

TESIS DOCTORAL

Junio 2017

The seal of the University of Murcia is a circular emblem. It features a central shield with a crown on top, surrounded by a sunburst. The shield is divided into four quadrants with various symbols. The entire seal is encircled by a gold border containing the Latin motto 'MOBILITAS' at the top and 'MURCIA' at the bottom.

TRANSFORMACIONES HOMOGRAFICAS APLICADAS A LA SIMULACIÓN Y OPTIMIZACIÓN DEL SUBSISTEMA ÓPTICO EN CENTRALES TERMOSOLARES DE TORRE

Guillermo Ortega Ruiz

**PROGRAMA DE DOCTORADO EN TECNOLOGÍAS
INDUSTRIALES**

Director: Antonio José Rovira de Antonio

A Inmaculada y Guillermo.

RESUMEN

Las centrales termosolares de torre, también llamadas sistemas de receptor central, constituyen una de las tecnologías renovables más prometedoras para la producción de electricidad y calor para procesos industriales. Se trata de una tecnología caracterizada por su alto factor de concentración, lo que permite alcanzar mayores temperaturas en el fluido de trabajo y, por este motivo, la posibilidad de alcanzar mayores rendimientos que con otras tecnologías de concentración termosolar más extendidas.

El objetivo fundamental de la tesis consiste en la propuesta de una herramienta de simulación y optimización del diseño del subsistema óptico en centrales termosolares de torre, caracterizada por una precisión y exactitud comparables al empleo de una herramienta de trazado de rayos según el método de Monte-Carlo, y presente unos tiempos de computación entre uno y dos órdenes de magnitud inferiores a los obtenidos por la citada técnica.

El estudio se desarrolló en varias fases. La primera consistió en analizar y estudiar los principios básicos relacionados con la simulación y optimización del subsistema óptico.

Posteriormente, se desarrollaron distintas técnicas enfocadas a la determinación de aquellos rendimientos elementales que suponen un mayor esfuerzo computacional, así como el estudio de aquellas variables que tienen una mayor repercusión en los resultados y tiempos de computación.

Por último, se desarrollaron un conjunto de aplicaciones informáticas de simulación y optimización, apoyadas en las técnicas propuestas, las cuales fueron validadas mediante el empleo de técnicas y/o códigos suficientemente contrastados y avalados por la comunidad científica.

ABSTRACT

Central receiver systems are one of the most promising renewable technologies for the production of electricity and heat for industrial processes. It is a technology characterized by a high concentration factor, which allows higher temperatures in the working fluid and, for this reason, the possibility of achieving higher yields than other concentrating technologies.

The main objective of the work is the proposal of a tool for the simulation and optimization of the heliostat field in central receiver systems characterized by precision and accuracy comparable to the use of a ray tracing tool according to the Monte-Carlo method, and computing times between one and two orders of magnitude lower than those obtained by the aforementioned technique.

The study was developed in several stages. The first consisted in analyzing and studying the basic principles related to the simulation and optimization of the optical subsystem.

Subsequently, different techniques were developed focused on the determination of efficiency factors and the steps that imply the greatest computational effort, as well as the study of those variables that have a high impact on the results and computation times.

Finally, a set of codes for simulation and optimization were developed, which were validated with other codes and data well established in the technical literature.

AGRADECIMIENTOS

A pesar de estar habituado al estudio a distancia, por haber cursado la titulación de Ingeniero Industrial por la ETSI Industriales de la UNED, los estudios de doctorado y más concretamente la realización de la tesis han supuesto, por muchos motivos, una dificultad añadida.

Por esta razón quiero agradecer a Antonio Rovira, tutor del trabajo, por dirigir la tesis, y por toda la ayuda prestada en la resolución de dudas y consejos necesarios en la realización de la tesis, así como en las frecuentes revisiones del artículo que avala la misma. A pesar de la realización a distancia de la tesis, quiero expresar que en cada uno de los contactos que hemos mantenido, esencialmente telefónicos y por email, me ha transmitido siempre un clima de ánimo y optimismo.

Asimismo, quiero agradecer a Inmaculada la ayuda, paciencia y apoyo que siempre me presta.

ÍNDICE

1. PRESENTACIÓN Y OBJETIVOS	1
1.1. Introducción y estado de la tecnología	1
1.2. Justificación de la tesis	5
1.3. Objetivos de la tesis	6
1.4. Resumen de contenidos	8
Bibliografía	10
2. PRINCIPIOS BÁSICOS RELATIVOS AL DISEÑO Y SIMULACIÓN DEL SUBSISTEMA ÓPTICO EN CENTRALES TERMOSOLARES DE TORRE	15
2.1. Introducción	15
2.2. Pérdidas en los Sistemas de Receptor Central	16
2.3. Tamaño del disco solar. Noción de rayo luminoso	18
2.4. Modelos de forma solar	19
2.5. Tipos de errores ópticos	21
2.6. Determinación de la posición del sol	25
2.6.1. Sistema de coordenadas celestes horarias	25
2.6.2. Sistema de coordenadas celestes horizontales	27
2.7. Superficies cuádricas. Concepto y clasificación	28
2.7.1. Superficies cuádricas elípticas. Clasificación y definiciones	31
2.8. Generalidades sobre óptica geométrica	33
2.8.1. Reflexión y refracción de ondas planas	33
2.8.2. Reflexión en una superficie esférica	35
2.8.3. Aberración en un espejo esférico	37
2.8.4. La región paraxial	39
2.8.5. Reflexión en un espejo paraboloidal	40
2.8.6. Reflexión en un espejo elipsoidal	42
2.8.7. Morfología de la superficie del heliostato. Aberraciones	43

2.8.8. Aproximación mediante superficie esférica y paraboloides elíptico de revolución simétrico	47
Bibliografía	48
3. TRANSFORMACIONES HOMOGRAFICAS	51
3.1. Introducción	51
3.2. Transformaciones proyectivas	52
3.3. Paralelismo e infinito	54
3.4. Proyectividad entre formas planas de segunda categoría. Homología plana	55
3.4.1. Rectas límites	56
3.5. Geometría analítica aplicada a la geometría proyectiva en el plano	58
3.5.1. Coordenadas homogéneas	58
3.5.2. Ecuaciones de una homografía	59
3.5.3. Determinación de los elementos notables de una homología	61
3.5.4. Ecuaciones de las rectas límites	62
3.5.5. Desarrollo de un ejemplo para la comprobación de la metodología expuesta	62
3.5.6. Casos de determinación de una homología plana. Obtención de la matriz de homografía	65
3.5.7. Transformación homológica de un trapezoide en cuadrado de semi-lado unitario	69
3.6. Ecuaciones de una homografía. Caso particular de afinidad	69
3.6.1. Desarrollo de un ejemplo para la comprobación de la metodología expuesta	70
3.6.2. Casos de determinación de una afinidad. Obtención de la matriz de homografía	72
3.6.3. Transformación afín de un paralelogramo en cuadrado de semi-lado unitario	74
3.7. Casos particulares	74
3.7.1. Simetría axial	74
3.7.2. Homotecia	75
3.7.3. Traslación	77

3.7.4. Giro	78
Bibliografía	79
4. ANÁLISIS Y PROPUESTA DE DISTINTAS METODOLOGÍAS PARA EL CÁLCULO DE SOMBRAS Y BLOQUEOS EN CENTRALES TERMOSOLARES DE TORRE	81
4.1. Introducción	81
4.2. Orientación de los heliostatos y determinación del subconjunto de heliostatos susceptibles de sombrear y/o bloquear al que es objeto de estudio	88
4.2.1. Hipótesis de partida	88
4.2.2. Orientación de heliostato	88
4.2.3. Identificación de heliostatos susceptibles de sombrear y/o bloquear al que es objeto de estudio	90
4.2.4. Comparativa de los niveles de filtrado	103
4.3. Exposición de los distintos métodos para cálculo de sombras y bloqueos	106
4.3.1. Trazado de rayos según método de Monte-Carlo: <i>M0</i>	106
4.3.2. Características comunes en el resto de métodos	110
4.3.3. Trazado de rayos simplificado 1: <i>M1</i>	111
4.3.4. Trazado de rayos simplificado 2: <i>M2</i>	112
4.3.5. Basado en pertenencia de punto en superficie radiada: <i>M3</i>	112
4.3.6. Basado en las transformaciones homográficas: <i>M4</i>	113
4.3.7. Mediante operaciones booleanas de regiones planas: <i>M5</i>	115
4.4. Comparación de los métodos	118
4.4.1. Errores globales y tiempos de ejecución	120
4.4.2. Análisis individualizado de heliostatos	123
4.5. Adaptación de los algoritmos de cálculo de sombras y bloqueos a la GPU	127
4.6. Conclusiones	130
Bibliografía	132

5. ANÁLISIS Y PROPUESTA DE DISTINTAS METODOLOGÍAS PARA EL CÁLCULO DE INTERCEPCIÓN EN CENTRALES TERMOSOLARES DE TORRE	
5.1. Introducción	135
5.2. Generación de rayos incidentes según una función de densidad de probabilidad dada	144
5.3. Métodos de cálculo de incidencia basados en trazado de rayos	147
5.3.1. Trazado de rayos por el método Monte-Carlo (<i>FRT</i>)	147
5.3.2. Trazado de rayos basado en transformación homológica (<i>HRT</i>)	153
5.4. Mapas de densidad de potencia	160
5.5. Validación	160
5.5.1. Validación <i>FRT</i> vs Soltrace	161
5.5.2. Validación <i>HRT</i> vs <i>FRT</i>	164
5.6. Validación de los códigos propuestos en el caso de simulación de un campo de heliostatos	167
5.6.1. Validación <i>FRT</i> vs Soltrace	167
5.6.2. Validación <i>HRT</i> vs <i>FRT</i>	170
5.7. Determinación del rendimiento por intercepción	173
5.7.1. Mejora de la exactitud en el cálculo de intercepción de las técnicas homográficas	178
5.8. Adaptación de los algoritmos de cálculo de intercepción a la GPU	180
5.9. Conclusiones	182
Bibliografía	184
6. CONSIDERACIONES SOBRE LA OPTIMIZACIÓN DEL SUBSISTEMA ÓPTICO EN CENTRALES TERMOSOLARES DE TORRE	189
6.1. Introducción	189
6.2. Generación de configuraciones de heliostatos	203
6.3. Selección de los instantes para el cálculo del rendimiento anual	207
6.3.1. Expresiones para la evaluación del rendimiento anual	207
6.3.2. Consideraciones sobre la selección de los instantes de cálculo	208

6.3.3. Métodos propuestos para la evaluación del rendimiento anual	209
6.3.4. Análisis de los métodos propuestos para la evaluación del rendimiento anual	211
6.4. Determinación del rendimiento por intercepción mediante interpolación	219
6.5. Consideraciones sobre el número de rayos a emplear en códigos de optimización del diseño del subsistema óptico	221
6.5.1. Análisis de resultados y tiempos de ejecución	223
6.6. Validación del código propuesto	226
6.7. Algoritmo de optimización	231
6.7.1. Ejecución del algoritmo de matriz de eficiencias	235
6.7.2. Ejecución del algoritmo genético	242
6.8. Comparativa CPU vs GPU	243
6.9. Conclusiones	246
Bibliografía	250
7. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS	253
7.1. Introducción	253
7.2. Conclusiones	254
7.3. Trabajos futuros	258
ANEXO 1. TRANSFORMACIÓN DE UNA HOMOLOGÍA ENTRE DOS SECCIONES PLANAS EN EL ESPACIO EN HOMOLOGÍA PLANA	261
A.1.1. Introducción	261
A.1.2. Homología entre dos secciones planas de una misma superficie radiada	261
A.1.3. Producto de tres homología	263
A.1.4. Transformación de una homología entre dos secciones planas en el espacio en homología plana	265
A.1.5. Transformación homológica de un trapezoide en cuadrado	268
A.1.6. Afinidad entre dos secciones planas de una misma superficie radiada	270
A.1.7. Transformación de una afinidad entre dos secciones planas en el espacio en afinidad plana	270

A.1.8. Transformación afín de un paralelogramo en cuadrado	271
Bibliografía	272
ANEXO 2. MÉTODOS DE INTEGRACIÓN NUMÉRICA EMPLEADOS	277
A.2.1. Regla trapezoidal	277
A.2.2. Cuadratura de Gauss	277
Bibliografía	279
ANEXO 3. DATOS DE IRRADIANCIA PROCEDENTES DE SATELLIGHT	281
A.3.1. Introducción	281
A.3.2. Procesado de los datos de irradiancia	281
ANEXO 4. ALGORITMOS GENÉTICOS	283
A.4.1. Introducción	283
A.4.2. Esquema del algoritmo genético implementado	284
A.4.3. Generación de la población inicial	285
A.4.4. Determinación de la generación intermedia	285
A.4.5. Cruce y mutación	286
A.4.6. Condición de terminación del lazo principal	286
Bibliografía	287
ANEXO 5. CONSIDERACIONES RELATIVAS A LA VALIDACIÓN CON SOLTRACE	289
A.5.1. Generalidades	289
BIBLIOGRAFÍA	291
LISTADO DE FIGURAS	295
LISTADO DE TABLAS	303

SÍMBOLOS Y ABREVIACIONES

Símbolo	Descripción	Unidad
a_s	Acimut solar	rad
CCP	Colector cilíndrico parabólico	
CF	Colector Fresnel	
D	Diagonal del heliostato	m
ECM	Error cuadrático medio	
f	Distancia focal	m
<i>FRT</i>	Field Ray-Tracing	
GPU	Unidad de procesamiento gráfico	
<i>HRT</i>	Homology Ray-Tracing	
h_s	Altura solar	rad
HS	Horno solar	
IND	Irradiancia normal directa	W/m ²
J	Día del año	
MFS	Modelo de forma solar	
n_{21}	Coefficiente de refracción del medio 2 respecto al medio 1	-
N_c	Número de puntos de cálculo	
N_r	Número de rayos reflejados	
N_r/N_c	Número de rayos por punto de cálculo	
N_s	Número de rayos sombreados	
S_o	Dirección principal o vector solar	
SRC	Sistemas de receptor central	
T	Centro del blanco	
t_c	Transmisividad de la cavidad	-
TRMC	Trazado de rayos según el método de Monte-Carlo	
UA	Unidad astronómica	m

Letras griegas

ϕ	Latitud	rad
δ_s	Declinación solar	rad
ω_s	Angulo horario solar	rad
χ	Razón circunsolar	-
θ_i	Angulo de incidencia	rad
θ_r	Ángulo de refracción	rad
θ'_r	Ángulo de reflexión	rad
ρ	Razón de homología	-
τ	Razón de afinidad	-
η_{cos}	Rendimiento por factor coseno	-
η_{ref}	Rendimiento por reflexión	-
η_{aa}	Rendimiento por atenuación atmosférica	-
η_{int}	Rendimiento por intercepción	-
η_{syb}	Rendimiento por sombra y bloqueos	-

1. PRESENTACIÓN Y OBJETIVOS

1.1. Introducción y estado de la tecnología

La presente tesis se centra en el estudio, simulación y optimización del subsistema óptico en centrales termosolares de torre, también llamadas sistemas de receptor central (SRC). El subsistema óptico de este tipo de centrales está constituido por un campo de heliostatos, espejos individuales dotados de dos ejes de seguimiento que permiten reflejar y concentrar la radiación solar directa sobre un receptor situado en la parte superior de una torre.

Las primeras herramientas de simulación/optimización para SRC aparecen a finales de los años setenta del siglo XX. Hoy día, en la literatura técnica pueden encontrarse un buen número de códigos, entre los que pueden destacarse los siguientes: MIRVAL (Leary y Hankins, 1979), Soltrace (Wendelin, 2003), Tonatiuh (Blanco et al., 2005), Sensol (Relloso y Domingo, 2006), HLFD (Yu et al., 2012), STRAL (Belhomme et al., 2009), Delsol3 (Windelsol) (Dellin et al., 1986), Helios (Biggs y Vittitoe, 1979), UHC (Lipps y Vant-Hull, 1980b), HFL-CAL (Schwarzbözl et al., 2009).

Las ventajas e inconvenientes de los principales códigos de simulación/optimización, así como los campos de aplicación de cada uno de ellos, fueron analizados por Kiera (1989), Monterreal (2000), Pitz-Paal y Schwarzbözl (2000), y Garcia et al. (2008). De acuerdo con ellos estos códigos pueden clasificarse en dos grandes grupos según tengan capacidad de simulación o bien de optimización del diseño del subsistema óptico.

En el primer grupo se engloban aquellas herramientas que permiten básicamente la obtención de mapas de fotones, de densidad de potencia e isolíneas con suficiente precisión, para un diseño de campo e instante dado. A este grupo pertenecen la mayoría de los códigos de trazado de rayos según el método de Monte-Carlo (TRMC). Estos códigos se caracterizan por la reproducción rayo a rayo de cada uno de los fenómenos intervinientes en el proceso de concentración termosolar, los cuales, en su mayor parte, se consideran de naturaleza no determinista. Este enfoque les permite modelar con precisión sistemas de concentración de cualquier tecnología por complejos que éstos sean. De este modo, herramientas de TRMC generalistas como Soltrace o Tonatiuh pueden simular tanto SRC, como otras tecnologías de concentración termosolar tales como colectores cilíndrico parabólicos (CCP), discos parabólicos (DP), colectores Fresnel (CF), hornos solares (HS), etc.

Debido precisamente a este carácter generalista, la introducción de la información geométrica de partida es tediosa y lenta. Asimismo, no suelen disponer de capacidad de post-procesado de los mapas de fotones resultantes (requiriéndose exportar los resultados a un programa externo que los procese).

Sin embargo, el principal hándicap de las herramientas de TRMC reside en que los tiempos de computación, para una exactitud y precisión razonables, son relativamente altos, lo que los hace poco adecuados para resolver, no solo problemas de cálculo de la energía obtenida sobre el receptor a lo largo de un intervalo de tiempo dado, sino tampoco procesos de optimización del diseño del subsistema óptico.

En este último caso, de forma orientativa, se han de procesar entre tres y cinco veces más heliostatos de los necesarios para alcanzar una cierta potencia objetivo en el punto de diseño (esto es unos 1.800 a 3.000 heliostatos para una planta de 50 MWt). El número de instantes, para una precisión razonable, puede estar comprendido orientativamente entre 1.000 y 3.000. Finalmente, el número de patrones a evaluar puede consistir en una cifra próxima al millar.

Si se considera una resolución de $1 \cdot 10^4$ rayos por heliostato, se toma la referencia de tiempos de computación publicada en Belhomme et al. (2009) en relación a la validación MIRVAL vs STRAL, y se considera que los tiempos de computación son proporcionales al número de rayos utilizados, se tiene que MIRVAL requiere 0,0536 s para simular un heliostato con una resolución de $1 \cdot 10^4$ rayos. Si se opera con el valor medio de los intervalos indicados (es decir, con 2.400 heliostatos por configuración y 2.000 instantes), se tendría un tiempo total de computación de 2.976 días para un ordenador de las características definidas en el artículo citado.

