ es una prueba de un enunciado de la forma $A(t)$, junto con una prueba de que el objeto denotado por el término t pertenece al dominio; y una

¹⁴⁸ En el momento de escribir Dummett este texto el teorema era en realidad una conjetura, no tenía aún solución, porque no sería hasta 1995 cuando Andrew Wiles propuso la demostración (publicada en *Annals of Mathematics*), que es hoy ampliamente aceptada aunque con alguna corrección.

¹⁴⁹ Ahora habríamos de decir: que como no se *conocía* la demostración del Teorema de Fermat, tampoco *sabíamos* si el 1 *pertenece* o no al conjunto. Sirva entonces esto como ejemplo del componente temporal que incorpora la noción de construibilidad, lo cual será analizado más adelante.

prueba de $\forall xA(x)$ es una construcción en la que podemos reconocer que proporciona una prueba de $A(t)$ cuando aplicamos dicha construcción a cualquier término t y una prueba de que el objeto denotado por t pertenece al dominio. Entonces, cuando el dominio de cuantificación es indecidible, incluso aunque tengamos un límite superior de su tamaño y todos sus enunciados atómicos sean decidibles, la LTE no es válida para todos los enunciados.

Esta concepción intuicionista de los dominios de cuantificación tiene como consecuencia una especial concepción del signo de igualdad entre funciones. Partiendo de que los objetos matemáticos son construcciones mentales y que las construcciones mentales no son otra cosa que descripciones, el intuicionista ha de admitir que los objetos matemáticos deben considerarse como objetos intensionales, es decir, que la relación de identidad entre objetos debe consistir en la identidad entre las descripciones que los definen. Esto conlleva que funciones definidas por diferentes reglas de computación, aunque tengan los mismos valores para los mismos argumentos (esto es, que sean extensionalmente equivalentes), serán intensionalmente distintas. Dummett [*EoI*: 26] utiliza el símbolo \equiv para la identidad intensional, la cual es decidible, manteniendo el símbolo $=$ para la identidad extensional, la cual no es de modo general decidible (necesita probarse la decidibilidad, en su caso).

El implicador

Recordemos que el implicador queda definido de la siguiente manera: Una prueba de $A \rightarrow B$ es una *construcción* en la cual, aplicada a cualquier prueba de A , somos *capaces de reconocer* que proporciona una prueba de B . El sentido de esta definición es el siguiente: supongamos que tenemos una prueba de B pero solo a partir de una premisa A dada como supuesto (sin estar justificada). Entonces lo que tenemos es un método que transforma cualquier prueba de A en una prueba de B , basta coger la prueba de B a partir de A y añadirsele a la prueba de A .

Esta explicación del implicador debe entenderse *extensionalmente* [*EoI*: 15], en el sentido de que las paradojas de la implicación material se mantienen también para la implicación intuicionista.

Recordemos que la implicación material es la interpretación clásica del implicador tal como fue establecida en los *Principia* por Russell y Whitehead: una implicación es

verdadera si y solo si no se da el caso de que su antecedente sea verdadero y el consecuente falso.¹⁵⁰ Pero de esta interpretación resultan una serie de paradojas que siendo verdades lógicas son sin embargo contraintuitivas. Son conocidas como paradojas de la implicación material:

a.- Una proposición verdadera es implicada materialmente por cualquier proposición $p \rightarrow (q \rightarrow p)$. Ejemplo: “si los bueyes vuelan, entonces $2+2=4$ ”. En nuestro sistema intuicionista lo podemos presentar así: $B \rightarrow (A \rightarrow B)$. Si tenemos una prueba de B, entonces tenemos una prueba de B una vez dada una prueba de A.

La primera paradoja de la implicación material es también de hecho la Carga de Premisas: $\vdash p \rightarrow (q \rightarrow p)$. Si tenemos una prueba de A, es posible disponer de una construcción que proporciona una prueba de A a partir de B: en otras palabras, la prueba de B resulta «superflua».

b.- Una proposición falsa implica materialmente a cualquier proposición $\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$. Ejemplo: “si $2+2=5$, entonces los bueyes vuelan”. $\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$ es válido intuicionistamente: dada una prueba de $\neg A$ (esto es, una operación que transforma una prueba de A en una prueba de $0=1$), entonces, para cualquier enunciado B, tenemos una operación que transforma una prueba de $0=1$ en una prueba de B, y por tanto podemos obtener una prueba de B a partir de una prueba de A. Y en esto consiste precisamente inferir $A \rightarrow B$ a partir de $\neg A$.

c.- Además, dado que para todo p , o bien tiene que de ser verdadero el antecedente de $p \rightarrow (q \rightarrow p)$ o el de $\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$, se sigue que, dadas dos proposiciones cualesquiera, o bien la primera implica materialmente a la segunda o la segunda implica materialmente a la primera $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$. Estrictamente, esta última consecuencia de la implicación material requiere para su demostración de la LTE, con lo que no es una paradoja en el interior de la lógica intuicionista por no ser LTE teorema intuicionista.

Para Dummett, la implicación intuicionista es más fuerte que la clásica, pero esto no quiere decir que la proposición $A \rightarrow B$ intuicionista sea más fuerte que la proposición $A \rightarrow B$ clásica [EoI: 16]. En la implicación clásica el antecedente puede ser verdadero independientemente de si lo reconocemos como tal o no, mientras que en la intuicionista el antecedente ha de ser demostrable (*provable*), lo cual es una asunción más fuerte

¹⁵⁰ Clarence I. Lewis insatisfecho con esta implicación propuso la implicación estricta $\Box (p \rightarrow q)$, que con la ayuda de la lógica modal quiere decir “Es necesario que $p \rightarrow q$ ”.

(*stronger*). En $A \rightarrow B$ clásico, para probar B, se hace bajo el supuesto de que «A sea el caso»¹⁵¹, mientras que intuicionistamente se exige disponer de «una prueba de A».

Así puede suceder que dispongamos de una prueba clásica de $A \rightarrow B$ y no de la prueba intuicionista correspondiente, pero también nada impide en principio que suceda lo contrario, que dispongamos de la prueba intuicionista de $A \rightarrow B$ y no de la clásica. En resumen, ambas implicaciones son *incomparables* respecto a su *fuerza (strength)*.

A partir de la explicación del implicador y del cuantificador universal toma forma la justificación intuicionista de la inducción matemática [EoI: 14], como ya hemos mencionado arriba.

La negación intuicionista

El intuicionismo distingue¹⁵² dos modos de entender la negación, la “negación *de iure*” y la “negación *de facto*”. Solo la negación *de jure* es aceptada por los intuicionistas, pues la negación “de facto” va en contra del principio de construibilidad. La negación *de iure* es una negación fuerte, estricta, y significa “es imposible que”, “es falso que”, “no puede ocurrir que”. Por su parte, la negación *de facto* tiene el sentido de “no ha sucedido que”, “nadie sabe si”, “no tenemos derecho a afirmar que”, y se refiere, como su nombre indica, a cuestiones de hecho, a sucesos (*contingencia*), no a lo que “tiene que suceder” (*necesidad, ley*).

En su presentación matemática la negación *de jure* de los intuicionistas es así: $\neg A$ quiere decir que si suponemos la verdad de A llegamos a una contradicción, o bien más estrictamente, “he efectuado mentalmente una construcción, B , en la se que deduce una contradicción de la suposición de que la construcción A se lleve a cabo”. La negación fáctica de A simplemente enuncia que “no se ha realizado la construcción de A ”.

Para aclarar el significado de la negación intuicionista nos vamos a apoyar en el ejemplo que Heyting¹⁵³ nos proporciona a propósito del “generador de número real”, concepto que ya hemos tratado al exponer la aritmética intuicionista, aunque seguiremos la versión de Alberto Dou.¹⁵⁴

¹⁵¹ [EoI: 17]: "that A happens to be the case".

¹⁵² Cf. Heyting (1956, trad. cast. 1971) *Introducción al intuicionismo*. Madrid: Tecnos, p. 27-8.

¹⁵³ Heyting (1956, trad. esp. 1971) *Introducción al intuicionismo*. Madrid: Tecnos, p. 25.

¹⁵⁴ Dou, A. (1970, 2ª ed. 1974) *Fundamentos de la matemática*, Barcelona: Labor, p. 119.

Supongamos un número $z = 0,33333\dots$, donde el número de *treses* después de la coma viene dado por esta disyunción:

Si en la expresión decimal $\pi = 3,14159\dots$ aparece alguna vez el conjunto consecutivo de cifras 0123456789, de modo que el lugar k -ésimo que ocupe dicho 9 en los decimales de π , entonces ese mismo número k sea el número de *treses* que figuren en z .

Si no aparece nunca ese conjunto consecutivo de cifras, entonces el número de *treses* decimales de z es infinito, teniendo la forma $z = 3 / 10$.

A día de hoy no se conoce que en la expresión decimal de π aparezca dicha secuencia, pero si apareciera entonces z sería un número racional, de la forma

$$z = 10^k - 1 / 3 \cdot 10^k$$

En consecuencia, aparentemente bien sea de acuerdo con una solución o bien con la otra, el número z habría de ser un número racional. Y esta conclusión es admitida en lógica clásica, pero no en la intuicionista en la que como máximo podemos llegar a demostrar que es absurdo que sea absurdo que z sea racional, pero ello no equivale a afirmar que z sea racional.

Vamos entonces a demostrar que es contradictorio el que sea contradictorio que z sea un número racional:

Teorema: Es contradictorio que sea absurdo que z sea un racional.

Demostración: Supongamos que sea absurdo que z sea racional. Entonces no puede aparecer la secuencia de cifras 0123456789 en la expresión decimal de π , pues si apareciera z sería racional y no podría ser absurdo que z fuera racional; pero si no aparece ese conjunto de cifras en π , entonces $z = 0,3333\dots = 1/3$ que también es racional, contradiciendo el supuesto.

Q.E.D. Luego llegamos a una contradicción y queda demostrado que es contradictorio el que sea absurdo que z racional.

Sin embargo, somos incapaces de determinar si el valor de z viene dado por la expresión $z = 3/10$ o bien por esta otra $z = 10^k - 1 / 3 \cdot 10^k$

Para el intuicionista el absurdo del absurdo de que z sea racional no demuestra que z sea racional, pues z no ha sido completamente construido y por tanto no vale como número racional intuicionista. Retomaremos este mismo ejemplo para explicar la Ley del Tercero Excluido.

El negador en Dummett

Dummett [EoI: 13] propone una definición de la negación aún más estricta que Heyting y *no admite* la caracterización usual de prueba de $\neg A$ como «construcción en la que podemos reconocer que aplicada a cualquier prueba de A , nos proporciona una contradicción». La razón es evidente: si se define a su vez contradicción como la proposición $B \ \& \ \neg B$, estaríamos empleando circularmente la noción de negación. Por ello, prefiere recurrir al sentido de contradicción «matemática» que proporciona $0 = 1$, mejor que a la contradicción «lógica» dada por $B \ \& \ \neg B$.

Dummett explica la negación de este modo: una prueba de $\neg A$ es una construcción en la que podemos reconocer, que aplicada a cualquier prueba de A nos proporciona una prueba de que $0 = 1$. Esta expresión, $0 = 1$, es entendida como la contradicción básica y fundamental, que por ser aritmética está perfectamente definida y que es preferible a la clásica $B \ \& \ \neg B$.

Es preciso admitir la estipulación de que una prueba de $0 = 1$ es al mismo tiempo una prueba de cualquier otra proposición: esto es trivial para cualquier ecuación numérica (es decir, si $0 = 1$, entonces $3 + 7 = 12$), pero no lo es tanto el que cualquier proposición (y no solo las aritméticas) sea derivable de $0 = 1$. Sin embargo esto no es de momento una objeción, ya que la propuesta de la definición de las constantes lógicas quiere mantenerlas dentro del marco de las matemáticas, aunque sí va a tener consecuencias cuando se quiera extrapolar los resultados de la teoría antirrealista del significado para las matemáticas hacia otras áreas del discurso.

Con la negación intuicionista sucede lo mismo que con el implicador. Clásicamente $\neg A$ se obtiene cuando a partir de que, supuesta de la verdad de A , resulta una contradicción, independientemente de que conozcamos o no tal contradicción. Intuicionistamente $\neg A$ se obtiene cuando el absurdo o contradicción se deriva del supuesto de que *dispongamos de una prueba de A* .

Sin embargo no siempre es posible afirmar para cualquier proposición A , que A sea bien demostrable o bien refutable. Lo cual no quiere decir, según Dummett, que la dicotomía clásica Verdad/Falsedad pueda ser reemplazada por la tricotomía intuicionista Demostrable/Refutable/Indecidible.¹⁵⁵

¹⁵⁵ Since a proof of $\neg A$ is thus tantamount to a proof that A will never be proved, it would be a complete mistake to try to replace the classical dichotomy true/false by a trichotomy provable/refutable/undecidable

Una prueba de que A es no-demostrable equivale a una prueba de $\neg A$ (es decir, equivale a una refutación de A). Si establecemos que A nunca será probado, establecemos también que $A \rightarrow B$ para cualquier B (recuérdese la paradoja de la implicación material $\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$). Así, en concreto establecemos que $A \rightarrow 0=1$ (para $B \equiv 0=1$). Y sabemos que $A \rightarrow 0=1$ equivale a $\neg A$. Una prueba de $\neg A$ equivale a la demostración de la indemostrabilidad (*unprovability*, o refutabilidad) de A .

Así, si antes de saber si A puede ser demostrado o no, encontramos medios de transformar cualquier prueba de A en una prueba de $0 = 1$, entonces podemos inferir que A nunca será demostrado.

Este modo intuicionista de entender el negador, lleva al rechazo de la ley de Eliminación de la Doble Negación (EDN), que sí es válida clásicamente.

$\neg \neg A \rightarrow A$, no es válida intuicionistamente,

pero sí lo es $A \rightarrow \neg \neg A$

La doble negación de un enunciado es más débil que la simple afirmación del enunciado. El absurdo del absurdo no equivale a la afirmación, porque el que sea contradictorio que sea contradictorio “algo” no equivale a ofrecer una demostración (una construcción de ese “algo”). Esto es lo que trataba de mostrar el ejemplo visto anteriormente acerca de la racionalidad del número $z = 0,3333\dots$ en función de la aparición de cierta serie en las cifras decimales de π .

Esta curiosa forma de entender la negación sin embargo no es óbice para permitir simplificar el número de negadores consecutivos en una fórmula a un máximo de dos.

$\neg \neg \neg A \rightarrow \neg A$

$\neg \neg \neg \neg A \rightarrow \neg \neg A$

La ley del tercero excluso (LTE)

Al hilo de lo tratado para la EDN, también es evidente que el intuicionismo tiene una visión propia sobre la LTE, visión que se ha convertido en paradigmática para la lógica intuicionista.

[EoI: 17]. (En cuanto que una prueba de $\neg A$ es así equivalente a una prueba de « A nunca se podrá probar», sería un completo error tratar de reemplazar la dicotomía clásica verdadero/falso por la tricotomía demostrable/refutable/indecidible).

Brouwer¹⁵⁶ ya hizo notar que algunos principios lógicos no son tan inamovibles como pudiera parecer, en concreto a partir de 1918 dedica algunos trabajos a la LTE. Se parte de la imposibilidad de formalizar exhaustivamente toda la matemática, ya que ésta no presupone a la lógica, sino, más bien a la inversa, la matemática es fuente de principios lógicos.

Siguiendo a Brouwer, Dummett propone que el error respecto a la LTE provendría de una extralimitación: mientras en la vida cotidiana se trata con conjuntos finitos, la intuición permite el uso correcto de la LTE; pero cuando éste se aplica a los conjuntos infinitos, tal aplicación deja de estar garantizada por la intuición. En el razonamiento con conjuntos infinitos algunos principios lógicos como el de identidad o el de no contradicción continúan válidos, mientras que otros como la LTE y el de Eliminación de Doble Negación (EDN) han de ser rechazados. Es preciso hacer notar que Brouwer y los intuicionistas no niegan la validez absoluta de la LTE, solo niegan que tenga una validez universal como ley lógica. La LTE podrá seguir siendo utilizada en ciertos contextos incluso matemáticos como los conjuntos finitos, y será válida en ciertas formulaciones, pero la misma existencia de teoremas (o hipótesis) matemáticos no demostrados (es decir, que no se ha encontrado una prueba de ellos ni de su refutación) exige el rechazo de la LTE como tal.

Así, $A \vee \neg A$ no es válido intuicionistamente, pero sí es aceptado $\neg \neg (A \vee \neg A)$.

Dummett [*EoI*: 17-9] trata acerca de la LTE partiendo del significado intuicionista de las constantes lógicas y de la noción de prueba constructiva involucrada. En [*EoI*: 10] Dummett nos ofrecía un ejemplo de prueba no constructiva que utiliza LTE, era el teorema “Existen números irracionales, x , y , tal que x^y es racional”. En esta prueba se asume que $(\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$ es o bien racional o bien irracional, pero no se determina cuál de las dos alternativas es la correcta, luego no es finitamente decidible, por lo cual un intuicionista nunca aplicaría sobre él la LTE.

¹⁵⁶ KNEALE, W. & M. (1961) *The development of Logic*. The Clarendon Press Oxford. Trad. cast. por Javier Muguerza (1972, reimpr. 1980) *El desarrollo de la lógica*. Madrid: Tecnos, p. 627. Kneale cita a Brouwer [1908] "De onbetrouwbaarheid der logische principes", pero reconoce que no ha tenido acceso a este trabajo.

Para Dummett, dado que $A \vee \neg A$ no es una proposición intuicionistamente válida, tampoco es lícito inferir

$$A \vee \neg A$$

$$A \rightarrow B$$

$$\underline{\neg A \rightarrow B}$$

$$B$$

porque estaríamos eludiendo ofrecer la construcción bien de A o bien de su negación.

Análogamente el enunciado $\exists x (Fx) \vee \forall x \neg(Fx)$ es una forma de la LTE para la lógica cuantificacional: «Hay un x que cumple la propiedad F o para todo x , no hay x que cumpla F ».

Este enunciado es válido para conjuntos finitos, ya que basta con repasar elemento a elemento del conjunto para comprobar si alguno cumple la propiedad F . Para un conjunto infinito, aunque sea infinito enumerable, la misma tarea nos permitiría comprobar si se cumple el enunciado existencial $\exists x (Fx)$ a condición de disponer de un procedimiento efectivo que nos llevara a dar con el ejemplo favorable en un número finito de pasos. Pero la simple ausencia de tal procedimiento no autoriza a dar por demostrado el enunciado universal $\forall x \neg(Fx)$, ya que no es posible enumerar todos los elementos de un conjunto infinito.

Brouwer admitiría que la contradicción del enunciado existencial nos lleva a aceptar el enunciado universal $\neg(\exists x Fx) \rightarrow \forall x \neg Fx$, pero la contradicción del enunciado universal no garantiza que se cumpla el existencial, es decir, Brouwer no admitiría que $\neg(\forall x \neg Fx) \rightarrow \exists x Fx$.¹⁵⁷ Es decir, aun refutado el enunciado universal por haber descubierto en él una contradicción, no por ello habríamos descubierto qué elemento del conjunto cumple la propiedad F ; esto es, no habríamos *construido* aún qué elemento posee la propiedad F .

Consideremos el ejemplo de la Conjetura de Goldbach: «Todo número par mayor que dos puede representarse como la suma de dos primos».

$$4 = 2+2;$$

$$6 = 3+3;$$

$$8 = 5+3;$$

$$10 = 5+5;$$

$$12 = 7+5;$$

¹⁵⁷ Recordemos que en el cálculo de predicados intuicionista la definición del particularizador $\neg\forall x\neg Px \rightarrow \exists x Px$ no es válida, pero que la negación del particularizador sí que lo es $\neg\exists x Px \leftrightarrow \forall x \neg Px$.

14 = 7+7;
16 = 11+5;
18 = 13+5;
20 = 13+7;
22 = 11+11;
24 = 13+11;
26 = 13+13;
28 = 23+5;
30 = 23+7;
32 = 19+13;
34 = 17+17;
36 = 23+13;
38 = 19+19;
40 = 23+17;
42 = 23+19; etcétera.

Fue Propuesta por Golbach en 1742 en una carta a Euler y hasta la fecha nadie ha podido probarla ni refutarla. Por medio de potentes ordenadores se ha calculado que la conjetura se cumple para todos los números pares inferiores a cien trillones (un 1 seguido de 20 ceros). Pero esto no excluye que pueda aparecer un número para capaz de refutarla, a fin de cuentas, cien trillones comparado con el infinito es una nimiedad.

Por eso, la única respuesta válida ante la conjetura de Goldbach es reconocer que no sabemos si es verdadera o falsa, que no podemos actualmente demostrarla ni refutarla. Para probar aquel enunciado universal sería preciso demostrar que corresponde a la naturaleza de los múltiplos de dos el poseer tal propiedad.

Igualmente en la línea constructivista, Heyting¹⁵⁸ fundamenta el rechazo intuicionista de la LTE en que la aceptación de $p \vee \neg p$ supone la exigencia de un método general de resolver cualquier problema (es decir, se exige un método general que para toda proposición p nos proporcione, por especialización, o bien una demostración de p o una de $\neg p$); pero al no poseer tal método de construcción no tenemos derecho a afirmar tal principio.

¹⁵⁸ Heyting (1956, trad. cast. 1971) *Introducción al intuicionismo*. Madrid: Tecnos, p. 13.

El rechazo de la LTE en el cálculo intuicionista se deriva del rechazo del Principio de Eliminación de Doble Negación (EDN) $\neg \neg A \rightarrow A$; pero también es posible, como veremos más adelante, partir del rechazo de la LTE y derivar de él el rechazo de la EDN.

Entre las críticas al rechazo brouweriano de la LTE se encuentra la de Kneale presentada en su obra *El desarrollo de la lógica*. La objeción de Kneale se dirige contra la pretensión de Brouwer de identificar la admisión de la LTE con la suposición de que todo problema matemático haya de tener una solución:

Pero ¿qué es lo que lleva a Brouwer a suponer que la aserción sin reservas del principio de tercio excluso haya de equivaler a la pretensión de contar con un método universal para la resolución de los problemas matemáticos? Una razón acaso sea que su programa constructivista le obliga a sostener la impropiedad de la aserción de un enunciado disyuntivo a menos de poder aseverar uno de sus disyuntos.¹⁵⁹

En definitiva, para Kneale, fundamentar el rechazo del principio de tercero excluso en la interpretación intuicionista de la disyunción es un apoyo demasiado vago para derribar un principio lógico tan firmemente asentado como la LTE. Kneale entiende que declaraciones de carácter filosófico como la exigencia de construibilidad han llevado a los intuicionistas a rechazar injustificadamente partes muy importantes de la lógica y de la matemática.

Quizá defendiéndose frente a la crítica de Kneale hacia Brouwer, Dummett advierte que el rechazo de la LTE no puede basarse únicamente en el significado de la disyunción intuicionista, ya que un platonista podría aducir que tal significado de la disyunción es arbitrario:

No account of the intuitionistic rejection of the law of excluded middle is adequate, therefore, unless it is based on the intuitionistic rejection of the platonistic notion of mathematical truth as obtaining independently of our capacity to give a proof [*EoI*: 19].¹⁶⁰

¹⁵⁹ Kneale (1961, trad. cast. 1972, 1980) *El desarrollo de la lógica*. Madrid: Tecnos, p. 629. Ahí se encuentra contenido el principio de constructividad en la definición del significado de la disyunción.

¹⁶⁰ Por lo tanto, ninguna explicación del rechazo intuicionista de la ley del tercio excluso es adecuada, a no ser que se base en el rechazo intuicionista de la noción platonista de verdad matemática como obtenida independientemente de nuestra capacidad para dar una prueba.

Por tanto, el rechazo de la LTE ha de fundamentarse sobre el rechazo a la idea platonista de que las verdades matemáticas son independientes de nuestra capacidad de demostrarlas.

Dummett [*EoI*: Chap. VII.1] busca bases sólidas sobre las que asentar la lógica intuicionista: la interpretación de las constantes lógicas no puede consistir únicamente en las reglas de inferencia -arbitrarias, en cierta medida- sino en la comprensión de que el significado de las mismas solo puede venir dado por el *uso*. La lógica ha de fundarse, en última instancia, sobre la teoría del significado.

La reducción al absurdo

La sospecha de los intuicionistas sobre el razonamiento por reducción al absurdo (*reductio ad absurdum*) procede de la naturaleza lógica, no matemática, de este tipo de razonamiento. De hecho, la reducción al absurdo se deriva de la noción de negación, y dado que los intuicionistas reinterpretan el negador, las leyes lógicas fundamentadas en él habrán de ser reinterpretadas, como sucedió con la LTE.

La prueba por reducción al absurdo puede presentarse en dos modalidades. La primera concluye con la negación del enunciado que nos ha conducido al absurdo, y esta es perfectamente válida en el sentido intuicionista. Si queremos demostrar $\neg A$ (es decir, refutar A), suponemos A para llegar a una contradicción (o lo que es lo mismo, A ha sido refutado, recordando la definición intuicionista de la negación), por tanto $\neg A$ es válido.

La segunda modalidad de la reducción al absurdo concluye con la afirmación del enunciado cuya negación nos ha llevado a la contradicción. Si queremos demostrar A, suponemos $\neg A$ para llegar a una contradicción, por tanto A debería ser válido. El sentido intuitivo es que si $\neg A$ nos ha conducido a un callejón sin salida, debemos volver atrás y coger la otra opción, es decir A. Pero esto es precisamente dar por supuesta la ley de tercio excluso, $A \vee \neg A$, la cual no es aceptada intuicionistamente. Únicamente mediante este procedimiento se podría llegar a que “es absurdo que sea absurdo A”, es decir, $\neg \neg A$, pero tampoco disponemos en la lógica intuicionista de la EDN, con lo cual no podemos concluir A. El rechazo a la LTE y la EDN impide a los intuicionistas aceptar el método del absurdo en esta segunda modalidad.

Entre los ejemplos clásicos de aplicación de la reducción al absurdo se encuentran la demostración por Euclides de su teorema acerca de que el número de números primos es

infinito, o que $\sqrt{2}$ no es racional. Estas conclusiones son válidas intuicionistamente siempre que interpretemos dichos resultados como “es absurdo que el número de primos sea finito” o “es absurdo que $\sqrt{2}$ sea racional”, respectivamente, pero no podemos ir más allá.

También este modelo de razonamiento ha sido la causa de las confusiones en torno al V postulado de Euclides o de las paralelas, “Por un punto exterior a una recta solo puede trazarse una paralela a dicha recta”. Mediante el absurdo se llegaba a la conclusión de que desechar este postulado producía conclusiones contradictorias, pero realmente no eran sistemas absurdos lo que resultaba, sino unas geometrías enteramente nuevas, como se demostró con el desarrollo de las geometrías no euclídeas por Gauss, Lobachevski y Riemann.

Como los intuicionistas insisten en advertir, la demostración por reducción al absurdo en su segunda modalidad elude la construcción del enunciado P propuesto, pues el resultado al que se llega es el absurdo de la negación de P pero eso no equivale a la afirmación de P , que sea absurdo refutar P no equivale a afirmar P . Para poder afirmar la verdad de un enunciado es preciso contar con una prueba de él, de lo contrario solo podemos decir que no lo hemos demostrado, que no lo hemos refutado. Afirmer $\neg P$ es haber construido una prueba de P de cual se deriva una contradicción ($0=1$).

Otros ejemplos de utilización ilegítima, según el intuicionismo, de la regla del absurdo son los siguientes:

(1) Existe en la expansión decimal de π (3,14159...) un dígito más frecuente.

Para saber cuál es el dígito más frecuente en la expansión decimal de π deberíamos realizar explícitamente (“construir”) dicha expansión. Por tanto no disponemos ni de una prueba ni de una refutación de (1).

(2) El número de parejas de dígitos iguales en la expansión decimal de π , ¿es finito o infinito?

No tenemos una respuesta: ni una prueba ni una refutación.

(3) Existe en la expansión decimal de π la secuencia de cifras 0123456789

Ya hemos visto este ejemplo a partir del cual se pretendía extraer la definición del número $z = 0,3333\dots$ y de la cifra de sus decimales. Pero como la demostración, en su paso hacia la reducción al absurdo, requiere de la LTE, es inaceptable tal definición de z .

Si aceptáramos la ley del tercero excluido serían verdaderas las proposiciones que dicen que o bien existe en la expansión decimal de π un dígito más frecuente o bien no existe; o bien el número de parejas de dígitos iguales en la expansión decimal de π es finito o bien es infinito. Pero sin disponer de la validez universal de la LTE, en el ejemplo que estamos considerando, para la proposición que afirma que la secuencia 123456789 aparece en alguna posición de la expansión decimal de π , no hay por el momento, ni una prueba ni una refutación; por tal razón no hay una construcción del número z .

Oponiéndose a la visión platonista, el intuicionismo restringe el conocimiento matemático a las construcciones mentales y demostraciones que se pueden *conocer*. Para poder decir que *conocemos* que una proposición P es verdadera necesariamente tenemos que tener una demostración de ella; para *conocer* que su negación, $\neg P$, lo es, necesitamos de una refutación de P , esto es, una demostración de que P nos lleva a una contradicción. Y esta es la única formulación de la regla de reducción al absurdo que resulta aceptable.

Deducción natural intuicionista

El sistema de lógica intuicionista propuesto por Heyting en su artículo (1930) “Die formalen Regeln der intuitionistische logik” y del que ofrece una versión en su (1956) *Intuitionism: an introduction*, es un intento de sistematizar las ideas de Brouwer. A partir de la propuesta de Heyting, Kleene¹⁶¹ presenta una de las versiones más comúnmente aceptadas y así la recoge Bostock,¹⁶² ofreciendo también una formulación del sistema como Cálculo de Deducción Natural.

La idea de un cálculo de deducción natural parte del intento de presentar la lógica del modo más cercano a razonamiento intuitivo cotidiano. El cálculo de deducción natural fue presentado independiente y por separado, de acuerdo con Deaño,¹⁶³ por Gentzen [1934] y Jakowski [1934]. Hasta entonces había prevalecido en la lógica moderna la presentación axiomática, debido a la influencia de la matemática. Pero lo cierto es que

¹⁶¹ Kleene (1952) *Introduction to Metamathematics*. Amsterdam: North-Holland Publishing Co. Trad. cast. de Manuel Garrido (1974) *Introducción a la metamatemática*. Madrid: Tecnos, p. 82 y ss.

¹⁶² Bostock (2009) *Philosophy of Mathematics, an Introduction* Oxford: Wiley-Blackwell, p. 201.

¹⁶³ Deaño (1974, 2ª ed. 1980) *Introducción a la Lógica Formal* Madrid: Alianza, p. 153.

desde Aristóteles y los estoicos hasta el siglo XIX la lógica había sido presentada de modo intuitivo, más cercano a la deducción natural que al axiomático.

En vez utilizar muchos axiomas y unas pocas reglas de inferencia, como hacen los sistemas axiomáticos, la deducción natural busca eliminar los axiomas y presentar las reglas de inferencias necesarias para recoger el modo habitual de razonar. Mientras la axiomática se presenta como un sistema de leyes que busca conclusiones tautológicas, la deducción natural es más bien un sistema de reglas mucho más intuitivo que busca conclusiones verdaderas (si las premisas son verdaderas).

Por esto mismo, la presentación de la lógica como deducción natural es mucho más coherente con el punto de vista intuicionista, el cual suele desconfiar en principio hacia todo lenguaje lógico y mucho más hacia el formalizado. En palabras de Heyting:

Es preciso recordar que no puede demostrarse que sistema formal alguno represente adecuadamente una teoría intuicionista: siempre restará un residuo de ambigüedad en la interpretación de los signos, y no es posible demostrar con rigor matemático que el sistema de axiomas que sea abarque realmente todo método válido de demostración.¹⁶⁴

Dummett [*EoI*: 121] define la deducción natural como una formalización de la lógica por *reglas de inferencia*, en vez de por axiomas. Para compensar la ausencia de axiomas está permitida la introducción de hipótesis (premisas) siempre y cuando éstas sean descargadas durante el curso de la demostración.

El sistema de deducción natural puede ser presentado de dos modos principales. En primer lugar, como una derivación en forma de serie ordenada y finita de fórmulas, cada una de las cuales o bien es introducida como hipótesis o bien sigue de las fórmulas precedentes aplicando las reglas. En segundo lugar, el cálculo de deducción natural puede ser presentado en forma de árbol, en que cada fórmula viene inmediatamente debajo de aquella de la que ha sido derivada aplicando las reglas de inferencia.

Dummett presenta el sistema de deducción natural para la lógica intuicionista, partiendo de la noción *deducción (sequent)*. Una deducción consta de *antecedente y consecuente*. La *deducción básica* es la deducción con la forma $A \vdash A$.

¹⁶⁴ Heyting, (1956, trad. cast. 1971) *Introducción al intuicionismo*. Madrid: Tecnos, p. 116.

Las reglas de inferencia pueden ser de uno de estos tipos: reglas *estructurales* o reglas *lógicas*. La única regla estructural, la *regla de adelgazamiento* (*the thinning rule*), es la llamada por otros autores *carga de premisas*.¹⁶⁵

$$\begin{array}{c} \text{Regla de adelgazamiento} \qquad B \\ \hline A \vdash B \end{array}$$

Las reglas primitivas de la lógica intuicionista

Las reglas lógicas pueden ser de *introducción* (símbolo `+') o de *eliminación* (símbolo `-') en cada conectiva:

$$\begin{array}{c} \& + \qquad A \quad B \\ \hline A \& B \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \& - \qquad A \& B \quad A \& B \\ \hline A \qquad B \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \vee + \qquad A \qquad A \\ \hline A \vee B \quad B \vee A \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \vee - \qquad A \vee B \\ A \vdash C \\ B \vdash C \\ \hline C \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \rightarrow + \qquad A \vdash B \\ \hline A \rightarrow B \end{array}$$

¹⁶⁵ Cambiamos la notación de Dummett en [EoI] por esta otra más usual entre nosotros.

$\rightarrow -$	$\frac{A \quad A \vdash B}{B}$
$\neg +$	$\frac{A \vdash B \quad A \vdash \neg B}{\neg A}$
$\neg -$	$\frac{A \quad \neg A}{B}$
$\forall +$	$\frac{A(y)}{\forall x A(x)}$
$\forall -$	$\frac{\forall x A(x)}{A(t)}$
$\exists +$	$\frac{A(t)}{\exists x A(x)}$
$\exists -$	$\frac{\exists x A(x) \quad A(y) \vdash C}{C}$

En las reglas para \exists y \forall se mantienen estas condiciones:

- y es una variable y t un término, ambos libres para x en $A(x)$.
- $A(y)$ y $A(t)$ resultan a partir de $A(x)$ reemplazando cada ocurrencia libre de x por y y por t respectivamente.
- en $\forall +$ y no está libre en $\forall x A(x)$, y en $\exists -$ y no está libre en C o en $\exists x A(x)$.

Nótese que al presentar las equivalencias se ha respetado el no definir ninguna regla básica de operador en función de otro operador. De ahí, la forma especial que adquiere la introducción de \neg o *Absurdo*, cuya conclusión nunca podrá ser una afirmación pura, sino que siempre habremos de concluir en una negación (o en una doble negación). Por la misma razón, la regla de eliminación del negador ha quedado definida como *Eliminación-débil de la negación* ó E.C.Q (*Ex Contradictione Quodlibet*).

Al disponer solo de la Eliminación-débil de la Negación, la *Contraposición* solo puede demostrarse en aquellos casos en que el consecuente de la conclusión sea una proposición negada (o también una doble negación) pero no cuando el consecuente de la conclusión sea una afirmación.

Si se reemplazara la E \neg d (débil) por la eliminación del doble negador (EDN) se obtendría la lógica clásica, lo mismo sucede si le añade a la lógica intuicionista la LTE, $A \vee \neg A$. En palabras de Dummett :

If we add the schema $A \vee \neg A$ to any axiom system for intuitionistic sentential logic, we obtain the classical system. It is a consequence of the fact that $\neg\neg(A \vee \neg A)$ is provable, that the same is true if we add $\neg\neg A \rightarrow A$ [*EoI*: 29].¹⁶⁶

Dummett reconoce *redundancia* en su sistema ya que la regla estructural o *thinning rule* puede ser obtenida, a partir de la deducción básica, por la aplicación de $\&+$ seguido de $\&-$

$$\frac{A \quad B \vdash B}{B \vdash A \& B} \quad (\&+)$$

$$\frac{B \vdash A \& B}{B \vdash A} \quad (\&-)$$

O inversamente, la definición general de *deducción básica* nos exime de la regla de adelgazamiento (*thinning rule*): cualquier fórmula que fuera a necesitarse en un estadio posterior puede ponerse en el antecedente de la deducción básica relevante.

Dummett admite otra “incomodidad menor” (*minor awkwardness*) [*EoI*: 125] en la formulación de la introducción de la negación ($\neg +$), regla cuya idea es la reducción al absurdo: si de A junto con otras hipótesis podemos derivar un par de fórmulas inconsistentes B_1 y B_2 , entonces estamos autorizados a formar $\neg A$. Pero tal como está

¹⁶⁶ Si añadimos el esquema $A \vee \neg A$ a cualquier sistema de axiomas de la lógica intuicionista de enunciados, obtenemos el sistema clásico. Esto es consecuencia del hecho de que $\neg\neg(A \vee \neg A)$ sea demostrable, y lo mismo es verdad si añadimos $\neg\neg A \rightarrow A$.

formulada anteriormente, la regla se exige que B_2 sea $\neg B_1$, lo que puede crear cierta incomodidad, especialmente cuando la aplicación de $\neg +$ va precedida por el uso de regla $\vee -$. De aquí la preferencia por la fórmula matemática $0 = 1$, como hemos visto anteriormente.

Por ejemplo, la prueba de la deducción de que $\neg A \& \neg B \vdash \neg(A \vee B)$ no sigue el argumento intuitivo natural de que dadas la asunción de $\neg A \& \neg B$, A y de $\neg A \& \neg B$, B llegamos a una contradicción, lo mismo ha de suceder dado $\neg A \& \neg B$, $A \vee B$.

$$\begin{array}{l} \&- \quad \underline{\neg A \& \neg B} \vdash \neg A \& \neg B \\ \neg- \quad \underline{\neg A \& \neg B} \vdash \neg A \quad A \vdash A \\ \vee- \quad \underline{A \vee B} \vdash A \vee B \quad \underline{\neg A \& \neg B, A} \vdash B \quad B \vdash B \quad \underline{\neg A \& \neg B} \vdash \neg A \& \neg B \quad \&- \\ \neg+ \quad \underline{\neg A \& \neg B, A \vee B} \vdash B \quad \underline{\neg A \& \neg B} \vdash \neg B \\ \quad \quad \quad \underline{\neg A \& \neg B} \vdash \neg(A \vee B) \end{array}$$

El "problema" que plantea Dummett consiste en que, en la aplicación de $\vee -$, los dos caminos conducen a contradicciones diferentes, mientras que intuitivamente toda contradicción es la misma. La solución a esta incomodidad sería asumir una *proposición absurda constante*, ya que si el sistema es coherente, todas las inconsistencias son interderivables. Dummett elige el símbolo \perp , $\neg A$ sería $A \rightarrow \perp$. De esta forma $\neg +$ se convierte en regla derivada. Incluso $\neg -$ se convierte en derivada también si se adopta la siguiente regla gobernando \perp , que es la E.C.Q.

$$\begin{array}{l} \perp - \quad \underline{\perp} \\ \quad \quad \quad B \end{array}$$

Si se dejaran $\neg +$ y $\neg -$ como derivadas, Dummett propone que las primitivas sean:

$$\begin{array}{l} \perp + \quad \underline{A \quad \neg A} \\ \quad \quad \quad \perp \end{array} \quad \begin{array}{l} \perp - \quad \underline{\perp} \\ \quad \quad \quad B \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \neg +' \quad \underline{A \vdash \perp} \\ \quad \quad \quad \neg A \end{array}$$

Los principios lógicos intuicionistas

A partir de la explicación intuicionista de las constantes lógicas, Dummett puede ofrecer los principios lógicos fundamentales como un sistema de deducción natural intuicionista.

Todas las reglas primitivas de introducción y eliminación de las conectivas de la deducción natural son válidas a excepción, como se ha reiterado, de la doble negación. Tenemos una prueba de $\neg \neg A$ cuando somos capaces de mostrar que nunca tendremos una prueba de $\neg A$, pero esto no equivale a probar A . Por el contrario, una prueba de A consiste en una prueba de que A nunca será refutado.

Las leyes lógicas derivadas dependerán, para ser válidas dentro del intuicionismo, de la intervención o no del principio de Eliminación de Doble Negación en su demostración.

Así, la Contraposición es válida en general, excepto en los casos en que se apoya en la doble negación. Puede observarse que la contraposición solo es válida cuando el consecuente de la conclusión, obtenido por contraposición, aparece negado. La razón es la siguiente: la esencia de la contraposición consiste en transformar un implicador de manera que el antecedente pasa a ser consecuente negado y el consecuente pasa a ser antecedente negado; si en el antecedente de la premisa ya aparece un negador, no es posible conseguir un consecuente afirmado en la conclusión sin disponer de la EDN.

Igualmente, la Reducción al Absurdo es perfectamente correcta cuando se usa para concluir una negación, pero no se acepta cuando la conclusión es una afirmación, ya que este último caso supondría apelar a EDN.

En la lógica proposicional clásica las constantes pueden ser definidas en función del negador más otra de las constantes; esto no es posible en la lógica intuicionista, pues las tres conectivas referidas son independientes (el caso del coimplicador es distinto, pues no es una conectiva básica, sino que $A \leftrightarrow B$ se define como $(A \rightarrow B) \& (B \rightarrow A)$). Así, podemos definir el disyuntor como implicador ,

$$\frac{\neg A \vee B}{A \rightarrow B}$$

$$A \rightarrow B$$

pero no a la inversa

$$\frac{A \rightarrow B}{\neg A \vee B}$$

$$\neg A \vee B$$

pues está claro que poder transformar una prueba de A en una prueba de B no es lo mismo que tener una prueba de $\neg A$ o una prueba de B .

Siempre que se respete no usar la EDN, la interdefinibilidad de implicador y conjuntor permite obtener interesantes resultados, llegando a mostrar la equivalencia intuicionista de las siguientes fórmulas:

- $\neg (A \ \& \ \neg B)$
- $A \rightarrow \neg \neg B$
- $\neg B \rightarrow \neg A$
- $\neg \neg A \rightarrow \neg \neg B$
- $\neg (\neg \neg A \ \& \ \neg B)$
- $\neg \neg (A \rightarrow B)$

En la siguiente tabla presentamos los principios lógicos aceptados por los intuicionistas y los rechazados:

Principios lógicos	No válidos intuicionistamente	Válidos intuicionistamente
<i>Doble negación</i>	$\frac{\neg \neg A}{A}$	$\frac{A}{\neg \neg A}$
		$\frac{\neg \neg \neg A}{\neg A}$
<i>Contraposición</i>	$\frac{\neg A \rightarrow \neg B}{B \rightarrow A}$	$\frac{A \rightarrow B}{\neg B \rightarrow \neg A}$
	$\frac{\neg A \rightarrow B}{\neg B \rightarrow A}$	$\frac{A \rightarrow \neg B}{B \rightarrow \neg A}$
<i>Reductio ad Absurdum</i>	$\frac{\neg A \rightarrow B, \neg A \rightarrow \neg B}{A}$	$\frac{A \rightarrow B, A \rightarrow \neg B}{\neg A}$
		$\frac{\neg A \rightarrow B, \neg A \rightarrow \neg B}{\neg \neg A}$
<i>Definición del implicador y disyuntor</i>	$\frac{A \rightarrow B}{\neg A \vee B}$	$\frac{\neg A \vee B}{A \rightarrow B}$
<i>Definición del implicador y conjuntor</i>	$\frac{\neg (A \ \& \ \neg B)}{A \rightarrow B}$	$\frac{A \rightarrow B}{\neg (A \ \& \ \neg B)}$
<i>Leyes de Morgan</i>		$\frac{\neg (A \vee B)}{\neg A \ \& \ \neg B}$
	$\frac{\neg (A \ \& \ B)}{\neg A \vee \neg B}$	$\frac{\neg A \vee \neg B}{\neg (A \ \& \ B)}$

Intuicionistamente no es válida la inferencia

$$\frac{A \rightarrow (B \vee C)}{(A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow C)}$$

Supongamos que podemos transformar una prueba de A en una prueba $B \vee C$, entonces dada una prueba de A podemos convertirla bien en una prueba de B o bien una prueba de C . Pero podría suceder que algunas pruebas de A se pudieran transformar en pruebas de B y otras pruebas de A en pruebas de C . Es decir, no queda garantizado que *toda* prueba de A pueda transformarse en una prueba de B o transformarse en una prueba de C .

En cuanto a las interdefiniciones de los cuantificadores tampoco todos resultados clásicos son válidos intuicionistamente. A partir de $\neg \forall x A(x)$ no se puede concluir que $\exists x \neg A(x)$ porque, tomando la cuantificación sobre números naturales, podemos conocer que no se puede demostrar $\forall x A(x)$, sin ser capaces de encontrar un n particular para el cual se pueda probar que $\neg A(\tilde{n})$. En estos casos es importante recordar que el dominio de cuantificación esté habitado, es decir, que conozcamos al menos un elemento de él. Por ejemplo, podríamos ser capaces de mostrar que no podremos nunca probar que cada número natural carece de cierta propiedad, sin ser capaces de encontrar un número específico n para el cual podamos mostrar que nunca probaremos que carece de la propiedad en cuestión [EoI: 29-30]. Esto, que parece un complicado trabalenguas, simplemente insiste en el principio intuicionista de que afirmar un objeto matemático es haber construido una prueba de él, y que, por tanto, negarlo es haber construido una prueba de que una contradicción se deriva de su afirmación. Para decir que un objeto existe, hay que construir dicho objeto, tenerlo presente a nuestra mente, no basta con decir que es contradictorio afirmar que no exista.

En esta tabla presentamos los principios lógicos con cuantificación aceptados por los intuicionistas y los rechazados.

Principios lógicos	No válidos intuicionistamente	Válidos intuicionistamente
<i>Interdefinición del universal y del existencial</i>	$\neg \forall x \neg A(x)$	$\forall x A(x)$
	$\exists x A(x)$	$\exists x A(x)$
	$\neg \forall x A(x)$	$\exists x \neg A(x)$
	$\exists x \neg A(x)$	$\neg \forall x A(x)$

Principios lógicos	No válidos intuicionistamente	Válidos intuicionistamente
		$\forall x \neg A(x)$ $\exists x \neg A(x)$
		$\forall x A(x)$ $\neg \exists x \neg A(x)$
		$\neg \exists x A(x)$ $\forall x \neg A(x)$

La formalización axiomática de la lógica intuicionista

Una vez que se han desarrollado las reglas primitivas de la deducción natural intuicionista, Dummett propone una axiomatización intuicionista de la lógica transformando aquellas reglas en esquemas de axiomas.

Las reglas de la deducción natural de \rightarrow , \forall , y \exists - permanecen como reglas del sistema axiomático, respectivamente:

a. $\frac{A, A \rightarrow B}{B}$

b. $\frac{C \rightarrow A(y)}{C \rightarrow \forall x A(x)}$

c. $\frac{A(y) \rightarrow C}{\exists x A(x) \rightarrow C}$

Y como axiomas Dummett propone estos doce:

- 1 $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
- 2 $A \rightarrow (B \rightarrow A \ \& \ B)$
- 3 $A \ \& \ B \rightarrow A$
- 4 $A \ \& \ B \rightarrow B$
- 5 $A \rightarrow A \vee B$
- 6 $B \rightarrow A \vee B$
- 7 $A \vee B \rightarrow ((A \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow C))$
- 8 $(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow C))$
- 9 $(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg A)$

$$10 \quad A \rightarrow (\neg A \rightarrow B)$$

$$11 \quad \forall x A(x) \rightarrow A(t)$$

$$12 \quad A(t) \rightarrow \exists x A(x)$$

El axioma 1 corresponde con la regla estructural (regla de adelgazamiento, *thinning rule*). El axioma 2 es la regla de deducción natural de $\& +$, los axiomas 3 y 4 comprenden la regla de $\& -$. Los axiomas 5 y 6 son la $\vee +$. El axioma 7 representa la regla de $\vee -$ y el axioma 8 la $\rightarrow +$. El axioma 9 es la regla de reducción al absurdo ($\neg +$) y el axioma 10 la eliminación débil de la negación. Los axiomas 11 y 12 corresponden respectivamente a la eliminación del cuantificador universal y a la introducción del existencial. En estos casos, como es habitual, t es un término libre para x en $A(x)$ y $A(t)$ se forma reemplazando cada ocurrencia de x en $A(x)$ por t . En las reglas b. y c. y está libre para x en $A(x)$ y no ocurre libre en C ; además $A(y)$ se forma reemplazando cada ocurrencia libre de x en $A(x)$ por y .

Respecto al sistema intuicionista propuesto por Kleene,¹⁶⁷ el cual es, de acuerdo con Bostock,¹⁶⁸ una versión del sistema de Heyting [1930, “Die formalen Regeln der intuitionistische Logik”], las diferencias son las únicamente las siguientes:

El axioma 2 de Kleene

$$2K \quad (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$$

corresponde con el 8 de Dummett

$$8D \quad (A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow C))$$

Y el axioma 8 de Kleene

$$8K \quad (A \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \vee B \rightarrow C))$$

corresponde con el 7 de Dummett

$$7D \quad A \vee B \rightarrow ((A \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow C))$$

El axioma 10 de Dummett representa la Eliminación-débil de la Negación, ECQ (*Ex Contradictione Quodlibet*), y sigue en esto a Kleene,

$$10D \quad A \rightarrow (\neg A \rightarrow B)$$

mientras que en el sistema de Heyting toma sin embargo la forma siguiente

$$10H \quad \neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$$

¹⁶⁷ Kleene (1952, trad. cast. 1974) *Introducción a la metamatemática*. Madrid: Tecnos, p. 82 y ss.

¹⁶⁸ Bostock (2009) *Philosophy of Mathematics, an Introduction* Oxford: Wiley-Blackwell, p. 201.

Relaciones del sistema de la lógica intuicionista con el clásico

Todos estos conjuntos de axiomas y reglas intuicionistas son válidos también para el punto de vista clásico, pero a la inversa no. Los axiomas y teoremas intuicionistas pueden ser vistos como un subconjunto de los clásicos, pues algunos de los teoremas clásicos que incluyen la negación no pueden ser demostrados con los axiomas intuicionistas. La divergencia entre ambos modelos se muestra especialmente con el tratamiento de la LTE, que ya hemos analizado.

Esta divergencia se expone en el siguiente cuadro:

Teoremas	Rechazados por el intuicionismo	Aceptados por el intuicionismo
LTE	$\vdash A \vee \neg A$	$\vdash \neg \neg (A \vee \neg A)$
EDN	$\neg \neg A \vdash A$	$A \vdash \neg \neg A$
Ley de Clavius	$(\neg A \rightarrow A) \vdash A$	$(A \rightarrow \neg A) \vdash \neg A$
Contraposición	$(\neg A \rightarrow B) \vdash (\neg B \rightarrow A)$	$(A \rightarrow \neg B) \vdash (B \rightarrow \neg A)$
Definición de los Cuantificadores	$\neg \forall x (Ax) \vdash \exists x \neg (Ax)$	$\exists x \neg (Ax) \vdash \neg \forall x (Ax)$

Frente a la regla de Eliminación del Doble Negador (EDN), el sistema intuicionista únicamente acepta la Eliminación-débil del Negador, ECQ, la cual se presenta no como regla derivada, sino como primitiva. La ECQ es deducible a partir de la regla del Absurdo y de EDN, lo cual viene a confirmar que el sistema intuicionista es más débil que el clásico. Es Lukasiewicz¹⁶⁹ quien habla de que los axiomas de la lógica intuicionista son *más fuertes* que los de la lógica clásica, sin embargo Kleene llama a la Eliminación del negador intuicionista *eliminación débil*, frente a la eliminación del negador *fuerte* que es clásicamente válida.

La Ley de Clavius

$$(\neg p \rightarrow p) \rightarrow p$$

¹⁶⁹ Jan Lukasiewicz (1952) "On the Intuitionistic Theory of Deduction", en Lukasiewicz, J.; Borkowski, L. (ed. 1970) *Selected Works. [of] Jan Lukasiewicz*. Amsterdam, London: North-Holland, 325-340.

no es válida intuicionístamente. Según narra Deaño en su *Introducción a la Lógica Formal*,¹⁷⁰ esta ley, conocida también como *consequentia mirabilis*, debe su nombre al jesuita polaco que en el siglo XVI presumió de haberla enunciado por primera vez.

Pero sí es intuicionista la Contraley de Clavius (nombre sugerido por Deaño)

$$(p \rightarrow \neg p) \rightarrow \neg p$$

y la razón de ello viene a ser que la Contraley de Clavius concluye con una negación, mientras la Ley de Clavius lo hace con una afirmación, y en el intuicionismo es más apropiado introducir la negación que eliminarla, tal como se ha visto en el tratamiento de la Reducción al Absurdo y en las leyes de Contraposición.

Además hay otros teoremas que, aunque no contienen la negación, solo pueden probarse a partir de las reglas clásicas para la negación y por tanto no forman parte de los sistemas intuicionistas:

$$(A \rightarrow B) \rightarrow A \vdash A$$

$$\vdash (A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$$

$$\forall x (A \vee Fx) \vdash A \vee \forall x Fx$$

El hecho de que las constantes lógicas no signifiquen lo mismo para los intuicionistas que para los clásicos, incluso aunque la forma del teorema sea la misma y el símbolo de la conectiva también sea el mismo, es la causa fundamental de las diferentes interpretaciones de la relación entre una lógica y otra. Así para unos el cálculo intuicionista es una extensión de la lógica clásica, mientras que para otros es una restricción del mismo.

Es fácil entender que la lógica y la aritmética intuicionistas sean un subconjunto de la lógica y la aritmética clásicas, pues en aras del rigor y la exactitud, quieren ser más estrictas en la noción de prueba y de existencia, y el resultado es más restringido en cuanto a axiomas y teoremas (o leyes) aceptados como válidos. Es claro que si nos dejamos llevar por la tentación de traducir directamente las conectivas intuicionistas por las conectivas clásicas, y lo mismo con los cuantificadores y los símbolos aritméticos, entonces cada axioma y cada teorema intuicionista se convierte en un axioma o teorema clásico, pero no a la inversa. Esto es lo que se infiere de la presentación que hemos realizado de la lógica intuicionista frente a la clásica. La lógica y las matemáticas intuicionistas serían un subconjunto (más reducido, pero también más riguroso) de la lógica y las matemáticas clásicas. Y esta línea es la que siguen los intuicionistas más clásicos como Heyting, Kleene y el propio Dummett.

¹⁷⁰ Deaño (1974, 2ª ed. 1980) *Introducción a la Lógica Formal* Alianza, Madrid, p. 110.

La aportación de Kurt Gödel a la lógica intuicionista

Sin embargo, algunos autores como Kolmogorov en 1925 y Glivenko en 1929 habían sugerido que, de manera sorprendente, es la lógica de conectores intuicionista la que incluye a la clásica. Desarrollando el trabajo de Glivenko, Kurt Gödel presentó en 1932 “Sobre la teoría de números y la aritmética intuicionista”,¹⁷¹ donde propuso interpretar el cálculo intuicionista como una extensión de la lógica clásica. Sugirió que si las conectivas clásicas, disyunción ‘ \vee ’, implicación ‘ \rightarrow ’, y coimplicador ‘ \leftrightarrow ’, se definen del modo habitual clásico pero en función de la negación y la conjunción intuicionistas

$$A \vee B =df. \neg_i (\neg_i A \&_i \neg_i B)$$

$$A \rightarrow B =df. \neg_i (A \&_i \neg_i B)$$

$$A \leftrightarrow B =df. (A \rightarrow B) \&_i (A \leftarrow B)$$

entonces todos los teoremas de la disyunción, la implicación y la coimplicación intuicionistas más todos los teoremas clásicos se pueden derivar en el sistema lógico de Heyting.

Yendo más allá, en el mismo trabajo, Gödel demostró también que toda la aritmética clásica (que incluye la lógica clásica de primer orden), es un subsistema de la aritmética intuicionista (la cual como es obvio también incluye la lógica de primer orden intuicionista), siempre y cuando definamos las constantes clásicas por su traducción a los signos intuicionistas correspondientes, y añadiendo a las anteriores definiciones la siguiente:

$$\exists x Ax =df. \neg_i \forall_i \neg_i Ax$$

Para llevar a cabo esta demostración, Gödel traduce todos los símbolos de la aritmética clásica (en la formulación de Herbrand) a los de la aritmética intuicionista (en la formulación de Heyting) y demuestra que ambas aritméticas son equivalentes. Las consecuencias de esta demostración de Gödel son extraordinarias y quizá no muy del agrado de los intuicionistas. La equivalencia de ambas aritméticas, la intuicionista y la clásica, es al mismo tiempo una prueba de *consistencia relativa* de la aritmética clásica respecto de la aritmética intuicionista: todo teorema, convenientemente traducido, de la aritmética clásica es al mismo tiempo un teorema de la aritmética intuicionista y paralelamente, cualquier contradicción que resultara en la aritmética clásica sería

¹⁷¹ Gödel (1981, trad. cast. e intr. por Jesús Mosterín) *Obras completas* Madrid: Alianza, p. 120-6.

también una contradicción de la intuicionista. En suma, que si la aritmética intuicionista fuera consistente también sería consistente la aritmética clásica. Sin embargo, este resultado que afecta a la lógica y a la aritmética, no es extrapolable a la teoría de conjuntos y al análisis matemático. De cualquier modo, resulta un duro golpe para las pretensiones intuicionistas de rigor y seguridad en los procedimientos lógicos y matemáticos el que, después de todos los esfuerzos, no consigan despegarse de sus rivales clásicos.

En su segundo trabajo sobre lógica intuicionista, también en 1932 “Una interpretación del cálculo conectivo intuicionista”,¹⁷² Gödel demuestra que la lógica conectiva intuicionista puede traducirse, mediante ciertas definiciones, en una determinada expansión de la lógica clásica, en concreto en el sistema de lógica modal S4, de C.I. Lewis: cualquier fórmula deducible en el cálculo intuicionista es también deducible en el cálculo S4. También conjeturó que, inversamente, cualquier fórmula deducible en sistema clásico expandido fuera también deducible en el cálculo intuicionista. Los sistemas de lógica modal son extensiones de la lógica proposicional y cuantificacional en los que se trabaja con operadores de posibilidad y de necesidad.

Gödel demostró que el sistema S4 puede ser interpretado como una expansión de la lógica clásica que se lleva a cabo mediante la introducción tres axiomas, una regla de inferencia y un nuevo operador monario β de tal manera que “ βp ” puede interpretarse modalmente como “es necesario que p ” o también como “es demostrable que p ”. Con esta interpretación las fórmulas verdaderas de la lógica intuicionista se convierten en fórmulas necesarias y las falsas en fórmulas imposibles. El sistema S4 viene a traducir formalmente la “intuición” intuicionista de que la afirmación de una fórmula equivale a disponer una prueba de ella, a su demostración, y que la negación equivale a su refutación, demostrar que de ella se deriva una contradicción. Esta correspondencia encontrada por Gödel entre la lógica intuicionista y la lógica modal vuelve a situar la lógica intuicionista como un expansión de la clásica, si bien al precio de rebajar las pretensiones de originalidad y exclusividad de los sistemas intuicionistas.

En el que fue el primero de sus artículos sobre intuicionismo, de 1932, titulado “Sobre el cálculo conectivo intuicionista”,¹⁷³ Gödel demuestra que es imposible construir un modelo veritativo sobre el cálculo conectivo intuicionista mediante una

¹⁷² Gödel (1981, trad. cast. e intr. por Jesús Mosterín) *Obras completas* Madrid: Alianza, p. 115-6.

¹⁷³ Gödel (1981, trad. cast. e intr. por Jesús Mosterín) *Obras completas* Madrid: Alianza, p. 110-1.

matriz veritativa finita, es decir, de haber una matriz polivalente habría de ser infinita. En este caso, el problema arranca de la negativa intuicionista a interpretar el cálculo intuicionista mediante modelos veritativos. La lógica clásica adopta el modelo bivalente de tablas verdad $\{0, 1\}$ e incluso toma modelos n-valentes donde los valores de verdad son tres $\{0, \frac{1}{2}, 1\}$, cuatro $\{0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1\}$, o los que fueren. Gödel se pregunta, ¿sería posible caracterizar el cálculo conectivo intuicionista de Heyting mediante un modelo de matriz veritativa con un número finito de valores veritativos? La respuesta fue que es imposible: no es posible construir una matriz finita de valores de verdad tal que haga de la lógica intuicionista una lógica multivaluada (finita) completa, de existir tal matriz multivaluada habría de ser infinita. La imposibilidad de construir tablas de verdad finitas para la lógica intuicionista viene a apoyar la propuesta intuicionista de sustituir en la lógica la noción de verdad por la noción de prueba.

En su artículo de 1958, “Sobre una ampliación todavía no utilizada desde el punto de vista finitario”,¹⁷⁴ Gödel realiza una aportación sobre las relaciones entre sistemas clásicos que es más de procedimiento que de fundamentación. Propone que en la tarea de demostrar la consistencia de la lógica y la aritmética clásicas se avanzará más y más seguro utilizando métodos finitarios que luego puedan ser aplicados sin problemas a la aritmética clásica, pues ya había demostrado la consistencia relativa de las clásicas a las intuicionistas. Es decir, los métodos constructivistas, propugnados por el intuicionismo, tienen la ventaja estar mejor definidos y permiten un avance más seguro en las pruebas de consistencia, aunque finalmente la aritmética intuicionista y la clásica sean equivalentes, de modo que los resultados de una son trasvasables a la otra.

La cuestión acerca de las relaciones entre lógica clásica e intuicionista está lejos de haber sido resuelta. Los propios intuicionistas consideran que son lógicas rivales y que, por supuesto, la intuicionista es superior en rigor, aunque más restringida. Esta concepción se sustenta en la idea de que la lógica intuicionista es una sistematización a posteriori del razonamiento matemático y puesto que las matemáticas intuicionistas son unas matemáticas restringidas respecto de las matemáticas clásicas, la lógica intuicionista habría de ser también una restricción de la clásica. Susan Haack¹⁷⁵ sitúa a autores como Quine,¹⁷⁶ Hackstaff¹⁷⁷ y Nelson¹⁷⁸ entre los que proponen que no son dos sistemas rivales sino complementarios.

¹⁷⁴ Gödel (1981, trad. cast. e intr. por Jesús Mosterín) *Obras completas* Madrid: Alianza, p. 404-11.

¹⁷⁵ Haack, S. (1974) *Deviant logic*: Cambridge University Press. Trad. cast. por Eugenio Gil Borjabad (1979) *Lógica divergente*. Madrid: Paraninfo, p. 103.

¹⁷⁶ Quine (1970) *Philosophy of Logic*, Prentice-Hall, p. 87-9.

Las relaciones entre la lógica y las matemáticas intuicionistas

Los intuicionistas clásicos, como Brouwer, siempre han mirado de soslayo a la lógica. La lógica, en el mejor de los casos, sería un campo derivado de la actividad matemática, solo estudiando los procedimientos matemáticos podríamos a posteriori comprender los métodos de la lógica. Y en el peor de los casos, la lógica no sería otra cosa que la fuente de los errores y paradojas en las matemáticas. Esta desconfianza del intuicionismo tradicional hacia la lógica procede de una desconfianza hacia el lenguaje, el cual es considerado simplemente como un medio de comunicación del pensamiento matemático.

Puesto que Brouwer no quiso ofrecer una sistematización de los principios de la lógica intuicionista, dado que consideraba la matemática y la lógica como una actividad esencialmente mental, hubo que esperar a Heyting para que el intuicionismo completara la tarea de ofrecer una formalización completa de la lógica intuicionista.

En cuanto a Dummett, procedente de la tradición analítica anglosajona, no podemos decir que comparta esta natural desconfianza hacia la lógica y hacia el lenguaje, pero sí que reinterpreta a la lógica como una forma de lenguaje y que, por ello, ha de ser abordada desde los supuestos de la filosofía del lenguaje y, en concreto, desde la pregunta por el significado: ¿Cuál es significado de las fórmulas de la lógica?, o mejor, ¿cuál es el significado de las constantes de la lógica? Esta es la indagación que le lleva a Dummett hacia el intuicionismo y hacia la lógica intuicionista.

Al preguntarse Dummett sobre el significado de las constantes de la lógica encuentra la respuesta de que su significado se extrae de la comprensión de los enunciados de la aritmética elemental en que se hallan insertas. Esto es, al estilo del viejo intuicionismo, remitir la fundamentación de la lógica a la aritmética. Pero ello no puede interpretarse como una respuesta holista, que Dummett nunca aceptaría: el holismo remite el conocimiento del significado de un enunciado de un lenguaje al conocimiento de la totalidad de los enunciados de dicho lenguaje, con la cual hace imposible la tarea de dar cuenta efectiva del significado de una determinada sentencia del lenguaje. Tampoco Dummett aceptaría una respuesta inductivista al modo de que la comprensión del

¹⁷⁷ Hackstaff (1966) *Systems of Formal Logic*, Reidel, p. 211.

¹⁷⁸ Nelson (1959) "Negation and separation of concepts", in Heyting (ed.) *Constructivity in Mathematics* North-Holland, p. 215.

significado de los enunciados de la aritmética se adquiera a base de generalizaciones después de la experimentación reiterada con objetos de la vida cotidiana. Por ejemplo, que al observar que 2 manzanas junto a 3 manzanas nos dan 5 manzanas, se llega a generalizar que “ $2 + 3 = 5$ ”, independientemente de que operemos con manzanas, monedas o guijarros. Para Dummett, es la comprensión de los procedimientos de cálculo, una comprensión del modo en que usamos los enunciados de aritmética elemental, lo que otorga significado a los enunciados de la matemática. Y a partir del uso de los enunciados de la aritmética es como adquieren significado las constantes de la lógica, esto es, comprendemos el significado de las constantes de la lógica cuando aprendemos a usarlas en enunciados que las contengan, y estos enunciados son fundamentalmente enunciados matemáticos. Por tanto, concluye, la comprensión de una constante lógica consiste en saber cuándo se puede *afirmar* o no un enunciado que la contenga. Por ejemplo, comprender el significado de $\&$ consiste en saber que puede afirmarse $A \& B$ si y solo si puede afirmarse A y puede afirmarse B .

En matemáticas las condiciones de afirmación son las condiciones de demostración (que tenemos una prueba, o que disponemos al menos del procedimiento que nos permitiría obtener una prueba). Para universos de discurso no matemático las condiciones de afirmación serían las condiciones de verificación. En realidad, la demostración es la forma concreta que adquiere la verificación para el discurso matemático.

El problema que plantea Dummett es la idea intuitiva de que podemos conocer el significado de un enunciado sin conocer ni remotamente cómo podría ser demostrado. Si tomamos como ejemplo el caso ya tratado de la conjetura de Goldbach:

Todo número par mayor de dos es la suma de dos números primos.

Esta conjetura, hasta la fecha, no hemos sido capaces de demostrarla ni de refutarla, pero esto no equivale a que no conozcamos su significado. Precisamente Dummett, y el intuicionismo, se han alejado de aquellos que reducen el significado de un enunciado a sus condiciones de verdad, de modo que gran cantidad de enunciados (de la metafísica, pero también de la ética, el arte e incluso de la ciencia) carecen de significado por carecer de condiciones de verdad. Verificación matemática para Dummett consiste en *demostración*, por tanto, al menos en el campo de las matemáticas (y dejamos para más adelante la cuestión de la verificación para otros campos más allá de las matemáticas), podemos conocer el significado de un enunciado aunque no hayamos llegado a su demostración ni a su refutación, basta con seamos capaces de reconocer una demostración de dicho enunciado si ésta nos fuera presentada.

En el caso de la conjetura de Goldbach estamos ante una totalidad infinita y sin embargo decidible, el conjunto de los números naturales, y aunque no podamos hoy decidir si es verdadera o falsa, sí seríamos capaces de reconocer una prueba o una refutación de la conjetura de Goldbach si alguna vez nos fuera presentada. La teoría del significado de Dummett al reducir la noción de verdad a la noción de prueba, permite salvar el escollo, al menos en matemáticas, acerca del significado de aquellos enunciados que no son ni verdaderos de falsos, pero que sí somos capaces de reconocer una prueba o una refutación de ellos si nos fuera presentada.

La propia lógica nos remite a la teoría del significado y en la tarea de dar significado a las constantes de la lógica vamos a justificar estas constantes por medio del procedimiento denominado teoría de la prueba. La lógica se justifica sobre la semántica y la semántica se justifica sobre una teoría del significado.

6. La justificación de las leyes lógicas por la teoría de la prueba

El problema de la justificación de las leyes lógicas

A diferencia de otros filósofos de la corriente analítica, Dummett nunca ha rehusado los debates metafísicos. Muy al contrario ha dedicado buena parte de sus escritos a la disputa sobre el realismo, aunque siempre ha entendido que las cuestiones metafísicas han de ser resueltas después de haber asentado una adecuada teoría del significado. Solo después de haber optado por una determinada teoría del significado, que para Dummett es una teoría del significado justificacionista, se habrán puesto las bases para elaborar todo el edificio de la metafísica. Como decía Dummett [*LBoM*: 19], uno no puede lanzarse ciegamente al oficio de metafísico, lo mismo que uno no puede meterse a fontanero sin más. La filosofía del lenguaje se presenta como fundamento de la metafísica.

El proceso que le lleva a Dummett desde la metafísica hasta la teoría del significado, para asentar sobre los principios de ésta los postulados de aquella, es el siguiente:

Primero hay que centrar el problema en un determinado campo, en *la clase en disputa*, es decir, la clase de los enunciados sobre los que vamos a tratar puede ser la de los enunciados matemáticos, los enunciados sobre el pasado, sobre el futuro, sobre el mundo físico, sobre mundos hipotéticos, etc. El compromiso ontológico sobre una determinada clase de enunciados no supone mantener el mismo compromiso sobre las otras clases.

En segundo lugar, hay que plantear los *principios lógicos* subyacentes para los enunciados de la clase en disputa, es decir, qué leyes lógicas que son aplicables para el campo en cuestión.

En tercer lugar, la lógica elegida ha de ser justificada mediante una *teoría semántica*. La lógica es el estudio de las inferencias válidas y una inferencia es válida si la verdad de las premisas se transmite a la verdad de la conclusión (que no puede ocurrir que siendo verdaderas las premisas no sea verdadera también la conclusión), pues bien, la semántica es una de las formas de validar las inferencias lógicas, estudiando, por ejemplo, el valor de verdad de las expresiones del lenguaje a través de sus componentes.

Y en cuarto y último lugar, para optar entre las diversas teorías semánticas rivales se ha recurrir a la *teoría del significado*, la cual estudia en qué consiste

comprender una expresión de un lenguaje. La teoría del significado permite justificar la teoría semántica que se asienta sobre ella.

Una vez elaborada una teoría del significado estaremos en condiciones de responder a las disputas metafísicas sobre el campo de los enunciados en discusión.

Sin embargo, en este proceso de justificación de cuestiones metafísicas sobre leyes lógicas y de leyes lógicas sobre teoría semántica y de teoría semántica sobre teoría del significado hay un paso que puede encerrar circularidad y que vamos a tratar ahora: si la teoría semántica permite justificar las inferencias lógicas, ¿no se apela a las leyes lógicas para justificar la teoría semántica? Cuando trabajamos en semántica también hacemos argumentaciones e inferencias, las cuales utilizan leyes de la lógica que estamos tratando de justificar semánticamente. Se corre el peligro de caer en un círculo vicioso.

Para resolver esta cuestión Dummett va a elaborar una semántica de la teoría de la prueba, la cual consiste en ofrecer una justificación de las leyes lógicas por medio de la teoría de la prueba [*LBoM*: 245-265]. Pero antes de nada, comenzaremos preguntándonos si realmente las leyes lógicas están necesitadas de justificación, a continuación repasaremos en qué consiste la semántica de la teoría de la prueba, luego veremos la justificación de las constantes lógicas por la teoría de la prueba, y por último extraeremos las consecuencias de este proceso mediante la noción de armonía lógica en un lenguaje propuesta por Dummett.

¿Necesitan justificación las leyes lógicas?

Ante la cuestión de si necesitan justificación las leyes lógicas, a menudo los filósofos se han planteado que no es posible tal justificación de una ley lógica, pues cualquier intento de justificación supone una argumentación y en tal argumentación siempre se apela a la ley que estamos intentando justificar. Cualquier intento de justificación de una ley lógica sería circular.

Pero de estos filósofos, sugiere Dummett [*LBoM*: 202] se podría haber contado la fábula de la zorra y las uvas: pretender que las leyes lógicas no necesiten justificación, esconde muchas veces la incapacidad de encontrar tal justificación.

Para aclarar esto es preciso comenzar distinguiendo diversas formas de circularidad. La circularidad “flagrante” (*gross circularity*) consiste en incluir la conclusión a demostrar entre las premisas de partida, lo cual no es de ninguna manera

admisible. Otra forma de circularidad sería la circularidad “pragmática” (*pragmatic circularity*), en la cual, para demostrar la validez de una ley lógica, esta ley no se incluye en las premisas, como en el caso anterior, tan solo se utiliza en un paso de la demostración.

Para Dummett, esta segunda forma no vicia necesariamente la demostración, y aunque no valdría para plantearse la justificación de una ley lógica en concreto, sí que permitiría justificar la posibilidad de hacer inferencias deductivas en general.

Admitido que es *posible* justificar las leyes lógicas sin circularidad o al menos sin circularidad viciosa, hay que preguntarse si es *necesario*, porque sería ocioso hacerlo si no hubiera críticas que se dirigieran directamente contra tales leyes.

Los filósofos de la fábula de la zorra y las uvas han añadido a sus argumentos contra la posibilidad de justificación de las leyes lógicas, nuevos argumentos sobre la no necesidad de hacerlo. Estas leyes lógicas habrían sido elegidas por nosotros para gobernar nuestro razonamiento y tendrían por tanto el significado que hemos elegido darles. Estas leyes se autojustificarían, es decir, se justifican en que nosotros las tratamos como válidas.

Dummett no está dispuesto a aceptar este convencionalismo para la lógica, que podría denominarse “formalismo lógico”, similar al formalismo matemático que construye un sistema para la teoría de conjuntos bajo principios puramente sintácticos y sin tener previsto un modelo al que aplicar tal teoría. El resultado no sería una teoría matemática o lógica sino un objeto teórico de matemáticas o lógica sin ninguna idea intuitiva sobre qué trata tal estructura.

Naturalmente, continúa Dummett [*LBoM*: 204], las leyes lógicas no son como las reglas de un juego de mesa que no necesitan justificación, que simplemente se justifican por el hecho de que las aceptamos para jugar y que carecen de significado fuera del juego. Por el contrario, el significado de las constantes lógicas aunque esté *determinado* por las leyes lógicas que gobiernan los argumentos deductivos, *no consiste* en su papel en las inferencias deductivas, pues su significado está dado de modo más general en el uso del lenguaje y no se restringe a la lógica estricta.

Por tanto, la justificación de hacer inferencias deductivas ha de darse en términos de una teoría semántica satisfactoria. La justificación de las leyes lógicas ha de ser llevada a una teoría semántica apropiada y esta descansará en una teoría del significado que permita describir los términos en los cuales trabaja el lenguaje.

La semántica de la teoría de la prueba

Si para el holismo la justificación de las leyes lógicas no es posible ni necesaria, por el contrario, para una teoría del significado *justificacionista* es necesario ofrecer una justificación de las leyes lógicas, y tal justificación ha de consistir en buscar una teoría semántica apropiada para la teoría del significado. Incluso sería aceptable una justificación que sea pragmáticamente circular, siempre y cuando la ley lógica en cuestión sea aceptada de modo general sin controversia. Pero, ¿qué sucede cuando la ley lógica y la teoría semántica asociada a ella están sometidas a discusión?

La propuesta de Dummett es una justificación de las leyes lógicas por la semántica de la teoría de la prueba (*a proof-theoretic justification*).