En la situación contrapuesta se encuentran las herramientas de optimización. Estas herramientas se caracterizan por la adopción de una serie de simplificaciones con objeto de poder obtener una solución en un tiempo de computación razonable.

Por consiguiente, estos códigos se caracterizan por la determinación de los rendimientos elementales (factor coseno, reflexión, sombra y bloqueos, atenuación atmosférica e intercepción) mediante técnicas simplificadas, así como en la consideración de que los fenómenos intervinientes en el proceso de concentración termosolar son de naturaleza determinista.

En los códigos de optimización se consideran clave los siguientes aspectos:

- Cuáles son las hipótesis relativas a la preselección de los heliostatos con potencial para sombrear y/o bloquear a cualquier heliostato del campo.
- Cómo se realiza el cálculo de los rendimientos que suponen un mayor esfuerzo computacional. Esencialmente el rendimiento por sombra y bloqueos y por intercepción.
- Cuantos y cómo se distribuyen los instantes de cálculo a emplear a lo largo del periodo de tiempo considerado (habitualmente un año).
- Qué técnica de integración se emplea en el cómputo del rendimiento anual ponderado y sin ponderar por la irradiancia, la cual constituye habitualmente la función de mérito.

- Cuál es la procedencia de los datos de irradiancia empleados. En este sentido, resulta de interés si obedecen a modelos teóricos para cielo despejado o, por el contrario, se obtienen a partir de modelos más realistas como los basados en el *año meteorológico tipo*.

En las siguientes líneas se ofrecerá una visión general de cada una de las cuestiones planteadas, estudiándose de forma más precisa y detallada en los respectivos capítulos específicos de la tesis.

De este modo, a la hora de determinar el rendimiento por sombras y bloqueos, especialmente en grandes campos solares, se hace imprescindible la determinación previa del subconjunto de heliostatos susceptibles de sombrear y/o bloquear a cada uno de los heliostatos del campo. De este modo se reduce de forma importante el esfuerzo computacional exigido y los tiempos de ejecución.

En este aspecto, buena parte de los algoritmos de preselección utilizados por los códigos existentes se basan en la proximidad al heliostato objeto de estudio dentro de un radio de acción dado, según la vista superior del campo solar. Es decir, no tienen en cuenta la posición del sol (en el caso de sombras) o la posición del centro del blanco (en el caso de bloqueos). Estos algoritmos tomarán un número reducido de candidatos en aquellos instantes de altura solar reducida y viceversa. Tal es el caso de los códigos propuestos por Biggs y Vittitoe (1979), Besarati y Goswami (2014), Wei et al. (2008), y Collado y Guallar (2012). En este último caso, la preselección solo se analiza para campos circundantes.

A la limitación apuntada se suma el hecho de que la mayoría de los códigos analizados (salvo el propuesto por Belhomme et al., 2009 y Noone et al., 2012) poseen un número límite de candidatos. En muchos de ellos, el valor prefijado puede considerarse reducido. Por consiguiente, estos códigos seleccionarán pocos candidatos en aquellos instantes en los que la altura solar es pequeña.

Otro aspecto no tratado por la mayoría de los autores es el relativo a la preselección de heliostatos con posibilidad de ser sombreados por la torre.

Por otra parte, la metodología conocida como *método de las esferas*, propuesto por Belhomme et al. (2009), se considera geoméricamente acertada en el caso de preselección por sombras. Sin embargo, las condiciones dadas por este método son necesarias, pero no suficientes. Por tanto, este método seleccionará, en general, más heliostatos de los necesarios en el caso de sombras. En el caso de bloqueos, la proyección cilíndrica ortogonal empleada por el método se aleja del comportamiento óptico sufrido por los rayos reflejados por un heliostato.

Finalmente, en algunos de los códigos analizados (Biggs y Vittitoe, 1979; Collado y Guallar, 2012), se utiliza el mismo subconjunto de heliostatos para el análisis de distintos instantes del año, lo que puede conducir a errores o imprecisiones en el cálculo.

En relación al cálculo de sombras y bloqueos propiamente dicho, la mayor parte de los códigos analizados emplean la metodología propuesta por Sassi (1983) o variantes de la misma. Tal es el caso de los códigos propuestos por: Besarati y Goswami, (2014); Wei et al. (2008); y Collado y Guallar (2012).

Los principales inconvenientes de la citada metodología consisten en que se considera que los heliostatos son planos, tienen la misma orientación y que el tipo de proyección es cilíndrica oblicua tanto en el caso de sombras como en el de bloqueos. Todos los elementos apuntados constituyen simplificaciones importantes, que posibilitan la mejora de las prestaciones desde el punto de vista computacional, pero que modelan el problema de cálculo de sombras y bloqueos basándose en la aplicación de leyes geométricas que no concuerdan con el problema real a resolver. Asimismo, el método, en su desarrollo general, no sería adecuado para el cálculo de las sombras arrojadas por la torre, pues en este caso los elementos involucrados no tendrán la misma orientación ni tamaño.

En otros códigos, tales como el descrito en Kistler (1986) el rendimiento por sombra y bloqueos se obtiene analíticamente mediante los polinomios de interpolación deducidos por Lipps y Vant-Hull (1980a). De esa forma, el código no determina geoméricamente las pérdidas por sombras y bloqueos. Además, al variar la separación radial y/o azimutal entre heliostatos adyacentes, se considera que el rendimiento por sombra y bloqueos permanece constante.

En este sentido, el enfoque dado por Belhomme et al. (2009) o Noone et al. (2012), se considera más fiel a los fenómenos ópticos implicados. Sin embargo, ambos códigos emplean técnicas basadas en el trazado de rayos, las cuales se caracterizan por su elevada exactitud y precisión a costa de unos tiempos de computación importantes.

También se considera fiel a los fenómenos ópticos implicados el enfoque dado por Biggs y Vittitoe (1979) en el cálculo del rendimiento por sombras. Sin embargo, la proyección empleada para el cálculo del rendimiento por bloqueos (sobre una esfera unitaria cuyo centro es el centro del blanco y la posterior consideración de los heliostatos proyectados como trapezoides), supone una distorsión del problema geométrico.

Finalmente, en la mayoría de los códigos analizados no se aclara cómo se determinan las sombras arrojadas por la torre.

Las relaciones empleadas por la generalidad de los códigos para determinar los rendimientos por factor coseno, atenuación atmosférica y reflexión, salvo ligeras variaciones, coinciden esencialmente con las indicadas en Schmitz et al. (2006).

En relación al cálculo del rendimiento por intercepción, predominan las técnicas de convolución y cono óptico (salvo HFLD). En ellas, el rendimiento se determina mediante la integración por métodos numéricos de una función analítica conocida. Este

enfoque tiene la ventaja de la rapidez en la determinación del citado rendimiento, sin embargo, adolece de ciertas limitaciones, tales como:

- El empleo casi exclusivo de funciones de densidad de probabilidad gaussianas, tanto para el modelo de forma solar como para los errores intervinientes.
- En muchos casos, las funciones analíticas evalúan el rendimiento por intercepción para el heliostato en su conjunto, por lo que se han asumido una serie de simplificaciones, tales como despreciar la curvatura del heliostato.
- Para facilitar el proceso de integración de la función analítica propuesta, se realizan importantes simplificaciones en la determinación del dominio de integración.
- En muchos casos, la técnica de convolución no es compatible con la obtención de mapas de fotones, densidad de potencia e isolíneas.
- El cálculo del rendimiento por intercepción supone que el heliostato presenta un rendimiento por sombra y bloqueos igual a la unidad.

En relación al número y distribución de los instantes empleados en la determinación del rendimiento anual ponderado y sin ponderar por la irradiancia, o el cálculo de la energía recolectada en el receptor, los códigos analizados (salvo el propuesto por Noone et al. 2012) se caracterizan por la utilización de unas decenas de instantes lo que se considera un número muy reducido como se demostrará en la presente tesis.

Otra característica común en la mayor parte de los códigos analizados es la utilización de valores de irradiancia que atienden a modelos de radiación teóricos para cielo despejado sin que se tengan en cuenta ciertos fenómenos meteorológicos que merman su valor. En este sentido, se considera más realista la utilización de modelos de irradiancia basados en la utilización de datos experimentales obtenidos localmente tras una campaña de medición del recurso solar de la extensión suficiente. El único caso encontrado es el del código propuesto por Collado y Guallar (2012).

1.2. Justificación de la tesis

Los SRC constituyen una de las tecnologías renovables más prometedoras para la producción de electricidad y calor para procesos industriales. Se trata de una tecnología caracterizada por su alto factor de concentración, lo que permite alcanzar mayores temperaturas en el fluido de trabajo y, por este motivo, la posibilidad de alcanzar mayores rendimientos que con otras tecnologías de concentración termosolar más extendidas. Asimismo, constituye una tecnología con potencial para operar más del 50% del año a carga nominal. Finalmente, posee aptitud para ser integrada en sistemas hibridados en una amplia variedad de opciones.

Por otra parte, la necesidad de utilizar herramientas informáticas que permitan diseñar y optimizar el subsistema óptico de SRC resulta indispensable pues, desde el punto de vista económico, el coste del campo de heliostatos supone en torno al 50% (Kolb et al., 2007) del coste total de la planta y unas pérdidas térmicas anuales del orden del 47% (William et al., 2001).

Finalmente, el Departamento de Ingeniería Energética de la ETSI Industriales de la UNED, a través de su línea de investigación *Análisis y Optimización de Sistemas Térmicos y Energías Renovables*, en combinación con el Departamento de Ingeniería Energética y Fluidomecánica de la ETSI Industriales de la UPM ha desarrollado proyectos, tales como InteCCSol y más recientemente HICCSA en los que se estudian diversas configuraciones de las centrales de ciclo combinado con hibridación solar. En estos proyectos, se consideran distintas tecnologías de concentración termosolar, entre las que se incluye los SRC, colectores cilíndrico parabólicos (CCP) y colectores Fresnel (CF).

1.3. Objetivos de la tesis

El objetivo principal de la tesis consiste en la propuesta de una herramienta de simulación y optimización del diseño del subsistema óptico en centrales termosolares de torre, caracterizada por una precisión y exactitud comparables al empleo de una herramienta TRMC, y presente unos tiempos de computación entre uno y dos órdenes de magnitud inferiores a los obtenidos por la citada técnica.

Para la consecución del objetivo establecido se considera imprescindible no solo analizar y proponer metodologías de cálculo de los diversos factores de rendimiento elementales de forma rápida y precisa, sino que además se considera necesario estudiar aquellas variables que tienen una mayor repercusión en los resultados y tiempos de computación. Por consiguiente, se proponen los siguientes objetivos secundarios o subordinados al principal:

- En relación al cálculo de sombras y bloqueos:
 - En primer lugar, la propuesta de una metodología de preselección de heliostatos con potencial para sombrear y/o bloquear a cualquier heliostato del campo. Asimismo, la metodología propuesta debe considerar, en la preselección por sombras, la posibilidad de sombreado por parte de la torre. La metodología planteada ha de ofrecer resultados consistentes para cualquier instante, latitud y configuración del campo solar, así como el empleo de aquellos métodos proyectivos más adecuados que garanticen la mayor fidelidad posible a la realidad física del problema.
 - En segundo lugar, la propuesta y análisis de distintas metodologías para el cálculo del rendimiento por sombra y bloqueos propiamente dicho. Estas

metodologías han de estar basadas en la exactitud y precisión de los resultados, así como en la velocidad de ejecución. Al igual que en la preselección, las metodologías propuestas han de considerar los problemas de sombreado producidos por la torre.

- En relación al cálculo de intercepción:
 - En primer lugar, la propuesta y análisis de distintas metodologías para el cálculo del rendimiento por intercepción. De nuevo, las metodologías propuestas han de estar basadas en la exactitud y precisión de los resultados, así como en la velocidad de ejecución.
 - En segundo lugar, la propuesta y análisis de distintas metodologías que permitan calcular el rendimiento por intercepción mediante técnicas de interpolación, a partir de una malla adaptada al dominio del campo solar sobre el plano geometral. El análisis debe considerar distintas geometrías de malla, resolución y métodos de interpolación.

- En relación a la selección de instantes de cálculo del rendimiento anual:
 - La propuesta y análisis de distintas metodologías para la selección de los instantes empleados en la determinación del rendimiento total del subsistema óptico, sin ponderar y ponderado por la irradiancia, a lo largo de un periodo de tiempo determinado. Asimismo, se ha de analizar la influencia del número de instantes y la metodología de integración utilizada en los resultados obtenidos.

- En relación a la resolución o número de rayos por heliostato:
 - Analizar la relación entre la resolución o número de rayos trazados por heliostato y el grado de incertidumbre deseado en la evaluación del rendimiento anual de un campo de heliostatos.

- En relación al sistema informático en el que se ejecutan las aplicaciones:
 - Analizar la aplicabilidad y prestaciones de la tecnología GPU en la ejecución de códigos enfocados a la simulación y optimización del diseño del subsistema óptico en centrales termosolares de torre, comparando los resultados con los obtenidos por el código equivalente optimizado para su ejecución en la CPU.

La herramienta desarrollada pretende alcanzar también los siguientes objetivos:

- Estar optimizada para el modelado de la tecnología SRC.

- Facilitar la introducción de la información geométrica del problema tales como las posiciones de los heliostatos, orientación de los mismos, geometría de los heliostatos, torre, receptor, etc.
- Proporcionar mapas de fotones, densidad de potencia y de isolíneas (en los dos últimos casos con superficies absorbedoras desarrolladas).

Todas las metodologías y códigos de simulación/optimización han de ser validados mediante el empleo de técnicas y/o códigos suficientemente contrastadas y avaladas por la comunidad científica. En ciertos casos, la validación se desarrollará sobre plantas existentes en los que se cuente con datos publicados suficientemente contrastados.

1.4. Resumen de contenidos

Una vez realizada la revisión bibliográfica y planteados los objetivos de la tesis, en esta sección se ofrece un resumen de los contenidos que serán tratados en los distintos capítulos de la misma.

En primer lugar, en el capítulo 2 se describen los principios básicos en el diseño y simulación del subsistema óptico en centrales termosolares de torre. Muchos de los aspectos tratados son de aplicación en otras tecnologías de concentración termosolar. Entre otros, se abordan aspectos tales como los tipos de pérdidas energéticas, modelos de forma solar, tipología de errores ópticos o las relaciones y sistemas de referencia necesarios para definir la posición del sol. Asimismo, se incluyen epígrafes en los que se definen y clasifican las superficies cuádricas, y más concretamente, las cuádricas elípticas, pues constituyen las superficies teóricas empleadas en el subsistema óptico de los SRC. El capítulo incluye algunos principios básicos de reflexión y refracción de ondas planas, así como de reflexión en superficies esféricas y paraboloidales, concernientes a la óptica geométrica.

En el capítulo 3 se abordan los principios geométricos y analíticos relacionados con las transformaciones homográficas entre formas planas. Se trata de un capítulo relevante en la presente tesis, pues contiene la base teórica en la que se apoyan las metodologías para determinación del rendimiento por sombra y bloqueos y el rendimiento por intercepción que se propondrán a lo largo de los capítulos 4 y 5, respectivamente.

El capítulo 4 se encuentra dedicado al cálculo del rendimiento por sombras y bloqueos. El capítulo puede considerarse dividido en tres secciones. La primera se encuentra dedicada a la propuesta y análisis de una metodología para la preselección de heliostatos con potencial para sombrear y/o bloquear a cualquier heliostato del campo, para un instante, latitud y configuración del campo solar dadas.

En la segunda sección se proponen y analizan distintas metodologías para el cálculo del rendimiento por sombra y bloqueos propiamente dicho. El análisis de los resultados ofrecidos por las metodologías propuestas se compara con patrones de referencia obtenidos con una técnica suficientemente contrastada.

En el tercer bloque se incluye un análisis sobre la aplicabilidad y prestaciones de la tecnología GPU en la ejecución de códigos enfocados a la preselección y cálculo de rendimiento por sombra y bloqueos en centrales termosolares de torre, comparando los resultados con los obtenidos por el código equivalente optimizado para su ejecución en la CPU.

En el capítulo 5 se plantea la propuesta de una metodología basada en trazado de rayos apta para abordar problemas de simulación y optimización del subsistema óptico en centrales termosolares de torre. En la primera parte del capítulo se proponen y validan dos metodologías diferenciadas, materializadas en los códigos *FRT* (Field Ray-Tracing) y *HRT* (Homology Ray-Tracing), ambos desarrollados en Matlab 2016b, para la consecución de los objetivos planteados. El código seleccionado para llevar a cabo la validación de los propuestos es Soltrace (Wendelin, 2003).

En la segunda parte del capítulo se analiza la aptitud de los citados códigos en la determinación exclusiva del rendimiento por intercepción, con objeto de evaluar su idoneidad para abordar problemas de optimización del subsistema óptico en centrales termosolares de torre.

Finalmente, en la última sección del capítulo 5, se aborda un análisis sobre la aplicabilidad y prestaciones de la tecnología GPU en la ejecución de los códigos presentados, comparando sus prestaciones con los códigos equivalentes optimizados para su ejecución en la CPU.

En el capítulo 6 se tratan una serie de aspectos relativos a la optimización del diseño del subsistema óptico en centrales termosolares de torre. El capítulo comienza con la propuesta de las relaciones para la generación de configuraciones de heliostatos según los arreglos más frecuentes: rectangular y polar, con modalidades alineada y alternada, en ambos casos.

Posteriormente, se proponen y analizan distintas metodologías para la selección de instantes y métodos de integración para determinación del rendimiento anual ponderado y sin ponderar por la irradiancia. Asimismo, se analizan distintas propuestas para determinar el rendimiento por intercepción de cada uno de los heliostatos del campo e instante considerado, basada en técnicas de interpolación.

Otro aspecto destacado en el capítulo es el estudio de la influencia de la resolución o número de rayos a emplear por heliostato en los códigos de optimización, en función del grado de exactitud y precisión deseado, así como del número de heliostatos e instantes considerados en el problema.

De acuerdo a los resultados y conclusiones obtenidas se propone una metodología para la optimización del diseño de campos de heliostatos, la cual se valida con los resultados publicados para la planta PS10 (Sanlúcar la Mayor, Sevilla) por diversos autores: Noone et al. (2012), Wei et al. (2010b) y, Besarati y Goswami (2014),

El capítulo concluye con una comparación de los tiempos de ejecución obtenidos por las versiones optimizadas para CPU y GPU del código de optimización propuesto.

Finalmente, en el capítulo 7 se extraen las conclusiones y se proponen estudios para el futuro como continuación de la tesis.

Bibliografía

- Altman, Y., 2015. Accelerating MATLAB® Performance. 1001 tips to speed up MATLAB programs. CRC Press.
- ASHRAE handbook., 2001. American Society of Heating, Refrigerating and Air Conditioning Engineers.
- Badescu, V., 2008. Modeling Solar Radiation at the Earth's Surface: Recent Advances. Springer.
- Belhomme, B., Pitz-Paal, R., Schwarzbözl, P., Ulmer, S., 2009. A new fast ray tracing tool for high-precision simulation of heliostat fields. *Journal of Solar Energy Engineering-Transactions of the ASME* 131 (3).
- Besarati, S. M., Yogi Goswami, D., 2014. A computationally efficient method for the design of the heliostat field for solar power tower plant. *Renewable Energy*, 69, 226-232.
- Biggs, F., Vittitoe, C., 1979. The Helios Model for the optical behaviour of reflecting solar concentrators. SANDIA report SAND78-0347. Albuquerque, USA.
- Blanco, M.J., Amieva, J.M., Mancilla, A., 2005. The TONATIUH software development project: an open source approach to the simulation of solar concentrating systems. In: *Proceedings of 2005 ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, Orlando, Florida.
- Collado, F. J., A. Gómez, Turégano, J.A., 1986. An analytic function for the flux density due to sunlight reflected from a heliostat. *Solar Energy* 37 (3), 215-234.
- Collado, F. J., Guallar, J., 2012. Campo: Generation of regular heliostat fields. *Renewable Energy* 46, 49-59.
- Collado, F. J., Guallar, J., 2013. A review of optimized design layouts for solar power tower plants with campo code. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 20, 142-154.

- Collado, F.J., 2009. Preliminary design of surrounding heliostat fields. *Renewable Energy* 34(5), 1359-1363.
- Dellin, T.A., Fish, M.J., Yang, C.L., 1986. A user's manual for DELSOL3: a computer code for calculating the optical performance and optimal system design for solar thermal central receiver plants. Sandia National Labs Report SAND86-8018.
- Enlace web de Matlab a la computación paralela, 2016. Disponible en: <https://es.mathworks.com/products/parallel-computing.html>.
- Enlace web Satel-Light, 2016. Disponible en: <http://www.satel-light.com>.
- Garcia, P., Ferriere, A., Bezia, J., 2008. Codes for solar flux calculation dedicated to central receiver system applications: a comparative review. *Solar Energy* 82 (3), 189–197.
- Kiera, M., 1989. Heliostat field: computer codes, requirements, comparison of methods. In: Becker, M., Böhmer, M. (Eds.), *Proceedings of the final GAST Presentation*, Lahnstein, Germany, May 30–31, 1988. Springer-Verlag Pub. Co., pp. 95–113.
- Kistler, B.L., 1986. A User's Manual for DELSOL3: A Computer Code for Calculating the Optical Performance and Optimal System Design for Solar Thermal Central Receiver Plants. Sandia National Labs Report SAND86-8018.
- Kolb, G.J., Jones, S.A., Donnelly, M.W., Gorman, D., Thomas, R., Davenport, R., Lumia, R., 2007. Heliostat Cost Reduction Study, SAND2007-3293.
- Laurence, C.L., Lipps, F.W., Vant-Hull, L.L., 1984. User's manual for the University of Houston individual heliostat layout and performance code. Houston University, Energy Laboratory.
- Leary, P.L., Hankins, J.D., 1979. Users guide for MIRVAL: a computer code for comparing designs of heliostat-receiver optics for central receiver solar power plants, Sandia Report SAND-77-8280.
- Lipps, F. W., and Vant-Hull, L. L., 1978. A cellwise method for the optimization of large central receiver systems. *Solar Energy*, 20(6), 505–516.
- Lipps, F.W., Vant-Hull, L.L., 1980a. Programmer's manual for the University of Houston computer code RCELL: Cellwise optimization for the solar central receiver project. University of Houston, Energy Laboratory.
- Lipps, F.W., Vant-Hull, L.L., 1980b. User manual for the University of Houston solar central receiver, cellwise performance model: NS. University of Houston, Energy Laboratory.
- Monterreal, R., 2000. Software developments for system analysis and optimization. SolarPACES Tech. Report No. III-3/00. In: Pitz-Paal, R., Schwarzbözl, P. (Eds.), *Proc.*

of the IEA SolarPACES Task III Workshop on Simulation of Solar Thermal Power Systems 2000, Cologne, Germany.

- Noone, C. J., Torrilhon, M., Mitsos, A., 2012. Heliostat field optimization: A new computationally efficient model and biomimetic layout. *Solar Energy*, 86(2), 792-803.
- Osuna, R., Olavarriá, R., Morillo, R., Sánchez, M., Cantero, F., Fernández-Quero, V., Robles, P., López, T., Esteban, A., Cerón, F., Talegón, J., Romero, M., Téllez, F., Marcos, M.J., Martínez, D., Valverde, A., Monterreal, R., Pitz-Paal, R., Brakmann, G., Ruiz, V., Silva, M., Menna, P., 2006. PS10, construction of a 11mw solar thermal tower plant in Seville, Spain. *SolarPACES*, Sevilla, Spain, 20-24 June.
- Pitz-Paal, R., Schwarzbözl, P., 2000. Software developments for system analysis and optimization. *SolarPACES Tech. Report No. III-3/00*. In: *Proceedings of the IEA SolarPACES Task III Workshop on Simulation of Solar Thermal Power Systems*, Cologne, Germany.
- Press W.H., Flannery B.P., Teukolsky S.A. and Vetterling W.T., 1986. *Numerical Recipes in FORTRAN77: The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, 1st Edition.
- Relloso, S., Domingo, M., 2006. Solar projects analysis using SENSOL. *Proceedings of SolarPACES 13th International Symposium on Concentrated Solar Power and Chemical Energy Technologies*, Seville, Spain.
- Sassi, G., 1983. Some notes on shadow and blockage effects. *Sol. Energy* 31 (3), 331–333.
- Schmitz, M., Schwarzbözl, P., Buck, R., Pitz-Paal, R., 2006. Assessment of the potential improvement due to multiple apertures in central receiver systems with secondary concentrators. *Solar Energy* 80 (1), 111–120.
- Schwarzbözl, P., Pitz-Paal, R., Schmitz, M., 2009. *Visual HFLCAL – A Software Tool for Layout and Optimization of Heliostats Fields*. Presented at *SolarPACES 2009*, Berlin, Germany.
- Suh, J.W., Kim, Y., 2014. *Accelerating MATLAB with GPU Computing. A Primer with Examples*. Elsevier Inc.
- Walzel, M.D., Lipps, F.W., Vant-Hull, L.L., 1977. A solar flux density calculation for a solar tower concentrator using a two-dimensional Hermite function expansion. *Solar Energy*, 19(3), 239-253.
- Wei, X., Lu, Z., Lin, Z., Zhang, H., & Ni, Z., 2008. Optimization procedure for design of heliostat field layout of a 1MWe solar tower thermal power plant. *Proceedings of SPIE - the International Society for Optical Engineering*, 6841.

- Wei, X., Lu, Z., Wang, Z., Yu, W., Zhang, H., Yao, Z., 2010. A new method for the design of the heliostat field layout for solar tower power plant. *Renewable Energy* 35 (9), 1970–1975.
- Wei, X., Lu, Z., Yu, W., Wang, Z., 2010. A new code for the design and analysis of the heliostat field layout for power tower system. *Solar Energy*, 84(4), 685-690.
- Wendelin, T., 2003. SolTRACE: A New Optical Modeling Tool for Concentrating Solar Optics. In: National Renewable Energy Laboratory (NREL), International Solar Energy Conference, March.
- William, B.S., Micheal, G., 2001. Power from the Sun <<http://www.powerfromthesun.net/book.htm>>.
- Xu, Y., Cui, K., Liu, D.P., 2002. The development of a software for solar radiation and its verification by the measurement results on the spot, *Energy Technology* 23, 237–239.
- Yu, Q., Wang, Z., Xu, E., Zhang, H., Lu, Z., Wei, X., 2012. Modeling and simulation of 1 MWe solar tower plant's solar flux distribution on the central cavity receiver. *Simulation Modelling Practice and Theory* 29, 123-136.

2. PRINCIPIOS BÁSICOS RELATIVOS AL DISEÑO Y SIMULACIÓN DEL SUBSISTEMA ÓPTICO EN CENTRALES TERMOSOLARES DE TORRE

2.1. Introducción

En el presente capítulo se realizará una breve descripción sobre algunos principios básicos en el diseño y simulación del subsistema óptico en las centrales termosolares de torre.

Muchos de los aspectos tratados en el capítulo son de aplicación en otras tecnologías de concentración termosolar, tales como en colectores cilíndrico parabólicos (CCP), discos parabólicos (DP), colectores Fresnel (CF), hornos solares (HS), etc.

Un epígrafe destacado en este capítulo es el relativo al origen y tratamiento de los errores ópticos intervinientes en el proceso de reflexión de la radiación solar en superficies reflectoras. Un resumen general al respecto puede hallarse en Lovegrove y Stein (2012). Asimismo, en las referencias Huang y Han (2012) y Huang et al. (2013) pueden encontrarse las relaciones matemáticas que permiten obtener la desviación sufrida por el rayo reflejado bajo la consideración del error de pendiente en seis tipos de concentradores solares, considerando los fenómenos ópticos de reflexión y refracción. Por otra parte, en Lee (2014) se analiza la influencia del error de pendiente y de falta de specularidad, aunque no se considera el fenómeno de refracción óptica. Resulta asimismo interesante el tratamiento de los errores ópticos incluido en Wendelin (2003), aunque éste no considera los errores de apuntamiento ni los de forma. Finalmente, desde el punto de vista del diseño de heliostatos, puede resultar interesante la referencia Osuna et al. (1999), donde se enumeran y limitan los errores máximos admisibles asociados al diseño del heliostato Colón-70.

La estructura del capítulo será la siguiente, en los epígrafes 2.2 a 2.5 se realiza una descripción de los tipos de pérdidas energéticas, consideraciones sobre el tamaño del disco solar, modelos de forma solar, así como una descripción de los diversos errores ópticos, respectivamente. La aplicación de estos errores ópticos en el proceso de trazado de rayos será expuesta a lo largo del capítulo 5, por lo que, en el presente capítulo únicamente se realizará una descripción general de los mismos.

En el epígrafe 2.6 se exponen las relaciones empleadas para definir la posición del sol, para una latitud e instante dados.

Seguidamente, en el epígrafe 2.7 se definen y clasifican las superficies cuádricas, concretándose la atención en las cuádricas elípticas, donde quedan enmarcadas las superficies teóricas empleadas en el subsistema óptico de los sistemas de receptor central (SRC).

Finalmente, en el epígrafe 2.8 se realizará un acercamiento a los principios básicos de la óptica geométrica, en el que se tratarán, además de las leyes básicas de reflexión y refracción de ondas planas, las principales propiedades de reflexión en superficies esféricas y paraboloideas, las cuales son las que se considerarán a lo largo de la presente tesis.

2.2. Pérdidas en los sistemas de receptor central

Se pueden distinguir los siguientes tipos de pérdidas:

a) **Pérdidas por reflectividad.** Ninguna superficie reflectora real es capaz de reflejar la totalidad de la radiación que incide sobre ella, absorbiendo esta parte de la misma. El cociente entre la radiación reflejada y la incidente se denomina *reflectividad* y depende de factores tales como el ángulo de incidencia, la longitud de onda de la radiación incidente, la temperatura, el grado de ensuciamiento de la superficie, etc. Como dato se suele utilizar el valor medio ponderado por el espectro solar.

b) **Pérdidas geométricas.** Se pueden distinguir en este apartado tres tipos de pérdidas:

- Pérdidas por factor coseno. Se trata de una pérdida geométrica originada por la reducción del área útil de la superficie concentradora, causada por la inclinación del eje óptico del heliostato con respecto a la trayectoria de los rayos solares. Estas pérdidas son proporcionales al coseno del ángulo de incidencia (figura 2.1).

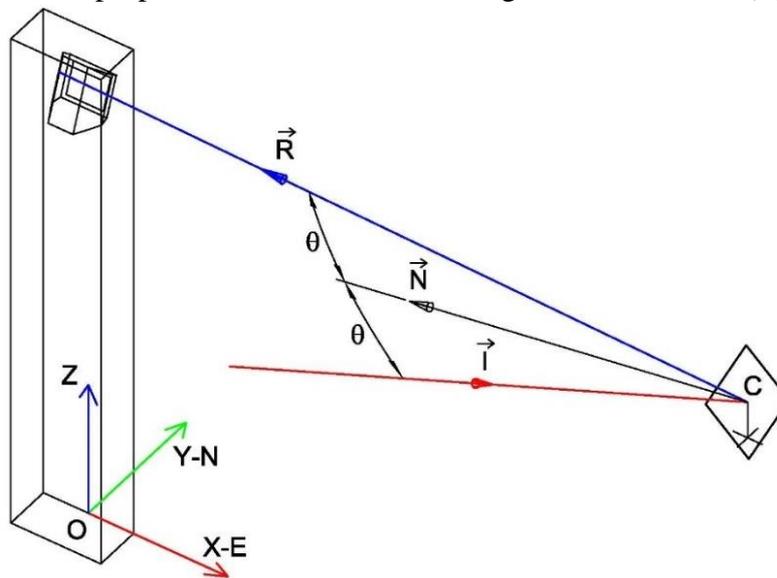


Figura 2.1. Esquema ángulos de incidencia y de reflexión para un punto de cálculo situado en el centro del heliostato.

- Pérdidas por sombras. Se debe a la reducción del área útil del heliostato debido a su sombreado parcial por parte de otros heliostatos o la propia torre. Quedaría

definido como el cociente del área no sombreada y el área total del heliostato (figura 2.2).

- Pérdidas por bloqueos. Se debe a la reducción del área útil del heliostato debido a que parte de la radiación reflejada por este no alcanza el receptor, al resultar bloqueada dicha radiación por heliostatos vecinos. Quedaría definido como el cociente del área no bloqueada y el área total del heliostato (figura 2.2).

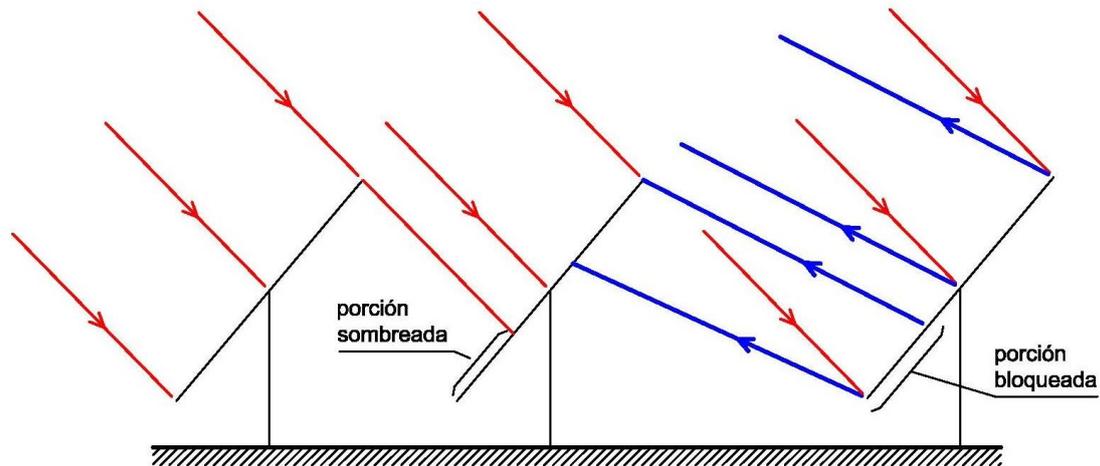


Figura 2.2. Esquema pérdidas por sombras y por bloqueos.

c) Pérdidas por atenuación atmosférica. Una fracción de la radiación reflejada por el heliostato no alcanza el receptor, debido a procesos de absorción y difusión que ocurren en el espacio existente entre el heliostato y el receptor. El grado de atenuación depende de las condiciones atmosféricas (especialmente de la presencia de vapor de agua y aerosoles) y de la distancia existente entre el heliostato y el receptor.

d) Pérdidas por desbordamiento, vertido o intercepción. Una fracción de la radiación reflejada que alcanza el receptor, puede sobrepasar la superficie absorbedora y quedar fuera del área de apertura, dando lugar a una pérdida, pues dicha fracción no resulta aprovechable (figura 2.3). Este fenómeno se debe a la conjunción de distintos errores atribuibles al subsistema óptico, los cuales se indicarán con mayor detalle en el epígrafe 2.5.

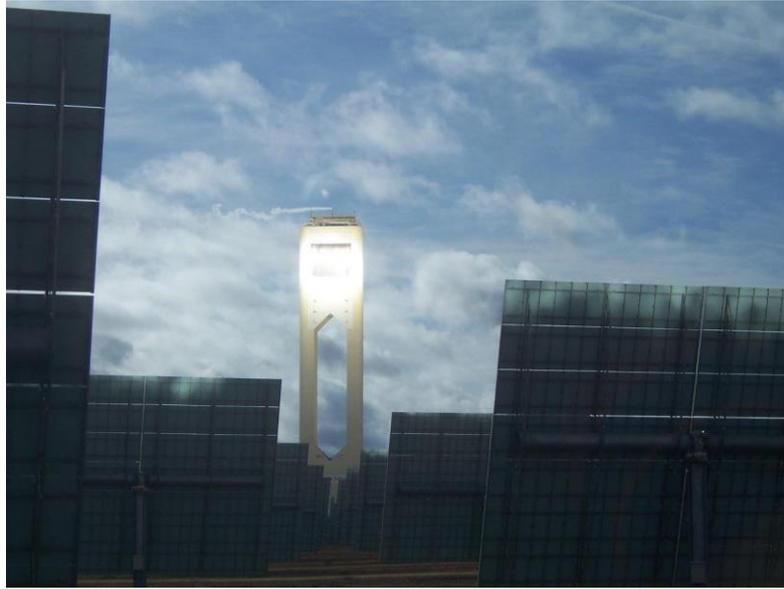


Figura 2.3. Fotografía receptor-torre PS10 - Sanlúcar la Mayor (Sevilla).
Fuente: tomada por el autor (23/01/2009).

e) Pérdidas en el receptor. En el receptor se produce la conversión fototérmica y en él se pueden distinguir las siguientes pérdidas: por radiación (dentro de las cuales se pueden distinguir las pérdidas por reflexión y por emisión), por convección (tanto natural como forzada por el viento incidente) y por conducción (con los materiales en contacto con la superficie absorbadora).

f) Pérdidas asociadas al ciclo de potencia. En las que se engloban las producidas en la turbina, alternador, condensador, intercambiadores de calor, tuberías, almacenamiento térmico, etc.

2.3. Tamaño del disco solar. Noción de rayo luminoso

Debido a la excentricidad de la trayectoria descrita por la tierra en su movimiento de translación en torno al sol, se verifica que la distancia sol-tierra queda comprendida entre $0,983 \cdot \text{UA}$ y $1,017 \cdot \text{UA}$, es decir, $\text{UA} \pm 1,7\%$. Siendo UA la distancia media sol-tierra que da lugar a la magnitud conocida como *unidad astronómica* ($1 \text{ UA} = 1,495979 \cdot 10^{11} \text{ m}$).