Históricamente la teoría de la prueba es el esfuerzo por presentar la lógica y la matemática como estructuras bien definidas a partir de axiomas y reglas de inferencia. Impulsada por el programa de Hilbert, fue desarrollada por Gödel, Lukasiewicz y Gentzen, entre otros. Precisamente los trabajos de Gentzen introduciendo el cálculo de deducción natural, donde se interpreta el significado de las constantes lógicas mediante reglas de introducción y de eliminación en función de su papel en el sistema de inferencia, y creando el cálculo de secuentes con su teorema de corte-eliminación, abren las puertas a la semántica de la teoría de la prueba. Dicho de modo sucinto, la teoría de la prueba consiste en el aparato técnico que permitirá decidir si al añadir una constante lógica a un sistema formal, se produce una extensión conservadora del mismo o no (es decir, que los nuevos teoremas derivables en el sistema ampliado eran también derivables en el sistema original).

Sobre estas bases Dummett quiere resolver la cuestión de cómo justificar las leyes lógicas mediante la semántica sin caer en la circularidad. Lo que se plantea no es cómo somos capaces de hacer inferencias en general, sino cómo podemos decidir si una regla de inferencia concreta es justificable. No es el problema de justificar la deducción ante un escéptico total, sino cómo justificar una determinada ley lógica que es rechazada por algunos lógicos. De este modo, la estrategia de Dummett va a consistir en presentar una semántica que no emplee ninguna ley lógica sometida a discusión, esto es, que el conjunto de las leyes lógicas usadas en la teoría semántica va a ser más restringido que con el conjunto de las leyes lógicas justificadas por ella.

The demonstration ought, if possible, to appeal only to laws accepted as valid by the other [LBoM: 204].¹⁷⁹

Justificación de las leyes lógicas por la teoría de la prueba

Los pasos que vamos a dar en la explicación de la justificación por la teoría de la prueba son los siguientes:

- Se define un sistema formal.
- Se define una extensión conservadora del mismo: a saber, una extensión que permite introducir una constante (ejemplo, la introducción de la conjunción).
- Se asume el *presupuesto fundamental*: dada una sentencia que contiene una constante lógica, dicha sentencia se ha derivado usando la regla de introducción de dicha constante.
- Se considera para cada constante lógica cuya regla de introducción o eliminación queremos justificar, si el presupuesto fundamental es correcto o no para ella.

La lógica es el estudio de la inferencia, es el estudio de la posibilidad de extraer un conjunto de sentencias a partir de otro conjunto sentencias verdaderas teniendo en cuenta solo la estructura de las sentencias. En este proceso, el operador principal de una sentencia establece qué sentencias pueden derivarse de la primera. Por ejemplo, el operador conjunción se representa con el símbolo “&” y permite que, supuesta la afirmación de “A&B”, podamos inferir la afirmación de “A” y la afirmación de “B”. Entonces decimos que hemos aplicado la regla de eliminación de “&”. Paralelamente, la regla de introducción de la conjunción nos permite que, dada la afirmación de “A” y dada la afirmación de “B”, podamos inferir la afirmación de “A&B”.

Definimos el concepto de “extensión conservadora”: una extensión conservadora de un lenguaje es una ampliación del lenguaje cuyas nuevas expresiones eran también derivables (aunque quizá de modo más arduo) en el lenguaje anterior, de modo que si el lenguaje originario es consistente también lo es el lenguaje extendido¹⁸⁰.

¹⁷⁹ La demostración debería, si es posible, apelar solo a leyes aceptadas como válidas por el otro.

¹⁸⁰ Una extensión no-conservadora de un conjunto sería una *extensión propia*, en que los nuevos teoremas no pueden ser derivados en el conjunto anterior.

Introducimos el denominado *supuesto fundamental*, el cual establece que cuando afirmamos una sentencia que contenga un operador principal, entonces esa sentencia ha sido derivada utilizando la regla de introducción de dicho operador.

... the ‘fundamental assumption’: that, if we have a valid argument for a complex statement, we can construct a valid argument for it which finishes with an application of one of the introduction rules governing its principal operator [LBoM: 254].¹⁸¹

Pues bien, la justificación de las leyes de la lógica por medio de la teoría de la prueba trata de demostrar que, dado el supuesto fundamental y dadas las reglas de introducción y de eliminación de un operador, entonces si añadimos dicho operador a un lenguaje, obtenemos solo una extensión conservadora del lenguaje, lo que quiere decir que el lenguaje cumplirá el requisito de armonía tal como lo definiremos más adelante. La teoría de la prueba recorre cada uno de los operadores de la lógica de predicados de primer orden mostrando cómo la determinación del significado de las constantes lógicas viene dado por el conjunto de reglas de introducción que gobiernan cada una de ellas.

En la teoría del significado composicional dummettiana, el significado de los operadores lógicos es definido de modo suficiente y necesario por medio del significado de la sentencia en que el operador aparece como principal, en relación a las subsentencias que la componen. Por ejemplo, dadas las reglas de introducción y de eliminación de “&” y dado el supuesto fundamental, entonces si añadimos la constante “&” a nuestro lenguaje, resulta que cuando derivamos una nueva sentencia a partir de otra que contenía “&” mediante la regla de eliminación de &, la sentencia final es una que podríamos haber afirmado también sin haber introducido la constante. Hemos extendido el lenguaje de modo conservador. Si podemos mostrar para cada regla, que, añadir esta regla a un lenguaje, produce solo una extensión conservadora del mismo, entonces la adición de esta regla ha quedado justificada.

Pero no toda ley lógica implica una mera extensión conservadora de nuestro lenguaje, incluso aunque aceptamos la asunción fundamental. Supongamos que sabemos que “Si P, entonces Q” es verdadero y que también lo es “Si no-P, entonces

¹⁸¹ El “supuesto fundamental”: que, si tenemos un argumento válido para un enunciado complejo, podemos construir un argumento válido para él, el cual concluye con una aplicación de una de las reglas de introducción que gobiernan su operador principal.

Q”, y de esto derivamos “Q”. Aquí estamos aplicando una regla de eliminación que no incorpora una mera extensión conservadora lenguaje, porque la verdad de “Q” no estaba incluida entre los enunciados de nuestro anterior lenguaje.

El proceso de justificar las leyes lógicas por medio de la teoría de la prueba¹⁸² lleva a Dummett a distinguir tres grados consecutivos de justificación.

Si la justificación consiste en derivar una ley lógica a partir de otras, podemos hablar de una justificación por teoría de la prueba de *primer grado*. Esta es una justificación *relativa*, pues la ley lógica se justifica en base a otras leyes lógicas, algunas de las cuales han de ser *auto-justificativas*, pues de lo contrario no podría ni tan siquiera intentarse una justificación de las restantes.

Una justificación por teoría de la prueba de *segundo grado* asume que las leyes lógicas que se toman como base no solo son válidas por sí mismas, como en la de primer grado, sino que además son, tomadas en conjunto, *completas*. La idea de esta justificación de segundo grado es que podemos prescindir de la justificación de la regla en cuestión: si tenemos un argumento válido para las premisas de una aplicación de la regla, tenemos entonces un argumento válido sin necesidad de apelar a tal regla para la conclusión. Esta justificación de segundo grado incorpora ya el supuesto fundamental.

La justificación por teoría de la prueba de segundo grado es suficiente para justificar reglas de inferencia del tipo menos complejo como las que incluyen las constantes lógicas de $\&$, \vee y \exists , en las que no se utilizan ni variables libres ni descarga de hipótesis o supuestos provisionales. Para justificar reglas de introducción que incluyan variables libres o hipótesis es preciso un procedimiento de justificación más general al que Dummett denomina *de tercer grado*.

El procedimiento de justificación de *tercer grado* es el que permite validar todas las leyes de la lógica intuicionista de primer orden. El problema procede de que el *supuesto fundamental* resulta cuestionado cuando se aplica para justificar las leyes de la lógica clásica por medio de la teoría de la prueba, y la razón estriba en que algunas leyes lógicas clásicas violan el supuesto fundamental e impiden que estas leyes puedan ser justificadas por el procedimiento de la teoría de la prueba.

¹⁸² Dummett [*LBoM*: 252] la desarrolla a partir de los trabajos de Prawitz. Prawitz: “Towards a Foundation of a General Proof Theory”, *Logic, Methodology and Philosophy of Science IV*, ed. P. Suppes et al. Amsterdam, 1973. Prawitz: “On the Idea of a General Proof Theory”, *Synthese*, vol.27, 1971, pp. 63-77.

La justificación por la teoría de la prueba de tercer grado permite leyes lógicas indiscutibles, leyes que podrían ser usadas por todos sin controversia. Este procedimiento de justificación es considerado por el propio Dummett, en sí mismo elegante:

The proof-theoretic justification procedure itself is elegant; but, in vindicating its applicability to arguments within empirical discourse, we have had to exchange this elegance for an unattractive messiness [*LBoM*: 279].¹⁸³

Dummett no está argumentando que debemos admitir solo las leyes lógicas justificadas por esta justificación de la teoría de la prueba de tercer grado, solo se trata de aplicar este método a los principios lógicos más controvertidos, que incluyen constantes lógicas problemáticas. La justificación de teoría de la prueba no es suficiente para establecer disputas sobre leyes lógicas: es un método que permite establecer que una inferencia es válida, pero no cuándo una inferencia es inválida, no es un test de invalidez.

El requisito de armonía

En la tarea de justificar las leyes lógicas hemos descendido primero hasta la semántica, tratando de evitar la circularidad, y elaborando su justificación por la teoría de prueba. Ahora hemos de bajar hasta la teoría del significado para definir el requisito de armonía, el cual nos va a permitir justificar la semántica adecuada.

La opción de Dummett por una teoría del significado antirrealista, o justificacionista como él prefiere denominarla, consiste en la incorporación de los que él considera los dos principios fundamentales de la práctica lingüística: el principio verificacionista y el principio pragmatista.

En primer lugar, el principio *verificacionista* establece que el significado viene determinado por la garantía de *afirmación* de las sentencias de nuestro lenguaje, es decir, qué nos está permitido afirmar y qué hemos de reconocer como verdad. Este verificacionismo no quiere caer ni en el error del positivismo lógico, que pretendía analizar cada sentencia del lenguaje como independiente del resto del lenguaje, ni en el

¹⁸³ El procedimiento de justificación por la teoría de la prueba es en sí mismo elegante; pero, al reivindicar su aplicabilidad a argumentos dentro del discurso empírico, hemos tenido que cambiar esta elegancia por un desorden poco atractivo.

error del holismo, en que comprender una determinada sentencia del lenguaje supone conocer todo el lenguaje completo. La postura de Dummett es la búsqueda del carácter sistemático, “composicional” (*compositional*, [LBoM: 242]) de la teoría del significado: estudio de la interconexión reglada de las sentencias del lenguaje, esto es, estudio del significado de las constantes lógicas en el contexto de las inferencias deductivas en que aparecen. Es, pues, una propuesta que pueda superar el *atomismo* del positivismo lógico y que no caiga en la indeterminación del holismo (*inextricability*, [LBoM: 242]).

En segundo lugar, el principio *pragmatista* consiste en que la determinación del significado de un enunciado de nuestro lenguaje viene dada por las *consecuencias* de la aceptación de dicho enunciado. Comprender un enunciado es captar las diferencias que se producirían entre la aceptación o el rechazo del enunciado.

La noción central de una teoría del significado para el verificacionismo se resume en el eslogan “El significado de una sentencia es el método de su verificación”, mientras que para el pragmatismo se resumiría en “El significado de una sentencia es la suma de sus consecuencias”.

Independientemente de cual de las dos opciones adquiriera primacía para la teoría del significado justificacionista de Dummett, la cuestión es en primer lugar cómo determinar la consistencia de la práctica de un lenguaje cuya teoría del significado se ha establecido a partir de dos principios tan opuestos. La solución propuesta por Dummett es que ambas teorías, verificacionista y pragmatista, más que rivales son complementarias: la práctica del lenguaje debe mantener en *armonía* ambos principios.

La noción de armonía es introducida por Dummett a partir de las propuestas de Nuel Belnap¹⁸⁴ y nos permite sustentar toda la teoría semántica. La idea es que un lenguaje tiene armonía lógica si posible recuperar pruebas lógicas a partir de demostraciones informales, tal como Gentzen mostró para la deducción natural por medio de las formas normales y para el cálculo de secuentes por medio del teorema de corte-eliminación. La falta de armonía en un lenguaje produce formas de inferencia no consistentes, lo cual le puede llevar a la inconsistencia.

El requisito de armonía le permite a Dummett establecer la interdependencia entre el criterio verificacionista y el pragmatista a la hora de determinar el significado de las sentencias de un lenguaje. Debe haber armonía entre las razones para afirmar un enunciado con un operador dado como principal (principio verificacionista) y las

¹⁸⁴ Belnap, Nuel D. Jr. "Tonk, Plonk, and Plink", *Analysis*, 22, 1961-62, p.130-134.

consecuencias que extraemos cuando afirmamos tal enunciado como verdadero (principio pragmatista). Para definir la armonía de modo preciso se apoya en el concepto de “extensión conservadora”, que se aplicó para formular la justificación de las constantes lógicas por medio de la teoría de la prueba.

Así, se puede decir que hay armonía entre los dos aspectos (verificacionista y pragmatista) del uso de una expresión del lenguaje si el lenguaje como un todo es una extensión conservadora respecto al mismo lenguaje cuando se le sustrae la mencionada expresión. En otras palabras, dado un lenguaje al que le añadimos una nueva expresión, el lenguaje resultante ha de ser, para mantener la armonía, una extensión conservadora del mismo, dado que podríamos haber obtenido la nueva expresión también a partir del lenguaje anterior.

Si aplicamos el requisito de armonía a la cuestión de la justificación de las constantes lógicas encontramos que éste surge de la propia naturaleza de la inferencia lógica: cuando añadimos una expresión que contiene una constante lógica a un lenguaje, las reglas de su uso determinan su significado pero este añadido no debe afectar al significado de las sentencias que estaban ya en el lenguaje. Si hay armonía en el lenguaje, la extensión del mismo ha de ser conservadora, la nueva constante no ha de introducir nuevos criterios de verdad para los enunciados que no la contenían.

Si usamos procedimientos de justificación hacia arriba, hacia las premisas, entonces la armonía hace válidas las reglas de eliminación; si usamos una justificación hacia abajo, hacia la conclusión, entonces la armonía valida las reglas de introducción. La justificación de las leyes lógicas por medio de la prueba teórica consiste en la presencia de armonía a nivel lógico entre las reglas de introducción y de eliminación.

En conclusión, Dummett ha mostrado cómo la lógica, de este modo, viene a ser justificada mediante la teoría de la prueba siempre y cuando el procedimiento de justificación se dirija hacia las leyes lógicas que todos aceptamos como válidas. Las leyes de la lógica intuicionista son justificables por medio de la teoría de la prueba incluso para quienes recelan de la visión intuicionista de la lógica. Y dado que toda explicación semántica de la lógica ha de hacerse en un metalenguaje, el lenguaje de la lógica intuicionista será el mejor candidato para constituir tal metalenguaje.

El completo libro de Dummett *The Logical Basis of Metaphysics* trata de presentar las bases lógicas de las discusiones metafísicas. Pero antes de mostrar la corrección de uno u otro sistema lógico, es preciso describir cómo la opción entre distintas lógicas se ha resolver al nivel de la teoría del significado. Una teoría lógica por

sí misma es incapaz de resolver su propia prevalencia sobre teorías lógicas rivales. Es la teoría semántica quien muestra el camino para llegar hasta el fondo de la cuestión, pues nos conduce hacia una teoría del significado que ha de ser capaz de mostrar la conexión entre el significado de las sentencias y nuestra práctica de usar el lenguaje [*LBoM*: 18].

El debate sobre la metafísica nos lleva al debate sobre las leyes lógicas (por ejemplo, acerca de la LTE), el debate sobre las leyes lógicas nos lleva a establecer una teoría semántica y el debate sobre teorías semánticas rivales ha de ser justificado sobre la teoría del significado.

Dummett ha excavado muy hondo para sentar los cimientos de la metafísica, ha llegado más hondo que nuestros supuestos habituales, ha llegado a plantearse qué quieren decir nuestras palabras y, en concreto, qué quieren decir las constantes lógicas.

Sobre las bases de una teoría del significado será posible tratar los problemas filosóficos en general y los metafísicos en particular¹⁸⁵.

¹⁸⁵ Hay que apuntar que la metafísica para Dummett no es una mera ontología, acerca de qué tipo de entidades existen, porque su metafísica se abre al problema de la existencia de Dios, del libre albedrío o de la inmortalidad [*LBoM*: 19].

7. La noción de prueba

La principal aportación de Dummett al intuicionismo es la recuperación de la importancia del lenguaje, que había sido relegado a mero auxiliar en autores como Brouwer e incluso Heyting. La tradición analítica de Dummett le abre los ojos a la necesidad del estudio del lenguaje como elemento fundamental del intuicionismo. La idea de Brouwer de la matemática como constructo mental es demasiado vaga como para construir sobre ella toda una filosofía de la matemática y más aún para toda una filosofía en general. Si el intuicionismo quiere aspirar a constituirse en el primer peldaño de toda una filosofía antirrealista habrá definir de modo preciso la noción de prueba matemática y para ello Dummett va realizar la fundamentación de dicha noción en su teoría del significado.

Repasaremos en primer lugar la noción de prueba constructiva, luego distinguiremos entre el constructivismo clásico y el intuicionista, y a continuación vamos a mostrar la modificación de Dummett del concepto de prueba al fundarla sobre su teoría del significado, lo cual le permite elaborar una definición estricta de prueba que esté libre de circularidad en las demostraciones matemáticas, con vistas a examinar la posibilidad de formalizar las teorías matemáticas. Finalmente, plantearemos el problema de la evolución de las matemáticas y su temporalidad, tema que nos introducirá de lleno en las cuestiones ontológicas en matemáticas que habremos de abordar en el capítulo siguiente.

Prueba constructiva

La distinción entre pruebas constructivas y no constructivas no solo es útil para los intuicionistas, también dentro de las matemáticas clásicas tiene sentido esta distinción para enunciados existenciales y disyuntivos.

Dummett ofrece la siguiente definición de prueba constructiva para los enunciados existenciales y disyuntivos [EoI: 9]:

- a. La prueba de un enunciado cerrado de la forma $\exists x A(x)$ es *constructiva* si o bien ella proporciona una instancia específica $A(\tilde{n})$ o bien produce un medio efectivo, al menos en principio, para encontrar una prueba de tal $A(\tilde{n})$.
- b. La prueba de un enunciado cerrado de la forma $A \vee B$ es *constructiva* si o bien es de hecho una prueba de A o de B , o bien produce un medio efectivo, al menos en principio, para obtener una prueba de uno u otro disyunto.

Nótese que se exige que los enunciados sean cerrados, esto es, que carezcan de variables libres. Además, como ya hemos tratado anteriormente, Dummett se separa aquí de un finitismo estricto, ya que la prueba basta con que proporcione «un medio efectivo, al menos en principio», sin necesidad de que arroje su resultado en un número finito de pasos. El finitismo estricto es criticado en artículos como «Las bases filosóficas de la lógica intuicionista» [T&OE, VyOE: 296-331] y «La paradoja de Wang» [T&OE, VyOE: 332-354].

Una prueba constructiva no solo debe ser capaz de establecer la existencia del objeto matemático, sino que además ha de proporcionarnos los medios efectivos para encontrarlo. Esta es la razón por la que incorporación de la Ley de Tercio Excluido en dominio infinitos y no-decidibles convierte a las pruebas en no constructivas. La prueba constructiva no puede limitarse a demostrar que una u otra de las dos opciones posibles satisface una determinada condición, sino que ha ofrecernos el medio efectivo de determinar cuál de las dos opciones es válida.

La diferencia entre el matemático clásico y el intuicionista consiste en que el matemático clásico puede preferir quizá la prueba constructiva a la no constructiva; sin embargo, el intuicionista considera que las pruebas no constructivas no cuentan tan siquiera como pruebas.

Incluso cuando el matemático clásico dice tener «una prueba constructiva de $A \vee B$ » o «una prueba constructiva de $\exists x A(x)$ », el intuicionista aún no se considera satisfecho: tales palabras no son para éste del todo inteligibles porque los significados clásicos de \vee y \exists no tienen un sentido claro.

El intuicionista, al tiempo que rechaza el que todo enunciado haya de tener un valor de verdad determinado, rechaza también el significado clásico (veritativo-funcional) de las constantes lógicas. Son dos lógicas enteramente distintas no solo porque mantengan leyes lógicas distintas, sino sobre todo porque el significado de las constantes lógicas es distinto.

Dummett nos muestra el camino para construir un intuicionismo renovado: elaborar una completa teoría del significado que dé cuenta del significado de las constantes lógicas y que fundamente la no validez universal del principio de tercio excluido.

Constructivismo clásico y constructivismo intuicionista

Incluso dentro del constructivismo hay que distinguir entre el constructivismo clásico y el constructivismo intuicionista, y ello por su diferente interpretación de los operadores lógicos.

Los significados de los operadores constructivos clásicos disyunción (\vee) y existencial (\exists) difieren de los constructivos intuicionistas (\vee, \exists) precisamente en que aquellos están enclavados en un lenguaje en que las constantes lógicas tienen un significado clásico. Dummett da ejemplos [EoI: 21-2] de cómo la aceptación del significado clásico de las constantes lógicas nos acepta, como constructivas clásicas, pruebas que de otro modo no lo serían.

Así, clásicamente

$$\neg \forall x \neg A(x) \rightarrow \exists x A(x)$$

es un enunciado clásicamente verdadero, pero no intuicionistamente, porque del hecho de que $\forall x \neg A(x)$ conduzca a una contradicción no se sigue que (tomando x ordenado sobre los números naturales) podamos encontrar algún n tal que $A(n)$.

Si bien es cierto que la prueba constructiva puede acomodarse dentro de la matemática clásica y se pueden usar símbolos constructivos para la disyunción (\vee) y la cuantificación existencial (\exists) junto a los clásicos, la noción de prueba constructiva clásica nunca coincidirá con la intuicionista.

La lógica intuicionista no es una parte de la lógica clásica sino completamente independiente de ella.

De este modo podemos entender cuál es para Dummett la diferencia entre constructivismo e intuicionismo: el constructivismo, basado en la noción de prueba constructiva, puede ser tomado como una «herramienta» al servicio de una u otra filosofía de la matemática (platonismo, eclecticismo...) mientras que el intuicionismo es una filosofía completa, cuyo corazón reside el concepto de construcción, el intuicionismo se compromete con el concepto de prueba constructiva y hace de ella su esencia, no una mera herramienta.

Pero más interesante que la diferenciación frente al constructivismo clásico es la distancia que Dummett marca con su noción de prueba frente al intuicionismo tradicional.

Prueba comunicable

Al incorporar la filosofía del lenguaje y la teoría del significado al análisis de la noción de prueba Dummett dará un giro radical a la tradición intuicionista.

De común acuerdo con esta tradición, Dummett entiende por *prueba* una construcción mental, la cual no puede identificarse con la prueba formalizada de una teoría formal. Pero en este terreno Dummett es muy cauto. Los intuicionistas han dicho usualmente que las pruebas escritas son solo representaciones imperfectas de las construcciones mentales correspondientes. Dummett, sin embargo, detecta aquí un riesgo de caer en el solipsismo, riesgo que rozan muchos intuicionistas anteriores, como el propio Brouwer. Dummett exige que las pruebas hayan de ser *comunicables* y comunicables *por medio del lenguaje*:

... they [proofs] must be communicable, and, if communicable, to be communicated by means of language [*EoI* : 390].¹⁸⁶

No tiene por tanto justificación decir que las representaciones lingüísticas de las pruebas pueden en ciertos casos ser imperfectas: perfectas o imperfectas es necesaria algún tipo de representación lingüística de la prueba.

En vez de rechazar totalmente las pruebas formalizadas, Dummett quiere recuperar las pruebas formalizadas para el intuicionismo al recordar que lo importante de tales pruebas es su contenido comunicativo, el significado de sus signos.

Por eso, el siguiente paso es una definición técnica de *prueba* que permita distinguir cuándo estamos ante una prueba en sentido estricto.

Prueba canónica y demostración

Dummett distingue entre prueba «canónica» [“The Philosophical Basis of Intuitionistic Logic”, *T&OE*, *VyOE*: 322 y ss.] -o «estricta» [*EoI*: 391 y ss.]- y «demostración». No toda prueba constructiva escrita como la que puede aparecer en publicaciones matemáticas y libros de texto es una prueba en el sentido estricto. Se trata de definir una noción de prueba que permita dar explicación de las constantes lógicas sin caer

¹⁸⁶ ... [las pruebas] han de ser comunicables, y si son comunicables, han de serlo por medio del lenguaje.

en circularidad, es decir, que en la definición del significado de prueba no se recurra al significado de las constantes lógicas.

Ya sabemos que las reglas de inferencia lógicas se justifican en base al significado de las constantes lógicas y no a la inversa:

The meanings of the logical constants must therefore consist in their contribution to determining the conditions for the correctness of an assertion made by means of a sentence involving them, and not directly in the validity or invalidity of possible forms of inference [*EoI*: 363].¹⁸⁷

Esto es esencial para poder criticar las reglas de inferencia clásicas, las cuales son comúnmente aceptadas, ya que si las reglas de inferencia fueran las que determinarían el significado de las constantes lógicas, no sería posible tal crítica. El mayor problema para Dummett, en este sentido, es el hacer posible la crítica de reglas de inferencia generalmente aceptadas [*EoI*: 364], lo cual exige aclarar previamente la noción de prueba constructiva.

Comenzamos con la definición de prueba canónica, que nos permite explicar la disyunción y del cuantificador existencial:

Prueba canónica: Una construcción es una prueba de $A \vee B$, si es una prueba de A o una prueba de B .

Una construcción es una prueba de $\exists x A(x)$, si es una prueba de $A(c)$, donde c denota algún elemento del dominio.

Las pruebas informales de enunciados disyuntivos o existenciales no proporcionan una prueba en el sentido *estricto* marcado sino solo un *método*, efectivo en principio, para encontrar una prueba. En esto último consiste la *demostración*, no se exige que la prueba haya sido dada, basta con que tengamos un medio efectivo de obtener tal prueba. La noción de demostración es secundaria respecto a la de prueba canónica, pues la demostración se define en términos de la de prueba:

¹⁸⁷ Los significados de las constantes lógicas han de consistir, por lo tanto, en su contribución para determinar las condiciones de la corrección de una aserción hecha por medio de la sentencia que las incorpora, y no (ha de consistir) directamente en la validación o invalidación de formas posibles de inferencia.

... the primary notion is that of a proof in the strict sense, which we shall refer to as a canonical proof: the notion of a demonstration is a secondary one, definable in terms of that of a canonical proof; and it is by reference to the notion of a canonical proof that the logical constants are to be explained [EoI: 392].¹⁸⁸

La explicación intuicionista del implicador, la negación y el cuantificador universal debe estar basada en pruebas canónicas si quiere escapar a la circularidad. No se puede explicar el implicador de modo intuicionista presuponiendo el *modus ponens*. Igualmente, la explicación de la negación no puede dar por supuesta la aplicación de la regla *ex contradictione quodlibet* y el cuantificador universal no puede explicarse en la mera especificación universal. No presuponer lo que se pretende explicar es la garantía de no caer en la circularidad o incluso en la mera vacuidad.

Con la distinción entre prueba canónica y demostración Dummett pretende salir de la sospecha de círculo vicioso en la explicación de las constantes lógicas. Lo importante, afirma [EoI: 394], es que las reglas de eliminación para \forall , \rightarrow y \neg no se empleen en la deducción principal, así se consigue una construcción de lo que constituye un prueba de las premisas sin apelar a las premisas. En una prueba informal ordinaria pueden aparecer tales reglas de eliminación en la deducción principal siendo válida constructivamente. Sin embargo, la noción de prueba canónica es la única que puede ser empleada para la explicación de las constantes lógicas.

Se impone, de tal manera, una jerarquía en la complejidad de las pruebas para escapar del círculo vicioso: la prueba de un enunciado no puede ser de una complejidad mayor que ciertos límites dependiendo de la estructura del enunciado. Así, la complejidad de la prueba de A, requerida para probar $A \rightarrow B$ no puede ser más alta que la propia prueba de $A \rightarrow B$.

Dummett quiere respetar la exigencia intuicionista de que la comprensión de una sentencia del lenguaje puede depender solo de una previa comprensión de un apropiado fragmento del lenguaje, fragmento que no ha de contener sentencias de mayor complejidad o profundidad que el dado: se sigue afianzando en el requisito de «molecularidad» para la teoría del significado de un lenguaje dado.

¹⁸⁸ La noción primaria es la de prueba en sentido estricto, a la que nos referiremos como prueba *canónica*: la noción de demostración es secundaria, definible en términos de la prueba canónica; y es por referencia a la noción de prueba canónica como han de explicarse las constantes lógicas.

Our discussion of the distinction between canonical proofs and demonstrations suggests that it may indeed be possible to set up such a hierarchical ranking of canonical proofs according to their complexity, this complexity being a monotonic function of the complexity of their conclusions [EoI: 396].¹⁸⁹

El que en una prueba canónica no aparezcan reglas de eliminación significa que las líneas de la prueba van incrementando su complejidad desde las premisas hacia la conclusión, que no necesita considerarse en el curso de la prueba ningún enunciado de complejidad mayor que el de la conclusión.

Consecuencias ontológicas de la noción de prueba

Sobre la distinción entre prueba canónica y demostración quiere fundamentar Dummett su distinción entre verdad y asertabilidad [T&OE, VyOE: 324]: la verdad de un enunciado matemático consistiría en que tengamos una prueba canónica de él, su asertabilidad solo exigiría disponer de una demostración.

Pero esta distinción no se mantiene libre de problemas, pues a partir ella resultaría que...

... estamos forzados a aceptar la difícil conclusión de que puede afirmarse de forma legítima un enunciado aun cuando no se *conozca* que es verdadero [T&OE, VyOE: 324].

La cuestión es que estamos dando paso al concepto de “existencia”, que tiene un fuerte contenido ontológico. ¿Qué significa exactamente que existe una prueba o que existe una demostración de un enunciado matemático y cómo se relaciona este concepto con el de “verdad”? Lo que está en juego es si la verdad de un enunciado matemático consiste en la existencia de una prueba canónica o de una demostración de él.

Si por ‘la existencia’ de una prueba o una demostración entendemos que hayamos realizado real y explícitamente una, entonces cualquiera de las dos [soluciones]

¹⁸⁹ Nuestra discusión sobre la distinción entre pruebas canónicas y demostraciones sugiere que sería posible de hecho establecer un orden jerárquico de pruebas canónicas de acuerdo con su complejidad, siendo esta complejidad una función monótona de la complejidad de sus conclusiones [1977a, p. 396].

nos lleva a consecuencias contraintuitivas [“The Philosophical Basis of Intuitionistic Logic”, *T&OE*, *VyOE*: 326].

Dummett propone dos posibles líneas de solución a la interpretación del significado de la existencia de pruebas matemáticas, aunque ambas no están exentas de dificultades:

a. La *línea estricta* considera que un enunciado matemático es verdadero solo cuando poseemos una prueba canónica de él. El problema consiste en que, entonces, ha de permitirse que un enunciado pueda afirmarse (porque tenemos una demostración de él) aun cuando no se conozca que es verdadero (que aún no tenemos una prueba canónica de tal enunciado).¹⁹⁰

b. La *línea blanda* entiende que un enunciado matemático es verdadero cuando poseemos una demostración. Aquí el problema radica en que entonces la verdad no será distributiva sobre la disyunción: podemos poseer una demostración de $A \vee B$ sin tener una demostración de A ni una demostración de B , mientras que poseer una prueba canónica de $A \vee B$ garantiza que tenemos una prueba de A o que tenemos una prueba de B .

Una posible solución podría consistir en debilitar la necesidad de que una prueba o una demostración se hayan dado de manera explícita (por ejemplo, ser conscientes de que podemos obtener la conclusión sin haberla realizado por entero de manera explícita). Pero Dummett cree [*T&OE*, *VyOE*: 327] que esta debilitación sería una traición a los principios intuicionistas, que sería un falta de consistencia seguir por este camino, por lo cual se inclina hacia la interpretación de la noción de prueba en sentido canónico.

Sobre la formalización de las teorías matemáticas

Por otro lado, las consecuencias que se extraen de la noción de prueba y de su definición estricta como prueba canónica son muy interesantes para la tarea de formalizar las teorías matemáticas.

La aspiración a lograr una completa formalización de la matemática ha movido a muchas de las líneas de reflexión sobre la fundamentación de las matemáticas, pero ¿puede

¹⁹⁰ Otros intuicionistas, como Heyting, entienden la verdad como afirmabilidad.

formalizarse completamente una teoría matemática? ¿Y qué papel desempeñarían las pruebas canónicas en esta formalización?

In fact, normalized natural deduction proofs provide an exact analogy for what is required of canonical proofs if the intuitionistic explanations of the logical constants are to form a system free of conceptual circularity [EoI: 409].¹⁹¹

La primera exigencia de los intuicionistas en este sentido es una explicación de las constantes lógicas que quede libre de la circularidad, lo cual solo se puede conseguir mediante la aplicación de pruebas canónicas. Sin embargo, esto dificulta la posibilidad de alcanzar una formalización completa de alguna teoría matemática, ni incluso quizá de la lógica, con lo cual se mantiene el tradicional recelo de los intuicionistas hacia la formalización.

La defensa intuicionista de lo que Wittgenstein llamó el «abigarramiento» («*motley*») de las matemáticas lleva a pensar en la indefinida e impredecible variedad de los argumentos matemáticos que se usan. La axiomatización completa de las matemáticas intuicionistas es imposible y nunca será conseguida tanto por el abigarramiento de las matemáticas como por los resultados de incompletud de Gödel. Sin embargo, ello no hace inviable una teoría intuicionista del significado.

Dummett [EoI: 398-9] propone una solución de compromiso: el abigarramiento de las matemáticas puede ser reconocido sin impugnar la posibilidad de formalizaciones completas de teorías particulares. Si bien una formalización completa de las matemáticas quizá sea imposible de alcanzar, sí que pueden formalizarse teorías matemáticas concretas. La cuestión general de la imposibilidad de circunscribir de antemano todos los posibles métodos de prueba de un enunciado dado no anula la cuestión particular de la necesidad de una adecuada representación de los medios disponibles para probar enunciados condicionales.

Dummett finalmente necesita admitir que no hay formalización completa en matemáticas: cualquier método formalizado incluye otros que no lo están. La clave no radica en un mero hecho psicológico -el hecho psicológico de nuestra capacidad creativa deja atrás a nuestra capacidad de comprensión-, sino en una cuestión esencial a las

¹⁹¹ De hecho, si las explicaciones intuicionistas de las constantes lógicas han de formar un sistema libre de circularidad conceptual, entonces las pruebas de la deducción natural normalizada proporcionan una analogía exacta de lo que se requiere de las pruebas canónicas.

matemáticas, el que la totalidad de los métodos de prueba, dentro de una teoría matemática dada, es extensible indefinidamente. Esto quiere decir que las matemáticas están sometidas a un proceso continuo de evolución.

El problema de la temporalidad de la noción de prueba

This means, of course, that mathematics undergoes a continual process of evolution [EoI: 401].¹⁹²

Esta afirmación sería aceptada incluso para un platonista en el sentido banal de que constantemente hacemos avances en nuestro conocimiento de una realidad matemática permanente que describimos. Para el constructivista tiene esto un sentido más radical: los significados de nuestros enunciados matemáticos están sujetos a cambio.

Imaginemos que alguien resolviera la Conjetura de Goldbach encontrando un contraejemplo. La Conjetura de Goldbach postulaba que *Todo número par mayor de dos es la suma de dos números primos* (por ejemplo: $4 = 2+2$; $6 = 3+3$; $8 = 5+3$; $10 = 5+5$...). Un contraejemplo sería dar con un número par que no fuera la suma de dos primos (al ser estos dos primos necesariamente menores que él mismo, estos son un conjunto muy grande pero finito, que puede ser recorrido sin mayores problemas que la paciencia). ¿Habría de admitir el intuicionista que la noción de prueba, y la verdad, están sometidas al devenir temporal?

El problema arranca ya desde la denominada por Brouwer “teoría del sujeto creativo”, la cual viene a adscribir una marca temporal a las pruebas construidas. De modo similar, Heyting¹⁹³ se refería al teorema matemático como “un hecho puramente empírico”, así que cuando se afirma “He efectuado la construcción mental adecuada” no solo se incorpora una marca temporal sino también la marca subjetiva del autor de la prueba.

Podemos hacer notar que hay un peligro, a nuestro juicio, de psicologismo o sociologismo en esta cuestión, al hacer depender de sujetos individuales o sociales la infalibilidad de las matemáticas: la evolución de la matemática no debería afectar a su infalibilidad. A nuestro entender, resultaría un error reducir la filosofía matemática

¹⁹² Esto quiere decir, por supuesto, que las matemáticas conllevan un proceso continuo de evolución.

¹⁹³ Heyting, A. (1956, 2nd ed. 1966) *Intuitionism: an Introduction*. Amsterdam: North Holland, p. 8.

intuicionista, en particular, y la constructivista, en general, a cuestiones subjetivas (empíricas o de hecho). Habría que tener en cuenta que cuando se habla de «construible por mí» o «demostrable por mí», ese «mí» no se refiere a este sujeto empírico concreto, a que yo de hecho pueda o no realizar la construcción o la prueba, sino que se trata de «construibilidad» o demostrabilidad *de principio* por el sujeto humano (o por la mente humana, si se prefiere esta terminología).

Si el intuicionismo concede, como es el caso de Dummett, que la prueba no necesita *haber sido* efectuada por un sujeto concreto, entonces queda libre del peligro subjetivista que viene adosado a la exigencia de señalar al autor de la prueba. ¿Quién ha efectuado la prueba? ¿Yo? ¿Un matemático de prestigio? ¿La comunidad de matemáticos en consenso? ¿Una computadora?... ¿Puede una prueba ser desechada por requerir más tiempo del que dispone una vida humana? ¿Y si hubiera de ser computada por una máquina, puede ser desechada por requerir más energía de la disponible en nuestro planeta?

La mayor discrepancia entre los intuicionistas en torno a la noción de prueba surge de la marca temporal asociable a ella. ¿En que tiempo verbal hemos de formular “tener una prueba”? Es válido por supuesto el presente (“Tengo ahora una prueba”), y también el pasado, pues “He efectuado una prueba” no quiere decir otra cosa que “Dispongo ahora de una prueba que efectué en el pasado”. Pero ¿qué hay del futuro? ¿Podría un enunciado pasar a ser verdadero, o a ser refutado, en función de ser descubierta una prueba de él, o una refutación?

El problema es cómo entender, desde el punto de vista intuicionista, el predicado «es verdadero», si como temporal o como atemporal:

a.- Desde una perspectiva como la platonista, el predicado matemático «es verdadero» se entiende atemporalmente.

b.- Desde una postura radical, solo puede predicarse de un enunciado matemático «es verdadero», cuando se ofrece una prueba del mismo.

En este último sentido «es verdadero» equivale a «ha sido probado» y «es falso» equivale a «ha sido refutado», mientras que un enunciado que *aún* no ha sido «decidido» no es ni verdadero ni falso (aunque pueda llegar a ser lo uno o lo otro más adelante). La LTE solo será válida para enunciados sobre los que ya nos hemos decidido.

Con todo, el intuicionismo puede adoptar el punto de vista atemporal y continuar rechazando la LTE: «A es verdadero» equivaldría de este modo a «Podemos probar A» y «A es falso» equivaldría a «No podemos probar A». Esta última interpretación será

correcta intuicionistamente siempre y cuando no se entienda que los objetos matemáticos y sus pruebas existen independientemente de nuestro conocimiento.

Ha de quedar claro, en cualquier caso, bien sea asumiendo el punto de vista temporal o el atemporal, que la demostrabilidad de un enunciado matemático no puede depender de cuestiones de hecho, extramatemáticas: como por ejemplo que la inminente desaparición de la especie humana fuera un argumento para rechazar la posibilidad de probar un enunciado matemático.

La salida a estas dificultades se encuentra según Dummett [*EoI*: 19] en la insistencia en el carácter verificacionista de la teoría del significado, en que solo un obstáculo matemático ha de poder impedir una prueba. Desde la postura *temporal*, cuando «A es Verdadero» significa «A ha sido probado»; el enunciado «A es falso», esto es, « $\neg A$ es verdadero», es mucho más fuerte que «A no es verdadero». Pero desde la posición *atemporal*, cuando «A es verdadero» significa «Podemos probar A»; entonces «A es no verdadero» y «A es falso» son equivalentes. En esta última interpretación de la verdad de $A \vee \neg A$ depende de nuestra capacidad de probar A o mostrar que nunca se podrá probar, pero esto último no siempre -casi nunca- seremos capaces de hacer.

Reconsideremos el ejemplo del predicado $F(x)$ “...es primo” y la disyunción construida sobre este predicado $Fa \vee \neg Fa$, siendo a un número natural impar tan alto que nadie ha calculado si efectivamente es un número primo o no lo es. La interpretación intuicionista del disyuntor exigía que pudiéramos establecer una prueba de al menos uno de los dos disyuntos. El intuicionista no exige que hayamos realizado el procedimiento de cómputo para saber efectivamente si Fa es primo o no lo es, basta con que seamos capaces de tener el procedimiento que, si fuera aplicado, nos proporcionaría una *prueba* de Fa o de $\neg Fa$. Puesto que $F(x)$ es un predicado decidible y no estamos tratando con totalidades infinitas (sino con una instancia particular de un conjunto infinito) entonces $Fa \vee \neg Fa$ puede ser afirmado sin problemas. *Tener una prueba* quiere decir *disponer de un método* o procedimiento que “en principio” decidiría la cuestión.

El objetivo es establecer el marco para una explicación precisa del concepto de prueba, que siempre ha de respetar este programa, que una prueba de un enunciado dado nunca haya de depender de la comprensión de un enunciado más complejo, porque de lo contrario su sentido sería circular. En definitiva, que la explicación de las constantes lógicas solo puede plantearse en base a la noción de prueba canónica.

The intuitive explanations of the logical constants are, therefore, best regarded as programmatic [*EoI*: 402].¹⁹⁴

La distinción entre *prueba canónica* y *demostración* debería ser capaz de resolver todas estas objeciones. El problema, como decíamos, viene de la propia formulación de la noción de prueba que contiene una cuantificación existencial (“Hay una...”) sobre un dominio infinito (son ilimitadas las pruebas disponibles). Dummett admite que las posibles pruebas matemáticas en sentido ordinario son ilimitadas y a estas las denomina *demostraciones* para distinguirlas de las *pruebas canónicas* que son limitadas. En concreto, el límite que se impone a una prueba canónica es que su complejidad no exceda de cierto grado en función de la complejidad del enunciado que pretende probar.

The complexity of the [canonical] proof matches the complexity of the statement to be proved; that is, for any given statement, if it can be proved at all, then it can be proved by a proof whose complexity does not exceed a bound depending on the structure of the statement [*EoI*: 394].¹⁹⁵

De este modo, se eleva una jerarquía de pruebas canónicas a partir de un límite inicial impuesto a las pruebas sobre enunciados atómicos, para ir aumentando gradualmente la complejidad de las pruebas a medida que la estructura de los enunciados a probar deviene más y más compleja.

La cuestión que se plantea ahora, naturalmente, es la especificación de los límites que se han imponer a la complejidad de las pruebas.

... an intuitionistic theory of meaning is to observe the principle that an understanding of any sentence can depend only upon a prior understanding of a proper fragment of the language, a fragment containing no sentences of greater complexity or depth than the given one [*EoI*: 395].¹⁹⁶

¹⁹⁴ La explicación intuitiva de las constantes lógicas ha de mirarse mejor, por lo tanto, como programática.

¹⁹⁵ La complejidad de la prueba [canónica] encaja con la complejidad del enunciado que ha de demostrarse; esto es, para cualquier enunciado dado, si puede ser probado, entonces puede ser probado por una prueba cuya complejidad no excede de un límite dependiendo de la estructura del enunciado.

¹⁹⁶ Una teoría intuicionista del significado ha de observar el principio de que una comprensión de cualquier sentencia puede depender solo de una previa comprensión de un adecuado fragmento del lenguaje, un fragmento que no contiene sentencias de mayor complejidad o profundidad que la dada.

Por ejemplo, el último teorema de Fermat fue planteado en 1637

Si n es un número entero mayor que 2, entonces no existen número naturales a, b y c , tales que se cumpla la igualdad ($a, b > 1$), $a^n + b^n = c^n$

Se formula de modo bastante simple mediante la cuantificación universal

$$\forall xyzw \neg (x^w + y^w = z^w \wedge w > 2)$$

Este teorema fue demostrado en fecha tan reciente como 1995 por Andrew Wiles en sendos artículos de 98 y de 8 páginas en *Annals of Mathematics*, aunque dada la complejidad de su prueba, que incluso tuvo que ser retocada con la colaboración de Richard Taylor, todavía hoy la comunidad de matemáticos no descarta posibilidad nuevos errores en la presentación de la misma.

Está claro que la prueba de Wiles del teorema de Fermat no se encuadra dentro de la noción de prueba canónica de Dummett. Aún sin querer renunciar a la noción de prueba canónica, Dummett se ve así obligado admitir que, dada la interpretación intuicionista de la implicación, la noción de prueba es en cierto modo impredicativa (autorreflexiva) y por tanto ha de renunciar al carácter concluyente y definitivo de los resultados matemáticos.

Todas estas dificultades, de ninguna manera significa esto que la noción de prueba canónica haya de rechazarse, únicamente hay que admitir que no es una noción estable. De acuerdo con la peculiar interpretación intuicionista del implicador, la demostrabilidad no es una propiedad estable (*provability is not a stable property* [EoI: 402]).

These considerations should not lead us to reject all that was said earlier about the necessity for a notion of canonical proof: it means merely that such a notion will never be completely stable [EoI: 402].¹⁹⁷

Los resultados de las matemáticas son, por tanto, falibles y revisables, como los de las otras ciencias.

... mathematics becomes a subject whose results are fallible and liable to revision, like those of other sciences [EoI: 402].¹⁹⁸

¹⁹⁷ Estas consideraciones no deberían conducirnos a rechazar todo lo que se dijo antes sobre la necesidad de una noción de prueba canónica: quiere decir tan solo que tal noción nunca será completamente estable.

¹⁹⁸ La matemática se convierte en una materia cuyos resultados son falibles y sujetos a revisión, como los de

Dummett introduce así el componente temporal en las matemáticas intuicionistas: las matemáticas están sometidas a un proceso continuo de evolución. De acuerdo con la negación de la validez universal de la ley de tercio excluso, hemos de admitir la limitación de nuestro conocimiento sobre las matemáticas: los enunciados matemáticos no son solo o bien verdaderos o bien falsos, sino que también pueden no-decidibles, y como corresponde a constructos de la mente humana, los enunciados matemáticos están sujetos al cambio (como nosotros mismos).

8. La ontología intuicionista de las matemáticas

Todo el trabajo previo ha pretendido sentar las bases técnicas en lógica y matemáticas que posibiliten adentrarse en el terreno de la metafísica sin “ir a ciegas” (“*bald-headed*”, [LBoM: 19]). Hemos repasado en primer lugar los principios de la disputa entre platonistas e intuicionistas para dirigir la discusión hacia el terreno de la teoría del significado. Una vez asentados en la teoría del significado es cuando podemos extraer las consecuencias metafísicas adecuadas, centrándonos en la ontología de las matemáticas. Parece claro que la ontología intuicionista de las matemáticas de Dummett está sólidamente fundamentada sobre bases lógicas y matemáticas, pero dejamos abierta por ahora la cuestión sobre la posibilidad de aplicar esta ontología intuicionista más allá de las matemáticas.

Intuicionismo y platonismo

Después de haber analizado los principios de la lógica y de las matemáticas intuicionistas, el intuicionismo dummettiano se presenta como alternativa al platonismo en una ontología de las matemáticas.

Estas dos principales posturas ontológicas en matemáticas se pueden resumir así:

Platonismo: hay un reino de realidad matemática, que existe objetiva e independientemente de nuestro conocimiento y que hace nuestros enunciados verdaderos o falsos. Los objetos matemáticos son externos y abstractos.

Intuicionismo: lo único que hace a un enunciado verdadero es una prueba que podamos dar de él. Esta prueba no es una prueba en un sistema formal, sino una construcción *mental*. Los objetos matemáticos son objetos de pensamiento, para ellos *esse est concipi*.¹⁹⁹

Platonismo e intuicionismo se corresponderían respectivamente con las metáforas del astrónomo (que investiga una realidad) y del artista (que crea la realidad con su imaginación). Pero, a juicio de Dummett, las metáforas por sí solas no son capaces de

¹⁹⁹ Esto mismo quedaba apuntado en «Las bases filosóficas de la lógica intuicionista»: ... los enunciados matemáticos no se relacionan con una realidad matemática que existan independientemente de nosotros... los objetos matemáticos son, con esta tesis, creaciones de la mente humana: son objetos del pensamiento, no solamente en el sentido de que pueden pensarse, sino en el sentido de que su ser es ser pensados; para ellos, *esse est concip*. [T&OE, VyOE: 310].

resolver la disputa, para ello se ha de llegar a la confrontación entre las dos teorías del significado.

Y es aquí donde la teoría del significado antirrealista para las matemáticas, el intuicionismo, supera a su rival el platonismo. La teoría del significado realista para las matemáticas no es capaz de explicar de modo convincente cuál es el significado de los enunciados matemáticos no-decidibles: si el significado consiste en las condiciones de su verdad, aquellos enunciados que no podemos determinar si son verdaderos o falsos, no tendrían significado.

Pero Dummett, en su ataque al platonismo, lleva aún más lejos esta objeción. Hay que tener en cuenta que hasta ahora se han tomado los enunciados decidibles como no-problemáticos, permitiendo a los platonistas el derecho de adscribirles determinados valores de verdad, ya que la lógica clásica subyacente era también válida intuicionistamente para tales enunciados. Ahora bien, es preciso llevar la cuestión más allá y extraer todas las consecuencias de la noción de verdad intuicionista, noción que invalida por completo la de verdad clásica para todos los enunciados y no solo para los no-decidibles. Una vez establecidas unas leyes lógicas intuicionistas, aunque las leyes lógicas para los enunciados decidibles no estén en disputa, ya no poseemos una noción de verdad bivalente que permita determinar el valor de verdad de enunciados cuantificacionales de ningún tipo, ni sobre los decidibles ni sobre los no-decidibles.

Esta consecuencia de que el principio de bivalencia, Dummett la compara con el personaje de ficción creado por un escritor, donde tal carácter de ficción puede solo poseer las propiedades que él describe que posee. Una vez establecidos los principios de su carácter, se ha de ser fiel con la propia ficción creada por uno mismo y no permitir que se le manifiesten rasgos de personalidad incoherentes con los principios de partida. Del mismo modo, un objeto de la percepción (dato de los sentidos) puede tener solo aquellas propiedades que se percibe que tiene. Y así también una construcción mental matemática puede tener solo aquellas propiedades que comprendemos que tiene, esto es, que hemos probado o estipulado que tiene.

... hence, even if we have an effective means of deciding whether or not a given natural number k satisfies a predicate ' $P(x)$ ', it neither satisfies nor fails to

satisfy the predicate until we have so decided, and hence, until then, the statement ' $P(k)$ ' is not either true or false [EoI: 386].²⁰⁰

De la teoría del significado a la ontología

Al analizar el contexto en que Dummett plantea la renuncia al principio de bivalencia, comprendemos con claridad que la ontología tiene que ser una consecuencia y no una premisa de la teoría del significado.

Construir una teoría del significado realizable nos permite justificar la teoría semántica sobre ella construida. La teoría semántica adecuada nos proporciona la justificación de las leyes lógicas. Por último, unas leyes lógicas sólidas son las que dan justificación a la metafísica.

Construir un sistema de leyes lógicas sólido que haya de ser aceptado por todos es la tarea que se impuso la lógica intuicionista con la cual Dummett enlaza. La renuncia al principio del tercio excluso es el punto de partida de todo un sistema lógico más restringido que el clásico pero indubitable. Y las consecuencias metafísicas de la negación del tercio excluso son claras: no hay una realidad más allá e independiente de nuestro conocimiento, al menos en matemáticas, que proporcione o bien verdad o bien falsedad a nuestros pensamientos o enunciados. El antirrealismo es por tanto la única opción para la construcción de una ontología de las matemáticas, y ello como consecuencia de la formulación de una teoría del significado justificacionista para las matemáticas, es decir una teoría del significado intuicionista.

Solo cuando hemos dispuesto de una teoría del significado adecuada hemos sido capaces de responder acerca de las cuestiones metafísicas iniciales. Por ello, la discusión acerca del tipo de entidades que existen nos ha llevado primero a plantear cuáles son las leyes lógicas correctas, lo cual ha conducido hacia la teoría semántica, y a continuación la necesidad de justificación de la semántica nos ha hecho elaborar una teoría del significado.

En un viejo mito hindú, quizá apócrifo, el mundo se apoyaba sobre el lomo de un elefante, el elefante se asentaba sobre la concha de una tortuga y la tortuga se apoyaba sobre una serpiente, la pregunta que nos quedaba siempre era ¿y sobre qué descansaba la serpiente? Así también en este caso, la cuestión crucial es si la teoría del significado está

²⁰⁰ Así, incluso si tenemos un medio efectivo de decidir si un número natural dado k satisface un predicado ' $P(x)$ ' o no, ello ni satisface ni falla en satisfacer el predicado hasta que así lo hayamos decidido, y por lo tanto, hasta entonces el enunciado ' $P(k)$ ' no es ni verdadero ni falso.

correctamente asentada y construida de modo que podamos hacer descansar todo el edificio metafísico sobre ella.

La ontología intuicionista de las matemáticas

... the intuitionistic ontology would be a *consequence* of the intuitionistic theory of meaning, not a premise for it [*EoI*: 382].²⁰¹

Aceptado que la ontología no puede ser una premisa de la posición intuicionista en matemáticas, ¿qué *consecuencias* ontológicas se derivan del intuicionismo?

La interpretación realista o antirrealista de los enunciados de una clase, en este caso, la clase de los enunciados matemáticos, no puede decidirse previamente sino que dependerá de la teoría significado que adoptemos.

The metaphysical view anti-realist or non-realist that we adopt is, therefore, on this way of looking at the matter, consequent upon the position we take up concerning the theory of meaning, no something to be decided in advance of our selection of that position [*EoI*: 382].²⁰²

Pretender que la ontología sirva de premisa para la cuestión sobre el significado, solo plantea problemas, al menos por dos razones. Primero, deja sin resolver la cuestión de que la ontología a su vez requeriría fundamentación, y segundo, tampoco nos indica cómo llegar desde la ontología hasta la teoría del significado.

La ontología realista o antirrealista no es entonces más que una imagen o retrato de la teoría del significado defendida. Según sea este retrato, afirmaremos o denegaremos la existencia de una realidad independiente de nuestros enunciados sobre ella. Pero nuestra atención ha de centrarse en la viabilidad la teoría del significado, no en la imagen que resulta de ella.²⁰³

²⁰¹ La ontología intuicionista sería una *consecuencia* de la teoría intuicionista del significado, no una premisa.

²⁰² La visión metafísica antirrealista o no-realista que adoptemos es, por lo tanto, en este modo de mirar la cuestión, una consecuencia de la posición que tomemos acerca de la teoría del significado, no algo que sea decidido con antelación a nuestra elección de tal posición.

²⁰³ Una reflexión preliminar sugiere que la cuestión metafísica no debe contestarse primero: no podemos (...) decidir *primero* el *estatus ontológico* de los objetos matemáticos, y después, con esto último como premisa deducir el carácter de la verdad matemática o el modelo correcto del significado de los

Como la ontología es una consecuencia y no una premisa, entonces el rechazo de la interpretación clásica de las constantes lógicas y sobre todo la cuantificación sobre dominios no-decibles no puede estar fundamentada en imágenes y metáforas sobre nuestra relación con la realidad, por la razón de que los enunciados matemáticos no se justifican por medio de su descripción de una realidad externa. La teoría del significado para los enunciados matemáticos que adoptemos tiene que ser coherente y justificada por razones puramente lógicas y matemáticas y no por supuestos metafísicos previos.

Además, estas razones lógicas y matemáticas solo se aplican en principio a este ámbito, a la lógica y la matemática, con lo cual otros universos de discurso tendrán sus propias razones para establecer la postura realista o antirrealista. El propio Dummett se muestra a menudo ambiguo sobre la cuestión de extender el antirrealismo al mundo de lo físico.

Para Dummett la ventaja del intuicionismo sobre el platonismo es que no hay que optar de antemano por una determinada metafísica, ya que se llega a la metafísica después de haber dado respuesta a las cuestiones del significado, mientras que el platonismo toma como punto de partida una determinada metafísica. Y, claro está, para Dummett los argumentos metafísicos son circulares y no resuelven nada, los lingüísticos sí.

Sin ser tajante de modo definitivo, Dummett analiza [“The Philosophical Basis of Intuitionistic Logic”, *T&OE*, *VyOE*: 329-330] las dos posibles opciones en ontología que se abren a partir de las consideraciones anteriores.

La primera opción, a la que llamaremos tesis ontológica *blanda*, admitiría que los enunciados de la aritmética elemental tienen un valor de verdad definido, verdadero o falso, aunque nosotros no lo conozcamos.

Esta opción convierte a la ontología en *irrelevante*. Dummett insiste en la irrelevancia de nuestra visión del estatus ontológico de los números naturales para la interpretación de los cuantificadores: se puede considerar que los números naturales son entidades abstractas atemporales y llegar a una interpretación de la cuantificación infinita constructivista; y también se puede entender que los números naturales son creaciones de la mente humana y sin embargo mantenerse en una interpretación platonista. Así, en suma,

enunciados matemáticos. Más bien, debemos primero decidir el modelo correcto de significado -ya sea por uno intuicionista (...), o por uno platonista (...); y después se nos impondrá una u otra imagen del carácter metafísico de la realidad matemática [“The Philosophical Basis of Intuitionistic Logic”, *T&OE*, *VyOE*: 311].

la cuestión de si los enunciados matemáticos son creación de la mente humana o si tienen algún tipo de existencia objetiva se hace irrelevante bajo esta opción.

En la segunda opción, tesis ontológica *dura*, propone que un enunciado matemático es verdadero (o falso) solo cuando poseemos una prueba actual de él (o una refutación actual). De acuerdo con esta opción, la interpretación clásica de la cuantificación ilimitada sería inaceptable. La interpretación clásica o platonista que ve la cuantificación, universal o existencial, como una conjunción o disyunción infinita exige que todas las instancias de los enunciados cuantificados tengan un valor de verdad ya determinado, si no lo tuvieran sería imposible entenderla como un producto o una suma lógicos infinitos.

Esta segunda opción convierte a la ontología en *innecesaria*, dado que proporciona argumentos exclusivamente matemáticos para el intuicionismo: un enunciado matemático no es verdadero antes de ejecutar su computación. Esta segunda opción refuta cualquier interpretación platonista de los números naturales, librándose de cualquier tentación platonista sobre la teoría de números que incluya cuantificación infinita. La tesis ontológica *dura* en su interpretación intuicionista descansaría únicamente en razones estrictamente matemáticas y demandaría que esta interpretación no se extienda a otros reinos del discurso (como al mundo de la física).

Por lo tanto, dada la cuestión: ¿puede la tesis de que los números naturales son creaciones del pensamiento humano considerarse una premisa para la adopción de una lógica intuicionista para los enunciados de la teoría de los números? Solo hay una posible respuesta [T&OE, VyOE: 330-331]: No. La ontología no puede ser el punto de partida para adoptar una lógica u otra. Dentro de la primera opción, la ontología se hacía irrelevante, tanto el creacionista podía llegar a conclusiones clásicas en la lógica de las matemáticas, como el platonista podía llegar a conclusiones constructivistas. Dentro de la segunda opción (un enunciado matemático no es verdadero antes de efectuar su computación) se hace la ontología *innecesaria*, ya que esta opción se basa en razones estrictamente matemáticas.

La tesis ontológica «blanda» (que admite tanto que los objetos matemáticos existan independientes como que sean producto de nuestro pensamiento) es irrelevante sobre si la interpretación clásica de las constantes lógicas es admisible o si solo la intuicionista es correcta; mientras que la tesis «dura», radical, de que tales objetos son productos de nuestro pensamiento (esto es, que incluso los predicados más primitivos son verdad solo cuando los hemos reconocido expresamente como tales) no admite nada más que la interpretación intuicionista como correcta.

No podemos, por tanto, partir de la tesis metafísica de que los números naturales son creaciones del pensamiento humano y extraer como consecuencia cuál ha de ser la noción apropiada de la verdad de los enunciados de la aritmética. Más bien a la inversa, la cuestión de qué noción de verdad es admisible para enunciados de la aritmética, será determinante de la postura metafísica que se adopte. La cuestión de si hay una realidad objetiva que determina cada enunciado matemático como verdadero o falso solo puede ser contestada respondiendo previamente a en qué consiste nuestra comprensión de tales enunciados, comprensión que consiste en nuestro dominio del procedimiento de decisión relevante.

La única razón para suponer que un enunciado como « 10^{20} es la suma de dos primos» es verdadero o falso es que tenemos (en principio) un procedimiento efectivo para determinar su valor de verdad, y que este procedimiento, al aplicarlo, arrojará un resultado u otro.

Una vez admitido que en matemáticas la visión metafísica solo puede ser una metáfora a que se llega a partir de una posición sobre la noción de significado adecuada para los enunciados de este campo del discurso, nos planteamos si este antirrealismo puede ser extendido a otros universos de discurso como los objetos físicos.

To what extent such a radical anti-realism with respect to the objects of mathematics is defensible, and to what extent it is compatible with realism about the contents of the physical universe, are questions left to the reader to think through [*EoI*: 389].²⁰⁴

Puesto que la defensa del antirrealismo en matemáticas se ha basado en las estrictas razones lógicas y matemáticas proporcionadas por el intuicionismo, la aplicación de este modelo hacia otros universos del discurso no puede hacerse de modo directo.

Hacia una ontología más allá de las matemáticas

A pesar de todas estas limitaciones y restricciones que Dummett impone a las cuestiones metafísicas, esto no significa que la metafísica no suponga una parte importante

²⁰⁴ En qué grado tan radical antirrealismo con respecto a los objetos de las matemáticas es defendible, y en qué grado es compatible con el realismo sobre los contenidos del universo físico, son cuestiones que se dejan para que las medite el lector.

de sus preocupaciones: no renuncia a entrar en debates metafísicos, a veces discutiendo cuestiones de principio, otras, llegando lejos en las consecuencias. Por ejemplo, en *The Logical Basis of Metaphysics* (1991), Dummett se propone sentar las bases sobre las que edificar la metafísica, metafísica que no está desarrollada en esta obra pero que sí apunta hacia la dirección en que debería llevarse a cabo. Porque en esta obra se limita a exponer de un modo técnico las cuestiones de la lógica que tendrán consecuencias metafísicas. Incluso advierte contra aquellos, legos, que esperen encontrar ahí la respuesta a sus propias tribulaciones metafísicas, como las razones para creer o no creer en Dios, en el libre albedrío o en la inmortalidad.

I have not raised those questions, but I have raised others almost equally profound: yet I am not proposing to answer them. I propose only to try to provide a base from which we might set out to seek for the answers [*LBoM*: 19].²⁰⁵

Podemos notar cómo los términos metafísica y ontología son usados por Dummett, para referirse no solo a los principios del estudio del ser, de los principios de lo que existe (tradicionalmente, ontología), sino también para el estudio de lo que está más allá de lo físico, de lo trascendente (tradicionalmente, metafísica).

La cuestión que nos planteamos, entonces, es si la ontología intuicionista para las matemáticas, fundada sólidamente sobre bases lógicas, la lógica apoyada sobre una semántica y la semántica construida sobre una teoría del significado, si dicha ontología para las matemáticas –decimos– es legítimo extenderla a otras regiones más allá del discurso matemático, hacia el mundo físico, hacia los enunciados sobre el pasado y el futuro, hacia los mundos posibles o contrafácticos, e incluso si podemos extender esta ontología hacia lo trascendente (la existencia de Dios, la libertad o la inmortalidad).

La dificultad de generalizar su teoría antirrealista del significado hacia otros universos del discurso más allá de las matemáticas, incluso hacia *cualquier* universo de discurso, le hace a Dummett, a menudo, mostrarse cauto y limitarse a la defensa de su antirrealismo solo para las matemáticas y basado en argumentos estrictamente lógicos y matemáticos.

²⁰⁵ No he planteado estas cuestiones, pero he planteado otras casi igualmente de profundas: todavía no me propongo responderlas. Me propongo solo tratar de proporcionar una base desde la cual podríamos establecer la búsqueda de las respuestas.

La tesis de que los enunciados matemáticos no se relacionan con una realidad matemática que exista independientemente de nosotros, deja libertad para mantener o rechazar una tesis análoga para enunciados de otra clase. Por ejemplo, al tratar sobre los enunciados sobre los objetos materiales del mundo físico, le es difícil a Dummett mantener que solo existan mientras son percibidos o pensados. Este recelo a extender su antirrealismo más allá de las matemáticas ha provocado que Dummett sea visto por algunos críticos como un realista a pesar de todo.²⁰⁶

A diferencia de los objetos físicos en los que Dummett no se atreve a negar su realidad material, en el caso de objetos matemáticos, el antirrealismo matemático niega la existencia independiente de los objetos matemáticos, su existencia consiste en ser creaciones de la mente humana, no solo en el sentido de que se puede pensar en ellos, sino en que su ser es ser pensados. Para los objetos matemáticos *esse est concipi*.

Las dos metáforas sobre la actividad matemática, expuestas por Dummett [*T&OE*, *VyOE*: 311], aunque no permitan resolver disputas de la lógica ni de la teoría del significado, sí son ilustrativas de la ontología matemática apropiada. La *metáfora del astrónomo* es propuesta por el platonista: el matemático investiga una realidad matemática que está ahí (como los planetas, las estrellas y las galaxias) esperando a que dispongamos de los instrumentos adecuados para descubrirla. La *metáfora del artista* es sugerida por algunos constructivistas: el matemático construye sus objetos siguiendo el poder creativo de su imaginación.

Dummett no está de acuerdo con ninguna de ellas, evidentemente rechaza la metáfora del astrónomo, pero tampoco acepta la del artista porque no es la imaginación libre y subjetiva la que construye los objetos matemáticos sino la capacidad de la mente que trabaja y crea de acuerdo a leyes que la propia mente se impone. El antirrealismo de Dummett no es un idealismo subjetivista y menos para las matemáticas. La metáfora del artista no es adecuada, aunque haya sido propuesta por algunos constructivistas, porque condenaría a las matemáticas a un *convencionalismo* nacido del capricho o de la moda.

La cuestión sobre si los objetos matemáticos tienen existencia independiente o son construidos por el sujeto humano, no debe ser confundida con el problema de la “objetividad” (o validez universal) de las matemáticas. Que las matemáticas son universales quiere decir para un constructivista que los teoremas matemáticos han sido construidos siguiendo leyes necesarias. Construidos por la mente humana pero de acuerdo

²⁰⁶ Karen Green [(2001) *Dummett: Philosophy of Language* Oxford: Blackwell; Cambridge: Polity. p. 128] califica a Dummett como un *realista del sentido común*.

con las propias leyes de la mente. La universalidad de las matemáticas construidas por la mente se opone aquí a la subjetividad del capricho y la imaginación.

Las matemáticas son “objetivas” en el sentido de que su verdad *se nos impone* universalmente. Esto no quiere decir que se nos imponga *desde fuera* por una realidad externa independiente de nosotros, pero sí que la verdad se impone *desde dentro*, desde las leyes que constituyen la mente humana. No podemos pensar matemáticamente de otro modo que siguiendo las leyes de aritmética cuando sumamos números o siguiendo las leyes de la geometría cuando operamos mentalmente con figuras en el espacio.

La filosofía analítica y, con ella, Dummett renuncian a análisis de la mente humana por las dificultades que ello entraña, huyendo de cualquier atisbo de psicologismo o de mentalismo. La sustitución del estudio de la mente por el estudio del lenguaje permite a la filosofía analítica mantenerse fiel a la tradición empirista de la cual nace. Y efectivamente, el lenguaje ofrece al mismo tiempo su carácter positivo, esto es, que permite la medida y el análisis, y su carácter no material, es decir, antimetafísico.

El antirrealismo matemático de Dummett aúna los requisitos de la filosofía analítica, se centra en el estudio del lenguaje (contra el mentalismo y el psicologismo) y aunque no repudia la metafísica sí la posterga a ser consecuencia (en vez de premisa) de su teoría del significado.

La formulación del antirrealismo por Michael Dummett desde presupuestos lingüísticos tiene la virtud de no entrar en las discusiones de los *empiristas metafísicos* acerca de *la realidad externa*, además de evitar el mentalismo y el psicologismo. Su mayor peligro, sin embargo, al fundarse en el uso y la práctica actual del lenguaje, consiste en su tendencia a deslizarse constantemente hacia el convencionalismo.

Ahora bien, es difícilmente admisible que la construcción de su teoría del significado antirrealista tenga garantizado el éxito en su aplicación general a todos los ámbitos del discurso, algo que ni el propio Dummett afirma de modo tajante.

La teoría del significado antirrealista para las matemáticas, en su formulación intuicionista por Dummett, consigue superar todos los escollos anteriores y presentarse como fundamentada a partir de presupuestos lógicos y matemáticos, definiendo las constantes lógicas al modo intuicionista y elaborando una noción de prueba constructiva. El intuicionismo de Dummett consigue proporcionar la certeza estricta que garantiza la universalidad de las matemáticas a partir de razones lógicas y matemáticas, relegando como irrelevante o innecesaria a la pregunta por el estatus ontológico de los objetos de las matemáticas.

En suma, Dummett se ha propuesto llevar la discusión sobre el realismo y antirrealismo matemáticos más allá de la ontología hacia el terreno de lo estrictamente matemático. Asentar el intuicionismo sobre la base de una teoría del significado de las constantes lógicas y de los enunciados matemáticos tiene la doble virtud de evitar esos lodos metafísicos en los que el adversario siempre podría negarse a entrar y de recuperar -o mejor- de instaurar la importancia del lenguaje para la tradición intuicionista.

Parte V

EL ANTIRREALISMO SOBRE TIEMPO

Parte V. EL ANTIRREALISMO SOBRE EL TIEMPO

Junto con la matemática, los enunciados sobre el pasado suponen el otro gran campo de pruebas para la teoría del significado antirrealista. Su resultado en la disputa contra el realismo tendrá una transcendencia metafísica más directa aún si cabe por encontrarnos en el terreno de lo empírico y no en de las construcciones mentales como en la matemática.

Hemos podido comprobar que la teoría del significado antirrealista para las matemáticas, entendida como constructivismo, resulta adecuada para dar cuenta de nuestros teoremas matemáticos y de su desarrollo histórico. Una semántica constructivista que rechaza la bivalencia daba lugar a una lógica intuicionista y permitía fundamentar toda la matemática intuicionista. El carácter de constructo mental propuesto para los objetos matemáticos tiene evidentemente sus consecuencias metafísicas al interpretar la existencia de los teoremas matemáticos como “ser construidos”, pero no se adentra aún en el terreno más movedizo que es el de la existencia de lo empírico.

La realización de una teoría del significado para los enunciados matemáticos ha resultado satisfactoria en la forma de una matemática intuicionista, pero la teoría del significado dummettiana no ha de ser aplicada directamente a todo el universo del discurso, sino que, al contrario, la disputa sobre el significado para cada clase de enunciados ha de resolverse separadamente. El resultado puede ser entonces que, dentro siempre de una teoría del significado justificacionista, la metafísica resultante en cada caso se incline en mayor o menor medida hacia el realismo o hacia el antirrealismo.

La discusión sobre el significado de los enunciados temporales, especialmente los enunciados sobre el pasado, nos va a permitir adentrarnos en la otra clase de enunciados que, junto a los matemáticos, exigen un rechazo frontal del principio de bivalencia.

Es la disputa sobre la teoría del significado adecuada lo que fundamenta, como ya hemos visto, una determinada semántica para los enunciados de una clase en disputa y el rechazo o no del principio de bivalencia para esa clase en concreto. Y sobre los cimientos de la semántica quiere Dummett construir la teoría metafísica. De tal modo, la metafísica acerca del tiempo solo podrá ser abordada cuando hayamos resuelto las

disputas semánticas a partir de la adecuada teoría del significado para los enunciados en tiempo verbal pasado o futuro.

En este apartado dedicado al antirrealismo sobre el tiempo, comenzaremos presentando la evolución filosófica de Dummett sobre el tema del tiempo desde su primeras propuestas en artículos de los años 50 y 60. En el segundo capítulo abordaremos su artículo de 1969 “La realidad del pasado” que nos permitirá plantear las tempranas posturas en la disputa sobre el realismo acerca del tiempo verbal pasado. A continuación (capítulo tercero) seguiremos a Dummett en su elaboración de una semántica del tiempo verbal pasado en analogía con la semántica intuicionista para los enunciados matemáticos y con la semántica para los enunciados sobre lugares remotos. El resultado será una cierta concesión al realismo al ampliar la noción de verificación hacia lo que “habría sido verificado”. En el cuarto capítulo se expone la metafísica del tiempo dummettiana elaborada a partir de la semántica justificacionista para el tiempo verbal pasado, metafísica que se abre al ámbito de la teología. En el último capítulo recopilaremos los resultados obtenidos estudiando la relación entre la teoría justificacionista del significado de los enunciados en tiempo verbal pasado y el antirrealismo sobre el tiempo: cómo el justificacionismo riguroso necesita abrirse hacia posturas moderadas y en qué medida esto supone una concesión al realismo.

1. Planteamiento

La evolución de Dummett sobre el tema del tiempo

Michael Dummett comenzó desde muy pronto en su carrera filosófica a preocuparse por los problemas derivados de comprensión del tiempo. De 1954 es su curioso artículo “¿Puede un efecto preceder a su causa?” [T&OE, VyOE: 408-421], al que siguieron otros en la década de los sesenta sobre el mismo tema, “Causando el pasado” (1964) [T&OE, VyOE: 422-439] o directamente sobre la metafísica del tiempo, “Una defensa de la prueba de McTaggart de la irrealidad del tiempo” (1960) [T&OE, VyOE: 440-446], y “La realidad del pasado” (1969) [T&OE, VyOE: 447-464]. En este último desarrolla el significado de los enunciados en tiempo verbal pasado de un modo sistemático, que no volverá a ser revisado hasta los años 90.

Fue, efectivamente, en el curso 1996-1997, cuando pronunció sus Gifford Lectures en la Universidad de St Andrews, que de nuevo consideró en profundidad el tema del tiempo verbal de los enunciados y del tiempo como tal. Sin embargo, no muy satisfecho con su propia posición, pocos años después, en 2002, en el marco de las John Dewey Lectures de la Universidad de Columbia, propondría un tratamiento completo sobre el tema que podríamos considerar el definitivo, o al menos, el último hasta el momento. Dummett se reserva el derecho de todo filósofo a evolucionar en su pensamiento:

I do not think anyone should interpret everything that a philosopher writes as if it was just one chapter in a book he is writing throughout his life [T&tP: x].²⁰⁷

Después de publicar en 2004 las Dewey Lectures bajo el título *Truth and the Past* [T&tP], Michael Dummett encontró el tiempo y el motivo para revisar profundamente y publicar las Gifford Lectures. Así en 2006 apareció *Thought and Reality* [T&R], que ofrece una versión profundamente revisada de aquellas Gifford Lectures excepto en el tema del tiempo, tema en que decide mantener el texto fiel a su pensamiento de entonces, tal como fue ofrecido en St Andrews en 1997, dado que

²⁰⁷ No creo que se deba interpretar todo lo que un filósofo escribe como si fuera otro capítulo del libro que está escribiendo a lo largo de su vida.

suponía haber dado su visión definitiva sobre el asunto en las Dewey Lectures. En el siguiente texto encontramos una breve descripción de su trayectoria personal sobre la evolución de su comprensión sobre el tiempo y una justificación de su decisión de dar a publicar un pensamiento que ya no sostiene:

All the same, if I was sure that I had improved on my earlier thoughts, why put those earlier thoughts into print? The answer is that I am *not* sure. All turns on what notion of truth is appropriate to a justificationist theory of meaning. The question has worried me for many years. For a time I had believed that the justificationist must be an anti-realist about the past, a conclusion about which I always felt uneasy. The Gifford Lectures firmly repudiate this; but the conception of truth that they propose does not make so conciliatory an advance in a realist direction as does that proposed in the Dewey Lectures. So the two sets of lectures offer a choice between two possible conceptions of truth, conceptions that I hope I have succeeded in delineating with reasonable clarity. Because I do not really know what is the right conception, I have thought it possibly no unhelpful to publish my Gifford Lectures essentially as they were delivered [T&R: vii].²⁰⁸

Hay una gran diferencia en el tratamiento del tiempo entre las Gifford Lectures [T&R] pronunciadas en 1996-97 y las Dewey Lectures [T&tP] de 2002: de una a otra Dummett va continuar su progresiva separación frente al antirrealismo estricto.

La diferencia fundamental entre ambas radica en que en las primeras propuso una asimetría temporal entre pasado y futuro y consideró el carácter acumulativo de las verdades temporales. En cierto modo esta visión del tiempo es, a nuestro juicio, la más coherente con el resto de la teoría del significado justificacionista de Dummett y la que mejor encaja con su concepción constructivista de las matemáticas.

²⁰⁸ Lo mismo, si yo estuviera seguro de haber mejorado mis primeros pensamientos, ¿para qué entregar aquellos primeros pensamientos a la imprenta? La respuesta es que *no* estoy seguro. Todo gira en torno a qué noción de verdad es apropiada para una teoría justificacionista del significado. La cuestión me ha preocupado durante muchos años. Durante un tiempo creí que el justificacionista debería ser antirrealista sobre el pasado, una conclusión con la cual me sentí siempre incómodo. En las Gifford Lectures repudí firmemente esto; pero la concepción de la verdad que propuse no hace un adelanto muy conciliador en dirección hacia el realismo, como el que propuse en las Dewey Lectures. Así los dos conjuntos de lecciones ofrecen una elección entre dos posibles concepciones de la verdad, concepciones que espero haber delineado exitosamente con razonable claridad. Puesto que no conozco realmente cual es la concepción correcta, he creído que posiblemente no sería de poca ayuda publicar mis Gifford Lectures esencialmente tal como fueron pronunciadas.

De acuerdo con la postura de Dummett presentada en las Gifford, las proposiciones sobre el pasado son verdaderas si hubo evidencias entonces a su favor, pero las proposiciones sobre el futuro no son reconocidas verdaderas por las evidencias que habrá disponibles en el tiempo (futuro) a que se refieren, sino por razones actuales para ello. Si no hay razones actuales, carecerán de valor de verdad hasta que lleguen a ser en el futuro (si llegan) verdaderas o falsas. En las Gifford defendió esta asimetría entre pasado y futuro porque admitir como verdaderas las proposiciones sobre el pasado solo en virtud de evidencias actuales tiene consecuencias metafísicas horribles (*abhorrent metaphysical conclusions*) mientras que su visión paralela sobre el futuro no. Por el contrario, en las Dewey Lectures una proposición temporal sobre pasado, presente o futuro, es verdadera atemporalmente (*timelessly*), cuando alguien adecuadamente situado espaciotemporalmente podría tener o podría haber tenido razones para reconocerla como verdadera, es decir, que la evidencia estaría o habría estado disponible para él (en las Gifford una proposición es considerada verdadera cuando *nosotros* estamos o estuvimos en caso de establecer su verdad). Este diferente matiz en el modo de considerar el significado de los enunciados temporales conlleva que hay más proposiciones verdaderas en la postura de las Dewey que en la de las Gifford.

Con todo, para llegar a estos resultados, Dummett ha debido recorrer un largo camino que inició con sus indagaciones sobre la relación entre la causalidad y el tiempo.

La causalidad y el tiempo

No resulta extraño, que después de las matemáticas, el tema del tiempo sea uno de los que más han absorbido las preocupaciones filosóficas de Dummett. De algún modo, si hacemos caso a la propuesta kantiana retomada por los intuicionistas la temática del tiempo está básicamente relacionada con las matemáticas: el tiempo es una intuición (intuición pura en Kant, como es sabido) que sirve de fundamento a la operación de contar, la cual es el origen de la aritmética y de toda la matemática. Y esta flecha del suceder del tiempo, a la que no nos podemos sustraer, expresa también la dirección de la flecha causal, como también Kant desarrolló en el esquematismo de la categoría de causa-efecto (*Crítica de la Razón Pura*, A141, B180). Por ello, cuando Dummett se pregunta si un efecto puede preceder a su causa, está planteándose ni más

ni menos la reversibilidad del tiempo. Estamos, pues, ante un primer acercamiento a una metafísica del tiempo.

En su artículo de 1954 “¿Puede un efecto preceder a su causa?” [T&OE, VyOE: 408-421] Dummett utiliza el término “cuasicausalidad” para referirse a “posibles causas” que sean posteriores a sus efectos, es decir, una *cuasicausa* provocaría su acción en un momento temporal anterior a ella misma, el *cuasiefecto* precede a la *cuasicausa*. ¿Es un sinsentido plantearse esta posibilidad? Dummett presenta como ejemplos tres casos hipotéticos. El primero es el caso de aquella persona que cada día se despierta tres minutos antes de sonar la alarma de su reloj y cuando por algún accidente no suena la alarma entonces no se despierta hasta muy tarde. El zumbido de la alarma de su reloj es la *causicausa* del despertarse, este efecto es tres minutos anterior a su causa.

El segundo ejemplo es el de un hechicero que hace sus conjuros para asegurar el buen tiempo, incluso en zonas alejadas y ¡en tiempos pasados! Si el hechicero desconoce el clima que hizo ayer en Liverpool, él desde Oxford podría lanzar su conjuro para que el tiempo ayer en Liverpool *haya sido* bueno. Dummett compara la ignorancia del hechicero de las condiciones atmosféricas en el pasado, con nuestra ignorancia de los acontecimientos futuros: ambos somos ignorantes, el hechicero sobre el pasado y nosotros mismos sobre el futuro, y ambos actuamos para provocar que el pasado o el futuro sean como deseamos que hayan sido o como deseamos que lleguen a ser.

El tercer ejemplo es el de aquella persona que hace “clic” con sus dedos cada vez que recibe una carta para *causar* que en su interior no haya una factura. Su clic no cambia el contenido del sobre, *tan solo* actúa sobre el momento del envío de la carta impidiendo que alguien introduzca una factura en su interior.

Dummett concluye que

... si tuviéramos bases firmes para creer en una regularidad como esta, y ninguna explicación (causal [ordinaria]) de esta regularidad, entonces no podría ser sino racional creer en ella [en la causación hacia el pasado] y utilizarla [T&OE, VyOE: 421].

Más allá de la pervivencia e interés intrínseco del contenido de este escrito de Dummett, el artículo es significativo porque nos muestra dos aspectos que serán

constantes en la investigación filosófica de nuestro autor. Primero, nos ofrece un ejemplo de que toda investigación filosófica ha de estar fundada sobre la investigación del *significado* de las expresiones, enunciados e inferencias de nuestro lenguaje. Y lo que nos ha ofrecido es un estudio del significado del concepto de causa y de sus limitaciones. En concreto ha presentado la noción de causa en relación con la noción de la sucesión temporal.

Pero, en segundo lugar, el artículo conlleva una utilización ilegítima de los condicionales contrafácticos en el proceso de argumentación. Los contrafácticos permiten argumentar mostrando el paralelismo entre nuestro mundo actual y otro posible mundo. Por ejemplo, con el enunciado “Si los aliados no hubieran desembarcado en Normandía en 1944, la Unión Soviética hubiera impuesto su régimen también en Europa occidental”, queremos decir algo de nuestro mundo, comprender mejor lo que ha sucedido y lo que actualmente sucede, y para ello suponemos mundos no reales, pero posibles. La condición en el uso legítimo de los contrafácticos es que el mundo posible al que apelamos sea, o hubiera sido, accesible, que dicho mundo sea, o hubiera sido, *realmente* posible.

Cuando Dummett apela a los ejemplos del despertador, del hechicero o del clic, no propone mundos realmente posibles, porque con las leyes lógicas, matemáticas y físicas de nuestro mundo no cabe concebir semejantes casos como realmente posibles, son meras ficciones.

La utilización de los contrafácticos ha de ser minuciosamente vigilada si no queremos caer en sinsentidos. Su límite radica en que no pueden decirnos nada de lo que no es real, pero curiosamente nos dan nueva información sobre lo que sí es real, nos ayudan a comprender mejor nuestra realidad. Cuando en el funeral de un escritor decimos que hubiera podido llegar a premio Nobel, no estamos realizando afirmaciones sobre hechos que no han sucedido ni que ya nunca sucederán (no serían entonces *hechos* en realidad, ni siquiera hechos *futuros*), simplemente hablamos de un hecho pasado, de las cualidades tan extraordinarias que tenía el escritor que no eran incompatibles con alcanzar el premio Nobel de haber sido otras las circunstancias. No queremos decir nada del futuro, ni menos de lo posible o imposible, simplemente queremos constatar, acertadamente o no, un hecho pasado.

Todavía más importancia tiene mantener el cuidado extremo cuando empleamos los contrafácticos para la argumentación metafísica. “Si conociéramos las cosas tal como son en sí mismas...”, “Si nuestro conocimiento fuera infinito..., en estos ejemplos

contraponer nuestro conocimiento humano con el conocimiento infinito o divino no tiene en principio ningún problema siempre y cuando utilicemos la exposición del conocimiento de Dios para explicar qué *no es* el conocimiento humano, no es legítimo apelar a cómo sería el conocimiento divino para explicar cómo *es* el propio conocimiento divino.

Aunque esto precisamente es lo que realiza Dummett en escritos posteriores, como en los de su última etapa ([*N&FoP*: 151-152], [*T&tP*: 92-98], [*T&R*: 96 y ss.]), pero también en los de madurez [*LBoM*: 348-351], cuando utiliza los contrafácticos para exponer cómo sería el conocimiento divino.

Esta idea nuestra de la ilegitimidad de los contrafácticos en la argumentación filosófica está extraída de la noción de kantiana de “contraconcepto explicativo”: el noúmeno o cosa en sí es un mero “contraconcepto explicativo”, nos ayuda a comprender qué no es el fenómeno, pero nunca estará permitido utilizarlo para explicar *qué es* el propio noúmeno. Igualmente hubiéramos aceptado la noción de *cuasicausa* en Dummett para comprender mejor qué no es la causa, pero no para pretender avanzar hacia la posibilidad de validez de la *cuasicausalidad*.

En la misma línea, en su artículo de 1964 “Causando el pasado”, [*T&OE*, *VyOE*: 422-439] Dummett insiste en analizar la posibilidad de la acción causal hacia el pasado que ya trató en su artículo de 1954 “¿Puede un efecto preceder a su causa?” y además continúa la aportación de ejemplos extraídos de la religión o de la magia.

En realidad, Dummett no concluye que se pueda causar el pasado sino tan solo que no es irracional pensar que ello pueda suceder. La base de su argumentación es mostrar el paralelismo que hay entre, por un lado, el conocimiento de los hechos futuros y nuestra actuación sobre ellos y, por otro lado, el conocimiento de los hechos pasados para poder actuar causalmente -y no solo cognoscitivamente- sobre ellos. Quiere mostrar que la simetría entre memoria y propósito, entre pasado y futuro no es lógicamente absurda y que sería tan racional admitir un propósito hacia el futuro como una acción sobre el pasado (causa retroactiva).

El primer ejemplo es de tipo religioso: si alguien escuchara en la radio la noticia de que el barco en que viajaba su hijo ha naufragado, no sería absurdo para un creyente rogar a Dios que su hijo estuviera entre los supervivientes. El creyente suplica a Dios para que salve a su hijo, aunque su salvación o perecimiento de hecho ya ha sucedido.

Alguien podría replicar a este creyente que es absurda tal súplica porque su hijo o bien se ha salvado y el ruego es superfluo, o bien se ha ahogado y el rezo es inútil.

Pero esta réplica, de acuerdo con Dummett, es equivalente al razonamiento que el fatalista hace sobre los sucesos futuros: en los bombardeos sobre Londres de la Guerra Mundial el fatalista argumentaba que es absurdo correr al refugio porque si has de morir nada que hagas lo puede evitar y si has de sobrevivir ninguna acción tuya lo impedirá. Es decir, Dummett argumenta que solo un fatalista sobre el futuro negaría al creyente el recurso a suplicar a Dios que evite que el pasado haya sucedido. Si queremos no ser fatalistas sobre el futuro, en coherencia debemos admitir el rezo del atribulado creyente. En otras palabras, tan racional es correr al refugio al sonar las alarmas para intentar esquivar la muerte en el bombardeo como rezar a Dios con intención de evitar que haya sucedido la muerte de un hijo.

El segundo ejemplo que Dummett propone acerca de un hechicero en una tribu africana es todavía más rocambolesco y no vamos a entrar ahora en él.

A partir de lo visto, podemos concluir que la simetría dummetiana entre pasado y presente está basada en una doble falacia. En primer lugar, hay que reconocer que rezar a Dios puede ser una actitud *humanamente racional*, pero no es *cognoscitivamente racional*: es humano y racional creer en Dios y en milagros, porque parece claro que no debemos tachar de irracional a toda aquella persona creyente; las creencias, en cuanto creencias, son racionales, y nuestra racionalidad incluye creencias, sentimientos, valores, conocimientos... pero dentro de esa parte de la racionalidad humana que es el conocimiento no podemos admitir un conocimiento racional de Dios ni de lo *supra-natural*. Por ello, el ser humano que corre al refugio ante la alarma de bombardeo actúa racionalmente guiado por su conocimiento racional de que en el refugio tiene más probabilidades de salvarse, mientras que el creyente que reza a su Dios o recurre a un ritual mágico para actuar sobre el pasado actúa racionalmente, podemos admitir, guiado por sus sentimientos y creencias (racionales), pero *no* por un *conocimiento racional* de que sus rezos o rituales puedan actuar sobre lo supra-natural para causar el pasado. No son equiparables ambas actitudes, por consiguiente no se puede concluir que no es absurdo concebir la causación del pasado.

La segunda falacia del razonamiento de Dummett se esconde en su propuesta de que la simetría entre pasado y futuro es de tipo *lógico*: no es incoherente, nos dice, aceptar que el pasado y el futuro sean reversibles, cuanto argumentemos sobre el futuro es, en términos formales, argumentable sobre el pasado. En el ejemplo anterior, el razonamiento del padre que reza por la salvación de hijo, aunque su hijo *ya* se ha salvado o ya se ha ahogado, es *formalmente equivalente* a la persona que corre al

refugio aunque la bomba *todavía* no le ha matado ni *todavía* ha salido indemne. El problema de esta argumentación consiste en confundir la simetría lógica del tiempo con la simetría física: el tiempo puede ser lógicamente simétrico pero no lo es físicamente. Aunque la mecánica newtoniana ha considerado al tiempo como una variable reversible como si siempre pudiéramos reproducir hacia atrás los experimentos mecánicos, lo cierto es que esto no se sostiene en cuanto entramos en otras partes de la física, especialmente en la termodinámica. El segundo principio de la termodinámica expresa con toda su fuerza la irreversibilidad del tiempo, flecha del devenir temporal, la cual no es otra cosa que la flecha de la causalidad, del antes hacia el después, de la causa hacia el efecto. Este segundo principio de la termodinámica reza que la entropía del universo crece con el tiempo, dicho de otra manera, que la disipación de calor que se produce en cualquier sistema físico es irreversible y que el universo camina hacia la muerte térmica cuando, por la disipación del calor desde las zonas calientes hacia las frías, todas sus partículas tengan exactamente la misma temperatura.

Hay que hacer notar que en sus escritos posteriores Dummett rechazará la simetría entre pasado y futuro (especialmente en [*T&R*]), incluso para establecer el significado de los enunciados en tiempo verbal. Ciertamente, sin necesidad de apoyarse en el segundo principio de la termodinámica para criticar la simetría temporal, es preciso separar la argumentación lógica (formal y abstracta, donde no interviene la sucesión temporal) de la argumentación física (donde la sucesión del tiempo es fundamental, es de hecho lo fundamental). Desde el punto de vista físico no puede haber, por tanto, tal simetría temporal.

Como trataremos más adelante, Dummett volverá a discutir la simetría entre pasado y futuro a la hora de elaborar una teoría justificacionista del significado para los enunciados en tiempo verbal pasado o futuro, aunque mantendrá diferentes enfoques sobre el tema en momentos distintos, pero para nosotros la asimetría temporal tal como es expuesta en [*T&R*: viii] será la propuesta que presentamos como más genuina de Dummett.

2. Realismo y antirrealismo sobre el pasado

Siguiendo con las aportaciones de Dummett a la problemática del tiempo realizadas la década de los 60, vamos a centrarnos en este capítulo en las conclusiones derivadas de su escrito de 1969 “La realidad del pasado” para estudiar la aplicación de la disputa del realismo/antirrealismo sobre la clase de enunciados en tiempo verbal pasado. Nos detendremos especialmente en la interpretación, para cada una de las dos posiciones, de los denominados *vínculos de valor de verdad* entre enunciados en distinto tiempo verbal, y presentaremos la reformulación del antirrealismo sobre el pasado que deriva de la objeción planteada por los citados vínculos. La conclusión de la disputa sobre el realismo para el tiempo pasado permanecerá abierta, e hibernada, en Dummett durante décadas, hasta los años 90.

La discusión del realismo sobre el pasado

De la serie de artículos sobre la noción de tiempo contenidos en *Verdad y otros enigmas*, es el escrito en 1969 bajo el título “La realidad del pasado” [T&OE, VyOE: 447-464] donde Michael Dummett aborda de modo más sistemático y concienzudo el problema de los enunciados temporales dentro del marco de la disputa entre realismo y antirrealismo.

Como ya hemos visto al analizar la disputa sobre el realismo, toda controversia de este tipo ha centrarse en torno a la noción de significado aceptable para la clase de los enunciados en cuestión, en torno a la noción de significado apropiada para los enunciados en tiempo verbal pasado. Se cumplen así las tres condiciones que Dummett exige para plantear toda disputa filosófica: primero, toda disputa filosófica es una disputa sobre *enunciados*; segundo, la disputa ha de centrarse sobre una *clase* determinada de enunciados y no sobre todo el universo de discurso; y tercero, la disputa se ha de conducir hacia la elucidación del *significado* de los enunciados en cuestión.

Si centramos la discusión sobre el realismo en la explicación del significado de los enunciados de la clase en disputa, obtenemos que para el realismo el significado de un enunciado (la comprensión del enunciado) consiste en conocer *qué es* para el enunciado ser verdadero. El realismo se apoya en una teoría del significado veritativo-condicional, esto es, el significado de un enunciado viene dado por las condiciones de verdad del enunciado. Para el antirrealismo, por otro lado, el significado de un

enunciado consiste en nuestra *capacidad de reconocer* las condiciones que harían verdadero al enunciado. El antirrealismo se apoya en una teoría del significado verificacionista o justificacionista:²⁰⁹ el significado de un enunciado viene dado por nuestra capacidad para reconocer la verdad de un enunciado cuando se nos presenta. La diferencia entre realismo y antirrealismo radica en que para el realismo la verdad del enunciado está ya determinada en sí misma (el enunciado es verdadero o falso aunque no se conozca si es una cosa o la otra), mientras que para el antirrealista la verdad del enunciado radica en nuestra capacidad para reconocerla. En el antirrealismo el papel del sujeto cognoscente (*nosotros*, para Dummett) es imprescindible para establecer la verdad del enunciado y por tanto para establecer su significado.

El realista admite que el enunciado está determinado en su verdad o falsedad independientemente de nuestra capacidad para establecerlo como verdadero o falso, de tal modo que todo enunciado con significado es verdadero o falso. En esto consiste la aceptación del principio de bivalencia por el realista. Por el contrario, el antirrealista, al hacer residir el significado de un enunciado en nuestra capacidad para reconocerlo como verdadero o falso, cuando no tenemos los medios para determinar su verdad o falsedad, podemos comprender el enunciado (conocer su significado), sin tener idea de si es verdadero o falso, es decir, somos capaces de reconocer en que consistiría una prueba o evidencia del enunciado (comprendemos el enunciado, el enunciado tiene significado), sin ser capaces de ofrecer tal prueba o evidencia. El antirrealista, consecuentemente, rechaza el principio de bivalencia.

Reduccionismo y antirrealismo

La mayor objeción contra el antirrealismo procede de que a menudo ha sido tachado como reduccionista, sospecha que Dummett quiere disipar a toda costa, como vimos en la *Parte III. La discusión sobre el realismo: 8. Reduccionismo*. El reduccionismo en la teoría del significado consiste admitir que el significado de los enunciados de una clase, la clase en cuestión, puede ser dado en función del significado de los enunciados de otra clase, la clase reductiva.

Dummett separa tajantemente antirrealismo y reduccionismo:

²⁰⁹ Dummett usa la noción de verificar no en sentido estricto, sino como posesión de razones o fundamentos (*grounds*) para garantizar la afirmación del enunciado. Por eso se refiere a *justificar* un enunciado, y prefiere *justificacionismo* a verificacionismo para nombrar su teoría del significado.

El reduccionismo (...) no es ni suficiente ni necesario para el antirrealismo [“La realidad del pasado”, *T&OE*, *VyOE*: 450].

En primer lugar, no es suficiente porque cuando la reducción no elimina la bivalencia, se mantiene el realismo. La bivalencia, principio semántico, es la auténtica base del realismo, pues la postura metafísica (realista o no) será una consecuencia de la teoría semántica que adoptemos.

En segundo lugar, el reduccionismo no es necesario para el antirrealismo porque puede formularse la concepción antirrealista sin clase reductiva, basta con aceptar que podemos reconocer directamente las condiciones de verdad de la clase en cuestión, sin necesidad de traducirlas a una clase reductiva.

Ejemplos de reduccionismo serían el fenomenismo y el conductivismo. El fenomenismo traduce los enunciados sobre la realidad exterior a enunciados sobre fenómenos mentales. Pero mientras el fenomenismo acepte la bivalencia en los enunciados sobre fenómenos mentales, no será nunca un genuino antirrealismo, sino más bien un realismo que propone la existencia de fenómenos mentales como constituyentes últimos de la realidad, los cuales tienen un valor de verdad determinado independiente de nuestra capacidad de establecerlo. En otras palabras, el fenomenismo reduce los fenómenos físicos a fenómenos mentales pero desde la base de la bivalencia y por tanto dentro del realismo.

De modo similar procede el conductismo, que traduce los enunciados sobre contenidos mentales a enunciados sobre conducta observable. El enunciado “Miguel es valiente” enuncia un rasgo de carácter que ha de ser verdadero o falso de modo determinado en función de ciertos comportamientos observables, y que incluso, según este conductismo reduccionista, ha de ser verdadero o falso aunque no dispongamos de conductas observables que avalen tal enunciado, pues quizá Miguel nunca se ha enfrentado con situaciones de peligro. Se supone que el rasgo de carácter está ya en el individuo, aunque oculto y desconocido para nosotros.

A diferencia de estos pretendidos antirrealismos reduccionistas, el constructivismo matemático sería un ejemplo de antirrealismo no reduccionista: los teoremas matemáticos son aquellos enunciados que hemos demostrado, que hemos reconocido como verdaderos, y en tales demostraciones empleamos los mismos enunciados de la clase en disputa, sin necesidad de reducirlos a enunciados de otra

clase. El intuicionismo matemático es el más genuino de los antirrealismos, dado que no emplea la tesis reductiva.

En suma, no es el reduccionismo lo que mejor caracteriza al antirrealismo, sino su rechazo de la bivalencia, rechazo que no es otra cosa que el rechazo a admitir la existencia de una “realidad” independiente de nuestra capacidad de conocerla. El antirrealista se niega admitir que comprender un enunciado, su significado, pueda consistir en algo supuesto independiente de nuestra capacidad de conocerlo. Captar el significado es captarlo por nosotros, el *significado* no es nada *en sí* mismo, sino *para nosotros*.

Si filosofía es análisis del significado de nuestro lenguaje, y el significado es algo construido por nosotros, la única opción coherente de hacer filosofía es el antirrealismo. Se trata ahora de llevar estos principios a la discusión del realismo y antirrealismo acerca de los enunciados en tiempo verbal pasado.

Los enunciados temporales

¿Qué es un enunciado temporal? Entendemos por enunciado temporal aquel enunciado que contiene un tiempo verbal distinto del presente actual.

Pero antes de nada, ¿qué es un enunciado? Un enunciado es una sentencia declarativa (enunciativa), que puede ser verdadera o falsa, el enunciado expresa una proposición (la proposición o pensamiento es el contenido de un enunciado).

Hay consenso casi general entre los filósofos que usan el término proposición para aceptar que la misma proposición puede expresarse de diferentes formas, y en diferentes lenguas.²¹⁰ Dummett sigue aquí la línea de Frege de otorgar la máxima objetividad al pensamiento: un pensamiento debe ser verdadero o falso absolutamente, independiente de cuándo o por quién es expresado.

Las consecuencias de esta postura no son meramente lógicas sino metafísicas: en cuanto que los hechos *son* proposiciones verdaderas,²¹¹ la noción de proposición que se mantenga conlleva compromisos con el carácter de la realidad, compromisos

²¹⁰ La sentencia “Está lloviendo aquí” expresa diferentes pensamientos en cada circunstancia de tiempo y lugar en que es declarada. Una posición diferente sería la de Arthur Prior para el cual una sentencia como “Está lloviendo en Sr. Andrews” expresa la misma proposición cualquiera que sea su declaración, lo cual implicaría que unas veces fuera verdadera y otras falsa, en función de las circunstancias de su declaración.

²¹¹ Que los hechos son proposiciones verdaderas, no es lo mismo que afirmar que a los hechos les corresponden (o que son representados por) proposiciones verdaderas.

metafísicos. ¿La realidad es evanescente y cambiante, compuesta de estados de sucesos discontinuos? ¿O la realidad es permanente, descrita por proposiciones que establecen hechos eternos que subsisten indiferentes al paso del tiempo? ¿Qué relación tiene con la postura metafísica que adoptemos nuestra interpretación de los enunciados temporales?

Frege proporciona también aquí la orientación para la posición de Dummett: el pensamiento expresado por una sentencia con indicadores temporales (como tiempo verbal, adverbios temporales...) depende del momento en que es declarada. El momento de la declaración contribuye a fijar qué proposición es expresada. Para ser exactos, los pensamientos no son el sentido de las sentencias sino de una particular declaración de una sentencia. Porque la sentencia puede tener expresiones indexicales como “hoy”, “yo” o demostrativas “este”, de modo que el sentido no solo depende de las palabras de la sentencia sino también de las circunstancias de su declaración. La sentencia “Yo compré hoy este lápiz” varía de *sentido* según sea pronunciada por ti, por mí, hoy o mañana, señalando a este o aquel lápiz.

Si nos centramos en enunciados en tiempo verbal pasado, la tarea de una teoría del significado justificacionista será considerar cómo la adquisición de la comprensión (*understanding*) de un enunciado sobre el pasado consistirá en la captación (*grasp*) de qué justificaría *ahora* la aserción de tal enunciado. Los enunciados sobre el pasado son afirmados sobre la base de evidencias actualmente disponibles: recuerdos, documentos y restos. El problema es que a menudo las evidencias actuales no nos permiten ni justificar ni negar el enunciado. “Rolando hizo sonar su cuerno en Roncesvalles”, no disponemos hoy de testimonios fidedignos que nos garanticen que este hecho sucedió o si tan solo es una leyenda. Ni tenemos disponibles evidencias actuales ni tenemos ningún método que al aplicarlo pueda proporcionarnos tales evidencias. Recordemos que en matemáticas, disponer de un método que al aplicarlo en principio proporcionara una prueba, era suficiente para justificar la afirmación de un enunciado. Era el ejemplo de si un número muy elevado es primo o no, aunque hoy no lo hayamos computado, tenemos los medios efectivos de hacerlo, luego el enunciado es decidible y sobre él se aplica la Ley de Tercio Excluido. En el caso de los enunciados sobre el pasado, en gran número de ellos no podemos aceptar que tengan un valor de verdad determinado. Esto afecta a la concepción cotidiana sobre el pasado que nos lleva a suponer que un evento sucedió o no sucedió incluso aunque no seamos hoy capaces de determinarlo. Si Rolando estuvo en Roncesvalles, debió haber tocado el cuerno o no, de modo que suponemos habitualmente que aquella proposición tiene un valor de verdad

determinado, independiente de nuestra capacidad de determinarlo. Este argumento a favor del realismo sobre el pasado quiere ser neutralizado por los antirrealistas al llevar la disputa al terreno de la teoría del significado. Para un antirrealista como Dummett la cuestión no es la existencia de un hecho, lo cual sería *metafísica*, sino cómo aprendemos el significado de nuestros enunciados sobre el pasado.

El realismo entiende que un enunciado sobre el pasado, si es verdadero, lo es por lo que sucede en el pasado. Para el antirrealista no hay verdad independiente de nuestra capacidad de justificarla, la verdad solo se puede justificar por la existencia en el momento presente de evidencias que justifiquen la afirmación del enunciado.

Dummett se centra en el estudio de los enunciados con tiempo verbal pasado, dejando los enunciados en tiempo verbal futuro para más adelante, pues el tratamiento de ambas clases de enunciados no es simétrico. La razón de esta asimetría entre tiempo verbal pasado y tiempo verbal futuro consiste en que los hechos pasados se muestran como inaccesibles (si no lo fueron en su momento) e irreversibles, mientras que el futuro es, en principio, accesible (si sabemos tener paciencia), y es además, en principio, influenciable por nosotros.

El objetivo es construir una teoría del significado para los enunciados en tiempo verbal pasado que nos proporcione un informe del uso de estos enunciados. La tarea es paralela a la llevada a cabo para los enunciados de las matemáticas, donde el resultado fue una teoría del significado *intuicionista*. Ahora Dummett habrá de construir una teoría del significado verificacionista o *justificacionista*, entendido que la teoría intuicionista del significado se aplica solo para los enunciados matemáticos, mientras que la teoría justificacionista se aplica al lenguaje en general. La teoría justificacionista del significado toma como noción central la de *uso* y no la de verdad, si bien la noción de verdad seguirá desempeñando un papel fundamental dentro de la teoría del significado aunque supeditada a la de justificación. En matemáticas la justificación de un enunciado consistía en nuestra capacidad para construir una prueba de él. Ahora la justificación consiste en disponer de evidencias para la afirmación del enunciado. Esta justificación de la aserción de un enunciado ha de ser entendida de modo colectivo, siguiendo el más puro estilo del segundo Wittgenstein. Es intrínseco al uso del lenguaje el que aceptemos el testimonio de los otros: “Language bind us into society”. [T&P: 42].²¹²

²¹² El lenguaje nos une en sociedad.

La disputa sobre el realismo en los enunciados en tiempo pasado

Como veíamos, para el realismo la comprensión de un enunciado consiste en conocer la condición para que sea verdadero (teoría del significado veritativo-condicional) y, en consecuencia, la verdad del enunciado está ya determinada en sí misma. Cuando aplicamos este principio a la explicación del significado de enunciados en tiempo verbal pasado, el problema del realismo es que su concepción del significado de los enunciados en tiempo pasado (como algo verdadero independientemente de nuestras capacidades de justificar su verdad) no es capaz de dar cuenta de qué modo aprendemos a usar los enunciados en tiempo pasado (¿cómo hemos aprendido a usar el enunciado si no sabemos en qué consistiría su verdad?). La comprensión que el realista propone para estos enunciados no concuerda con ningún posible aprendizaje del uso de estos enunciados.

Por el contrario, para el antirrealismo:

La única noción de verdad para los enunciados en tiempo pasado coincide con la justificabilidad de las afirmaciones de estos enunciados, es decir con la existencia de situaciones que somos capaces de reconocer que se cumplen y que justifican estas afirmaciones [*T&OE*, *VyOE*: 453].

La clave del antirrealismo radica en que no exige que todo enunciado en tiempo verbal pasado sea verdadero o falso independientemente de que conozcamos, o que seamos capaces de conocer, su valor verdad. Nunca estamos obligados a decidir la verdad o falsedad de un enunciado antes de conocer las evidencias que lo justificarían como verdadero o falso. Tales evidencias pueden aparecer posteriormente, por consiguiente, la verdad o falsedad del enunciado no puede ser independiente de nuestro reconocimiento de que el enunciado es verdadero o falso y, por ende, es necesario que nuestra comprensión del enunciado se haya obtenido del aprendizaje del uso del enunciado.

A este desafío del antirrealista, el realista se enfrenta afirmando que nuestras nociones de verdad y falsedad sobre enunciados en tiempo pasado se derivan de nuestra comprensión de los vínculos de valor de verdad entre enunciados en tiempos verbales distintos. ¿Qué son los *vínculos de valor de verdad*?

Los vínculos del valor de verdad

Uno de los mayores problemas que se le plantean al antirrealismo sobre el pasado a la hora de dar cuenta del significado de los enunciados en tiempo verbal pasado procede de los denominados “vínculos de los valores de verdad” (*truth-values links*): los valores de verdad de enunciados con distinto tiempo verbal emitidos en momentos diferentes mantienen entre sí un vínculo sistemático. En concreto, cuando queremos explicar el significado de un enunciado en tiempo verbal pasado, reconocemos que hay un vínculo entre el valor de verdad del enunciado en tiempo pasado y el valor de verdad de otro enunciado en tiempo verbal presente. En su artículo de 1969 “La realidad del pasado” [*T&OE, VyOE*] Dummett se centra fundamentalmente en el desafío que supone para el antirrealismo esta cuestión.

Siguiendo el ejemplo propuesto por Dummett [*T&OE, VyOE*: 452], supongamos que él mismo declarase:

“Ahora (2:45 p.m. del 12 de febrero de 1969) me encuentro en mi habitación del colegio”.

Esto es un enunciado verdadero, emitido en tiempo presente, sobre un hecho presente. Si al cabo de un año, otra persona afirmara:

“Hace un año Dummett se encontraba en su habitación del colegio”.

Entonces como el primer enunciado era verdadero, por el vínculo de valor de verdad entre ambos enunciados el segundo enunciado ha de ser igualmente verdadero. Resulta claro que hay un *vínculo* entre el valor de verdad de ambos enunciados, lo cual es una objeción contra el antirrealismo sobre enunciados en tiempos pasados. ¿Qué objeción se le plantea al antirrealista a causa de los vínculos de valores de verdad?

El realista se enfrenta con el problema de dar cuenta de una noción de verdad para enunciados sobre el pasado considerada como independiente de nuestros medios para reconocer dichos enunciados como verdaderos y su única respuesta posible es que llegamos a esta noción de verdad precisamente a partir de los vínculos del valor de verdad entre enunciados en presente y enunciados en pasado. Nuestro acceso al valor de verdad del enunciado en pasado se realiza mediante el reconocimiento de la verdad del enunciado en presente. Dicho de otra manera, el realista explica la comprensión de qué es ser verdadero para un enunciado en tiempo verbal pasado a partir de nuestra comprensión de su vínculo de valor de verdad con un enunciado (en tiempo verbal presente) ahora verdadero. Mediante los vínculos de valores de verdad el realista puede

afirmar que los enunciados en tiempo pasado son de modo determinado verdaderos o falsos, incluso aunque no tengamos medios disponibles para decidir su valor de verdad. Y más aún, el realista puede argumentar que es nuestra comprensión del vínculo del valor de verdad lo que nos permite comprender el significado de un enunciado en tiempo pasado, con lo cual la crítica del antirrealismo contra el realismo se desvanece y éste es capaz ya de cumplir los requisitos de la teoría del significado propugnada por el antirrealista. El antirrealismo se tornaría un artificio prescindible e inútil.

Los vínculos de valores de verdad suponen el desafío más serio al antirrealismo, pues lo desafían desde dentro: de acuerdo con los propios parámetros antirrealistas aprendemos el significado de un enunciado cuando aprendemos qué cuenta como justificación de la afirmación de tal enunciado, y un enunciado en tiempo pasado se justifica por su vínculo en el valor de verdad con un enunciado en tiempo presente. El argumento de los vínculos de los valores de verdad amenaza con disolver la teoría del significado antirrealista al descubrir en su propio seno un realismo. Por consiguiente, el antirrealista ha de mostrar que puede aceptar la existencia de tal vínculo entre el valor de verdad de los enunciados en tiempo pasado y presente y que puede mantener a la vez y de modo consistente la noción de verdad antirrealista sobre enunciados en tiempo pasado (que no hay verdad independiente de nuestra capacidad de justificarla).

Es muy interesante la aportación de Bernhard Weiss al análisis de este problema. En su obra *Michael Dummett: Philosophy Now*²¹³ ofrece un método semiformal de representar los vínculos de valor de verdad:

“Ayer llovió” es verdadero hoy si y solo si “Hoy llueve” fue verdadero ayer.

Puede representarse semiformalmente así:

[*Pas*(S)] es verdadero ssi [*Pres*(S)] fue verdadero

Tenemos aquí el modelo de vínculo de valor de valor al que más se va a recurrir en la disputa sobre el realismo acerca del pasado: una sentencia en tiempo pasado es actualmente verdadera en el caso de que una sentencia en tiempo presente fuera verdadera en un tiempo anterior.

²¹³ WEISS, Bernhard (2002) *Michael Dummett: Philosophy Now* Princeton: Princeton University Press, p.144.

Otros ejemplos de vínculos de valor de verdad semiformalizados serían los siguientes:

[*Fut(S)*] es verdadero ssi [*Pres(S)*] será verdadero

“Mañana lloverá” es verdadero hoy si y solo si “Hoy llueve” será verdadero mañana.

[*Pres(S)*] es verdadero ssi [*Pas(S)*] será verdadero

“Hoy llueve” es verdadero hoy si y solo si “Ayer llovió” será verdadero mañana.

[*Pres(S)*] es verdadero ssi [*Fut(S)*] fue verdadero

“Hoy llueve” es verdadero hoy si y solo si “Mañana lloverá” fue verdadero ayer.

Weiss interpreta el problema del antirrealismo como si los vínculos de valor de verdad forzarán a un divorcio entre verdad y justificación (las evidencias), divorcio que destruiría la tesis central del antirrealismo: si aceptamos los vínculos de valor de verdad, se podría afirmar la verdad de un enunciado sin disponer de ninguna evidencia de él, bastaría con que dispusiéramos de la verdad de otro enunciado con vínculo en el valor de verdad con el anterior.

Sin embargo, a nuestro juicio, el problema que Dummett plantea dentro del antirrealismo consiste, no tanto en que los vínculos de valor de verdad sean incompatibles con el antirrealismo, cuanto que el antirrealista debe ofrecer una explicación alternativa de los mismos frente a la realista. Dummett en ningún momento duda de la existencia de los vínculos de valor de verdad entre enunciados en diferentes tiempos verbales; tan solo plantea que, si el antirrealista quiere seguir adelante con su crítica al realismo, ha de ofrecer una explicación alternativa; pues de lo contrario la explicación realista se impondría destruyendo la razón de ser del antirrealismo.

Si un enunciado [*Pas(S)*] es verdadero en razón de que [*Pres(S)*] fue verdadero, entonces parece seguirse que la verdad de [*Pas(S)*] no procede algo que pueda reconocerse como justificación de su afirmación: en efecto, nada garantiza que un año después queden evidencias, directas o indirectas, que justifiquen la afirmación de que hace un año Dummett se encontraba en su habitación del colegio. Si la razón de la verdad de [*Pas(S)*] estaba en [*Pres(S)*], puede que al cabo de año no queden evidencias ni de la verdad de [*Pas(S)*] ni de [*Pres(S)*]. Si el antirrealista se mantiene fiel a su

principio de que la verdad de un enunciado emitido en un momento dado solo se puede justificar por la existencia en tal momento de evidencias que justifiquen la afirmación del enunciado, entonces no puede evitar que los vínculos de valor de verdad le arrastren hacia la incoherencia, o hacia el realismo.

Al antirrealista no le queda más remedio que reformular su tesis general del siguiente modo: un enunciado en tiempo pasado es verdadero precisamente en el caso de que existiera en el momento al que refiere alguna evidencia que hubiéramos podido reconocer entonces como justificación de la verdad de ese enunciado. Es decir, la verdad de un enunciado en tiempo pasado no se funda en evidencias disponibles en el momento de su emisión, sino en evidencias para ser verdadero que hubieran estado disponibles en el momento al que se refieren.

El problema de los vínculos de valor de verdad.

El embrollo en que está entrando el antirrealista por causa de los vínculos de valor de verdad es considerable. Dummett reconoce que la reformulación de la tesis general antirrealista que acabamos de ofrecer es “aún más repugnante que antes” [T&OE, VyOE: 458].

Quizá deberíamos plantearnos desde el principio qué aportan los vínculos de valor de verdad al debate del realismo. Los vínculos de valor de verdad suponen en sí mismos la introducción de los problemas de la predicatividad a la cuestión de la verdad. Decimos que un enunciado es verdadero si es conforme a los hechos: dentro de la teoría veritativo-condicional su significado será su condición de verdad y para la teoría justificacionista su significado consistirá en nuestra capacidad de reconocerlo como verdadero. Pero al entrar en la discusión sobre los vínculos de valor de verdad, por lo que se pregunta no es por la verdad de un enunciado, es decir, no por la conformidad de un enunciado con unos hechos, sino por la conformidad de un enunciado con otro enunciado, el cual a su vez podrá ser o no verdadero por su conformidad con otro enunciado o bien con los hechos. Cuando discutimos acerca de la verdad de enunciados en tiempo verbal pasado, la duda que se plantea es si alguna vez tocamos hechos o si estamos indefinidamente moviéndonos de enunciado en enunciado.

[*Pas*(S)] es verdadero ssi [*Pres*(S)] fue verdadero

Lo que realmente se afirma es que un enunciado que se emitirá dentro de un año (luego aún no se ha emitido) será entonces verdadero en función de otro enunciado que se

emite hoy pero cuya verdad ha de ser juzgada dentro de un año. Resulta evidente la circularidad de esta propuesta por la que nos introducimos en un bucle temporal: la verdad del enunciado sobre el pasado que hoy emitimos se fundamenta sobre la verdad pasada de un enunciado (en tiempo presente) que hace un año emitimos. ¿Y en qué se fundamenta la verdad pasada del enunciado que hace un año emitimos? ¿No estamos reduciendo el problema de la verdad sobre enunciados en tiempo verbal pasado al problema de la verdad sobre hechos pasados, los cuales solo pueden ser expresados mediante enunciados en tiempo verbal presente emitidos en el pasado (es decir, a los cuáles nos referimos mediante enunciados también en tiempo verbal pasado: “hace un año dije que dentro de un año diré...)?

El mayor problema del antirrealista, como decíamos, es evitar la inconsistencia derivada de reconocer el vínculo temporal entre enunciados en distintos tiempos verbales. La cuestión es en qué momento ha de producirse la evidencia que justifique un enunciado en tiempo pasado ¿en el momento en que se emite el enunciado?, ¿o en el momento actual o posterior en que evaluamos la evidencia?

Dos modelos de antirrealismo sobre el pasado

Antes las dificultades planteadas por los vínculos de valor de verdad, Dummett inicia una cierta retirada del antirrealismo que se irá profundizando progresivamente en los escritos más recientes. En su artículo de 1969 “La realidad del pasado” [*T&OE*, *VyOE*: 457] distingue dos versiones del antirrealismo sobre el pasado y examina sus distintas posibilidades. El primero, al que denomina *antirrealismo T*, sería un antirrealismo solo sobre el tiempo, con lo cual es antirrealismo sobre el pasado pero, a fin de cuentas, realismo sobre el presente. El segundo, *antirrealismo G*, sería un antirrealismo general, sobre las matemáticas, sobre el pasado y sobre el tiempo en general.

En el antirrealismo T no existe *una* historia pasada del mundo, sino múltiples historias posibles cada una de ellas compatible con lo que ahora existe. Hay múltiples historias posibles sobre el pasado y cada enunciado sobre el pasado no es absolutamente verdadero o falso (es decir, no es aplicable sobre él la bivalencia), pero sí es verdadero o falso en relación a una determinada historia posible dentro de la que se enmarca. Este antirrealismo es menos ambicioso pero más plausible.

Por otro lado, de acuerdo con el antirrealismo G no es posible mantener una noción de verdad sobre nuestros enunciados sobre el pasado que sea independiente de nuestra capacidad para reconocerlos como verdaderos. Desde esta posición no se puede aceptar la validez general para la ley de tercio excluso, las leyes lógicas han de modificarse al tratar de enunciados sobre el pasado lo mismo que, de acuerdo con el intuicionismo, se modifican las leyes lógicas para tratar sobre enunciados matemáticos. Defender la coherencia de este antirrealismo general es mucho más difícil.

La mayor fuerza del antirrealismo G reside en su consideración de la teoría del significado como una generalización de la aplicación intuicionista del significado para los enunciados matemáticos: la comprensión del significado de un enunciado consiste en la capacidad de reconocer la justificación del enunciado, en matemáticas la justificación consistirá en una prueba, y, en el ámbito de lo empírico, en una evidencia.

El antirrealismo T es mucho más modesto, niega desde luego que todo enunciado en tiempo pasado tenga una verdad absoluta o una falsedad absoluta, pero cada uno tiene una verdad o una falsedad relativas a cada posible historia posible pasada del universo. Es decir, la bivalencia no rige de modo absoluto, sino tan solo en relación a una posible historia pasada del universo.

A pesar del atractivo que por su simetría ofrece el antirrealismo general, en su artículo de 1969 [*T&OE*, *VyOE*: 464] Dummett parece inclinarse por la opción del antirrealismo solo sobre el pasado (antirrealismo T), para salvar de alguna manera que el justificacionismo se mantenga antirrealista sobre el pasado. Aunque su postura no es tajante. En ocasiones posteriores expresará que siempre se sintió incómodo (*uneasy*, [*T&R*: vii]) o perplejo (*perplexed*, [*T&tP*: 45]) con esta propuesta.

Solo la comparación con otros tipos de antirrealismo puede orientarnos en la tarea de buscar el tipo de antirrealismo sobre el pasado que sea coherente con la explicación justificacionista del significado de los enunciados en tiempo verbal pasado y que no produzca consecuencias metafísicas inaceptables.

Por ejemplo, el fenomenismo es un antirrealismo que rechaza la existencia de los objetos y procesos físicos reduciéndolos a fenómenos mentales. El conductismo, por el contrario, es un antirrealismo que rechaza la existencia de los estados mentales reduciéndolos a conductas observables. Podemos hacerse notar que el conductismo presenta a menudo la apariencia de realismo, pues afirma que los constituyentes últimos de la realidad son los sucesos físicos observables, pero desde la óptica dummettiana el conductismo se sitúa del lado del antirrealismo siempre que rechace la validez general

de la bivalencia, sin importarnos la metáfora metafísica que se derive de esta doctrina. Paralelamente un fenomenismo que mantenga la bivalencia sería un realismo, con independencia de la imagen metafísica que nos presente.

En suma, ambos antirrealismos, fenomenismo y conductismo, son reduccionismos y ejemplifican la exigencia de Dummett de que todo debate sobre el realismo ha de circunscribirse a una determinada región del discurso, pudiendo producirse el resultado de aceptar el antirrealismo para una región del discurso y el realismo para otra. En este caso, resulta obvio que es difícil sostener coherentemente estos dos antirrealismos tan enfrentados, fenomenismo y conductismo, uno negando la existencia de lo físico y reduciéndolo a estados mentales, y el otro negando la existencia de lo mental y reduciéndola a conducta observable, aunque su punto en común es el recurso al reduccionismo.

Pero entre todos los antirrealismos, es el éxito del intuicionismo como antirrealismo para las matemáticas lo que anima a Dummett a intentar la generalización de la explicación antirrealista del significado hacia los enunciados en tiempo pasado.

Porque está claro, en definitiva, que el realismo sobre el tiempo es una posición inaceptable. Sus consecuencias metafísicas hacen que el realista se autoconsidere fuera de todo el proceso temporal, como si pudiera describir el mundo desde un punto de vista atemporal en el que no estuviera incluido el propio punto de vista. Por el contrario, el antirrealista considera que nuestro propio punto de vista está inmerso en el tiempo inevitablemente, con lo cual ninguna descripción atemporal del mundo tiene sentido, solo podemos describir el mundo tal y como es ahora para nosotros, tal y como es desde nuestro punto de vista.

Podemos preguntarnos si esta postura metafísica sobre el tiempo es realmente una consecuencia o más bien una premisa de la teoría del significado adoptada, porque permanece la sospecha de que la metafísica es la motivación y, por ende, el punto de partida para la apropiada teoría del significado. Hay que admitir, sin embargo, que la explicación de Dummett acerca del significado de los enunciados temporales y su análisis sobre los vínculos de valor de verdad nos ha situado en la tesitura de tomar una decisión sobre la disputa del realismo para los enunciados en tiempo pasado, decisión que finalmente, de momento, ha quedado en suspenso.

El antirrealista ha criticado la explicación del significado de enunciados en tiempo pasado que propone el realista, dado que tal explicación no puede derivarse a partir de nuestro aprendizaje del uso de tales enunciados. La concepción de verdad del

realista sobre enunciados en pasado no es coherente con el modo en que comprendemos el significado de tales enunciados. El realista replica que la propuesta antirrealista no da cuenta del vínculo de valor de verdad entre enunciados en diferentes tiempos. Contra lo cual el antirrealista se defiende redefiniendo la noción de evidencia disponible como algo que “hubiera estado disponible”. La posición antirrealista no ha sido eliminada todavía. El artículo de 1969 termina de modo abierto:

Desde luego, como cualquier otro, siento una fuerte inclinación hacia la visión realista; pero entonces, existen ciertos errores de pensamiento a los cuales parece que es propensa, naturalmente, la mente humana [*T&OE*, *VyOE*: 464].

Concluye Dummett reconociendo que la disputa global entre realismo y antirrealismo no concede de momento la victoria a ninguno de los dos contrincantes.

3. La semántica del tiempo verbal pasado

Los esfuerzos de Dummett para resolver esta disputa le llevan a elaborar una semántica para los enunciados sobre el pasado, del mismo modo que fue elaborada una semántica intuicionista para los enunciados de las matemáticas.

La clase de los enunciados en tiempo verbal pasado son un caso concreto de clase de enunciados que contiene enunciados no-decidibles, pues al haber ya sucedido los hechos a los que se refieren los enunciados del pasado también a menudo se han perdido las evidencias para su verificación. Si no fueron verificados en su momento, tales enunciados han podido tornarse en indecidibles.

El repaso a los enunciados no-decidibles nos llevará a estudiar a los enunciados contrafácticos como un caso especial de enunciados inverificables en principio y, por tanto, de difícil encaje en teorías realistas del significado como la veritativo-condicional.

La elaboración de una semántica de los enunciados en tiempo verbal pasado que dé cuenta de cómo adquirimos la comprensión de esta clase de enunciados es el reto al que se enfrenta el justificacionismo. Para lograrlo Dummett va a seguir la estrategia de retomar la mejor versión del justificacionismo, esto es, el intuicionismo matemático, como modelo a partir del cual construir la semántica de los enunciados en tiempo verbal pasado. Asimismo el estudio de cómo adquirimos la comprensión de los enunciados sobre lugares remotos le servirá de contrapunto para marcar los límites en que una semántica de los enunciados en tiempo verbal pasado puede hacer concesiones al realismo.

Los enunciados indecidibles

Los enunciados sobre el pasado son afirmados sobre la base de evidencias actualmente disponibles: recuerdos, documentos y restos. El problema es que a menudo las evidencias actuales no nos permiten ni justificar ni negar el enunciado. Ni tenemos disponibles evidencias actuales ni tenemos ningún método que al aplicarlo pueda proporcionarnos tales evidencias. En el caso de los enunciados sobre el pasado, en gran número de ellos no podemos aceptar que tengan un valor de verdad determinado, pues pertenecen a una clase de enunciados que contiene enunciados indecidibles, y como

bien sabermos, la explicación del significado de estos enunciados indecidibles ofrece dificultades extras respecto a los decidibles.

Si tuviéramos un lenguaje en que cada enunciado puede ser enmarcado por medios efectivos en principio para decidir su verdad o falsedad, entonces no habría diferencia práctica entre la explicación del significado justificacionista y veritativo-condicional. Pero tenemos enunciados que no son decidibles y por tanto la diferencia existe y produce divergencias en las leyes lógicas y en la metafísica aceptadas por cada una de las dos teorías del significado.

Los enunciados indecidibles son un tipo especial de enunciados obtenidos de modo secundario a partir de los decidibles. Cuando aprendemos un lenguaje aprendemos a usar primero los predicados decidibles y luego, a partir de ellos, aprendemos a usar los indecidibles: introducimos nuevos operadores que, aplicados a predicados decidibles, los convierten en indecidibles.

¿De dónde procede entonces la indecidibilidad de nuestros enunciados? En su artículo de 1976 “¿Qué es una teoría del significado? II” [*SoL*: 34-93] Dummett señaló tres orígenes de la indecidibilidad en nuestro lenguaje:

- cuantificación sobre totalidades infinitas
- el condicional subjuntivo o contrafáctico
- los enunciados en tiempo verbal pasado

La cuantificación sobre totalidades infinitas ha sido estudiada por nosotros en *Parte IV: El antirrealismo en matemáticas: 1. La filosofía del intuicionismo matemático*. Al ser un problema estrictamente matemático su solución vino dada por la noción de prueba constructiva que propone la filosofía del constructivismo matemático (intuicionismo) en sustitución del platonismo.

El condicional subjuntivo o contrafáctico

El condicional subjuntivo o contrafáctico se puede considerar como un tipo especial de enunciados con operador temporal, quizá el más extremo de todos. Los condicionales subjuntivos o proposiciones contrafácticas son ejemplos paradigmáticos de proposiciones indecidibles. En el reproche de Marta a Jesús, “Si hubieras estado aquí no hubiera muerto mi hermano”, no se plantean hechos pasados que han sucedido, ni tan siquiera hechos futuros que es posible que sucedan, sino el imposible de *hechos* que no son tales, pues no han sucedido y ya nunca podrán suceder. Solo Dios podría tal vez

conocer la verdad de tales *hechos*, además de tener potestad para revocarlos. Pese a ello, los realistas suelen insistir en que tales enunciados tienen un valor de verdad determinado, aunque es difícil encajar una explicación del condicional subjuntivo dentro de la teoría veritativo-condicional.

Por otro lado, hay que reconocer que tenemos una inclinación natural a aplicar el principio de bivalencia a algunas de estas proposiciones: ¿Qué habría sucedido si en un momento crucial de nuestras vidas hubiéramos tomado otra decisión? Pero la reflexión muestra que no hay una respuesta definitiva; otras circunstancias concurrentes podrían haber modificado el resultado.

La importancia de los contrafácticos no ha de ser desdeñada. Son sistemáticamente utilizados como herramienta de investigación histórica en la denominada *historia* contrafáctica o *virtual*. Más arriba escogimos un ejemplo muy recurrido: “Si los aliados no hubieran desembarcado en Normandía en 1944, la Unión Soviética hubiera impuesto su régimen también en Europa occidental”. O este otro ejemplo: “Si Hitler hubiera muerto en el atentado de julio de 1944, Alemania hubiera firmado la paz con los aliados”. La historia contrafáctica, como disciplina, investiga mediante los “sucesos” que no ocurrieron cómo es la historia que realmente sucedió.

También aplicados al estudio de las cualidades psíquicas de las personas, los contrafácticos desempeñan su labor. En psicología muchas cantidades se definen por cómo son medidas y muchas propiedades se definen por los test que las establecen. No es extraño encontrar en un manual de psicometría la definición de la inteligencia como “aquello que miden los test de C.I.” El problema que nos planteamos es ¿qué inteligencia tiene alguien que no ha sido sometido a test? O más difícil aún, ¿qué inteligencia tenía alguien que ya ha muerto y que nunca cumplimentó un test de C.I.?

En principio este problema no surge cuando medimos cantidades físicas, aquí tendemos a suponer que hay una propiedad *real* en el objeto, independiente de nuestro proceso de medida: el papel de tornasol mide la acidez de una sustancia, acidez que no consiste en nuestra medida de la misma. Aparte de que el justificacionismo tiene mucho que decir sobre esta concepción realista de la naturaleza y de la ciencia, en algunas interpretaciones de la mecánica cuántica se aceptan directamente las mediciones contrafácticas: incluso las mediciones que no han podido ser realizadas por causa del principio de incertidumbre de Heisenberg pueden ser incorporadas al conjunto de resultados estadísticos obtenidos. Por ejemplo, ¿qué resultado hubiéramos obtenido de haber realizado la medición del momento de la partícula en lugar de haber medido su

posición? En mecánica cuántica, el resultado de esta medición contrafáctica se puede incorporar a los resultados de medida estadística que describen la partícula.

Los contrafácticos en general no satisfacen la bivalencia. ¿Son estas proposiciones contrafácticas (mediciones cuánticas, test, propiedades de personas...) verdaderas o falsas de modo determinado? En el caso de propiedades de personas, no podemos pensar que todo test revele una propiedad objetiva de la persona. ¿Cómo habría reaccionado X de haberse encontrado en tal situación? Esto no tiene una respuesta determinada. Las personas no tenemos una constitución interna que determine cómo actuaríamos en una situación dada. Por ejemplo, en un partido de tenis, cuando decimos que uno de los jugadores tiene nivel superior, esto no permite determinar con certeza quién ganará el partido. Pero tampoco en el caso de la medición de cantidades físicas, desde un punto de vista justificacionista, hay garantía de tal determinación. La estabilidad en la respuesta de un objeto físico a un test de medida no es garantía de la existencia en el objeto de una propiedad objetiva absolutamente independiente de todo proceso de medida.

Given a justificationist theory of meaning, we can have no general reason for holding that any object must determinately either have possessed or have lacked a given basic property if the opportunity to observe or to test it for possession of that property was not taken and has now passed [T&R: 84].²¹⁴

El proceso mismo de medida determina la magnitud de algunas cantidades o las propiedades de algunos objetos. No solo en el ámbito de la psicología y de la mecánica cuántica, también en la física clásica y en el mundo ordinario muchas cantidades se definen por cómo son medidas y muchas propiedades se definen por los test que las establecen. Los contrafácticos nos muestran la necesidad de plantear las limitaciones de un realismo ingenuo sin caer en un antirrealismo extremo.

La clave está en la consideración de la decibilidad. ¿Cuántas manzanas hay en una cesta? El resultado para Dummett siempre es decidable. Determinar un número cardinal mediante su cómputo es análogo a determinar la magnitud de una cantidad por

²¹⁴ Dada una teoría justificacionista del significado, no podemos tener ninguna razón general para mantener que algún objeto debe de modo determinado bien haber poseído o carecido de una dada propiedad básica, si la oportunidad de observarlo o comprobarlo, para la posesión de tal propiedad, no fue recogida y ahora ya ha pasado.

medida. “Si hubiéramos contado las manzanas de la cesta, habríamos obtenido 12”. El número de manzanas en una cesta no está indeterminado en su valor de verdad, aunque las manzanas no hayan sido contadas y ya no lo puedan ser, la proposición es decidible porque “podrían haber sido” contadas. La concesión al realismo que supone esta interpretación de los contrafácticos no socava sin embargo el principio fundamental del antirrealismo de que el significado de un enunciado viene dado por nuestra posesión (actual o posible) de los procedimientos de su verificación. Y este tratamiento de los contrafácticos nos abre el camino hacia la comprensión justificacionista de los enunciados en tiempo verbal pasado.

Los enunciados en tiempo verbal pasado: intuicionismo y justificacionismo

En el tercer caso de enunciados indecidibles corresponde a enunciados en tiempo verbal pasado. Aquí se encuentra el reto de explicar el significado de estos enunciados dentro de una teoría justificacionista. Como veremos, la propuesta de Dummett será también una revisión del justificacionismo, acercándose hacia el realismo para los enunciados sobre el pasado. Para evitar extraer consecuencias metafísicas desagradables será necesario hacer ciertas concesiones al realismo sin repudiar el más importante principio del justificacionismo: un enunciado sobre el pasado solo puede ser verdadero en función de su verificación actual o posible. La realidad no puede ser algo que exista independiente de nuestro conocimiento de ella, al contrario, es nuestra práctica de observación, medida y conocimiento de la realidad lo que nos permite concebir la realidad de un modo u otro, incluso formarnos una concepción de ella al modo realista.

El realista, pese a todo, insiste en que el antirrealismo, por ejemplo sobre el pasado, que encierra el justificacionismo aparece implausible o repugnante. La cuestión es por tanto si una teoría general justificacionista del significado puede mantenerse ante estos problemas o si por el contrario el empuje de los argumentos realistas hará del justificacionismo, pese a sus concesiones al realismo, una teoría insostenible.

La elaboración de una semántica de los enunciados en tiempo verbal pasado que dé cuenta de cómo adquirimos la comprensión de esta clase de enunciados es el reto al que se enfrenta el justificacionismo. Para lograrlo Dummett va a seguir la estrategia de retomar la mejor versión del justificacionismo, esto es, el intuicionismo matemático, como modelo a partir del cual construir la semántica de los enunciados en tiempo verbal pasado.

La diferencia entre intuicionismo (para los enunciados matemáticos) y justificacionismo (en sentido global) radica en el hecho de que los medios para decidir sobre enunciados matemáticos están disponibles de modo permanente, mientras que en los enunciados empíricos dichos medios pueden desvanecerse: así es, lo que hoy es efectivamente decidible en los enunciados empíricos, quizá lo no sea mañana, la semana próxima o el año siguiente. “Hoy hace exactamente un año llevaba la corbata roja milrayas”. Desde luego que alguien con abundantes corbatas en su guardarropa, como Dummett, se sentirá incapaz de acordarse. Las evidencias se han evaporado y lo que hace un año era efectivamente decidible, hoy resulta definitivamente fuera de nuestro alcance.

El problema de “lo efectivamente decidible” también surgió a la hora de tratar con los enunciados matemáticos y ahí Dummett se vio obligado a distinguir entre prueba canónica y demostración,²¹⁵ estando solo la primera estrictamente libre de circularidad. La semántica intuicionista especifica el significado de cada constante lógica estableciendo qué cuenta como prueba del enunciado para la que dicha constante es el operador principal. Pero el concepto de “prueba”, definido de esta manera, es algo más estricto que el empleado en una inferencia deductiva intuitivamente válida. Por ejemplo, una prueba de “ $A \rightarrow B$ ” consiste en una operación que reconocemos que al aplicarla sobre una prueba de A nos proporciona una prueba de B . Pero cualquier aplicación del *modus ponens* no es una prueba en este sentido porque el *modus ponens* nos puede servir para proporcionar una prueba de B simplemente a partir de cualquier prueba de A , sin necesidad de haber dado una prueba estricta de A , la cual ha podido ser obtenida a su vez mediante *modus ponens*. Desde un punto de vista estricto, si la prueba de A ha sido obtenida a su vez mediante *modus ponens*, estaríamos recayendo en circularidad. Igualmente, una prueba de un enunciado con cuantificación universal “ $\forall xA(x)$ ” es una operación en la que podemos reconocer que para cualquier elemento del dominio proporciona una prueba de tal instancia. Pero la prueba de la instancia tampoco puede apelar a la instanciación universal, so pena de contaminar con circularidad el significado de \forall .

En este sentido, por prueba se entiende prueba directa, también llamada “prueba canónica”. Estrictamente, en este tipo de pruebas no se podría apelar a teoremas previamente probados. Por ejemplo, si un teorema previo fuera un enunciado universal,

²¹⁵ Parte V. *El antirrealismo en matemáticas: 7. La noción de prueba.*

no se podría apelar a él para justificar una instancia del mismo en el curso de una prueba. Tendríamos que proporcionar una prueba canónica también de la instanciación del teorema previo. Este requerimiento alargaría innecesariamente los procedimientos de prueba y además dejaría sin sentido el almacenamiento de pruebas que nos proporcionan las matemáticas. Esta es la razón por la que reglas de eliminación como el *modus ponens* o la instanciación universal, que no pueden aparecer en el interior de las pruebas canónicas, pueden ser empleadas sin embargo en una demostración intuitivamente válida. Para justificar la aserción de un enunciado matemático no es preciso la posesión de una prueba canónica de hecho, sino tan solo de una demostración: es decir, que tengamos medios efectivos –efectivos en principio, aunque sean laboriosos en la práctica- de construir una prueba canónica.

Esta propiedad de disponer de medios efectivos en principio de construir una prueba, es la que se ha de transmitir desde las premisas a la conclusión y que constituye aquello que buscamos como noción central de nuestra teoría del significado. Efectivamente, la propiedad de disponer de medios efectivos en principio de construir una prueba, es la que nos proporciona un informe del *uso* de los enunciados matemáticos.

Por ejemplo, la solución de Euler al problema de los puentes de Königsberg demuestra que para cruzar *todos* los puentes de la ciudad es preciso cruzar uno de ellos al menos dos veces. El teorema resuelto por Euler en 1736 demuestra que no es posible recorrer toda la ciudad de Königsberg (la isla y los otros sectores determinados por los brazos del río Pregolia) pasando una sola vez por cada uno de los siete puentes. Esta prueba está disponible en todo momento para su verificación, porque el teorema no está demostrando nada empírico (aunque tenga aplicabilidad empírica). En el caso matemático no es preciso la verificación empírica, no es preciso comprobar de hecho el itinerario del paseante y verificar si cruza o no dos veces por el mismo puente. Ahora bien, cuando la cuestión sea un problema empírico será preciso estar allí en ese momento de la prueba para comprobarlo. Es decir, la verificación del caso empírico depende de la disponibilidad del testigo allí y en tal momento. Es lo que llamamos (aunque Dummett no emplee este término) una cuestión *contingente*: “podría haber sido verificado en aquel momento, pero ya no puede ser verificado”.

Esto nos mete de lleno en el problema de la *realidad del pasado* y cómo lo afronta una teoría justificacionista del significado, porque este problema no se da en el

campo de los enunciados matemáticos ni por tanto en la teoría intuicionista del significado para tales enunciados.

El problema de aplicar la teoría justificacionista para dar cuenta del significado de los enunciados en tiempo verbal pasado es el nuevo reto del antirrealismo, porque si bien hemos aceptado que el intuicionismo es la teoría apropiada para dar cuenta del significado de los enunciados matemáticos, se trata ahora de mostrar hasta qué punto la teoría justificacionista continúa válida para ser aplicada a los enunciados en tiempo verbal pasado.

Dummett mismo se muestra dubitativo acerca del éxito de la empresa de elaborar una teoría justificacionista para los enunciados sobre el pasado, que en última instancia no es otra cosa que un antirrealismo sobre el pasado.

La comparación de la comprensión de los enunciados en tiempo verbal pasado con los enunciados matemáticos nos muestra, en primer lugar, que del mismo modo que no es preciso exigir en todo momento pruebas canónicas en matemáticas y que podemos conformarnos con demostraciones, también a la hora de buscar las evidencias para los enunciados sobre el pasado habremos de conformarnos con que las evidencias “hubieran estado” disponibles. En segundo lugar, y a diferencia de lo que ocurre en matemáticas (donde “disponer de los medios efectivos en principio de construir una prueba” no es nada contingente), ahora la concesión de que “las evidencias hubieran estado disponibles” (por tanto, contingente), es una concesión al realismo al acercarse a un modelo en que se acepta en cierto grado la realidad del pasado.

Un realismo sobre el pasado y sobre las matemáticas tienen en común que ambos apelan a una realidad que está más allá del alcance de nuestro conocimiento, a una realidad inaccesible; la diferencia es que en las matemáticas esos objetos son contruidos por nosotros y no tiene sentido asignarles una existencia independiente de nosotros, mientras que en el caso del pasado su existencia es hoy inaccesible pero sí fue accesible, por tanto no es en sí misma inaccesible.

A Dummett no parece que le desagrade esta retirada desde el antirrealismo siempre que no se abandone el justificacionismo.

I confess to being in just the position of the thinker inclined to a justificationist theory of meaning but troubled about the reality of the past [*T&TP*: 45].²¹⁶

²¹⁶ Confieso estar en la posición del pensador inclinado hacia la teoría justificacionista del significado, pero preocupado sobre la realidad del pasado.

Los enunciados sobre lugares remotos

Para investigar cómo comprendemos enunciados en tiempo verbal pasado, una vez comparados con nuestra comprensión de los enunciados matemáticos, Dummett se va servir a continuación de la analogía con la comprensión de enunciados sobre lugares remotos. Los sucesos que ocurren en lugares lejanos no pueden ser verificados directamente por nosotros en cuanto que no nos encontramos presencialmente allí. El análisis de la comprensión de este tipo enunciados supone un argumento más para rechazar cualquier informe solipsista acerca del significado de los enunciados de nuestro lenguaje, pero las diferencias que surgirán respecto a los enunciados en tiempo pasado van a ser también acusadas.

A diferencia de la explicación realista del significado, que se conforma con la condición de verdad del enunciado como único componente de su significado, el justificacionismo requiere una mayor complejidad en los componentes del significado de enunciados sobre lugares remotos, no bastando solo las evidencias directas, también las evidencias indirectas son precisas. La comprensión de un enunciado sobre un lugar distante de nosotros se lleva a cabo en dos partes: en primer lugar comprendemos qué sucesos o estados de cosas se dan, en segundo lugar comprendemos cómo localizarlos en nuestra retícula (*grid*) espacial.

Nuestra retícula espacial es adquirida progresivamente desde nuestra infancia a base de ir añadiendo y superponiendo nuevos lugares a los ya conocidos. Una completa comprensión de referencias a otros lugares y de lo que está sucediendo allí, exige la adquisición de una cuadrícula espacial sobre la cual tal mapa de sucesos se pueda construir.

En el justificacionismo el problema de la verificación de los enunciados sobre lugares remotos no causa ningún problema: las evidencias que aceptamos pueden ser tanto directas como indirectas, de modo similar a lo aceptado en las matemáticas intuicionistas.

En el caso de los enunciados matemáticos, de acuerdo con la interpretación constructivista del significado, su verdad consiste en nuestra posesión de los medios, efectivos en principio, de construir una prueba de él. Recordamos que “efectivos en principio” quiere decir que prescindimos de las limitaciones de nuestras habilidades prácticas y del tiempo disponible: la prueba ha de ser construible, no se exige que de hecho la hayamos construido. El constructivismo de Dummett se conforma cuando

somos capaces de ofrecer una prueba, no necesariamente canónica. Por ejemplo, en el caso de enunciados disyuntivos, uno de los dos disyuntos ha de ser verdadero en virtud de que disponemos de un procedimiento para averiguarlo, aunque de hecho no sepamos cuál de los dos es el verdadero. Dado un número natural n , ha de ser primo o compuesto, aunque si dicho número es muy alto, quizá nunca nadie lo haya calculado; pero lo importante es que disponemos del procedimiento de cálculo, efectivo en principio si prescindimos de “nuestras limitaciones prácticas” (como lo tedioso de la operación o la brevedad de nuestra vida). En el caso de enunciados existenciales, podemos afirmar su verdad si poseemos el procedimiento que nos garantiza encontrar una instancia de él, aunque no hayamos calculado qué instancia concreta lo verifica.

Si llevamos estos resultados hacia los enunciados sobre espacios remotos, nos preguntamos paralelamente ¿qué se requiere para aceptar la verdad de un enunciado sobre otro lugar en términos justificacionistas? No basta con decir que disponemos de razones para aceptar el enunciado como un todo; la comprensión conlleva razones directas, como ir al lugar en cuestión y observar lo que ocurre, pero también indirectas, como aceptar las evidencias reunidas por los que ahora se encuentran allí. De este modo desechamos el solipsismo: estamos autorizados a aceptar lo que otros nos cuentan en base a sus observaciones, y esto también se consideran evidencias. En el justificacionismo de Dummett las razones que fundamentan la verdad de un enunciado son razones colectivas: lo que *nosotros* podemos en principio justificar. Por el contrario, la idea de que otros lugares no existen en sí mismos, pero que subsisten solo en sus efectos sobre donde estamos ahora, no tiene ningún atractivo y adoptar esta idea del antirrealismo sobre el espacio nos haría solipsistas:

... verification is not an individual but a collective activity [*T&tP*: 52].²¹⁷

Es obvio que se prefiere que la observación sea lo más directa posible, incluso sin instrumentos, pero lo mismo que éstos no se desechan cuando la observación directa no es posible o es insuficiente, igualmente se ha de aceptar que el observador pueda ser cualquier ser humano, o incluso cualquier ser que pueda comunicarse.

Sin embargo, la dificultad más severa todavía está por plantear: ¿Cuál es el criterio de verificación cuando en el lugar no hay observador alguno? La propuesta de

²¹⁷ ... la verificación no es una actividad individual sino colectiva.

Dummett es que el criterio se expresa con el condicional subjuntivo: *si* alguien hubiera estado allí en el momento relevante, habría observado dicho evento.

... that if someone were to have been in or sufficiently close to that place at the relevant time, he would have observed an event of that kind [*T&tP*: 62].²¹⁸

Lo mismo que en el intuicionismo con los enunciados matemáticos, hay que distinguir también ahora entre el modo canónico, o más directo, de establecer la verdad de un enunciado y el modo indirecto, pero también legítimo, de hacerlo. Si decimos “Hay 217 cerezas en la cesta”, el significado del enunciado consistirá en contarlas: contar las cerezas es el modo directo o canónico de establecer la verdad del enunciado. Pero también han de aceptarse otros modos indirectos de establecer la verdad del enunciado, como calcular el volumen de lo que ocupan las cerezas en la cesta y calcular el volumen de una cereza, para finalmente calcular las cerezas que hay en la cesta, con el margen de error establecido. En los enunciados sobre otros lugares lejanos, el modo directo de verificación consistiría en ir al lugar y comprobar lo que está sucediendo, pero cuando esto no es posible se impone el modo indirecto basado en evidencias de otros testigos.

Naturalmente esta propuesta significa la aceptación de un método indirecto de verificación, pero lo más importante para el justificacionismo es que ello *no* suponga la aceptación de la bivalencia para estos enunciados. El principio de bivalencia es válido cuando el procedimiento de decisión es efectivo (está internamente determinado y no depende de factores externos), como sucede en algunos procedimientos matemáticos (recordemos el ejemplo sobre el número n , extraordinariamente alto, si es primo o no lo es). Pero la bivalencia no es aplicable a procedimientos empíricos que dependen de factores externos y que no arrojan un resultado completamente determinado. No podemos situar al mismo nivel el procedimiento de cálculo de un número primo y el procedimiento de desplazarse a un lugar y observar lo que sucede allí. El justificacionista no está dispuesto a aceptar que hay una verdad definida sobre qué se observaría en un lugar si hubiera allí un observador, cuando de hecho no lo hay, porque sería lo mismo que aceptar que el mundo está determinado independientemente de

²¹⁸ ... que si alguien hubiera estado en tal lugar, o suficientemente cerca, en el momento adecuado, habría observado un suceso de tal clase.

nuestra experiencia sobre él; y esto es el presupuesto realista que socavaría cualquier concepción justificacionista.

La delgada línea entre el realismo y el antirrealismo es trazada para los enunciados sobre espacios distantes manteniendo que podemos utilizar medios indirectos de verificación (“lo que habría observado alguien si hubiera estado allí”), pero rechazando el principio de bivalencia para tales enunciados (“su verdad no está determinada independiente de nuestra experiencia”). Este recurso del justificacionismo es difícilmente asumible, pero constituye la última concesión al realismo y su última línea de defensa frente a él. Si se aceptara la validez general de la bivalencia, el antirrealismo defendido por la teoría justificacionista se vendría abajo.

Bivalencia y metafísica: los “huecos en la realidad”

La semántica justificacionista que niega la aceptación general de la bivalencia tiene como resultado una noción metafísica, la noción de “huecos en la realidad”:

A justificationist semantics allows for there being gaps in reality: questions for which there is no answer containing any truth of the matter one way or another [T&P: 63].²¹⁹

La clave de la noción de “huecos en la realidad” reside en que ha de permitir conjugar la validez general de las leyes lógicas con las restricciones en los principios semánticos. Las mismas leyes lógicas que gobiernan los enunciados sobre sucesos próximos deben gobernar también los enunciados sobre lugares no observados. Si el principio de tercio excluso es válido para ciertos casos aquí y ahora será también válido para los mismos casos allí y entonces. Pero esto no autoriza a admitir la validez general de la tesis semántica de la bivalencia. Nos puede parece extraño que el enunciado de que un suceso ocurrió en un determinado tiempo y lugar es de modo determinado verdadero o falso, pero ha de ser así: un observador situado allí y entonces, si hubiera hecho las pertinentes observaciones, habría observado la ocurrencia de tal suceso o su no ocurrencia. Esto quiere decir que el enunciado de que tal suceso ha ocurrido o no ha ocurrido es verdadero, pero sobre estas bases no es posible aceptar que sea verdadero

²¹⁹ Una semántica justificacionista permite la existencia de huecos en la realidad: cuestiones para las cuales no hay respuesta que contenga alguna verdad de un cierto tipo o de otro.

bien el enunciado de que tal suceso ha ocurrido o bien el enunciado de que tal suceso no ha ocurrido. La interpretación semántica intuicionista (justificacionista) de la disyunción no permite aceptar lo segundo. Los “huecos en la realidad” rechazan la validez general de la bivalencia sin necesidad de negar el principio de tercio excluso.