Teniendo en cuenta que el diámetro de la superficie aparente del sol (*fotosfera*) es de $1,392 \cdot 10^9 \text{ m}$, para una distancia sol-tierra igual a una UA, se comprueba que, para un observador situado en la tierra, el contorno del disco solar queda subtendido por un ángulo de aproximadamente $32'$ o $9,3 \text{ mrad}$ (figura 2.4).

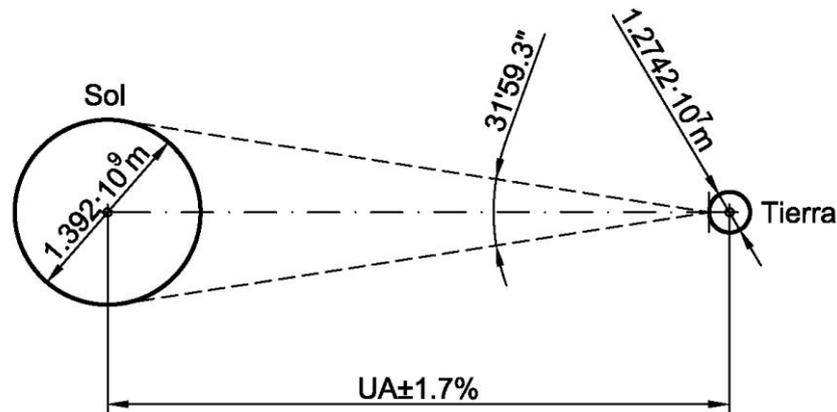


Figura 2.4. Esquema ángulo en el que queda subtendido el contorno del disco solar desde la Tierra.

Por otra parte, a la hora de definir el modelo de interacción de la radiación electromagnética irradiada por el sol y el concentrador es habitual, en este tipo de tecnologías, acudir a una de las ramas de la óptica, conocida como *óptica geométrica*.

La óptica geométrica utiliza la noción de rayo luminoso como aproximación del comportamiento que corresponde a las ondas electromagnéticas, lo cual permite despreciar ciertos efectos (como el de difracción) ligados a la naturaleza ondulatoria de la luz. Estos rayos son líneas perpendiculares a las superficies de onda y marcan la dirección de propagación de la onda.

Por otra parte, el *teorema de Malus* establece que la relación de ortogonalidad de entre rayos y superficies de onda se conserva a través de todo el proceso de propagación de una onda.

Una propiedad destacable es que, en un medio isótropo homogéneo, los rayos han de ser líneas rectas.

2.4. Modelos de forma solar

Un modelo de forma solar (MFS) es una expresión matemática que representa las variaciones radiales de la intensidad solar. En las últimas décadas se han propuesto distintas expresiones mediante las cuales se trata de definir dichas variaciones. En general, los MFS se consideran axil-simétricos, por lo que pueden expresarse como una función de la coordenada angular θ , es decir:

$$\frac{I(\theta)}{I(\theta = 0)} = \phi(\theta) \quad (2.1)$$

Se pueden destacar los siguientes MFS: Pillbox y gaussiano (Wendelin, 2003), Kuiper (Kuiper, 1953), Allen (Allen, 1973), Buie (Buie et al., 2003), los cuales se definen a continuación.

$$\text{Pillbox: } \frac{I(\theta)}{I(\theta=0)} = \begin{cases} 1 & \theta \leq \varepsilon \text{ mrad} \\ 0 & \theta > \varepsilon \text{ mrad} \end{cases} \quad (2.2)$$

donde ε es ángulo correspondiente al contorno del disco solar (4,65 mrad).

En los siguientes MFS se consideran los fenómenos de interacción de los rayos solares con las partículas presentes en la atmósfera. Estos modelos emplean distribuciones no uniformes caracterizadas por una menor intensidad de los rayos alejados del centro del disco solar. Este es el caso de los MFS de Kuiper, Allen, Buie o gaussiano, cuyas expresiones matemáticas se indican a continuación:

$$\text{Kuiper: } \frac{I(\theta)}{I(\theta=0)} = \begin{cases} \frac{1 + \beta \sqrt{1 - \tan^2(\theta/\varepsilon)}}{1 + \beta} & \theta \leq \varepsilon \text{ mrad} \\ 0 & \theta > \varepsilon \text{ mrad} \end{cases} \quad (2.3)$$

donde β es un parámetro dependiente de la longitud de onda.

$$\text{Allen: } \frac{I(\theta)}{I(\theta=0)} = \begin{cases} 1 - \mu - \nu + \mu \cdot \cos \theta + \nu \cdot \cos^2 \theta & \theta \leq 4,65 \text{ mrad} \\ 0 & \theta > 4,65 \text{ mrad} \end{cases} \quad (2.4)$$

donde μ y ν son parámetros dependientes de la longitud de onda.

$$\text{Buie: } \frac{I(\theta)}{I(\theta=0)} = \begin{cases} \frac{\cos(0,326 \cdot \theta)}{\cos(0,308 \cdot \theta)} & \theta \leq 4,65 \text{ mrad} \\ e^k \cdot \theta^\gamma & \theta > 4,65 \text{ mrad} \end{cases} \quad (2.5)$$

donde k y γ están dados por:

$$k = 0,9 \cdot \ln(13,5 \cdot \chi) \cdot \chi^{-0,3}$$

$$\gamma = 2,2 \cdot \ln(0,52 \cdot \chi) \cdot \chi^{-0,43} - 0,1$$

en las que χ representa la *razón circunsolar*, es decir, el cociente entre la energía contenida en la región circunsolar y la total, correspondientes ambas a la radiación solar terrestre.

Finalmente, el MFS gaussiano sigue una distribución normal de media nula y desviación típica σ dada.

$$\text{Gaussiano: } \frac{I(\theta)}{I(\theta=0)} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{\theta^2}{2\sigma^2}\right] \quad (2.6)$$

Por consiguiente, los tres primeros MFS indicados están definidos únicamente en la región solar ($\theta \leq 4.65$ mrad), mientras que los dos últimos definen además la región circunsolar (figura 2.5).

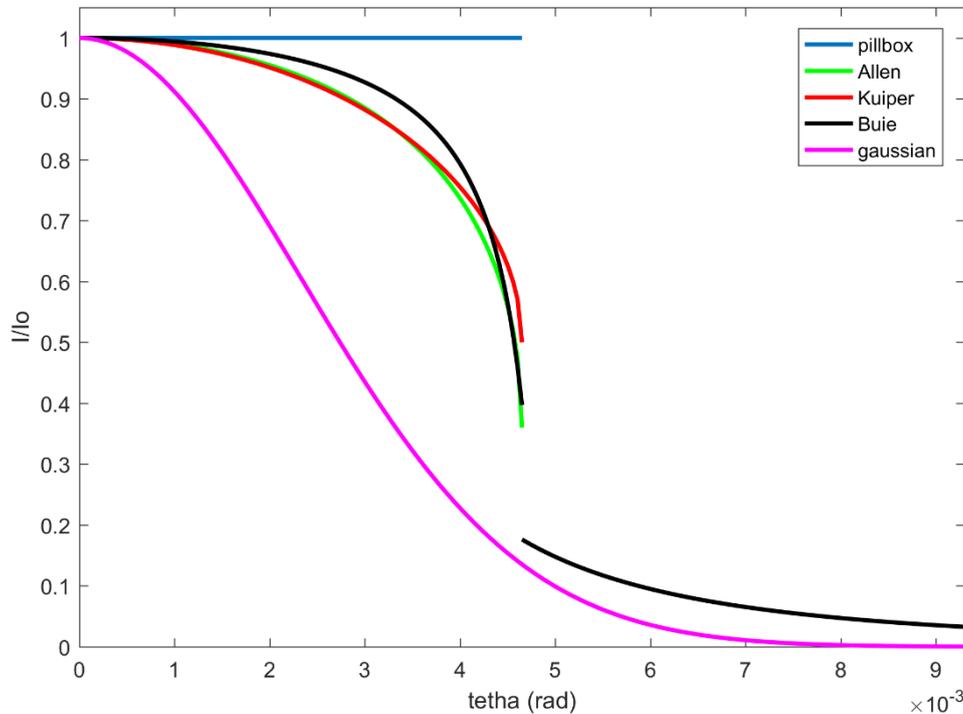


Figura 2.5. Representación radial de distintos MFS.

$\mu = 0,84$ y $\nu = -0,20$ (Allen); $\beta = 1$ (Kuiper); $\chi = 0,40$ (Buie); $\sigma = 2,325$ mrad (gaussiano)

2.5. Tipos de errores ópticos

En el proceso óptico de interacción del rayo incidente y obtención del rayo reflejado, según las leyes de la óptica geométrica, es preciso tener en cuenta una serie de errores que repercutirán en la modificación de la dirección del rayo reflejado. Se pueden distinguir los siguientes:

- Errores en la curvatura y ondulación de las facetas.
- Errores en el proceso de canteo.
- Falta de ortogonalidad de los ejes de giro, deformaciones permanentes de la estructura de soporte y pedestal.
- Errores asociados al sistema de control que gobierna el sistema de apuntamiento del heliostato. Dentro de este apartado se podrían distinguir, entre otros, los siguientes:
 - o Errores debidos a la resolución de los motores eléctricos utilizados.

- Errores asociados al algoritmo de determinación de las coordenadas que fijan la posición del sol.
- Errores asociados a los sistemas mecánicos involucrados en el giro del heliostato.
- Errores asociados a deformaciones por desigual calentamiento.
- Cargas aerodinámicas, que implican la flexión y torsión de la estructura y de las superficies reflectantes.
- Errores asociados a la falta de especularidad.

A continuación, se procederá a realizar una breve descripción de los principales tipos de errores ópticos citados.

a) Errores de forma o de curvatura (figura 2.6 izquierda). Se deben a discrepancias entre la geometría ideal o teórica y la realmente obtenida en la superficie reflectante. Pueden achacarse al proceso de fabricación o al montaje de las facetas sobre la estructura de soporte.

Este tipo de error trae como consecuencia la modificación de la distancia focal, así como una desviación de la normal en la superficie reflectora, que tendrá repercusión en la desviación de la radiación reflejada.

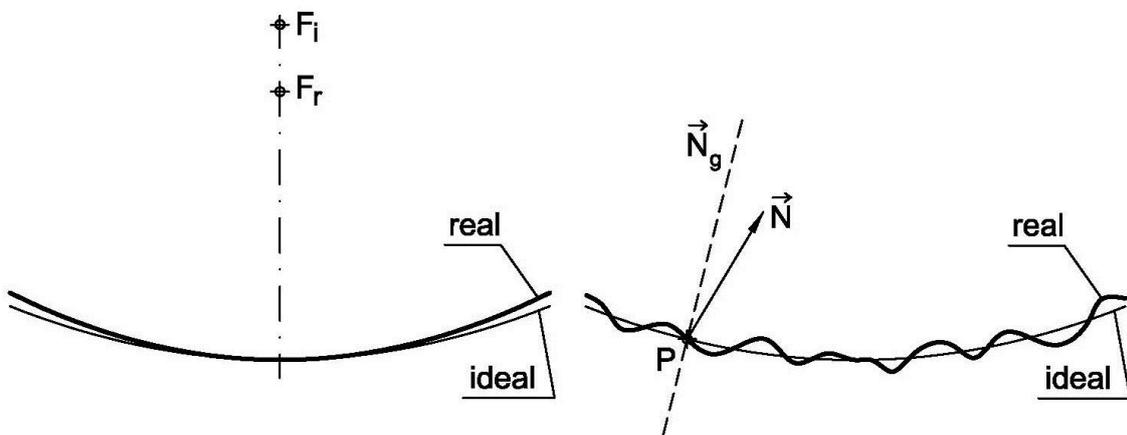


Figura 2.6. Dibujo esquemático. Izq. Error de forma. Der. Error de ondulación.

b) Errores de ondulación de las facetas (figura 2.6 derecha y figura 2.7). La geometría real de la superficie reflectora puede presentar, a nivel macroscópico, imperfecciones a modo de ondulaciones, debidas a deformaciones de la superficie reflectora y/o de la estructura de soporte del heliostato (debidas al peso propio, desigual calentamiento, por acción del viento, etc.).

Este tipo de error trae como consecuencia una desviación de la normal real, por lo que tiene una repercusión importante en la dirección de la radiación reflejada.



Figura 2.7. Heliostato diseñado por SENER en la planta Gemasolar - Fuentes de Andalucía (Sevilla).
Se aprecia el efecto de ondulación de las facetas. Fuente: Web Torresol Energy.

c) Errores de canteo. La geometría teórica que define la superficie reflectora de un heliostato corresponde a una superficie cuádrlica elíptica (habitualmente porción de esfera o de paraboloide elíptico de revolución, en ambos casos pueden ser simétricos o asimétricos), lo que permite la concentración de la radiación solar requiriendo superficies absorbedoras más pequeñas, que redundan en un receptor más pequeño, menores pérdidas por intercepción y por bloqueos, así como menores pérdidas por radiación y convección en el receptor.

Ante la dificultad material de confeccionar un espejo de gran superficie (habitualmente de 70 a 150 m²) con geometría de cuádrlica elíptica, se procede en la práctica a utilizar una superficie reflectora discretizada en espejos rectangulares más pequeños, (que pueden ser planos, o estar curvados en una o en dos direcciones).

Puesto que cada una de las facetas del heliostato refleja y concentra la radiación solar, es preciso ordenarlas geoméricamente para que haya una superposición de imágenes que formen un solo conjunto, de tal forma que se comporten como un sistema óptico único (figura 2.8). El procedimiento para alinear todas las facetas y conseguir este comportamiento, se denomina *canteo del heliostato*.



Figura 2.8. Imagen de la mancha solar. Izq. heliostato tras el proceso de canteo. Der. durante el proceso de canteo. Fuente: Valverde (2013).

La configuración adecuada de las facetas dependerá de la posición del heliostato, del receptor y del sol, por lo que, para una configuración dada, se trata de un problema dependiente del tiempo.

Puesto que la mayoría de los diseños de heliostatos no permiten la movilidad de las facetas una vez ajustadas, el heliostato estará perfectamente focalizado solo una o dos veces al año. El resto del tiempo, la radiación solar reflejada estará afectada por una distorsión o aberración. Este fenómeno suele llamarse *aberración fuera de eje*.

En este sentido existen dos tipos de canteo:

- **Sobre eje.** En este caso, la curvatura del heliostato es simétrica y el foco ideal de la misma se encontrará a lo largo de la normal en el centro del heliostato (eje óptico). Por tanto, cuando el centro del sol esté alineado a lo largo de esta normal se producirá una focalización perfecta. En cambio, cuando el sol esté en otras posiciones se tendrá aberración fuera del eje en mayor o menor grado.

- **Fuera de eje.** En este caso, la curvatura del heliostato no es simétrica y el foco ideal de la misma no se encontrará a lo largo de la normal en el centro del heliostato. El canteo se realiza para una hora y día concretos del año. Por tanto, cuando el centro del sol esté posicionado según la hora y día prefijados se producirá una focalización perfecta. En cambio, cuando el sol esté en otras posiciones se tendrá aberración fuera del eje.

Según Kistler (1986) a lo largo del año, las aberraciones fuera de eje son menores en el canteo “sobre eje” que en el “fuera de eje”. Además, la característica de simetría de la superficie, reduce la dificultad en la fabricación y montaje de las facetas.

Asimismo, en el trabajo de Ortega (2014) se analizaron las aberraciones producidas por un heliostato exento con tres tipologías de superficies¹ en distintos instantes del año.

d) Errores asociados a la falta de specularidad. En general, una superficie reflexiva real presentará cierto grado de rugosidad a nivel microscópico. Por tanto, la ley fundamental de reflexión especular (igualdad de los ángulos de incidencia y reflexión) se seguirá cumpliendo, pero en este caso las normales a la superficie en los puntos de incidencia presentarán una dirección aleatoria. En este caso, se tiene la denominada *reflexión no especular o difusa* (figura 2.9).

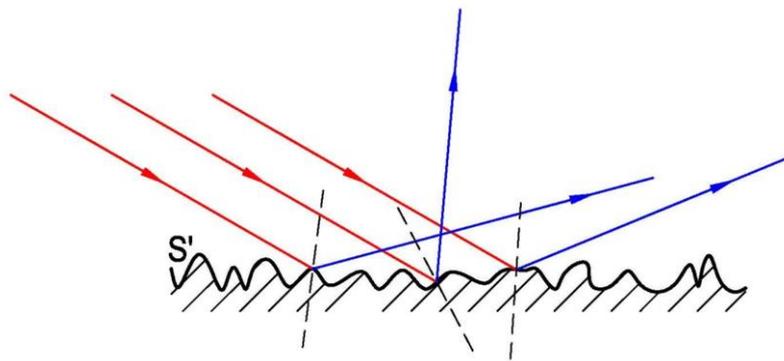


Figura 2.9. Reflexión no especular o difusa.

En el caso de las aplicaciones con heliostatos, aun presentando las superficies reflectantes del mismo un alto grado de specularidad, debido a la importante distancia con respecto al blanco, el fenómeno descrito ha de tenerse en cuenta. Asimismo, aún con una superficie perfectamente especular, la suciedad acumulada sobre la misma contribuiría a causar el fenómeno descrito.

2.6. Determinación de la posición del sol

Para una latitud e instante dados, la posición del sol puede determinarse mediante el empleo de dos sistemas de referencia distintos: sistema de coordenadas celestes horarias y horizontales.

2.6.1. Sistema de coordenadas celestes horarias

En la figura 2.10 el punto *P* representa la proyección del centro del disco solar sobre la esfera celeste. Los ángulos celestes que determinan su posición son los siguientes:

¹ Paraboloide elíptico de revolución asimétrico, simétrico y superficie esférica.

- **Ángulo horario**, ω . Es el ángulo definido por el arco de ecuador celeste² comprendido entre el meridiano superior³ y el meridiano celeste que contiene al punto P . Varía entre 0 y $\pm 180^\circ$, siendo el sentido positivo hacia el Oeste y el negativo hacia el Este.
- **Declinación**, δ . Es el ángulo definido por el arco de meridiano celeste comprendido entre el ecuador celeste y el punto P . Varía entre 0 y $\pm 90^\circ$, siendo el sentido positivo hacia el polo Norte y el negativo hacia el polo Sur.

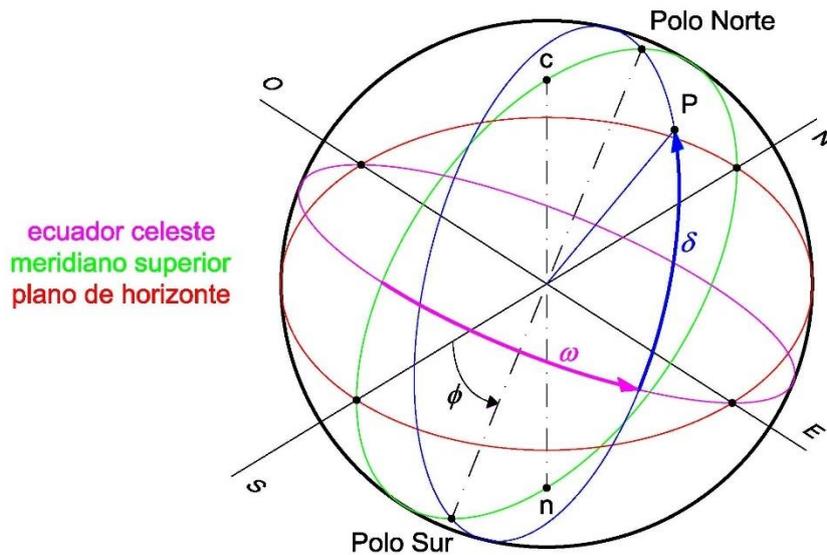


Figura 2.10. Esquema del sistema de coordenadas celestes horarias (c y n representan el cenit y el nadir, respectivamente).

Para el ángulo horario se tiene la siguiente expresión:

$$\omega_s = (t - 12) \cdot 15 \quad (2.7)$$

donde t es la hora solar.

Por su parte, la declinación solar δ_s , puede calcularse con un error máximo de $\pm 1,5^\circ$ mediante la expresión de Cooper (Ibáñez et al., 2005):

$$\delta_s = 23,45 \cdot \text{sen} \left[\frac{360}{365} \cdot (284 + J) \right] \quad (2.8)$$

donde J es el día del año, es decir, el número que varía desde 1 (1 Enero) y 365 (31 de Diciembre).

² Es la circunferencia máxima producida por un plano perpendicular al eje de rotación de la tierra.

³ Es el meridiano celeste que contiene a las direcciones cardinales N y S.

De forma alternativa y con un error máximo de $\pm 12'$ se puede utilizar la expresión propuesta por Spencer (Spencer, 1971):

$$\begin{aligned} \delta_s = & 0,006918 - 0,399912 \cdot \cos(\Gamma) + 0,070257 \cdot \sin(\Gamma) - \\ & 0,006758 \cdot \cos(2\Gamma) + 0,000907 \cdot \sin(2\Gamma) - 0,002697 \cdot \cos(3\Gamma) + \\ & 0,00148 \cdot \sin(3\Gamma) \end{aligned} \quad (2.9)$$

donde Γ es el denominado *ángulo del día* dado por:

$$\Gamma = \frac{2\pi(J - 1)}{365} \quad (2.10)$$

Finalmente, en aplicaciones de ingeniería, la declinación solar para un día dado puede considerarse constante (Duffie y Beckman, 1991).

2.6.2. Sistema de coordenadas celestes horizontales

En la figura 2.11 el punto P representa la proyección del centro del disco solar sobre la esfera celeste. Los ángulos celestes que determinan su posición son los siguientes:

- **Acimut**, a . Es el ángulo definido por la porción de arco de horizonte comprendido entre el punto cardinal Sur y el círculo vertical⁴ que contiene al punto P . Varía entre 0 y $\pm 180^\circ$, siendo el sentido positivo hacia el Oeste y el negativo hacia el Este.
- **Altura**, h . Es el ángulo definido por la porción del círculo vertical comprendido entre el plano de horizonte y el punto P . Varía entre 0 y $\pm 90^\circ$, siendo el sentido positivo hacia el cenit y el negativo hacia el nadir.

⁴ Es todo aquel círculo máximo en la esfera celeste que contiene al cenit y al nadir.

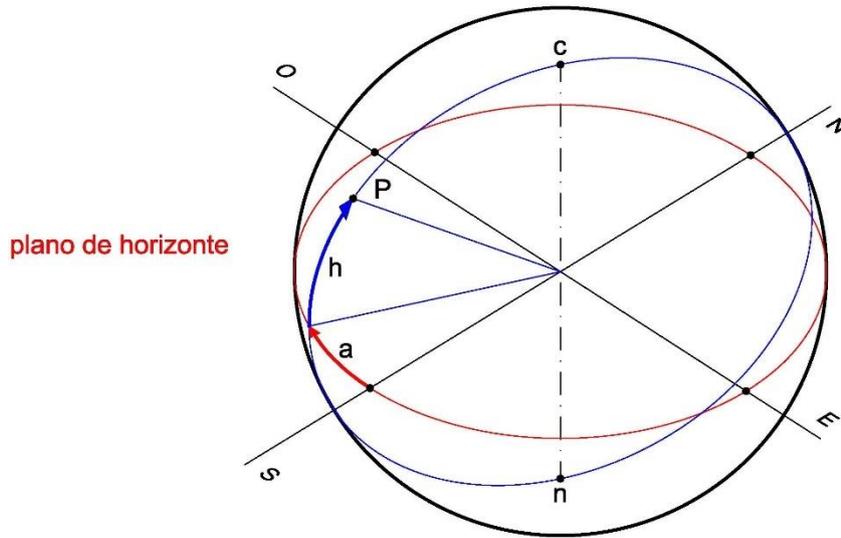


Figura 2.11. Esquema del sistema de coordenadas celestes horizontales (*c* y *n* representan el cenit y el nadir, respectivamente).

Se define asimismo el *ángulo cenital*, como el ángulo complementario al de altura solar. Por lo que geoméricamente representa la porción de círculo vertical comprendido entre el cenit y el punto *P*. Varía entre 0 y +180°.

Las coordenadas celestes horizontales pueden obtenerse, para una latitud ϕ y unas coordenadas celestes horarias ω_s y δ_s dadas, haciendo uso de las siguientes relaciones:

$$\text{sen}(h_s) = \text{sen}(\phi) \cdot \text{sen}(\delta_s) + \text{cos}(\phi) \cdot \text{cos}(\delta_s) \cdot \text{cos}(\omega_s) \quad (2.11)$$

$$\text{cos}(a_s) \cdot \text{cos}(h_s) \cdot \text{cos}(\phi) = \text{sen}(h_s) \cdot \text{sen}(\phi) - \text{sen}(\delta_s) \quad (2.12)$$

Como información adicional se puede determinar, para el día objeto de cálculo, la altura solar máxima, duración del día, así como la hora a la que se produce el orto y el ocaso. Las expresiones para su determinación son las siguientes:

$$h_{s,\text{máx}} = (90^\circ - \phi) + \delta_s \quad (2.13)$$

$$a_{s,\text{ocaso}} = \text{arc cos}(-\tan \delta_s \cdot \tan \phi) \quad (2.14)$$

$$\text{duración del día} = \frac{2 \cdot a_{s,\text{ocaso}}}{15} \quad (2.15)$$

2.7. Superficies cuádricas. Concepto y clasificación

Dada su importancia en la morfología de las superficies reflectoras empleadas en los diversos sistemas de concentración solar, en el presente epígrafe se va a realizar un breve

acercamiento a las superficies cuádricas, aportando una definición y clasificación de las mismas, destacándose posteriormente las cuádricas elípticas, donde quedan enmarcadas las superficies teóricas empleadas en el subsistema óptico de las SRC.

Las superficies cuádricas son aquellas definidas por ecuaciones algebraicas de segundo grado en x, y, z , y que se pueden obtener generalizando en el espacio, la ecuación general de una cónica:

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + 2a_{12}xy + 2a_{13}x + 2a_{23}y + a_{33} = 0 \quad (2.16)$$

La ecuación de la cuádrica es, por tanto:

$$f(x, y, z) = a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{13}xz + 2a_{23}yz + 2a_{14}x + 2a_{24}y + 2a_{34}z + a_{44} = 0 \quad (2.17)$$

La expresión precedente es conocida como *ecuación cartesiana* de una superficie cuádrica y puede escribirse en notación matricial de la siguiente manera:

$$[x \ y \ z \ 1] \cdot \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} & a_{34} \\ a_{14} & a_{24} & a_{34} & a_{44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \quad (2.18)$$

Dependiendo del rango de la matriz de los coeficientes se puede realizar una primera clasificación de las cuádricas del siguiente modo:

- Si el rango es 4 se denominan *cuádricas irreducibles*. Es el caso de las cuádricas elípticas e hiperbólicas.
- Si el rango es menor de 4 se denominan:
 - *Cuádricas reducibles*, tal sería el caso de las cuádricas parabólicas.
 - *Cuádricas degeneradas*, cuando la ecuación general degenera en dos planos.

Se puede demostrar que, mediante un movimiento adecuado (giro y/o translación), la ecuación general de las cuádricas puede transformarse siempre en una de las siguientes expresiones:

$$Mx^2 + Ny^2 + Pz^2 = R \quad (2.19)$$

$$Mx^2 + Ny^2 = Sz \quad (2.20)$$

Se verifica que las cuádricas que tienen como expresión general (2.19), poseen origen o centro de simetría y de ahí que se denominen *cuádricas con centro*; mientras que

aquellas que cumplen la expresión (2.20), no lo tienen y se denominan *cuádricas sin centro*.

La ecuación canónica de las cuádricas con centro se expresa de las formas:

$$\pm \frac{x^2}{a^2} \pm \frac{y^2}{b^2} \pm \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (2.21)$$

O bien:

$$\pm \frac{x^2}{a^2} \pm \frac{y^2}{b^2} \pm \frac{z^2}{c^2} = 0 \quad (2.22)$$

La primera se corresponde con los casos del elipsoide, hiperboloide elíptico e hiperbólico, mientras que la segunda corresponde al cono cuádrico.

La ecuación canónica de las cuádricas sin centro se expresa de las formas:

$$\pm \frac{x^2}{a^2} \pm \frac{y^2}{b^2} = c \cdot z \quad (2.23)$$

$$\pm \frac{x^2}{a^2} \pm \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (2.24)$$

$$\pm \frac{x^2}{a^2} = c \cdot z \quad (2.25)$$

La primera se corresponde con los casos de paraboloides elíptico e hiperbólico, la segunda a la del cilindro cuádrico elíptico e hiperbólico (ambos con eje OZ) y la tercera con la del cilindro cuádrico parabólico (con plano de simetría YOZ).

Al ser una superficie de segundo grado, la intersección con un plano ha de responder a una ecuación de segundo grado, es decir, la intersección será una curva cónica y sus casos particulares o degeneradas (punto, recta, dos rectas y circunferencia).

Por otra parte, si en el plano de una sección cualquiera se considera una recta, ésta cortará a la cónica y, por tanto, a la cuádrica, en dos puntos reales y distintos, reales y confundidos o imaginarios.

Así pues, como definición se puede decir que las cuádricas son las superficies cuya expresión matemática es una ecuación de segundo grado en x , y , z , o bien, geoméricamente, es aquella superficie cuya sección plana siempre es una curva cónica, luego una recta la corta como máximo en dos puntos.

Todos los puntos de una cuádrica admiten un único plano tangente, excepto el caso singular del vértice de un cono. En función de la situación de un plano tangente con respecto a la superficie cuádrica, se pueden dividir en:

- **Cuádricas elípticas** (o no regladas): todos sus puntos son elípticos, es decir, el plano tangente deja a toda la superficie a un lado y ésta no la atraviesa. Son: elipsoide (esfera), paraboloides elíptico e hiperboloides elíptico.
- **Cuádricas hiperbólicas** (o regladas): todos sus puntos son hiperbólicos, es decir, el plano tangente corta a la superficie quedando parte de esta a un lado del plano tangente y parte al otro lado. Son: paraboloides hiperbólico e hiperboloides hiperbólico.
- **Cuádricas parabólicas** (o radiadas): todos sus puntos son de tipo parabólico, es decir, el plano tangente contiene a una línea de la superficie. Son: cono cuádrico y cilindro cuádrico.

Debido al campo de aplicación del presente documento, en el siguiente apartado se abundará en las cuádricas elípticas.

2.7.1. Superficies cuádricas elípticas. Clasificación y definiciones

Las cuádricas elípticas o no regladas, junto con las superficies de revolución y las superficies helicoidales curvas, pertenecen a la familia de las *superficies curvas*.

Las superficies curvas se definen como aquellas que, no siendo desarrollables ni alabeadas, se engendran por el movimiento de una línea curva y dan lugar a varios grupos de superficies, según sea la naturaleza de la generatriz, su ley de movimiento y su variación de forma.

De esta definición se obtiene una conclusión importante de cara a la materialización práctica de todas las superficies curvas, dentro de las cuales están todas las cuádricas elípticas, y es que carecen de propiedad de yuxtaposición⁵. Por el contrario, cualquier cuádrica parabólica, tal como un cono cuádrico o un cilindro cuádrico, poseen la citada propiedad de yuxtaposición.

De acuerdo con la clasificación referida anteriormente, las cuádricas elípticas son las siguientes:

El *elipsoide* (figura 2.12) puede generarse por el movimiento con deformación de una elipse (generatriz) ε , en el cual ésta se mantiene paralela a un plano, su centro describe una trayectoria perpendicular a dicho plano y sus ejes focales y no focales van modificando sus dimensiones al verse obligados sus vértices a apoyarse en otras dos

⁵ No es posible desarrollar este tipo de superficies sobre un plano sin que se produzca la rotura o deformación de alguno de sus elementos

elipses (directrices) ε_a y ε_b . Estas últimas están contenidas en dos planos perpendiculares entre sí, y perpendiculares también al plano que contiene la elipse generatriz. La ecuación normalizada para el elipsoide, centrado en el origen del sistema de referencia, tiene la forma siguiente:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (2.26)$$

En el caso particular de que $a = b = c$, la generatriz ε , y las directrices ε_a y ε_b son circunferencias iguales de radio a , lo que da lugar al caso de *esfera*.

El *paraboloide elíptico* (figura 2.12) puede generarse por el movimiento con deformación de una elipse (generatriz) ε , en el cual ésta se mantiene paralela a un plano, su centro describe una trayectoria perpendicular a dicho plano, y sus ejes focales y no focales van modificando sus dimensiones al verse obligados sus vértices a apoyarse en dos parábolas (directrices) ε_a y ε_b . Estas últimas parábolas están contenidas en dos planos perpendiculares entre sí, y perpendiculares también al plano que contiene la elipse generatriz.

La ecuación normalizada para el paraboloide elíptico (cuyo eje es OZ), centrado en el origen del sistema de referencia, tiene la forma siguiente:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = z \quad (2.27)$$

En el caso particular de que $a = b$, la generatriz es una circunferencia y las directrices ε_a y ε_b son parábolas iguales, lo que da lugar al denominado *paraboloide elíptico de revolución* (o también paraboloide circular o de revolución).

El *hiperboloide elíptico* (figura 2.12) puede generarse por el movimiento con deformación de una elipse (generatriz) ε , en el cual ésta se mantiene paralela a un plano, su centro describe una trayectoria perpendicular a dicho plano, y sus ejes focales y no focales van modificando sus dimensiones al verse obligados sus vértices a apoyarse en dos hipérbolas (directrices) ε_a y ε_b . Estas últimas hipérbolas están contenidas en dos planos perpendiculares entre sí, y perpendiculares también al plano que contiene la elipse generatriz.

La ecuación normalizada para el hiperboloide elíptico (cuyo eje es OZ), centrado en el origen del sistema de referencia, tiene la forma siguiente:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1 \quad (2.28)$$

En el caso particular de que $a = b$, la generatriz es una circunferencia y las directrices ε_a y ε_b son hipérbolas iguales, lo que da lugar al denominado *hiperboloide elíptico de revolución* (o también hiperboloide circular o de revolución).

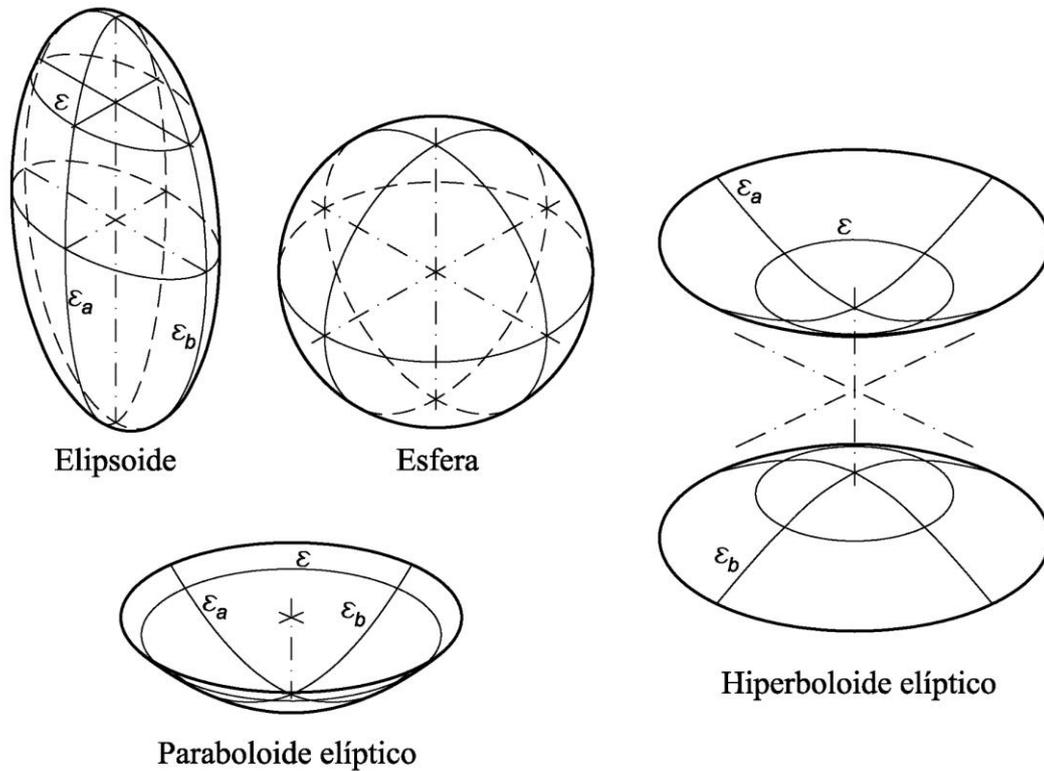


Figura 2.12. Cuádricas elípticas.

2.8. Generalidades sobre óptica geométrica

En los siguientes epígrafes se realizará un breve acercamiento a la óptica geométrica, en los que se tratarán, además de las leyes básicas de reflexión y refracción de ondas planas, las principales propiedades de reflexión en superficies esféricas y paraboloidales, las cuales son las que se considerarán a lo largo de la presente tesis.

Es preciso destacar que, como consecuencia de lo indicado en Wendelin (2003), así como en el estudio realizado en Ortega (2014), se considerará a lo largo de la tesis que los fenómenos de refracción en el seno del vidrio de las superficies reflectantes pueden despreciarse.

2.8.1. Reflexión y refracción de ondas planas

Si se considera una onda plana que viaja en un medio 1 en la dirección del vector unitario \mathbf{u}_i , se puede comprobar experimentalmente que, cuando la onda alcanza la superficie plana S que separa el medio 1 del 2, se transmite una onda al segundo medio y otra regresa

al medio 1. Estas son las ondas refractadas y reflejadas, cuyas direcciones vienen definidas por los vectores unitarios \mathbf{u}_r y \mathbf{u}'_r , respectivamente.