En una postura justificacionista puede haber huecos en la realidad, pero nosotros no podemos saber que los hay. Si los hubiera, solo Dios conocería que los hay “and then, presumably, the divine logic is, as I suggested, a three-valued rather than an intuitionist one” [T&R: ix]. Si no hubiera huecos, si cada cuestión inteligible tuviera una respuesta, entonces la lógica divina sería la clásica: “classical logicians reason as if they were God” [T&R: ix]. Pero Dummett enfatiza que incluso aunque no hubiera huecos, cuestiones como “¿Es esta distancia exactamente $3\pi/4$ metros?” no tiene una respuesta, tal cuestión no es inteligible.

Dummett explica que estos huecos en la realidad son como los huecos en el mundo de la ficción: si preguntamos si Laertes, personaje que mata a Hamlet en el drama de Shakespeare, era zurdo, como Shakespeare no dio la respuesta, la cuestión no tiene respuesta. Si llevamos el ejemplo hacia la posición de Dios ante estos huecos en la realidad, ¿podríamos decir que Dios tiene que conocer la respuesta a estas preguntas? Está claro que si las preguntas no tienen una respuesta y no hay una verdad determinada sobre ellas, entonces no hay ninguna verdad que Dios tenga que conocer. De acuerdo con la comparación, Dios es como el escritor que escribe un drama y que no responde a todas las posibles preguntas en el acto de su creación, estas cuestiones quedan sin responder para siempre. En este punto, habríamos de plantearnos si es correcto comparar el acto de escribir un drama con el acto de la creación del universo, y comparar la genialidad de un dramaturgo, aunque sea Shakespeare, con la omnipotencia de Dios. Todos estos problemas habrán de ser contestados cuando Dummett elabore el papel de Dios en su metafísica, pues necesita de la noción de “huecos en la realidad” no solo para salvar su semántica justificacionista, sino sobre todo para salvar la indeterminación de la naturaleza y la libertad humana.

La semántica del tiempo verbal pasado

De acuerdo con lo establecido para la semántica de enunciados sobre lugares distantes, extraemos dos enseñanzas para la semántica del tiempo verbal pasado: primero, que el significado de los enunciados sobre el pasado tampoco puede

establecerse bajo principios solipsistas, y segundo, que es preciso ampliar la noción de verificación hacia lo que “podría haber sido verificado”.

En primer lugar, respecto al rechazo del solipsismo, se admite que hemos de partir de la aceptación de las evidencias disponibles en principio por la colectividad:

We need a theory of meaning for our common language, no for an idiolect [T&tP: 65].²²⁰

Si aceptáramos que el único modo de establecer la verdad de un enunciado sobre un lugar remoto es el desplazamiento personal a tal lugar para realizar la observación, entonces estaríamos en la teoría de la verificación individual. La apropiada teoría justificacionista tiene que proponer que comprobación de la verdad es una empresa colectiva.

That is one of the central functions of language, namely to spread knowledge to the whole community of those who employ the language [T&tP: 67].²²¹

La teoría del significado debe estar basada en nuestro común uso del lenguaje para expresar y transmitir conocimiento accesible a todos nosotros. Incluso las personas fallecidas permanecen siendo miembros de nuestra comunidad y están incluidas dentro del “nosotros” mientras sus palabras, escritos, obras de arte y teorías científicas y filosóficas hayan sido conservadas.

En segundo lugar, respecto a la ampliación de la noción de verificación para tiempos pasados hacia lo que “podría haber sido verificado”, ya vimos que ello era demandado no solo por la comparación con los lugares remotos sino también por la semántica intuicionista para los enunciados matemáticos. Pero la analogía de la verificación del pasado con la demostración matemática no puede ser llevada hasta el final: la noción de demostración matemática no hace ninguna concesión al realismo, “disponer de procedimientos efectivos de construir una prueba” no nos compromete con ningún tipo de platonismo matemático en el sentido de que se requiera suponer la existencia de una realidad matemática independiente de nuestra capacidad de conocerla.

²²⁰ Necesitamos una teoría del significado para nuestro lenguaje común, no para un idiolecto.

²²¹ Esta es una de las funciones centrales del lenguaje, a saber, extender el conocimiento a toda la comunidad de aquellos que emplean el lenguaje.

Mientras que al ampliar la noción de evidencias sobre el pasado admitiendo “evidencias que hubieran estado disponibles” se está dando ya un paso decidido en dirección hacia el realismo al admitir la existencia de una realidad que ya no está disponible pero que lo hubiera estado de haberse dado las circunstancias adecuadas (nótese el carácter contrafáctico de la construcción: “de haber estado presente en aquel momento, hubiera verificado que...”).

Paralelamente, la analogía con los enunciados sobre otros lugares, aunque nos ha permitido superar el solipsismo, tampoco puede ser llevada hasta el final. En principio podemos ir al lugar remoto para verificar la verdad del enunciado, pero no podemos de ninguna manera ir al pasado. A diferencia de los lugares lejanos, el pasado es inaccesible: “the past, as the past, is inaccessible” [T&tP: 66]. El problema es que un antirrealismo estricto sobre el pasado mantendría que las evidencias de un enunciado sobre el pasado solo pueden consistir en recuerdos presentes o trazas observables en el presente. La cuestión que se alza es de carácter puramente metafísico: ¿hasta qué punto existe el pasado?

En los enunciados sobre el futuro si queremos establecer su verdad no hay otra manera, de acuerdo con el justificacionismo, que esperar a que llegue el tiempo a que se refiere. Si afirmamos “Mañana lloverá”, esperamos a que llegue mañana para comprobar la verdad del enunciado, si llueve o no. El único problema con esa interpretación es que el enunciado no es ahora verdadero ni falso, adquirirá su valor de verdad en el momento futuro referido. Pero difícilmente podemos llevar la analogía hacia los enunciados sobre el pasado, pues mientras el futuro es en principio accesible y abierto (basta con esperar a que se produzca), el pasado es inaccesible y cerrado.

Dentro de un antirrealismo estricto solo deberían admitirse modos directos de establecer la verdad de un enunciado sobre el pasado: evidencias actuales de las trazas dejadas como las memorias de los testigos, los testimonios de los observadores, o las consecuencias causales producidas. El pasado no es una región a la que podamos viajar. Solo existe el presente y solo lo que existe puede hacer un enunciado verdadero o falso. ¿Está Dummett dispuesto a aceptar este antirrealismo estricto? ¿Cómo puede defenderse una teoría justificacionista aceptable sobre los enunciados en tiempo verbal pasado sin hacer demasiadas concesiones al realismo?

La estrategia de Dummett es mantenerse fiel en el justificacionismo como teoría da cuenta del significado de los enunciados a partir de la explicación de cómo adquirimos la comprensión de dichos enunciados. Al analizar los enunciados sobre

otros lugares veíamos cómo la adquisición del significado de dichos enunciados (cómo los aprehendemos) consistía en la construcción progresiva de nuestra retícula espacial que nos permite integrar en ella los nuevos enunciados sobre lugares lejanos. La analogía puede ser retomada ahora para explicar la comprensión de los enunciados temporales. De hecho esta retícula no es solo espacial, deberíamos mejor decir espaciotemporal. Lo que *dice* un enunciado sobre el pasado o el futuro no es que tales evidencias pasadas o futuras *existan* sino cómo tales cosas se insertan en nuestra retícula espaciotemporal. No hay problema en que las evidencias de tales enunciados sean solo indirectas, el enunciado no *dice* que tales evidencias estén disponibles, tan solo dice que “habrían estado disponibles” si hubiéramos estado allí en aquel momento. Esta es, además del rechazo del solipsismo, la segunda gran aportación obtenida del análisis de la comprensión de los enunciados sobre lugares lejanos: comprender un enunciado en tiempo verbal pasado no es afirmar que las evidencias estén actualmente disponibles sino integrar las evidencias pasadas (esto es, las evidencias que habrían estado disponibles entonces) en nuestra actual retícula espaciotemporal.

Si no quiere entrar en un antirrealismo estricto, el justificacionista debe aceptar esta modificación: la explicación de cómo comprendemos los enunciados sobre el pasado consiste en el modo en que los integramos en nuestra retícula espaciotemporal. El antirrealismo estricto no representa fielmente la manera en que entendemos los enunciados sobre el pasado.

Es cierto que esta reflexión muestra que nuestra comprensión de enunciados sobre qué estados de cosas había o qué sucesos ocurrieron le lleva al justificacionismo a acercarse al realismo sobre el pasado. Dummett considera que mantener una irrealidad estricta del pasado es algo aunque no incoherente, sí repugnante (“This conception, though not incoherent, is repugnant” [*T&tP*: 44]). En el fondo no podemos evitar la convicción de que un enunciado sobre el pasado puede ser verdadero aunque *ahora* no tengamos, o no podamos descubrir, las razones para afirmarlo.

The antirealist’ idea that the past is genuinely no more and does not possess even the shadowy existence needed for it to render statements about it true or

false has a certain attraction, even though it conflicts with our natural realism about the past [*T&tP*: 52].²²²

Aunque suponga una cierta concesión al realismo, en esta nueva concepción de la verdad sobre el pasado basta con que alguien en el momento adecuado pudiera haberlo verificado para afirmar su verdad, aunque hoy todo fundamento para afirmarla se haya desvanecido.

¿Hasta qué punto esta explicación del significado de los enunciados sobre el pasado es una concesión al realismo o es un realismo pleno en todo su vigor?

Para elaborar una satisfactoria semántica justificacionista se ha adoptado la fórmula “lo que podría haber sido verificado”, es preciso estudiar ahora si esta fórmula suministra a nuestra teoría del significado un informe plausible de nuestra comprensión de los enunciados sobre el pasado. Porque la relación entre el modo en que el niño adquiere la comprensión sobre el tiempo (su retícula espaciotemporal) y la explicación de la comprensión del significado por la teoría justificacionista (“lo que podría haber sido verificado”) no es tampoco definitiva. Hay un hueco (*gap*) entre qué establece un enunciado como *verdadero* y que lo que *dice* se justifique.

Este hueco no se da en la explicación intuicionista del significado de los enunciados matemáticos: comprendemos un enunciado matemático si somos capaces de reconocer una prueba de él cuando se nos presenta. Su verdad se establece obteniendo tal prueba y lo que dice es que hay tal prueba. La prueba es lo que se requiere para establecer el enunciado como verdadero y la afirmación del enunciado garantiza la existencia de la prueba.

Lo mismo sucede con muchos (pero no con todos) de los enunciados empíricos como “Hay 17 albaricoques en el cesto”. Aquí no hay hueco: si afirmamos que hay 17 albaricoques, lo que *decimos* es que al contarlos hemos obtenido el número 17, y el enunciado es *verdadero* porque hemos contado los albaricoques.

El hueco entre lo que verifica un enunciado y lo que dice el enunciado si aparece ya cuando tratamos con enunciados empíricos sobre cosas que están en otro lugar: la forma de *verificar* el enunciado es ir a ese lugar y observar cómo son las cosas allí pero eso no es lo que enunciado *dice*, lo que observarías si fueras a ese lugar no es lo que el

²²² La idea “antirrealista” de que el pasado ya no existe más y que no posee ni la imprecisa existencia necesaria para hacer nuestros enunciados sobre él verdaderos o falsos, tiene un cierto atractivo, incluso aunque entre en conflicto con nuestro natural realismo sobre el pasado.

enunciado dice: lo que dice es que en una determinada localización espaciotemporal del mapa espacial hay algo que uno puede reconocer cuando uno se encuentra allí. Aún con más fuerza este hueco se produce en los enunciados sobre tiempos pasados: lo que se necesita para *verificar* un enunciado (“podría haber sido verificado”) y lo que *dice* el enunciado (la integración de su comprensión en nuestra retícula espaciotemporal). El resultado es que el justificacionismo, al pretender unificar lo que es tan distinto, está acercándose hacia una teoría del significado veritativo-condicional, identificando el significado del enunciado (lo que dice, su comprensión como integración en nuestra retícula temporal) con su verificación (las condiciones de verdad). El justificacionismo sobre el tiempo se acerca al realismo y a su teoría del significado veritativo-condicional, pero no se identifica con él a causa de mantener el rechazo firme a la bivalencia.

4. La metafísica del tiempo

Una vez elaborada una semántica del tiempo verbal pasado puede acometerse la tarea de realizar una metafísica del tiempo. Dummett se plantea hasta qué punto es aceptable la tesis sobre la irrealidad del pasado, tesis que en un principio es consecuencia directa de la aplicación del justificacionismo sobre los enunciados en tiempo verbal pasado.

La tesis de la irrealidad del pasado establece que son verdaderos solo aquellos enunciados sobre el pasado justificados por recuerdos actuales o evidencias presentes, por lo que grandes tramos del pasado están continuamente desapareciendo mientras sus rastros se disipan. La metafísica resultante de esta teoría del significado consistiría en la afirmación de que nada existe sino el presente (“Nothing exists but the present” [*T&tP*: 44]). El pasado sería un mero constructo, reconstruido a partir de sus rastros presentes.

La metafísica del tiempo aborda directamente el problema de qué tipo de realidad le adscribimos al tiempo. Como corresponde al planteamiento dummettiano, la metafísica del tiempo ha de ser el punto de llegada después de haber abordado las disputas semánticas acerca del significado de los enunciados temporales.

Tras establecer como conclusión de su metafísica las dos características del tiempo son la asimetría y naturaleza acumulativa de la realidad temporal, Dummett se desliza hacia uno de los capítulos más discutibles de su investigación filosófica, transitando desde la metafísica del tiempo hacia una teología.

La irrealidad del tiempo

En un temprano artículo de 1960, “Una defensa de la prueba de McTaggart de la irrealidad del tiempo” [*T&OE*, *VyOE*: 440-446], Dummett se pregunta por la realidad del tiempo a partir de la prueba presentada por el idealista inglés McTaggart.²²³ El argumento de McTaggart sobre la irrealidad del tiempo es usado por Dummett para apoyar su antirrealismo sobre el tiempo, aunque la noción de “realidad/irrealidad” que ambos manejan sea bien distinta.

McTaggart argumenta que hay dos concepciones de los eventos temporales:

²²³ John McTaggart: “Unreality of Time”, *Mind: A Quarterly Review of Psychology and Philosophy* 17 (1908): 456-473.

- Que un evento suceda antes, al mismo tiempo o después que otro. De este modo no habría cambio, pues solo hay eventos que se preceden unos a otros; para que haya cambio un evento debería dejar de ser y otro empezar a ser. Y, puesto que el tiempo es cambio, si no hay cambio no hay tiempo.
- Cualquier evento ha de ser pasado, presente o futuro. Pero esto es una contradicción, pues a cualquier evento se aplican los tres, o al menos dos (tal suceso “es presente”, y por tanto “fue futuro” y “será pasado”), y tales predicados son incompatibles entre sí (ningún suceso puede ser a la vez pasado y presente). Por tanto el tiempo es irreal.

Según Dummett, McTaggart da por sentado que la realidad debe ser algo para lo cual ha de existir en principio una descripción completa de ello. La descripción de cómo es algo realmente ha de ser independiente de cualquier punto de vista particular. Pero del tiempo no puede darse una descripción completa independiente de punto de vista temporal, todo punto de vista sobre el tiempo está necesariamente dentro del tiempo. De este modo, Dummett no acepta el argumento de McTaggart pero sí coincide con su conclusión: el tiempo ha de ser irreal.

Dummett reconoce que es natural la inclinación a pensar a la manera realista:

Me siento personalmente inclinado a creer que debe haber una descripción completa de la realidad; más propiamente que de cualquier cosa que sea real debe haber una descripción completa –es decir, independiente del observador [T&OE, VyOE: 445].

Por eso el antirrealismo sobre el tiempo de McTaggart tiene su razón de ser dentro de una concepción general realista: la realidad es algo independiente del sujeto que la describe, y por tanto, el tiempo no forma parte de dicha realidad, el tiempo no es real. El motivo por el cual Dummett se resiste a aceptar la prueba de McTaggart sobre la irrealidad del tiempo es que esta conclusión parece refutarse a sí misma: si el tiempo es irreal, entonces la propia conclusión de prueba de la irrealidad del tiempo también es irreal.

Por tanto, Dummett debe abandonar aquella inclinación a creer que debe haber una descripción completa de la realidad, y esto es lo que enseña el argumento de McTaggart, que el realismo general no es coherente y que ha de ser abandonado. Aunque no aceptemos la argumentación de McTaggart sobre la irrealidad del tiempo, se

ha de aceptar al menos que no es posible una descripción completa de la realidad, lo cual es en el fondo una postura antirrealista más amplia y ya no solo sobre el tiempo.

Esta apuesta decidida de Dummett por la irrealidad del tiempo en su producción temprana será revisada posteriormente al hilo del acercamiento hacia el realismo en su teoría del significado de los enunciados temporales.

En sus Dewey Lectures publicadas en 2004 como *Truth and the Past [T&tP]* Michael Dummett ofrece la exposición más elaborada de su concepción metafísica del tiempo, la cual es el reflejo de su concepción acerca de cómo comprendemos los enunciados temporales. Desglosa en cuatro las posibles soluciones al problema de la realidad del tiempo:

Modelo (1). *Solo el presente es real*

Modelo (2). *El futuro es real pero no el pasado*

Modelo (3). *El pasado es parte de la realidad, el futuro no lo es*

Modelo (4). *Pasado y futuro son los dos reales*

Modelo (1). Presentismo: Solo el presente es real

La realidad está constituida por las cosas que existen ahora. El pasado *fue* parte de la realidad pero ya no existe. El futuro *será* parte de la realidad, pero todavía no ha llegado a la existencia. La realidad cambia continuamente: consiste en lo que *es*, entendiendo este *es* en el sentido de presente actual.

Dummett rechaza este modelo porque, a pesar su obviedad a primera vista, esta propuesta resiste muy mal la reflexión. Si el presente no tiene duración, como hizo notar San Agustín, es entonces el mero límite entre el pasado y el futuro, pero un límite solo puede existir si aquello con lo que limita existe: la fina línea que separa dos regiones solo puede existir en virtud de las regiones que demarca.

Más que este argumento de corte metafísico para desechar este modelo, nos interesa mucho más juzgar la manera en que el modelo resuelve la explicación de los conceptos de significado y de verdad. El problema es que este modelo deniega la posibilidad de valor de verdad a los enunciados sobre el pasado y el futuro, por negar la realidad sobre aquello que pueda sustentar su valor de verdad. Algún tipo de verdad han de tener los enunciados sobre el pasado y el futuro, por tanto algún tipo de realidad ha de tener el pasado y el futuro. El modelo (1) que niega la realidad del pasado y del

futuro es rechazado por no dar cuenta del significado ni de la verdad de los enunciados en tiempo verbal pasado y futuro.

Este modelo (1) ha recibido el nombre de *presentismo*: la realidad cambia en sí misma, no existe nada más que lo que existe en el momento presente, pero el presente cambia momento a momento, luego la realidad cambia con él.

La objeción contra el presentismo es que si éste fuera correcto no habría ahora ni pasado ni futuro, ni nada en virtud de lo cual lo que ha pasado o lo que pasará sea verdadero o falso. No podemos ni decir que el presente cambie, porque eso requiere que las cosas sean ahora distintas a como eran en el pasado.

Frente a esto, la única posible respuesta del presentismo consiste en reafirmarse en que los enunciados pasados o futuros son verdaderos o falsos en virtud de lo que existe en el presente.

El presentismo requiere necesariamente una semántica que repudie el principio de bivalencia: si los enunciados sobre hechos pasados o futuros dependen en su verdad de evidencias presentes entonces habrá muchos enunciados que no puedan ser juzgados ni verdaderos ni falsos por carecer de evidencias.

Aunque el presentismo es un modelo que atrajo a Dummett en su etapa temprana, nunca se sintió a gusto con este antirrealismo estricto por las desagradables consecuencias metafísicas que conlleva.

Modelo (2). El futuro es real pero no el pasado

El futuro es accesible, solo tenemos que esperar a descubrir qué es. El pasado por el contrario es completamente inaccesible.

En el modelo (2) se reconoce que el pasado ha dejado rastros, incluidos nuestros propios recuerdos. Pero estos trazos es lo único que constituye el pasado. El pasado no tiene una realidad independiente. Este antirrealismo exclusivamente ante el pasado tiene como defensores a filósofos de la talla de C.I.Lewis, A.J.Ayer, J. Lukasiewicz. No se afirma que no haya nada que haga verdaderos o falsos los enunciados sobre el pasado, pero sí que su verdad se apoye únicamente en rastros presentes. Cuando afirmamos “El suceso K ocurrió hace un año”, la verdad de este enunciado solo se puede basar en las evidencias actuales del suceso.

El problema surge al tratar de generalizar este modelo, pues hay eventos pasados, por ejemplo el trivial suceso de rascarse una oreja, que no han dejado ningún trazo en el presente, con lo cual han desaparecido completamente y no podemos determinar el valor de verdad de su enunciado. La valoración de la verdad de un enunciado aparece así no solo relativa al tiempo del enunciado sino también al tiempo de su evaluación. La realidad cambia constantemente y con ella han de cambiar los valores de verdad de los enunciados: un enunciado que ahora es verdadero puede que más tarde deje de ser verdadero. Y esto es insostenible: Dummett estaría dispuesto a admitir que el valor del enunciado pudiera ser relativo al tiempo de su declaración, pero no aceptaría su relativización al tiempo de su evaluación.

Cuando comparamos los antirrealismos basados en el modelo (2) con los del modelo (1) la discrepancia fundamental gira en torno a la idea de causalidad. El presente expresa las tendencias hacia el futuro, las cuales pueden ser previstas y prevenidas: podemos mover nuestros actos hacia su realización o hacia su neutralización.²²⁴ Pero sobre el pasado no caben previsiones ni prevenciones, solo hay evidencias. La razón de la diferencia está en la dirección de la flecha de la causalidad. Dummett ya estudió el problema de la causalidad y del tiempo en sendos artículos de 1954 [“¿Puede un efecto preceder a su causa?”, *T&OE*, *VyOE*] y de 1964 [“Causando el pasado” *T&OE*, *VyOE*], analizados más arriba, y no excluyó entonces la posibilidad de una causalidad hacia el pasado. Su posición actual sobre la causalidad hacia el pasado se ha suavizado, en cuanto que acepta, al modo humeano, que la causalidad hacia el pasado no está eliminada por ninguna necesidad lógica sino tan solo por la experiencia habitual:

There is no logical necessity that causation should always run in the earlier-to-later direction; it is simply our experience that it does so [*T&tP*: 83].²²⁵

²²⁴ La amenaza anunciada por una predicción puede producir las acciones que la eviten, la predicción sobre el futuro era verdadera y es su verdad lo que provoca que no se cumpla ahora. En realidad la predicción sigue siendo verdadera y no se ha trasmutado en falsa, porque la predicción anunciaba “Tal cosa sucederá si no se hace nada por evitarlo”, luego la predicción era y sigue siendo verdadera. La autofalsación de una predicción no es un ejemplo válido de enunciado sobre el futuro que cambia de valor de verdad.

²²⁵ No hay necesidad lógica de que la causalidad deba siempre correr en dirección de atrás adelante; es simplemente nuestra experiencia la que lo hace.

De cualquier modo, lo cierto es que es difícilmente sostenible una simetría en la causalidad, y por tanto tampoco es defendible una simetría en la temporalidad (entre pasado y futuro). Decir que un enunciado hacia el futuro era verdadero pero ahora es falso, sería en principio admisible. Por el contrario, decir que el pasado era verdadero pero que ahora es falso, sería decir que el pasado ha cambiado, lo cual es inadmisibile. El modelo (2) es difícilmente reconciliable con la causalidad. Por lo cual ha de ser desechado.

El rechazo del modelo (2) nos mueve, dentro del justificacionismo, hacia la aceptación de cierta forma de realismo sobre el pasado, al aceptar que algunas de las evidencias que justifican nuestros enunciados sobre el pasado residan en el propio pasado.

Modelo (3). El pasado es parte de la realidad, el futuro no lo es

El futuro todavía no ha llegado a ser, no existe todavía. Por el contrario, el pasado sí es un constituyente de la realidad. El tiempo pasado está en continuo crecimiento: el paso del tiempo incrementa la suma total de la realidad.

De acuerdo con esta concepción, si el futuro existiese, podríamos conocerlo y conocer la verdad presente de los enunciados sobre el futuro. Podemos establecer probabilidades y mantener creencias sobre el futuro, pero ni las probabilidades ni las creencias son conocimiento.

Este modelo es muy atractivo y se corresponde con nuestra concepción habitual del tiempo: el futuro está ahora indeterminado, mientras que el pasado es inamovible. Dummett también está de acuerdo con este rechazo al determinismo. Para Dummett el determinismo está basado en la clásica concepción de las magnitudes físicas como absolutamente definidas, dadas por números reales.

This use of the classical continuum for real numbers as a model for physical reality is in my view mistaken [*T&tP*: 81].²²⁶

²²⁶ Este uso del continuo clásico para los números reales como un modelo para la realidad física es en mi opinión equivocado.

Pero la metafísica del tiempo no puede fundamentarse en argumentos que no sean de tipo semántico, por lo cual ni la indeterminación de las magnitudes físicas ni el indeterminismo sobre el futuro han de ser la razón última para el rechazo del modelo (3). La objeción fundamental contra el modelo (3) es análoga a la objeción contra el (2). Si los enunciados sobre el futuro no tienen valor de verdad determinado en el presente, puesto que no son verdaderos ni falsos hasta que no llega su tiempo de referencia, entonces la verdad de los enunciados en tiempo futuro sería relativa al tiempo de su evaluación. Lo cual es inadmisibile.

Se ha buscado la defensa de este modelo apelando a lo siguiente: dado que los enunciados sobre el pasado eran verdaderos o falsos y luego pierden este valor de verdad, igualmente los enunciados sobre el futuro no son ni verdaderos ni falsos y luego adquieren su valor de verdad. Pero esto supone apelar a la asimetría del tiempo, lo cual sería apoyarse en aquello que se quiere mostrar, el modo en que comprendemos nuestro lenguaje sobre el tiempo. En conclusión, el modelo (3) ha de ser rechazado.

Modelo (4). Eternalismo: Pasado y futuro son los dos reales

Pasado y futuro son simplemente regiones de la realidad determinadas por nuestra perspectiva temporal en un momento dado. El tiempo es una de las dimensiones a lo largo de las cuales varía la realidad. No hay distinción entre pasado y futuro en la realidad. No hay un *ahora* en la realidad.

Este modelo ha sido denominado (aunque no por Dummett) *eternalismo*, siendo el tiempo una dimensión más de la realidad junto al espacio: los hechos pasados y futuros son tan reales como los presentes. Lo mismo que no le negamos la realidad a lo existente en un lugar lejano, tampoco diremos que no es real lo distante en el tiempo.

Según el modelo (4), la dirección antes-después es la de la causalidad eficiente. Los sucesos anteriores son aquellos que pueden tener eficiencia causal sobre los posteriores, los eventos pasados nos suministran información pero no podemos intervenir causalmente sobre ellos, de los eventos futuros no recibimos información pero podemos intervenir causalmente sobre ellos.

Time is thus not merely one dimension out of four; but what occupies it in each direction is equally real [*T&tP*: 86].²²⁷

La objeción a este modelo es que al concebir la realidad como tetradimensional se comete el error de espacializar el tiempo. En esta concepción no hay propiamente cambio real, solo hay desplazamiento. Sería una nueva versión de la teoría *Cambridge change*.²²⁸ Recuerda Dummett que John McTaggart, a quien ya dedicó el artículo que hemos comentado arriba, argumentó que negar que el pasado, el presente y el futuro sean una característica objetiva de la realidad es negar la esencia misma del tiempo, el cambio, lo cual le permitió a McTaggart concluir que el tiempo es irreal.

Pero lo que es esencial al tiempo es el cambio. La teoría del eternalismo nos priva del auténtico cambio, solo cambia nuestra conciencia mientras viajamos desde el pasado hacia el futuro.

The model is grounded on the conception of our consciousness as moving through the static four-dimensional reality along the temporal dimension [*T&tP*: 87].²²⁹

La interpretación tetradimensional de la realidad incluida en este modelo (4) solo es una versión de las teorías para las que todo cambio es ininteligible. El modelo (4) es insostenible.

La concepción dummettiana del tiempo

Después de rechazar cada uno de los modelos posibles sobre el tiempo, nos preguntamos cuál es la opción por la que se inclina Dummett. Es decir, ¿qué modelo sobre el tiempo se desprende de una teoría justificacionista de acuerdo con la cual la

²²⁷ El tiempo no es así simplemente una dimensión entre cuatro, sino que aquello que ocupa en cada dirección es igualmente real.

²²⁸ La teoría *Cambridge change* quiere significar que el paisaje no cambia cuando viajas al este de Cambridge, solo que el paisaje es diferente en Cambridge y al este de Cambridge. Esta teoría fue desarrollada por Peter Geach [(1969) *God and the Soul*. London: Routledge]. De acuerdo con ella, no existe el cambio real de las entidades, solo cambia su contexto: cuando una madre da a luz a su segundo hijo, el primero adquiere la propiedad de ser “hermano de”, pero él no ha cambiado, solo ha variado su contexto.

²²⁹ El modelo está fundado sobre la concepción de nuestra conciencia como moviéndose a través de una realidad estática tetradimensional a lo largo de la dimensión temporal.

comprensión de los enunciados acerca del pasado y del futuro consiste en nuestra capacidad de reconocer su verdad? Un enunciado sobre el pasado o sobre el futuro es verdadero si la observación sobre los hechos que relaciona fue hecha o podría haber sido hecha, será hecha o podría ser hecha.

Para ver qué modelo del tiempo encaja con una semántica justificacionista, vamos de nuevo a partir de la analogía con el tratamiento de la verdad y el tiempo en la teoría del justificacionista del significado para los enunciados matemáticos, esto es, el intuicionismo. La aserción de un enunciado matemático, intuicionistamente entendido, es la exigencia de que la comunidad matemática es capaz de probarlo, no una predicción de que será probado dentro de cierto tiempo. Por tanto, la verdad de tal enunciado consiste en tener *ahora* los medios de obtener una prueba del enunciado, no en el futuro o en otro tiempo. Si la realidad matemática está formada por la suma de los enunciados matemáticos verdaderos, entonces la cantidad de realidad matemática ha de crecer constantemente:

If mathematical reality is constituted by the sum total of true mathematical assertions, then mathematical reality continually grows; that is what legitimated Brouwer's introduction, in the theory of the creative subject, of tense into mathematics [*T&tP*: 89].²³⁰

Intuicionistamente no puede haber ningún enunciado que sea de modo definitivo ni verdadero ni falso, puesto que si no ha sido probado ni refutado, la posibilidad de su verdad o falsedad está abierta. Esto no significa que haya que concebir el futuro como algo completamente indeterminado. Lo mismo que en matemáticas, el justificacionismo sobre el tiempo rechaza la tricotomía (finalmente verificado, finalmente falsado y por siempre indecidible).²³¹ Desde un punto de vista justificacionista, la realidad debe estar cambiando continuamente, necesita estar abierta: no solo el futuro se revela a su debido tiempo, sino que el pasado también se acumula en cuando descubrimos nuevas evidencias de lo que sucedió.

²³⁰ Si la realidad matemática está constituida por la suma de las aserciones matemáticas, entonces la realidad matemática continuamente crece; esto lo que legitimó la introducción por Brouwer, en la teoría del sujeto creativo, del tiempo en las matemáticas

²³¹ We can thus evade the conclusion that there is a trichotomy *eventually verified, eventually falsified and forever undecided* [*T&tP*: 90].

En resumen, a partir de la teoría semántica justificacionista de los enunciados en tiempo verbal pasado, y siguiendo de cerca las propuestas de las Gifford Lectures [T&R] (más que de las Dewey Lectures [T&tP]) podemos extraer las dos características fundamentales de la metafísica del tiempo en Dummett:

1. La asimetría del tiempo. La noción de verdad para una teoría del significado justificacionista es asimétrica entre enunciados acerca del pasado y enunciados acerca del futuro. El pasado y el futuro también son asimétricos. El desasosiego por esta asimetría desaparece cuando se constata la misma asimetría entre los enunciados sobre sucesos en los cuales no podemos influir y los que en principio podríamos influir o al menos enviar información (aquellos dentro de nuestro cono de luz futuro). En el pasado no podemos influir, en el futuro sí. El pasado nos envía información, al futuro enviamos información.

2. La realidad es acumulativa (*reality is cumulative*). Esta segunda característica de la metafísica del tiempo deriva también de una concepción justificacionista del significado. Los hechos acumulados incluyen aquellos que eran válidos (*held good*) antes de llegar a ser hechos. Esto es un modo paradójico de hablar. Desde el punto de vista justificacionista no debemos confundir el tiempo en el cual el hecho es válido, con el tiempo en el cual nuestro descubrimiento le confiere el estatus de hecho válido. Por ejemplo, que ayer llovió en Oxford es un hecho válido en el día de ayer, aunque sea hoy cuando nosotros lo hemos constatado.

De la metafísica del tiempo hacia la teología

Con todo, Dummett no se limita a elaborar una metafísica –u ontología- del tiempo, sino que extrae las consecuencias *metafísicas* –en el sentido de *más allá de lo físico*–, que le llevan hacia la teología (metafísica sobre la divinidad).

Dummett comienza preguntándose por la relación entre verdad y conocimiento. ¿Podemos concebir una realidad existiendo en completa independencia de ser conocida? ¿Podría el universo físico haber existido sin criaturas sentientes? No se trata de preguntarse si pudo en algún momento del universo no haber criaturas (es claro que no las hubo), sino si podría el universo carecer de criaturas sentientes a lo largo de toda su existencia. ¿Habría diferencia entre tal universo sin criaturas y no haber universo en absoluto? O dicho con otras palabras, ¿podría Dios haber creado un universo sin criaturas sentientes?

To express the question theologically, could God have created a universe devoid of sentient creatures throughout its existence? [*T&tP*: 92].²³²

Dummett entiende que la existencia de un universo sin criaturas sentientes es una fantasía ininteligible.

It seems to me that the existence of a universe from which sentience was perpetually absent is an unintelligible fantasy. What exists is what can be known to exist. What is true is what can be known to be true. Reality is the totality of what can be experienced by sentient creatures and what can be known by intelligent ones [*T&tP*: 92].²³³

La metafísica del tiempo como ontología del tiempo da paso a una metafísica más allá de lo físico, y más allá de lo físico está la noción de Dios. Dios aparece como la metáfora explicativa de estas cuestiones, y a veces, más que una metáfora. De plantearse los principios sobre los que se sustenta el tiempo, Dummett está yendo más allá de la ontología para adentrarse en el terreno de la metafísica (más allá de la física, en su sentido más literal).

En principio no sería problema que utilizara argumentos teológicos en su dilucidación del concepto de tiempo, siempre que tales argumentos explicativos estuvieran limitados a introducir los conceptos de Dios y del universo como creado por Dios, para comprender mejor qué sea el tiempo. Esto sería similar a la utilización kantiana del concepto de *cosa en sí* para explicar qué es el *fenómeno*: la noción de cosa en sí en Kant es un contraconcepto explicativo que nos ayuda a comprender mejor qué es el fenómeno, pero sin pretender explicar qué sea la cosa en sí. La cuestión es si Dummett es capaz de mantenerse dentro de los resultados de la filosofía sin pretender llegar a conclusiones teológicas, si su metafísica es estrictamente ontología o si va más allá hacia una metafísica entendida como investigación “allende lo físico”.

²³² Para expresar la cuestión teológicamente, ¿podría Dios haber creado un universo carente de criaturas sentientes a lo largo de toda su existencia.

²³³ Me parece que la existencia de un universo en el cual la sensación estuviera perpetuamente ausente es una fantasía ininteligible. Lo que existe es lo que puede ser conocido que existe. Lo que es verdadero es lo que puede ser conocido como siendo verdadero. La realidad es la totalidad de lo que pueden sentir las criaturas sentientes y lo que pueden conocer las inteligentes.

Finalmente hemos de admitir que la introducción de Dios como concepto metafórico, le lleva a Dummett a ir más allá y plantearse problemas que exceden de la ontología del tiempo y alcanza a una auténtica teodicea. Se pregunta: ¿Debe alguien que crea en Dios aceptar que el futuro está completamente determinado en cuanto que Dios conoce previamente lo que ha de ser? [T&tP: 94]

Esta cuestión no afecta al debate sobre la teoría del significado adecuada, ni tan siquiera al debate sobre la metafísica del tiempo adecuada. Esta cuestión es ya pura teodicea.

El caso es que, dentro o fuera de la teodicea, Dummett argumenta contra la aceptación de la bivalencia por los realistas, los cuales, él entiende, a veces apelan a la omnisciencia divina para defender el principio de bivalencia y la determinación de la realidad. La propuesta de Dummett es que Dios conoce las verdades que existen y que, si no hay verdades en cierto ámbito, Dios no tiene por qué conocer “verdades” que no existen. Hay *huecos en la realidad*, cuestiones que no tienen respuesta, Dios no conoce la respuesta a tales cuestiones: Él conoce todo lo que hay que conocer, pero no más que eso. Es un error imaginarse a Dios existiendo *antes* de la creación, en un tiempo sin fin sobre un universo vacío, y que luego en un momento dado realiza el acto de creación. Esto sería sinsentido: si el universo tiene una edad finita, entonces el tiempo tiene un cero absoluto. El tiempo es la medida del cambio (“Time is the measure of change” [T&R: 104]) y no tiene sentido plantearse cómo eran las cosas antes de que nada cambiara. Aunque como es correcto hablar del tiempo solo como aquello en que los sucesos tienen lugar, es también correcto decir que el universo ha existido siempre, sea su edad finita o infinita. También es correcto decir que Dios ha existido siempre, pero es sinsentido decir que ha existido *antes* de hubiera algún tiempo.

Lo curioso de esta argumentación es que Dummett está criticando a los realistas por apelar a la omnisciencia divina como razón de la bivalencia. El problema que nos resulta aquí es que de la misma manera que no se puede argumentar a favor de la bivalencia a partir de la omnisciencia de Dios, tampoco se puede apelar a la naturaleza del conocimiento divino para rebatir la bivalencia. Hacer esto sería no solo justificar la lógica a partir de la metafísica (en el sentido de ontología), yendo en contra del propio proyecto Dummett, sino justificar la lógica a partir de la teología (metafísica, en el sentido de “más allá de lo físico”).

Finalmente Dummett reconoce que estos argumentos (teológicos) no tienen interés para aquellos que no creen en Dios.

They (the arguments) are of no interest to those who have no belief in God
[*T&tP*: 96].²³⁴

En realidad, a nuestro juicio, estos argumentos no son de ningún interés en estricta filosofía, se sea o no creyente.

²³⁴ Estos (argumentos) no tienen interés para aquello que no creen en Dios.

5. Conclusiones sobre el antirrealismo acerca del tiempo

En este último capítulo del apartado sobre el antirrealismo del tiempo pasado, recopilaremos los resultados obtenidos, mostrando cómo el justificacionismo riguroso sobre el pasado necesita abrirse hacia un justificacionismo moderado y en qué medida esto supone una concesión al realismo sobre el pasado e incluso al realismo general.

En su artículo de 1969 “La realidad del pasado” [T&OE, VyOE], el antirrealista defendía que solo *es* aquello que existe en el presente, y por tanto un enunciado sobre el pasado, si es verdadero, solo puede ser verdadero en virtud de lo que *ahora* existe. Dummett no llegó a abrazar sin reservas este antirrealismo, pues aún pareciéndole coherente sin embargo le resultaba inverosímil (“unbelievable”). Este resultado ambiguo acerca de la realidad del pasado ha tenido a Dummett perplejo (“I have been perplexed by this matter ever since” [T&tP: 45]) hasta que en los años 90 retomó el tema en profundidad. La cuestión abierta desde entonces es la siguiente: ¿en qué medida la posición sobre el realismo/antirrealismo del tiempo afecta a la viabilidad de la teoría del significado justificacionista?

El realismo entiende que un enunciado sobre el pasado, si es verdadero, lo es por lo que sucede en el pasado. El realista necesita reconocer que, aunque en un sentido el pasado no es ya, debe poseer algún tipo de existencia imprecisa (*shadowy*), de lo contrario no habría nada que hiciera a un enunciado sobre el pasado verdadero o falso.

Por su parte, el antirrealista supone que el pasado, en cuanto pasado, no tiene existencia de ningún tipo: solo sobrevive en sus trazas y en la memoria.

En primer lugar, es indudable para Dummett que la posición realista resulta inaceptable: el realista se autoconsidera fuera de todo el proceso temporal, como si pudiera describir el mundo desde un punto de vista atemporal que investigara todos los momentos temporales en una sola mirada.

Pero en segundo lugar, el antirrealista considera que nuestro propio punto de vista está inmerso en el tiempo inevitablemente, con lo cual ninguna descripción atemporal del mundo tiene sentido, solo podemos describir el mundo tal y como es desde nuestro punto de vista temporal. Paradójicamente, es el antirrealista quien se toma en serio la *realidad* del tiempo, mientras que el realista considera el tiempo como algo no real.

Justificacionismo riguroso sobre el pasado

Un antirrealismo estricto sobre el pasado ha de mantener que un enunciado en tiempo verbal pasado solo puede ser verdadero si hay actualmente recuerdos u otros rastros de haber sido las cosas como establece. El pasado no es real. La verdad del pasado no puede consistir en otra cosa que en evidencias disponibles en el presente en base a la memoria o a los restos que permanecen actualmente. Este antirrealismo estricto es el la consecuencia metafísica de una teoría semántica justificacionista rigurosa.

Michael Dummett no acepta este justificacionismo riguroso, ni tan siquiera en su temprana obra “La realidad del pasado” [T&OE, VyOE], aunque se haya sentido inclinado hacia él. Hay tres grupos de razones principales para ello: en primer lugar, las objeciones planteadas a partir de los vínculos de valor de verdad; en segundo lugar, las consecuencias metafísicas indeseables que se derivan de esta doctrina; y en tercer lugar, razones constructivistas sobre la deducción lógica.

Como ya hemos visto, la existencia de vínculos de valor de verdad entre enunciados en distinto tiempo verbal constituye la mayor objeción contra este justificacionismo riguroso. El vínculo de valor de verdad es el vínculo entre el valor de verdad de una sentencia en tiempo verbal presente con otra en otro tiempo verbal pasado. Por ejemplo, si “Ahora llevo una corbata roja” es verdadero, dentro de exactamente un año debe ser verdadero “Hace un año llevaba una corbata roja”. Según este argumento, la verdad de un enunciado en tiempo pasado no depende de la existencia de recuerdos o rastros actuales del pasado, sino de un nexo o vínculo que une el valor de verdad de ambos enunciados del ejemplo, porque puede suceder que al cabo de un año todo recuerdo o rastro del color de la corbata que llevaba haya sido olvidado, pero el enunciado emitido dentro de un año sobre el pasado deberá ser verdadero en virtud de su vínculo con la verdad del enunciado presente actual.

Si el justificacionista riguroso se empeñara en negar la existencia de los vínculos de valor de verdad entre enunciados en distinto tiempo verbal o simplemente los interpretara al modo antirrealista (el pasado consiste únicamente en sus rastros presentes), ello conllevaría consecuencias metafísicas muy desagradables. La consecuencia metafísica de un antirrealismo estricto es que la realidad cambia constantemente. El resultado sería una forma de heraclitismo en el que no solo el presente cambia continuamente, también el presente arrastrará al pasado y empujará al

futuro con él. En el ejemplo de la corbata, el enunciado sobre el pasado emitido dentro de un año, solo podría ser verdad porque me doy cuenta *ahora* de que llevo una corbata roja. Pero si dentro de un año todas las trazas y recuerdos de ello han desaparecido, entonces ya no será correcto afirmarlo como verdadero. Por tanto, habrá perdido su estatus de enunciado verdadero que ahora posee.

El problema de un justificacionismo riguroso es que nos lleva a una metafísica antirrealista rigurosa en la que solo existe el presente y la verdad de los enunciados sobre el pasado solo puede residir en las memorias y rastros actuales del pasado. Este antirrealismo extremo aunque sea coherente no es aceptable:

This is an intolerable position to adopt. I cannot, strictly speaking, be convict of incoherence; but no one could possibly regard it as a credible conception of the world [T&R: 74].²³⁵

Dummett se preocupa por ofrecer la noción de una metafísica que no vaya contra el sentido común. El error de la teoría justificacionista rigurosa del significado sería interpretar el sentido de los enunciados en tiempo verbal pasado como lo que sería justificar su aserción en el tiempo de hacerla y no en el tiempo a que se refiere. En enunciados sobre el pasado esto significaría disponer de trazas actuales de sucesos pasados, y entonces los vínculos de valor de verdad nos llevarían a aceptar el pasado como algo cambiante en sí mismo. El justificacionismo riguroso no se sostiene y tiene que dar paso a una cierta concesión al realismo.

El tercer grupo de argumentos contra el justificacionismo riguroso procede de consideraciones de la lógica constructivista, y son paralelos a aquellos que condujeron a Dummett hacia el intuicionismo matemático separándose del finitismo estricto. Son, a nuestro juicio, los argumentos más concluyentes dentro del justificacionismo, pues los argumentos metafísicos han de ser punto de llegada y no de partida para una teoría del significado.

Cuando aplicamos la discusión acerca del significado de los enunciados sobre el pasado a razonamientos deductivos sobre el pasado, el resultado es que el justificacionismo solo puede aceptar como válidas las razones constructivas. Un razonamiento constructivo es aquel que nos lleva de premisas que pueden ser ahora

²³⁵ Esta es una posición intolerable para adoptar. No puedo, hablando estrictamente, ser culpable de incoherencia; pero posiblemente nadie podría considerarla como una concepción creíble del mundo.

verificadas a conclusiones que pueden ser ahora verificadas. Cuando el tiempo verbal en premisas y conclusiones es el presente, entonces la propiedad preservada de las premisas a las conclusiones será la propiedad de “poder establecer su verdad”. Puesto que no tiene sentido que un razonamiento que es válido cuando es aplicado a enunciados en presente no sea válido cuando es aplicado a enunciados en tiempo verbal pasado, hemos de admitir en consecuencia que, cuando el tiempo verbal de las conclusiones es el pasado, entonces la propiedad preservada será la propiedad de “haber podido establecer su verdad”. Por ejemplo, si una conclusión en pasado es derivada de premisas en pasado que fueron verificadas en su momento, esto no significa que la conclusión puede ser ahora verificada, solo significa que la conclusión *podría haber sido* verificada en su momento. La noción de justificable (verificable) cuando se aplica a tiempos pasado se convierte en “podría haber sido justificado” (“podría haber sido verificado”).

Esta solución es paralela a la obtenida por las matemáticas intuicionistas con la distinción entre prueba canónica y demostración: no siempre es preciso disponer de una prueba canónica del teorema matemático basta con que dispongamos de una demostración, esto es, que tengamos un medio efectivo en principio de obtener una prueba.

Dummett, por tanto, no puede aceptar un justificacionismo estricto, el cual nos impediría construir razonamientos deductivos en tiempo pasado. Lo que es válido para razonamientos deductivos con enunciados decidibles en tiempo presente debe ser válido para razonamientos deductivos sobre tiempo pasado formados a partir de aquellos enunciados decidibles en presente.

Estas consecuencias sobre los razonamientos deductivos tienen su origen en el modo en que el justificacionismo encara el principio de bivalencia. Si admitimos la bivalencia para ciertos enunciados decidibles en presente, igualmente la bivalencia debe ser válida para sus contrapartidas en tiempo verbal pasado, que aunque ya no puedan ser decididos, *sí podrían haber sido* decididos. Siguiendo el ejemplo propuesto por Dummett, el número de personas que presenciaron la ejecución de Carlos I tuvo que haber sido par o impar, aunque ya no podamos decidir cuál de los dos fue, *sí podría haber sido* decidido en su momento.

El justificacionismo se ve obligado a aceptar que los razonamientos con enunciados decidibles en tiempo verbal presente cuando se transforman en tiempo verbal pasado siguen siendo válidos porque *podrían haber sido* decididos en aquel

tiempo pasado. Dummett se decanta entonces hacia un justificacionismo moderado acerca de los enunciados en tiempo verbal pasado, lo cual puede ser visto como una concesión al realismo.

El justificacionismo moderado sobre el pasado

Este justificacionismo moderado parece una gran concesión al realismo, pero a esas alturas, Dummett ya no necesita desmarcarse de cualquier sospecha de realismo, lo que busca es ofrecer una teoría justificacionista del significado que no solo sea coherente sino sobre todo aceptable:

This may appear a large concession to realism. ‘Why not go all the way, then?’
[T&R: 78].²³⁶

La cuestión que se plantearía ahora es hasta qué punto este justificacionismo moderado, que es ni más ni menos que una concesión al realismo en los enunciados sobre el pasado, le fuerza a Dummett a aceptar un cierto realismo también para los enunciados empíricos del tiempo presente. En cierto modo el justificacionismo ha llegado a admitir una noción de verdad para los enunciados temporales del pasado independiente de tener evidencias presentes de ellos. Los vínculos de valor de verdad han sido aceptados como razones que justifican enunciados sobre el pasado, justificados sin disponer de evidencias actuales, ¿y no podrían también los vínculos de valor de verdad llevarnos hasta admitir un realismo completo también para el presente?

La respuesta de Dummett es taxativa, la concesión al realismo sobre el pasado no supone ninguna concesión global al realismo:

The philosopher’s task is not to make a prior commitment for or against realism, but to discover where and how realist considerations must be invoked in order to describe our understanding of our language: for they *may* be invoked only so far as they *must* be invoked [T&R: 79].²³⁷

²³⁶ Esto puede parecer una gran concesión al realismo. “¿Por qué no hacer todo el camino, entonces?”

²³⁷ La tarea del filósofo no es comprometerse previamente a favor o contra el realismo, sino descubrir dónde y cómo las consideraciones realistas deben ser invocadas para describir nuestra comprensión de nuestro lenguaje: porque tales consideraciones *pueden* ser invocadas solo en cuanto que *deben* ser invocadas.

La tarea de la teoría del significado es explicar nuestra comprensión de los enunciados y en concreto de los enunciados en tiempo verbal pasado. El justificacionismo como teoría del significado no debe aventurarse en la metafísica hasta haber resuelto su tarea, hasta haber mostrado en qué consiste nuestra comprensión de los enunciados en tiempo verbal pasado. Según esto, comprendemos el significado de los enunciados en tiempo verbal pasado mediante una doble operación:

1. Captamos qué es para un enunciado sin tiempo verbal ser verdadero en cualquier tiempo, cuando aprendemos a reconocerlo como correcto al aplicarlo al tiempo presente.

2. Cuando el tiempo verbal no es presente, entonces lo localizamos en nuestro marco (*framework*) temporal, lo captamos diciéndonos cómo las cosas eran o serán en un tiempo distinto que el nuestro. Nuestra comprensión del tiempo verbal pasado consiste en nuestra capacidad de localizar sucesos dentro de un marco temporal.²³⁸

Pero el justificacionismo de Dummett no es un completo realismo. La distancia con el realismo se mantiene, pues la crítica contra éste por su incapacidad para ofrecer una explicación no circular del significado de los enunciados sigue en pie. El realismo, recordemos, explicaba la comprensión de un enunciado como el conocimiento de en qué consiste su verdad (su condición de verdad), lo cual es circular porque intenta explicar qué es captar un pensamiento en términos de tener un pensamiento sobre tal pensamiento. La circularidad inherente a la teoría del significado veritativo-condicional convierte en vano su intento de explicación del significado de los enunciados temporales.

Podríamos, en suma, caracterizar la semántica justificacionista como aquella en la cual la verdad de una proposición no consiste en nuestra posesión de los medios de justificar su aserción, sino en tener (o en haber tenido) la *capacidad* de adquirir tal justificación. La metafísica resultante nos muestra el mundo como determinado respecto a características para las cuales nosotros tenemos medios efectivos de determinación.

Todo el problema ha surgido de la distancia que hay entre la extensión de nuestro lenguaje y la extensión de nuestro mundo. Si nuestro lenguaje nos permitiera enmarcar solo enunciados que son decidibles cuando estamos adecuadamente situados

²³⁸ Dummett prefiere hablar más que de un marco temporal, de un marco espacio-temporal.

en el tiempo y en el espacio, entonces no habría diferencia entre la semántica realista (veritativo-condicional) y la justificacionista, y para ambos la lógica clásica sería válida.

La diferencia fundamental surge a partir de los enunciados indecibles, a los cuales no puede aplicárseles sin más el principio de bivalencia. El realista no reconoce ninguna diferencia fundamental entre enunciados decidibles e indecibles. El antirrealista sobre el pasado acepta que los enunciados sobre el pasado están entre los posibles enunciados indecibles, pero que la decidibilidad de los enunciados sobre el pasado no reside meramente en trazas o recuerdos actuales, sino que también se aceptan aquellos que habrían sido decidibles en aquel momento. En suma, la razón última por la cual el justificacionismo moderado de Dummett no puede ser considerado un realismo radica en su rechazo de la validez general del principio de bivalencia.

La asimetría entre pasado y futuro

El interés de Dummett en centrarse sobre los enunciados en tiempo verbal pasado procede de su posición de defender la asimetría del tiempo: el futuro no es simétrico respecto al pasado.²³⁹ Pero dado que la defensa de una asimetría entre pasado y futuro provoca incoherencias en la posición realista, ¿no le provocará a Dummett también incoherencias la asimetría temporal en su posición antirrealista? Veámoslo detenidamente.

Una posición rigurosa de realismo habría de concebir la realidad del futuro como determinista, de acuerdo con un mantenimiento de la bivalencia para enunciados futuros. El realista propone que nuestra captación del sentido de un enunciado consiste en nuestro conocimiento de qué es para el enunciado ser verdadero (su condición de verdad). El realista no puede defender que los enunciados en tiempo futuro sean verdaderos o falsos solo en el tiempo al que se refieren, tiene obligatoriamente que admitir que “los hechos futuros *ya* están dados” (“future facts obtain *already*”) y que estamos esperando para observarlos cuando lleguemos al tiempo en cuestión. El determinista mantiene que el tiempo futuro del universo está contenido *en embrión* en el estado presente. Si el futuro no estuviera ya dado, entonces el enunciado sobre el futuro no tendría sentido actual para nosotros, porque su sentido es conocer qué es para el enunciado ser verdadero, pero no habría tal cosa como qué es actualmente para el

²³⁹ Posición mantenida por Dummett en *T&R*, mientras que en *T&tP* rechaza la asimetría del tiempo pasado/futuro.

enunciado ser verdadero (solo cuando llegue el momento futuro podríamos conocer su condición de verdad). El enunciado sobre tiempo futuro no tendría sentido. El realista tiene que ser determinista y bivalente sobre el futuro: los hechos futuros ya están dados, de modo determinado, como verdaderos o falsos, aunque todavía no los conozcamos, lo mismo que es determinista y bivalente sobre el pasado. Este realista riguroso mantiene la simetría entre pasado y futuro.

Aceptado esto, un realismo que conciba la realidad como completamente determinada en el pasado pero indeterminada para el futuro, sería un realismo incoherente. Sería un realismo moderado, un realismo excepto para el futuro. Pasado y futuro serían asimétricos. Aquí no se mantiene la bivalencia sobre enunciados futuros. El futuro estará indeterminado, los enunciados en tiempo verbal futuro llegarán a ser verdaderos o falsos en el tiempo al que se refieren. Para estos realistas la realidad es acumulativa, nuevos actos acceden a la existencia en cada momento. Según Dummett este realismo moderado, realismo excepto para el futuro, es inconsistente con la auténtica visión realista.

Para el justificacionista riguroso, por el contrario, la captación del sentido de un enunciado consiste en comprender cómo podemos reconocer que es verdadero. Para este justificacionista, si el enunciado sobre el pasado es verdadero ha de ser reconocida su verdad en el tiempo de la emisión del enunciado (presente), no en el tiempo al que se refiere (pasado). Este justificacionismo riguroso sobre el pasado mantiene la simetría temporal entre pasado y futuro, ambos están indeterminados y en ambos se rechaza la bivalencia. Este justificacionista no tiene ningún problema en defender el indeterminismo sobre el futuro ni tiene ningún problema en rechazar la bivalencia sobre el futuro, entre otras cosas porque también es indeterminista y no bivalente sobre el pasado.

Si nos fijamos atentamente nos daremos cuenta que el realismo riguroso acepta la simetría entre pasado y futuro (ambos están determinados y mantienen el principio de bivalencia) y análogamente el justificacionismo riguroso acepta la simetría entre pasado y futuro (ambos son indeterminados y no bivalentes). La postura del realismo riguroso se presenta así como consistente, frente al realismo moderado que es acusado de inconsistencia. ¿No sufrirá por tanto la misma crítica de inconsistencia el justificacionismo moderado?

Para el justificacionismo moderado los enunciados sobre el pasado son verdaderos si hubo entonces evidencias a su favor, mientras que los enunciados sobre el

futuro no son reconocidos como verdaderos por las evidencias que habrá disponibles en el tiempo (futuro) a que se refieren, sino por razones actuales para ello. Si no hay razones actuales, carecerán de valor de verdad hasta que lleguen a ser en el futuro (si llegan) verdaderas o falsas. Esto es reconocer una asimetría entre pasado y futuro. En el justificacionismo moderado la verdad de los enunciados sobre el pasado se reconoce a partir de hechos del pasado que son verificables en el presente o que *hubieran podido ser verificados* en el pasado. Se admite un cierto grado de determinismo sobre el pasado. Pero la vista correspondiente sobre el futuro se mantiene en el más puro indeterminismo. Por consiguiente, el justificacionismo moderado propuesto por Dummett acepta la asimetría temporal entre pasado y futuro. La razón es que aceptar como verdaderas las proposiciones sobre el pasado solo en virtud de evidencias actuales tendría consecuencias metafísicas no deseadas.

Esto precisamente eleva la objeción contra el justificacionismo no riguroso: la misma inconsistencia en el realismo moderado para el tratamiento del tiempo futuro se le puede achacar al justificacionista moderado en su tratamiento del pasado. Lo mismo que no es coherente para el realismo rechazar el determinismo acerca del futuro -el realista no estricto es inconsecuente al aceptar el indeterminismo sobre el futuro, todo realista consecuente debería de ser determinista sobre el futuro-, tampoco es coherente para el justificacionista sobre el pasado rechazar la indeterminación del pasado -el justificacionista no estricto es inconsecuente al aceptar cierto determinismo sobre el pasado, todo justificacionista consecuente habría de dejar el pasado como indeterminado. Sin embargo, Dummett rechaza esta objeción contra su justificacionismo moderado por la sencilla razón de que tal objeción es de origen metafísico y, de acuerdo con su programa, solo las cuestiones semánticas han de ser planteadas en primera instancia, dejando los problemas metafísicos para ser resueltos al final.

El justificacionismo se ha separado de la posición rigurosa para moderarse en la forma de cierta concesión al realismo: la captación del sentido de un enunciado sobre el pasado no consiste en conocer cómo se establecería ahora su verdad, sino cómo *podría haber sido* establecida en el tiempo (pasado) al que se refiere el enunciado. El resultado es una asimetría entre tiempo verbal pasado y tiempo verbal futuro consistente en que los hechos pasados se muestran como inaccesibles e irreversibles, mientras que el futuro es, en principio, accesible e influenciable por nosotros.

¿Cuál es la razón de esta concesión al realismo en la forma de un justificacionismo moderado?

En algunos momentos parece que Dummett estuviera alegando consecuencias metafísicas desagradables para rechazar una semántica justificacionista estricta sobre el pasado. Por ejemplo, cuando quiere refutar al escéptico extremo para el que los únicos hechos del pasado aceptables son aquellos de los que tenemos evidencias actuales, arguye:

I merely pointed to its utterly unpalatable metaphysical consequences [T&R: 90].²⁴⁰

Lo cual es claramente un argumento metafísico para rechazar una teoría semántica concreta, el justificacionismo riguroso.

Pero la razón más profunda por la que el justificacionismo ha llegado a esta posición moderada ha sido el dar cuenta de cómo comprendemos los enunciados temporales y la comprensión de estos enunciados viene dada por la adquisición de marco temporal que hemos aprendido a construir. Siendo consecuente con el principio de que la metafísica no es el punto de partida sino el de llegada, el dilema no es optar entre realismo/antirrealismo sino optar por la teoría del significado adecuada (veritativo-condicional/justificacionismo) para dar cuenta de la comprensión por los hablantes de los enunciados del lenguaje. La retirada de Dummett desde un justificacionismo estricto hacia ciertas concesiones al realismo no tiene en principio motivaciones metafísicas sino meramente semánticas: dar cuenta de cómo comprendemos los enunciados en tiempo verbal pasado de nuestro lenguaje.

En conclusión, Michael Dummett defiende un justificacionismo moderado sobre el pasado cuya consecuencia es una metafísica del tiempo antirrealista moderada elaborada a partir de un modelo del tiempo asimétrico y acumulativo.²⁴¹ El propio Dummett prefiere evitar la dicotomía realismo/antirrealismo para caracterizar a su teoría del significado, prefiriendo denominarla simplemente justificacionismo.

²⁴⁰ Simplemente señalé sus consecuencias metafísicas declaradamente desagradables.

²⁴¹ Nosotros hemos preferido la propuesta de las Gifford Lectures [T&R] frente a las Dewey Lectures [T&tP] como la posición más genuina de Dummett sobre el tiempo.

Parte VI
LA METAFÍSICA ANTIRREALISTA

Parte VI. LA METAFÍSICA ANTIRREALISTA

La metafísica es punto de llegada de la filosofía de Dummett. Su filosofía, entendida como filosofía del lenguaje, se ha iniciado con la elaboración de una teoría del significado que pudiera dar cuenta de cómo adquieren significado las palabras, expresiones y sentencias de nuestro lenguaje, en el núcleo de esta teoría del significado se ha constituido una teoría semántica que ha permitido la justificación de un cierto sistema lógico frente a otros rivales y estos resultados se han aplicado en el ámbito de los enunciados matemáticos y de los enunciados en tiempo verbal pasado. En este recorrido ya hemos ido adelantado algunas cuestiones metafísicas como la discusión sobre el realismo, el estatus ontológico de los enunciados matemáticos y la propia metafísica del tiempo. Ahora vamos a centrarnos en cómo podemos elaborar una teoría metafísica general (cuál sería su alcance y su validez) desde las bases de la teoría del significado y de su semántica.

Comenzaremos definiendo la metafísica y su papel en la filosofía de Dummett así como las bases semánticas de la misma. Luego discutiremos las relaciones, fundamentales en toda filosofía analítica, entre pensamiento y lenguaje y entre lenguaje y realidad. La pregunta por los límites de la metafísica nos llevará plantear la noción de realidad en sí, y por último abordaremos el problemático tema de Dios, motivo recurrente en la filosofía y en la vida de Dummett.

1. Planteamiento de la metafísica

¿De qué trata la metafísica? ¿Cuál es el lugar de la metafísica en la filosofía de Dummett? ¿Sobre qué bases se asienta esta metafísica? Intentaremos responder a estas preguntas previas antes de abordar los contenidos y los límites de la metafísica dummettiana.

La metafísica como problema

Siguiendo la tradición anglosajona, Dummett define la metafísica como la pregunta acerca de *¿qué existe?* o también *¿qué es la realidad?*:

The fundamental question that metaphysics strives to answer is ‘What is there?’, or, expressed more sententiously, ‘Of what does reality consist?’ [T&R: 1].²⁴²

Es difícil, si no imposible, ofrecer una definición de metafísica que sea válida para todas las corrientes de la filosofía porque ya la opción por el término *metafísica* – en vez de *ontología*, por ejemplo- nos lleva a una u otra posición acerca de la naturaleza de la propia metafísica.

Tradicionalmente se acepta que el término *metafísica* surge de modo casual en el siglo I antes de nuestra era cuando Andrónico de Rodas agrupa ciertas obras de Aristóteles dedicadas a temas generales de la filosofía bajo el título “ta meta ta physika”, es decir, aquellos libros que vienen a continuación de los de física. En un principio este nombre no haría referencia a otra cosa que a la mera ubicación espacial de los rollos en la biblioteca, pero es inevitable pensar que Andrónico tuviera en mente también que el contenido de estos libros trata de cuestiones que están *más allá de la física*.

Efectivamente, los libros de Aristóteles agrupados bajo el rótulo metafísica están dedicados a temas que van más allá de lo físico. Si la física (“physika”) es el estudio de la naturaleza (“physis”, lo que se mueve ante nuestros ojos y nuestros sentidos), la metafísica tiene por objeto, no los entes concretos sometidos al cambio y al movimiento, sino el ser en cuanto ser y sus principios y causas. La metafísica

²⁴² La cuestión fundamental que la metafísica se esfuerza por contestar es “¿Qué hay?”, o, expresado más sentenciosamente, “¿En qué consiste la realidad?”

aristotélica se eleva por encima de las cosas naturales que nacen y mueren hacia el ser permanente y eterno, el ser tal cual es en sí mismo. De ahí que, cuando Aristóteles quiere nombrar esta parte de su filosofía, le otorga el título de “filosofía primera”, porque este saber es aquel del que todos los demás toman sus principios. Pero al mismo tiempo, este ser en cuanto ser, inmóvil y eterno (a diferencia de los seres naturales sometidos al cambio, al nacimiento y a la muerte) es forma pura, acto puro o motor inmóvil, principio primero y fin último de todos los seres de la naturaleza, al que Aristóteles denomina “Dios” (“Theus”). Por tanto, la filosofía primera, como ciencia del ser en cuanto ser, es al mismo tiempo teología, o ciencia del motor inmóvil (Dios).

Esta dualidad inherente al término metafísica, que incluye tanto una *filosofía primera* (ciencia del ser en cuanto ser) y una *teología* (ciencia del ser primero e inmóvil), se mantiene a lo largo de toda la historia de la filosofía hasta nuestros días. Si se insiste en que la metafísica es una filosofía primera que investiga los principios fundamentales del ser (de la existencia o de la realidad) y se interpreta “más allá de la física” en el sentido de consistir en una investigación meramente abstracta, entonces la metafísica adopta la forma de una ciencia crítica, que establece los límites de nuestro conocimiento y suele concluir negando la legitimidad de un conocimiento del ser primero (Dios). Por el contrario, si se opta por entender la metafísica sobre todo, o finalmente, como teología, y la investigación se dirige hacia una realidad primera y previa, más allá de nuestro mundo físico, entonces el término metafísica alcanza tarde o temprano el estudio del ser primero y la teología se convierte en una rama o, incluso, el corazón mismo de la metafísica.

El radical enfrentamiento entre estas dos opciones aparece con toda su crudeza en la filosofía moderna, tal como lo muestra la ambivalencia de Kant hacia el término metafísica. Para Kant *metafísica* tiene dos significados, que son en esencia los que hemos recogido anteriormente. Así distingue entre *metafísica general* y *metafísica especial*: la primera es la investigación acerca de los límites de nuestro conocimiento y como tal es expuesta en la *Crítica de la Razón Pura*; la segunda incluye las tradicionales Psicología, Cosmología y Teología de la metafísica racionalista, cuya posibilidad de ser ciencias es negada por Kant en dicha obra. En suma, la metafísica general tiene como misión mostrarnos la imposibilidad de llevar a cabo la metafísica especial.

El difícil equilibrio kantiano nos aboca a la conclusión de negar la metafísica como ciencia del ser más allá de lo físico. La física es ciencia sobre el fenómeno, sobre

lo que se nos muestra. La metafísica especial, que pretende conocer sobre el noúmeno, sobre lo que es *en sí* (y no *para nosotros*), queda negada como ciencia. La Psicología (que trata sobre el alma, o sustancia en sí subyacente a todos los fenómenos psíquicos), la Cosmología (sobre el mundo como totalidad, o sustancia en sí subyacente a todos los fenómenos físicos) y la Teología (sobre Dios, como sustancia en sí misma infinita) quedan como aspiración humana, como tendencia de nuestro conocimiento, pero imposibles de realizar para nosotros. Y la metafísica general consiste precisamente en esto: en mostrar la imposibilidad de la metafísica especial como ciencia, la imposibilidad de la Psicología, de la Cosmología y de la Teología como conocimientos seguros de la Razón.

Otros autores, más radicalmente, se han negado a aceptar el sentido positivo del término metafísica. Nietzsche inicia la crítica a la metafísica occidental por haber identificado al *ser* con el *ser suprasensible* (Dios). En su misma estela, Heidegger propone la superación del error de la metafísica, error que consistiría en la confusión entre *ser* y *ente*, es decir, confundir el estudio del ser con el estudio del un ente (por muy primero que pueda ser este ente-Dios). En el neopositivismo, y en buena parte de la tradición analítica, las proposiciones de la metafísica carecen de significado por contener palabras que no tienen referente, en consecuencia la metafísica sería un sinsentido y la filosofía quedaría como una mera clarificación de nuestros conceptos, excluyendo no solo la completa teología sino también cualquier brizna de filosofía primera, o al menos así se pretende.

Las críticas que la filosofía moderna y contemporánea han vertido hacia la metafísica ha provocado que muchos autores, sobre todo en el continente, hayan preferido utilizar el término “ontología” para seguir desarrollando filosóficamente las cuestiones sobre la constitución del ser y de la realidad. Esta opción por el término “ontología” frente a “metafísica” les mantiene libres de toda tentación de dar entrada en la existencia a seres más allá de los límites de nuestro conocimiento, con lo cual tampoco permite la inclusión de una teología dentro de la ontología.

Por el contrario, en el ámbito de la filosofía analítica anglosajona el término metafísica goza de amplia y generalizada aceptación, bien sea para negar el sentido de la metafísica, al estilo del neopositivismo, bien sea para incluirla como una de las ramas más importantes del quehacer filosófico.

El lugar de la metafísica en la filosofía de Michael Dummett

Michael Dummett, bien por su formación (fregeana), por su entorno oxoniense (análisis del lenguaje cotidiano), bien por su fe religiosa (católica)... dedica a la metafísica un importante interés filosófico, a veces directamente tematizada, en otras ocasiones como *leitmotiv* subyacente.

En cierto modo, la postura de Dummett sobre la metafísica es puente entre la tradición continental (metafísica) y la anglosajona (analítica), como él mismo reconoce en distintos lugares a lo largo de su obra (por ejemplo, en *The Philosophy of Michael Dummett, PoMD* “Reply to Anat Matar”: 276), de tal modo que presenta por un lado ciertos recelos a los excesos metafísicos de la corriente continental pero tampoco comparte el horror a la metafísica de otros filósofos analíticos como en el Círculo de Viena. Dummett sitúa a la metafísica en una posición privilegiada dentro de su filosofía, pero como punto de llegada, nunca como fundamento de todo el saber filosófico. De hecho, la metafísica es la última tarea a que debe enfrentarse la filosofía después de haber realizado el trabajo previo del análisis lingüístico. La metafísica puede ser el colofón de la filosofía, pero la base fundamental de la misma es la teoría del significado.

La filosofía de Dummett comienza siempre por la elaboración de una teoría del significado que dé cuenta de nuestra práctica lingüística actual. Esto no quiere decir que la metafísica quede como una cuestión secundaria, al contrario, persiste la sospecha de que toda la teoría del significado haya sido elaborada con la mente puesta en una determinada opción metafísica. Pero el propio Dummett remite siempre las cuestiones metafísicas para ser resueltas sobre la base de los adecuados planteamientos semánticos previos.

La metafísica aparece entonces, de modo declarado, como la etapa final de la filosofía en que desembocan los argumentos analíticos sobre el significado de nuestras expresiones del lenguaje. Con lo cual, podemos decir, que la filosofía de Dummett es decididamente una filosofía analítica en lo que al método y a los planteamientos se refiere, pero, al mismo tiempo, su inspiración y meta última es metafísica.

La metafísica trata con la naturaleza de la realidad y con el modo en que la conocemos, la metafísica es al mismo tiempo una ontología,²⁴³ o teoría de la realidad, y

²⁴³ Dummett [*T&R*: 30] utiliza el término “ontología” como catálogo de las cosas que hay en el mundo “catalogue of what there is in the world.”. La ontología, junto con la epistemología, forma parte de la metafísica.

una epistemología, o teoría del conocimiento. ¿En qué consiste la realidad y cómo llegamos a conocerla? ¿Cómo se relaciona nuestro conocimiento con la realidad? Son preguntas que para la filosofía analítica se traducen preguntas por la relación entre pensamiento y lenguaje, y entre lenguaje y mundo. ¿En qué consiste la verdad de nuestro pensamiento? ¿Y la verdad de nuestro lenguaje? Esto equivale a preguntarse por la verdad de nuestras proposiciones y por la verdad de nuestros enunciados sobre el mundo. La metafísica trata estas cuestiones con el más alto grado de generalidad, y así entendida tiene que ver con la naturaleza de las proposiciones y con lo que constituye su verdad. A diferencia de ella, las ciencias particulares no tratan acerca de qué sea la verdad, sino sobre cuáles son las proposiciones verdaderas en su ámbito de investigación. Esto es, mientras las ciencias buscan las proposiciones verdaderas, la metafísica se pregunta qué es la verdad, es decir, en qué consiste para las proposiciones de las ciencias ser verdaderas.

Por tanto, el único camino para avanzar en metafísica es desentrañar la naturaleza de las proposiciones y de los pensamientos que somos capaces de pensar. Dummett compara la investigación humana con una batalla en que cada soldado sabe lo que tiene que hacer pero ignora la visión general del conjunto. La filosofía lucha por conseguir una visión general y clara, aunque tropezando y siguiendo a menudo ideas erróneas.

Así pues, el punto de partida de la metafísica de Dummett va a ser la identificación entre hechos y proposiciones verdaderas, de tal modo que se identifiquen también ontología y epistemología. ¿Cuáles son las bases semánticas que nos permiten realizar esta identificación?

Semántica y metafísica

Which depends on which –the semantics on the metaphysics or the metaphysics on the semantics? [*T&R*: 14].²⁴⁴

Este planteamiento es el hilo conductor de toda la filosofía de Dummett. Si los hechos son proposiciones verdaderas, es preciso aceptar que la única forma posible de

²⁴⁴ ¿Qué depende de qué, la semántica de la metafísica o la metafísica de la semántica?

investigar la realidad, de investigar qué son los hechos (esto es, hacer metafísica), es mediante el estudio del lenguaje, el estudio de en qué consiste el significado de las proposiciones (teoría semántica). No tenemos otra forma de determinar el carácter general de la realidad que no sea hacer referencia al carácter de las proposiciones que decimos que son válidas para la realidad (*holding good of reality*).

¿Qué relación hay por tanto entre semántica y metafísica? Una teoría semántica explica cómo nuestros enunciados son determinados como verdaderos o falsos en función las expresiones que los componen. Pero esto también conlleva consecuencias metafísicas, sobre la constitución de la realidad. Por ejemplo, la semántica que adoptemos sobre los enunciados matemáticos determinará la interpretación que demos a los cuantificadores sobre dominios no-finitos y tendrá sus consecuencias en el estatus ontológico de las entidades matemáticas. Paralelamente la interpretación que otorguemos a los operadores temporales en enunciados en tiempo verbal no presente conlleva consecuencias metafísicas acerca de la noción del tiempo que adoptemos. La metafísica depende de la semántica, y no a la inversa.

Our metaphysics is therefore to be determined by our semantic theory [T&R: 15].²⁴⁵

La tarea que se impone es, entonces, establecer bajo qué criterios podemos aceptar una teoría semántica sin presuponer postulados metafísicos previos. Dummett [T&R: 14-15] enumera las siguientes condiciones que ha de cumplir cualquier una teoría semántica:

1. Coherencia.
2. Corrección.
3. Explicación de la comprensión del significado.
4. Explicación de la adquisición de los significados.

Primero, el criterio de coherencia de la teoría semántica es un criterio básico que ha cumplir cualquier teoría del ámbito que sea: no contradecirse consigo misma.

²⁴⁵ Nuestra metafísica, por tanto, ha de ser determinada por nuestra teoría semántica.

Segundo, la corrección se refiere a que la teoría semántica debe proporcionar las correctas condiciones de verdad para nuestros enunciados, condiciones bajo las cuales podemos reconocer como verdaderos nuestros enunciados.