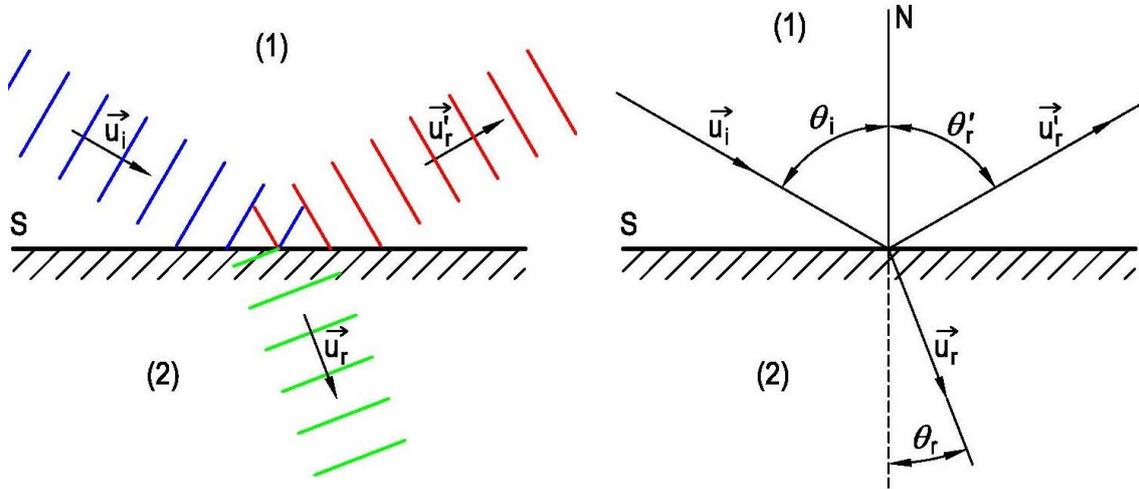


Figura 2.13. Reflexión y refracción de ondas planas.

Los ángulos θ_i , θ_r y θ'_r , reciben los nombres de *ángulo de incidencia*, *de refracción* y *de reflexión*, respectivamente. Las direcciones de los tres vectores unitarios \mathbf{u}_i , \mathbf{u}_r y \mathbf{u}'_r , están relacionadas de acuerdo con las siguientes leyes experimentales:

1°. Las direcciones de incidencia, refracción y reflexión se encuentran en un mismo plano, perpendicular a la superficie S de separación de los medios y, por tanto, dicho plano contiene a la normal N de la superficie S .

2°. Los ángulos de incidencia y de reflexión son iguales. Esto es:

$$\theta_i = \theta'_r \quad (2.29)$$

3°. El cociente entre el seno del ángulo de incidencia y el seno del ángulo de refracción, es constante. Esta propiedad se conoce como *Ley de Snell*:

$$\frac{\text{sen } \theta_i}{\text{sen } \theta_r} = n_{21} \quad (2.30)$$

donde n_{21} se conoce como *coeficiente de refracción del medio 2 respecto al medio 1* o *coeficiente de refracción relativo entre los medios 2 y 1*. Su valor numérico depende de la naturaleza de la onda y de las propiedades de los medios.

Estas leyes siguen siendo válidas aun cuando la superficie de onda y la superficie de separación de los medios no sean planas.

Por otra parte, es importante definir el *índice absoluto de refracción* n de un medio, como el cociente entre la velocidad de propagación de la onda en el vacío c , dividido por la velocidad de propagación de la onda en ese medio v . Es decir:

$$n = \frac{c}{v} \quad (2.31)$$

De esta manera, el índice de refracción relativo anteriormente utilizado, puede determinarse como el cociente entre los índices de refracción absolutos de ambos medios. Esto es:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{c}{v_2} \cdot \frac{v_1}{c} = \frac{v_2}{v_1} = n_{21} \quad (2.32)$$

Según esta última definición, se verificará que:

Si $n_{21} > 1 \Rightarrow v_1 > v_2$, por lo que según (2.30), $\theta_i > \theta_r$ y viceversa.

Sin embargo, en la situación contraria $n_{21} < 1$, existe un caso particular cuando $\sin \theta_i = n_{21}$. En ese caso, según la ley de Snell, se verifica que el ángulo de refracción es 90° , por lo que se produce una reflexión total y el ángulo de incidencia para el que ocurre se llama *ángulo de incidencia crítico*.

2.8.2. Reflexión en una superficie esférica

Sea un espejo esférico cóncavo de centro C y radio r . El punto O sería el polo del casquete esférico, y la línea que une C y O se denomina *eje principal*. Se empleará dicho eje para la definición de las abscisas de los diversos puntos sobre el mismo.

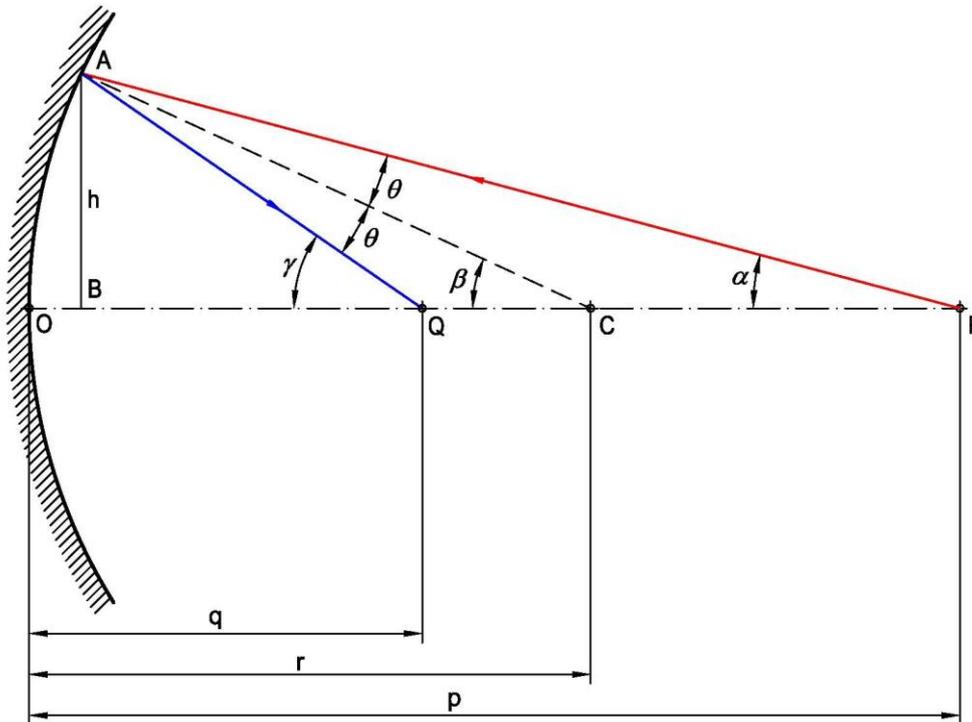


Figura 2.14. Reflexión en una superficie esférica.

Si el punto P es una fuente de ondas esféricas (tales como las solares), el rayo PA , cuya normal es AC , vendrá reflejado según AQ pues se verifica la igualdad de los ángulos de incidencia y reflexión.

Se verifica según la figura 2.14, que:

$$\beta = \alpha + \theta \quad \text{y} \quad \beta = \gamma - \theta \quad (2.33)$$

Por lo que, eliminando θ de las dos expresiones anteriores, se tiene:

$$\alpha + \gamma = 2\beta \quad (2.34)$$

Si el punto A sobre el espejo está cerca del eje principal, se dice que los rayos son *paraxiales*, al ser paralelos o casi paralelos al eje principal. En este caso se puede considerar que:

$$\alpha \approx \tan \alpha \approx \frac{h}{p}, \quad \beta \approx \tan \alpha \approx \frac{h}{r} \quad \text{y} \quad \gamma \approx \tan \gamma \approx \frac{h}{q} \quad (2.35)$$

Por lo que, sustituyendo en (2.34), se tendrá finalmente:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{2}{r} \quad (2.36)$$

Que es la fórmula de Descartes para la reflexión en una superficie esférica.

Esta expresión implica que todo rayo paraxial trazado desde P sobre la superficie esférica, incidirá tras su reflexión en Q , denominado por este motivo *imagen* de P .

En el caso particular de que $p = \infty$, los rayos incidentes serán paralelos al eje principal, y según la expresión (2.36), se tendría:

$$\frac{1}{q} = \frac{2}{r} \quad (2.37)$$

Luego según las simplificaciones introducidas, todo rayo paralelo al eje principal, incidirá tras su reflexión en el punto F de la figura 2.15, denominado *foco*, el cual estaría emplazado en la abscisa $r/2$.

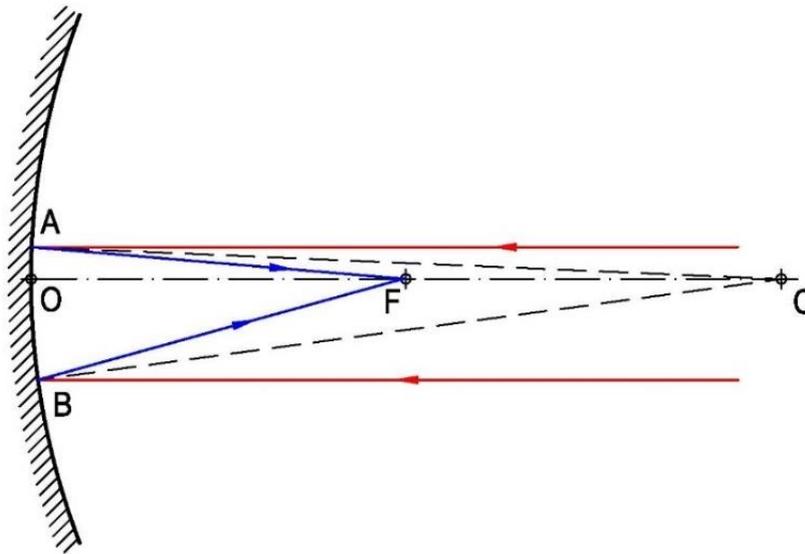


Figura 2.15. Reflexión en una superficie esférica.

2.8.3. Aberración en un espejo esférico

Las propiedades deducidas en el apartado precedente se basaban en la hipótesis de que los ángulos α , β y γ eran muy pequeños (rayos paraxiales), y se podía aproximar el valor del ángulo al de su tangente.

Si los rayos incidentes forman unos ángulos más amplios, las citadas hipótesis no serían buenas aproximaciones. De manera que los rayos reflejados no concurrirán en un único punto, sino en un número infinito de ellos. Este fenómeno se denomina *aberración esférica*.

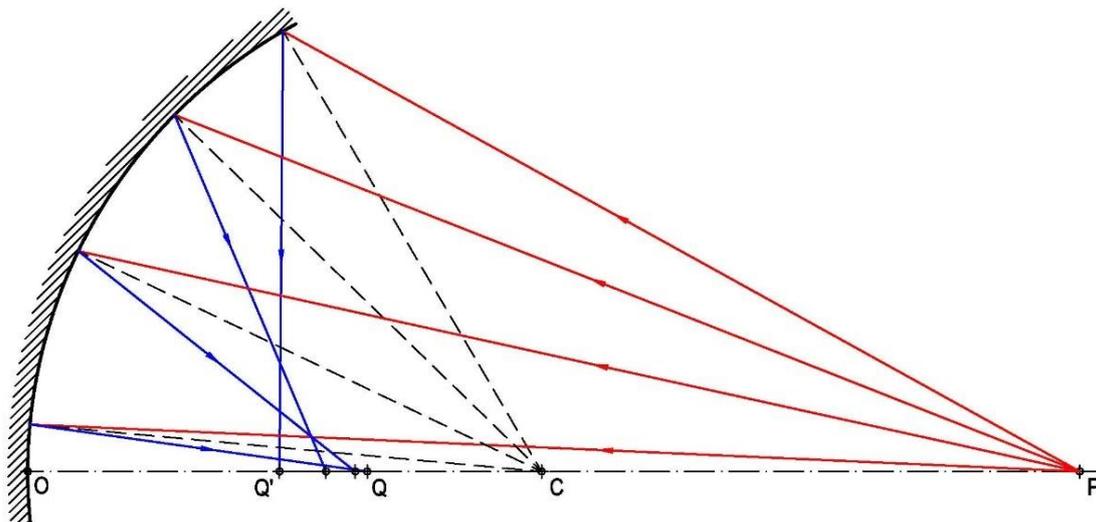


Figura 2.16. Aberración en un espejo esférico.

Como se muestra en la figura 2.16, los rayos reflejados cortan al eje principal en puntos pertenecientes al segmento QQ' . El primero de los cuales corresponde a los rayos

de menor inclinación con respecto al eje principal y que, por tanto, coincidiría con la imagen de P según la expresión (2.36) de Descartes; mientras que el segundo corresponde al rayo con mayor inclinación.

Se verifica que cuanto más se acerque P al centro C de la esfera, más se reduce la longitud del segmento QQ' , hasta el caso particular en el que se hagan coincidir P y C y, por tanto, también Q en un mismo punto. Lo cual puede comprobarse a partir de la expresión (2.36).

Por tanto, un espejo esférico produce siempre una imagen astigmática, salvo el caso particular de que el punto P se haga coincidir con el centro de la esfera.

En realidad, si en el apartado precedente no se hubieran realizado las hipótesis simplificadoras ya mencionadas, también se hubiera llegado a un caso similar, aunque con un segmento QQ' de menor tamaño.

En las siguientes líneas se va a obtener una expresión más precisa que la (2.36) de Descartes, para lo cual se considerará la figura 2.14.

Aplicando la regla del seno a los triángulos ACP y ACQ , se tiene:

$$\frac{CP}{\text{sen } \theta} = \frac{AP}{\text{sen } (\pi - \beta)} = \frac{AP}{\text{sen } \beta} \quad ; \quad \frac{QC}{\text{sen } \theta} = \frac{AQ}{\text{sen } \beta} \quad (2.38)$$

Por lo que resulta:

$$\frac{CP}{AP} = \frac{QC}{AQ} \quad \text{o} \quad \frac{p-r}{AP} = \frac{r-q}{AQ} \quad (2.39)$$

Que puede reescribirse como:

$$\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{p}\right) \frac{p}{AP} = \left(\frac{1}{q} - \frac{1}{r}\right) \frac{q}{AQ} \quad (2.40)$$

Las magnitudes de AP y AQ pueden obtenerse a través de la regla de los cosenos. Del triángulo ACP , se tiene:

$$AP = r^2 + (p-r)^2 + 2r(p-r) \cos \beta \quad (2.41)$$

Simplificando se llega a:

$$\frac{p}{AP} = \left[1 - 4 \frac{r^2}{p} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{p}\right) \cdot \text{sen}^2(\beta/2) \right]^{-1/2} \quad (2.42)$$

Operando de manera similar con el triángulo AQC , se obtiene:

$$\frac{q}{AQ} = \left[1 - 4 \frac{r^2}{q} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{q} \right) \cdot \text{sen}^2(\gamma/2) \right]^{-1/2} \quad (2.43)$$

Finalmente, sustituyendo en la expresión (2.40) inicial, queda:

$$\frac{\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{p} \right)}{\sqrt{1 - 4 \frac{r^2}{p} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{p} \right) \cdot \text{sen}^2(\beta/2)}} = \frac{\left(\frac{1}{q} - \frac{1}{r} \right)}{\sqrt{1 - 4 \frac{r^2}{q} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{q} \right) \cdot \text{sen}^2(\gamma/2)}} \quad (2.44)$$

Se obtiene la abscisa del punto Q en la expresión anterior, haciendo $\beta = \gamma = 0$, en cuyo caso la expresión (2.44) anterior es igual a la (2.36).

Para determinar la abscisa del punto Q' correspondiente al extremo de la apertura, habría que resolver la expresión (2.44).

2.8.4. La región paraxial

Sea la ecuación de la circunferencia de radio R cuyo centro se encuentra sobre el eje de abscisas a la distancia R .

Dicha circunferencia representa la sección máxima producida en una esfera del mismo centro y radio según el plano OXY . Por lo que su ecuación tiene la forma:

$$y^2 + (x - R)^2 = R^2 \quad (2.45)$$

Despejando x se tiene la siguiente expresión:

$$x = R \pm (R^2 - y^2)^{1/2} \quad (2.46)$$

A continuación se analiza la región en la que $x < R$, es decir, la región en la que la ecuación anterior tiene el signo menos. Mediante un desarrollo en serie binomial, la expresión (2.46) se podría expresar de la siguiente manera:

$$x = R - R \cdot \left(1 - \frac{y^2}{R^2} \right)^{1/2} \quad (2.47)$$

$$x = R - R \cdot \left\{ 1 - \frac{1}{2} \frac{y^2}{R^2} + \frac{1}{8} \frac{y^4}{R^4} - \frac{1}{16} \frac{y^6}{R^6} + \dots \right\} = \frac{y^2}{2R} - \frac{y^4}{8R^3} + \frac{y^6}{16R^5} + \dots \quad (2.48)$$

Se observa que el primer término de la expresión (2.48) tiene cierta analogía con la ecuación de una parábola de distancia focal f , cuyo eje sea el de abscisas y vértice centrado en el origen de coordenadas, dada por la siguiente ecuación:

$$x = \frac{y^2}{4f} \quad (2.49)$$

Si se considera $4f = 2R$, es decir, $f = R/2$, se puede pensar que representa a la parábola descrita, mientras que el resto de términos de orden superior suponen la discrepancia entre ambas gráficas medida paralelamente al eje de abscisas.

De esta manera, en el caso de que se estén analizando ambas gráficas en las proximidades del eje de abscisas, es decir, valores pequeños de y en comparación con R (la denominada *región paraxial*), se puede considerar que ambas curvas cónicas y, por extensión tridimensional, ambas cuádricas, poseen una excelente coincidencia (figura 2.17).

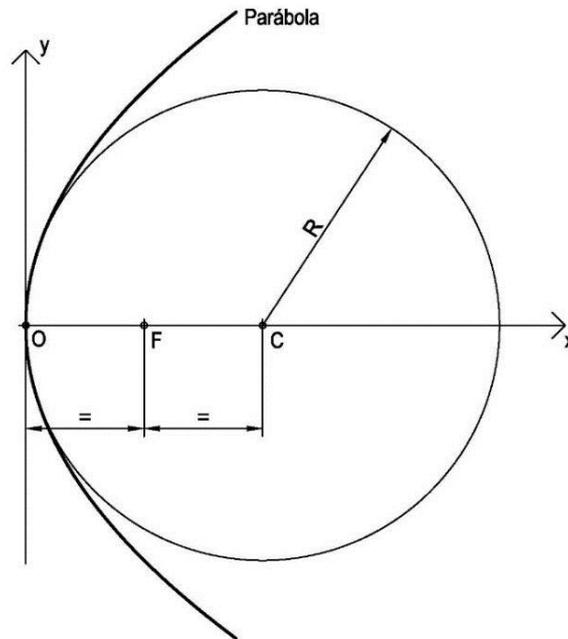


Figura 2.17. Comparación parábola de ecuación $x = y^2/4f$, con $f = R/2$ y circunferencia de radio R y centro en el eje de abscisas a la distancia R del origen.