En tercer lugar, la teoría semántica debe explicar adecuadamente en qué consiste la comprensión de las palabras, expresiones o sentencias de nuestro lenguaje y comprender es conocer el significado. Esta es la tarea central de toda teoría semántica: explicar en qué consiste para las expresiones del lenguaje tener el significado que tienen.

Por último, la teoría semántica ha de dar cuenta de cómo somos capaces de adquirir la comprensión de nuestro lenguaje. En el punto anterior se trataba de explicar en qué consiste comprender, ahora la cuestión es cómo llegamos a conseguir tal comprensión de nuestro lenguaje.

Estas dos últimas cuestiones constituyen ya el núcleo de una teoría del significado, teoría del significado en cuyo interior se encuentra la teoría semántica. La teoría semántica determinará cuales son las unidades básicas de nuestro lenguaje, como por ejemplo las sentencias, y a estas unidades básicas les asignará un valor semántico. La teoría semántica ha de explicar cómo los constituyentes de las unidades básicas contribuyen a determinar el valor semántico del todo: el significado de las sentencias es determinado por su composición.

El puente que conecta la semántica con la metafísica descansa en dos pilares fundamentales, el concepto de *contenido* de una declaración y el concepto de *verdad*. El concepto de verdad pertenece a la semántica, en cuanto que la verdad es lo que debe ser preservado por una teoría deductiva válida. El contenido (*content*) de una declaración (*utterance*) es aquello en lo que el oyente cree si acepta como verdadero el enunciado declarado. Este concepto del contenido de una declaración pertenece a la teoría semántica, mientras que el concepto de proposición no pertenece a la semántica, pese a la tendencia a entender simplícidamente que las proposiciones son aquello que expresan las sentencias. Por ejemplo, a la teoría semántica le corresponde determinar si dos sentencias expresan o no el mismo sentido, pero no es una cuestión semántica si dos declaraciones expresan la misma proposición. Las proposiciones (o pensamientos) no son el sentido de las sentencias sino solo son el sentido de una particular declaración de una sentencia. Porque la sentencia puede tener expresiones *indexicales* como “hoy”, “yo” o demostrativas “este”, de modo que el sentido no solo dependa de las palabras de la sentencia sino también de las circunstancias de su declaración. La sentencia “Yo

compré hoy este lápiz” varía de *sentido* según sea pronunciada por ti, por mí, hoy o mañana, señalando a este o aquel lápiz. Por ello decíamos que el concepto de proposición no pertenece a la semántica. Dos declaraciones de una misma sentencia pueden expresar o no una misma proposición, en función de las expresiones indexicales que contenga la sentencia. Pero esta cuestión no depende de la teoría semántica, porque la teoría semántica se limita determinar si dos sentencias expresan o no el mismo sentido.

Esta exclusión de la proposición del campo de la semántica *parece* debilitar el vínculo entre semántica y metafísica: si el mundo es la totalidad de los hechos y los hechos son proposiciones verdaderas, la teoría que no emplee el concepto de proposición no tendrá mucho que ver con la realidad ni con la metafísica. Pero precisamente lo que consigue es evitar la introducción de elementos metafísicos como la proposición en el campo de la semántica. La teoría semántica puede ser desarrollada sobre la base de la noción de “sentencia del nuestro lenguaje”, sin tocar la noción de proposición, mucho más problemática por sus connotaciones metafísicas.

La conveniencia de separar entre sentencia y proposición se manifiesta en el hecho de la multitud de lenguas. Si la humanidad tuviera una sola lengua (como antes de Babel) nos bastaría una sola teoría semántica, de modo que podríamos decir que la realidad está determinada por el conjunto de todos los enunciados verdaderos, no existiría el problema de que diferentes enunciados expresaran la misma proposición, enunciado y proposición se identificarían.²⁴⁶

¿Pero cómo puede basarse la metafísica en la semántica? ¿Cómo podemos establecer la estructura de la realidad estudiando la estructura del lenguaje por el cual hablamos de aquella? ¿Qué tiene que ver el mero lenguaje con la realidad?

Una teoría semántica, que no es otra cosa que una teoría acerca de cómo el significado de las sentencias deriva de su composición, puede tener consecuencias metafísicas: cuestiones sobre la naturaleza de la realidad dependen de las respuestas acerca de cómo podemos hablar de la realidad y por tanto dependen de la estructura de nuestro pensamiento sobre la realidad. Así por ejemplo, las discusiones sobre la interpretación realista de una clase de proposiciones se desarrollan en el terreno del análisis semántico de las proposiciones.

²⁴⁶ Aunque una teoría semántica se aplica a una sola lengua, sus implicaciones metafísicas han de ser compatibles con cualquier teoría semántica para cualquier otra lengua: la estructura de la realidad no puede depender de la lengua que consideremos.

La discusión sobre el realismo es ilustradora de cómo diferentes concepciones metafísicas son reflejadas por diferentes teorías semánticas y, de modo más general, por diferentes teorías del significado.

Pero no se nos puede escapar que Dummett, al proponer una base semántica para la metafísica, está ya apostando por el antirrealismo: en vez de tratar directamente con la realidad, se renuncia a una realidad independiente de nuestro conocimiento, y se acude a la semántica, al lenguaje con el cual tratamos la realidad. Reducimos la realidad a nuestro lenguaje. Y en cierto modo, esto ya es una posición metafísica. Difícilmente la metafísica puede asentarse enteramente sobre la semántica desde el momento en que postular bases semánticas para la metafísica ya es una opción metafísica, es un punto de partida metafísico.

2. Pensamiento y lenguaje

La metafísica como pregunta por la relación entre la realidad y nuestro conocimiento de ella se presenta en Dummett como pregunta por la relación entre la realidad y nuestro lenguaje. Pero previamente hemos de plantearnos, ¿cuál es la relación entre pensamiento y lenguaje? Históricamente, el principio que ha unido a toda la filosofía analítica ha sido la prioridad del lenguaje sobre el pensamiento.

Historically, the common principle uniting all the very diverse versions of analytical philosophy has been the priority of language over thought in the order of explanation [*F&OP*: 315].²⁴⁷

De acuerdo con Dummett y la filosofía analítica, las preguntas por el pensamiento solo pueden ser respondidas dirigiendo nuestra atención hacia el lenguaje.

Pensamiento y lenguaje en Frege

A ojos de Dummett, Frege habría sido el primero en plantear el denominado *giro lingüístico*, entendiendo por tal el desplazamiento en filosofía desde las preguntas por el pensamiento hacia preguntas por el lenguaje. En 1884 en su obra *Grundgesetzen*, Frege plantea la cuestión “¿Cómo nos son dados los números?” como una investigación acerca del sentido de las sentencias que contienen números. La novedad consiste en que la investigación sobre qué es un número no puede hacerse directamente sobre el pensamiento sino sobre el lenguaje en que se expresa tal pensamiento.

¿Qué ostenta la primacía en la investigación filosófica, el pensamiento o el lenguaje? La opción por el pensamiento nos puede conducir hacia un psicologismo que acaba reduciendo la filosofía a una mera investigación psicológica sobre el estudio del pensamiento humano. Ante la dificultad de captar directamente el pensamiento humano de modo objetivo, como pretende hacer la introspección o el psicoanálisis, la solución se puede buscar mediante algún tipo de reducción del pensamiento a algo más asequible científicamente, como la conducta observable o como las bases neuronales. La opción por el lenguaje, por su parte, puede quedar tocada si se entiende que el lenguaje es un

²⁴⁷ Históricamente, el común principio de unión de todas las diversas versiones de la filosofía analítica ha sido la prioridad del lenguaje sobre el pensamiento en el orden de la explicación.

mero vehículo imperfecto de expresión del pensamiento. Esta última vía conduciría a la disolución de la filosofía en la lingüística.

La posición fregeana, que va continuar Dummett, consiste en presentar el lenguaje como el único vehículo de acceso al pensamiento, hasta el punto de identificar lenguaje con pensamiento objetivo.

La propuesta de Frege (cuyos orígenes podemos rastrear en Bolzano) para la prioridad del lenguaje sobre el pensamiento en el orden de la explicación consiste en separar los pensamientos frente a los contenidos de la conciencia. Los pensamientos son expresables por sentencias y, lo mismo que las sentencias están compuestas por palabras, también los pensamientos están compuestos por los sentidos. Los contenidos de conciencia son sensaciones, emociones, estados anímicos... que dependen de las circunstancias que nos rodean. Esta doctrina de Frege concede objetividad a los pensamientos.

Aunque Frege trabajó sobre el pensamiento a partir de sentencias expresadas en lengua alemana, esto no es objeción ninguna, pues en todo momento su interés fue el lenguaje como tal y no la mera lengua: las expresiones del lenguaje son traducibles entre las distintas lenguas. Como prueba de ello, podemos observar que de los tres elementos principales del significado de una expresión, Frege se centró en el sentido (*sense*) y la fuerza (*force*), ambos elementos objetivos y traducibles, mientras que el tercer elemento, el colorido (*coloring*) reuniría los aspectos subjetivos de nuestras expresiones lingüísticas, siendo por tanto intraducible de modo completo.

Mientras que para Frege el sentido de una sentencia está constituido por lo que la determina como verdadera o falsa, el colorido de una sentencia es el modo en que la enmarcamos al expresarla (actitudes del hablante, evocaciones, atmósfera...) y que no afecta a su verdad o falsedad. Es imposible trasladar exactamente de una lengua a otra el colorido, pero siempre es posible transmitir en una lengua la sentencia expresada en otra. La distinción fregeana entre sentido y colorido muestra que el interés de Frege fueron los pensamientos que expresan las sentencias del lenguaje. No hay otro medio de mostrar la estructura del pensamiento que no sea mostrando la estructura de las sentencias que lo expresan.

Como vemos, no hay oposición en Frege entre pensamiento y lenguaje, sino una *tendencia* a identificar pensamiento y lenguaje, aunque todavía no se da la identificación completa. Podríamos decir que sí identifica *pensamiento objetivo* con el *sentido* de las expresiones del lenguaje. Frege llamó “pensamientos” al sentido de las

sentencias del lenguaje, es decir, denominó “pensamientos” a lo que nosotros actualmente denominamos “proposiciones”.

La relación entre lenguaje y pensamiento

El binomio pensamiento/lenguaje es enfocado, en función de la prioridad que se dé a uno u a otro, de dos modos principales: la filosofía del pensamiento y la escuela del lenguaje.

Para los filósofos del pensamiento (*philosophers of thought*), es posible pensamiento sin lenguaje. En otras palabras, es posible dar cuenta de la estructura del pensamiento sin tener en cuenta los medios de expresarlos lingüísticamente.

La escuela del lenguaje (*linguistic school*) propugna que nuestra capacidad de captar pensamientos corre paralela a nuestra capacidad de expresar dichos pensamientos en el lenguaje: aprendiendo a expresar y comunicar pensamientos es como aprehendemos los pensamientos que expresamos.

Frege se encuadraría como filósofo del pensamiento, por mucho que sea considerado el padre del giro lingüístico en filosofía. Dummett, por el contrario, se ve a sí mismo dentro de la escuela del lenguaje.

In this dispute, I am myself strongly on the side of the linguistic school [T&R: 21].²⁴⁸

Para los filósofos del lenguaje la tarea de elaborar una teoría del significado es importante y es más sencilla que para los filósofos del pensamiento. Los filósofos del pensamiento necesitan una teoría que explique cómo funciona el pensamiento, tal teoría ocuparía el lugar que la teoría del significado ocupa en la explicación filosófica de cómo funciona el lenguaje. Una filosofía del pensamiento debe explicar que sería para un pensamiento tener el contenido que tiene (lo mismo que una teoría del significado explica qué es para un sentencia tener el significado que tiene). Esta teoría del pensamiento ha de mostrar cuál sería la unidad teórica básica, distinguiendo entre pensamientos atómicos y complejos. La dificultad de esta tarea ha llevado a muchos

²⁴⁸ En esta disputa, me encuentro firmemente del lado de la escuela del lenguaje.

filósofos del pensamiento, entre otros al propio Frege, a un acercamiento a la escuela del lenguaje.

Lenguaje y pensamiento en Dummett

¿Hasta que punto Dummett sigue la estela de Frege en la relación entre pensamiento y lenguaje? Para Dummett la metafísica se preocupa por la naturaleza de la realidad y por cómo la concebimos. Es en pensamientos como concebimos la realidad, por tanto, el filósofo ha de ocuparse de la clarificación del nuestro pensamiento. Ahora bien, no tenemos otro medio de acceso al pensamiento que el lenguaje, solo mediante el lenguaje nos podemos referir al pensamiento para intentar clarificarlo.

No hay posibilidad de explicar el pensamiento independientemente del lenguaje. Es la única forma en que la filosofía puede dar una explicación sistemática de qué es tener un pensamiento. Para explicar en qué consiste para una palabra tener significado estamos obligados a describir el uso de la palabra *ab initio*, sin presuponer que ya conocemos qué es captar el concepto que expresa, de lo contrario estaríamos entrando en una explicación circular.

De tal modo, la filosofía no tiene otra opción que convertirse en una filosofía del lenguaje. La filosofía como gramática del lenguaje en el que expresamos nuestros pensamientos es la única forma de realizar una gramática del pensamiento [N&FoP: 19]. Esta filosofía del lenguaje ha de desarrollarse en tres fases:

1. Primero señalamos el pensamiento por medio de la sentencia que lo expresa.
2. Luego, analizamos el pensamiento analizando la estructura de la sentencia que lo expresa y analizando el significado de las palabras que componen la sentencia.
3. Por último, clarificamos el pensamiento a partir del significado de la sentencia y de lo que se requiere para que sea verdadera.

En suma, la única explicación posible acerca del pensamiento humano es mediante el análisis del lenguaje, solo mediante una teoría que dé cuenta del significado de los términos, expresiones y sentencias de nuestro lenguaje podremos llegar a una explicación y clarificación de nuestro pensamiento.

That is why analytic philosophy has traditionally proceeded by replacing an attempted account of thought, formulated independently of its linguistic expression, by an account of the working of language [N&FoP: 124].²⁴⁹

Si bien pensamiento y lenguaje no son identificables, tampoco son extraños entre sí: el pensamiento humano, tal como nos es dado, no es concebible sin el lenguaje.

Objeciones a la prioridad del lenguaje

Una de las más fuertes objeciones contra prioridad, en el orden explicativo, del lenguaje sobre el pensamiento en la filosofía del lenguaje del siglo XX surge de la posibilidad de un pensamiento no-lingüístico. ¿Cómo explicamos los pensamientos no-lingüísticos? ¿Podríamos tener pensamiento si no tuviéramos lenguaje? ¿Es un mero accidente el que tengamos lenguaje en vez de telepatía, por ejemplo?

Para investigar esto, vamos a preguntarnos cómo podemos adscribir pensamiento a criaturas que no tienen lenguaje. Dummett analiza un ejemplo propuesto por Frege:²⁵⁰ es el supuesto de un perro que cuando es atacado por otro perro se defiende, pero cuando lo es por dos, da la vuelta y huye. ¿Podemos adscribir al perro el concepto que nosotros expresamos por la palabra “uno”? La respuesta es que animales sin lenguaje no pueden tener los mismos pensamientos que los que nosotros expresamos con el lenguaje, habría que llamarlos más bien *proto-pensamientos*:

We may say that they have “proto-thoughts”, but the expression is no more than programmatic [N&FoP: 119].²⁵¹

Suponer que alguien puede captar pensamientos y conceptos sin un lenguaje en el cual expresarlos es vano. Esta suposición no tendría efectos en la explicación de cómo funciona el lenguaje. Mientras que en el lenguaje los pensamientos están completamente articulados, intentar adscribir a alguien un pensamiento no verbalizado o

²⁴⁹ Es por esto que la filosofía analítica ha procedido tradicionalmente a reemplazar el intento de explicación del pensamiento, formulado de modo independiente de su expresión lingüística, por una explicación del funcionamiento del lenguaje.

²⁵⁰ Véase [F&OP: 285] y [N&FoP: 118]

²⁵¹ Podemos decir que pueden tener protopensamientos, pero la expresión no es más que programática.

parcialmente verbalizado no nos ofrece ninguna precisión. Es decir, podría darse el caso de que ofreciéramos formulaciones verbales no equivalentes del contenido de un pensamiento, y sin embargo estas fórmulas verbales podrían encajar con las circunstancias y hasta incluso el propio sujeto podría llegar aceptarlas como su propio pensamiento.

Ahora bien, esto no quiere decir que no pueda haber pensamientos sin lenguaje:

This is not to maintain, either, that languageless thought is impossible [*F&OP*: 262].²⁵²

Frege creía posible el pensamiento sin lenguaje, aunque los seres humanos fuéramos incapaces de ello. Dummett admite la posibilidad de pensamiento sin lenguaje, incluso para los humanos. Pero una explicación del pensamiento sin lenguaje es muy difícil, mucho más difícil que una teoría del significado para el lenguaje. No hay forma de dar una explicación de los pensamientos desnudos o, usando una metáfora, de pensamientos sin vehículo.

The priority thesis concerned priority in the order of explanation: it contained no assumption that there is no such thing as languageless thought, or even as thought by subjects- infants or animals, in particular- who do not possess language [*F&OP*: 323].²⁵³

Ninguna formulación verbal puede representar literalmente el contenido de los procesos mentales de una criatura sin lenguaje, porque tal formulación incorporaría conceptos que tal criatura no posee. Como dice Dummett:

If a lion could speak, we could not understand him [*T&R*: 97].²⁵⁴

²⁵² Tampoco se puede mantener que el pensamiento sin lenguaje sea imposible.

²⁵³ La tesis prioritaria concibió la prioridad en el orden de la explicación: no contenía el supuesto de que no hubiera tal pensamiento sin lenguaje, o incluso pensamiento de sujetos –infantes o animales, en concreto- que no poseyeran lenguaje.

²⁵⁴ Si un león pudiera hablar, no podríamos comprenderlo.

Pero si fuera posible captar un pensamiento que no poseyera ningún tipo de vehículo, nos sería imposible explicar tal pensamiento sin vehículo. Una correcta explicación del pensamiento sin lenguaje tendría que mostrar cómo otras cosas aparte del lenguaje pueden servir de vehículo al pensamiento. El fenómeno de pensamiento sin lenguaje no impugna la conclusión de que los sentidos son siempre de algo, a saber, de cualquier cosa que sirva como su medio de expresión, bien sea en comunicación o en soliloquio.

La filosofía analítica acepta que el lenguaje es el único medio objetivo de acceso al pensamiento y que cualquier clarificación del pensamiento humano que se intente ha de proceder por medio de una teoría del significado para el lenguaje. Para explicar un pensamiento hemos de explicar en qué consiste el significado de la sentencia que, mediante el lenguaje, expresa tal pensamiento.

Otra objeción a la prioridad del lenguaje sobre el pensamiento procede del holismo: Si para comprender una sentencia se requiera comprender todo el conjunto del lenguaje, perderíamos cualquier esperanza de poder realizar una filosofía sistemática del lenguaje.

Dummett admite que comprender una sentencia requiere comprender el lenguaje al que pertenece, pero no es preciso comprender todo el lenguaje, basta con comprender solo un pequeño fragmento del lenguaje en que está enmarcada la sentencia. Adquirir un lenguaje es un proceso acumulativo, requiere que cierto tipo de expresiones se entiendan simultáneamente, pero ello no supone la exigencia de comprender la totalidad del lenguaje. Un holismo extremo acabaría convirtiendo cualquier explicación en circular, en cuanto que comprender el significado de una sentencia presupondría comprender el significado de la totalidad de las sentencias del lenguaje, y conllevaría la imposibilidad de dar una explicación sistemática del funcionamiento del lenguaje.

Puesto que la filosofía de Dummett quiere ser sistemática necesita partir de la prioridad del lenguaje sobre el pensamiento en el orden de la explicación.

La cuestión siguiente que ha de enfrentar es la relación entre lenguaje y realidad.

3. Lenguaje y realidad

El punto de partida del planteamiento metafísico de Dummett es wittgensteiniano:²⁵⁵ la metafísica no se ocupa tanto de qué *objetos* hay en el mundo como de qué tipos de *hechos* suceden (*obtain*) y los hechos se identifican con proposiciones verdaderas.

Proposiciones y enunciados

Antes de seguir adelante, hemos de recordar brevemente la diferencia entre enunciado (*statement*) y proposición (*proposition*). El término *proposición* es entendido habitualmente como *el sentido de un enunciado* y así las proposiciones se identifican con los pensamientos. La proposición tiene la propiedad de ser verdadera o falsa y esto conlleva un fuerte compromiso metafísico. El enunciado o sentencia enunciativa (*declarative sentence*) es una entidad lingüística que expresa una proposición, y en este sentido al enunciado se le puede atribuir ser verdadero o falso.

Como pensamiento que es, la proposición no pertenece a una lengua particular sino que la misma proposición puede ser expresada por distintas sentencias en diferentes lenguas, pero incluso diferentes proposiciones pueden ser expresadas por la misma sentencia en la misma lengua. “Hoy leí tu libro” es una sentencia que contiene expresiones *indexicales* y demostrativas que en función de las circunstancias pueden tener asignadas distintas referencias (por ejemplo, “Hoy es 14 de febrero de 2011”, “Yo soy X” y “Tú eres Y”). Por tanto, la misma sentencia puede expresar diferentes proposiciones según sean las circunstancias en que se produce su declaración (*utterance*).²⁵⁶

Los enunciados se realizan en una lengua concreta. Realizar (*to make*) un enunciado es declarar una sentencia, declaración que ha de poder ser verdadera o falsa.

²⁵⁵ Wittgenstein, Tractatus 1.1: “The world is the totality of facts, not of things”.

²⁵⁶ La proposición es una entidad filosófica y, a diferencia del enunciado (entidad lingüística), es una noción muy resbaladiza. Realizar un enunciado (*to make a statement*) es comprometerse a algo, es afirmar algo. Expresar una proposición (*to express a proposition*) no compromete en principio a nada, la proposición no tiene necesariamente que tener fuerza asertórica. Pero la proposición es expresada por la declaración del enunciado. Por ejemplo: “O bien el vuelo se retrasa o se ha sido cancelado”, aquí se no ha afirmado que el vuelo se retrasa pero sí se ha expresado la proposición de que el tren se retrasaba. “Zenón de Elea sostuvo que el cambio es una ilusión” aquí no se ha afirmado que el cambio sea una ilusión, pero sí se ha expresado dicha proposición.

Por el contrario, cada proposición es una y la misma con independencia de la lengua en que se exprese. Cuando pronunciamos una sentencia lo hacemos en una lengua concreta, mientras que la proposición verdadera establece un hecho en cualquier lengua. Por ello es muy ampliamente aceptada la identificación entre hechos y proposiciones verdaderas, pero que se sepa nadie ha llegado a identificar los hechos con enunciados verdaderos.²⁵⁷

La ontología de Frege

¿Qué relación hay entre hechos y proposiciones? Frege escribe en 1918 en su artículo “El pensamiento. Una investigación lógica”:

‘Facts, facts, facts’ cries the scientist if he wants to bring home the necessity of a firm foundation for science. What is a fact? A fact is a thought that is true.²⁵⁸

La ontología de Frege no consiste meramente en relacionar hechos con pensamientos verdaderos, como si los hechos fueran el referente de los pensamientos verdaderos, sino que los hechos se identifican con pensamientos verdaderos. Dummett recalca que

... for Frege, thoughts, and therefore facts, belong to the realm of sense and not that of reference [*FP of L*: 369].²⁵⁹

Ya hemos visto²⁶⁰ cómo la ontología de Frege se sitúa frente al idealismo y al psicologismo, y lo consigue abriendo un tercer reino de la realidad entre los dos

²⁵⁷ El artículo de Ramsey (1927) “Hechos y proposiciones” es paradigmático sobre este tema porque además de recoger la postura clásica abre nuevas perspectivas (por ejemplo, hacia la teoría de la verdad como redundancia). Ramsey, F.P. (1927), “Facts and Propositions”, *Aristotelian Society Supplementary Volume 7*, 153–170. Reprinted in David Hugh Mellor (ed.) *F.P. Ramsey, Philosophical Papers*, Cambridge: Cambridge University Press, 1990, pp. 34–51.

²⁵⁸ “¡Hechos! ¡Hechos! ¡Hechos!”, exclama el investigador de la naturaleza cuando quiere insistir en un fundamento seguro para la ciencia. ¿Qué es un hecho? Un hecho es un pensamiento que es verdadero. Trad. de Carlos R. Luis y Carlos Pereda, *Frege: Escritos lógico-semánticos* Madrid: Tecnos, 1974, pp. 153-4.

²⁵⁹ ... para Frege, los pensamientos, y por tanto, los hechos, pertenecen al reino del sentido y no al de la referencia.

²⁶⁰ Véase *Parte I. La filosofía del lenguaje de Dummett: 4. Frege. Una filosofía del lenguaje. La metafísica de Frege.*

habituales de “lo interior” y “lo exterior”. Después de haber distinguido entre sentido y referencia, Frege había de preguntarse: ¿qué tipo de realidad poseen los sentidos?

La realidad fregeana esta compuesta por entidades de tres categorías. En primer lugar, por el mundo físico o exterior, habitado por objetos materiales, es el reino de la referencia. En segundo lugar, por el mundo interno de cada individuo, compuesto de sensaciones e imaginaciones. Y en tercer lugar, el reino del sentido o “tercer reino”, compuesto por los pensamientos (o proposiciones).

Los pensamientos, a diferencia de las sensaciones y las imágenes mentales (también llamadas “ideas”, *Vorstellungen*), no son contenidos de la mente. Las sensaciones y las imágenes son subjetivas y privadas, mientras que los pensamientos son objetivos y comunes a muchos, como por ejemplo, los teoremas matemáticos, las leyes científicas, las verdades históricas... que pueden ser comunicados y que se puede creer en ellos o no. El mundo interior de sensaciones e imágenes mentales solo imperfectamente puede comunicarse a los demás; en contraste, el tercer reino de pensamientos y de sentidos puede ser captado y comunicado a los demás por medio del lenguaje.

Para Frege, los pensamientos, y los sentidos, son los portadores primarios de la verdad y la falsedad, y solo secundariamente y en relación a ellos decimos que nuestros enunciados o expresiones son verdaderos o falsos. Más aún, los pensamientos son verdaderos o falsos independientemente de nuestra capacidad para captarlos o expresarlos. El pensamiento de que la Tierra tiene un único satélite natural es verdadero incluso aunque no hubiera seres humanos para reconocer su verdad o expresarla.

Puesto que los pensamientos son de naturaleza intemporal e independiente, Frege no necesita invocar a los hechos como aquello con lo cual los pensamientos se corresponden o como aquello que hace verdaderos a los pensamientos. Un hecho es un pensamiento verdadero. No hay correspondencia entre hecho y pensamiento verdadero, sino completa equivalencia. Los hechos, como pensamientos verdaderos, no pertenecen al reino de la referencia sino al reino del sentido.

Otros filósofos, como Russell, que admiten la identificación entre hechos y proposiciones verdaderas, aceptarían que los hechos (o proposiciones verdaderas) están compuestos por objetos existentes denotados por los nombres propios que componen una proposición verdadera. En “La Luna es el único satélite de la Tierra”, el objeto Luna en sí mismo es un constituyente del hecho en cuestión. Para Frege, por el contrario

el sentido del nombre “Luna” es un componente del hecho en cuestión, pero nunca lo sería el satélite mismo.

La postura de Russell es defender que las proposiciones son los constituyentes de la realidad externa. En Frege, las proposiciones (pensamientos) no componen la realidad externa o material, ni tampoco la realidad interna o mental, sino que son moradores de ese “tercer reino” de la realidad. Las proposiciones no son contenidos mentales, tampoco son objetos materiales, sino que son sino una realidad objetiva, perteneciente al reino del sentido, un reino especial de la realidad distinto del reino de la referencia y del reino de lo mental. La verdad o falsedad se aplica a los pensamientos, los cuales son un tipo especial de cosas inmateriales que habitan en el reino del sentido. El reino de la referencia contiene aquello con lo que nuestros pensamientos se relacionan y que los convierte en verdaderos o falsos. De este modo, los hechos existen en el mundo y tienen cabida en la ontología fregeana, pero dentro del reino del sentido, no en el reino de la realidad externa o reino de la referencia.

El conflicto aparece al tratar el nivel de profundidad con que debemos considerar los hechos como complejos de objetos: ¿qué tipo de hecho es el que sobre una rama concreta no esté posado ninguno pájaro?, ¿debemos distinguirlo del hecho de tampoco está posada una ardilla en dicha rama?, ¿y son diferentes hechos el que un pájaro esté posado en la rama frente a un petirrojo posado, para quien no sabe distinguir especies de pájaros?

Estas dificultades hacen pensar que la postura de Wittgenstein en el *Tractatus* de que el mundo está compuesto solo por hechos atómicos (los hechos complejos son compuestos veritativo-funcionales de hechos atómicos) es muy difícil de mantener. ¿Cuál es la noción precisa de proposición atómica? ¿El concepto de “recta” es simple o compuesto, si lo definimos por “ni quebrada ni curva”? ¿“Niño” es simple o complejo, si lo definimos como “ser humano masculino de corta edad”? Parece muy difícil identificar las proposiciones atómicas verdaderas con hechos atómicos y que estas proposiciones constituyan el mundo. Estos problemas, entiende Dummett, forzaron a Wittgenstein hacia el abandono de la postura del *Tractatus*, porque defender que los hechos son el constituyente de la realidad externa es insostenible.

La tesis de Frege acerca del estatus ontológico de los hechos intenta resolver el problema: los hechos, aunque entidades reales, habitan un sector especial de la realidad, el tercer reino o reino del sentido, el cual contiene los sentidos como proposiciones (o pensamientos) sin prestar atención a su verdad o falsedad. Las proposiciones (o

pensamientos) se tornan verdaderas o falsas por medio de cosas que hay en el reino de la referencia. Pensar o decir que un pensamiento es verdad no lo hace verdadero, pensar o decir un pensamiento es solo producirlo o expresarlo. La verdad del pensamiento permanece extraña a él, lo que hace verdadero a un pensamiento es un mundo externo, el reino de la referencia.

La identificación de hechos con proposiciones verdaderas es un postulado muy fuerte que no es compartido por todos los filósofos analíticos. Incluso en Frege esta identificación se realiza solo para después separar los hechos (pertenecientes al reino del sentido) de sus referentes (pertenecientes al reino de la realidad material). Por esto, podemos decir, que al menos si no todos aceptan que los hechos *sean* proposiciones verdaderas, al menos sí se ha aceptado de modo general que los hechos *corresponden* a proposiciones verdaderas.

La ontología de Dummett

Vemos, entonces, que la identificación entre hechos y proposiciones verdaderas no conlleva una concepción de la realidad en la cual los hechos sean los constituyentes de la “realidad externa”. Reducir la realidad a realidad externa sería traicionar el principio de la identificación entre hechos y pensamiento, como si la realidad consistiera en la “realidad externa” y el pensamiento consistiera en la “realidad interna”. Dummett rechaza tajantemente esta reducción de los hechos a mera realidad externa porque ello supondría volver a la teoría del retrato con todas sus paradojas.

¿Pero qué tipo de realidad tienen las proposiciones?, ¿nos podemos conformar con adjudicarles ese “tercer reino”?, ¿son independientes de nuestra comprensión de ellas o de nuestro juicio acerca de su verdad? No basta con decir que el sentido es puente o intermedio entre nuestras declaraciones y la realidad externa. Hay que diferenciar entre *referirse* a algo y *expresar* el sentido o pensamiento. El sentido no es la estación de paso en mitad de la ruta entre las declaraciones y los referentes, el sentido es la ruta. Cualquier característica de nuestro uso o nuestra comprensión de nuestras palabras o declaraciones dirigida a determinar su referencia es un componente de su sentido.

Dummett rechaza la idea del *Tractatus* de que la realidad externa esté compuesta de hechos, esto es de proposiciones verdaderas, y al mismo rechaza la creencia fregeana en el tercer reino, pero sin embargo mantiene que las proposiciones son hechos

verdaderos: Las *proposiciones* no son objetos descubiertos en la realidad externa, material o inmaterial, son entidades abstraídas de la práctica de usar un lenguaje en la cual todos los seres humanos estamos implicados.²⁶¹

Ese proceso de abstracción no es un proceso mental sino lógico, similar a la formación de clases de equivalencia en matemáticas (aunque no exactamente lo mismo).

Efectivamente, aunque en un principio Dummett acepta la senda de Frege al identificar hechos y proposiciones (pensamientos) verdaderas, no sigue hasta el final la ontología fregeana. Sigue a Frege, en cuanto que hechos y proposiciones constituyen el ámbito del sentido, pero Dummett se desmarca porque no necesita postular el mítico “tercer reino” de realidad.

Frege's theory of the third realm is, plainly, a piece of philosophical mythology [N&FoP: 83].²⁶²

La partición de la realidad en tres reinos permitía a Frege separar los pensamientos (proposiciones) de sus referentes, esto es, de aquello que hace verdaderos o falsos nuestros pensamientos. Los referentes constituyen otro reino de la realidad, o realidad externa. Habida cuenta de que los hechos son proposiciones (o pensamientos, en terminología fregeana) verdaderos, no hay identificación entre los hechos y sus referentes, sino en todo caso *correspondencia*, pero esto nos devuelve a la teoría del retrato, que Dummett no va compartir.

Con todo, la mitología del tercer reino de Frege tiene su importancia para sacar a los pensamientos fuera de la mente, como modelo precursor del giro lingüístico. Al rechazar el carácter psicológico del pensamiento Frege ha descartado el psicologismo (el psicologismo hace a los pensamientos subjetivos). Situando los pensamientos en este tercer reino, Frege ha salvaguardado su objetividad y su capacidad de ser captados por muchos.

If this mythology is repudiated, where are they to be located? It was inevitable step to take language to be their home. A language is shared by many, as a thought can be grasped by many [N&FoP: 83].²⁶³

²⁶¹ Propositions are not objects discovered in external reality, either material or immaterial; they are entities abstracted from the practice of using language in which all human beings engage [T&R: 11].

²⁶² La teoría de Frege del tercer reino es claramente, una mitología filosófica.

Frege fue el primero en construir una teoría del significado: una teoría de cómo funciona el lenguaje humano. Tal teoría nos proporciona una explicación del sentido. Frege postuló el tercer reino para salvaguardar la objetividad del pensamiento y su accesibilidad a diferentes individuos. Pero, recogiendo las enseñanzas de las *Investigaciones* de Wittgenstein, Dummett puede asegurar la objetividad del sentido sin necesidad del tercer reino, basta aceptar el hecho de que el uso de un lenguaje es una práctica común en la que sus hablantes han aprendido a comprometerse (a implicarse, *engage*), y esta práctica común de los hablantes del lenguaje es suficiente para garantizar la objetividad de nuestros pensamientos y su accesibilidad para los demás.

El lenguaje como institución social es externo a los hablantes individuales pero objetivamente constituido por la práctica común de estos hablantes del lenguaje. El lenguaje tiene todas las ventajas del tercer reino fregeano, pero despojado de sus elementos mitológicos: al sacar los pensamientos de la mente, el lenguaje se convierte en el principal objetivo de la investigación filosófica.

Surge la necesidad de explicar cómo, en un lenguaje dado, las sentencias expresan pensamientos (cómo captamos que un pensamiento es expresado por una sentencia que oímos o leemos, cómo producimos una sentencia que exprese el pensamiento que queremos comunicar).

Frege estaba impresionado por la objetividad que poseen los pensamientos, que pueden ser completamente comunicados y expresados en diferentes lenguas. La traducibilidad de los pensamientos entre diferentes lenguas diferencia a éstas de los juegos, los juegos no tienen otro propósito ajeno a ellos mismos, y no hay traducción posible entre ellos. No hay posibilidad de traducir una jugada de damas a una jugada de ajedrez.

Languages are not like games [*N&FoP*: 115].²⁶⁴

²⁶³ Si se repudia esta mitología, ¿donde los situamos [los pensamientos]? Es inevitable pasar a tomar el lenguaje como su hogar. Un lenguaje es compartido por muchos, como un pensamiento puede ser comprendido por muchos.

²⁶⁴ El lenguaje no es como los juegos.

No hay traducción de unos juegos a otros. Por el contrario, las lenguas son instrumentos: las proposiciones subsisten independientemente de los medios para expresarlas.

Language is essentially a communal practice, and each language has been shaped by a long historical process: we owe our ability to talk, and hence our ability to think as we do, to the other human beings who surrounded us in childhood, and ultimately to our forefathers who died long before we were born [T&R: 27].²⁶⁵

Both as thinkers and as knowers, we are utterly dependent on others of our kind: the world any one of us inhabits is not his world, but our world. We are members of society just as much as we are individuals: not more than we are individual, but just as much. [T&R: 28].²⁶⁶

De este modo, sin la rémora de la teoría de los tres reinos de la realidad, Dummett está dejando atrás la razón de ser del realismo de Frege y avanzando hacia su antirrealismo. Naturalmente queda en pie la cuestión subyacente: ¿esta postura antirrealista metafísica es una consecuencia de su teoría semántica (como Dummett insiste en advertir con frecuencia), o es una posición previa e inspiradora de su semántica?

²⁶⁵ El lenguaje es esencialmente una práctica común, y cada lenguaje ha sido formado por un largo proceso histórico: debemos nuestra capacidad para hablar, y por tanto nuestra capacidad para pensar como lo hacemos, a los otros seres humanos que nos rodearon en la niñez, y en última instancia a nuestros antepasados que murieron antes de que nacióramos.

²⁶⁶ Tanto como pensadores como conocedores, somos totalmente dependientes de otros de nuestra clase: el mundo que cualquiera de nosotros habita no es su mundo, sino nuestro mundo. Somos miembros de una sociedad tanto como individuos: no más que individuos, sino tanto como individuos.

4. La realidad en sí

La metafísica y la realidad en sí

Ya hemos mencionado que el problema de la metafísica radica en el desafío de conocer algo de la realidad a través del mero pensamiento. Parece en una primera reflexión que nuestro pensamiento no es la realidad misma, sino pensamiento sobre la realidad. ¿Cómo podemos estar seguros de que nuestro pensamiento sobre la realidad se corresponde con una realidad a la que solo podemos acceder mediante el pensamiento? Dado que a la realidad en sí misma no tenemos acceso si no es a través del pensamiento, no tenemos garantía de que nuestro pensamiento se corresponda con la realidad. Esta es la denominada paradoja del retrato. Cuando comparamos un retrato con el personaje real, podemos observar ambos al mismo tiempo y juzgar acerca de su parecido. Pero el problema de la metafísica es que no disponemos de otra instancia de observación que nos permita supervisar al mismo tiempo pensamiento y realidad para compararlos. Por tanto, nuestro pensamiento no puede consistir en un mero retrato de la realidad, no tenemos posibilidad de comparar ambos entre sí, pensamiento y realidad, para juzgar si aquél se parece ésta. Qué sea la realidad en sí misma queda inaccesible.

Esta noción de la realidad en sí misma como un concepto límite carente de contenido es, en esencia, kantiana y así es mantenida por Dummett:

We know what is to view a real landscape; but a reality that we can never apprehend, because any apprehension of it will necessarily be no more than a picture, is a phantasm produced by pushing analogy beyond its legitimate limits [T&R: 22].²⁶⁷

La oposición entre pensamiento y realidad es falaz: la realidad es aquello que pensamos o que podemos pensar, el pensamiento es aquello en que consiste la realidad. La noción de una realidad en sí independiente de nuestro pensamiento es meramente una noción límite, una noción vacía de contenido, un contraconcepto: no nos dice qué es la realidad, sino tan solo lo que no es. La realidad, el mundo, no puede ser otra cosa que

²⁶⁷ Sabemos qué es ver un paisaje real; pero una realidad que nunca podemos aprehender, porque cualquier aprehensión de ella necesariamente no será más que un cuadro, es un fantasma producido por llevar la analogía más allá de sus límites legítimos.

aquello que aprehendemos con nuestro pensamiento, hablar de una realidad o mundo inaccesible en sí mismo carece de sentido.

The world, in so far as we apprehend it and are capable of coming to apprehend it, is the world we inhabit; of what we are incapable of apprehending we cannot meaningfully speak. [...] to speak of a world transcending ours and, as it were, encasing it, is merely to employ a form of words devoid of any clear sense [T&R: 23].²⁶⁸

La metafísica, por tanto, se pregunta sobre el mundo que habitamos. La realidad está constituida por los hechos que hay y preguntarse qué hechos hay es preguntarse qué pensamientos, de los que podemos formular, son verdaderos. Es importante remarcar que no se trata simplemente de los pensamientos que ahora en concreto captamos o formulamos, sino de los que tenemos capacidad de captar o formular. Puesto que Dummett deja fuera de la realidad a la realidad en sí misma, no por ello la realidad ha de quedar reducida a nuestros pensamientos actuales. Ello supondría un recorte excesivo de nuestro campo de actuación. De ahí la necesidad de incluir en la realidad tanto aquello que pensamos como lo que somos capaces de pensar.

La identificación entre pensamiento y realidad se superpone a la identificación vista arriba entre proposiciones verdaderas con hechos. No hay una realidad más allá de nuestros pensamientos verdaderos y estos son la única manera de tratar con la realidad. Nuestros pensamientos verdaderos son algo objetivo, algo que nuestra mente capta (*grasp*) como si estuvieran esperando a ser aprehendidos por nosotros. En la terminología mítica de Frege, nuestros pensamientos constituyen el “tercer reino” de la realidad.²⁶⁹ En el caso de Dummett no va a haber necesidad de apelar a tal ficción porque la práctica lingüística común garantiza la objetividad de los pensamientos que expresamos mediante el lenguaje.

²⁶⁸ El mundo, en cuanto que lo aprehendemos y somos capaces de llegar a aprehenderlo, es el mundo en que habitamos; de lo que somos incapaces de aprehender no podemos hablar significativamente.

²⁶⁹ Por el contrario, nuestras imágenes o sensaciones, que constituyen el llamado por Frege “primer reino”, no gozan de tal objetividad.

Propositions are grasped by processes of thought and expressed in language.
[T&R: 23].²⁷⁰

Los límites de nuestro mundo

Sin embargo, en esta identificación entre pensamiento y lenguaje establecida sobre la base de la identificación entre proposiciones (verdaderas) y hechos se mantiene todavía cierta duda: ¿no habrá aspectos de la realidad que estén más allá de nuestra capacidad de captación o de expresión, proposiciones (y proposiciones verdaderas también), hechos por tanto, que nuestro lenguaje sea incapaz de expresar o que nuestras mentes sean incapaces de captar, aprehender?

Podría haber proposiciones que ahora no seamos capaces de expresar o de captar, como hubo tales proposiciones que en el pasado no éramos capaces pero que ahora sí podemos captar o expresar. Por tanto, es innegable que hay proposiciones, y por tanto también actos, que ahora no podemos captar ni expresar. Pero también podría suceder que hubiera proposiciones, y hechos, que nunca podremos captar ni expresar, que no tuviéramos ninguna certeza de que más pronto o más tarde llegaremos a captar o expresar tales proposiciones, que son en principio susceptibles de ser captadas o expresadas. De aceptar esto estaríamos haciendo una concesión al realismo, admitiendo la existencia de una realidad en sí misma más allá del alcance de nuestro conocimiento. Estaríamos admitiendo proposiciones que son verdaderas, hechos, que no están al alcance de nuestro pensamiento.

La solución puede estar en interpretar que las proposiciones que nunca captaremos o expresaremos son sin embargo en principio captables o expresables, que la limitación es meramente fáctica, (“mera incapacidad médica”, como diría Russell [SoL: 61]) pero no es limitación en sí. El mundo de la realidad queda ampliado, no solo a lo que conocemos o podemos conocer, sino a lo que somos en principio capaces de conocer. De este modo, superamos el finitismo estricto y abrimos este antirrealismo hacia la identificación del sujeto del conocimiento no con el mero individuo, sino con el sujeto social. La sociedad de hablantes del lenguaje nos permite establecer unos límites objetivos de la realidad, límites que se encuentran en “lo que somos en principio capaces de conocer”

²⁷⁰ Las proposiciones son captadas por procesos de pensamiento y expresadas en el lenguaje.

Dummett adopta una visión extendida del lenguaje: el lenguaje es algo que abraza todo lo que puede ser expresado en él, incluyendo no solo lo expresable por medio de expresiones disponibles ya en el lenguaje, sino que además el lenguaje abraza cualquier cosa que pudiera ser expresable por medio de términos que fueran explicables en el lenguaje, aunque dichos términos no estén definidos en el uso del lenguaje actual.

Por tanto, proposición es cualquier cosa que sea expresable, en este sentido extendido, en el lenguaje que usamos.

Pero insistiendo de nuevo en la cuestión inicial: ¿no puede haber proposiciones y hechos que los humanos en principio, con nuestras capacidades mentales como seres humanos, incluso las mejores, seamos absolutamente incapaces de captar o de expresar? De nuevo hay que decir que radicalmente *no*. Si esto pudiera ser, no tendríamos siquiera la mínima idea de cómo podría ser.

What we cannot say we cannot say, and therefore we cannot think what we cannot say. Or better: what we cannot think we cannot think, and therefore we cannot say what we cannot think [T&R: 25].²⁷¹

¿No podría entonces haber algo inexpresable? ¿Hechos que no pudiéramos expresar? ¿Qué nos lo impediría, la limitación de nuestro lenguaje o la limitación de nuestras mentes? No está claro que nuestro lenguaje (en el sentido extendido) tenga limitaciones, cualquier concepto ha de ser en principio expresable en nuestro lenguaje.

We are certainly ignorant of many features of reality, and we may never in fact succeed in grasping what some of them are: but no proof has been advanced to show that there are features of it that we could never in principle comprehend [T&R: 27].²⁷²

La diferencia con Wittgenstein es que éste dijo “Los límites de mi lenguaje son los límites de mi mundo”, mientras que Dummett habla de *nuestro* lenguaje y de *nuestro* mundo.

²⁷¹ Lo que no podemos decir no lo podemos decir, y por tanto lo que no podemos pensar no lo podemos pensar, y por tanto no podemos decir lo que no podemos pensar.

²⁷² Somos ignorantes de muchas características de la realidad, y puede que nunca logremos captar algunas de ellas: pero no hay ninguna prueba de que haya características de la realidad que no podamos en principio comprender.

¿Puede entonces que hubiera algo inexpresable debido a la limitación de nuestras mentes? Esta limitación de nuestras mentes ha entenderse en sentido comparativo, nuestras mentes podrían ser humilladas por la existencia de otras posibles criaturas capaces de comprender una realidad que a nosotros se nos escapa. Desde luego que estas posibles criaturas no son los animales. Por eso la humillación de que habla Dummett no lo es respecto a otras criaturas sino respecto hacia Dios y aporta al respecto que según Isaías (Isaías 55:8) *Dios dijo: Porque mis pensamientos no son vuestros pensamientos ni vuestros caminos son mis caminos*. ¿Tiene Dios pensamientos y conoce Dios hechos que nosotros no somos capaces de concebir ni de conocer? ¿No supone negar esto una arrogancia, la cual no es otra cosa que un error lógico?

La introducción de esta hipótesis supone dar entrada en la metafísica a la noción de Dios, ¿hasta qué punto no está Dummett ya traspasando sus límites autoimpuestos y saliendo en busca de la *cosa en sí*? ¿No está ya dando entrada en su metafísica a la teología?

Realismo y antirrealismo

Antes de llevar la metafísica hasta sus límites y para ver si en ella tiene cabida la discusión sobre Dios, podemos aceptar de momento que la posición metafísica dummettiana es claramente antirrealista, en el sentido de que rechaza cualquier forma de realismo, entendiendo por realismo la defensa de que la realidad –los hechos- son algo inmutable e independiente de nuestro de conocimiento.

La tendencia hacia el realismo es algo natural en el modo de pensar humano, el propio Dummett reconoce en sí mismo esta tendencia (“Desde luego, como cualquier otro, siento una fuerte inclinación hacia la visión realista” [T&OE, VyOE: 464]). En cierto modo, la realidad es algo con lo que nos tropezamos, algo que nos encontramos ya dado, esperando a ser reconocida por nosotros. Este carácter receptivo (pasivo) de nuestro conocimiento nos muestra que no somos creadores de lo que conocemos, que simplemente lo “reconocemos”. El carácter recalcitrante de la realidad es el origen de la tendencia hacia el realismo:

We are like blind men walking through a room, feeling the objects they encounter; objects that had long been there and would have been there even if the room had remained quiet empty of people [T&R: 91-92].²⁷³

We do not create the world; we must accept whatever it presents to us. [T&R: 92].²⁷⁴

El que los hechos se nos impongan, ¿nos da derecho a inferir que los hechos están esperando a ser descubiertos, que habrían estado allí incluso si no los hubiéramos descubierto? No, en absoluto. El punto de vista antirrealista consiste en que jamás debemos saltar esa frontera: jamás debemos hablar de lo que no conocemos ni podemos conocer. Hay unos límites a nuestro conocimiento y no nos queda otra opción que aceptar esos límites. A este antirrealismo Dummett prefiere denominarlo justificacionismo:

The correct image, on a justificationist view, is that of blind explorers encountering objects that spring into existence only as they feel around for them [T&R: 92].²⁷⁵

Nuestro mundo está constituido por lo que conocemos de él o podríamos haber conocido de él. Lo que “podríamos haber conocido” llega solo hasta donde alcanzan los medios efectivos que tenemos de investigarlo. Sería equivocado decir que *construimos* el mundo, pero el mundo está formado, así hablando, a partir de nuestra exploración de él.

The world of which I am speaking is *our* world, the world as we apprehend it. [T&R: 92].²⁷⁶

²⁷³ Somos como ciegos caminando por una habitación, sintiendo los objetos con los que tropezamos, objetos que han estado mucho tiempo allí y habrían estado allí incluso si la habitación hubiera permanecido vacía de gente.

²⁷⁴ Nosotros no creamos el mundo, tenemos que aceptar cualquier cosa que nos presente.

²⁷⁵ La imagen correcta, desde una posición justificacionista, es la de exploradores ciegos que encuentran objetos que saltan a la existencia solo cuando los palpan.

²⁷⁶ El mundo del cual estoy hablando es nuestro mundo, el mundo tal como lo aprehendemos.

Nuestra capacidad de aprehender el mundo depende de los conceptos que poseemos. Especular sobre seres que posean otros conceptos, diferentes a los nuestros que nunca alcanzaríamos, es una mera fantasía. Podemos introducir nuevos conceptos y profundizar en los que tenemos, pero suponer seres con conceptos inasequibles a nosotros es muy problemático: ¿cómo podríamos conocer que tienen tales conceptos? Habitarían un mundo diferente del nuestro, su mundo no sería nuestro mundo.

Los límites de la medida y la determinación

Desde el punto de vista realista tendemos a formarnos una concepción de realidad dotada de características objetivas, independiente de nuestra aprehensión subjetiva de ella. Desde el punto de vista justificacionista hay que renunciar a la ilusión de que la verdad de una proposición consista en algo independiente de nuestra capacidad de reconocer su verdad: no hay otra verdad que aquella que somos capaces de reconocer. Estas dos posturas se enfrentan a la hora de establecer qué tipo de realidad tiene una propiedad de un objeto o cuál es la magnitud de una cantidad física.²⁷⁷ Nunca está totalmente determinada qué magnitud tiene una determinada cantidad:

We *cannot* in principle ever know the precise magnitude of any continuous quantity [Dummett, 2000: “Is Time a Continuum of Instants?” *Philosophy* 75, 497].²⁷⁸

Esta magnitud permanece siempre dentro de un intervalo, incluso aunque no realicemos el proceso de medida. Nunca podemos medir una cantidad si no es dentro de un intervalo, un número real no es otra cosa que el límite dentro de un intervalo. Las cantidades físicas se conciben según el modelo del continuo clásico, las cuales no

²⁷⁷ En español solemos entender que la cantidad es lo que resulta de la medición de una magnitud (Cantidad=Magnitud x Unidades). Por ejemplo: 20 kg, 1 m, 60 s, son las cantidades resultantes de medir las magnitudes masa, longitud y tiempo. En inglés se entiende que *quantity* es una propiedad que existe en un rango de magnitudes (continuo) o de multitudes (discreto). De tal modo que los términos en inglés serían casi lo opuesto al español: para trabajar con el continuo, *magnitude* sería nuestra “cantidad” y *quantity* sería nuestra “magnitud”. Sin embargo, seguimos aquí la terminología inglesa traducida de modo directo y literal, tal como utiliza Dummett: “The magnitude of a quantity is the ratio of the quantity to a unit quantity of the same type (mass, length, etc.). As such, it is naturally specified by means of a rational number” [Dummett, 2000: “Is Time a Continuum of Instants?” *Philosophy* 75, 497-515]. (La magnitud de una cantidad es la razón entre la cantidad y una unidad del mismo tipo (masa, longitud, etc.). Como tal, es naturalmente especificada por medio de un número racional).

²⁷⁸ No podemos en principio ni siquiera conocer la magnitud precisa de una cantidad continua.

pueden alcanzar una completa determinación, sino solo relativa a las unidades elegidas. Una magnitud es algo que siempre permanece dentro de un intervalo y que puede ser determinada dentro de un intervalo aún más pequeño, pero que no posee un valor preciso dado por un número real determinado.

Este modelo de medida (del continuo clásico) no está extraído de nuestra experiencia del mundo, sino que es un modelo matemático que imponemos a la realidad y sobre la cual se asienta imperfectamente. En el fondo es una fantasía de naturaleza realista que, aunque muy arraigada en nuestro pensamiento, debe ser rechazada. El supuesto de que una cantidad tiene una magnitud exacta dada por un número real, en términos de una unidad seleccionada, es un prototipo de proposición sinsentido. Este modelo de medida nos permite realizar descripciones que puede que no tengan realización física.

El rechazo por Dummett de la posibilidad de determinación de las magnitudes conlleva también un rechazo del determinismo:

Once this fantasy has been rejected, the other fantasy, determinism, expires for lack of sustenance [*T&R*: 87].²⁷⁹

El determinismo, en consecuencia, es una doctrina falaz. Para el realista incluso los sistemas caóticos impredecibles son deterministas: supone que el sistema es en sí determinista, aunque impredecible para nosotros. En un sistema dinámico caótico, pequeñas variaciones producen efectos enormes, pero nuestra incapacidad para medir resultados depende, de nuestra necesaria imprecisión en las medidas: los parámetros iniciales han de tener valores precisos, dados por números reales, pero nosotros no somos capaces de medirlos con precisión. El realista ve en esto impredecibilidad, el justificacionista indeterminismo.

Este realismo está fundamentado en el mantenimiento extremo del principio de bivalencia. Por el contrario el justificacionismo rechaza la validez general de la bivalencia: no podemos asumir la bivalencia para todos los enunciados cuyo sentido podamos comprender. En concreto no se mantiene para enunciados indecibles cuya verdad no esté constituida por la verdad de los decidibles. Esta clase de enunciados recibe el nombre de enunciados inaccesibles. No se puede exigir a los enunciados

²⁷⁹ Una vez que esta fantasía ha sido rechazada, la otra fantasía, el determinismo, expira por falta de sustento.

inaccesibles, que no sabemos si son verdaderos o si son falsos, que sin embargo esté determinado si son lo uno o lo otro. Pueden existir menos hechos que los que supone el realista (bivalente). La realidad es, o, más bien, ha de ser, indeterminada en algunos aspectos: hay cuestiones inteligibles que podemos plantear pero que pueden no tener respuesta:

... there are intelligible questions that we can ask but to which there may be no answer [T&R: 87].²⁸⁰

La ciencia y la realidad en sí

¿Cuál es el papel de la ciencia ante el desafío de los límites de la realidad? ¿Qué puede decir la ciencia sobre la realidad en sí misma?

La distinción entre “las cosas tal como nos aparecen” y “las cosas tal como son en sí mismas” es de origen kantiano. Que la metafísica, en el sentido de un conocimiento de la cosa en sí misma, no es posible como ciencia era el resultado de la *Crítica de la Razón Pura*. Para hacer posible la ciencia, Kant establecía los límites de la misma en el conocimiento del fenómeno, mientras que la cosa en sí o noumeno se presentaba como el horizonte y meta de nuestro conocimiento científico, horizonte que nos impulsa a avanzar más y más y que sin embargo nunca podemos dar por conocido. En suma, para Kant la ciencia no puede consistir jamás en conocimiento de las cosas en sí mismas, las cuales, por definición, serían algo más allá de los límites de nuestro conocimiento; la tarea de la ciencia es el conocimiento de los fenómenos, ampliando continuamente sus límites tanto en profundidad como en extensión, pero sin poder rebasar tales límites que ella se impone, límites en los que la ciencia consiste.

A esta imagen kantiana de la relación entre ciencia y cosa en sí se adhiere Dummett. Sin embargo, en algún momento pudiera parecer que Dummett se olvida de aquello para dar cabida a una interpretación que resulta espuria respecto a su propio pensamiento. Esta otra sería una imagen de la relación de la ciencia con la cosa en sí muy distinta de la kantiana: aunque está claro que no podemos ir detrás de las cosas –de las cosas tal y como las conocemos- y descubrir cómo son en sí mismas, ¿no será acaso la ciencia una búsqueda por conocer las cosas tal como son en sí mismas,

²⁸⁰ Hay cuestiones inteligibles que podemos preguntar pero que pueden no tener respuesta.

independientemente de nuestro modo humano de conocerlas? En algunas ocasiones Dummett parece deslizarse hacia esta visión sobre la ciencia.

We are striving to find a description of the physical universe that is independent of our modes of observation [*T&R*: 94].²⁸¹

La ciencia progresivamente buscaría descripciones en términos que no dependan, en su significado, de los modos humanos de experimentar el mundo o de la posición de los seres humanos en el universo. En esta visión la ciencia se nos presentaría como búsqueda de cómo son las cosas en sí mismas, describir las cosas tal como son en sí mismas. Por ejemplo, cuando la ciencia estudia un sonido o un color no le basta cómo es el sonido o el color para nosotros, sino cómo es en sí mismo el sonido o el color, incluso cómo sería para otra criatura con otro sistema auditivo o visual.

Es esta la otra imagen de la ciencia que ha presentado su propia labor como pretensión de llegar a las cosas en sí mismas. La distinción galileana entre las cualidades secundarias y primarias de las cosas podría entenderse como separación entre las cualidades de las cosas para nosotros, para nuestros sentidos, y las cualidades de las cosas en sí mismas independientes de su captación por nuestros órganos sensoriales. Las cualidades secundarias de las cosas serían subjetivas y residirían en nuestras facultades sensoriales (olores, sabores...), mientras que las primarias serían objetivas y accesibles por medio de la ciencia (movimiento, posición...). El progreso de la ciencia nos llevaría a dejar atrás los aspectos subjetivos de nuestras descripciones del mundo en favor de los modelos abstractos de la matemática.

En algún momento Dummett parece sumarse a esta consideración de la ciencia como conocimiento humano que tiende hacia una progresiva descripción del mundo tal como es en sí mismo. La progresiva purificación del conocimiento científico nos llevaría en un proceso continuo de purificación hacia las cosas tal como son en sí mismas. Esta purificación de nuestro conocimiento sería un proceso de abstracción hacia modelos matemáticos abstractos. Tales modelos matemáticos abstractos estarían conectados con nuestra experiencia aunque solo a bastante distancia, estarían dotados de eficacia causal cuando los usamos para explicar lo que observamos. Captar la cosa en sí significaría abandonar progresivamente los conceptos que derivan de, y que solo son

²⁸¹ Nos esforzamos por encontrar una descripción del universo físico que sea independiente de nuestros modos de observación.

explicables por referencia a, nuestra experiencia como criaturas con ciertas facultades cognoscitivas y con cierta posición en el cosmos. Para ello habríamos de despojarnos de toda subjetividad en nuestras descripciones del mundo externo y adoptar modelos descriptivos de estructura matemática abstracta.

Ahora bien, ¿las cosas en sí mismas pueden ser descritas por la ciencia físico-matemática? ¿La descripción matemática de las cosas que nos ofrece la ciencia es la descripción de las cosas en sí mismas? Ciertamente, la identificación de la cosa en sí con la descripción matemática de la realidad que nos ofrece la ciencia puede parecer atractivo, pero es por supuesto incoherente con la noción de cosa en sí que Dummett ha aceptado anteriormente. Parece como si, por un momento, Dummett estuviera a punto de identificar la cosa en sí con la estructura abstracta matemática que la ciencia descubre en lo más profundo de la realidad. Pero inmediatamente después de postular esta hipótesis se retracta y la desecha como inadmisibile:

It is not merely incredible that what there is in itself is a skeletal abstract structure: it does not so much as make sense to say that [T&R: 95].²⁸²

Dummett no puede finalmente aceptar que la realidad en sí misma sea accesible mediante la ciencia. Si somos coherentes en considerar *la realidad en sí* como algo que independiente de nuestro conocimiento, entonces la ciencia, como producto del conocimiento humano, solo puede ofrecernos las cosas tal como son para la ciencia humana, no tal como son en sí mismas.

La ciencia trabaja con fenómenos, para utilizar términos kantianos, y la cosa en sí es la noción límite que no puede traspasar. Los resultados de la ciencia se encuentran siempre a este lado de los límites, pues aunque las descripciones científicas de la realidad difieran de las descripciones cotidianas de la realidad, en ambos casos son *descripciones* de la realidad que conocemos o que podemos conocer.²⁸³ La cosa en sí permanece como algo incognoscible.

La oposición entre las cosas tal como nos son dadas (cómo son para nosotros o *fenómenos*) y las cosas tal como son en sí mismas (*noúmenos*) de ninguna manera se

²⁸² Es más que increíble que lo que existe en sí mismo sea una escueta estructura abstracta: no tiene mucho sentido decir eso.

²⁸³ La ciencia no busca describir el mundo independientemente de nuestro conocimiento sino de mi conocimiento subjetivo, busca la descripción “objetiva”, lo cual no quiere decir sin sujeto, sino que el sujeto es universal.

corresponde con la oposición entre conocimiento subjetivo (cotidiano) y conocimiento objetivo (científico). La diferencia entre conocimiento cotidiano y conocimiento científico radica en sus distintos métodos y sus distintas fuentes, pero ambos son conocimiento humano, ambos nos ofrecen una realidad accesible a nuestro conocimiento. Por el contrario, la realidad en sí misma queda definida como una realidad independiente de nuestro conocimiento, cualquiera que se la forma que adopte el conocimiento humano.

El colapso de la noción de “el mundo en sí mismo”

The conception of ‘the world as it is in itself’ collapsed because, of our own resources, we can give no substance to the expression ‘like’ as it occurs in the question ‘What is the world like in itself?’ [T&R: 98].²⁸⁴

¿Cómo es “el mundo descrito en sí mismo”? Esta expresión es contradictoria: buscamos una descripción de algo definido como carente de descripción, una descripción de cómo las cosas son *realmente* en sí mismas sin estar enmarcadas en ningún tipo de vocabulario o de conceptos.

Better expressed, we were seeking to attain a conception of the world not encapsulated in any description. [T&R: 99].²⁸⁵

Una descripción del mundo a base de estructuras matemáticas abstractas no sería una descripción del mundo en sí mismo pues tales modelos matemáticos son contruidos por la mente humana, a partir de nuestros conceptos y de nuestro lenguaje: la estructura matemática no es la realidad en sí misma. No existe tal cosa, cualquier concepción de algo debe estar mediada por los conceptos que la describen. No es posible describir nada independientemente del bagaje de conceptos que determinan las proposiciones que empleamos y cuya verdad juzgamos. Dummett propone que el realismo científico debe ser desechado y dar paso a una interpretación instrumentalista

²⁸⁴ La concepción del “mundo como es en sí mismo” se derrumba porque, por nuestros propios recursos, no podemos dar sustancia a la expresión “como” tal cual aparece en la cuestión “¿Qué es el mundo como sí mismo?”

²⁸⁵ Expresándolo mejor, estábamos buscando alcanzar una concepción del mundo no encapsulada por ninguna descripción.

de la ciencia: los modelos matemáticos que las teorías físicas postulan proporcionan un instrumento de explicación y/o de predicción, nos ofrecen lo que las cosas son a cierto nivel, un nivel cuya profundidad es relativa a otras explicaciones.

Cuando abandonamos la ambición de descubrir el mundo en sí mismo como algo independiente de nosotros y nos contentamos con descubrir *nuestro* mundo, no se resuelven de golpe todos los problemas, porque el conocimiento de nuestro mundo tiene “capas”. Hay múltiples descripciones del mundo, de *nuestro* mundo, que compiten por un mismo suceso, porque son descripciones a diferentes niveles. A veces nos vemos tentados a decir que una de estas descripciones corresponde a cómo las cosas son realmente en sí mismas, pero debemos resistir esta tentación porque siempre quedará un residuo de un nivel más profundo por describir (*unabsorbed residue*). Estas dificultades de dar cuenta del residuo sin absorber en el nivel más básico al que hemos llegado y de armonizar los distintos niveles de descripción es fuente de problemas filosóficos.

Una posible solución podría ser declarar cada nivel de descripción válido en sus propios términos, pero nunca esto deberá llegar a significar que los distintos niveles no puedan competir entre sí porque sería evadir el problema.

Dummett concluye que la investigación sobre la realidad en sí y los límites de nuestro mundo nos ha llevado a una posición incómoda (“We have reached the following uncomfortable position” [T&R: 101]):

- No podemos concebir el mundo en total independencia de la manera en que lo aprehendemos, aunque habría que admitir que otras criaturas lo aprehenden de modo diferente.
- No podemos formarnos una idea de cómo es *el mundo en sí* que tanto nosotros como otras criaturas aprehendemos en diferentes modos, porque tal concepción de tal mundo sería independiente de cualquier forma de aprehensión. No tiene sentido claro qué sería un mundo que no es aprehendido por ninguna mente.
- Ni tan siquiera tiene un sentido claro cuál es el mundo que nosotros aprehendemos: disponemos de numerosas concepciones y somos incapaces de armonizarlas en una concepción sencilla y unificada.

La realidad en sí y Dios

Puesto que las respuestas obtenidas son todas ellas negativas, por tanto, limitadoras (no nos dicen qué es... sino qué *no* es...), resulta descorazonador que

Dummett no se conforme con ello y que continúe su investigación sobre la realidad en sí misma, incluso después de haber reconocido que las únicas respuestas posibles son negativas, que no podemos saber qué sea el mundo en sí mismo.

La metafísica de Dummett no está dispuesta a no ir hasta el final e incluso más allá, porque la pregunta que prevalece, aun después de todas las negativas, es la siguiente: ¿Cómo es la realidad en sí misma, independiente de cualquier conocimiento humano? ¿En qué consisten las cosas tal como son en sí mismas? Estas son las auténticas preguntas de la metafísica, una metafísica que Dummett lleva más allá de sus propios límites hacia lo absolutamente desconocido, hacia lo inaccesible.

Efectivamente, Dummett introduce la cuestión de la existencia de Dios en relación con la distinción entre las cosas en sí y las cosas como aparecen ante nosotros. Las cosas en sí mismas son las cosas tal y como las conocería Dios. El conocimiento humano es el conocimiento de cómo son las cosas para nosotros. El conocimiento de Dios es el conocimiento de cómo son las cosas en sí mismas.

Entonces, ¿cómo son las cosas para Dios?, o lo que es lo mismo, ¿cómo son las cosas en sí mismas? No lo sabemos, no lo podemos saber. ¿Cómo sería la descripción de las cosas hecha por Dios? Dios no tiene un punto de vista concreto, ni una perspectiva determinada, ni localización *en* el mundo. El concepto de mundo en sí mismo, el concepto de mundo como un todo es correlativo al de Dios.

Dios aprehende las cosas tal y como son en sí mismas. Las cosas tal y como son en sí mismas consisten en el modo en que Dios las aprehende. Solo a partir de la idea Dios podemos formularnos la idea de “el mundo tal como es en sí mismo” y solo a partir de la idea de “mundo en sí” podemos plantearnos la idea de Dios:

To conceive of the world as it is in itself requires conceiving of a mind that apprehends it as it is in itself.

God and the world stand over against one another; more exactly, our concepts of God and the world as a whole stand over against one another [T&R: 102].²⁸⁶

²⁸⁶ Concebir el mundo tal como es en sí mismo requiere concebir una mente que lo aprehenda tal como es en sí mismo.

Dios y el mundo están el uno ante el otro, más exactamente, nuestros conceptos de Dios y del mundo como un todo están el uno ante el otro.

Ahora bien, este planteamiento dummettiano tiene sus problemas. No podemos menos que preguntarnos si esta mutua dependencia entre Dios y la realidad en sí, entre nuestro concepto de Dios y el de la realidad en sí, no se resolvería de un plumazo suprimiendo el concepto de realidad en sí. *No debemos multiplicar los entes sin necesidad*, advirtió Okham, y qué ente hay más innecesario que el de “realidad en sí”.

Admitir el papel positivo del concepto de realidad en sí supone de entrada una concesión al realismo: admitir la existencia de algo que está más allá de nuestro conocimiento. A un antirrealismo dummettiano coherentemente solo le cabría negar la posibilidad de existencia de la realidad en sí misma: desde un punto de vista justificacionista no puede ser afirmada ni negada la existencia de la cosa en sí misma. En consecuencia, tampoco habrá de ser posible ni demostrar que Dios existe ni demostrar que Dios no existe. En la medida en que Dummett se mantiene dentro de estos límites, su metafísica resulta coherente con sus propios principios. Sin embargo, en momentos concretos parece que Dummett está dispuesto a ir más allá de estos límites hacia qué sea la cosa en sí misma e incluso hacia la demostración de la existencia de Dios.

5. Más allá de la metafísica: Dios

Dios y los “huecos de la realidad”

La existencia de una realidad en sí independiente de nuestro conocimiento es negada en principio por la postura justificacionista. La realidad, nuestra realidad, aquella a que tenemos acceso, tiene límites más allá de los cuales no podemos acceder. La noción de “huecos en la realidad” es utilizada por Dummett para ilustrar nuestra realidad: nuestra realidad no está llena, hay preguntas que no tienen respuesta. Como en un drama en el que autor no hubiera definido cierto aspectos de la historia o del carácter de los personajes, tales cuestiones quedan para siempre sin respuesta. Puesto que Shakespeare no dejó establecido si el Laertes de su *Hamlet* era diestro o zurdo, tal cuestión ha quedado definitivamente sin respuesta. Coherentemente, la bivalencia no rige para una realidad en la que hay “huecos”. Lo mismo que no podemos afirmar la verdad o la falsedad de que Laertes fuera diestro, tampoco toda proposición es verdadera o falsa. La lógica adecuada para nuestra realidad es la intuicionista.

Esta noción de “huecos en la realidad” encaja con la postura antirrealista del justificacionismo puesto que es una noción limitadora de los excesos del realismo, marca una frontera más allá de la cual nuestro conocimiento no debería traspasar. Pero al mismo tiempo, Dummett utiliza esta noción para introducir a Dios y a la cosa en sí en su sistema sin verse afectado por el determinismo que puede acompañar a las posturas realistas. Efectivamente, si se admite la existencia de una realidad en sí más allá de nuestro conocimiento humano pero la cual sea correlato del conocimiento divino, entonces parece que la omnisciencia del conocimiento de Dios obligaría a aceptar la determinación intrínseca de toda la realidad en sí, el mundo estaría en sí determinado aunque para nosotros no lo estuviera; el mundo en sí mismo sería bivalente, aunque nuestra lógica sería la intuicionista.

¿Qué papel desempeña la noción de “huecos en la realidad” en todas estas disputas metafísicas acerca de la existencia de una realidad en sí y de Dios? El lugar de un autor respecto a su drama (Shakespeare respecto a *Hamlet*) es una metáfora del papel de Dios en metafísica. En una postura justificacionista es preciso admitir que puede haber huecos en la realidad, pero nosotros no podemos saber que los hay. Si no hubiera huecos, si cada cuestión inteligible tuviera una respuesta, entonces la lógica divina sería bivalente, sería la lógica clásica:

... classical logicians reason as if they were God [T&R: ix].²⁸⁷

Para Dummett, los que apoyan la lógica clásica en vez de la intuicionista son culpables de la osadía de pretender razonar como fuesen Dios.

Pero la verdad es que si hubiera tales huecos, solo Dios conocería que los hay

... and then, presumably, the divine logic is, as I suggested, a three-valued rather than an intuitionist one [T&R: ix].²⁸⁸

Este principio de trivalencia asociado al conocimiento divino dividiría las proposiciones en verdaderas (o que serán verdaderas), falsas (o que serán falsas) y las indeterminadas para siempre.

El conocimiento divino se supone realizado desde el tiempo verbal de la eternidad, no desde el mero presente.²⁸⁹ Dios podría distinguir entre aquellos de nuestros pensamientos que más tarde reconoceremos como verdaderos o falsos, y aquellos que nunca serán verificados o falsados. Una proposición es verdadera en este sentido si Dios conoce que nosotros la reconocemos o la podremos reconocer como verdadera. La noción de verdad para nuestras proposiciones estaría disponible más allá de lo que podemos reconocer ahora como verdadero: ahora no conocemos su verdad o falsedad, pero ya está determinado si será verdadera o falsa, y eso sí lo conocería Dios.

Pero naturalmente, el conocimiento divino y su lógica no son nuestro conocimiento y nuestra lógica, nosotros no conocemos lo que conoce Dios ni nos es válida su lógica. Ello son solo hipótesis que nos ayudan a comprender mejor nuestro conocimiento y nuestra lógica. La lógica trivalente divina no es la propia de nuestro conocimiento, para nosotros la lógica adecuada es la intuicionista (verdadero, falso, provisionalmente indeterminado).

²⁸⁷ ... los lógicos clásicos razonan como ellos fueran Dios.

²⁸⁸ ...y entonces, presumiblemente, la lógica divina es, como sugerí, trivalente más bien que intuicionista.

²⁸⁹ Dummett [T&R: 108] explora la posibilidad de que el conocimiento divino consista en el tiempo verbal presente, pero la desecha por entrar en conflicto con la concepción de Dios como inmutable: Si usamos el tiempo presente para describir el conocimiento divino, entonces Dios está en el tiempo y esto implica que debe haber algunas cosas que pueden ser verdad en un tiempo pero que no lo fueron en un tiempo anterior. Dios mismo podría cambiar en cuanto a lo que conoce. Esto no infringe su omnisciencia (Dios siempre sabe lo que es verdad aunque algunas proposiciones que son ahora verdaderas no lo fueron antes) pero sí choca contra su inmutabilidad. Una posible solución es responder que Dios no cambia en sí mismo, sino que cambia en lo que conoce sobre las cosas que no son Él mismo.

Pero Dummett enfatiza que, incluso aunque no hubiera huecos en la realidad, cuestiones como “¿Es esta distancia exactamente $3\pi/4$ metros?” no tienen una respuesta, tal cuestión no es inteligible. En cualquier caso, debemos resistir la tentación de invocar el conocimiento de Dios como una garantía de la bivalencia o de las magnitudes precisas de todas las cantidades.

Enfrentados con una cuestión que no podemos responder, una semántica justificacionista nos remite la respuesta descorazonadora de que puede no haber una respuesta, aunque nunca descartemos la posibilidad de que la haya. Cuando hay una pregunta cuya respuesta que no conocemos, puede ser que Dios la conozca: Él la conoce, puesto que para cada proposición verdadera, Él conoce que es verdadera. Pero no tenemos ningún derecho a asumir que para cada cuestión inteligible, Dios conozca su respuesta; si no hay respuesta, no hay nada que Dios tenga que conocer. Por ejemplo, los contrafácticos no necesitan tener una respuesta determinada.

Esta es la forma en que Dummett evita el determinismo y el problema la ausencia de libertad humana: no estamos determinados hasta el punto de tener necesidad que hacer aquello para lo cual ni tan siquiera se nos ha presentado la ocasión. Es el ejemplo de los contrafácticos: “si hubiera tenido la oportunidad, me habría comportando de modo valiente”, en el caso de que nunca me haya enfrentado a un peligro para testar mi valentía, ¿podemos dar por determinada la verdad del enunciado contrafáctico?, ¿está también determinado mi carácter y mi voluntad? La respuesta justificacionista es que *no*: tal contrafáctico no es ni verdadero ni falso. El rechazo de la bivalencia a nivel lógico ha producido a nivel metafísico la noción de “huecos en la realidad”, pero también ha dejado pasar a Dios para que desempeñe su papel en la metafísica.

Existir y ser percibido

Al comparar la imagen dummettiana del conocimiento divino con la propuesta por el idealismo de Berkeley, resulta que Dios, para Dummett, no es una mera instancia de *observación* (como sucede en el ejemplo del célebre árbol en el claustro berkeleyano), sino que es el conocimiento de lo que todos los seres cognoscentes (sentientes y/o inteligentes) del universo observarían. El conocimiento por Dios del universo material consiste en la comprensión de una estructura compleja que determina lo que observarían las distintas clases de criaturas sentientes de acuerdo con sus órganos sensoriales y su disposición en el cosmos y los descubrimientos de las

criaturas racionales. Este modelo nos recuerda a la propuesta orteguiana: Dios no es un punto de vista más sino la suma (la red, más bien) de todos los puntos de vista sobre el universo.²⁹⁰

Hay otros seres sentientes en el mundo, en nuestra tierra, pero habitan mundos diferentes del nuestro. No podemos comprender cómo son sus mundos (no podríamos ni saber si sus juicios están formados por “conceptos”, en el sentido en que nosotros entendemos este término: si un león pudiera hablar, no le entenderíamos [T&R: 97]).

Los mundos de las distintas criaturas serían simplemente una proyección parcial y distorsionada de un único mundo, el mundo tal y como es en sí mismo. Los animales y otras criaturas sentientes o racionales que habitan (o habitaran) el universo habitan mundos distintos del nuestro, pero que lo intersecan. El sentido común nos puede decir que habitamos el mismo universo (el mismo mundo en sí) pero que al tener órganos sensoriales distintos lo aprehendemos de modo diferente. Pero no podemos saber cómo sería su mundo, ni cómo el mundo en sí. Si el mundo está constituido por la totalidad de las proposiciones verdaderas, las proposiciones están constituidas por conceptos y no podemos imaginar proposiciones y conceptos si no es concebidos por una mente, y asimismo el mundo tal y como es en sí mismo no puede ser concebido independientemente de cómo es aprehendido por una mente.

Puede haber una realidad unitaria que todas las criaturas sentientes aprehendan en su modo particular solo si hay una mente que comprenda completamente la realidad como es en sí misma, y solo tiene sentido hablar de una realidad en sí misma si la suponemos aprehendida por tal mente.

En Dummett la noción de conocimiento divino aparece como correlato del mundo en sí mismo y la noción de mundo en sí mismo es el correlato de la percepción por Dios. Si ambas nociones solo fueran usadas como contraconceptos que nos permiten comprender mejor lo que *no* es Dios (o sea, lo que es el conocimiento humano, finito) y lo que *no* es el mundo en sí (es decir, lo que es nuestro mundo), no habría ningún problema. Pero el problema es que Dummett a menudo nos presenta una imagen de ese Dios y de ese mundo en sí.

¿Cómo sería el universo si no hubiera criaturas sentientes? ¿Qué diferencia habría entre un universo material creado por Dios sin criaturas sentientes y no haber

²⁹⁰ Cf. Ortega y Gasset: "La doctrina del punto de vista", cap. X de *El tema de nuestro tiempo*. Obras completas, vol. III. Madrid: Revista de Occidente, 1966, pp. 202-3.

creado Dios nada en absoluto? ¿Qué diferencia aportaría la *existencia* un universo no *percibido* por nadie?

There is nothing that would constitute the existence of a complex of radiation and of material objects if there were no beings to perceive any of it. [T&R: 97].²⁹¹

Esta mutua dependencia ente la noción de mundo en sí y la de Dios podría haberla resuelto Dummett manteniendo ambas nociones como conceptos límites y negativos, pero comprobamos cómo Dummett vuelve una y otra vez hacia la investigación de la cosa en sí y por ende a la investigación sobre Dios. Su antirrealismo se acerca al idealismo de Berkeley. La comprensión del universo material por Dios se somete al principio de que para la materia y la radiación existir consiste en la posibilidad de ser percibido o inferida su presencia. La diferencia entre ambos radica en que para Berkeley *existir es ser percibido*, mientras que Dummett, menos estricto, admite que *existir es la posibilidad de ser percibido o la posibilidad de inferir su percepción*. Finalmente parece que también en Dummett “el árbol en el claustro despoblado” necesita ser percibido por Dios para seguir existiendo, como en la rima de Ronald Knox.²⁹²

²⁹¹ Nada constituiría la existencia de un complejo de radiación y de objetos materiales, si no hubiera seres para percibirlo.

²⁹² There was a young man who said: “God
Must think it exceedingly odd
If He finds that the tree
Continues to be,
When there's no one about in the Quad”.
(Hubo un joven que dijo: “Dios
debe pensar de modo muy extraño
si considera que el árbol
continúa existiendo
cuando no hay nadie en el claustro”).

Hacia una teodicea

La noción del mundo en sí explicada a partir del conocimiento divino no nos resuelve los problemas de qué sea el mundo para nosotros. La noción de mundo en sí debería ser tan solo una noción límite que permitiera comprender qué *no* es nuestro mundo, pero que no supusiera ninguna heurística positiva. Por ejemplo, tal noción no nos ayuda a armonizar las verdades en diferentes niveles que se mantienen sobre nuestro mundo (verdades cotidianas y verdades científicas), ni nos disuade de luchar por adquirir una mejor descripción del mundo. Esta falta de armonía entre los distintos niveles de descripción o la carencia de una descripción neutral y satisfactoria es inevitable.

A pesar todo, sería de esperar que Dummett se mantuviera dentro de los límites de nuestro conocimiento y de nuestro mundo y que solo se apelara a la noción de realidad en sí y de Dios para explicar los límites de nuestro conocimiento y de nuestro mundo. Pero esto no lo cumple. Una vez llegados ante las puertas de lo inaccesible, la tentación de entrar ahí es demasiado grande, ¿quién se resistiría a echar un vistazo? Esto es lo que hace Dummett, desoyendo sus propias normas: la metafísica de límites da paso a una auténtica teodicea, hacia un completo desarrollo de la idea de Dios y sus relaciones con el mundo.

¿Dios es el creador del mundo? Si Dios es creador del mundo, el mundo no necesita estar completamente determinado, no necesita estar sometido al principio de bivalencia. Si no le exigimos a un autor de ficción que haya dado cuenta de cada detalle de su mundo de ficción, ¿por qué debería Dios haber sido limitado por tal principio? Los defensores de la metafísica realista responden que la creación del mundo es la creación de algo real mientras que la creación realizada por un autor de ficción es una mera fantasía. Puedes imaginar un pájaro sin especificar el color pero no puedes crearlo sin darle uno u otro color. Alegan que lo real ha de estar completamente determinado, sea o no Dios su creador. Dummett contra-argumenta alegando que siendo Dios el creador del mundo ha de ser mucho más libre para dejar detalles indeterminados que un autor humano. Nosotros solo podemos hacer un objeto físico manipulando materia preexistente, pero Dios crea con su pensamiento. Si Dios no concibió alguna parte de su creación como completamente determinada en todos sus aspectos, entonces no está completamente determinada.

¿Dios es omnisciente? El rechazo de la bivalencia y del realismo produce a nivel metafísico la limitación sobre el determinismo y la omnisciencia divina. La propuesta de Dummett es que Dios conoce las verdades que existen, si no hay verdades en cierto ámbito, Dios no tiene por qué conocer “verdades” que no existen. Hay huecos en la realidad, cuestiones que no tienen respuesta, Dios no conoce la respuesta a tales cuestiones: Él conoce todo lo que hay que conocer, pero no más que eso.

¿Dios es eterno? Es un error imaginarse a Dios existiendo *antes* de la creación, en un tiempo sin fin sobre un universo vacío, y que luego en un momento dado realiza el acto de creación. No hay cambio sin tiempo, luego el tiempo no es Dios ni parte de Dios, sino que el tiempo es creado por Dios junto con el mundo. No tiene sentido plantearse cómo eran las cosas antes de que nada cambiara. Aunque como es correcto hablar del tiempo solo como aquello en que los sucesos tienen lugar, es también correcto decir que el universo ha existido siempre, sea su edad finita o infinita. Del mismo modo, es correcto decir que Dios ha existido siempre, pero es sinsentido decir que ha existido *antes* de hubiera algún tiempo: si el universo tiene una edad finita, entonces el tiempo tiene un cero absoluto.

¿Dios posee una voluntad? El conocimiento por Dios de cómo son las cosas constituye el ser de las cosas, su verdad, luego Dios es creador del mundo. Pero la cuestión “¿Qué hace a las cosas ser como son?” es distinta a “¿Por qué son las cosas como son?”, la primera se refiere al conocimiento de Dios, la segunda a su voluntad. Ahora bien, en Dios no hay distinción entre pensamiento y actuación, su conocimiento del mundo es al mismo tiempo el acto creador del mundo. La voluntad se aplica a seres capaces de acción, Dios actúa en cuanto que es creador, luego Dios ha de tener voluntad.

¿Dios posee voluntad libre? Un ser con voluntad ha de ser capaz de actuar pero también de elegir, de elegir una acción a realizar entre un rango de alternativas posibles. Puesto que Dios actúa, al hacerlo es obvio que realiza una opción entre las múltiples posibilidades, y si tiene voluntad esta elección no puede ser siempre arbitraria. Ha de elegir entre las posibles consecuencias, la elección ha de hacerse por una razón, las consecuencias motivan la acción de Dios.

¿Dios es omnipotente? ¿Puede frustrarse la voluntad de Dios? Parece imposible puesto que Dios tendría poder para prevenirlo, pero la repetida y general (*repeatedly and massively*) desobediencia a los diez mandamientos parece corroborar la frustración de la voluntad divina. Para esto, Dummett distingue entre su voluntad inmediata (a la

cual podemos desobedecer (ejemplos, *to commit murder and adultery, to lie and act cruelly* [T&R: 106]²⁹³) y su voluntad general. Pero además del pecado humano, fruto de nuestra libre voluntad, ¿cómo encajan con el poder divino las catástrofes naturales, las enfermedades, la violencia del reino animal? Es el intento de buscar una explicación racional de la existencia del mal junto a la bondad de Dios, cuestiones que constituyen una auténtica teodicea.

Y por último, ¿Dios existe? Dummett como creyente (católico) acepta la existencia de un ser omnisciente, cuyo conocimiento constituye la verdad y que por lo tanto es el creador. Pero la cuestión es si la filosofía puede resolver esta cuestión:

Finally, can philosophy settle what is surely the most important question of all, whether there are rational grounds for believing in the existence of God? There seems to me every reason to think that it can, and will even do so in the lifetimes of our great-grandchildren [N&FoP: 151].²⁹⁴

Su propia creencia es que la cuestión de la existencia de Dios puede ser resuelta positivamente e incluso, como católico, se siente implicado en tal tarea. Aunque no ofrece una prueba formal de la existencia de Dios, sí apunta que tal prueba pueda quizá deducirse de las leyes morales: en cuanto que las leyes morales no son meras regularidades como las leyes científicas, no tenemos derecho a hablar sobre la ley moral, excepto si postulamos un legislador. Este argumento es muy similar al segundo postulado kantiano de la razón práctica, excepto en que para Kant es tan solo un postulado, no una demostración, es una hipótesis que se propone para que nuestra obediencia a las leyes morales tenga sentido, pero no constituye ninguna demostración.

Dummett reconoce una limitación a su argumento para demostrar la existencia de Dios a partir de la ley moral: el argumento demostraría que Dios tiene una voluntad hacia nosotros, los humanos, pero faltaría por probar que Dios tiene una voluntad en general.

¿Qué fuerza probatoria tendría un argumento de demostración de la existencia de Dios? Dummett no llega al extremo de plantear que si la cuestión de la existencia de

²⁹³ ... cometer asesinato y adulterio, mentir y actuar con crueldad.

²⁹⁴ Finalmente, ¿puede la filosofía establecer la que es seguramente la cuestión más importante de todas, si hay fundamentos racionales para creer en la existencia de Dios? Me parece que hay razón para creer que puede, y que seguirá habiéndola en vida de nuestros bisnietos.

Dios fuera resuelta negativamente, todos los filósofos creyentes se convertirían en ateos, ni que si fuera resuelta positivamente, todos los filósofos incrédulos, se convertirían en creyentes. Pero de acuerdo con la lógica intuicionista del justificacionismo, el único argumento convincente de que no se puede demostrar la existencia de Dios sería demostrar que Dios no existe. Inversamente, el único argumento convincente de que se puede probar la existencia de Dios sería demostrar que Dios existe.²⁹⁵

²⁹⁵ The only convincing argument that God cannot be shown to exist would show that he does not exist, from an intuitionist standpoint, these are the same thing. Conversely, the only convincing argument that God can be shown to exist would show that he does [*N&FoP*: 152]. (El único argumento convincente de que no puede mostrarse que Dios existe sería mostrar que no existe, desde un punto de vista intuicionista son la misma cosa. A la inversa, el único argumento convincente de que puede mostrarse la existencia de Dios, mostraría que existe).

CONCLUSIONES

CONCLUSIONES

La filosofía de Michael Dummett es una gran desconocida en España y en los países de habla hispana. De su obra tan solo hay traducidos al español un único libro (*Verdad y otros enigmas*, FCE) y unos pocos artículos. Sin embargo, Dummett es una figura relevante dentro del panorama de la filosofía analítica, destacando en concreto en dos campos principales, en la filosofía de las matemáticas como impulsor del intuicionismo, y en las disputas metafísicas entre el realismo y el antirrealismo.

Confiamos en que el presente trabajo contribuya al conocimiento y reconocimiento entre nosotros de la filosofía de Michael Dummett. Sobre la misma, hemos intentado ofrecer una visión de conjunto que consideramos tiene asimismo un apreciable nivel de profundidad, sin renunciar a presentar las valoraciones que hemos visto oportunas. La exposición del pensamiento filosófico de Michael Dummett se ha llevado a cabo siguiendo el criterio de máxima claridad didáctica posible y buscando su enraizamiento en los grandes temas de la tradición filosófica occidental. Para ello nos hemos basado fundamentalmente en la propia obra de Dummett, manteniendo la originalidad de nuestro trabajo tanto en la exposición del pensamiento de Dummett como en la valoración del mismo. Somos conscientes de la necesidad de desarrollos futuros de este trabajo, en concreto al menos en dos niveles: por un lado, la publicación en español de exposiciones de la obra de Dummett que sirvan como manuales de consulta acerca de su filosofía; por otro, el análisis de aspectos concretos de su pensamiento que puedan ser aplicados en campos como la filosofía de las matemáticas, la filosofía del lenguaje o la metafísica.

En nuestro recorrido por la obra de Michael Dummett hemos pretendido mostrar su filosofía como una filosofía de lenguaje: una filosofía del lenguaje sistemática que se elabora a través de una teoría del significado justificacionista, con metodología y estructura fregeanas, que, bajo el lema de Wittgenstein “el significado es el uso” y a partir del modelo de las matemáticas intuicionistas, produce una metafísica antirrealista.

Las conclusiones siguientes buscan presentar una recapitulación de los resultados obtenidos durante nuestro estudio de la obra de Dummett, haciendo una valoración de lo que consideramos sus aportaciones más destacadas.

1. La filosofía del lenguaje del Michael Dummett: de la teoría del significado a la metafísica

Filosofía del lenguaje

Michael Dummett se inscribe dentro de la tradición analítica concibiendo su filosofía como una filosofía del lenguaje. La tesis de partida es que la clarificación lógica de nuestros pensamientos solo puede alcanzarse a través de la clarificación lógica de las sentencias de nuestro lenguaje. Esto quiere decir que el método de la filosofía no puede ser otro que el análisis del lenguaje. La filosofía del lenguaje ya no es una rama de la filosofía sino la raíz de la misma, el único método posible de hacer filosofía rigurosa.

De tal modo, una filosofía del lenguaje que quiera ser sistemática ha de comenzar preguntándose en qué consiste nuestro lenguaje, cómo funciona nuestro lenguaje, o lo que es lo mismo, en qué consiste tener significado para las palabras y expresiones de nuestro lenguaje: esto es, el núcleo de una filosofía del lenguaje ha de ser una teoría del significado para nuestro lenguaje. A diferencia del lingüista que se pregunta por el significado de palabras y expresiones concretas de nuestro lenguaje, por el funcionamiento de una lengua concreta, el filósofo del lenguaje se pregunta de modo mucho más abstracto y general por el significado de *significar*, por el funcionamiento del lenguaje en general.

Así Dummett hace de su filosofía una filosofía del lenguaje y de su filosofía del lenguaje una teoría del significado, y solo una vez elaborada una satisfactoria teoría del significado permitirá finalmente construir una metafísica.

Podemos hacer notar cómo en la concepción analítica asistimos a un alejamiento de la filosofía respecto de la metafísica. En algunos casos, como en el neopositivismo, se llega a negar la posibilidad de una metafísica, más aún se declara que la metafísica carece de sentido. En otros, como en el propio Dummett, la metafísica tiene su lugar dentro de la filosofía, un lugar por cierto importante pero no prioritario, pues la metafísica se reserva como una consecuencia obtenida a partir de bases semánticas previas.

De este modo, la filosofía de Dummett también se ocupa de la realidad, pero, al modo de la escuela analítica, lo hace intentando clarificar los conceptos por medio de los cuales concebimos esta realidad y por tanto intentando clarificar las expresiones del

lenguaje por medio de las cuales formulamos nuestros conceptos. Solo por medio del análisis lingüístico podemos adentrarnos en las estructuras del pensamiento y solo por medio del pensamiento aprehendemos la realidad.

Observado con amplia perspectiva, el proceso de transformación de la filosofía a lo largo de su historia ha seguido profundizando esta pauta de alejarse de las cuestiones metafísicas: la metafísica ha dejado paso a la epistemología y ésta a la filosofía del lenguaje. En un primer momento, la filosofía de la antigüedad entiende la filosofía como una reflexión sobre la naturaleza de la realidad. Su pregunta fundamental se formula así: ¿qué es la realidad? (o también ¿qué es el ser?). En un siguiente paso, la edad moderna concibe la filosofía como una reflexión sobre el pensamiento como único medio de acceder a la realidad: ¿qué es el pensamiento? (o también ¿qué es el conocer?). Por último, en el siglo XX, especialmente en el ámbito anglosajón, se produce un nuevo giro, el denominado “giro lingüístico” de la filosofía: la filosofía es una reflexión sobre el lenguaje como único medio de acceder al pensamiento (y, en su caso, a la realidad). Con cada uno de estos giros filosóficos ha ido alejándose progresivamente la aspiración inicial, como si a medida que la filosofía iba madurando fuera haciéndose consciente de la dificultad de llegar a la realidad misma, primero conformándose con una filosofía del pensamiento y a continuación resignándose a una filosofía del lenguaje.

Esta retirada de la filosofía, desde la realidad, primero hasta el pensamiento, y luego hasta el lenguaje, supone un aumento del escepticismo acerca de las posibilidades de la filosofía, que se corresponde con el aumento de las exigencias de rigor planteadas. Pareciera como si al incrementar el rigor se perdiera ingenuidad y se ganara escepticismo.

Por eso, la cuestión siguiente que nos hacemos es si, en el caso de Dummett, la búsqueda de rigor y el método escéptico permiten arribar a conocimientos seguros o si por el contrario el escepticismo mismo se convierte en meta y llegada de la filosofía.

El dilema entre sistematicidad y relativismo (la herencia de Frege y Wittgenstein)

La propuesta filosófica de Dummett consiste en postular su filosofía del lenguaje como una “gramática del pensamiento” (*the grammar of thought*): qué tiene y qué no tiene sentido decir y por tanto qué puede y qué no puede ser pensado inteligiblemente. La expresión está recogida de lo que Wittgenstein denomina “observaciones

gramaticales” (*grammatical remarks*) y se refiere no solo a reglas sintácticas sino sobre todo a reglas semánticas, no solo qué expresiones están bien formadas sino sobre todo qué tipo de significado tienen tales expresiones. La construcción de una gramática del pensamiento responde a la búsqueda por Dummett de una sistematicidad en la filosofía que supere las opciones escépticas.

El escepticismo dentro de la filosofía del lenguaje está representado, según Dummett, por Wittgenstein. Es compleja la relación filosófica de Dummett con Wittgenstein. Dummett comparte con Wittgenstein el que será el lema general de su teoría del significado: “el significado es el uso”. Sin embargo, más allá de esta concepción amplia del significado como “práctica lingüística de los hablantes” que Dummett utiliza para su propio proyecto, no hay mayores puntos de contacto entre ambos filósofos. Dummett, que trató en contadas ocasiones a Wittgenstein en los últimos años de éste en Cambridge, nunca llegó a “encontrarle el punto” (*come to terms*) a la filosofía de Wittgenstein y leyéndolo, relata, “uno tiene a menudo la sensación de no saber a donde va”, cómo sus lúcidos y profundos comentarios a veces “parecieran perder el norte” (*they seem to miss the point*).²⁹⁶

El eje fundamental de la separación de Dummett frente a Wittgenstein es la asistematicidad del pensamiento de éste, quien nunca aceptó que fuera posible dar cuenta sistemáticamente de la riqueza y abigarramiento (*moetly*) de los juegos del lenguaje (*language-games*). Por el contrario, en Dummett, observar, describir y comentar estos juegos del lenguaje no es suficiente: si una filosofía del lenguaje nos ha de ofrecer un explicación de cómo funciona el lenguaje, nos ha de ofrecer una teoría sistemática del significado, la cual ha de contener en su interior una teoría semántica también sistemática y, como sabemos, la semántica tiene que ver con la verdad y por tanto con la realidad: la semántica tiene consecuencias metafísicas. Esto es lo que no le puede ofrecer Wittgenstein y que sin embargo sí encuentra en Frege.

I have never been able to swallow the contention that there are no genuine philosophical arguments, arriving at genuine conclusions. In this respect, Frege is my exemplar, not Wittgenstein [*PoMD*: 53].²⁹⁷

²⁹⁶ Often, in reading him, one has the feeling “I don’t know where we are going” [*PoMD*: 54].

²⁹⁷ Nunca he sido capaz de tragar la opinión de que no hay argumentos filosóficos genuinos que lleguen a conclusiones genuinas. En este sentido, Frege es mi ejemplo, no Wittgenstein [*PoMD*: 53].²⁹⁷

La metodología y la estructura de la filosofía del lenguaje de Dummett se basan en Frege, aunque los resultados de ambos sean bien opuestos, porque las herramientas conceptuales y los principios con los que construir la teoría del significado y su teoría semántica subyacente están tomados de Frege: sistematicidad frente a escepticismo, antimentalismo y antipsicologismo, sentido y valor semántico, fuerza y tono, principio de contexto y principio de composicionalidad, todo ello procede de Frege. Si sus filosofías difieren tanto, es en primer lugar por su enfrentamiento acerca de un solo principio, el principio de bivalencia. La aceptación (por Frege) y el rechazo (por Dummett) de este principio producirán dos semánticas diferentes, dos teorías del significado divergentes y, como consecuencia, dos metafísicas opuestas. Pero, por mucho que sus metafísicas sean opuestas, podemos concluir que la filosofía del lenguaje de Dummett es *fregeana*.

La filosofía del lenguaje de Dummett no solo quiere describir el lenguaje también necesita criticarlo, no solo es descriptiva sino también normativa. Ahora bien, ¿cuál es el criterio que nos permite establecer las normas con las cuales criticar el lenguaje? Este es uno de los puntos de máxima dificultad en la filosofía de Dummett por la tensión entre el componente (fregeano) de sistematicidad, que busca apartarse de cualquier forma de relativismo, y el pragmatista (de Wittgenstein), resultado de definir el significado como uso. Siendo el uso una práctica social del lenguaje, ¿no es inevitable el pragmatismo? El significado de las palabras y expresiones de nuestro lenguaje viene dado por las reglas de su uso, reglas que son válidas para todos los hablantes del lenguaje, estas reglas no descansan en una autoridad externa sino en una práctica común, en un acuerdo común. Y, como en todo acuerdo, las reglas se ponen y se quitan por la voluntad, consciente o inconsciente, de los actores.

Hay dos líneas de argumentación en Dummett frente a la deriva relativista que pudiera contenerse en la consideración pragmatista del significado. La primera nace del antisolipsismo consustancial a la filosofía de Dummett y que se corona con en el argumento contra el lenguaje privado. La segunda se construye sobre el requisito de armonía.

En la primera línea de argumentación contra el relativismo, observamos que el antisolipsismo resulta al considerar que el significado de las palabras y expresiones de nuestro lenguaje no nace del acto mental privado de un hablante individual del lenguaje, sino que el significado se le impone al hablante mediante las normas surgidas en una práctica común. Las reglas se pueden romper y cambiar, pero *están ahí* en el uso del

lenguaje y establecen lo correcto y lo incorrecto, que el hablante ha de asumir. No hay posibilidad de ningún tipo de relativismo solipsista. Tampoco el significado y las normas del lenguaje pueden ser relativos a cada lenguaje concreto, a cada “forma de vida” (en la expresión de Wittgenstein). El argumento contra el lenguaje privado, recogido por Dummett a partir de Wittgenstein, y el requisito de manifestabilidad (toda justificación ha de poder ser pública y manifiesta) quieren anular el escepticismo sobre la traducción entre lenguas: la traducción entre distintas lenguas es posible y es también posible el aprendizaje de otras lenguas.

Es dudoso, sin embargo, que el argumento del lenguaje privado sea suficiente para despachar el riesgo de relativismo inherente en la noción de “formas de vida”. Es difícil deshacerse del relativismo para una filosofía que define el significado como uso. Está claro que si un individuo usa incorrectamente el significado de una palabra o expresión la comunidad puede advertirle del error, que si las afirmaciones y creencias de un individuo son incorrectas chocarán con las de la comunidad. Pero ¿y si la comunidad entera mantuviera afirmaciones o creencias erróneas, podría ser ello considerado un “error”? ¿Está justificado lo que la comunidad *decide* que está justificado? Más aún, ¿es verdadero lo que la comunidad decide que es verdadero? Desde luego que Dummett jamás aceptaría una definición de verdad ni de justificación de este tipo, pero habría que admitir que el célebre ejemplo de Wittgenstein del “escarabajo en la cajita” no refuta el relativismo subyacente en este tipo de pragmatismo: si todo el grupo acordara llamar “escarabajo” a lo que, sea lo que fuere, contuviera la cajita, no por ello la cajita contendría “la misma cosa”. En resumen, a nuestro juicio, el argumento contra el lenguaje privado refuta el relativismo del individuo concreto (solipsista) pero no el relativo a una comunidad concreta.

La segunda línea de argumentación de Dummett frente al relativismo la constituye el principio de armonía en el lenguaje. El principio de armonía viene a satisfacer la necesidad de normatividad propia de una filosofía del lenguaje sistemática. La filosofía del lenguaje no puede conformarse con describir sino que también ha de prescribir, ha de establecer normas sobre lo que tiene sentido decir y lo que no tiene sentido decir (lo que se puede significar y lo que no es posible significar). El concepto de armonía está contenido en la teoría justificacionista del significado.

La *armonía* en el lenguaje consiste en justificar nuestras declaraciones bajo el principio de las *razones* para su afirmabilidad y al mismo tiempo bajo el principio de las *consecuencias* de aceptación. Ni razones ni consecuencias pueden entenderse de modo

meramente pragmatista, como aquello que la práctica social consagra. Un pragmatismo que definiera la justificación como “acuerdo razonable”, estaría considerando la justificación como relativa al grupo social en que tiene lugar el acuerdo. De este modo, el requisito de armonía supone una nueva línea de defensa frente al escepticismo.

De cualquier modo, la búsqueda de sistematicidad en la filosofía de Dummett, sin hacer concesiones a ningún tipo de relativismo o escepticismo, se concreta en la elaboración de una teoría del significado que dé cuenta del significado de las palabras, expresiones y sentencias de nuestro lenguaje y que constituya una base firme para avanzar hacia la justificación de una apropiada metafísica.

La teoría del significado

La filosofía de Dummett, concebida como una filosofía del lenguaje rigurosa, se enfrenta a la tarea de elaborar una teoría del significado para nuestro lenguaje: explicar en qué consiste nuestro lenguaje es ofrecer una teoría que dé cuenta de cómo adquieren su significado las palabras, expresiones y sentencias de nuestro lenguaje. Una teoría del significado no es un manual de traducción pues éste se limita a explicar los significados de las expresiones de un lenguaje en función de sus significados en otro lenguaje pero no da cuenta de la cuestión fundamental: en qué consiste significar.

El reto de una teoría del significado es proporcionar los medios de generar la explicación del significado de los términos y expresiones de nuestro lenguaje. Tal teoría contendrá los elementos básicos de significado (*axiomas*), los cuales mediante la aplicación de ciertas operaciones (*reglas*), arrojarán la explicación del significado de las expresiones complejas (*teoremas*) a partir de sus componentes.

En aras de alcanzar la exigencia de sistematicidad, Dummett comienza a elaborar su teoría del significado a partir de los elementos y la estructura de la teoría del sentido de Frege:

- Las categorías semánticas en nuestro lenguaje: sentencia, nombre propio, predicado, conectiva y cuantificador.
- La distinción entre sentido y valor semántico.
- Los elementos del significado: sentido, fuerza y tono.
- El principio de contexto y el principio de composicionalidad.

Dummett elabora una teoría del significado *molecular* a partir del principio de contexto fregeano (“Solo en el contexto de una sentencia tiene una palabra

significado”): la unidad fundamental de significado es la sentencia (“molécula”) y no la palabra (“átomo”). El principio de composicionalidad determina que el significado de una expresión compleja del lenguaje es función del significado de las expresiones que la componen y del modo en que se combinan. Ambos principios en conjunto establecen el modo sistemático en que se constituyen y se relacionan los significados de los elementos de nuestro lenguaje, y al mismo tiempo le permiten a Dummett separarse del holismo. En el holismo el conocimiento del significado de cualquier palabra o expresión supone conocer la totalidad del lenguaje, lo cual arroja a la circularidad la explicación de los significados e impide cumplir con el requisito de sistematicidad en la teoría del significado.

La amplia herencia de Frege tiene sin embargo unos límites. Porque de hecho Frege no se propuso elaborar una teoría del significado, aunque al realizar una teoría semántica y una teoría del sentido, unido a su distinción entre sentido, fuerza y tono, sí que llevó a cabo sin proponérselo una completa teoría del significado. Precisamente en la teoría del significado reside el punto en el que Dummett no siguió a Frege: no lo siguió en el principio fregeano de que el significado de una sentencia ha de venir dado por sus condiciones de verdad, lo cual para Dummett es una reducción de la teoría del sentido a la teoría de la referencia, una primacía del pensamiento sobre el lenguaje, que impide tener en cuenta que el sentido (componente principal del significado) de una sentencia tiene que consistir en la *comprensión* del significado por parte del hablante. ¿Cómo podría haber sentido si no es por medio de la sentencia que un hablante declara?

A partir de esta divergencia frente a Frege, Dummett rechaza las tradicionales teorías del significado veritativo-condicionales oponiéndoles su teoría justificacionista del significado. El problema de la teoría de Frege y de las demás teorías veritativo-condicionales consiste en que solo son capaces de ofrecer explicaciones del significado circulares o vacías. El ejemplo de circularidad lo ofrecen las teorías minimalistas del significado (como la *descitacional*) en que el significado de una sentencia viene explicado por otra T-sentencia: se explica el significado de una sentencia en términos de las condiciones de verdad de otra sentencia la cual especifica que la anterior es verdadera bajo tales y cuales condiciones. En general las teorías veritativo-condicionales son vacías en cuanto que no cumplen el *requisito de manifestabilidad*: si el significado es algo que comprende el hablante, éste ha de poder manifestarlo, mientras que si el significado consiste en las condiciones de verdad podría darse el caso de que una sentencia sea verdadera sin que el hablante conozca las condiciones que

harían verdadera la sentencia; por ejemplo, dada una sentencia no-decidible, se supone que es bien verdadera o bien falsa sin que el hablante sea capaz de *conocer* qué condiciones harían verdadera a la sentencia (no dispone de medios efectivos para decidir si es verdadera). Como consecuencia, estas teorías conllevan una aceptación de la validez general del principio de bivalencia, lo cual para Dummett es insostenible.

Que el significado de una sentencia sea su condición de verdad supone que toda sentencia es verdadera o falsa de modo determinado, aunque no conozcamos si es verdadera o falsa. La verdad es independiente de nuestro conocimiento. Luego en las teorías veritativo-condicionales la verdad queda sin explicar. La consecuencia es una posición metafísica realista: hay una realidad, independiente de nuestro conocimiento, que determina si una sentencia es verdadera o falsa. El realismo es una consecuencia de la aceptación del principio de bivalencia, el cual es está contenido en la teoría del significado veritativo-condicional. Por esto mismo, de acuerdo con Dummett, el ataque hacia la metafísica realista no puede ser un ataque directo sino hacia la teoría veritativo-condicional que la sustenta.

La razón de fondo es que las teorías veritativo-condicionales del significado no encajan en una genuina filosofía analítica pues se resisten a aceptar una definitiva primacía del lenguaje sobre el pensamiento, no dicen nada sobre cómo hablar un lenguaje, no dan cuenta del conocimiento práctico del lenguaje. La única salida, propone Dummett, consiste en sustituir la verdad como noción central de la teoría del significado por la de justificación.

El valor de la propuesta de la teoría del significado de Dummett y de su crítica a las veritativo-condicionales reside en su coherencia interna: asistimos a la presentación de un principio fundamental, la primacía del lenguaje sobre el pensamiento, y a partir de él se van derivando las consecuencias para la elaboración de una teoría del significado que pueda ejercer como núcleo de una genuina filosofía del lenguaje. Frege le ofrece a Dummett las herramientas necesarias para realizar esta tarea, pero ello no supone la aceptación íntegra de la filosofía de Frege, pues el resultado final será bien distinto en ambos pensadores.

Dummett ha recibido muchas críticas por su interpretación de la filosofía de Frege, algunas hirientes²⁹⁸, pero nunca pretendió ofrecer una historia literal de los

²⁹⁸ Por ejemplo, BAKER, G.P. & HACKER, P.M.S. (1987) "Dummett's Dig: Looking-Glass Archaeology", *Pil Quart* 37, 86-99, Ja 87 y también en (1989) "The Last Ditch", *Phil Quart* 39, 471-477, O 89. Backer & Hacker no quieren que la filosofía de Frege "desaparezca de la vista en la lluvia de barro vomitada por la

escritos de los pensadores sino una historia abierta y rica de las *ideas* [OoAP: viii]. El valor de su interpretación de Frege reside en que, además de rescatar la lucidez y el rigor de Frege para la filosofía contemporánea, Dummett nos ofrece un sistema filosófico propio y coherente, cuyas consecuencias finales en la teoría metafísica resultante valoraremos más adelante.

El justificacionismo

La teoría del significado de Dummett recibe el nombre de *justificacionista*, evitando así las connotaciones que conlleva la denominación de *verificacionista*. Esta teoría es la generalización para todo el ámbito del discurso de la teoría intuicionista del significado en las matemáticas, sustituyendo la noción de prueba matemática por la de justificación.

De acuerdo con esta teoría, la comprensión de un enunciado viene dada por nuestra capacidad de *reconocer* una justificación de tal enunciado cuando se nos presenta. En el caso matemático se reconoce qué cuenta como prueba del enunciado, ahora de modo general se reconoce qué cuenta como evidencias, razones o inferencias que *justifican* nuestra afirmación del enunciado. Justificar quiere decir demostrar la verdad. La noción de verdad sigue jugando un papel importante en esta teoría del significado pero ya no es la noción central de la misma, lo es la de justificación. La noción de significado es prioritaria, en el orden de la explicación, respecto a la de verdad. El significado de una sentencia ya no consiste en la condición de verdad de la sentencia sino en nuestra capacidad de reconocer su verdad cuando se nos presenta.

Del tal modo que una teoría justificacionista del significado es aquella en que la comprensión del significado de un enunciado consiste en la capacidad para *reconocer* la justificación (prueba o evidencia) cuando se presenta: el significado es el *uso* de la expresión por los hablantes del lenguaje. Al decir que comprender una sentencia consiste en nuestra capacidad de reconocer su verdad o su falsedad “cuando se nos presenta”, nos referimos a que podría suceder que actualmente no dispongamos de medios efectivos para conocer su verdad (puede que no estemos adecuadamente situados) pero si dispusiéramos de los medios efectivos (si estuviéramos adecuadamente situados) reconoceríamos la verdad o falsedad de la sentencia.

pala frenética de Dummett" (*to disappear from view in the rain of mud thrown up by Dummett's frenetic spadework*) ["The Last Ditch": 477].

El problema que las sentencias no-decidibles planteaban a la teoría veritativo-condicional del significado ya no se produce en la teoría justificacionista. Hay sentencias que no son ni verdaderas ni falsas pero sí tienen significado. El significado ya no es la condición de verdad sino nuestra capacidad de reconocer la verdad y el principio de bivalencia no se admite para las sentencias no-decidibles. La consecuencia del rechazo del principio de bivalencia es el rechazo del realismo: no tiene sentido la existencia de una realidad que exista independiente de nuestra capacidad de conocerla, es decir, se postula una metafísica antirrealista.

La teoría justificacionista del significado responde al cambio de punto de vista que Dummett quiere para la filosofía del lenguaje: el significado no puede ser algo externo a los hablantes del lenguaje, sino lo que estos *comprenden* cuando emiten o reciben una sentencia, expresión o palabra del lenguaje. Al hacer de la justificación la noción central de su teoría del significado, Dummett adopta el punto de vista de los hablantes del lenguaje: el significado es una práctica lingüística, es el uso, es la comprensión (*understanding*). Por tanto, la teoría justificacionista del significado es la representación teórica de una habilidad práctica.

A nuestro juicio, dos peligros entraña este nuevo punto de vista sobre el significado: el psicologismo y el convencionalismo.

En primer lugar, Dummett no quiere esta concepción del significado suene a nada psicologista: el significado no puede consistir en un suceso en la mente de los sujetos hablantes del lenguaje. Por ello concibe su teoría como un conjunto de axiomas (unos principios generales) que gobiernan los teoremas, los cuales dan cuenta de una específica habilidad práctica, por ejemplo, la habilidad de reconocer si una sentencia concreta está bien formada o no. Del significado de una sentencia han de derivarse todas las características de su uso, todo lo que un hablante debe saber para usarla correctamente, incluso las razones que justifican la verdad de la sentencia (cuando es verdadera). La teoría del significado ha de ser una *teoría*, con estructura lógica objetivable, no una mera descripción naturalista de lo que sucede en el interior de la mente de los hablantes del lenguaje.

En segundo lugar, tampoco quiere Dummett que su teoría del significado caiga en el convencionalismo. El eslogan de Wittgenstein (“el significado es el uso”) consagra el carácter social del lenguaje y en Wittgenstein el uso y la práctica son el criterio último de normatividad, y ello es el motivo que le impide a la filosofía realizar una tarea prescriptiva: la filosofía según Wittgenstein sería meramente terapéutica, sin

posibilidad de crítica ni revisión sobre la práctica y el uso que la comunidad de hablantes hace del lenguaje. Dummett, por el contrario, acepta el carácter social del lenguaje pero no renuncia al aspecto normativo de su teoría del significado: se ha de poder revisar y criticar la práctica social.

Aquí es donde juega su papel el *principio de armonía*: cuando los hablantes de un lenguaje comprenden una sentencia, ha de haber una armonía entre las *razones* que ofrecen para su afirmación y las *consecuencias* que se derivan de su aceptación. El requisito de armonía trata de compaginar el criterio verificacionista y el criterio pragmatista en la justificación de las sentencias de nuestro lenguaje. Por el primero, el significado se determina por las razones que tenemos para afirmar las sentencias de nuestro lenguaje, qué hemos de reconocer como verdadero. Por el segundo, el significado se determina por las consecuencias de aceptar tales afirmaciones, qué diferencias se producirían de aceptar o rechazar tales sentencias.

La tensión entre ambos criterios (sistematicidad y pragmatismo) es una constante no solo en su teoría del significado justificacionista sino a lo largo de toda la filosofía de Dummett. Con todo, hemos de aceptar que la principal aportación de la teoría del significado justificacionista consiste en que ya no es preciso postular la condición de verdad como algo que puede trascender las capacidades humanas de reconocerlo. Esto significa rechazar el principio de bivalencia: la teoría justificacionista exige una nueva teoría semántica que niegue la validez general del principio de bivalencia, lo cual tiene sus consecuencias en el sistema lógico y hasta en la metafísica.

La teoría semántica

La teoría de la referencia de Frege explica cómo una sentencia se determina como verdadera o falsa en función de los elementos que la constituyen. Así entendida y de acuerdo con Dummett, hemos visto cómo la teoría de la referencia de Frege constituye la primera teoría semántica.

La teoría semántica fue desarrollada por los lógicos para ofrecer una justificación de sus sistemas lógicos. Puesto que la lógica es el estudio de las inferencias válidas, la semántica es uno de los métodos que permiten validar las reglas de inferencia de la lógica. La teoría semántica explica cómo se determina el valor de verdad de los enunciados de nuestro lenguaje y cómo fluye esta verdad a través de las relaciones entre

enunciados (por ejemplo, desde las premisas hasta la conclusión). La semántica tiene como función justificar la lógica.

Pero lo cierto es que una teoría semántica no es por sí misma una teoría del significado. La teoría del significado ha de dar cuenta de lo que conoce el hablante del lenguaje cuando *comprende* una expresión del lenguaje. Un hablante puede conocer el significado de una sentencia y no conocer su referencia (no conocer su valor de semántico).

¿Qué relación hay entre teoría semántica y teoría del significado? Cuando Dummett construye su teoría del significado lo hace sobre la teoría del sentido de Frege. El sentido es el componente principal del significado, aunque en el significado intervienen también la fuerza y el tono. La teoría del sentido de Frege constituiría la parte principal de su teoría del significado. Pero la teoría del sentido de Frege se construye sobre la teoría de la referencia: el sentido es el modo en que se nos da la referencia y el sentido de una sentencia es su condición de verdad. Con lo cual el resultado, como hemos visto, es una teoría del significado veritativo-condicional, una teoría del significado cuya noción central es la verdad, donde el significado se reduce a la referencia y donde por tanto se pierde el más carácter más específico del significado, la comprensión.

Si, como sucede en Frege, el sentido se explica en función de la referencia, entonces la relación entre el sentido y las palabras o expresiones de nuestro lenguaje queda sin explicar, lo cual es inaceptable en una genuina filosofía analítica. ¿Cómo podríamos captar un sentido si no es por medio de la expresión o sentencia de nuestro lenguaje que lo expresa? En la teoría del significado de Frege hay un olvido del lenguaje, hay un olvido del punto de vista de hablante del lenguaje, un olvido de que el significado es aquello que comprende el hablante del lenguaje.

Una genuina filosofía del lenguaje, como exige Dummett, no puede pagar tan alto precio. Si el lenguaje ha de ser prioritario en el orden de la explicación sobre el pensamiento, la noción de significado (comprensión) no ha reducirse a la de verdad, la teoría del significado no ha reducirse a la teoría semántica, sino más bien al contrario.

Una teoría del significado gira en torno a la noción de comprensión, una teoría semántica gira en torno a la noción de verdad (u otra noción sustitutoria, como la de afirmabilidad, como la de verdad en un mundo posible...). Una teoría semántica se construye en el interior de la teoría del significado y se justifica a partir de ella frente a otras teorías semánticas rivales. A partir de la teoría semántica podremos decidir la

elección entre distintos sistemas lógicos, mostrando la justificación o rechazo de las leyes lógicas, como por ejemplo la ley del tercio excluso. Finalmente, cuando seamos capaces de conocer qué significado tienen las palabras y expresiones y las constantes lógicas que usamos en nuestro lenguaje, podremos abordar los problemas filosóficos más generales y sobre todo las cuestiones metafísicas.

La teoría semántica de Dummett recoge la aportación de la teoría intuicionista del significado en el sentido de que ya no es preciso postular la condición de verdad como algo que trasciende las capacidades humanas de reconocerlo. El resultado es el abandono de la validez general del principio de bivalencia: hay sentencias, como las no-decidibles, que no son ni verdaderas ni falsas, pero pueden ser, y son, significativas mientras sean verificables. La teoría justificacionista del significado admite que hay sentencias que no están ni verificadas ni refutadas. En semántica esto da lugar al rechazo del principio de bivalencia.

Vemos cómo la teoría justificacionista del significado nos conduce hacia una semántica no-bivalente y hacia una teoría lógica no-clásica (que limite la validez del principio de tercio excluso). Es obvio que una semántica no-bivalente y una lógica no-clásica suponen un rechazo de muchas prácticas de razonamiento cotidianas, lo cual puede verse como un problema para una teoría del significado basada en la noción de comprensión (el significado es el uso por el hablante, lo que éste comprende), pero no hemos de olvidar que la filosofía del lenguaje de Dummett aspira a ser una filosofía normativa y no meramente descriptiva, luego puede permitirse una cierta revisión de las prácticas cotidianas.

Pero el aspecto de lo cotidiano con que más profundamente choca la teoría justificacionista es la tendencia general hacia el realismo: nuestra intuición nos empuja hacia una metafísica realista.

La metafísica antirrealista

En cierto modo, uno de los preconceptos más asentados en la cotidianidad es el compromiso con alguna forma de realismo. Dummett reconoce que todos tenemos una tendencia inicial a aceptar el realismo: la realidad es algo que se nos impone, que nos es dado y que ha de *estar ahí* independientemente de que nosotros la conozcamos.

El justificacionismo concibe el significado como algo que el hablante comprende, que el sujeto reconoce, lo cual es incompatible con la noción de algo

independiente de mi comprensión, de mi (re-)conocimiento. ¿Cómo podríamos comprender algo que no comprendemos? ¿Cómo podríamos (re-)conocer lo que no conocemos ni tenemos posibilidad de conocer?

La teoría del significado justificacionista *rechaza* el realismo, o sea, es antirrealista: la existencia de una realidad en sí misma independiente de mi conocimiento de ella es un sinsentido. Los preceptos de la práctica cotidiana y sus consecuencias metafísicas han de ser revisados. Pero además, la teoría del significado justificacionista *produce* una metafísica antirrealista. Este antirrealismo es consecuencia del rechazo a la bivalencia, rechazo que no es otra cosa que el rechazo a admitir la existencia de una “realidad” independiente de nuestra capacidad de conocerla. El antirrealista se niega admitir que comprender un enunciado, captar su significado, pueda consistir en algo supuesto independiente de nuestra capacidad de conocerlo. Captar el significado es captarlo por nosotros, el *significado* no es nada *en sí* mismo, sino *para nosotros*. Si filosofía es análisis del significado de nuestro lenguaje y el significado es algo construido por nosotros, la única opción coherente de hacer filosofía, de acuerdo con Dummett, es el antirrealismo.

Aunque Dummett ha arrastrado a lo largo de toda su carrera filosófica la etiqueta de “antirrealista”, nunca se ha sentido muy cómodo con ella. Desde un principio quiso plantear el debate realismo/antirrealismo bajo un nuevo enfoque (como una disputa sobre la teoría del significado) sin tomar partido por ninguno de ambos bandos, pero sus críticas al realismo eran tan fuertes que acabó siendo considerado como un auténtico antirrealista, y en cierto modo no sin razón, pues el antirrealismo en principio no consiste en otra cosa que un rechazo del realismo.

La novedad del planteamiento de Dummett en el debate sobre el realismo es centrar la discusión en torno a una determinada clase de enunciados para preguntarnos luego cómo podemos dar cuenta del significado de tales enunciados. Todas las cuestiones metafísicas han de ser traducidas a cuestiones previas sobre la teoría del significado de nuestro lenguaje. La metafísica es una consecuencia y no una premisa de nuestra teoría del significado.

Dummett nos presenta su proyecto filosófico como un proceso de *justificación*, cuya cimentación la proporciona su teoría del significado. Su teoría del significado nos permite justificar la teoría semántica sobre ella construida. La teoría semántica adecuada nos proporciona la justificación de las leyes lógicas. Por último, unas leyes lógicas sólidas son las que dan justificación a la metafísica.

La tarea que se impuso la lógica intuicionista fue construir un sólido sistema de leyes lógicas que haya de ser aceptado por todos y este sistema le va servir a Dummett de modelo para su propuesta. En el intuicionismo, la renuncia al principio del tercio excluso es el punto de partida de todo un sistema lógico más restringido que el clásico pero indubitable. Y las consecuencias metafísicas de la negación del tercio excluso son claras: no hay una realidad más allá e independiente de nuestro conocimiento que proporcione o bien verdad o bien falsedad a nuestros pensamientos o enunciados. El antirrealismo metafísico es por tanto la única opción, una vez que nos hemos decidido por la teoría del significado justificacionista. En este proceso de justificación hemos recorrido el camino que nos ha llevado desde la teoría del significado hasta la semántica, de ésta hasta la lógica, y por último hemos arribado a la metafísica. Es ahora cuando pueden ser respondidas las cuestiones metafísicas: la discusión acerca de qué tipo de entidades existen. Porque el plantearnos cuáles son las leyes lógicas correctas nos condujo hacia la teoría semántica, y a continuación la necesidad de justificación de la semántica nos ha hecho elaborar una teoría del significado. Solo si la teoría del significado está adecuadamente construida será capaz de soportar todo el peso del sistema que se asienta sobre ella.

Una de las mayores aportaciones filosóficas de Dummett es esta nueva forma de plantear el debate sobre el realismo, de modo que la discusión metafísica (¿qué tipo de entidades existen?) es trasladada al terreno de la teoría del significado (¿qué tipo de significado tienen las expresiones de nuestro lenguaje?). Es decir, todas las disputas metafísicas tienen su raíz en la filosofía del lenguaje.

Y puesto que el terreno de la lógica y de las matemáticas es el suelo más firme en que testar los principios de la teoría del significado justificacionista, Dummett comienza aplicando el justificacionismo a las leyes lógicas y a los enunciados matemáticos, con la esperanza de que un buen resultado en estos campos pueda ser exportado a otros dominios del discurso. Ahora bien el éxito en matemáticas y lógica no garantiza que se haya de lograr el mismo éxito en otros universos de discurso no-matemáticos, con contenido empírico, donde propiedades como la decibilidad ya no son tan estables.

2. El antirrealismo en matemáticas y en lógica

Justificacionismo en los enunciados matemáticos

Hemos mostrado cómo el proyecto filosófico de Dummett, su filosofía del lenguaje, se construye como una teoría del significado para los enunciados de nuestro lenguaje. De esta manera busca introducir rigor y disciplina en las discusiones filosóficas, reduciendo las diferencias metafísicas a diferencias en la teoría del significado y replanteando las cuestiones sobre la realidad de los objetos como cuestiones sobre el significado de los enunciados. Más aún, busca circunscribir las disputas sobre el significado no a todo el universo del discurso sino a una clase determinada de enunciados, la clase en disputa.

Esto quiere decir que Dummett no se compromete a ofrecer una solución global para todo el lenguaje, sino solo para una determinada parte del lenguaje, la clase de los enunciados en discusión: una solución puede ser válida para la clase de los enunciados matemáticos pero quizá no para los enunciados en tiempo verbal pasado, o viceversa.

Al limitar la ambición de su teoría del significado, Dummett consigue también fragmentar los ataques que se dirigen hacia ella, pero a costa de verse obligado a tratar una a una la aplicación de su teoría del significado justificacionista a cada una de las clases de enunciados en cuestión.

Con todo, el caso de los enunciados matemáticos es muy especial porque Dummett utiliza la teoría intuicionista de las matemáticas como modelo a partir del cual construir su teoría justificacionista del significado general, y a continuación someter a prueba esta teoría general en primer lugar en el campo de las propias matemáticas.

Ya hemos visto cómo Dummett elabora su teoría justificacionista del significado general mediante la transformación de la noción de prueba matemática en la noción de justificación: si el significado de un enunciado matemático viene dado por su demostración (nuestra capacidad de construir una prueba de su verdad), entonces el significado de un enunciado en general consiste en su justificación (nuestra capacidad de ofrecer una evidencia de su verdad). El siguiente paso es la aplicación de esta teoría general del significado a cada una de las clases de enunciados en cuestión. En primer lugar a las propias matemáticas.

La teoría intuicionista del significado para las matemáticas es la auténtica piedra de toque de toda la teoría entera del significado. Si el proyecto justificacionista resulta

validado en su aplicación a las matemáticas, se podrá continuar con esperanza su extensión a otros campos del discurso. Ahora bien, su victoria en las matemáticas no garantiza automáticamente su éxito en todos los otros campos del discurso.

El intuicionismo matemático

Dummett encuentra en los principios del intuicionismo matemático un modelo para su teoría justificacionista del significado: la búsqueda de rigor en las demostraciones, la revisión de los supuestos del razonamiento habitual y sobre todo la noción de construcción como noción central del sistema.

Pero al mismo tiempo Dummett aporta una profunda reelaboración del intuicionismo tradicional a través de la filosofía del lenguaje. Al fundamentar las matemáticas intuicionistas sobre su teoría del significado justificacionista busca eliminar todos los elementos psicologistas y solipsistas que pudiera contener el intuicionismo de Brouwer.

El punto de partida del intuicionismo en matemáticas coincide con el eslogan del justificacionismo de Dummett: el significado es el uso. Lo mismo que el uso de una palabra, expresión o sentencia de nuestro lenguaje determina exhaustivamente su significado, paralelamente en los enunciados matemáticos la captación de su significado consiste en la posesión de la capacidad de usar este enunciado o de responder al uso que otros hacen de él. Es decir, el significado de un enunciado matemático es nuestra capacidad de reconocer una prueba de él cuando se nos presenta. El significado es la práctica y el uso, nuestra comprensión del enunciado es nuestra capacidad de probar el enunciado.

Frente a la noción de verdad como noción central en las teorías clásicas del significado de los enunciados matemáticos, en el intuicionismo la noción central es la de prueba: en matemáticas existe lo que puede ser probado, demostrado. El intuicionismo en matemáticas es una forma de constructivismo.

El constructivismo se caracteriza por entender que en matemáticas solo es verdadero aquello que ha sido construido, o al menos puede ser en principio construido. Pero en matemáticas construir quiere decir demostrar, construir una prueba: una proposición matemática es verdadera si podemos proporcionar una prueba de ella. Este es el modo en que la noción de verdad se supedita a la de prueba.

Ya no es preciso que los enunciados matemáticos se relacionen con una realidad que existe independiente de nuestras capacidades de conocimiento y que proporcione verdad a nuestros enunciados matemáticos. Frente al platonismo, que es el nombre que recibe el realismo matemático, el constructivismo se compromete con el antirrealismo.

Una prueba matemática es algo construido, construido por la mente humana, con lo cual los objetos matemáticos no pueden tener ninguna existencia independiente. Si en Berkeley “ser” es “ser percibido”, en el constructivismo “ser” es “ser construido”.

Al concebir el constructivismo como una teoría del significado se intenta liberarlo de todos los compromisos metafísicos previos, pero queda por ver si finalmente lo consigue, porque el constructivismo también comporta compromisos ontológicos. Pues la demostración o prueba de un teorema matemático es un proceso realizado por un sujeto situado temporalmente, por eso mismo nos podemos preguntar si un teorema sin demostrar es verdadero antes de su demostración, y si una vez demostrado ha pasado de no ser verdadero a ser verdadero.

La ventaja de la opción antirrealista de Dummett consiste en que para situarse frente a la metafísica realista lo hace relegando las cuestiones metafísicas a ser resueltas después de haber asentado la teoría del significado adecuada.

Para Dummett el constructivismo matemático no ha de ser tan solo un método de hacer matemáticas sino toda una filosofía de las matemáticas, un compromiso de excluir de las matemáticas los procedimientos no constructivistas. Así el constructivismo se transforma en intuicionismo. El intuicionista se caracteriza por afirmar que la construcción es una *construcción mental*, que las matemáticas son un producto de la mente, son intuitas por el sujeto humano, lo cual es una determinada postura filosófica (“metafísica” incluso), mientras que el constructivista puede contentarse con adoptar solo el método constructivo, sin comprometerse necesariamente con la filosofía subyacente.

Solo cuando de los métodos constructivistas se hace una filosofía completa, entramos ya en el terreno del intuicionismo. El intuicionismo es la filosofía de las matemáticas que se define por su rechazo frontal a las matemáticas clásicas a partir del siguiente principio: un objeto matemático existe *exclusivamente* cuando ha sido (o puede ser) construido.

Dos consecuencias fundamentales se derivan de este principio: el rechazo de la Ley de Tercio Excluido (LTE), según la cual se podría demostrar la existencia de un objeto matemático sin necesidad de proporcionarnos un método de construirlo, y el

rechazo de los procedimientos no-finitarios de construcción, por los cuales se aceptarían pruebas sobre conjuntos infinitos de elementos no-decidibles.

Dentro del intuicionismo la oposición al platonismo o realismo matemático es más profunda aún que en el constructivismo. El platonismo afirma la existencia de objetos matemáticos independientes de nuestra mente: tales objetos serían objetivos, intemporales e inateriales (como las ideas de Platón, de quien toma el nombre esta doctrina). En concordancia con los principios de la teoría justificacionista del significado, el intuicionismo no puede aceptar que se postule la existencia de objetos a los cuales no tenemos acceso mediante nuestro conocimiento. El intuicionismo mantiene una postura crítica frente a estos excesos metafísicos, al modo en que Kant dejó fuera de nuestro conocimiento a la *cosa en sí* (para Kant el fundamento de nuestro conocimiento matemático es nuestra *intuición* pura espacio-temporal, de donde toma el nombre esta doctrina).

El mayor reto del intuicionismo es dar cuenta del carácter universal y atemporal de las verdades matemáticas. Para ello el intuicionismo tradicional de Brouwer se apoyaba en el concepto de intuición kantiana, pero no consiguió despegarse del psicologismo y del solipsismo. El intuicionismo de Dummett se apoya en la noción de significado como uso, en la práctica común del lenguaje. La cuestión pendiente cómo conjugar esta teoría del significado con la cuestión de la universalidad y de la atemporalidad de las matemáticas, en qué medida el intuicionismo puede ofrecer una fundamentación de las matemáticas que supere la subjetividad y temporalidad propias de otros productos de la mente humana, como las sensaciones, los recuerdos y las imaginaciones. Esta cuestión la desarrollamos en dos momentos: la validez de la crítica intuicionista a teorías rivales como el platonismo y la validez de la propia fundamentación intuicionista de las matemáticas.

La crítica al platonismo

Lo primero de todo es reconocer que la crítica del intuicionismo dummettiano a la teoría del significado platonista para las matemáticas es impecable. Si el significado de un enunciado matemático es su condición de verdad (teoría del significado veritativo-funcional), la comprensión del enunciado consiste en la comprensión de qué es para tal enunciado ser verdadero, donde verdadero es algo determinado incluso aunque no dispongamos de los medios de reconocer que esa verdad, entonces tal

comprensión del enunciado trasciende lo que podamos entender por “comprender”, a consecuencia de ello qué sea el significado del enunciado se convierte en algo vacío o circular.

Esta concepción platonista del significado a partir de la verdad conlleva una aceptación universal del principio de bivalencia, incluso para los enunciados no-decidibles de la matemática, cuya condición de verdad no se puede establecer sin circularidad. También el platonismo produce una extrapolación de la aritmética de los conjuntos finitos a la de los infinitos, olvidando que hay una crucial diferencia entre ambas, pues en el caso de una totalidad infinita no podemos comprobar si el predicado le conviene a cada elemento del dominio.

La noción platonista de verdad para los enunciados no-decidibles de las matemáticas descansa en *nuestra conciencia* de qué es verdad para tales enunciados, más que en *los medios* que poseemos para determinar su verdad. El platonismo, que se propone fundar la objetividad de las matemáticas con independencia de todo contenido de conciencia humano, sin embargo cae en considerar la verdad como algo que *creemos* que es verdad, una mera ilusión por tanto.

El resultado es que la teoría platonista de las matemáticas fracasa en su fundamentación de las matemáticas. Podemos concluir que el intuicionismo en general y el de Dummett en particular ofrecen como primera conclusión una crítica justificada a las filosofías platonistas de las matemáticas al mostrar que el realismo en matemáticas es incoherente o vacío.

La fundamentación intuicionista de las matemáticas

Pero en segundo lugar hay que plantearse hasta qué punto la teoría del significado intuicionista consigue una fundamentación de la lógica y las matemáticas.

La fundamentación de la aritmética de los números naturales no ofrece ninguna dificultad ni a las matemáticas intuicionistas ni a las clásicas pues se trata de un conjunto infinito pero numerable, donde los resultados se alcanzan por inducción matemática. Es en la fundamentación de la matemática de los números reales donde se pone a prueba el proyecto intuicionista. Los números reales incluyen a los irracionales, como π y $\sqrt{2}$, que tienen infinitas cifras decimales no periódicas, esto es, incorporan de algún modo el infinito actual, con lo cual no son fáciles de definir por métodos constructivos.

El tratamiento de los números reales pone de manifiesto la compleja relación entre las matemáticas y la naturaleza, pues los reales quieren ser expresión de medidas *reales* de la naturaleza en su más exacta aproximación. ¿Cuánto mide la hipotenusa de un triángulo rectángulo? El número que exprese esta medición irá aproximándose indefinidamente mediante fracciones sucesivas al valor real de la hipotenusa.

Este es el punto en que se enfrentan las matemáticas, como ciencia exacta, con la física, ciencia de lo indefinidamente complejo. A diferencia de la matemática, la naturaleza es el reino de la complejidad indefinida. En matemáticas solo hay una verdad para cada cosa y quien la conoce conoce todo lo que hay que saber ella.²⁹⁹ En física siempre es posible realizar nuevas mediciones y nuevos recuentos cada vez más precisos y exhaustivos, pero que nunca llegan a agotar la complejidad de lo empírico. ¿Son adecuadas entonces las matemáticas reflejar la realidad?

Desde de un punto de vista justificacionista la respuesta a la relación entre matemáticas y realidad correspondería con un antirrealismo para la física, esto es, un instrumentalismo para el cual las teorías y leyes físicas no describen una realidad subyacente sino que se limitan a ofrecernos “instrumentos” o herramientas con las que manejarnos en la realidad. Sin embargo, Dummett no ha desarrollado de modo completo y sistemático su posición sobre si su justificacionismo conlleva un instrumentalismo para la física.

Volviendo a las matemáticas, para definir los números reales por métodos constructivos los intuicionistas prefieren desechar los trabajos de Weierstrass, Dedekind y Cantor por contener el infinito actual, y se basan en el método de sucesiones de Cauchy. La definición intuicionista de número real es mucho más laboriosa que la clásica y en algunos momentos, como al introducir Heyting la noción de *sucesión que se prolonga indefinidamente (spi)*, parece salirse de los métodos estrictamente constructivos, como si incluyera la referencia al tiempo y al sujeto que realiza la elección.

Pero los intuicionistas, y Dummett entre ellos, insisten en que su fundamentación de la matemática se basa en la noción de construcción y en la mera inducción matemática. Por la primera, se ofrece una teoría del significado para el lenguaje matemático en que la comprensión de los enunciados matemáticos consiste en

²⁹⁹ Descartes lo expresa así en el *Discurso del Método* (Parte segunda): “... un niño que sabe aritmética y que hace una suma conforme a las reglas, puede estar seguro de haber hallado, acerca de la suma que examinaba, todo cuanto el ingenio humano puede hallar.”

la capacidad de construir una prueba de ellos. Por la segunda, se consigue definir los números reales mediante secuencias infinitas generadas por sucesivas elecciones libres pero nunca completadas (Dummett acepta el axioma de elección, aunque con restricciones).

Con estas dos herramientas, aseguran, se puede reconstruir toda la matemática, sin renunciar a ninguno de los teoremas fundamentales de la matemática clásica, con la única condición de utilizar los operadores de la lógica en su interpretación intuicionista.

La lógica intuicionista

Hemos mostrado cómo la teoría justificacionista del significado cuando se aplica a las matemáticas se torna una teoría intuicionista de las matemáticas. Ahora bien, el modo intuicionista de ver las matemáticas tiene su fundamento en un modo intuicionista de ver la lógica (sin que esto quiera decir que las matemáticas se reducen a lógica como en el logicismo), porque, aunque la lógica intuicionista muestra con más claridad y rigor sus resultados en el campo de las matemáticas, no limita su aplicación a las matemáticas intuicionistas.

A su vez, la justificación de la teoría lógica ha de residir en una teoría semántica, cuya noción central no puede ser ya directamente la de verdad. En efecto, en una teoría semántica para la lógica y las matemáticas intuicionistas el tradicional concepto de verdad se sustituye por el de demostrabilidad: una semántica justificacionista ha de ofrecernos una validación de las reglas de inferencia de la lógica, qué reglas están permitidas y cuáles no en nuestras demostraciones, especificando cómo la demostrabilidad se transmite de unos enunciados a otros.

Ahora bien, cuando aplicamos el punto de vista intuicionista, no todas las reglas de inferencia tradicionales que preservaban la verdad van ahora a preservar la demostrabilidad. Está claro que la lógica intuicionista presentará de entrada un rechazo a la ley de tercio excluso como consecuencia del rechazo semántico del principio de bivalencia. La revisión del significado de las constantes lógicas obliga a una revisión de un buen número de principios lógicos dados por válidos de modo clásico.

Por ello hay que ver, en primer lugar, cómo podemos establecer el significado de las constantes lógicas y luego cómo podemos determinar la validez de los principios lógicos que se construyen a partir tal interpretación de las constantes lógicas.

El significado de las constantes lógicas se especifica a partir de la noción de prueba constructiva. Si nos mantenemos dentro de las matemáticas diremos que una prueba de un enunciado atómico es su computación. El significado de cada constante lógica consistirá en lo que cuenta como una prueba del enunciado en que aparece como operador principal.

Una prueba de $A \& B$ es una prueba de A y de B .

Una prueba de $A \vee B$ es una prueba de A o de B .

Una prueba de $\exists x A(x)$ es una prueba, para algún n , del enunciado $A(\tilde{n})$; siendo n un número y siendo $A(\tilde{n})$ una instancia específica de $\exists x A(x)$.

En este primer grupo de constantes lógicas, una prueba para cualquier sentencia que contenga $\&$, \vee , \exists es una computación o un conjunto finito de computaciones. Para estos operadores, en el marco intuicionista, no se exige tener la prueba de hecho, basta tan solo con tener *en principio* los medios de obtener la prueba. El segundo grupo de operadores incluye al cuantificador universal, al implicador y al negador.

Una prueba de $\forall x A(x)$ es una *construcción*, en la que *podemos reconocer*, que, aplicada a cualquier número n , proporciona una prueba de $A(\tilde{n})$. Una prueba tal es, por tanto, una *operación* que nos lleva de números naturales a pruebas.

Una prueba de $A \rightarrow B$ es una *construcción* en la cual, aplicada a cualquier prueba de A , somos *capaces de reconocer* que proporciona una prueba de B .

Una prueba de $\neg A$ es una operación que convierte cualquier prueba de A en una prueba de $0 = 1$, es decir, una prueba de $\neg A$ es una prueba de $A \rightarrow (0=1)$, reconociendo que una prueba de $0=1$ es al mismo tiempo una prueba de cualquier proposición B (*Ex Contradictione Quodlibet*).

La definición intuicionista del cuantificador universal provoca que leyes válidas en la lógica clásica no lo sean en la intuicionista. Así por ejemplo, la ley de la lógica clásica $\neg \forall x \neg A(x) \rightarrow \exists x A(x)$ no es aceptada por los intuicionistas: la contradicción de $\forall x \neg A(x)$ no garantiza que vayamos a encontrar al individuo que tiene la propiedad A . En lógica clásica basta con que el dominio de cuantificación no sea vacío, no importa si es finito o infinito, numerable o no numerable. En lógica intuicionista se exige no solo que el dominio no sea vacío, sino además sea *habitado*, esto es que podamos determinar al menos una instancia del dominio.

El implicador intuicionista es *más fuerte* que el clásico. En $A \rightarrow B$ clásico, para probar B, se hace bajo el supuesto de que «A sea el caso», mientras que intuicionistamente se exige disponer de «una prueba de A».

En la estricta definición del negador que propone Dummett, no se dice tan solo que una prueba de $\neg A$ sea una operación que convierte cualquier prueba de A en una contradicción tipo $B \ \& \ \neg B$, sino que convierte cualquier prueba de A en una prueba de $0=1$. Que una prueba de $0=1$ es al mismo tiempo una prueba de cualquier otra proposición es trivial para cualquier ecuación numérica (es decir, si $0 = 1$, entonces $3 + 7 = 12$), pero no lo es tanto el que cualquier proposición (y no solo las aritméticas) sea derivable de $0 = 1$. Lo cual no provoca problemas mientras la definición intuicionista de las constantes lógicas se mantenga dentro del campo de las matemáticas, aunque la proyección no será tan sencilla cuando se quiere extrapolar los resultados de la teoría antirrealista del significado para las matemáticas hacia otras áreas del discurso.

El modo intuicionista de entender el negador lleva al rechazo de algunas de las leyes más características de la lógica clásica. Se rechaza en primer lugar la ley de Eliminación de la Doble Negación (EDN), que sí era válida clásicamente. Pero sobre todo produce el rechazo de la Ley de Tercero Excluido, rechazo que se ha convertido en seña de identidad de la lógica intuicionista. El intuicionismo no admite la validez general de la LTE, aunque reconoce que sí es válida para conjuntos finitos decidibles.

La importancia de la LTE en el desarrollo de los sistemas lógicos ha desatado fuertes críticas contras los intuicionistas por cercenar de tal manera grandes partes de la lógica y de la matemática. Ciertamente el proyecto intuicionista supone un desafío muy grande frente a los modos clásicos de entender la lógica y las matemáticas que tan buenos resultados han dado tradicionalmente.

La aportación de la lógica y las matemáticas intuicionistas

Algunos autores han criticado al intuicionismo que un postulado filosófico, como la exigencia de pruebas constructivas, supone un argumento poco firme contra un principio lógico tan fundamental como la LTE.

Aunque los principios del intuicionismo que le llevan a desconfiar de los lenguajes formalizados y a acercarse a las formas cotidianas de razonamiento favorecen el desarrollo de una deducción natural intuicionista, esto no ha impedido a los intuicionistas desarrollar también sistemas axiomáticos de la lógica. El resultado de estos desarrollos para la

axiomatización de la lógica intuicionista es un conjunto de axiomas y de reglas que conforman la lógica intuicionista como opuesta a la clásica, y es esta axiomatización la que nos permite llevar a cabo una estricta comparación entre ambos sistemas lógicos. En concreto, los axiomas y teoremas intuicionistas pueden ser vistos como un subconjunto de los clásicos, pues algunos de los teoremas clásicos no pueden ser demostrados con los axiomas intuicionistas debido al distinto tratamiento de los operadores lógicos.

Pero no hay acuerdo unánime sobre la relación de inclusión mutua entre la lógica clásica y la intuicionista. Para unos el cálculo intuicionista es una restricción de la lógica clásica, mientras que para otros es una extensión de la misma. La razón de este desacuerdo estriba en que las constantes lógicas no significan lo mismo para los intuicionistas que para los clásicos, incluso aunque la forma de un teorema y hasta el símbolo utilizado sean los mismos. Dummett, siguiendo a Heyting y Kleene, contempla la lógica y las matemáticas intuicionistas como un subconjunto más estricto y riguroso, restringido, respecto a la lógica y las matemáticas clásicas. Otros trabajos, por el contrario, sugieren que la lógica intuicionista de conectores incluye a la clásica. Es el caso del trabajo de Gödel de 1932 “Sobre la teoría de números y la aritmética intuicionista”,³⁰⁰ que interpreta el cálculo intuicionista como una extensión de la lógica clásica y demuestra que toda la aritmética clásica (que incluye la lógica de primer orden) es un subsistema de la aritmética intuicionista. Esta equivalencia entre ambas aritméticas, clásica e intuicionista, es al mismo tiempo una prueba de consistencia relativa de la aritmética clásica respecto a la aritmética intuicionista. El resultado de esta prueba no es muy del agrado de los intuicionistas, pues tras todo el trabajo tomado para refundar y reformular toda la lógica y las matemáticas sobre bases de rigor y seguridad no consiguen nada nuevo que no se logre con los métodos clásicos. A partir de Gödel se puede decir que cualquier teorema de la aritmética clásica es también un teorema de la aritmética intuicionista, y que cualquier contradicción de la aritmética clásica sería también una contradicción de la aritmética intuicionista. Es decir, que si la aritmética intuicionista es consistente también lo será la aritmética clásica. Aunque la prueba de consistencia relativa de la lógica y la aritmética clásicas respecto a las intuicionistas no es extrapolable a la teoría de conjuntos y al análisis matemáticos, tal prueba arroja la duda sobre el intuicionismo: *para tal viaje no eran precisas tamañas alforjas*. ¿Qué sentido tiene toda la crítica del intuicionismo contra el platonismo cuando ambas posturas filosóficas quedan equiparadas en sus resultados en lógica y matemáticas?

³⁰⁰ Gödel (1981, trad. esp.) *Obras completas* Madrid: Alianza, p. 117.

La respuesta que Dummett propone consiste en postergar las cuestiones metafísicas para buscar la fundamentación de la lógica y las matemáticas en una teoría semántica: el significado de las constantes lógicas ha de ser justificado mediante la semántica de la teoría de la prueba, de modo que sean los principios semánticos y no los metafísicos los que proporcionen una fundamentación de la lógica intuicionista y una crítica a la lógica clásica.

De acuerdo con el proyecto justificacionista es la matemática la que se justifica en la lógica y no a la inversa (y hablamos de justificación no de reducción, con cual no hay ninguna forma de logicismo). La matemática ha de ser justificada a partir de una teoría lógica, la cual ha de basarse en la teoría semántica adecuada y ésta última solo puede justificarse mediante una apropiada teoría del significado. La lógica no es el resultado de una mera abstracción del trabajo matemático; por el contrario, es la matemática la que se justifica sobre la lógica, y una lógica intuicionista tiene sentido a partir de una semántica cuya noción central no sea la de verdad sino la de afirmabilidad. Por lo cual, el significado de las constantes lógicas no viene dado por la validez de los razonamientos matemáticos con ellas contruidos sino que es preciso desarrollar una teoría de la prueba, es decir, una teoría semántica que proporcione justificación del uso de las constantes y reglas de la lógica.

La noción de prueba

Fundamentar su filosofía de las matemáticas, y toda su filosofía en general, sobre el suelo firme del lenguaje es la característica más genuina del proyecto filosófico dummettiano. A diferencia del intuicionismo tradicional que siempre receló del lenguaje por ser un instrumento imperfecto de presentación de la auténtica construcción mental, Dummett mantiene en todo momento la primacía del lenguaje, cuyas características han de imponerse también en la lógica y las matemáticas intuicionistas. Si Brouwer entendía que la lógica era una sistematización *a posteriori* de los procesos de razonamiento matemáticos y que a menudo era la lógica la fuente de los errores y de las paradojas en matemáticas, Dummett, sin embargo, como buen filósofo analítico, no comparte esta desconfianza hacia la lógica y el lenguaje, sino que enfoca los problemas lógicos como problemas sobre el significado.

Esta actitud de otorgar la prioridad al lenguaje, le evita a Dummett caer en el mentalismo o en el solipsismo: que las pruebas matemáticas no solo han de ser

construibles sino también expresables en un lenguaje, es decir, las pruebas han de ser comunicables.

Dado que la noción de prueba permite definir sobre ella las constantes lógicas, para buscar el rigor en la definición de prueba y para no caer en la circularidad (no emplear el significado de las constantes lógicas en la definición de prueba), Dummett realiza la distinción entre prueba canónica y demostración.

Una demostración es una prueba para la cual tenemos un método efectivo de realizarla, no es preciso que la prueba haya sido construida. Una prueba canónica, mucho más estricta, exige que en el desarrollo de la prueba la complejidad vaya aumentando desde las premisas hacia la conclusión, esto es, en el curso de la prueba no se recurre a ningún enunciado de complejidad mayor que la conclusión. La demostración es tan solo un método de encontrar una prueba, mientras que en la prueba canónica se exige que la prueba haya sido dada. La noción de demostración es secundaria respecto a la de prueba canónica: aquella se define en función de esta. Con ello se consigue evitar la circularidad en la definición de las constantes lógicas.

La teoría de la prueba

El principio metodológico de Dummett de no abordar la metafísica hasta que se hayan resuelto las discusiones sobre el significado conlleva, primero, centrar el problema en un determinado campo del discurso, la clase en disputa (los enunciados matemáticos, sobre el pasado, sobre el mundo físico...); en segundo lugar, establecer una adecuada teoría del significado que nos permita elegir entre las teorías semánticas rivales; en tercer lugar, la teoría semántica escogida podrá justificar a partir de ella un determinado sistema lógico. Y solo por último, se podrán tratar las cuestiones metafísicas a partir de los principios lógicos resultantes.