2.8.5. Reflexión en un espejo paraboloidal

En la figura 2.18 se representa una parábola de distancia focal f , cuyo eje es el de abscisas y su vértice el origen de coordenadas. La ecuación de dicha parábola, según se expuso en el apartado precedente, venía dada por la expresión (2.49).

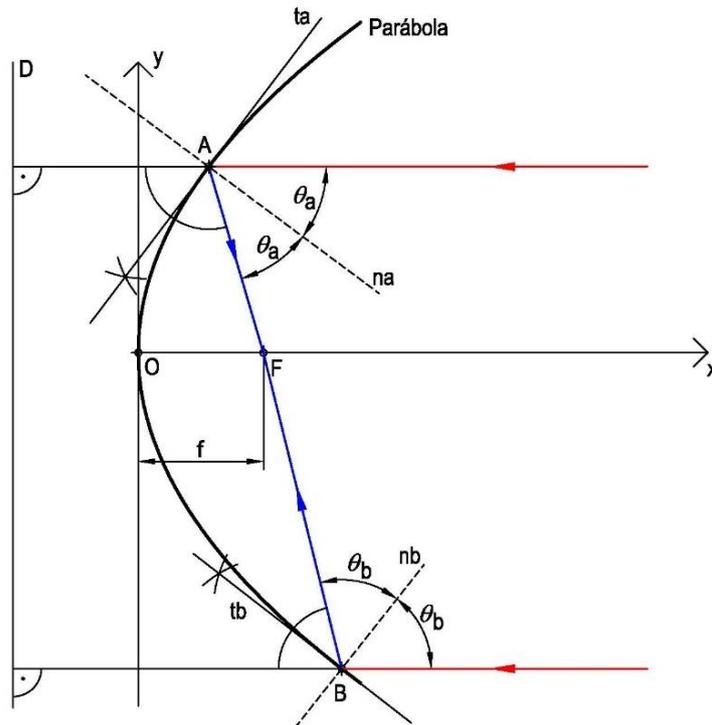


Figura 2.18. Reflexión en un espejo parabólico con rayos incidentes paralelos al eje de la cónica.

Se puede comprobar, como así se ha hecho en la figura 2.18, que la reflexión de todo rayo paraxial da como resultado el foco de la parábola, y viceversa, es decir, si la fuente estuviera situada en F , los rayos reflejados serían paraxiales.

Al extender el problema al caso tridimensional, la citada propiedad se seguirá verificando en un espejo cuya geometría coincida con la de un paraboloides elíptico de revolución.

Otra propiedad destacable, como puede apreciarse en la figura 2.18, es que las normales trazadas en distintos puntos de la parábola (y por extensión al paraboloides) no se cortan en un mismo punto del eje de la cónica (cuádrica).

Por otra parte, si los rayos incidentes no son paraxiales, los rayos reflejados tendrán una cierta deriva y, de forma similar al caso comentado de espejo esférico, dichos rayos reflejados no concurrirían en un único punto, sino en un número infinito de ellos. Por tanto, se tendrá cierta dispersión o aberración, tal como se aprecia en la figura 2.19.

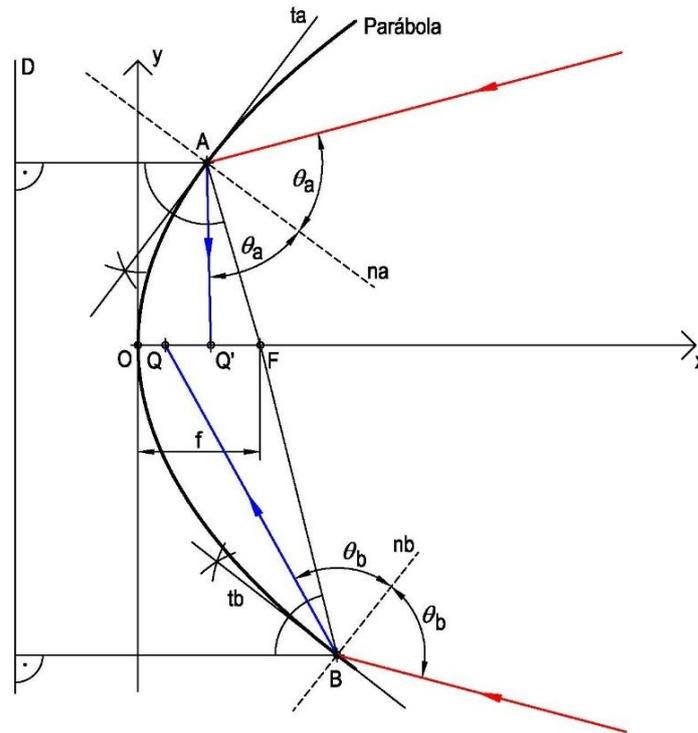


Figura 2.19. Reflexión en un espejo paraboloide con rayos incidentes no paralelos al eje de la cónica.

2.8.6. Reflexión en un espejo elipsoidal

En el presente subapartado se plantea la posibilidad de determinar, si existe, la geometría de una superficie reflectora capaz de producir una imagen en un punto dado Q siendo la fuente un punto propio P .

Para determinar la existencia y propiedades de esta superficie, se hace uso del principio de Fermat, según el cual: *al pasar de un punto a otro, el rayo elige el camino para el cual el tiempo de propagación es mínimo* (Alonso y Finn, 1987).

Por lo que, según el principio de Fermat, si se tiene una fuente puntual P frente a una superficie reflectora y se quiere producir una imagen en Q , la forma de la superficie ha de ser tal que todos los rayos tarden el mismo tiempo en viajar desde P a Q .

De la figura 2.14, el tiempo necesario para que un rayo viaje a lo largo del eje principal es:

$$t = \frac{1}{c}(OP + OQ) \quad (2.50)$$

Para un rayo que incide sobre la superficie en A , se tiene que:

$$t' = \frac{1}{c}(AP + AQ) \quad (2.51)$$

Puesto que se debe imponer que $t = t'$, se tiene:

$$OP + OQ = AP + AQ \quad (2.52)$$

De la anterior relación se comprueba que si se considera una superficie plana (por ejemplo, la definida por el eje Y en la figura 2.14), nunca se cumplirá la expresión (2.52), puesto que, si se supone al punto A sobre el eje Y , se tendrá siempre que:

$$AP > OP \text{ y } AQ > OQ, \text{ implicando que } t' > t.$$

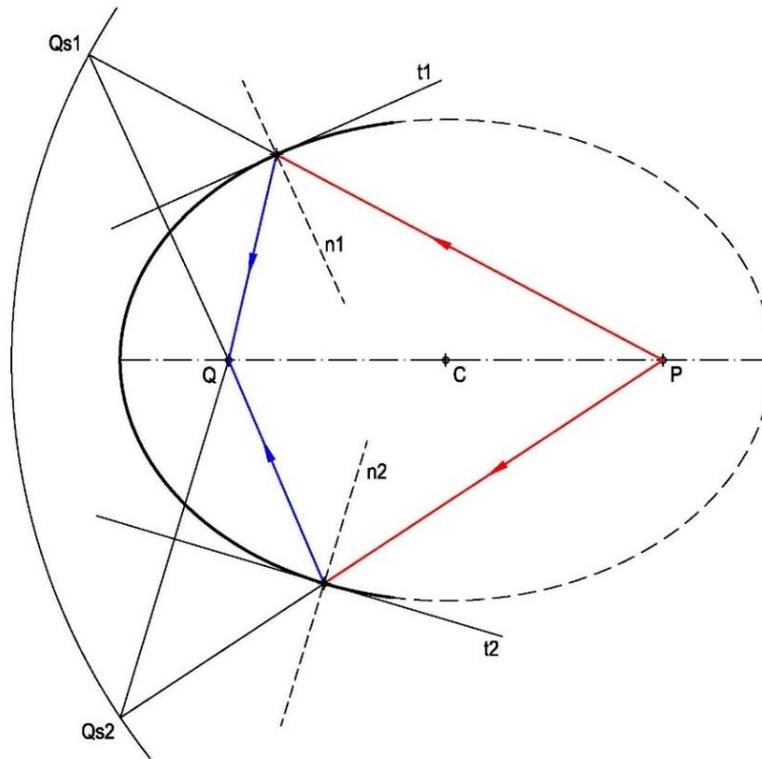


Figura 2.20. Espejo con geometría de elipsoide.

De la observación de la expresión (2.52) se desprende que la única superficie teórica en la que se cumpliría la citada expresión, sería un elipsoide cuyos focos sean los puntos P y Q (figura 2.20).

En efecto, una elipse se define como el lugar geométrico de los puntos del plano, cuya suma de distancias a dos puntos fijos denominados focos, es constante e igual a la longitud del eje mayor o real (como extensión tridimensional de la elipse se tendría el elipsoide).

2.8.7. Morfología de la superficie del heliostato. Aberraciones

Así como en los concentradores de las plantas termosolares de media concentración la superficie reflectora de un CF supone una discretización de la de un colector CCP, en alta concentración, la superficie reflectora de un heliostato supone la discretización de un

disco parabólico. Por consiguiente, la superficie reflectora teórica de un heliostato ha de ser una porción de paraboloides elíptico de revolución.

La figura 2.21 corresponde a la vista superior, no con respecto al plano geometral (vista en planta del problema), sino al plano definido por las rectas So y CT , que se definen en el siguiente párrafo, y que constituyen el denominado *plano meridional* o *tangencial*, es decir, aquel que contiene al rayo principal So y al *eje óptico* (que es el eje del paraboloides). Este plano es, por definición, el que contiene la máxima asimetría o desviación.

Se considera un heliostato en el campo solar de centro C y un blanco situado a cierta altura respecto del nivel del suelo en una torre T (se considera que no hay cavidad por simplicidad). La geometría de dicho paraboloides se define para una posición del centro del disco solar de referencia (en general, dos instantes del año). De este modo se ha de cumplir que, en ese instante, la reflexión producida en todo punto de la superficie del heliostato ha de incidir en el centro del blanco T (en el caso de sol puntual).

En la figura 2.21 se acota la igualdad de los ángulos de incidencia y reflexión, existentes entre la radiación solar incidente So y la normal N a la superficie del heliostato en C , y entre esta última y la radiación reflejada CT , respectivamente.

Para determinar las características definitorias de dicha porción de paraboloides en la posición de referencia según la figura 2.21, es suficiente con determinar la directriz de la parábola generatriz, pues el foco es el punto T (centro del blanco). Para ello se actuaría de la siguiente manera:

1. Obtener el eje de la parábola trazando una paralela a la dirección principal So , por T .
2. Transportar la distancia CT sobre la prolongación de la dirección So a partir de C , obteniéndose el punto A .
3. Dibujar la directriz de la parábola D , perpendicular al eje de la misma por el punto A .
4. El punto B es la intersección del eje y la directriz. Por tanto, se verifica que el vértice de la parábola V se encontrará en el punto medio del segmento BT .

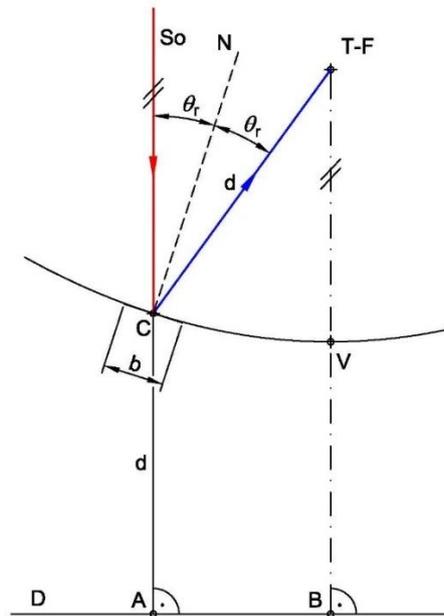


Figura 2.21. Esquema en el que se identifican las principales relaciones geométricas que definen la superficie del heliostato.

Con el foco (punto T) y la directriz (recta D), quedaría definida la parábola que contiene al centro del heliostato (punto C) y, por extensión tridimensional, el casquete de paraboloides elíptico de revolución.

La cifra de cota b indica la envergadura que tendría el heliostato y habría que aclarar que, en general, no será igual a la anchura del mismo, pues como se ha comentado anteriormente, la imagen mostrada no representa la proyección horizontal o planta del problema.

Por tanto, la superficie reflectora del heliostato sería una porción de paraboloides elíptico de revolución asimétrico. Y en la mencionada posición de referencia, es decir, en general dos instantes al año, la radiación solar directa que incida sobre el mismo, será reflejada por éste e incidirá en un mismo punto coincidente con el centro del blanco (en el caso de sol puntual).

En cualquier otro instante del año distinto al de referencia, los ángulos acimut y altura solar, harán que el eje del paraboloides no coincida con la dirección principal, por tanto, como ya se citó en apartados precedentes, los rayos reflejados tendrán cierta deriva y existirá en mayor o menor medida cierta dispersión, exceptuando el caso del reflejo producido en el centro del heliostato que, gracias al mecanismo de seguimiento, incidirá en el centro del blanco.

Como ejemplo de lo comentado en los últimos apartados, en la figura 2.22 se considera un ejemplo a escala, en la que se supondrá que el sol es un punto, con objeto de descartar los efectos de la forma solar.

A la derecha se vuelve a reproducir el mismo dibujo, pero girado de tal forma que la normal N quede en disposición vertical, con objeto de comparar los resultados entre las distintas figuras que se irán presentando.

Los datos del problema son los puntos C y T . En rojo se representa la radiación incidente, en negro con línea discontinua las normales y en azul la radiación reflejada. La posición de referencia se considera un determinado día del año a las 12:00 solares.

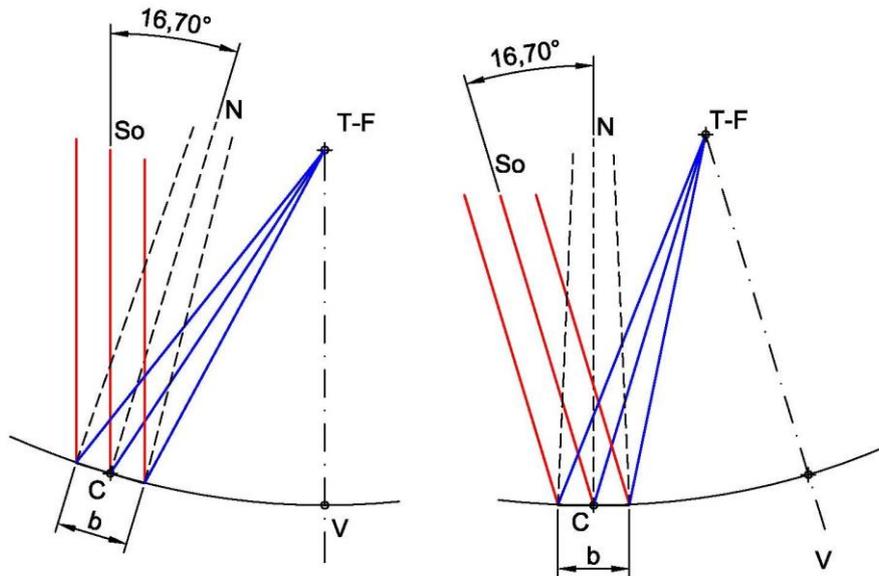


Figura 2.22. Esquema de reflexión en heliostato con superficie definida como porción de paraboloides elíptico de revolución asimétrico.

Como se aprecia en la figura 2.22, en la posición referencia (en general dos instantes al año) toda radiación solar paralela a So que incida sobre el espejo paraboloidal asimétrico incidirá tras su reflexión en el foco y, por tanto, en el centro del blanco de manera precisa.

En la figura 2.23 se ha evaluado con la misma geometría, pero en otros dos instantes del año. Es decir, el heliostato ha girado y, por tanto, ya no coincidirán el foco del paraboloides y el centro del blanco. La amplitud de la dispersión o aberración tiene una anchura de 1,07 y 3,6 m, respectivamente.

Para la correcta comprensión de las últimas figuras hay que tener en cuenta que la parábola determinada en la posición de referencia, junto con el resto de elementos de la misma (foco, vértice, etc.) así como la normal N en el centro del heliostato y la nueva dirección principal So , son todos ellos coplanarios si el heliostato está correctamente orientado.

Se observa, por tanto, que a medida que nos alejamos de la posición de referencia, aumenta la dispersión y los rayos reflejados se cruzan en una zona cada vez más adelantada con respecto al plano de apertura.

La sección transversal de los rayos reflejados va disminuyendo de tamaño a medida que los rayos reflejados abandonan el heliostato. En la zona en la que se entrecruzan, la sección transversal alcanza un mínimo, que se podría inscribir en el interior de una circunferencia, denominada *de mínima confusión*, y seguidamente la sección transversal vuelve a aumentar hasta que los rayos alcanzan el plano de apertura.

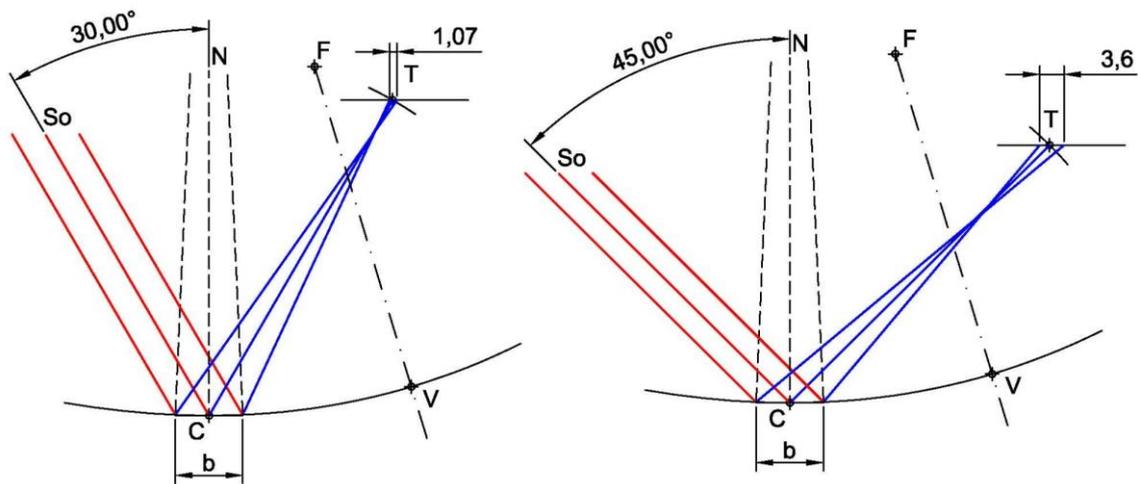


Figura 2.23. Esquema de reflexión en heliostato con superficie definida como porción de paraboloides de revolución asimétrico. Cifras de cota longitudinales en metros.

2.8.8. Aproximación mediante superficie esférica y paraboloides de revolución simétrico

En la presente tesis se opera con dos tipologías de superficies para el heliostato: esfera y paraboloides de revolución simétrico, con las siguientes características.