En este proceso de justificación hay un momento complicado a causa de la circularidad que podría encerrar. Sabemos que la lógica es el estudio de las inferencias válidas y que la semántica es una de las formas de validar las inferencias lógicas. Si las leyes lógicas se justifican por medio de una teoría semántica, ¿no apelamos asimismo a las leyes lógicas para justificar la teoría semántica? En el interior de una teoría semántica también hacemos inferencias, las cuales utilizan las mismas leyes lógicas que se pretenden justificar por medio de la semántica.

Para evitar este círculo Dummett propone su *semántica de la teoría de la prueba*, es decir, la justificación de las leyes lógicas por medio de la teoría de la prueba. Esta justificación no es un convencionalismo, no es que las leyes lógicas se justifique por el hecho de han sido elegidas por nosotros como válidas, entre otras razones porque ya hemos visto que hay muchas leyes lógicas sometidas a discusión y que es preciso optar entre sistemas lógicos rivales.

El desafío no es justificar la deducción ante un escéptico completo, sino cómo justificar ciertas leyes lógicas que han sido puestas en tela de juicio por algunos lógicos. Es decir, si la semántica quiere justificar una determinada teoría lógica, no ha de utilizar para ello ninguna de las leyes lógicas que están sometidas a discusión. Expresado técnicamente, la teoría de la prueba ha de permitirnos decidir si al añadir una constante lógica a un sistema formal, se produce una extensión conservadora del mismo o no. (Una extensión conservadora de un lenguaje es una ampliación de tal lenguaje cuyas nuevas expresiones eran también derivables en el lenguaje anterior).

La teoría de la prueba recorre cada uno de los operadores de la lógica de predicados de primer orden para comprobar si al añadir un operador a un lenguaje obtenemos una extensión conservadora de dicho lenguaje. Pero no todas las leyes lógicas producen una extensión conservadora del lenguaje. Por ejemplo, si a partir de $P \rightarrow Q$ y de $\neg P \rightarrow Q$, y mediante la regla de eliminación del implicador derivamos Q , no estamos obteniendo una extensión conservadora, pues la verdad de Q no era derivable a partir de los enunciados de nuestro lenguaje inicial.

El resultado final es que hay leyes de la lógica clásica que no pueden ser justificadas por medio de la teoría de la prueba, y que la única lógica adecuada es la intuicionista en cuanto que el significado de sus constantes lógicas sí que puede ser justificado mediante la teoría de la prueba.

El requisito de armonía

Después de haber justificado las leyes lógicas mediante la semántica de la teoría de la prueba, el siguiente paso en este proceso de justificación es descender hasta la teoría del significado para justificar la teoría semántica elegida frente a otras teorías semánticas rivales. Es el denominado *requisito de armonía*.

El requisito de armonía enuncia el equilibrio entre los dos principios fundamentales de la práctica lingüística: el principio verificacionista y el principio

pragmatista. El primero establece que el significado de las sentencias de nuestro lenguaje consiste en las garantías de su *afirmación*, que nos ofrecen razones para reconocer su verdad. El segundo establece que el significado viene dado por las *consecuencias* de la aceptación de tales enunciados. El principio verificacionista y el principio pragmatista actuarán como complementarios para dar cuenta de la práctica lingüística: hay armonía entre los dos aspectos del uso de una expresión si al añadir esta expresión a un lenguaje obtenemos una extensión conservadora de este lenguaje (esto es, que podríamos haber obtenido también la nueva expresión a partir del lenguaje anterior).

La propuesta de Dummett consiste en justificar las leyes lógicas a partir de las inferencias informales de nuestro lenguaje, de modo similar a como Gentzen desarrolló la deducción natural. Un lenguaje carente de armonía produciría formas de inferencia no consistentes, mientras que la validez del programa intuicionista en lógica y matemáticas viene garantizado por la armonía del lenguaje, de modo que incluso los más escépticos hacia las formas de razonamiento intuicionista habrían de reconocer la solidez y consistencia del sistema lógico y matemático intuicionista.

Al analizar el requisito de armonía comprendemos que el justificacionismo de Dummett es mucho más que un mero verificacionismo. Como corresponde a un genuino filósofo del lenguaje, Dummett no se conforma con razones y evidencias que justifiquen la afirmación de las sentencias de nuestro lenguaje, es preciso también atender a las consecuencias que se derivan de afirmar tales sentencias, al compromiso de los hablantes del lenguaje con la aserción de las propias sentencias y la aceptación de las sentencias que otros declaran. Si el significado es el uso y la práctica, el uso y la práctica lingüística incluyen razones pero también compromiso.

La teoría del significado ha de dar cuenta al mismo tiempo una actividad teórica pero también una habilidad práctica: la teoría justificacionista del significado incluye el principio pragmático de nuestro lenguaje de modo que compense el principio verificacionista.

En suma, toda la fundamentación de las matemáticas y de la lógica intuicionista descansa sobre la teoría justificacionista del significado. ¿Es capaz esta teoría del significado de ofrecer una justificación satisfactoria del significado de nuestros enunciados matemáticos? ¿Qué consecuencias metafísicas para las matemáticas se derivan de tal teoría del significado?

La ontología de las matemáticas

Toda la filosofía del lenguaje de Dummett se ha centrado en elaborar una completa la teoría del significado y en primer lugar una teoría del significado de los enunciados de las matemáticas, dejando las cuestiones metafísicas para ser respondidas al final del proceso: la ontología ha de ser una consecuencia y no una premisa de la teoría del significado que establezcamos como adecuada.

Y la teoría general del significado adecuada que propone Dummett es la justificacionista, que para los enunciados de las matemáticas se concreta en una teoría intuicionista del significado.

Una vez desarrollada de modo amplio esta teoría del significado intuicionista para las matemáticas, es el momento de hacer balance de las consecuencias ontológicas que se derivan de la misma.

Partimos de que el significado de un enunciado matemático ha de venir dado por su construibilidad (esto es, la noción de significado como *comprensión* aplicada al universo de las matemáticas) y rechazamos que el significado pueda consistir en la condición de verdad del enunciado matemático (pues entonces estaríamos aceptando que el significado es algo que no comprendemos, que está más allá de nuestro alcance). Esta teoría del significado nos permite construir una semántica que rechaza la bivalencia y que justifica un sistema de leyes lógicas intuicionistas. La consecuencia de este proceso es la justificación de una ontología intuicionista de las matemáticas según la cual “existe” quiere decir “que es en principio construible”.

Sin embargo, en la noción de *construcción* de una prueba matemática necesita ser aclarado quién es el sujeto de la prueba. “Construido” quiere decir *construido ¿por quién?* ¿Por mí? ¿Por un matemático de prestigio? ¿Por la comunidad de matemáticos en consenso? ¿O acaso por una computadora?... ¿Puede una prueba ser desechada por requerir más tiempo del que dispone una vida humana? ¿Y si fuera una máquina quien la computara, puede ser desechada por requerir más energía de la disponible en nuestro planeta?

El problema del sujeto que efectúa la prueba lleva asociado la coordenada temporal sobre la se sitúa el sujeto que realiza la prueba. Como consecuencia de ello, el intuicionismo con su rechazo de la bivalencia, introduce en cierto modo un componente de temporalidad en las pruebas matemáticas: nuestros teoremas matemáticos están sometidos al cambio y la evolución. ¿Qué sucede cuando se descubre un nuevo teorema

matemático? ¿Significa que su prueba no existía y ahora sí existe? ¿Ha pasado de no-ser-verdadero a ser-verdadero?

La cuestión de la evolución y del progreso en matemáticas es un tema que desafía a las matemáticas intuicionistas en la medida en que éstas no quieren tener ningún contacto con el psicologismo. Pero tampoco con el sociologismo. La universalidad de los resultados matemáticos no puede depender del contenido de la mente de sujetos individuales pero tampoco de los acuerdos o convenios de una comunidad de personas, por mucho que estos sean profesionales de las matemáticas. Así por ejemplo, el rechazo de la LTE permite considerar enunciados que *aún* no han sido probados ni refutados, sobre cuya verdad o falsedad aún no nos podemos pronunciar.

Dummett insiste en que el intuicionismo ha de aceptar el punto de vista temporal sobre las pruebas matemáticas, puesto que jamás se puede admitir que los objetos matemáticos existan independientemente de nuestro conocimiento. Pero tampoco se pueden admitir obstáculos extramatemáticos para descartar la posibilidad de una prueba. La demostrabilidad de un enunciado matemático solo puede basarse en razones puramente matemáticas y no puede depender de cuestiones subjetivas ni empíricas. Con todo, la noción de demostrabilidad no es una propiedad estable, con lo cual las matemáticas siguen siendo para el intuicionismo de Dummett un proceso falible y revisable.

Los múltiples problemas que emanan de la noción de prueba tan solo muestran la dificultad de la tarea de ofrecer una fundamentación de las matemáticas a partir de una teoría del significado y que la propuesta de Dummett de una teoría justificacionista del significado que *justifique* un sistema de las matemáticas intuicionista no es definitiva.

En matemáticas no hay una realidad más allá e independiente de nuestra capacidad de conocimiento. Es absurdo pensar que la verdad o falsedad de nuestros enunciados matemáticos dependa de la existencia de algo que no es ni en principio cognoscible para nosotros. El realismo como ontología de las matemáticas es desechado, o lo que es lo mismo, el antirrealismo es la única opción como ontología de las matemáticas: no existen objetos matemáticos independientes de nuestra capacidad de pensarlos (construirlos). La existencia de los objetos matemáticos consiste en que pueden ser pensados, su ser es ser pensados: *esse est concipi*. Este antirrealismo, que nos remonta a Berkeley, es apropiado para la naturaleza de las matemáticas. Pero no es en principio necesario extender tal antirrealismo a otros campos más allá de las matemáticas, pues como Dummett ha dejado claro, el compromiso metodológico es circunscribir cada disputa a cada una de las áreas del discurso.

Una ontología antirrealista para las matemáticas, como toda ontología según Dummett, no es otra cosa que una metáfora, una imagen o un retrato acerca de qué concepción de la realidad es adecuada. Pero la discusión acerca de metáforas, si quiere realizarse sobre bases sólidas, ha de hacerse sobre el terreno de la teoría del significado a partir de la que se construye tal metáfora. La opción entre intuicionismo y platonismo para una ontología de las matemáticas no es cuestión de qué metáfora nos resulta más agradable sino qué teoría del significado, intuicionista o platonista, es viable para el universo del discurso matemático.

En la ontología de las matemáticas se propone habitualmente la opción entre dos metáforas. La metáfora del astrónomo es apropiada para el platonista: el matemático investiga una realidad matemática que existe por sí misma, esperando ser descubierta por sus aparatos conceptuales, como los planetas, estrellas y galaxias están ahí esperando a ser descubiertos mediante el telescopio del astrónomo. La metáfora del artista es más apropiada para el intuicionista: el matemático construye sus objetos mediante el poder creativo de su mente.

La metáfora del astrónomo tiene la ventaja de dar cuenta de la objetividad y universalidad de las matemáticas, donde descubrir un nuevo teorema matemático es efectivamente *descubrimiento*, la realidad está ahí y no se inventa, sino que se le impone al matemático. Y tiene la desventaja de ser una auténtica *metáfora*, una especie mitológica en que se presume conocer algo que nos es absolutamente desconocido, ¿qué es sino mitología afirmar que un teorema matemático ya existía cuando nadie lo conocía? Dummett puede rechazar sin titubeos una ontología platonista como también rechazó la ontología mitológica del tercer reino de Frege.

La metáfora del artista evita estas veleidades mitológicas pues no precisa conceder un estatus ontológico independiente de nuestro conocimiento a la existencia de los objetos matemáticos, pero sin embargo no es capaz de dar cuenta de la universalidad que presenta el pensamiento matemático. La creación matemática no es mera invención, no se fundamenta en la subjetividad como la creación artística, sino que sigue unas reglas que se le imponen al matemático.

La metáfora del artista no satisface tampoco a Dummett. La filosofía de Dummett quiere ser sistemática y alejarse de todo relativismo, especialmente aún en su filosofía de las matemáticas. Todo su esfuerzo ha sido retrotraer las disputas metafísicas al terreno de la teoría del significado donde en vez de sobre metáforas se trabaja sobre lo que puede o no puede ser significado.

Dos consecuencias podemos extraer de esta discusión sobre las metáforas. Primero, la existencia de los objetos matemáticos no puede consistir en otra cosa que en su construibilidad: es absurdo concederles una existencia independiente de nuestra capacidad de conocerlos. Segundo, que el existir de los objetos matemáticos ha de consistir en su universalidad, en ser independiente de todo lo subjetivo (emociones, imaginación, tradición...) Parece difícil encajar ambos conceptos, que la matemática consista en su construibilidad por el sujeto y que la matemática no sea nada subjetivo, pero así ha de ser. Cuando hablamos de que el sujeto construye, se ha de entender que construye no con el poder libre de su imaginación al modo del artista, sino que construye de acuerdo a reglas que se le imponen, reglas que *están ahí* y pareciera entonces que para librarnos de la metáfora del artista cayéramos en la metáfora del astrónomo.

Las metáforas metafísicas no resuelven nada y tan solo nos hacen ir dando tumbos de un lado a otro: tan metáfora es decir que los objetos matemáticos existen independientemente de nuestro conocimiento de ellos (platonismo) como decir que los objetos matemáticos son constructos en la mente del matemático. La insatisfacción que nos producen estas metáforas nos indica lo acertado de la propuesta de Dummett de fundamentar la discusión del realismo sobre la teoría del significado, sobre cuál es la teoría del significado apropiada para los enunciados de nuestro lenguaje, en este caso concreto, sobre cuál es la teoría del significado para los enunciados de las matemáticas. Por tanto, la pregunta fundamental no es qué metáfora resulta apropiada, sino esta otra: ¿cuál es el fundamento de la verdad de los enunciados matemáticos?³⁰¹

La propuesta de Dummett es situar el fundamento de la verdad de los enunciados en su significado, entendiendo el significado como comprensión del uso que los hablantes del lenguaje hacen de tales enunciados. En el caso de los enunciados matemáticos, el uso por los hablantes consiste en la capacidad de construirlos, en principio, por las personas que los comprenden, que los usan, es decir, por los matemáticos. Tal propuesta se resume en dos tesis. Una tesis negativa, que rechaza que el fundamento de la verdad de los enunciados matemáticos resida en una realidad independiente de nuestra capacidad de conocerla. Esto es el rechazo del platonismo, el cual a nivel metafísico produce una mitología que no es aceptable y que a nivel de la teoría del significado consiste en una

³⁰¹ En su artículo de 1998 "La existencia de los objetos matemáticos" [*Teorema* 17, nº 2, 5-24] Dummett investiga el fundamento de la necesidad de los teoremas matemáticos y su aplicabilidad a la experiencia empírica.

teoría del significado veritativo-condicional desechada por su circularidad y vaciedad. La tesis positiva de la propuesta de Dummett establece que el significado de los enunciados matemáticos viene dado por su construibilidad, es decir, la teoría general del significado justificacionista se concreta en una teoría intuicionista para las matemáticas.

Nuestras conclusiones sobre el proyecto intuicionista de Dummett para las matemáticas son las siguientes:

En primer lugar, aceptamos plenamente la tesis negativa de Dummett de rechazo del platonismo. El antirrealismo en matemáticas de Dummett es efectivamente un rechazo del realismo matemático y como tal resulta plenamente justificado a nuestro juicio. El antirrealismo matemático es inviable, tanto en el plano de la metafísica como en el de la teoría del significado.

En segundo lugar, mantenemos también que el intuicionismo alcanza su éxito en la tesis positiva, que el intuicionismo es capaz de modo sistemático de dar cuenta de en qué consiste el significado de los enunciados matemáticos, aunque aún falte por desarrollar una explicación definitiva acerca del fundamento de la universalidad de los teoremas matemáticos.

Ahora bien, no olvidemos que la cuestión sobre el realismo / antirrealismo en otros campos queda aún abierta y ha de ser resuelta de modo independiente, de acuerdo el programa metodológico del propio Dummett: ¿puede alcanzar el justificacionismo como teoría general del significado para todos los otros campos del discurso los mismos resultados que el intuicionismo consigue en matemáticas?

La cuestión de la fundamentación de la universalidad de las matemáticas es una cuestión abierta en el antirrealismo en matemáticas de Dummett. Que las matemáticas proporcionan una validez universal en sus demostraciones, parece algo difícilmente dudable.³⁰² Podemos admitir que tal pretensión de universalidad tiene límites como ponen de manifiesto los teoremas de incompletitud de las matemáticas, pero estos teoremas no ponen en duda la universalidad misma de las matemáticas. Dummett tampoco lo hace. Pero, ¿llega Dummett a admitir esta universalidad de las matemáticas en su sentido más estricto? “Validez universal” quiere decir que es verdadero para cualquier ser humano de cualquier época o lugar y que por tanto no hay subjetividad en los resultados de las matemáticas, sea esta subjetividad propia del sujeto individual (emociones, imaginación, anhelos...) o del sujeto colectivo (cultura, tradición, religión, lengua...). La teoría del

³⁰² Un recorrido por una postura contraria puede verse en Morris Kline *La pérdida de la certidumbre*, Siglo XXI, 1985.

significado de Michael Dummett se aparta de todas aquellas interpretaciones en que el significado pierde su carácter normativo: el significado no reside en la voluntad del sujeto individual sino que descansa en el carácter normativo de la práctica lingüística a la que se someten todos y cada uno de los hablantes de un lenguaje. Asimismo, su apuesta por el carácter sistemático de la teoría del significado ha quedado clara en su crítica a teoría del lenguaje privado (con Wittgenstein) y en la posibilidad de la traducción entre diferentes juegos del lenguaje (contra Wittgenstein y sobre todo contra Quine). Pero cuando Dummett habla del significado de una expresión o sentencia de nuestro lenguaje, de nuestro lenguaje matemático, ha de aceptar que los hablantes del lenguaje matemático atribuyen al significado de sus expresiones o sentencias un carácter universal, el significado que los hablantes usan y aceptan es algo que se les impone, “lo encuentran dado”. Por ello, la pregunta a la que hay que responder es esta: ¿cuál es el fundamento de la universalidad del significado de las sentencias matemáticas que los hablantes comprenden y usan?

La respuesta que Dummett ofrece es que esta universalidad procede de una práctica lingüística común en la que los hablantes justifican -dan razones y aceptan las consecuencias de- sus declaraciones matemáticas. Es decir, el fundamento de la necesidad y universalidad de las matemáticas descansa finalmente en el requisito de armonía de nuestro lenguaje matemático, requisito que conlleva sus dos componentes: verificacionismo y pragmatismo. De acuerdo con el principio verificacionista justificamos nuestros enunciados matemáticos en base a las razones y a las pruebas que ofrecemos de ellos. De acuerdo con el principio pragmatista justificamos nuestros enunciados matemáticos en base a las consecuencias que se derivan de ellos y que nos vemos obligados a aceptar. El requisito de armonía exige que no aceptemos enunciados matemáticos, aunque tengamos razones para justificarlos, cuyas sus consecuencias no serían deseables para nosotros. Por ejemplo, debemos rechazar la ley de tercero excluso, pues aunque en principio parece haber razones para aceptarla, sin embargo las consecuencias que se derivan de ella son bastante desagradables, pues nos llevaría a admitir la afirmación de la verdad de teoremas que no somos capaces de demostrar.

En definitiva, la propuesta de Dummett de hacer una filosofía de las matemáticas en que la ontología objetos matemáticos (¿qué tipo de existencia tienen?) se justifica a partir de una teoría del significado de los enunciados matemáticos (¿qué tipo de significado tienen?) ofrece su mayor valor en apartarnos de las discusiones sobre metáforas y centrarnos en los problemas de significado. Dummett ha ofrecido una crítica concluyente

contra la respuesta platonista y su metafísica realista, y al mismo tiempo ha elaborado una teoría del significado intuicionista (antirrealista) para los enunciados de las matemáticas. La generalización del justificacionismo puede entonces plantearse en otras áreas del discurso.

3. El antirrealismo sobre el tiempo

Después de las matemáticas, la clase de enunciados que Dummett más sistemáticamente analiza es la clase de enunciados en tiempo verbal pasado. ¿Pueden ser transferidos sin más los resultados de la clase de enunciados matemáticos hacia cualquier otra clase? Veamos en primer lugar la diferencia entre los enunciados de las matemáticas y otros campos del discurso.

Diferencia entre las matemáticas y otros campos del discurso

¿Qué hay de particular en el campo de las matemáticas que no se encuentra en otros campos del discurso? En primer lugar, la matemática es una ciencia, en el sentido de que nos ofrece resultados con validez universal (“objetividad”), pero esto lo tiene en común con la física. No obstante, a diferencia de la física, la matemática no tiene nada que ver con lo empírico. Denominamos empírico a aquel tipo de conocimiento que procede de nuestros sentidos, bien sean externos (nos informan sobre los estados de las cosas, como colores y formas) o internos (sobre estados de nuestro psiquismo, como el dolor). La física es una ciencia que trata con los datos de nuestro conocimiento empírico externo. Por el contrario, la matemática no tiene nada que ver con lo empírico sino que sus operaciones son puramente abstractas, productos del pensamiento.

El antirrealismo en matemáticas propuesto por Dummett en la forma un intuicionismo matemático nos proporciona, en primer lugar, una crítica contra platonismo o realismo en matemáticas, y en segundo lugar, busca una justificación de la postura antirrealista en matemáticas a partir de una teoría del significado intuicionista para las matemáticas. Las matemáticas y el intuicionismo han sido el paradigma del rechazo del realismo y de su sustitución por el programa antirrealista: si el programa funciona correctamente en matemáticas es de esperar, aunque no haya garantía de ello, que pueda funcionar correctamente en las otras áreas del discurso.

Hemos admitido que el proyecto antirrealista en matemática presentado en la forma de una teoría intuicionista del significado consigue su objetivo de ofrecer una fundamentación rigurosa del quehacer matemático, pese a que no desarrolla de modo completo la razón de la universalidad de los resultados matemáticos. Se trata ahora de valorar en qué medida una teoría general justificacionista del significado nos permite extender estos resultados desde las matemáticas hacia otras áreas del discurso. Veamos

en primer lugar, cómo y hasta qué punto la teoría justificacionista produce un antirrealismo para los enunciados en tiempo verbal pasado.

El antirrealismo sobre el tiempo: la metafísica del tiempo

La elaboración de una teoría del significado para los enunciados en tiempo verbal pasado supone una tarea de gran dificultad, en cuanto ya no se trata con enunciados que son construcciones mentales sino con enunciados que tienen que ver con lo empírico. Tras las matemáticas, el tema del tiempo ha sido abordado de modo sistemático por Dummett. No en vano el intuicionismo tradicional, inspirado en Kant, ha considerado el tiempo como fundamento del contar y de las operaciones aritméticas.

¿En qué consiste el significado de los enunciados acerca del pasado? La respuesta a esta pregunta permite elaborar una metafísica acerca de tales enunciados y del tiempo en general.

La evolución del pensamiento de Dummett acerca del tiempo es quizá más acusada que en ningún otro tema. Hemos defendido que la más genuina postura de Dummett sobre la metafísica del tiempo está contenida en sus *Gifford Lectures* pronunciadas en 1996-97 [T&R], donde se defiende el carácter acumulativo de las verdades temporales y la asimetría temporal entre pasado y futuro.

Para el Dummett de las *Gifford Lectures* la verdad de los enunciados sobre el pasado consiste en las evidencias que hubo en el pasado, mientras que la verdad de los enunciados sobre el futuro no reside en las evidencias futuras sino en las evidencias actuales. Esta asimetría entre pasado y futuro se funda en que las evidencias pasadas una vez pasadas son inaccesibles e irreversibles, mientras que el futuro es accesible (sabiendo esperar) y podemos en principio influir en él. La raíz del desacuerdo entre antirrealistas y realistas acerca del tipo de realidad que tienen los sucesos temporales radica en sus teorías del significado divergentes.

De acuerdo con la teoría antirrealista (justificacionista), el significado de un enunciado viene dado por nuestra capacidad para reconocer la verdad del enunciado cuando se nos presenta. Por el contrario una teoría veritativo-condicional (realista) establece que el significado de un enunciado consiste en sus condiciones de verdad, la verdad del enunciado está establecida en sí misma aunque nosotros no conozcamos si es verdadero o no.

La oposición entre una y otra teoría del significado produce una oposición entre una semántica que rechaza la bivalencia y otra que la acepta. Al hacer residir el significado del enunciado en nuestra capacidad de reconocerlo como verdadero o falso, el justificacionista admite enunciados con significado (comprendemos en que consistiría la prueba o evidencia del enunciado) pero que no son ni verdaderos ni falsos (no tenemos los medios para determinar presentar la prueba o evidencia).

La oposición entre una semántica que rechaza la bivalencia y otra que la mantiene se resuelve en una oposición entre una metafísica antirrealista y otra realista. El antirrealista se niega a admitir la existencia de una realidad independiente de nuestra capacidad de conocerla. La teoría general justificacionista del significado nos conduce a una metafísica antirrealista. ¿Cómo se aplican estos principios justificacionistas a los enunciados en tiempo verbal pasado y cuál es la metafísica resultante?

Lo primero de todo es preguntarnos por el significado de los enunciados en tiempo verbal pasado, en qué consiste la comprensión de tales enunciados. Dentro de una teoría justificacionista, el significado de un enunciado sobre el pasado habrá de consistir en captar qué justificaría *ahora* la afirmación de tal enunciado. Hacemos una afirmación acerca del pasado basándonos en evidencias que ahora disponemos como recuerdos, testimonios, restos... El problema es que a menudo las evidencias actuales no nos permiten ni justificar ni negar tal enunciado: carecemos de evidencias actuales, pero también carecemos de un método que al aplicarlo nos pueda proporcionar tales evidencias. En matemáticas no era preciso haber construido una prueba para justificar la verdad de un enunciado, bastaba con disponer de un método que al aplicarlo nos proporcionara una prueba del enunciado. Pero sobre los enunciados acerca del pasado no disponemos de un método de construir la prueba. Esta diferencia entre los enunciados de las matemáticas y los enunciados en tiempo verbal pasado nos muestra que no podemos hacer directamente de la teoría del significado intuicionista una teoría del significado sobre los enunciados temporales, y que asimismo las metafísicas resultantes para las matemáticas y para el tiempo tampoco van a ser las mismas.

Sin embargo, tanto en matemáticas como en enunciados acerca del pasado, lo que cuenta es, no la existencia de ciertos hechos (metafísica), sino cómo aprendemos el significado de los enunciados de las matemáticas o de los enunciados sobre el pasado. Una teoría del significado para los enunciados en tiempo pasado dará cuenta del uso que hacemos de estos enunciados y de cómo aprendemos a usarlos. El justificacionismo, a diferencia de la teoría veritativo-condicional, no exige que los enunciados en tiempo

pasado sean verdaderos o falsos de modo determinado independientemente de nuestra capacidad para conocer su verdad.

El realista sobre el pasado afirma que el valor de verdad de nuestros enunciados sobre el pasado descansa en los *vínculos de valor de verdad*, esto es, que los valores de verdad de enunciados en distintos tiempos verbales mantienen entre sí un vínculo sistemático. Así un enunciado en tiempo presente pronunciado hoy “Ahora mismo llueve” mantiene un vínculo de verdad con un enunciado con tiempo verbal pasado pronunciado mañana “Ayer llovía a esta hora”. El antirrealista dirá: reconocemos la verdad del enunciado en tiempo pasado a partir de la verdad del enunciado en presente. Para contrarrestar que los vínculos de valor de verdad supongan un apoyo al realismo, el justificacionista se ve obligado a admitir que la verdad de un enunciado en tiempo verbal pasado no se funda en evidencias disponibles en el momento de su declaración, sino en evidencias que “habrían estado disponibles” en el momento del pasado a que se refiere. Lo cual supone una cierta concesión al realismo.

Dummett nunca se ha sentido del todo satisfecho con un antirrealismo completo sobre el tiempo que conllevaría consecuencias inaceptables, y progresivamente ha seguido un acercamiento hacia el realismo en este tema. Ya en el año 1969 “La realidad del pasado” [T&OE] rechazó un antirrealismo general sobre el tiempo, para limitarse a defender un antirrealismo sobre el pasado, pero realismo sobre el presente, más pausable y menos ambicioso.

Con todo, esto no significa la aceptación del realismo pues éste sigue siendo inadmisibile, pues no da cuenta del modo en que aprendemos a usar los enunciados en tiempo verbal pasado (se aferra a la bivalencia). El realista sobre el pasado se considera fuera del proceso del tiempo, como si pudiera descubrir toda la realidad, pasado, presente y futura, en un solo vistazo. Es preciso, por tanto, admitir alguna forma de antirrealismo, pues es el antirrealista quien se toma en serio el devenir temporal y le concede auténtica realidad: solo podemos describir el mundo desde nuestro punto de vista temporal.

Dummett desecha un justificacionismo riguroso sobre el pasado que conduce a un antirrealismo estricto pero insostenible. Un antirrealismo estricto nos sumergiría en una realidad en continuo cambio (heraclitismo) en la que solo existe un presente fugaz que a cada instante se desvanece.

El justificacionismo moderado no exige que los enunciados en tiempo pasado “hayan sido verificados” para decidir sobre su verdad, basta con que “podrían haber

sido verificados” si hubiéramos estado allí. Si aceptamos los vínculos de valor de verdad como razones que justifican los enunciados sobre el pasado, aceptamos una noción de verdad para los enunciados en tiempo pasado independientemente de tener evidencias presentes de ellos. Esta concesión al realismo no es una retirada completa del antirrealismo sino solo un rechazo del antirrealismo intransigente.

Inevitablemente, no podía sostenerse una trasposición directa del antirrealismo en matemáticas hacia el antirrealismo en todos los otros campos del discurso. La entrada en escena de enunciados con un componente empírico hacia sospechar que no podría mantenerse largo tiempo una propuesta como el intuicionismo matemático ahora para enunciados no meramente abstractos. La teoría del significado justificacionista para los enunciados acerca del pasado no puede considerarse un genuino antirrealismo, aunque tampoco sea un completo realismo.

La estrategia de Dummett de remitir las discusiones metafísicas al terreno de la teoría del significado y de centrar cada discusión en un determinado campo del discurso le exime de defender un antirrealismo global en todos los campos. Ahora bien, es cierto que el antirrealismo como tesis negativa, que critica y se opone al realismo, cumple su cometido y no resulta menoscabada por este antirrealismo moderado en los enunciados en tiempo verbal pasado. Pero ¿qué puede ofrecernos el antirrealismo como tesis positiva, como teoría del significado con consecuencias metafísicas, si en cuanto abandona el terreno de las matemáticas se encuentra con los primeros problemas? Si el justificacionismo para los enunciados en tiempo verbal pasado ha de hacerse moderado y dar concesiones al realismo, mucho más difícil será defender alguna forma de antirrealismo para los enunciados del presente.

La defensa de Dummett frente a esta crítica consiste en insistir en dos razones. Primero, las discusiones en metafísica sobre realismo / antirrealismo o sobre el grado de adherencia a uno u otro han de resolverse en el terreno de la teoría del significado y la teoría del significado veritativo-condicional no es capaz de ofrecer una explicación no circular del significado de nuestros enunciados en tiempo verbal pasado. Segundo, la discusión ha ceñirse al significado de los enunciados de una determinada clase, la clase en disputa, por lo que la posición sobre el realismo / antirrealismo adoptada para los enunciados de las matemáticas no nos permite prejuzgar la posición sobre los enunciados en tiempo verbal pasado, ni la posición sobre los enunciados del pasado nos compromete a una determinada metafísica ni sobre el presente ni sobre el futuro.

Dummett mantiene una metafísica sobre el tiempo en que el tiempo es asimétrico: el futuro no es simétrico sobre el pasado. Forzar a toda costa la simetría entre pasado y futuro provoca incoherencias tanto para el realista como para el antirrealista.

El realista que afirma que los hechos del pasado tienen una verdad determinada en el pasado no puede al mismo tiempo sostener que los hechos futuros serán verdaderos solo en el tiempo futuro, sino que ha de reconocer que su verdad ya está dada en el presente y que estamos esperando que llegue el futuro para conocerla. El realista estricto admite la simetría entre pasado y futuro: el futuro está tan determinado como el pasado y el principio de bivalencia se mantiene tanto sobre el futuro como sobre el pasado. El determinismo es inherente al realismo. El determinista asume que conociendo las condiciones iniciales de un sistema está ya dado el estado del sistema en cualquier tiempo posterior. Pero si no somos capaces de determinar los valores precisos de estos parámetros iniciales, ¿cómo podríamos establecer y predecir los valores finales del sistema? La indeterminación de nuestras medidas sobre una realidad indefinidamente compleja ha de producir la indeterminación de la realidad futura. El indeterminismo es coherente con el antirrealismo.

Para el justificacionista (antirrealista) moderado sobre el pasado la verdad de un enunciado en tiempo verbal pasado ha de ser reconocida en las evidencias que hubo en aquel momento, mientras que los enunciados sobre el futuro no han de ser reconocidos por las evidencias que habrá disponibles en el tiempo futuro a que se refieren, sino por razones actuales y presentes. Si solo se admitieran sobre el pasado las evidencias actuales tendríamos un antirrealismo extremo, que, a costa de mantener la simetría entre pasado y futuro, provocaría consecuencias metafísicas no deseadas.

La metafísica del tiempo de Dummett (seguimos las *Gifford Lectures [T&R]*) propone la asimetría entre pasado y futuro y la naturaleza acumulativa de la realidad temporal. La teoría del significado justificacionista produce una imagen de la realidad temporal como asimétrica y abierta en continuo crecimiento. De modo similar la teoría intuicionista del sujeto creativo de Brouwer ofrecía la imagen de una realidad matemática en continuo crecimiento cada vez que se producen nuevos descubrimientos de teoremas matemáticos.

La realidad temporal es asimétrica porque en el pasado no podemos influir, pero sí en el futuro, al cual podemos enviar información. Es cierto que la mayor parte de las leyes físicas son simétricas respecto al tiempo, pero no todas. Por ejemplo, la segunda

ley de la termodinámica establece la dirección del tiempo, la flecha del tiempo, y es una ley fundamental para entender los sistemas con intercambio de energía, como lo son todos sistemas vivos. Además la realidad temporal es acumulativa porque la realidad debe estar aumentando constantemente, no solo el futuro se nos revela a su debido tiempo, sino que también el pasado se acumula en cuanto descubrimos nuevas evidencias de lo que sucedió.

Así pues, la teoría del del significado los enunciados en tiempo verbal pasado le permite a Dummett defender un antirrealismo moderado en la metafísica sobre el tiempo, en la que el tiempo es asimétrico y acumulativo, y a la vez le marca el camino hacia la elaboración de una metafísica en general.

4. La metafísica antirrealista

La metafísica antirrealista de Dummett: lenguaje, pensamiento, realidad.

La filosofía de Michael Dummett, como filosofía del lenguaje, es una continua búsqueda de sistematicidad mediante la construcción de una teoría del significado que permita justificar una teoría semántica, la cual será base del sistema lógico que finalmente nos conduzca a una metafísica. La metafísica es una consecuencia y no una premisa de su teoría del significado. Solo nuestra teoría del significado puede justificar la metafísica resultante y nuestra teoría del significado a su vez quedará justificada si es capaz de ofrecer una adecuada explicación de en qué consiste comprender un lenguaje. Así podemos denominar justificacionismo a la completa filosofía del lenguaje de Dummett puesto que justificacionista es la teoría del significado que nos propone.

¿En qué metafísica se concreta, entonces, la teoría del significado justificacionista de Dummett? Pese a su ambivalencia hacia el empleo del término, podemos decir que la metafísica de Dummett es una metafísica “antirrealista”. Este antirrealismo conlleva dos tesis. La tesis negativa es una crítica al realismo metafísico sobre la base de una crítica a la teoría veritativo-condicional del significado. Y hemos de reconocer que esta tesis es plenamente válida: la metafísica realista es inviable porque se asienta sobre una teoría del significado veritativo-condicional que es incapaz de ofrecer una explicación no circular de en qué consiste el significado de las expresiones y sentencias de nuestro lenguaje, el realismo no es capaz de dar cuenta de qué es nuestra *comprensión* de nuestras declaraciones, pues afirma que el significado consiste en algo que no comprendemos, que el significado es la condición de verdad de algo que no sabemos ni podemos saber en qué consiste su verdad. Metafísicamente, para el realismo la realidad es concebida como algo que puede existir independientemente de que podamos conocerla, lo cual es sinsentido.

La segunda tesis del antirrealismo es una tesis positiva que, sobre la base de una teoría justificacionista del significado, debe explicarnos en qué consiste nuestra realidad (cualquier cosa que ésta sea).

¿Qué es lo que existe?, ¿qué es la realidad?, estas son las cuestiones de la metafísica. La metafísica trata con la naturaleza de la realidad y el modo en que llegamos a conocerla, la metafísica es al mismo tiempo ontología, teoría de la realidad, y epistemología, teoría del conocimiento. Desde el punto de vista de la filosofía

analítica estas cuestiones se traducen en cuestiones sobre la relación entre nuestro pensamiento, nuestro lenguaje y nuestro mundo. ¿En qué consiste la verdad de nuestro pensamiento?, ¿y la verdad de nuestro lenguaje? ¿Qué relación hay entre verdad y realidad? Esto equivale a preguntarse por la verdad de nuestras proposiciones y de nuestros enunciados. De este modo, la filosofía analítica hace de la metafísica una filosofía del lenguaje: el único modo de avanzar hacia qué sea la realidad es partir de lo que tenemos, de las proposiciones de nuestro pensamiento y de las sentencias de nuestro lenguaje.

Así pues, el punto de partida de la metafísica de Dummett es la identificación entre hechos y proposiciones verdaderas. Por tanto, para hacer metafísica, esto es, para investigar qué es la realidad (qué son los hechos), hemos de hacerlo desde la semántica, pues la semántica trata de explicar cómo se justifica la verdad de nuestras proposiciones.

La semántica explica cómo se transmite la verdad entre nuestras proposiciones (de las premisas a las conclusiones), de modo que los principios semánticos que adoptemos determinarán la interpretación que demos a los elementos componentes nuestras proposiciones. Por ejemplo, el modo en que interpretemos los cuantificadores en dominios matemáticos no finitos determinará que tipo de existencia tienen ciertos objetos matemáticos y el modo en que interpretemos los operadores temporales en sentencias en tiempo verbal pasado o futuro determinará el tipo de existencia que tienen los hechos en el tiempo. El resultado es la producción de una metafísica sobre las matemáticas (qué tipo de existencia tienen los objetos matemáticos) o una metafísica sobre el tiempo (qué tipo de existencia tienen los sucesos pasados y futuros). La metafísica es consecuencia de la semántica.

La teoría semántica asignará un valor semántico a las unidades básicas de nuestro lenguaje y explicará cómo este valor está determinado por el valor semántico de sus constituyentes: si como en el caso de Dummett, las unidades básicas son las sentencias, el valor semántico de las mismas estará determinado por el valor semántico de los elementos que las componen. Dummett centra su teoría semántica en el análisis de sentencias y no de proposiciones. La razón para ello es que la noción de *proposición* tiene una carga metafísica que no aparece en la de *sentencia*, así los elementos metafísicos quieren ser mantenidos apartados del campo de la semántica, hasta que llegue el momento para discutirlos. La sentencia es una entidad lingüística, las sentencias expresan proposiciones, mientras que la proposición es el pensamiento o

sentido de la sentencia. La diferencia entre sentencia y proposición reside en que hay muchos modos de expresar el mismo pensamiento, en principio tantos modos como lenguas distintas. La teoría semántica se aplica a una sola lengua, pero las consecuencias metafísicas de la semántica que adoptemos no pueden depender de la lengua considerada. Una proposición o pensamiento es la misma independiente de la lengua que utilicemos para expresarla y una proposición verdadera establece un hecho en cualquier lengua. La sentencia se pronuncia en una lengua concreta y la misma sentencia puede expresar diferentes proposiciones en función de las circunstancias en que es declarada (debido a las expresiones *indexicales* que puede contener). Una proposición puede ser verdadera o falsa, a una sentencia solo se le puede atribuir verdad o falsedad en la medida en que expresa una proposición.

Dado que nuestro pensamiento se refiere a (o se identifica con) la realidad y que nuestro lenguaje es el único medio que disponemos de expresar el pensamiento, el supuesto fundamental de la filosofía de Dummett es que estudiando la estructura de nuestro lenguaje podemos conocer algo de la estructura de nuestro pensamiento y por ende de la realidad. La prioridad del lenguaje sobre el pensamiento en el orden de la explicación es el principio definatorio de la filosofía analítica, de acuerdo con Dummett [F&OP: 315], pero no hay garantía de la identidad constitutiva entre pensamiento y lenguaje. En definitiva, se renuncia al estudio sistemático del pensamiento puesto que no sabríamos cómo plantearlo, y se recurre al estudio del lenguaje, más accesible.

Este supuesto propio de la filosofía analítica nos deja la zozobra de si no es una resignación, un conformarse con las migajas ya que no podemos acceder al plato principal. Que el lenguaje sea el único vehículo de acceso al pensamiento conlleva que la filosofía del lenguaje (explicación sistemática de en qué consiste significar) sea la única forma posible de hacer filosofía (explicación sistemática de qué es nuestro pensamiento y de qué es la realidad). Esto no es una victoria sino quizá una consolación. Dummett acepta que el pensamiento no puede reducirse absolutamente al lenguaje, hay pensamiento sin lenguaje, pero admite que no tenemos ni idea de en qué consistiría tal pensamiento, no habría forma de elaborar una teoría del pensamiento desnudo, sin su *vehículo* del lenguaje: no hay posibilidad de dar una explicación del pensamiento independientemente del lenguaje. Solo en el lenguaje nos encontramos pensamientos completamente articulados.

Esta doble reducción, de la realidad al pensamiento y del pensamiento al lenguaje, le permite a Dummett situar las disputas metafísicas sobre previas discusiones

semánticas: la disputa sobre el realismo /antirrealismo es planteada como la discusión sobre semántica bivalente / no-bivalente. Pero, ¿no es acaso en sí misma esta reducción de la metafísica a la semántica una toma de postura metafísica, una toma de postura a favor del antirrealismo?

Hemos de admitir que la *identificación* de hechos con proposiciones verdaderas es ya de por sí un postulado metafísico de tipo antirrealista; el realista plantearía más bien que a los hechos les *corresponden* proposiciones verdaderas. Dummett rechaza cualquier teoría del pensamiento como retrato de la realidad. En una teoría metafísica del retrato hay dos componentes fundamentales: la realidad (el modelo) y el pensamiento (la copia o retrato). En tal teoría el lenguaje es un componente secundario, auxiliar del pensamiento. La identidad entre proposiciones verdaderas y hechos en Dummett [*N&FoP*: 40] es una identidad entre pensamiento y realidad, pero el pensamiento a su vez es secundario (en el orden de la explicación) respecto al lenguaje. Luego, el lenguaje es el componente fundamental de tal teoría y la sentencia es su unidad básica: una filosofía del lenguaje es una teoría que determina en qué consiste el significado de nuestras sentencias. No hay sentencias por un lado, proposiciones por otro y referentes por un tercer lugar. Sino que usamos sentencias (lenguaje) que expresan un sentido (proposición) el cual determina su referencia (hechos): en Dummett los hechos o proposiciones verdaderas son entidades abstraídas de la práctica de usar nuestro lenguaje, de pronunciar sentencias [*T&R*: 11].

Esta metafísica de Dummett es, obviamente, antirrealista, pues la única “realidad” que existe es la práctica común del uso de un lenguaje por parte de sus hablantes: el significado es el uso. Como institución social el lenguaje goza de *objetividad* pues los hablantes aprenden a usar un lenguaje y se comprometen con su práctica. Dummett así prescinde de las mitologías metafísicas al estilo del “tercer reino” de Frege, pero su mayor dificultad consiste en mostrar cómo a partir de “la práctica común de usar un lenguaje” puede establecerse una sistematicidad normativa universal, porque la práctica es siempre un convenio y como tal cambia y se transforma.

En matemáticas la validez universal de las demostraciones queda asegurada en cuanto que sus pruebas son construcciones que establecen una verdad fuera de toda duda. En el dominio de las matemáticas la propuesta antirrealista de concebir sus verdades como constructos ofrece una explicación coherente del significado de los teoremas matemáticos, tan solo nos faltaría por desarrollar la explicación del fundamento de tal universalidad de las demostraciones matemáticas. Pero más allá del

ámbito matemático, en otros ámbitos del discurso donde lo empírico juega su papel, parece difícil que el antirrealismo pueda dar cuenta de la sistematicidad y normatividad universal del lenguaje, porque la práctica común de usar un lenguaje no puede ser otra cosa que el fruto de un convenio. ¿Cómo superar entonces el escepticismo? ¿Qué garantía tenemos de la traducibilidad entre distintas lenguas? ¿Cómo podemos asegurar que la comunidad entera no se equivoca al adscribir significado a las expresiones y sentencias de su lenguaje?

El justificacionismo como antirrealismo

Una teoría veritativo-condicional del significado (el significado de una sentencia consiste en las condiciones de verdad de la sentencia) produce una metafísica realista, pues, cuando la sentencia es no-decidible, el hablante acepta comprender la sentencia, pero no conoce qué haría verdadera la sentencia, lo cual es un sinsentido, pues estaría comprendiendo algo que no comprende, supone que la sentencia está ya determinada en su verdad o falsedad sin ser capaz siquiera de conocer en qué consistiría su verdad. El realista supone que hay una realidad subsistente en sí misma más allá incluso de nuestra capacidad de conocerla.

Por el contrario, la teoría justificacionista del significado de Dummett produce una metafísica antirrealista: si el significado de una sentencia es el uso de la misma por los hablantes del lenguaje, el significado ha de ser algo que los hablantes comprenden cuando pronuncian o escuchan la sentencia. La teoría justificacionista prohíbe hacer afirmaciones sobre una realidad que se encuentre más allá del alcance de nuestro conocimiento. El justificacionismo de Dummett prohíbe la afirmación de la existencia de una realidad en sí misma.

En cierto modo, esta metafísica antirrealista es una filosofía de límites, una filosofía crítica: crítica contra la connatural tendencia hacia el realismo. Si el realismo es una metafísica completamente injustificada, la única opción es la crítica al realismo, esto es, el antirrealismo. El antirrealismo da lo mejor de sí en esta faceta de criticismo. También la filosofía de Kant se presentó a sí misma como una filosofía de límites, de crítica, contra los excesos metafísicos, y de él procede la noción de cosa en sí como noción límite de nuestro conocimiento.

En Kant la noción de cosa en sí (noumenon) se presenta como un contraconcepto explicativo. Kant no nos dice qué sea la cosa en sí pues ésta *no es nada*: la cosa en sí es

tan solo *lo que no es* el fenómeno. El fenómeno es lo que conocemos, lo que se encuentra al alcance de nuestro conocimiento, la realidad tal como se nos da. Lo que está más allá de nuestro conocimiento es el noúmeno o cosa en sí. De ésta no podemos decir nada, ni tan siquiera que existe ni que no existe, pues el predicado *existir* (el concepto puro *Existencia*) corresponde al fenómeno, nunca es válido para ser aplicado a la cosa en sí misma.

Esta misma noción kantiana de cosa en sí es la que encontramos en principio en Dummett. Una realidad que no podemos jamás aprehender es un fantasma producido al llevar la analogía de nuestro conocimiento más allá de los límites permitidos [T&R: 22]. La noción de una realidad en sí que existe independiente de nuestro conocimiento es un sinsentido. La realidad es lo que aprehendemos o podemos aprehender con nuestros pensamientos que expresamos en nuestro lenguaje. La realidad se identifica con el pensamiento: en terminología de Dummett, los hechos son proposiciones verdaderas. Los hechos no son una (ni otra) realidad más allá de nuestros pensamientos verdaderos. Éstos son la realidad que nuestra mente capta. Una realidad “objetiva” porque *objetivos* son nuestros pensamientos verdaderos.

La primera objeción que ha de superar este rechazo de la existencia de una realidad en sí misma es la siguiente: ¿podría haber hechos (proposiciones verdaderas) que nunca podremos aprehender, que nunca llegaremos a captar ni a expresar?

Hay que tener en cuenta que la realidad cognoscible para Dummett es aquello que aprehendemos o que podemos aprehender y que una realidad en sí sería aquello que está más allá no solo de nuestro conocimiento actual sino también más allá de nuestro conocimiento posible: los hechos o proposiciones verdaderas incluyen también a aquellos hechos que somos en principio capaces de conocer. Dummett nunca ha aceptado un finitismo estricto en matemáticas ni en los otros campos, como tampoco acepta el solipsismo, sino que el sujeto de conocimiento es un sujeto social, la sociedad de hablantes un lenguaje. No puede haber proposiciones verdaderas (hechos) que no sean en principio expresables en un lenguaje. Parafraseando a Wittgenstein, podría decir Dummett: los límites de *nuestro* lenguaje son los límites de *nuestro* mundo. Tampoco podría haber hechos que no puedan ser aprehendidos por nuestras proposiciones verdaderas. Lo que no podemos pensar no lo podemos pensar, y por tanto no podemos decir lo que no podemos pensar [T&R: 25].

Al establecer límites a nuestro mundo, a nuestra realidad, mediante la exclusión de la realidad en sí misma, Dummett está delimitando lo que podemos aprehender y lo

que podemos expresar, está poniendo límites a nuestro pensamiento y a nuestro lenguaje.

Podemos decir que, llegados a este punto, el antirrealismo de Dummett es coherente en cuanto que ha ofrecido una crítica fundada al realismo y ha propuesto un modelo de antirrealismo basado en una teoría justificacionista del significado, justificacionismo que al menos en el campo de las matemáticas ofrece una completa teoría intuicionista del significado.

El problema es que Dummett no se detiene aquí en su análisis de la noción de realidad en sí. Hemos dicho que Dummett *en principio* sigue a Kant al considerar la noción de realidad en sí como un concepto límite, negativo, crítico; pero, contra lo que se podría esperar, continúa Dummett avanzando hacia la aplicación de la noción de realidad en sí de un modo positivo. El punto de giro hacia ese concepto positivo de realidad en sí se sitúa en la noción de “huecos en la realidad”.

Consecuencias metafísicas: los huecos en la realidad

Una de las consecuencias metafísicas más importantes del rechazo semántico al principio de bivalencia es la noción de *huecos en la realidad*. La tendencia natural a aceptar la bivalencia va al unísono con nuestra tendencia cotidiana hacia el realismo. Pero nada nos garantiza que los sucesos a los que no tenemos acceso sean de modo determinado verdaderos o falsos: no todas las cuestiones inteligibles tienen una respuesta. Son los “huecos de la realidad”, que marcan los límites de nuestro conocimiento.

La más clara explicación que Dummett proporciona de esta noción de “huecos en la realidad” procede de la metáfora del dramaturgo (Shakespeare) que deja cuestiones sin resolver en su drama (¿Era Laertes zurdo?) y son cuestiones que han quedado para siempre sin respuesta. Esta metáfora nos lleva a directamente a concebir nuestra realidad como la creación de un artista excepcional, Dios: si Dios creó nuestro mundo y dejó sin responder ciertas cuestiones, tales cuestiones han quedado definitivamente sin respuesta. No hay una verdad determinada sobre esas cuestiones, ni tan siquiera una verdad que Dios tenga que conocer.

La noción metafísica de “huecos en la realidad” es una consecuencia del rechazo semántico del principio de la bivalencia y le permite a Dummett rechazar el determinismo en metafísica como corresponde a su postura antirrealista (la realidad no

está determinada, es abierta, hay “huecos” en ella), pero también le lleva a introducir a Dios en tal metafísica, de modo que Dios –y junto a Él la realidad en sí misma, correlato del conocimiento divino- acaba por desempeñar un papel positivo.

Frente a algunos realistas que apelan a la omnisciencia divina para defender la bivalencia y establecer que el futuro está completamente determinado, Dummett apela a la noción de “huecos en la realidad” a partir de su rechazo de la bivalencia y así proponer la indeterminación del futuro: Dios conoce las verdades que existen, si “no hay verdades” en un ámbito, si “hay huecos”, no hay nada ahí que Dios tenga que conocer.

Pero esta metáfora ha dado entrada en la metafísica a uno de los temas más problemáticos de la filosofía de Dummett, el tema de Dios. Es el momento en que su metafísica en el sentido de *ontología* o “teoría sobre la realidad” da paso a una metafísica en el sentido de *teología* o “teoría sobre lo más allá de lo físico”. En principio, no hay dificultad en exponer la noción de *huecos en la realidad* para explicar mejor nuestra realidad, lo mismo que tampoco la hay en exponer la noción de Dios para explicar mejor cuáles son los límites de nuestro conocimiento. Ahora bien, lo que no es legítimo es apelar a la noción de Dios para intentar explorar qué sea en sí misma la realidad y apelar a la noción de una realidad en sí misma para explicar la noción de Dios.

Estas dos nociones que aparecen al unísono en la filosofía de Dummett dan lugar a ciertas extralimitaciones en dos campos, en el campo de la ciencia y en el campo de la teología: la metafísica deja de ser una reflexión sobre los límites de nuestro conocimiento para transformarse en una reflexión sobre lo que hay más allá de tales límites. El justificacionismo deja de ser un genuino antirrealismo para dar entrada a un “realismo” basado en la existencia de una realidad más allá del alcance de nuestro conocimiento.

En un primer paso el justificacionismo como metafísica antirrealista se ha preguntado qué sentido tiene concebir una realidad existiendo en completa independencia de nuestro conocimiento, ofreciendo una respuesta negativa: la noción de una realidad en sí misma carece de sentido. Pero en un segundo momento ha ido más allá para preguntarse qué sentido tiene una realidad en sí que sea el objeto del conocimiento divino. Asombrosamente, la metafísica de Dummett incluye una tematización sobre la noción de cosa en sí, primero explorando su posibilidad como

correlato de nuestro conocimiento científico y en segundo lugar como correlato del conocimiento divino, lo cual da lugar a iniciar una auténtica teodicea.

El antirrealismo en la ciencia

Si en el dominio de las matemáticas el antirrealismo de Dummett da lugar a un intuicionismo, en filosofía de la ciencia la posición correspondiente a este antirrealismo sería un instrumentalismo. Un realismo en teoría de la ciencia presenta los resultados de la ciencia como una descripción de la realidad tal como es en sí misma: la ciencia estaría libre de los conceptos y percepciones subjetivas que utilizamos habitualmente para captar el mundo que nos rodea. Por el contrario, el instrumentalista en la ciencia entiende que las teorías y leyes científicas son “instrumentos” o herramientas de explicación y/o predicción que nos permiten manejarnos en el mundo, pero que no pretenden ofrecernos una descripción del mismo. Cercano a esta posición instrumentalista, Dummett admite que nuestras descripciones sobre el mundo, sobre nuestro mundo, se establecen a base de *capas*, dejando siempre un residuo final imposible de absorber (*unabsorbed residue*). Este residuo final equivaldría a la cosa en sí misma como concepto límite de nuestro conocimiento.

Es el campo de la física cuántica, junto a las matemáticas, uno de los campos en que el antirrealismo puede más apropiadamente ser puesto a prueba. El mundo que dibuja la física cuántica, al menos a nivel subatómico pero posiblemente con proyecciones en el universo clásico, es una realidad muy poco “real”, en la cual no podemos fijar al mismo tiempo la posición y la velocidad (*momento*) de una partícula, pues nuestra presencia como observadores (investigadores) interfiere con la realidad convirtiéndola en una nube de probabilidades. La imagen de la realidad que nos ofrece la mecánica cuántica es la de un mundo que no es nada en sí mismo, sino para nosotros, para el espectador que lo observa, que lo mide, que lo determina. El universo cuántico no es materia, ni energía, ni tan siquiera materia-energía, que sino más bien es información. E información quiere decir unidad de conocimiento.

El justificacionismo parece encajar bastante bien con este modelo cuántico, en cuanto que la concepción justificacionista del significado nos conduce a un antirrealismo. En una metafísica antirrealista la realidad es aquello que ha sido o que puede haber sido justificado. Sabemos que justificado puede entenderse tanto “demostrado” (en matemáticas), como “observado” o “medido” (en lo empírico o en la

física). En matemáticas el justificacionismo funciona perfectamente, pues los objetos matemáticos son objetos contruidos por nuestra mente, por nuestra razón. Sin embargo, en el mundo físico no es tan sencillo, porque es altamente contraintuitivo reducir la realidad empírica a la realidad observable, pero esto es muy distinto en nuestra imagen de la realidad cuántica, muy poco intuitiva, donde el universo que podemos determinar es el universo que estamos midiendo, siendo todo lo demás una nube de posibilidades.

Dummett intuye la amplitud del campo de desarrollo que la física cuántica ofrece para su teoría justificacionista, aunque en algún momento llega a comparar la mecánica cuántica con la religión [*N&FoP*: 28]: ¡en ambas se cree en dogmas que no se comprenden! La física continúa arrojando nuevos problemas sobre nuestra concepción del universo que exigen nuevas propuestas filosóficas.

¿Qué papel desempeñan la noción de realidad en sí en esta imagen de la ciencia? Una realidad en sí misma como residuo final imposible de absorber podría proponerse como el objetivo último de la investigación científica. En algún momento Dummett describe nuestro proyecto científico como la búsqueda de una descripción del universo físico que sea independiente de nuestros modos de observación [*T&R*: 94]. ¿Supone esto decir que la ciencia busca describir progresivamente cómo son las cosas en sí mismas? ¿Se podría identificar esta cosa en sí que busca la ciencia con las estructuras matemáticas (abstractas y objetivas) que la física encuentra bajo la naturaleza? Aunque en algún momento Dummett parece inclinarse hacia esta consideración de la cosa en sí misma, finalmente la rechaza [*T&R*: 95] y se mantiene en que la realidad en sí misma es algo incognoscible, más allá de los límites de nuestro conocimiento, incluso de nuestro conocimiento científico. Concluye finalmente que la noción de una descripción del mundo tal como es en sí mismo no tiene sentido.

Aunque el instrumentalismo de Dummett para la ciencia no se encuentra tematizado con la profundidad con que abordó el intuicionismo para la matemática, podemos concluir que su antirrealismo en la ciencia se muestra escéptico con la posibilidad de alcanzar un conocimiento de la realidad en sí misma, independiente de los conceptos y perceptos con que la aprehendemos. Únicamente podemos aspirar a alcanzar una armonía entre las distintas concepciones que nos formamos de la realidad.

El antirrealismo y el tema de Dios

El segundo campo en que Dummett utiliza la noción de realidad en sí de un modo positivo, para ir más allá de los propios límites que el antirrealismo se ha autoimpuesto, es el tema de Dios. Si en el campo de la ciencia el uso de la noción de cosa en sí se presentaba de modo exploratorio y dubitativo, sin embargo la metafísica de Dummett aborda la cuestión de Dios de modo decidido y mucho más extenso. ¿En qué medida su fe católica es causa de esta toma de postura filosófica?

Lo cierto es que por mucho que el antirrealismo quiere negar un uso positivo de la noción de realidad en sí, siempre reaparece la pregunta sobre qué sean las cosas en sí mismas independientes de todo conocimiento. Si entendemos que las cosas tal como aparecen constituyen el objeto del conocimiento humano (conocimiento finito, limitado), es propio aceptar que las cosas tal como son en sí mismas serán el objeto de un conocimiento infinito, esto es, divino. La realidad en sí misma es la realidad tal y como la conocería Dios. Hasta aquí no hay ningún problema en hablar de Dios como contraconcepto del hombre, el conocimiento divino nos permite explicar qué no es el conocimiento humano, finito, lo mismo que la noción de realidad en sí misma nos permitía explicar qué no es nuestro mundo.

A diferencia del conocimiento humano que es necesariamente parcial y localizado en el espacio y en el tiempo, el conocimiento divino *sería* (no decimos *es*) un conocimiento del mundo como un todo, exterior al mundo, carente de perspectiva concreta. Solo un Dios conocería las cosas tal y como son en sí mismas.

Hasta aquí no hay ningún problema porque empleamos el condicional para hablar de Dios, lo mismo que antes lo hacíamos para hablar de la realidad en sí. La condición es no aplicar predicados positivos ni a Dios ni a la cosa en sí. Podemos decir que Dios *no es* esto, *ni es* esto otro, etc. pero si pretendemos aplicar predicados positivos (como el de *existencia*) a Dios o a la cosa en sí entonces caemos en contradicciones o en sinsentidos. Este límite es precisamente el que Michael Dummett se salta. El papel que Dummett concede al concepto de Dios en su filosofía justificacionista no es coherente con sus propias estipulaciones de rigor.

La mayor aportación del antirrealismo es presentarse como una teoría negativa, crítica contra los excesos del realismo, y en la medida en que se mantiene dentro de estos límites ofrece lo mejor de sí.

Por el contrario, cuando salta por encima de sus propios límites, asistimos asombrados al desarrollo por Dummett de los principios rectores de toda una teodicea donde se justifica la existencia de Dios y su naturaleza: la creación del mundo, la omnisciencia de Dios, su eternidad, su omnipotencia, su libertad y hasta la existencia de Dios... son temas abordados por Dummett.³⁰³ Es cierto que finalmente no llega a presentar una prueba formal de la existencia de Dios, pero sí apunta la posibilidad de construir tal prueba a partir de la existencia de leyes morales.³⁰⁴

¿Tienen estas cuestiones cabida en una filosofía justificacionista estricta? Sí, mientras se presenten como meras cuestiones. No, si se pretende darles una respuesta. El antirrealismo ha de ser incompatible con cualquier pretensión de hablar de aquello que está más allá de nuestros límites, más allá de nuestro mundo. El justificacionismo nos enfrenta con cuestiones que no podemos responder y que hemos de aceptar que puede que no tengan una respuesta.

³⁰³ Véase por ejemplo [T&R: 96-109].

³⁰⁴ Dummett [N&FoP: 78] niega expresamente la validez del argumento ontológico de la existencia de Dios porque la existencia es un concepto (“predicado”) que solo puede tomar objetos como argumento, nunca otros conceptos.

5. Valoraciones finales

La filosofía del lenguaje de Michael Dummett

Podríamos sintetizar toda la filosofía de Michael Dummett como una filosofía del lenguaje que se articula de acuerdo con los siguientes principios:

- La prioridad del lenguaje sobre el pensamiento (en el orden de la explicación).
- La búsqueda de sistematicidad (contra el relativismo, el escepticismo, el convencionalismo, el holismo, el naturalismo, el psicologismo y el solipsismo).
- El proyecto de elaborar una teoría del significado que dé cuenta de en qué consiste significar para las palabras, expresiones y sentencias de nuestro lenguaje.

Para llevar a cabo este proyecto Dummett se sirve de tres elementos fundamentales, representados por *Frege*, *Wittgenstein* y el *intuicionismo*. El análisis del lenguaje fregeano aporta el *método* y las herramientas de la teoría del significado. El lema de Wittgenstein “el significado es el uso” supone la *idea general* que permite sustituir en tal teoría del significado la noción de verdad por la de *justificación* (prueba o evidencia). Y tal teoría del significado que tiene como noción central la de justificación toma como *modelo* las matemáticas intuicionistas.

El resultado es una teoría del significado justificacionista porque la justificación es la noción central. Pero también es justificacionista todo el proyecto filosófico de Dummett: Una vez elaborada la teoría del significado se justificará sobre ella una teoría semántica, la cual permitirá justificar un sistema de leyes lógicas y finalmente estas leyes lógicas serán las que justifiquen una determinada metafísica. Es decir, la metafísica es la consecuencia y no la premisa de una determinada teoría del significado: las disputas metafísicas han de resolverse en el terreno de la teoría del significado.

En suma, las discusiones metafísicas son discusiones sobre enunciados, sobre el significado de los enunciados de un determinado ámbito del discurso: *Dummett propone plantear la ontología como una pregunta por el significado de los enunciados de nuestro lenguaje. Su filosofía es una filosofía del lenguaje.*

La teoría del significado justificacionista se enfrenta a la teoría veritativo-condicional del significado, según la cual el significado de una sentencia consiste en sus condiciones de verdad. La teoría veritativo-condicional produce una semántica bivalente y una metafísica realista, pues si el significado es la condición de verdad de la sentencia,

incluso cuando no conocemos qué haría verdadera a la sentencia (es el caso de las sentencias no-decidibles), se postula que hay para la sentencia un valor de verdad determinado en sí mismo (bivalencia) independiente de nuestras capacidades de conocerlo (realismo).

Una teoría justificacionista del significado explica el significado como algo que el hablante del lenguaje comprende (reconoce), de tal modo que puede haber sentencias que no sean verdaderas ni falsas (semántica que rechaza de la bivalencia), por lo que ya no tiene validez general la Ley de Tercio Excluido (lógica intuicionista), con lo cual la metafísica resultante es antirrealista (no hay una realidad más allá de nuestra capacidad de conocimiento). La explicación justificacionista del significado produce una ontología antirrealista.

Resultados del proyecto de Michael Dummett y su valoración

Para hacer un balance final de los resultados de la filosofía de Michael Dummett vamos a mantener la distinción entre la tesis negativa de su justificacionismo y su tesis positiva.

El justificacionismo como tesis negativa consiste en una crítica contra la teoría veritativo-condicional del significado y contra el realismo metafísico resultante: el realismo no puede ser aceptado porque la teoría del significado veritativo-condicional en que se basa es circular o vacía. El justificacionismo es un antirrealismo en el sentido más literal del término: antirrealismo es *crítica* al realismo, y como tal crítica es impecable. Ninguna filosofía del lenguaje consecuente puede producir una metafísica realista, si la filosofía es análisis del significado de nuestro lenguaje, si la ontología se ha de resolver a nivel de la teoría del significado, entonces comprender un enunciado, el significado de un enunciado, no puede consistir en nada supuesto independiente de nuestra capacidad de conocerlo. Captar el significado es captarlo por nosotros, el significado no puede ser nada *en sí* mismo, sino *para nosotros*. Aceptado el supuesto de que la filosofía es filosofía del lenguaje, el antirrealismo, como crítica al realismo, es la única opción coherente de hacer filosofía.

Por otro lado, el justificacionismo como tesis positiva busca ofrecer una explicación satisfactoria de en qué consiste el significado de las expresiones y sentencias de nuestro lenguaje: el significado es el uso por los hablantes del lenguaje, es la práctica común de un lenguaje. El justificacionismo permite la sistematicidad en el

estudio del significado, pues en el lenguaje como institución social hay normatividad (contra el escepticismo), y ello sin necesidad de recurrir a la metafísica de una realidad trascendente (contra el realismo).

Para valorar los resultados de esta tesis positiva hemos de circunscribirnos, de acuerdo con el proyecto de Dummett, a cada una de las determinadas clases de enunciados.

En matemáticas el justificacionismo es intuicionismo. El intuicionismo de Dummett representa el antirrealismo más coherente: en matemáticas un objeto existe cuando es -o puede ser en principio- construido (contra el platonismo y también contra el finitismo estricto). El requisito de armonía aúna verificacionismo (razones) y pragmatismo (consecuencias) para justificar nuestras afirmaciones matemáticas, nuestras matemáticas se fundamentan en la práctica común de los usuarios del lenguaje matemático. En este punto la única duda que se alza a nuestro juicio es si el intuicionismo es capaz de ofrecer una respuesta definitiva a la pregunta sobre el fundamento de la validez universal de los teoremas matemáticos.

En los enunciados sobre el pasado el justificacionismo hace alguna concesión ante el realismo: los enunciados en tiempo verbal pasado son verdaderos no solo si hay actualmente recuerdos, trazos o restos del suceso pasado, también si un observador adecuadamente situado hubiera podido observarlos. La razón de esta concesión es que un antirrealismo estricto sobre el pasado tendría consecuencias *metafísicas* aberrantes, lo cual es en cierto modo un olvido del principio rector de la filosofía de Dummett de resolver las disputas metafísicas como disputas sobre el significado, pues está se está replanteando la teoría del significado por temor a que el resultado metafísico sea desagradable.

Considerado de modo general, el justificacionismo produce una metafísica antirrealista: los hechos (*realidad*) se identifican con proposiciones verdaderas (*pensamiento*) y las proposiciones solo pueden ser expresadas mediante nuestras sentencias (*lenguaje*). En suma, la filosofía del lenguaje es la única forma viable de hacer filosofía, e incluso de llegar a la metafísica: para ser sistemática la filosofía del lenguaje ha de comenzar elaborando una teoría del significado.

Sin embargo, los resultados más discutibles de la filosofía de Dummett se inician a partir de este punto, pues en contra de sus propios límites establecidos por su justificacionismo, Dummett comienza una exploración de la realidad en sí misma. Primero, analiza si la cosa en sí misma pudiera desempeñar algún papel en la ciencia,

que finalmente descarta. Luego la noción de cosa en sí es presentada como el objeto de conocimiento de un ser supremo, Dios, y si bien Dummett no llega a ofrecer una prueba formalizada de la existencia de Dios, al menos la ve posible, hasta el punto de que bosqueja los elementos principales de una teodicea o teoría sobre la naturaleza de Dios.

A nuestro juicio todo esto es algo espurio para la filosofía de Dummett y debiera haber quedado fuera de un justificacionismo consecuente. Efectivamente, la noción de Dios y de la cosa en sí están más allá de los límites de nuestro conocimiento, de nuestro mundo.

Pese a las carencias que hemos señalado en la tesis positiva del justificacionismo, estas carencias no bastan para anular el proyecto: es admisible que el justificacionismo necesita nuevas revisiones y ampliaciones.

La mejor enseñanza del justificacionismo de Dummett es su antirrealismo como crítica al realismo: poner límites a nuestro conocimiento es la única forma posible de asegurar nuestro conocimiento. Una vez más, el criticismo es la única forma posible de vencer al escepticismo.

Este recorrido nos muestra que las preguntas de siempre de la filosofía quieren ser respondidas por Michael Dummett desde una genuina *filosofía del lenguaje*: en qué consiste el ser (*ontología*) ha de ser consecuencia de en qué consiste significar para las expresiones y sentencias de nuestro lenguaje (teoría del *significado*).

BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA

1. Bibliografía de Michael DUMMETT

(Las páginas de las citas se refieren a la publicación castellana cuando así se indica y a la original inglesa en caso contrario).

Libros y artículos de Michael Dummett sobre filosofía por orden cronológico

DUMMETT, Michael

1953

- (a) "Review of Waismann: *Introduction to Mathematical Thinking*", *Mind* 62, 535-245.

1954

- (a) "Can an Effect Precede its Cause?", *Aristotelian Society Proceedings*, vol.28, 27-44.

Reimpreso en:

DUMMETT, M.

1978 (a) *Truth and Other Enigmas* London: Duckworth.

1954

- (a) "Review of P. Geach and M. Black: *Translations from the Philosophical Writings of Gottlob Frege*", *Mind* 63, 102-105.

1955

- (a) "The Structure of Appearance", *Mind* 64, 101-109.

Reimpreso en:

DUMMETT, M.

1978 (a) *Truth and Other Enigmas* London: Duckworth.

- (b) "Frege on Functions: A Replay", *Phil. Rev.* 64, 96-107.

Reimpreso en:

KLEMKE, E.D. (ed.)

1968 *Essays on Frege*, Chicago y Londres: Urbana, 268-283.

DUMMETT, M.

1978 (a) *Truth and Other Enigmas* London: Duckworth.

- (c) "Review of *The Meaning of Existence* by Dom Mark Pontifex and Dom Illtyd Trethowan", *Mind* 64, 565-566.
- (d) "Critical Notice", *Mind* 64, 101-109.

1956

- (a) "Nominalism", *Phil. Rev.* 65, 491-505.

Reimpreso en:

KLEMKE, E.D. (ed.)

1968 *Essays on Frege* Chicago y Londres: Urbana, 321-336.

DUMMETT, M.

1978 (a) *Truth and Other Enigmas* London: Duckworth.

- (b) "Note: Frege on Functions", *Phil. Rev.* 65, 229-230.

Reimpreso en:

KLEMKE, E.D. (ed.)

1968 *Essays on Frege*, Chicago y Londres: Urbana, 295-297.

DUMMETT, M.

1978 (a) *Truth and Other Enigmas* London: Duckworth (titulado ahora "Postscript").

- (c) "Review of *Leibniz's Interpretation of his Logical Calculi* by Nicholas Rescher", *The Journal of Symbolic Logic* 21, 197-199.

1957

- (a) "Constructionalism", *Phil.Rev.* 66, 47-65.

Reimpreso en:

DUMMETT, M.

1978 (a) *Truth and Other Enigmas* London: Duckworth.

- (b) "Frege's *The Thought*", *Mind* 66, p. 548.

1958

- (a) "Review of *Grundlagen der Mathematik in Geschichtlicher Entwicklung* by Oskar Becker", *Mind* 67, 567-568.

- (b) *The Law of Excluded Middle*. [Libro no publicado basado en conferencias dadas en Oxford].

1959

- (a) "Truth", *Proceedings of the Aristotelian Society*, vol. LIX, 141-162.
Reimpreso en:
PITCHER, George (ed.)
1964 *Truth* New Jersey: Englewood Cliffs, 93-111.
STRAWSON, P.F. (ed.)
1967 *Philosophical Logic* Oxford: Oxford University Press, 49-68.
MORAVCSIK, J.M.E. (ed.)
1974 *Logic and Philosophy for Linguists: a Boon of Readings* Paris: The Hague, & New Jersey: Atlantics Heights, 203-225. Incluye "Postscript (1972) to `Truth`".
DUMMETT, M.
1978 (a) *Truth and Other Enigmas* London: Duckworth. Incluye "Postscript".
- (b) "Wittgenstein's Philosophy of Mathematics", *Philosophical Review* 68, 324-348.
Reimpreso en:
BENACERRAF, Paul & PUTNAM, Hilary (eds.)
1964 *Philosophy of Mathematics: Selected Readings* New Jersey: Englewood Cliffs., 491-509.
PITCHER, George (ed.)
1966 *Wittgenstein: the Philosophical Investigations* New York: Garden City, 420-447.
DUMMETT, M.
1978 (a) *Truth and Other Enigmas* London: Duckworth, 166-185.
- (c) "A Propositional Calculus With Denumerable Matrix", *The Journal of Symbolic Logic* 24, 97-106.
- (d) "George Boole", *The Journal of Symbolic Logic* 24, 203-209. [Reseña del libro de George Boole *Studies in Logic and Probability*, R. Rhees (ed.), Londres y LaSalle, Illinois, 1952, y de "Celebration of the Centenary of *The Laws of Thought* by George Boole", *Proceedings of the Royal Irish Academy* 57, sec. A, num. 6, 1955].
Reimpreso en:
DUMMETT, M.
1978 (a) *Truth and Other Enigmas* London: Duckworth. .

DUMMETT, M.A.E. & LEMMON, E.J.

1959

- (a) "Modal Logics Between S 4 and S 5", *Zeitschrift für mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik* 5, 250-264.

1960

- (a) "Presupposition", *The Journal of Symbolic Logic* 25, 336-229.

Reimpreso en:

DUMMETT, M.

1978 (a) *Truth and Other Enigmas* London: Duckworth, .

- (b) "A Defence of McTaggart's Proof of the Unreality of Time", *Philosophical Review* 59, 497-504.

Reimpreso en:

DUMMETT, M.

1978 (a) *Truth and Other Enigmas* London: Duckworth.

- (c) "Oxford Philosophy", *Blackfriars* 41, 74-80.

Reimpreso en:

DUMMETT, M.

1978 (a) *Truth and Other Enigmas* London: Duckworth. .

1963

- (a) "Realism (I)". Leído en la Oxford University Philosophical Society, el 8 de marzo de 1963.

Impreso en:

DUMMETT, M.

1978 (a) *Truth and Other Enigmas* London: Duckworth.

- (b) "The Philosophical Significance of Gödel's Theorem", *Ratio* 5, 140-155. Una versión abreviada se ofreció como ensayo escrito para el primer Congreso Internacional sobre Lógica, Metodología y Filosofía de la Ciencia, en Stanford, el 2 de septiembre de 1960, con el título de "The Epistemological Significance of Gödel's Theorem".

Reimpreso en:

DUMMETT, M.

1978 (a) *Truth and Other Enigmas* London: Duckworth.

- (c) (with E.J. Lemmon & J.N. Crossley) "Meeting of the Association for Symbolic Logic", *Journal of Symbolic Logic* 28, 262-272.

1964

- (a) "Bringing About the Past", *Philosophical Review* 73, 338-359.

Reimpreso en:

GALE, Richard M. (ed.)

1967 *The Philosophy of Time: a Collection of Essays* New York: Garden City, 252-274.

DUMMETT, M.

1978 (a) *Truth and Other Enigmas* London: Duckworth.

1965

CROSSLEY, J.N., & DUMMETT, M.A.E. (eds.)

- (a) *Formal Systems and Recursive Functions* Amsterdam: North-Holland.

1967

- (a) "Frege's Philosophy", artículo sobre Gottlob Frege, en *The Encyclopaedia of Philosophy*, Paul Edwards (ed.), vol 3, Nueva York, 1967, 225-237.

Reimpreso en:

DUMMETT, M.

1978 (a) *Truth and Other Enigmas* London: Duckworth.

- (b) "Platonism", leído como conferencia en el *Tercer Congreso Internacional de Lógica, Metodología y Filosofía de la Ciencia* en Ámsterdam, 29 de agosto de 1967.

Impreso en:

DUMMETT, M.

1978 (a) *Truth and Other Enigmas* London: Duckworth.

1969

- (a) "The Reality of the Past", *Proceedings of the Aristotelian Society* vol. LXIX, 239-258. Leído como conferencia en la Aristotelian Society el día 2 de junio de 1969.

Reimpreso en:

DUMMETT, M.

1978 (a) *Truth and Other Enigmas* London: Duckworth.

1973

- (a) *Frege: Philosophy of Language* London: Duckworth, xxv, 698 págs. Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 2ª ed. rev. 1981, xliii, 708 págs.

- (b) "The Justification of Deduction", *Proceedings of the British Academy* vol. LIX (1975), 201-232. Conferencia leída el 10 de octubre de 1973 en la British Academy

Reimpreso en:

DUMMETT, M.

1978 (a) *Truth and Other Enigmas* London: Duckworth.

- (c) "Frege's Way Out: A Footnote to a Footnote", *Analysis* 33, 139-140.

- (d) "Irving Copi on the Theory of Logical Types", *New Blackfriars* 54, p.184.

1974

- (a) *The Justification of Deduction* London: Oxford University Press.

- (b) "The Significance of Quine's Indeterminacy Thesis", *Synthese* 27, 351-397. Leída como ponencia en la Conferencia sobre el Lenguaje, la Intencionalidad y la Teoría de la Traducción, dada en la Universidad de Connecticut, Storrs, Conn, en marzo de 1973. "Replay" al comentario de Quine en las pp. 412-416.

Reimpreso en:

DUMMETT, M.

1978 (a) *Truth and Other Enigmas* London: Duckworth.

- (c) "The Social Character of Meaning", *Synthese* 27, 523-534. Ensayo escrito poco después del regreso de la anterior conferencia con reflexiones sobre las discusiones de la misma, incluido por error en las actas citadas como "Postscript".

Reimpreso en:

DUMMETT, M.

1978 (a) *Truth and Other Enigmas* London: Duckworth.

(d) "F.L.G. Frege", en *The New Encyclopaedia Britannica* XV ed. Vol. IV, Chicago, 968-969.

(e) "Postscript", en *Synthese* 27, 3-4.

1975

(a) "What Is a Theory of Meaning? (I)", en GUTTENPLAN, Samuel (ed.), *Mind and Language* Oxford: Clarendon Press, 97-138.

Reimpreso en:

1993 (a) *The Seas of Language* Oxford: Clarendon Press

Trad. cast. en:

VALDÉS VILLANUEVA, Luis M L, (ed.) *La búsqueda del significado: lecturas de Filosofía del lenguaje* Madrid: Tecnos, 1991, 370-409.

(b) "The Philosophical Basis of Intuitionistic Logic", en ROSE, H.E. & SHEPHERDSON, J.C. (eds.), *Logic Colloquium, Bristol, July '73* Amsterdam, Oxford & New York: North-Holland, 5-40. Leído con el título de "Philosophical Foundations of Intuitionistic logic", como ensayo invitado al Logic Colloquium, en Bristol en julio de 1973.

Reimpreso en:

DUMMETT, M.

1978 (a) *Truth and Other Enigmas* London: Duckworth.

BENACERRAF & PUTNAM (eds.)

1983 *Philosophy of Mathematics: Selected Readings* Cambridge: Cambridge University Press, (2nd ed.). 97-129.

(c) "Wang's Paradox", *Synthese* 30, 301-324. Conferencia leída en la Universidad de Nueva York en Búfalo, en diciembre de 1970.

Reimpreso en:

DUMMETT, M.

1978 (a) *Truth and Other Enigmas* London: Duckworth.

(d) "Frege", *Teorema* 5, 149-188. Publicación original en castellano.

Reimpreso en:

DUMMETT, M.

1978 (a) *Truth and Other Enigmas* London: Duckworth. Versión ligeramente diferente titulada ahora "Frege's Distinction between Sense and Reference".

1976

- (a) "What is a Theory of Meaning? (II)", en EVANS, Gareth & MC DOWELL, John (eds.), *Truth and Meaning: Essays in Semantics* Oxford: Clarendon Press, 67-137.
Reimpreso en:
1993 (a) *The Seas of Language* Oxford: Clarendon Press
- (b) "Is Logic Empirical?", en LEWIS, H.D. (ed.), *Contemporary British Philosophy* (Fourth Series) London: George Allen & Unwin, 45-68. Una versión anterior fue leída en el Departamento de Filosofía de la Universidad Rockefeller, Nueva York, en 1970.
Reimpreso en:
DUMMETT, M.
1978 (a) *Truth and Other Enigmas* London: Duckworth.
- (c) "Comment on LEJEWSKI, Czeslaw 'Ontology and Logic'", en KÖRNER, Stephan (ed.) *Philosophy of Logic* Oxford: Blackwell, 28-43.
- (d) "Frege as a realist", *Inquiry* 19, 455-468.
Reimpreso en:
DUMMETT, M.
1991 (b) *Frege and Other Philosophers* Oxford: Clarendon Press, & New York: Oxford University Pres.
- (e) "Frege on the Consistency of Mathematical Theories", *Studien zu Frege: Logik und Philosophie der Mathematik* ed. M. Schirn, Stuttgart: Friedrich Frommann Verlag, 229-242.
Reimpreso en:
DUMMETT, M.
1991 (b) *Frege and Other Philosophers* Oxford: Clarendon Press, & New York: Oxford University Pres.

1977

- (a) *Elements of Intuitionism*. (With the assistance of Roberto Minio) Oxford: Clarendon Press. xii, 467 págs. 2ª ed. rev. 1981.
- (b) "Can Analytical Philosophy Be Systematic, and Ought it to Be?", en HEINRICH, Dieter (ed.), *Ist Systematische Philosophie möglich? -- Hegel Kongress Stuttgart 1975* Bonn: Hegel-Studien, Beiheft Nr 17, 305-326. Escrito para el Congreso sobre la Filosofía de Hegel, Stuttgart, 28-30 de mayo de 1975.

Reimpreso en:

DUMMETT, M.

1978 (a) *Truth and Other Enigmas* London: Duckworth.

- (c) "Susan Haack on Non-classical Logics", *New Blackfriars* 58, p. 533.

1978

- (a) *Truth and Other Enigmas* London: Duckworth, & Cambridge, Mass.: Harvard university Press, lviii, 470 págs. Trad. cast. por Alfredo Herrera Patiño: *La verdad y otros enigmas* México: F.C.E. 1990, 570 págs.

Contiene:

- (1951) "The Structure of Appearance"
- (1954) "Can an Effect Precede its Cause?"
- (1955) "Frege on Functions", [orig. "Frege on Functions: A Replay"]
- (1956) "Nominalism"
- (1956) "Postscript", [orig. "Note: Frege on Functions"]
- (1957) "Constructionalism"
- (1959) "Truth"
- (1959) "Wittgenstein's Philosophy of Mathematics"
- (1959) "George Boole"
- (1960) "Presupposition"
- (1960) "A Defence of McTaggart's Proof of the Unreality of Time"
- (1960) "Oxford Philosophy"
- (1963) "Realism (I)".
- (1963) "The Philosophical Significance of Gödel's Theorem"
- (1964) "Bringing About the Past"
- (1967) "Frege's Philosophy"
- (1967) "Platonism"
- (1969) "The Reality of the Past"
- (1973) "The Justification of Deduction"
- (1974) "The Significance of Quine's Indeterminacy Thesis"
- (1974) "The Social Character of Meaning"
- (1975) "The Philosophical Basis of Intuitionistic Logic"
- (1975) "Wang's Paradox"
- (1975) "Frege's Distinction between Sense and Reference", [orig. "Frege"]

(1976) "Is Logic Empirical?"

(1977) "Can Analytical Philosophy Be Systematic, and Ought it to Be?"

- (b) "What Do I Know When I Know a Language?", Stockholm: Universitetas Regia Stockholmensis.

Reimpreso en:

1993 (a) *The Seas of Language*, Oxford: Clarendon Press.

- (c) "Reckonings: Wittgenstein on Mathematics", *Encounter* 50, 63-68.

1979

- (a) "Was Frege a Philosopher of Language?", *Revue Internationale de Philosophie* 33, 786-810.

- (b) "What Does the Appeal to Use Do for the Theory of Meaning", en MARGALIT, A. (ED.): *Meaning and Use* Dordrecht: Reidel, 124-135.

Reimpreso en:

1993 (a) *The Seas of Language* Oxford: Clarendon Press.

- (c) "Comments", en MARGALIT, A. (ED.): *Meaning and Use* Dordrecht: Reidel, 218-225.

Reimpreso en:

1993 (a) *The Seas of Language* Oxford: Clarendon Press.

- (d) "Common Sense and Physics", en *Perception and Identity: Essays Presented to A.J. Ayer*, ed. G.F. Macdonald, London: Macmillan, 1-40.

1980

- (a) "Comments on Professor Prawitz's Paper", en VON WRIGHT, G.H. (ed.), *Logic and Philosophy, International Institute of Philosophy, Symposium in Düsseldorf 1978* (The Hague), 11-18.

- (b) "Critical Notice on *Brouwer: Collected works*", *Mind* 89, 605-616.

- (c) "Review of H.D. SLUGA *Gottlob Frege*, London, 1980; D.A. BELL: *Frege's Theory of Judgement*, Oxford 1979; G. FREGE: *Philosophical and Mathematical Correspondence*, (ed. B.F. McGuinness), Blackwell, Oxford 1980; P.T. GEACH & M. BLACK, *Translations from the Philosophical Writings of Gottlob Frege*, III ed., Oxford 1980", en *London Review of Books*, 2/XVIII, 13-15.

1981

- (a) *The interpretation of Frege's Philosophy* London: Duckworth, & Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press, xvii, 621 págs.
- (b) *Frege: Philosophy of Language* Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press. 2ª ed. rev. de 1973 (a).
- (c) "Frege's `Kernsätze zur Logic'", *Inquiry* 24, 439-448, D 81.
Reimpreso en:
1991 (b) *Frege and Other Philosophers* Oxford: Clarendon Press, & New York: Oxford University Pres.
- (d) "Objections to Chomsky", *London Review of Books* 3/XVI, 5-6.
- (e) "Frege and Wittgenstein", en BLOCK, I (ed.) *Perspectives on the Philosophy of Wittgenstein* Oxford: Blackwell, 1981, 31-42. Trad. cast. de Wenceslao J. Gonzalez Fernández en *Revista de Filosofía*, Universidad de Murcia, 1987, 27-37.
Reimpreso en:
1991 (b) *Frege and Other Philosophers* Oxford: Clarendon Press, & New York: Oxford University Pres.

1982

- (a) "Realism (II)", *Synthese* 52, 55-112.
Reimpreso en:
1993 (a) *The Seas of Language* Oxford: Clarendon Press.
- (b) "Introducción" a MONTICELLI, Roberta *Doctrine dell'intelligenza: saggio su Frege e Wittgenstein* Bari: De Donato.
- (c) "Frege and Kant on Geometry", *Inquiry* 25, 233-254.
Reimpreso en:
1991 (b) *Frege and Other Philosophers* Oxford: Clarendon Press.
- (d) "Objectivity and Reality in Lotze and Frege", *Inquiry* 25, 95-114.
Reimpreso en:
1991 (b) *Frege and Other Philosophers* Oxford: Clarendon Press.
- (e) "Review on *The Language Myth* by Roy Harris", en *London Review of Books*, 4/XV, p. 9.
- (f) "Review on *Now You Do Know* by John Downing", en *London Review of Books*, 7/XX (1982), p. 17.

1983

- (a) "Konnte es Einhörner geben?", *Conceptus. Zeitschrift für Philosophie* 17, 5-10.
Reimpreso revisado en:
1993 (a) *The Seas of Language* Oxford: Clarendon Press.
- (b) "Existence", en *Humans, Meanings and Existences*, ed. D.P. Chattopadhyaya, Delhi: Macmillan, 221-258.
Reimpreso en:
1993 (a) *The Seas of Language* Oxford: Clarendon Press.
- (c) "Language and Truth", en *Approaches to Language*, ed. R. Harris, Oxford: Pergamon, 95-125.
Reimpreso en:
1993 (a) *The Seas of Language* Oxford: Clarendon Press.

1984

- (a) "An Unsuccessful Dig" *Philosophical Quarterly* 34, 377-401. Review on G.P. BAKER & P.M.S. HACKER "Frege: Logical Excavations", en C.WRIGHT (ed.) *Frege: Tradition and Influence* Oxford.
Reimpreso en:
1991 (b) *Frege and Other Philosophers* Oxford: Clarendon Press.

1985

- (a) "Corrections to Hacking on Frege", *The Philosophical Quarterly* XXXV, p. 310.

1986

- (a) "'A Nice Derangement of Epitaphs': Some Comments on Davidson and Hacking", en LEPORE, Ernest (ed.) *Truth and Interpretation: perspectives on the Philosophy of Donald Davidson* Cambridge: Blackwell, 459-476.
- (b) "The Philosophy of Thought and the Philosophy of Language", en J. VUILLEMIN (ed.), *Mérites et limites des méthodes logiques en philosophie*, Paris: Vrin, 141-68.
- (c) "Causal Loops", en *The Nature of Time*, ed. R. Flood and M. Lockwood, Oxford: Blackwell, 135-169.
Reimpreso en:
1993 (a) *The Seas of Language* Oxford: Clarendon Press.

- (d) "Frege's Myth of the Third Realm", *Untersuchungen zur Logik und zur Methodologie* 3, 24-38.

Reimpreso en:

1991 (b) *Frege and Other Philosophers* Oxford: Clarendon Press.

1987

- (a) "Replies to Essays" en TAYLOR, Barry (ed.) *Michael Dummett: Contributions to Philosophy* Dordrecht, Boston, Lancaster: Martinus Nijhoff Publishers, 219-330.

- (b) "Review of *Collected Works*, Volume I, Publications 1929-1936 by Kurt Gödel; Solomon Feferman, John W. Dawson Jr, Stephen C. Kleene, Gregory H. Moore, Robert M. Solovay & Jean van Heijenoort (eds.)", en *Mind*, XCVI, 570-75.

- (c) "The World According to Mathematics", *The Listener*, CXVII (19 Marzo 1987), p. 25.

- (d) "On a Question of Frege's about Right-Ordered Groups" en colaboración con ADELKE, D.S., *Bulletin of the London Mathematical Society* 19, 513-521.

Reimpreso en:

1991 (b) *Frege and Other Philosophers* Oxford: Clarendon Press.

1988

- (a) *Ursprünge der analytischen Philosophie*, Frankfurt am Main: Suhrkamp, 200 págs. Traducción por Joachim Schulte del manuscrito inglés de una serie de lecciones pronunciadas en la Universidad de Bolonia en primavera de 1987.

Reimpreso en:

"The Origins of Analytical Philosophy", *Lingua e Stile* 23, Part I, 3-49, Part II, 171-210.

1993 (b) *Origins of analytical Philosophy* London: Duckworth, xi, 199 págs.

Versión ampliada.

- (b) "Replay to 'Dummett's Dig', by Baker & Hacker", *The Philosophical Quarterly* 38, 87-103.

- (c) "Second Thoughts", *Philosophical Quarterly* 38, 87-103.

Reimpreso en:

1991 (b) *Frege and Other Philosophers* Oxford: Clarendon Press.

- (d) "More about Thoughts", *Notre Dame J Form Log* 30, 1-19.

Reimpreso en:

1991 (b) *Frege and Other Philosophers* Oxford: Clarendon Press, & New York: Oxford University Press.

1989

- (a) "Language and Communication", en GEORGE, A. (ed.) *Reflections on Chomsky*, Oxford: Basil Blackwell, 192-212.

Reimpreso en:

1993 (a) *The Seas of Language* Oxford: Clarendon Press.

- (b) "No Words Left Unquestioned", *The Times* (29 junio 1989), p. 16.

1990

- (a) "Thought and Perception: The Views of Two Philosophical Innovators", en BELL, David (ed.) *The Analytic Tradition: Philosophical Quarterly Monographs. Volume 1* Cambridge: Blackwell., 83-103.

- (b) "The source of the concept of truth", en BOOLOS, G. (ed.): *Meaning and Method: Essays in the Honor of Hilary Putnam*, Cambridge: Cambridge University Press, 1-15.

Reimpreso en:

1993 (a) *The Seas of Language* Oxford: Clarendon Press.

- (c) "Thought and Perception: The Views of Two Philosophical Innovators", en *The Analytic Tradition*, ed. D. Bell and N. Cooper, Oxford: Blackwell, 83-103.

Reimpreso en:

1991 (b) *Frege and Other Philosophers* Oxford: Clarendon Press, & New York: Oxford University Press.

1991

- (a) *The Logical Basis of Metaphysics* London: Duckworth, & Cambridge: Harvard University Press, 355 págs. Reelaboración profunda de las William James Lectures dictadas en la Universidad de Harvard en 1976.

- (b) *Frege and Other Philosophers* Oxford: Clarendon Press, & New York: Oxford University Press.

Contiene:

- (1976) “Frege and Wittgenstein”. También publicado en BLOCK, I (ed.) *Perspectives on the Philosophy of Wittgenstein* Oxford: Blackwell, 1981, 31-42. Trad. cast. de Wenceslao J. Gonzalez Fernández en *Revista de Filosofía*, Universidad de Murcia, 1987, 27-37.
 - (1976) “Frege as a realist”
 - (1976) “Frege on the Consistency of Mathematical Theories”
 - (1981) “Frege’s *Kerensätze sur Logik*”
 - (1982) “Frege and Kant on Geometry”
 - (1982) “Objectivity and Reality in Lotze and Frege”
 - (1984) “An Unsuccessful Dig”
 - (1986) “Frege’s Myth of the Third Realm”
 - (1987) “Frege and the Paradox of Analysis”
 - (1987) “On a Question of Frege’s about Right-Ordered Groups”
 - (1988) “The Relative Priority of Thought and Language”
 - (1989) “More about Thoughts”
 - (1990) “Thought and Perception: The Views of Two Philosophical Innovators”
 - (1991) “Second Thoughts”. Versión revisada de (1986) “Frege’s Myth of Third Realm”.
 - (1991) “Which End of Telescope”
- (c) *Frege: Philosophy of Mathematics* London: Duckworth, & Cambridge: Harvard University Press.
- (d) “Review on BELL, D.: *Husserl* London, 1990”, *Philosophical Quarterly* 41, 483-488.
- Extracto reimpresso en:
- 1993 (a) *The Seas of Language* Oxford: Clarendon Press.
- (e) “Does Quantification Involve Identity?”, en *Peter Geach: Philosophical Encounters*, ed. H.A. Lewis, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 161-184.
- Reimpresso en:
- 1993 (a) *The Seas of Language* Oxford: Clarendon Press.

1992

- (a) “Review on J. Weiner: *Frege in Perspective*”, *The Journal of Symbolic Logic* 57, 255-258.
- (b) “The Metaphysics of Verificationism”, en HAHN, L.E. (ed.): *The Philosophy of A. J. Ayer*, La Salle(III.): Open Court, 129-148.
- (c) “Views of Wittgenstein”, en *The Tablet* (octubre 1992), p. 1248.

1993

- (a) *The Seas of Language* Oxford: Clarendon Press, xvii, 482 págs.

Contiene:

- (1976) “Mood, Force and Convention”
- (1975) “What is a Theory of Meaning? (I)”
- (1976) “What is a Theory of Meaning? (II)”
- (1978) “What Do I Know When I Know a Language?”
- (1979) “Common Sense and Physics”
- (1979) “What Does the Appeal to Use Do for the Theory of Meaning?”
- (1982) “Realism”
- (1983) “Existence”
- (1983) “Language and Truth”
- (1985) “Truth and Meaning”
- (1986) “Causal Loops”
- (1989) “Language and Communication”
- (1990) “The Source of the Concept of Truth”
- (1990) “Wittgenstein on Necessity: Some Reflections”
- (1991) “Does Quantification Involve Identity?”
- (1991) “What Is Mathematics About?”
- (1992) “Realism and Antirealism”
- (1993) “Could There Be Unicorns”. Versión revisada de 1983 (a).
- (1993) “Frege and Russell on Reference”
- (1993) “Testimony and Memory”
- (b) *Origins of analytical Philosophy* London: Duckworth, xi, 199 págs.
- (c) “Chairman’s Address: Basic Law V”, *Proceedings of the Aristotelian Society*, XCIV, 243-51.

- (d) “Review on *Politics, Logic and Love: The Life of Jean van Heijenoort* by Anita Burdman Feferman,” *London Review of Books*, 16/I, p. 14.

1994

- (a) “Replies”, en McGUINNESS, B. & OLIVERI, G. (eds.): *The Philosophy of Michael Dummett*, Dordrecht-London: Kluwer Academic Publishers, 257-370.

1995

- (a) “Bivalence and Vagueness”, en *Theoria. A Swedish Journal of Philosophy* LXI., 201-216.
- (b) “Force and Convention”, en SEN, P.K. (ed.): *The Philosophy of P. F. Strawson*, New Delhi: Indian Council of Philosophical Research, 66-93.
- (c) “The Context Principle: Centre of Frege’s Philosophy”, en I. MAX & W. STELZNER (eds.): *Logik und Mathematik: Frege-Kolloquium Jena 1993*, Berlin-New York, de Gruyter, 3-19.

1996

- (a) “Frege, Gottlob”, en D.M. BORCHERT (ed.): *The Encyclopedia of Philosophy. Supplement* New York: Simon & Schuster Macmillan, 203-205. Reescritura de 1967 (a).
- (b) “Reply to Boolos”, en M. SCHIRN (ed.): *Frege: Importance and Legacy* Berlin: de Gruyter, 253-260.

1997

- (a) “Comments on Wolfgang Künne’s Paper”, *Grazer Philosophische Studien* LIII, 241-248.
- (b) “Existence, Possibility and Time”, *Analyomen 2. Proceedings of the 2nd Conference: Perspectives in Analytical Philosophy*, vol. I, G. Meggle (ed.), Hawthorne, de Gruyter, 43-67.
- (c) “Review on Essay of P. Frascolla, *Wittgenstein’s Philosophy of Mathematics* and C. Gefwert, *Wittgenstein on Philosophy and Mathematics*”, en *The Journal of Philosophy*, XCIV, 359-374.

1998

- (a) “Is the Concept of Truth Needed for Semantics?”, en C. Martínez, U. Rivas, L. Villegas-Forero (eds.): *Truth in Perspective*, Ashgate, Aldershot, 3-22.
- (b) “Meaning and Justification”, en B. McGuinness (ed.): *Language, Logic and Formalization of Knowledge* Coimbra Lecture and Proceedings of a Symposium Held in Siena in September 1997, Gaeta, Bibliotheca, 11-30.
- (c) “Neo-Fregeans: In Bad Company?”, en M. Schirn (ed.): *The Philosophy of Mathematics Today* Oxford: Clarendon Press, 369-388.
- (d) “The Philosophy of Mathematics”, en A.C. Grayling (ed.): *Philosophy. Vol. II: Further Through The Subject* Oxford-New York: Oxford University Press, 122-196.
- (e) “Truth from the Constructive Standpoint”, *Theoria* 54:122-38.
- (f) “La existencia de los objetos matemáticos”, *Teorema* 17, 5-24.

1999

- (a) “Of What Kind of Thing Is Truth a Property?”, en S. Blackburn, K. Simmons (eds.): *Truth* Oxford: Oxford University Press, 264-281.

2000

- (a) “Is Time a Continuum of Instants?”, en *Philosophy*, LXXV, 497-515.
- (b) “On Frege’s Term *Bedeutung*”, en P.K. Sen, D.P. Chattopadhyaya, S. Basu et al. (eds.): *Realism: Responses and Reactions* New Delhi: Indian Council of Philosophical Research, 103-24.
- (c) “Sentences and Propositions”, en R. Teichmann (ed.): *Logic, Cause and Action* (Royal Institute of Philosophy Supplement, “Philosophy: the Journal of the British Institute of Philosophical Studies” XLVI), Cambridge: Cambridge University Press, 9-23.

2001

- (a) “Gottlob Frege”, en D. Sosa, A.P. Martinich (eds.): *A Companion to Analytic Philosophy* Oxford: Blackwell, 6-20.
- (b) “Language as Our Means of Communication”, en *Dialegesthai. Rivista telematica di filosofia*, <http://mondodamani.org/dialegesthai/>.

Ontología y significado en Michael Dummett

(c) “Preface”, en E. Husserl: *Logical Investigations* (trad. ingl. de J.N. Findlay)
London-New York: Routledge, xxi-xxiii.

(d) “Victor’s Error”, *Analysis*, LXI, 1-2.

2002

(a) “Meaning in Terms of Justification”, en C. Bagnoli & G. Usberti (eds.):
Justification and Meaning, en *Topoi*, XXI, 11-9.

(b) “The Two Faces of the Concept of Truth”, en M. D’Agostino, G. Giorello, S.
Veca (eds.): *Logica e politica* Milano: Marco Mondadori, il Saggiatore &
Fondazione Arnoldo e Alberto Mondadori, 119-137.

(c) “Yes, No and Can’t Say”, en *Mind* CXI, 289-296.

2003

(a) “Truth and the Past: The Dewey Lectures 2002”, *The Journal of Philosophy*, C,
5-53.

(b) “How Should We Conceive of Time?”, *Philosophy* LXXVIII, 387-396.

(c) “A Brief Concluding Comment”, *Philosophy* LXXVIII, 409-410.

2004

(a) *Truth and the past* New York: Columbia University Press, x, 122 págs.

(b) “Relative Truth”, en M. Benzi e M. Marsonet (eds.): *Logic and Metaphysics*,
Genova: Name, 91-102.

2005

(a) “Hume’s Atomism about Events: A Response to Ulrich Meyer”, *Philosophy*,
LXXX, 141-144.

(b) “The Justificationist’s Response to a Realist”, *Mind* CXIV, 671-88.

2006

(a) *Thought and Reality* Oxford: Clarendon Press; & New York: Oxford University
Press.

(b) “The Vicious Circle Principle”, en M.C. Galavotti (ed.): *Cambridge and Vienna*,
Dordrecht: Vienna Circle Institute Yearbook, Springer, 29-34.

2007

- (a) AUXIER, Randall E. and HAHN, Lewis Edwin (eds.) *The Philosophy of Michael Dummett: The Library of Living Philosophers* Volume XXXI. Chicago and La Salle: Open Court.

2010

- (a) *The Nature and Future of Philosophy* University Presses of California, Columbia and Princeton.

2011

- (a) “On Analytical Philosophy”, *Teorema* Vol. XXX/1 (Prevista su publicación en Invierno 2011) [Simposio sobre el libro de Hans-Johann Glock (2008) *What Is Analytic Philosophy?* Cambridge University Press].

2. Bibliografía sobre DUMMETT

Artículos sobre Michael Dummett, filosofía del lenguaje, de la lógica y de las matemáticas

ALEMÁN, Anastasio

1995 "Wittgenstein: Lógica, Matemáticas y Convención", *Revista de Filosofía* 8 (14), 57-75.

ALTMAN, Andrew & BRADIE, Michael

1980 "Meaning, Truth and Evidence", *S J Phil* 18, 113-122, Sum 80.

APPIAH, Anthony

1985 "Verificationism and the Manifestation of Meaning", *Aris Soc Supp* 59, 17-31, 1985.

ARMERO, Julio César

1993 "La semántica de Frege", *Endoxa* (2): 141-151.

AYER, A.J.

1992 "Replay to Michael Dummett", en *The Philosophy of A.J. Ayer*, Hahn L.E. (ed.), La Salle, Ill: Open Court, 149-56.

AYERS, Michael

1974 "Individuals without Sortals", *Can J Phil* 4, 113-148, S 74.

BAKER, G.P. & HACKER, P.M.S.

1983 "Dummett's Frege or Through a Looking-Glass Darkly", *Mind* 92, 239-246, Ap 83.

1983 "Dummett's Purge: Frege without Functions", *Phil Quart* 33, 115-132, Ap 83.

1987 "Dummett's Dig: Looking-Glass Archaeology", *Pil Quart* 37, 86-99, Ja 87.

1989 "The Last Dicht", *Phil Quart* 39, 471-477, O 89.

BAR-ELLI, Gilead

1981 "Frege and the Determination of Reference", *Erkenntnis* 16, 137-160, Mr 81.

BELL, David R.

1984 "Reseña a DUMMETT *The Interpretation of Frege's Philosophy* 1981", *Mind* 93, 276-293, Ap 84.

BELNAP, Nuel D. Jr.

1961-62 "Tonk, Plonk, and Plink", *Analysis*, 22, 130-134.

VAN BENTHEM, J.F.A.K. & BLOK W.J.

1978 "Transitivity Follows from Dummett's Axiom", *Theory* 44, 117-118, 1978.

BENTHEM, Johan Van

1981 "Historische Vergissiven: Kantteningen Bij De Fregeaanse Revolutie In De logica", *Kennis Methode* 5, 94-116, 1981.

BISHOP, Errett

1968 "Mathematics as a Numerical Language", en KINO, A.; MYHILL, J. & VESLEY, R.E. (eds.) 1970 *Intuitionism and Proof Theory* Amsterdam, London: North-Holland Publishing Co. 53-71.

BLACKBURN, Simon

1989 "Manifesting Realism", *Midwest Stud Phil* 14, 29-47.

BORICIC, Branislav R.

1985 "On some Subsystems of Dummett's LC", *Z Math Log* 31, 243-247.

BRIER, Bob

1973 "Magicians, Alarm Clocks, and Backwards Causation", *S J Phil* 11, 359-364, Winter 73.

BROOKS, D.H.M.

1976 "Cohen's Criticism of Dummett", *Analysis* 36, 113-117, Mr 76.

BROUWER

- 1905 "Life, Art and Mysticism". Trad. ing. Walter van Stigt *Notre Dame Journal of Logic Symbolic* vol. 37, num. 3 Sum 1996, 389-429.
- 1912 "Intuitionism and Formalism", en BENACERRAF & PUTNAM (eds.) (1983, 2nd ed.) *Philosophy of Mathematics: Selected Readings* Cambridge: Cambridge University Press, 78-79.

BURGE, Tyler

- 1984 "Reseña a DUMMETT *The Interpretation of Frege's Philosophy* 1981", *Phil Rev* 93, 454-458, JI 84.
- 1992 "Frege on Knowing the Third Realm", *Mind* 101, 633-50.

BURGESS, John P.

- 1984 "Dummett's Case for Intuitionism", *Hist Phil Log* 5, 177-194, 1984.

BURNS, Linda

- 1986 "Vagueness and Coherence", *Synthese* 68, 487-513, S 86.

BUTLER, Douglas

- 1988 "Meaning And metaphysics In The Moral Realism Debate", *S J Pil* 26, 9-27, Spr 88.

BUTTERFIELD, Jeremy

- 1984 "Dummett On Temporal Operators", *Phil Quart* 34, 31-42, Ja 84.

CAMPELL, John

- 1982 "Knowledge and Understanding", *Phil Quart* 32, 17-34, Ja 82.

CARRUTHERS, Peter

- 1984 "Fragmentary Sense", *Mind* 93, 351-369, JI 84.

COCKBURN, David

- 1985 "Empiricism and the Theory of Meaning", *Phil Invest* 8, 17-50, Ja 85.

COHEN, Michael

1975 "Dummett on Assertion", *Analysis* 36, 1-5, O 75.

CORSI, Giovanna

1989 "A Cut-Free Calculus For Dummett's LC Quantified", *Z Math Log* 35, 289-301

CURRIE, Gregory

1976 "Reseña a DUMMETT *Frege: The Philosophy of Language 1973*", *Brit J Phil Sci* 27, 79-92, Mr 76.

1983 "Interpreting Frege: A Replay to Michael Dummett", *Inquiry* 26, 345-358, S 83.

1993 "On the Road to Antirealism", *Inquiry* 36, 465-83.

CURRIE, Gregory & EGGENBERGER, Peter

1983 "Knowledge and Meaning", *Nous* 17, 267-280, My 83.

1984 "Frege's Metaphysical Argument", *Phil Quart* 34, 329-342, Jl 84

1985 "The Analysis of Thoughts", *Austl J Phil* 63, 283-298, S 85.

DANIELS, Norman

1980 "On Some Methods of Ethics and Linguistic", *Phil Stud* 37, 21-36, Ja 80.

DAVIDSON, Donald

1967 "Truth and Meaning," *Synthese*, 17. Reprinted in Davidson 2001: *Inquiries into Truth and Interpretation* 2nd ed. Oxford: Oxford University Press.

DEMOPOULOS, William

1982 "The Rejection of Truth-Conditional Semantics by Putnam and Dummett", *Phil Topics* 13, 135-154, Spr 82.

DEVITT, Michael

1983 "Dummett's Anti-Realism", *J Phil* 80, 73-99, F 83.

DUDMAN, V.H.

1975 "Schematic Letters and Variables", *Analysis* 36, 10-12, O 75.

EDGINGTON, Dorothy

1981 "Meaning, Bivalence and Realism", *Proc Aris Soc* 81, 153-173, 1980-81.

1985 "Verificationism and the Manifestation of Meaning", *Aris Soc Supp* 59, 33-52, 1985.

EGGENBERGER, P.

1980 "Elements of Intuitionism - Dummett, M.", *British Journal for the Philosophy of Science* V31, N3, 299-301.

EHRING, Douglas

1987 "Non-Simultaneous Causation", *Analysis* 47, 28-32, Ja 87.

ENGEL, P.

1991 "The Philosophy of Logic - French - Dummett, M.", *Quinzaine Litteraire* N591, (Dec 16), 21-22.

FARRELL, Robert

1974 "Michael Dummett *On the Structure of Appearance*", *Synthese* 28, 233-249, O 74.

FEFERMAN, Solomon

1996 "Kreisel's *unwinding* program", 247-273, in Piergiorgio Odifreddi, (ed.), *Kreiseliana: About and Around Georg Kreisel*, Wellesley, Massachusetts: A. K. Peters.

FERNÁNDEZ DÍEZ, Gustavo

2000 "El concepto intuicionista de prueba canónica", *Ágora* 18 (2), 117-129.

FITTING, Melvin

1968 "Intuitionistic Model Theory and the Cohen Independence Proofs", en KINO, A.; MYHILL, J. & VESLEY, R.E. (eds.) 1970 *Intuitionism and Proof Theory* Amsterdam, London: North-Holland Publishing Co., 219-226.

FLEW, Antony

1973 "Magicians, Alarm Clocks, and Backwards Causation", *S J Phil* 11, 365-366, Wint 73.

GARCÍA-CARPINTERO, Manuel

2005 "Estado de la cuestión: Filosofía del lenguaje", *Theoria* 20/2(53), 223-238.

GEACH, Peter T.

1969 *God and the Soul*. London: Routledge,

1976 "Reseña a DUMMETT *Frege: The Philosophy of Language 1973*", *Mind* 85, 436-449, JI 76.

1985 "Dummett on Frege: A Review Discussion", *Thomist* 49, 116-121, Ja 85.

GEACH, P.T. & SUTHERLAND, Stewart R.

1982 "Truth and God, Part I", *Aris Soc* 56, 83-97, 1982. "Truth and God, Part II", *Aris Soc* 56, 99-115, 1982.

GENOVA, A.C.

1988 "Fantastic Realism And Global Scepticism", *Phil Quart* 38, 205-213, Ap 88.

1988 "Ambiguities About Realism and Utterly Distinct Objects", *Erkenntnis* 28, 87-95, Ja 88.

GEORGE, Alexander

1984 "On Devitt on Dummett", *J Phil* 81, 516-526, S 84.

1987 "Replay to Weir on Dummett and Intuitionism", *Mind* 96, 404-406, JI 87.

GLOCK, Hans J.

1989 "Reseña a DUMMETT *Ursprünge der Analytischen Philosophie*", *Mind* 98, 646-649, O 89.

GLOUBERMAN, M.

1977 "Hoe Philosophers See `Red'", *Grazer Phil Stud*4, 43-64, 1977

Ontología y significado en Michael Dummett

GOLDMAN, Alan H.

1984 "Fanciful Arguments for Realism", *Mind* 93, 19-38, Ja 84.

GONZALEZ FERNANDEZ, Wenceslao J.

1985 "Matemática intuicionista y lenguaje", *Anuario Filosófico* 18 (2), 179-189.

1991 "Intuitionistic Mathematics and Wittgenstein", *Hist Phil Log* 12 (2), 167-183.

GOODMAN, Nicolas

1979 "Reseña a DUMMETT *Elements of Intuitionism* 1977", *J Sym Log* 44, 276-277, Je 79.

GOWANS, Christopher W.

1983 "Reseña a DUMMETT, M. *The Interpretation of Frege's Philosophy* 1981, *Frege: Philosophy of Language* 1973", *Int Phil Quart* 23, 99-101, Mr 83. .

GREEN, Karen

1991 "Dummett's Ought from Is", *Dialectica* 45 (1), 67-82.

GUSTASON, William

1983 "Reseña a DUMMETT *The Interpretation of Frege's Philosophy* 1981", *Rev Metaph* 36, 706-708, Mr 83. .

HAACK, S

1982 "Dummett's Justification of Deduction", *Mind* 91, 216-239, Ap 82.

HALE, Bob

1979 "Strawson, Geach and Dummett on Singular Terms and Predicates", *Synthese* 42, 275-295 O 79.

1984 "Frege's Platonism", *Phil Quart* 34, 225-241, Jl 84.

HARMAN, Gilbert

1974 "Comment on Michael Dummett", *Synthese* 27, 401-404, Jl-Ag 74.

HARRISON, Bernard

1983 "Symposium: Meaning, Truth and Negation, I", *Aris Soc Supp* 57, 179-204, 1983.

HEAL, J.

1978 "On the Phrase 'Theory of Meaning'", *Mind* 87, 359-375, JI 78.

HEIDELBERGER, Herbert

1975 "Dummett on Frege's Philosophy of Language", *Metaphilosophy* 6, 35-43, Ja 75.

HENDRY, Herbert E.

1981 "Reseña a DUMMETT *Truth and other Enigmas* 1978", *Mod Sch* 58, 132-133, Ja 81.

HEYTING, A.

1962 "Axiomatic Method and Intuitionism", BAR-HILLEL, Y. et al. (eds.) 1966. págs.237-247.

1968 "Recent Progress in Intuitionistic Analysis", KINO, A.; MYHILL, J. & VESLEY, R.E. (eds.) 1970 *Intuitionism and Proof Theory* Amsterdam, London: North-Holland Publishing Co., 95-100.

HISSAACK, K

1992 "Frege- Philosophy of Mathematics- Dummett", *T L S - The Times Literary Supplement* N4657 (Jul 3), P 15.

HODES, Harold

1982 "Reseña a DUMMETT *Principles of Intuitionism* 1976", *Phil Rev* 91, 253-262, Ap 82. .

1989 "Three-Valued Logics: An Introduction, A Comparisson of Various Logical Lexica, And Some Philosophical Remarks", *Annals Pure Applied Logic* 43, 99-145, JI 89.

HOLDCROFT, David

1971 "Conditional Assertion", *Aris Cos* 45, 123-139, 1971.

Ontología y significado en Michael Dummett

HOLLAND, Alan

1978 "Carnap on Frege on Indirect Reference", *Analysis* 38, 24-32, Ja 78.

HORWICH, Paul

1982 "Three Forms of Realism", *Synthese* 51, 181-202, My 82.

HUNTER, Geoffrey

1980 "Dummett's Arguments About Numbers", *Proc Aris Soc* 80. 114-126, 1979-80.

HURLEY, S.L.

1984 "Frege, The Proliferation of Force, and Non-Cognitivism", *Mind* 93, 570-576, O 84.

INEICHEIN, Hans

1983 "Bedeutung und Verifikation: Über die Möglichkeit einer Verifikationistischen Bedeutungstheorie", *Z Phil Forsch* 37, 227-239, Ap-Je 83.

1989 "Realismus heute", *Z Phil Forsch* 43, 534-547, Jl-S 89.

ISHIGURO, Hide

1974 "Reseña a DUMMETT *Frege: The Philosophy of Language* 1973", *Philosophy* 49, 438-442, O 74.

JAGER, Ronald

1970 "Truth and Assertion", *Mind* 79, 161-169, Apr 70.

DE JONGH, D.H.J.

1968 "A Characterization of the Intuitionistic Propositional Calculus", KINO, A.; MYHILL, J. & VESLEY, R.E. (eds.) 1970 *Intuitionism and Proof Theory* Amsterdam, London: North-Holland Publishing Co., 221-217.

KAMINSKY, Jack

1980 "Reseña a DUMMETT *Truth and other Enigmas* Cambridge, Harvard Univ Pr, 1978", *Int Stud Phil* 12, 87-88, Spr 80.

KANTHAMANI, A.

1979 "W V O Quine's Model of Language", *Indian Phil Quart* 6, 535-544, Ap 79.

KEATING, Bernard

1978 "On Making Sense of Reference", *J W Vir Phil Soc* 21-23, Fall 78.

KIRKHAM, Richard I.

1989 "What Dummett Says About Truth And Linguistic Competence", *Mind* 98, 207-224, Ap 89.

KIENZLE, Bertram

1981 "Reseña a DUMMETT *Truth and other Enigmas* 1978", *Phil Rundsch* 28, 60-67, 1981.

KLAGGE, James C.

1988 "Moral Realism And Dummett's Challenge", *Phil Phenomenol Res* 48, 545-551, Mr 88.

KLINE, A. David

1981 "On Evidence for Affecting the Past", *Dialogos* 16, 71-81, Ap 81.

KLUGE, E-H W

1977 "Reseña a DUMMETT *Frege: The Philosophy of Language* 1973", *Dialogue* (Canada) 16, 519-533 S77.

KOETHE, John

1983 "Realism and the Scope of Knowledge", *Pac Phil Quart* 64, 281-296, O 83.

KURBIS, Nils

"What's wrong with Classical Negation?" (Visitado el 11 de abril de 2011: <http://www.shef.ac.uk/philosophy/staff/profiles/nilskurbis.html>).

"Harmony, Stability and Normality" (Idem).

Ontología y significado en Michael Dummett

LABERGE, Jean

1988 "Quine, Dummett Et La Querelle Du Réalisme-Nominalisme", *Dialogue* (Canada) 27, 3-14. Spr 88.

LARGEAULT, J.

1974 "Reseña a DUMMETT *Frege: The Philosophy of Language 1973*", *Arch Phil* 37, 499-502, JI-S 74.

1974 "Reseña a DUMMETT *Frege: The Philosophy of Language 1973*", *Rev Int Phil* 28, 219-231, 1974.

1980 "Reseña a DUMMETT *Truth and other Enigmas 1978*", *Arch Phil* 43, 311-315, Ap Je 80.

1980 "Reseña a DUMMETT *Truth and other Enigmas 1978*", *Rev Phil Fr* 170, 62, 65, Ja-Mr 80.

LEEDS, Stephen

1979 "Church's Translation Argument", *CanJ Phil* 8, 43-51, Mr 79.

LLEWELYN, J.E.

1981 "Reseña a DUMMETT *Truth and other Enigmas 1978*", *Inquiry* 24, 374-380, O 81.

LORENZEN, Paul

1965 "Methodisches Denken", *Ratio*, vol. VII, 1-23. (Trad. cast. por Manuel Garrido y José Sanmartín: *Pensamiento metódico*. Valencia: Teorema. 1982. 51 págs.).

LUNTLEY, Michael

1985 "The Real Anti-Realism and other Bare Truths", *Erkenntnis* 23, 295-317, N 85.

LUKASIEWICZ, Jan

1952 "On the Intuitionistic Theory of Deduction", BORKOWSKI, L. (ed.) 1970, 325-340.

MACBEATH, Murray

1988 "Dummett's Second-Order Indexicals", *Mind* 97, 113-116.

MACDONALD, Cynthia

- 1985 "Psychologism and Proper Names: Dummett vs. McDowell", *Explor knowl* 2, 13-20, Spr 85.

MARCELO, Dascal

- 1981 "Strategies of Understanding", en *Meaning and Understanding* PARRETT, Herman & BOUVERESSE, Jacques (eds), West Berlin Gruyter, 1981; 327-352.

MC DOWELL, John

- 1981 "Anti-Realism and the Epistemology of Understanding", en *Meaning and Understanding* PARRETT, Herman & BOUVERESSE, Jacques (eds), West Berlin Gruyter, 1981; 225-248.
- 1989 "Mathematical Platonism and Dummettian Anti-Realism", *Dialectica* 43, 173-192.

MC GUINN, Colin

- 1976 "On the Necessity of Origin", *J Phil* 73, 127-135, 11 Mr 76.
- 1979 "An a priori Argment for Realism", *J Phil* 76, 113-133, Mr 79.
- 1980 "Truth and Use", en *Reference, Truth and Reality* PLATTS, Mark (ed) London Routledge & Paul, 1980. 19-40.
- 1981 "Replay to TENNANT", *Analysis* 41, 120-122, Je 81.
- 1982 "Two Notions of Realism?", *Phil Topics* 13, 123-134, Spr 82.

Mc TAGGART, John

- 1908 "Unreality of Time", *Mind: A Quarterly Review of Psychology and Philosophy* 17, 456-473.

MEASOR, Nicholas

- 1978 "Frege, Dummett and the Philistines", *Analysis* 38, 10-16, Ja 78.

MILLER, Alexander

- 1991 "Abstract Singular Reference: A Dilema for Dummett", *S J Phil* 29 (2), 257-269, Sum 91.

Ontología y significado en Michael Dummett

MILLER, Barry

1975 "In Defence of the Predicate 'Exists'", *Mind* 84, 338-354, JI 75.

MINARI, Pierluigi

1987 "Quasilinear Posets And Some Subsystems Of Dummett's LC", *Z Math Log* 33, 257-265.

MITCHELL, Samuel William

1992 "Dummett's intuitionism is Not Strict Finitism", *Synthese* 90 (3), 437-458, Mr 92.

MOHANTY, J.N.

1984 "Dummett, Frege and Phenomenology", *J Brit Phenomenol* 15, 79-85, Ja 84.

1985 "In Search of the Actual Historical Frege", *J Hist Phil* 23, 237-248, Ap 85.

MONDADORI, Fabrizio

1976 "Modal Realism: The Poisoned Pawn", *Phil Rev* 85, 3-20, Ja 76.

DE MONTICELLI, Roberta

1984 "Verità e Realismo", *Teoria* 4, 133-147, 1984.

MORICONI, Enrico & NAPOLI, Ernesto

1988 "Dummett's Transcendence", *Philosophia* (Israel) 18, 371-383, D 88.

MOSER, P.K.

1992 "The Logical Basis of Metaphysics - Dummett, M.", *Review of Metaphysics* V45, N3 (Mar), 607-608.

NAPOLI, Ernesto

1985 "Is Vagueness a Logical Enigma?", *Erkenntnis* 23, 115-122, Ag 85.

NELSON,

1959 "Negation and separation of concepts", en (ed. Heyting) *Constructivity in Mathematics*, North-Holland.

NOONAN, H.W.

1976 "Dummett on Abstract Objects", *Analysis* 36, 49-54, Ja 76.

NOWAK, R.

1982 "Neuere Wittgenstein Literatur", *Phil Rundsch* 29, 196-226, 1982.

ORTEGA Y GASSET, J.

1923 "La doctrina del punto de vista", cap. X de *El tema de nuestro tiempo*. Obras completas, vol. III. Revista de Occidente. Madrid. 1966. 197-203.

PADILLA GALVEZ, Jesús

1988 "Reseña a DUMMETT, M. *Ursprünge der Analytischen Philosophie* 1988", *Theoria* (Spain) 3, 585-589, O 87 - S 88.

PAGE, James

1991 "Dummett's Mathematical Antirealism", *Phil Stud* 63 (3), 327-342, S 91.

PARRET, Herman

1981 "Perspectival Understanding", en *Meaning and Understanding* PARRETT, Herman & BOUVERESSE, Jacques (eds), West Berlin Gruyter, 1981; 249-279.

PARSONS, Charles

1974 "On Translating Logic", *Synthese* 27, 405-411, JI-Ag 74.

PARSONS, Kathryn Pyne

1975 "A Criterion for Meaning Change", *Phil Stud* 28, 367-396, D 75.

PEACOCKE, Christopher

1980 "Causal Modalities and Realism, en *Reference, Truth and Reality* PLATTTS, Mark (ed) London Routledge & Paul, 1980. 41-68.

1981 "Are Vague Predicates Incoherent?", *Synthese* 46, 121-142, Ja 81.

PINTO, Silvio

2005 "Los conceptos abiertos y la paradoja del análisis", *Theoria* 20/2(53), 199-219.

POLLARD, Stephen

1988 "Weyl on Sets and Abstraction", *Phil Stud* 53, 131-140, Ja 88.

PONTE AZCÁRATE, María

2001 "Michael Dummett: una defensa del anti-realismo en las matemáticas", *Laguna. Revista de Filosofía* (9), 151-162

PRAWITZ, Dag

1971 "On the Idea of a General Proof Theory", *Synthese*, vol.27, p. 63-77.

1973 "Towards a Foundation of a General Proof Theory", *Logic, Methology and Philosophy of Scienza IV*, ed. P. Suppes et al. Amsterdam.

1977 "Meaning and Proofs: On the Conflict Between Classical and Intuitionistic Logic", *Theoria* 43, 2-40, 1977.

1980 "Intuitionistic Logic", en *Logic and Philosophy* VON WRIGHT, G.H. The Hague Nijhoff, 1980. 1-10.

1987 "Some Remarks on Verificationistic Theories of Meaning", *Synthese* 73, 471-477, D 87.

PRICE, Huw

1983 "Sense, Assertion, Dummett and Denial", *Mid* 92, 161-173, Ap 83

1984 "The Philosophy and Physics of Affecting the Past", *Synthese* 61, 299-324, D 84.

1990 "Why `Not'?", *Mind* 99 (394), 221-238, Ap 90.

PUTNAM, Hilary

1983 "Vagueness and Alternative Logic", *Erkenntnis* 19, 297-314, My 83.

1968 "The Logic of Quantum Mechanics" in PUTNAM, H.(1975) *Mathematics, Matter and Method: Philosophical Papers vol.1* Cambridge: Cambridge University Press, 174-197.

QUINE, W.V.

1974 "Comment on Michael Dummett", *Synthese* 27, 399, JI-Ag 74.

RABELAIS, F. and LARGEAULT, J.

1979 "Reseña a DUMMETT *Elements of Intuitionism* 1977", *Arch Phil* 42, 327-336, Ap-Je 79.

RAMSEY, Frank

1927 "Facts and Propositions", *Aristotelian Society Supplementary Volume* 7, 153–170. Reimpreso en *F.P. Ramsey, Philosophical Papers*, David Hugh Mellor (ed.), Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1990, 34–51. Trad. esp. "Hechos y proposiciones", *Revista de filosofía* 20, 1998, 5-22.

RASMUSSEN, Stig Alstrup & RAVNKILDE, Jens

1982 "Realism and Logic", *Synthese* 54, 379-437, S 82.

REIX, Andre

1978 "Reseña a DUMMETT *Frege: The Philosophy of Language* 1973", *Rev Phil Louvain* 76, 487-489, N 78.

RISKA, A

1992 "The Logical Basis of Metaphysics - Dummett, M.", *Thomist* V56, N2 (Apr), 356-358.

RIVAS MONROY, María Uxía

1988 "La interpretación de Frege: un asunto polémico", *Ágora* (6), 161-168.

ROGERSON, Kenneth

1991 "Verification and Anti-Realism", *S W Phil Rev* 7 (1), Ja 91.

ROOT, Michael and WALLACE, John

1982 "Meaning and Interpretation", *Notre Dame J For Log* 23, 157-173, Ap 82.

RORTY, R.

- 1955 "Is Truth a Goal of Inquiry? Donad Davidson versus Crispin Wright", en *Philosophical Quaterly* 45, July 1955, 281-300. Rimpreso en *Philosophical Papers, Vol. 3: Truth and Progress*, Cambridge: Cambridge University Press, 1998, 19-42.

ROSS, Angus

- 1989 "Why Content Must Be A Matter Of Truth Conditions", *Phil Quart* 39, 257-275, JI 89.

SAYRE, Patricia

- 1990 "The Task of a Theory of Meaning", *Metaphilosophy* 21 (4), 348-366, O 90.

SCHICK, Frederic

- 1986 "Reseña sobre el libro de DUMMETT *Voting Procedures* 1985", *J Phil* 83, 398-401, JI 86.

SCHIRN, Matthias

- 1981 "Reseña a DUMMETT *Truth and other Enigmas* 1978", *Brit J Phil Sci* 32, 419-425, D 81.
- 1982 "Wahrheitsbedingungen und Verifikation", *Z Phil Forsch* 36, 378-391, JI-D 82.
- 1983 "Reseña a DUMMETT *The Interpretation of Frege's Philosophy*", *Erkenntnis* 20, 343-351, S 83.

SCHNEIDER, Hans Julius

- 1990 "Syntactic Metaphor: Frege, Wittgenstein and the Limits of Theory of Meaning", *Phil Invest* 13 (2), 137-153, Ap 90.

SHANKER, Stuart

- 1982 "Reseña a DUMMETT *The Interpetation of Frege's Philosophy* 1981, *Frege: Philosophy of Language* 1973", *Dialogue (Canada)* 21, 565-571, S 82. .

SHANKS, Niell

1983 "Indeterminacy and Verification", *S J Phil* 21, 301-312, Sum 83.

SHAPIRO, Steward

1984 "Arithmetic Sinn and Effectiveness", *Dialectica* 38, 3-16, 1984.

SINTONEN, Matti

1982 "Realism and Understanding", *Synthese* 52, 347-378, S 82.

SKORUPSKI, John

1984 "Reseña a DUMMETT *The Interpretation of Frege's Philosophy* 1981", *Phil Quart* 34, 402-414, JI 84.

SLUGA, Hans

1975 "Reseña a DUMMETT *Frege: The Philosophy of Language* 1973", *Inquiry* 18, 471-486, Wint 75.

1977 "Frege's Alleged Realism", *Inquiry* 20, 227-242, Sum 77.

SMITH, William C.

1980 "Dummett and Rigid Designators", *Phil Stud* 37, 93-103, Ja 80.

SOMMERS, Fred

1981 "Are There Atomic Propositions?", *Midwest Stud Phil* 6, 59-68, 1981.

SOTO, Carlos H.

1981 "Identidad y lógica de la comprensión", *Rev Latin de Filosof* 7, 195-208, N 81.

STEVENSON, Leslie

1974 "Reseña a DUMMETT *Frege: The Philosophy of Language* 1973", *Pil Quart* 24, 349-359, O 74.

1987 "Theory of Meaning or Theory of knowledge", *Phil Papers* 16, 1-21, Ap 87.

1988 "Meaning, Assertion And Time", *Austl J Phil* 66, 13-25, Mr 88.

STROUD, B.

1991 "The Logical Basis of Metaphysics", *T L S - The Times Literary Supplement* N4622, 11-12.

TAIT, William

1983 "Against Intuitionism: Constructive Mathematics is a part of Classical Mathematics", *J Phil Log* 12, 173-196, My 83.

TENNANT, Neil

1981 "Is This A Proof I See Before Me?", *Analysis* 41, 115-119, Je 81. [

TEXTOR, Mark

2000 "Knowledge Transmission and Linguistic Sense", *Theoria* 15 (38), 287-302.

TILES, J. E.

1983 "Reseña DUMMETT *The Interpretation of Frege's Philosophy* 1981", *Phil Books* 24, 29-32, Ja 83. .

TILES, Mary

1978 "Reseña a DUMMETT *Elements of Intuitionism* 1977", *Phil Books* 19, 77-80, My 78.

TORIBIO MATEAS, Josefa

1990 "¿Realismo versus anti-realismo o gradación y relativismo conceptual?", *Ágora* (9), 219-230.

1991 "Una crítica al realismo desde la teoría del significado", *Revista de Filosofía* 4 (5), 13-29.

ULRICH, William

1977 "Redundancy and Frege's Chosen Object Theory", *Phil Stud* 32, 313-319 O 77.

WALKER, Ralph

1983 "Symposium: Empirical Realism and Transcendental Anti-Realism, II", *Aris Soc Supp* 57, 155-177, 1983.

WALLACE, John

1972 "Positive, Comparative, Superlative", *J Phil* 21, 773-782, 23 N 72.

WARD, Andrew

1988 "A 'Semantic Realist' Response to Dummett's Antirealism", *Phil Phenomenol Res* 48, 553-555, Mr 88.

WATERLOW, S.

1974 "Backwards, Causation and Continuing", *Mind* 83, 372-387, JI 74.

WEIR, Alan

1985 "Against Holism", *Phil Quart* 35, 225-244, JI 85.

1986 "Dummett on Meaning and Classical Logic", *Mind* 95, 465-477, O 86.

1988 "Rejoinder to George's 'Replay To Weir On Dummett And Intuitionism'", *Mind* 97, 110-112, Ja 88.

WEISBERGER, Andrea M.

1989 "Haack On Dummett: A Note", *Phil Stud* 55, 337-343, Mr 89.

WETZEL, Linda

1990 "Dummett's Criteria for Singular Terms", *Mind* 99 (394), 239-254, Ap 90.

VIDAL LÓPEZ, F. Javier

2001 "El carácter social del lenguaje", *Anuario Filosófico* 34 (3), 817-828.

2002 "¿Es posible una comunicación verbal sin lenguaje? Una discusión entre Dummett y Davidson", *Ágora* 21(2), 139-161.

2002 "La «fuerza» de la fuerza de habla. La perspectiva de M. Dummett", *Contrastes. Revista Interdisciplinar de Filosofía* (7), 191-199.

WIGGINS, David

1980 "What Would Be a Substantial Theory of Truth", en *Philosophical Subjects* VAN STRATEN, Zak (ed.) Oxford Clarendon Press, 1980. 189-221.

VILLARMEA, Stella

2007 "Innovación conceptual y teoría epistémica del significado", *Ágora* 25(1), 59-81.

WILLIAMS, C.J.F.

1979 "Reseña a DUMMETT *Truth and other Enigmas* 1978", *Phil Books* 20, 136-138, O 79.

WILLIAMSON, Timothy

1988 "Bivalence and Subjunctive Conditionals", *Synthese* 75, 405-421, Je 88.

WILSON, George

1978 "Reseña a DUMMETT *Frege: The Philosophy of Language* 1973", *J Hist Phil* 16, 457-466, O 78.

WRIGHT, Crispin

1981 "Reseña a DUMMETT *Truth and other Enigmas* 1978", *Phil Quart* 31, 47-67, Ja 81.

1982 "Strict Finitism", *Synthese* 51, 203-282, My 82.

1983 "Reseña a DUMMETT *The Interpretation of Frege's Philosophy* 1981", *Inquiry* 26, 363-381, S 83.

1985 "Realism, Verificationism and Undetermination", *S J Phil* 23, 503-529, Wint 85.

ZETTERBERG, J. Peter

1979 "Letting The Past Be Brought About", *S J Phil* 17, 413-421, Fall 79.

Libros sobre Michael Dummett, filosofía del lenguaje, de la lógica y de las matemáticas

ALEKSANDROV, A.D.; KOLMOGOROV, A.N. et al.

1956 *Mathematics: Its Contents, Methods, and Meaning* The Massachusetts Institute of Technology. Trad. cast. por Manuel López Rodríguez: *La matemática: su contenido, métodos y significado*. Madrid: Alianza. 1973.

APERY, Roger et al.

1982 *Penser les mathématiques* Editions du Seuil. Trad. cast. por Carlos Bidón-Chanal: *Pensar la matemática* Barcelona: Tusquets. 1984.

APPIAH, K.A.

1986 *For Truth in Semantics* Oxford: Blackwell.

AUXIER, Randall E. and HAHN, Lewis E.

2007 *The Philosophy of Dummett* (Library of Living Philosophers) Chicago and La Salle (Ill.): Open Court.

AYER, A.J.

1946 *Language, Truth and Logic* London: Victor Gollancz.

BAR-HILLEL, Y.; POZNANSKI, E.I.J.; RABIN, M.O. & ROBINSON, A. (eds.)

1966 *Essays on the Foundations of Mathematics* (dedicated to A.A.Fraenkel on his 70th anniversary). Jerusalem: The Magnes Press, The Hebrew University. 1966 (2nd ed.).

BENECERRAF, Paul y PUTNAM, Hilary (dir.)

1964 *Philosophy of Mathematics*. Selected Readings. Nueva Jersey: Prentice-Hall, Inc.; 2nd ed. Cambridge University Press. 1983. 600 págs.

BISHOP, E.

1967 *Foundations of Constructive Analysis* New York: McGraw-Hill.

BLASCHE, S.; KÖHLER, W.R.; KUHLMANN, W. & ROHS, P.(eds.)

1992 *Realismus und Antirealismus* Frankfurt am Main: Suhrkamp.

BOSTOCK, David

2009 *Philosophy of Mathematics: an Introduction* Oxford: Wiley-Blackwell.

BOURBAKI, Nicolas

1969 *Eléments d'histoire des mathématiques*. París: Hermann, Editeurs des Sciences et des Arts. Trad. cast. por Jesús Hernández: *Elementos de historia de las matemáticas* Madrid: Alianza. 1972. 2ª ed. 1976. 401 págs..

BOYER, Carl B.

1968 *A History of Mathematics*. : John Wiley & Sons, Inc. (Trad. cast. por Mariano Martínez Pérez: *Historia de la matemática*. Madrid: Alianza Universidad. 1986. Reimpr. 1987, 808 págs.).

BRANDL, Johannes L. and SULLIVAN, Peter (eds.)

1998 *New Essays on the Philosophy of Michael Dummett* in «Grazer Philosophische Studien», LV Amsterdam: Rodolpi.

BROUWER, L.E.J.

1981 *Brouwer's Cambridge Lectures on Intuitionism* Dalen, D.van (ed.), Cambridge: Cambridge University Press. 109 págs.

DE BUSTOS, Eduardo

1999 *Filosofía del lenguaje* Madrid: UNED, 672 págs.

CHOMSKY, N.

1965 *Aspects of a Theory of Syntax* Cambridge, Mass.: MIT Press.

1993 *Language and Thought* Wakefield, R.I.: Moyer Bell.

COLETTE, J.P.

1979 *Histoire des mathématiques* Mottréal: Editions du Renouveau. Trad. cast. *Historia de las matemáticas* (dos vols.) Madrid: Siglo XXI. 1985.

COLLIN, Finn & GULDMANN, Finn

2005 *Meaning, Use and Truth: introducing the philosophy of language* Aldershot (Hampshire) & Brulington (VT): Ashgate.

COZZO, Cesare

2008 *Introduzione a Dummett*. Roma: Laterza

CZERMAK, J. (ed.)

1993 “Frege. Philosophy of Mathematics”, en *Workshop on Michael Dummett’s Proceedings of the 15th International Wittgenstein Symposium. Part 1: Philosophy of Mathematics*, Wien: Hölder Pichler Tempsky, 69-101.

DEAÑO, Alfredo

1974 *Introducción a la Lógica Formal* Madrid: Alianza (2ª ed. 1980).

1980 *Las concepciones de la lógica* Madrid: Taurus. Edición de Javier Muguerza y Carlos Solís. 396 págs.

DEVITT, M.

1990 *Realism and Truth* Oxford: Blackwell.

DOU, Alberto

1970 *Fundamentos de la matemática* Barcelona: Labor. 2ª ed. 1974, 140 págs.

EVANS, G.

1982 *The Varieties of Reference* Oxford: Oxford University Press.

FREGE, Gottlob

1974 *Escritos lógico-semánticos* Madrid: Tecnos. 1974. Trad. cast. por Carlos R. Luis y Carlos Pereda, 199 págs.

Ontología y significado en Michael Dummett

GARDINER, Mark Q.

2000 *Semantic Challenges to Realism: Dummett and Putnam* Toronto: University of Toronto Press.

GARRIDO, Mael (ed.)

1989 *Lógica y lenguaje* Madrid: Tecnos.

GÖDEL, Kurt

1981 *Obras completas* Madrid: Alianza. Trad. cast. e introducción por Jesús Mosterín. 430 págs.

GOMEZ PIN, Víctor

1987 *Infinito y medida. El trabajo del arte y el trabajo de la ciencia* Barcelona: Granica. 154 págs.

1989 *Filosofía. El saber del esclavo* Barcelona: Anagrama. 294 págs.

GOMEZ PIN, Víctor y ECHEVERRIA, Javier

1983 *Límites de la conciencia y del matema* Madrid: Taurus. 384 págs.

GRAYLING, A.C.

1982 *An Introduction to Philosophical Logic* Sussex Harvester Pr.

GREEN, Karen

2001 *Dummett: Philosophy of Language* Oxford: Blackwell; Cambridge: Polity.

GUNSON, D.L.

1998 *Michael Dummett and the Theory of Meaning* Aldershot-Brookfield (USA)-Singapore-Sidney: Ashgate.

HAAK, Susan

1974 *Deviant logic* Cambridge University Press. Trad. cast. por Eugenio Gil Borjabad: *Lógica divergente* Madrid: Paraninfo, 1979, 192 págs.

1978 *Philosophy of Logics* Cambridge University Press. Trad. cast. por Amador Antón: *Filosofía de las lógicas* Madrid: Cátedra, 1982, 293 págs.

HACKSTAFF, L.H.

1966 *Systems of Formal Logic* Dordrecht: Reidel.

HALDANE, J. & WRIGHT, C. (eds.)

1993 *Reality, Representation and Projection* Oxford: Oxford University Press.

HECK, Richard (ed.)

1998 *Language, Thought and Logic* Oxford: Clarendon Press.

VAN HEIJENOORT, Jean (ed.)

1967 *From Frege to Gödel. A Source Book in Mathematical Logic, 1879-1931*
Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press. 3rd ed. 1976, 665 págs.

HEYTING, A.

1956 *Intuitionism, an Introduction*. Amsterdam: North-Holland Publishing Co. 3rd. ed.
1971. (Trad. cast. por Víctor Sánchez Zavala: *Introducción al intuicionismo*.
Madrid: Tecnos. 1976. 123 págs.).

1930 “Die formalen Regeln der intuitionistische Logik”, *Sitzungsberichte der
Preussischen Akademie der Wissenschaften, Physikalisch-mathematische
Klasse*, 1930, 42-56.

HILBERT, D. y ACKERMANN, W.

1958 *Grundzüge der Theoretischen Logik* Berlin, Heidelberg. Springer-Verlag. 4^a ed. (6^a
ed. 1972). Trad. cast. por Víctor Sánchez de Zavala: *Elementos de lógica teórica*.
Madrid: Tecnos, 1962, 2^a ed. 1975.

HINTIKKA, Jaakko

1973 *Logic, Language-Games and Information* Oxford: Clarendon Press. Trad. cast. por
Alfonso García Suárez: *Lógica, juegos de lenguaje e información. Temas
kantianos de filosofía de la lógica*. Madrid. Tecnos. 1976. 333 págs.

HUNTER, Geoffrey

1969 *Metalogic. An introduction to the Metatheory of Standard First Order Logic.* (St. Andrews, Diciembre de 1969). Trad. cast. por Rodolfo Fernández González: *Metlógica. Introducción a la metateoría de la lógica clásica de primer orden.* Madrid: Paraninfo. 1981. 320 págs.

KIRKHAM, Richard L.

1992 *Theories of Truth: A Critical Introduction* Cambridge, MA: MIT Press.

KINO, A.; MYHILL, J. & VESLEY, R.E. (eds.)

1970 *Intuitionism and Proof Theory. Proceedings of the summer Conference at Buffalo. N.Y.1968.* Amsterdam, London: North-Holland Publishing Co. 516 págs.

KLEENE, Stephen C.

1952 *Introduction to Metamathematics* Amsterdam: North-Holland Publishing Co. Trad. cast. de Manuel Garrido: *Introducción a la metamatemática* Madrid: Tecnos, 1974, 494 págs.

KLEENE, Stephan & VESLEY Richard E.

1965 *The Foundations of Intuitionistic Mathematics* Amsterdam: North-Holland Publishing Co. 201 págs.

KLINE, Morris

1980 *Mathematics. The loss of certainty* New York: Oxford University Press. Trad. cast. por Andrés Ruiz Merino *Matemáticas. La pérdida de la certidumbre* Madrid: Siglo XXI, 1985, 444 págs.

KNEALE William y Martha

1961 *The development of Logic* The Clarendon Press Oxford. Trad. cast. por Javier Muguerza *El desarrollo de la lógica* Madrid: Tecnos, 1972. Reimpresión 1980, 705 págs.

KÖRNER, Stephan

- 1960 *The philosophy of mathematics. An introductory essay* Londres: Hutchinson.
198 págs. Trad. cast. por Carlos Gerhard: *Introducción a la filosofía de la
matemática* México: Siglo XXI, 1967, 250 págs.

KRIPKE, Saul

- 1980 *Naming and Necessity* Cambridge MA: Harvard University Press.
1982 *Wittgenstein on Rules and Private Language* Cambridge MA: Harvard
University Press.

LAKATOS, Imre

- 1976 *Proofs and refutations. The Logic of Mathematical Discovery* Introducción y
selección de John Worrall y Elie Zahar: Cambridge University Press. Trad. cast.
Carlos Solís: *Pruebas y refutaciones. La lógica del descubrimiento matemático*
Madrid: Alianza Universidad, 1978. 2ª reimpr. 1986, 197 págs.
1978 *Mathematics, Science and Epistemología. Philosophical Papers. Volume 2.*
Cambridge University Press. Trad. cast. por Diego Ribes Nicolás: *Matemáticas,
ciencia y epistemología* Madrid: Alianza Universidad, 1981. Reimpr. 1987, 360
págs.

LAURIER, D. (ed.)

- 1991 *Essais sur le sens et la réalité* Montréal-Paris: Bellarmin-Vrin.

LORENZEN, Paul

- 1962 *Metamathematik* Mannheim: Bibliographisches Institut. Trad. cast. de la 2ª ed.
alemana por Jacobo Muñoz: *Metamatemática* Madrid: Tecnos, 1971, 208 págs.

DE LORENZO, Javier

- 1971 *Introducción al estilo matemático* Madrid: Tecnos. Reimpr. 1989, 209 págs.
1972 *Iniciación a la teoría intuitiva de conjuntos* Madrid: Tecnos.
1977 *La matemática y el problema de su historia* Madrid: Tecnos.
1980 *El método axiomático y sus creencias* Madrid: Tecnos, 198 págs.

LUNTLEY, M.

1988 *Language, Logic and Experience: The Case for Anti-realism* La Salle: Open Court.

LUKASIEWICZ, J.; BORKOWSKI, L. (ed.)

1970 *Selected Works. [of] Jan Lukasiewicz.* Amsterdam, London: North-Holland. 405 págs.

MATAR, A.

1997 *From Dummett's Philosophical Perspective* Berlin-New York: de Gruyter.

MCGUINNES, B. and OLIVERI, G. (eds.)

1994 *The Philosophy of Michael Dummett* Dordrecht: Kluwer.

MILLER, Alexander

1998 *Philosophy of Language* (2^a ed. 2007) Routledge.

MORICONI, E.

1993 *Dimostrazioni e significato* Milano: Franco Angeli.

MORRIS, Michael

2007 *An Introducción to the Philosophy of Language* Cambridge UK: Cambridge University Press.

NAGEL, E. y NEWMAN, J.R.

1958 *The Theorem of Gödel* New York University Press. Trad. cast. por Adolfo Martín *El teorema de Gödel* Madrid: Tecnos, 1970. Reimpr. 1979, 140 págs.

NIDDITCH, P.H.

1965 *The Development of Mathematical Logic* Routledge and Kegan Paul Ltd. Trad. cast. por Carmen García-Trevijano *El desarrollo de la lógica matemática* Madrid: Cátedra, 1983, 99 págs.

PASSMORE, John

1985 *Recent Philosophers*. La Salle Open Court. 1985. [Suplemento a la 2ª ed. de PASSMORE *Cien años de filosofía* 1966].

PENCO, C. (ed)

1983 *Filosofía del linguaggio* Casale Monferrato, Marietti, 1983.

PLA I CARRERA, Josep

1984 *Las matemáticas. Una historia de sus conceptos* Barcelona: Montesinos.

PRIOR, Arthur N.

History of Logic New York: MacMillan Publishing. Trad. cast. por Amador Antón y Estban Requena, revisada por Manuel Garrido *Historia de la lógica* Madrid: Tecnos, 1976, 252 págs).

QUINE, Willard Van Orman

1951 "Two Dogmas of Empiricism", *The Philosophical Review* 60: 20-43. Reprinted in 1953 *From a Logical Point of Vie*. Harvard University Press. Trad. cast. "Dos dogmas del empirismo", en *Desde un punto de vista lógico*, Barcelona, Ariel, 1962, p. 76-78).

1970 *Philosophy of Logic* New Jersey: Prentice-Hall.

RAMSEY, F.P.

1990 *Philosophical Papers* David Hugh Mellor (ed.), Cambridge, UK: Cambridge University Press.

RORTY, Richard

1991 *Objectivity, Relativism and Truth: Philosophical Papers I* Cambridge: Cambridge University Press.

RUSSELL, Bertrand

1903 *The principles of mathematics* George Allen & Unwin. Trad. cast. por Juan Carlos Grimberg *Los principios de las matemáticas* Madrid: Espasa-Calpe, 1948, 4ª ed. 1983, 619 págs.

Ontología y significado en Michael Dummett

1956 *Introduction to Mathematical Philosophy* Londres: George Allen and Unwin. Trad. cast. por Mireia Bofill *Introducción a la filosofía matemática* Barcelona: Paidós, 1988, 183 págs.

SANMARTIN, José

1977 *Una introducción constructiva a la teoría de modelos*. Madrid: Tecnos. 2ª ed. 1983, 115 págs.

SUBVERTÍ, G.

1995 *Significato e conoscenza* Milano: Guerini scientifica.

SUPPES, Patrick

1960 *Axiomatic Set Theory* Ed. D. Van Nostrand Company, Inc. Trad. cast. por Hernando Alfonso Castillo: *Teoría axiomática de conjuntos*. Cali, Colombia: Editorial Norma, 1960.

TAYLOR, Barry (ed.)

1987 *Michael Dummett: Contributions to Philosophy* Dordrecht, Boston, Lancaster: Martinus Nijhoff Publishers.

TENNANT, Neil

1987 *Anti-Realism and Logic* Oxford: Clarendon Press.

1997 *The Taming of the True* Oxford: Clarendon Press.

TROELSTRA, A.S.

1977 *Choice sequences. A chapter of intuitionistic mathematics* Oxford: Clarendon Press.

WANG, Hao

1987 *Reflection on Kurt Gödel* Massachusetts Institute of Technology. Trad. cast. por Pilar Castillo Criado: *Reflexiones sobre Kurt Gödel* Madrid: Alianza, 1991, 445 págs.

WEISS, Bernhard

2002 *Michael Dummett: Philosophy Now* Princeton: Princeton University Press.

WITTGENSTEIN, Ludwig

1978 *Remarks on the Foundations of Mathematics* (3rd edition) Edited by G.H. von Wright, R. Rhees, G.E.M. Anscombe. Oxford: Basil Blackwell Ltd. Trad. cast. por Isidoro Reguera *Observaciones sobre los fundamentos de la matemática*, Madrid: Alianza Universidad, 1987, 378 págs.

1988 *Investigaciones Filosóficas* México: Instituto de Investigaciones Filosóficas, UNAM.

2005 *Tractatus logico-philosophicus* Trad. Jacabo Muñoz e Isidoro Reguera. Madrid: Alianza.

WRIGHT, Crispin

1980 *Wittgenstein on the Foundations of Mathematics* Cambridge: Harvard University Press.

1986 *Realism, Meaning and Truth* Oxford: Blackwell