- Superficie esférica. Se considera que el centro de la esfera se encuentra a lo largo del vector normal N en el centro del heliostato, considerado este como una lámina rectangular de dimensiones conocidas; siendo el radio de la esfera igual al doble de la distancia existente entre el centro del heliostato y el centro del blanco, es decir, $2 \cdot CT$ (figura 2.24).
- Superficie paraboloidal. Se considera que la superficie es un paraboloides de revolución simétrico, cuyo eje coincide con el vector normal N , y cuya distancia focal es igual a la distancia existente entre el centro del blanco y el centro del heliostato, es decir, CT (figura 2.24).

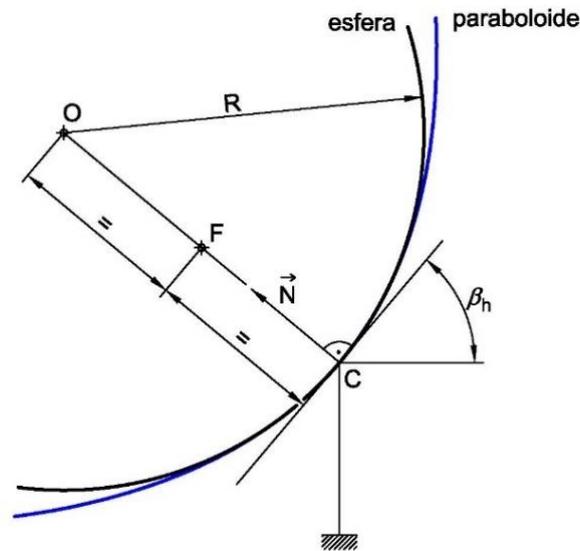


Figura 2.24. Esquema para definición de las superficies esférica y paraboloide.

Bibliografía

- Allen, C.W., 1973. *Astrophysical Quantities*. University of London. The Athlone Press. Third Edition.
- Alonso, M., Finn, E.J., 1987. *Física. Volumen II: Campos y ondas*. Ed. Addison-Wesley Iberoamericana.
- Amengual, A., 2001. *Complementos de óptica geométrica. Colección materiales didácticos*. Universidad de las Islas Baleares, 87.
- Bahamonde, M.I., Ortega, G., 2011. *Geometría para Ingenieros: I. Sistema Diédrico*. Servicio de publicaciones de la Universidad de Huelva.
- Buie, D., Dey, C.J., Bosi, S., 2003a. The effective size of the solar cone for solar concentrating systems. *Solar Energy* 74, 417–427.
- Buie, D., Monger, A.G., Dey, C.J., 2003b. Sunshape distributions for terrestrial solar simulations. *Solar Energy* 74, 113–122.
- Calvo, M.L., 2002. *Óptica avanzada*. Ed. Ariel. Barcelona.
- Carta, J.A., Calero, R., Colmenar, A., Castro, M.A., 2009. *Centrales de energías renovables*. Ed. Pearson.
- Duffie, J.A., Beckman, W.A., 2006. *Solar Engineering of Thermal Processes*. Ed. John Wiley & Sons Inc.
- Gilat, A., 2016. *Matlab. Una introducción con ejemplos prácticos*. Ed. Reverté.

- Gomis, J.M., 1996. Curvas y superficies en diseño de ingeniería. Servicio de publicaciones de la Universidad Politécnica de Valencia.
- González, M., Palencia, J., 1992. Trazado geométrico. Los autores.
- Hecht, E., 2000. Óptica. Ed. Pearson. Addison-Wesley.
- Hernández, C., 1999. Óptica geométrica: teoría y cuestiones. Colección textos docentes. Universidad de Alicante.
- Huang, W., Han, Z., 2012. Theoretical analysis of error transfer from the surface slope to the reflected ray and their application in the solar concentrated collector. *Solar Energy*, 86(9), 2592-2599.
- Huang, W., Li, Y., Han, Z., 2013. Theoretical analysis of error transfer from surface slope to refractive ray and their application to the solar concentrated collector. *Renewable Energy*, 57, 562-569.
- Ibáñez, M., Rosell, J.R., Rosell, J.I., 2005. Tecnología solar. Ed. Mundi-Prensa.
- Kistler, B.L., 1986. A User's Manual for DELSOL3: A Computer Code for Calculating the Optical Performance and Optimal System Design for Solar Thermal Central Receiver Plants. Sandia National Labs Report SAND86-8018.
- Kuiper, G.P., 1953. The Photosphere, The Sun, The Solar System I. University of Chicago Press, Chicago.
- Lee, H., 2014. The geometric-optics relation between surface slope error and reflected ray error in solar concentrators. *Solar Energy* 101, 299–307.
- Lovegrove, K., Stein, W., 2012. Concentrating Solar Power Technology: Principles, developments and applications. Woodhead Publishing Series in Energy.
- Ortega, G., 2014. Estudio y propuesta de herramientas informáticas de simulación del subsistema óptico en Centrales Termosolares de Torre. Trabajo Fin de Máster. ETSI Industriales UNED.
- Osuna, R., Cerón, F., Romero, M., García, G., 1999. Desarrollo de un prototipo de heliostato para la planta Colón Solar. *Energía* 25, 71-79.
- Rabl, A., Bendt, P., 1982. Effect of circumsolar radiation on performance of focusing collectors. *Journal of Solar Energy Engineering* 104, 237-250.
- Ruiz, V., Silva, M.A., 2010. Radiación Solar. Apuntes de la asignatura Energías Renovables. 5º Curso Ingeniería Industrial. E.S.I. Universidad de Sevilla.
- Spencer, J.W., 1971. Fourier series representation of the position of the sun. *Search* 2, 172–173.

- Valverde, A., 2013. Prescripciones Técnicas: Especificaciones técnicas para los servicios de mecanizado, montaje de mecanismos de accionamiento, instalación y canteo de los de heliostatos en la planta CESA-1 de la Plataforma Solar de Almería, CIEMAT.
- Web Asociación Española de la Industrial Solar Termoeléctrica, 2014. Disponible en: <http://www.protermosolar.com/>.
- Web Torresol Energy, 2017. Disponible en: <http://www.torresolenergy.com/TORRESOL/home/en>.
- Weidong, H., Yongping, L., Zhengfu H., 2013. Theoretical analysis of error transfer from surface slope to refractive ray and their application to the solar concentrated collector. *Renewable Energy* 57, 562-569.
- Wendelin, T., 2003. SolTRACE: A New Optical Modeling Tool for Concentrating Solar Optics. In: National Renewable Energy Laboratory (NREL), International Solar Energy Conference, March.

3. TRANSFORMACIONES HOMOGRÁFICAS

3.1. Introducción

El presente capítulo se encuentra dedicado a las transformaciones homográficas entre formas planas. La base teórica en la que se apoyan las transformaciones homográficas deriva de la *geometría proyectiva*, la cual estudia las propiedades que se conservan en las perspectivas.

El estudio sistemático de esta rama de la geometría comienza a finales del siglo XVIII, destacando las aportaciones realizadas por Poncelet y posteriormente, en el siglo XIX, las realizadas por Steiner, von Staudt, Chasles y otros.

Las transformaciones homográficas, esencialmente las de homología y afinidad, constituyen la base teórica en la que se apoyan las metodologías para determinación del rendimiento por sombra y bloqueos (concretamente la metodología que se denominará *M4*) y el rendimiento por intercepción (metodología basada en *haz de rayos*), que se propondrán a lo largo de los capítulos 4 y 5, respectivamente.

La utilización de las citadas transformaciones geométricas aplicadas a la simulación del subsistema óptico en SRC tuvo como antecedente el trabajo fin de máster del autor (Ortega, 2014), en las que fueron utilizadas para la determinación de mapas de densidad de potencia e isolíneas sobre un receptor simple en SCR por parte de un heliostato exento. El código propuesto en el citado trabajo se caracterizaba por la reducción de los tiempos de computación en comparación a los resultados obtenidos por otro código basado en trazado de rayos convencional.

Sin embargo, la resolución de los problemas homográficos se plateó por métodos gráficos, es decir, implementando en el lenguaje de programación utilizado⁶ instrucciones equivalentes a las necesarias para la resolución manual del problema con útiles de dibujo convencionales, tales como escuadra, cartabón, etc.

De este modo se crearon subprogramas para la determinación de los elementos notables del problema de homología (centro, eje de homología y rectas límites) y a partir de estos, se empleaban subprogramas de determinación de intersecciones recta-recta, con los que se determinaban los vértices de la figura homóloga buscada.

Con posterioridad al citado trabajo se pensó que las técnicas homográficas podían ser utilizadas en la resolución de los problemas de cálculo de sombras y bloqueos e intercepción.

⁶ En el trabajo fin de máster se empleó como lenguaje de programación VisualLisp, ejecutándose el código en el entorno de un software de diseño asistido por ordenador (Autocad de la firma Autodesk).

Sin embargo, con el enfoque gráfico, la resolución de este tipo de problemas se encontraría con el importante hándicap de unos tiempos de computación mayores a los obtenidos por técnicas basadas en trazado de rayos convencional.

Por tanto, se requería un nuevo enfoque que permitiera mejorar las prestaciones desde un punto de vista computacional. En concreto, se probó la posibilidad de resolver los problemas homográficos por métodos analíticos, es decir, realizando las transformaciones homográficas por métodos matriciales.

Como se comprobará en los capítulos 4, 5 y 6, las técnicas homográficas implementadas según un enfoque analítico permiten abordar los problemas de cálculo de sombras y bloqueos e intercepción de una manera eficiente desde el punto de vista computacional, posibilitando la resolución de problemas de simulación y optimización del subsistema óptico en SRC de una forma precisa y rápida en comparación a una metodología de trazado de rayos convencional.

De este modo, en los epígrafes 3.2 y 3.3 se abordan las nociones de transformación proyectiva y de recta límite, respectivamente. Posteriormente, en el epígrafe 3.4 se concreta el estudio en la proyectividad entre formas planas de segunda categoría, donde quedan enmarcadas las transformaciones objeto de estudio de la presente tesis.

Posteriormente, en los epígrafes 3.5 y 3.6 se exponen las principales relaciones y propiedades de las transformaciones homográficas desde un punto de vista analítico, concretadas a los casos de homología y afinidad, respectivamente.

Finalmente, en el epígrafe 3.7 se ofrece un resumen del resto de casos particulares de homología y afinidad, de uso menos generalizado que los citados en el contexto de la tesis. Sin embargo, su inclusión resulta oportuna para completar el acercamiento dado en el presente capítulo a las transformaciones homográficas.

3.2. Transformaciones proyectivas

Proyectar una figura ABC contenida en el plano (P) sobre otro plano (Q) desde un punto, consiste en trazar semirrectas que partiendo de O (denominado *foco* o *centro de proyección*), pasan por cada uno de los puntos que definen la figura a proyectar ABC determinando sobre el plano (Q) la proyección o imagen $A'B'C'$.

En el caso de que O sea un punto propio (figura 3.1), es decir, se encuentre a una distancia finita de la figura ABC o los planos (P) o (Q), la proyección recibe el nombre de *cónica* o *central*, pues se puede considerar que las rectas proyectantes definen un cono de vértice O y directriz ABC o $A'B'C'$.

En el caso de que O sea un punto impropio (o del infinito) las rectas proyectantes serán paralelas entre sí y la proyección recibe el nombre de *cilíndrica* o *paralela*, pues se puede considerar que las rectas proyectantes definen las generatrices de un cilindro de directriz ABC o $A'B'C'$ (figura 3.2).

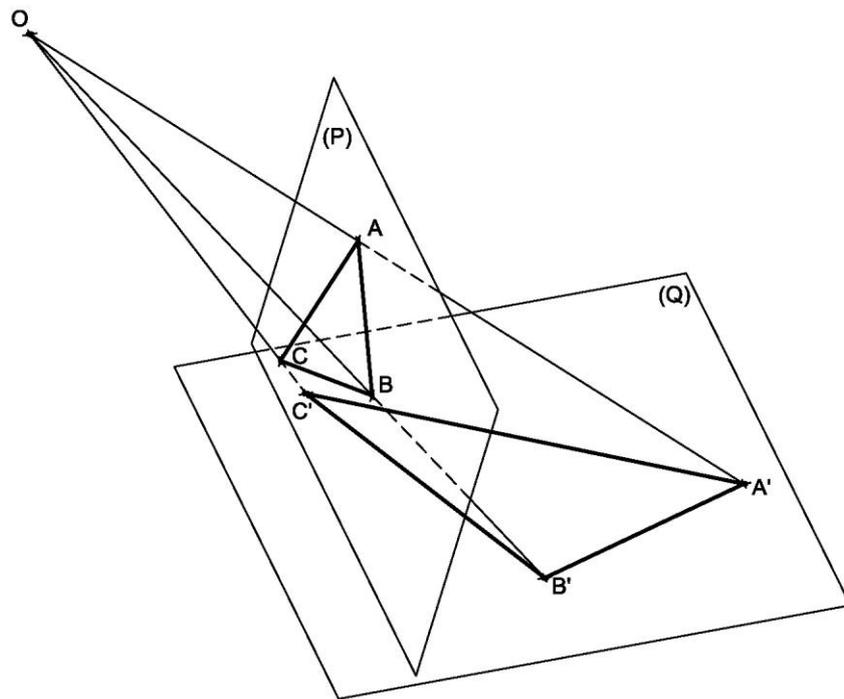


Figura 3.1. Proyección cónica o central.

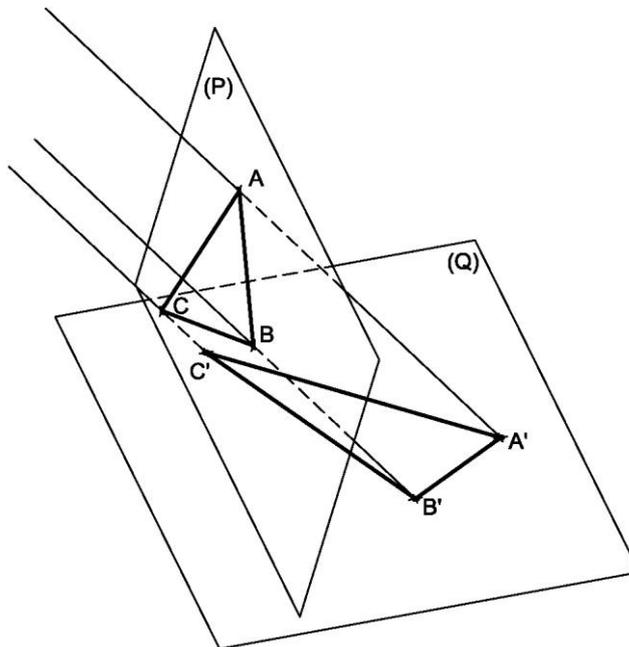


Figura 3.2. Proyección cilíndrica o cónica.

Se denomina *transformación proyectiva* a aquella representación de una figura a partir de otra, mediante la utilización de una proyección cónica o cilíndrica, o una sucesión finita de las mismas.

Si los elementos geométricos que se corresponden en una proyectividad son de igual especie (punto con punto, recta con recta, etc.) ésta recibe la designación particular de *homografía*; en caso contrario, se denomina *correlación*.

3.3. Paralelismo e infinito

Sea la proyección de la figura ABC contenida en el plano (P) sobre (Q) desde el centro de proyección O (figura 3.3). Esta proyección establece una correspondencia entre sus elementos (puntos y rectas) de (P) y (Q) . De este modo, a cada punto de (P) le corresponde un único punto de (Q) y viceversa.

Sin embargo, esta correspondencia falla para todo punto de (P) contenido en la recta L , siendo ésta la recta de intersección de (P) con un plano paralelo a (Q) por O .

A cualquier punto de L , tal como D , no le corresponde ninguna imagen sobre (Q) , pues la intersección se produce en el infinito.

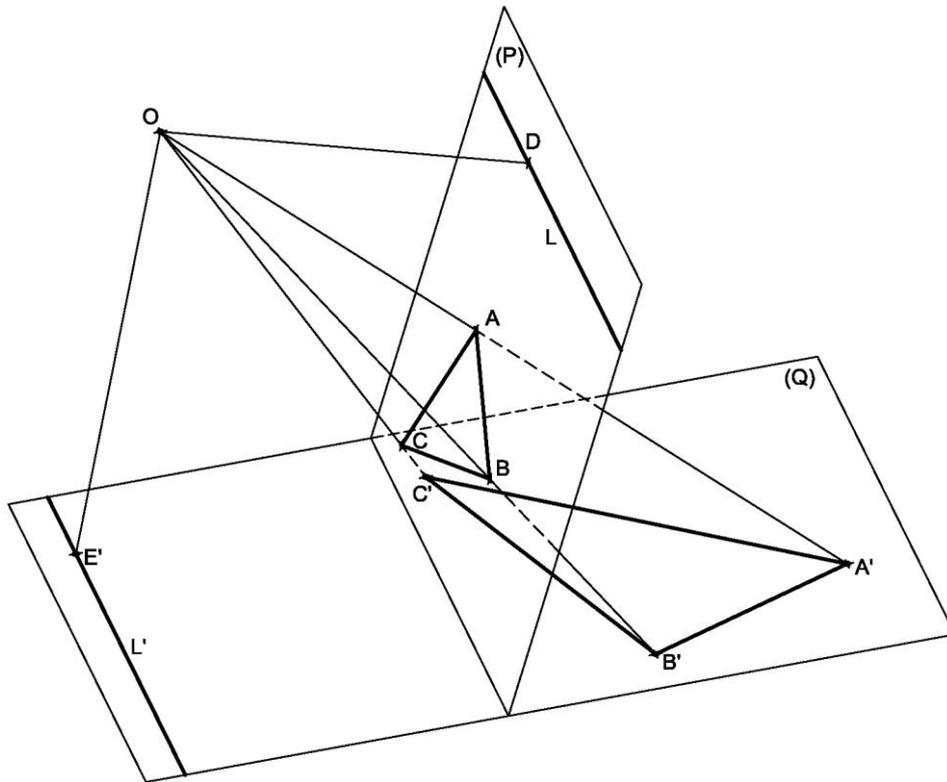


Figura 3.3. Elementos del infinito.

De forma similar ocurre con la recta L' , obtenida en la intersección de (Q) con un plano paralelo a (P) por O . A cualquier punto de L' , tal como E' , no le corresponde ninguna imagen sobre (P) , pues la intersección se produce en el infinito.

Estas limitaciones se solucionan al considerar los puntos y la recta del infinito de cada plano interviniente. De este modo se considera que L y L' son las rectas impropias o del infinito de (Q) y (P) , respectivamente.

Asimismo, se considera que a D le corresponde un punto impropio de (Q) en la dirección OD y a E' un punto impropio de (P) en la dirección OE' .

Al introducir estos convenios se verifica que una proyección de un plano sobre otro constituye una correspondencia biunívoca entre sus elementos (puntos y rectas) sin excepción.

3.4. Proyectividad entre formas planas de segunda categoría⁷. Homología plana

Según el teorema de Desargues, que se enunciará posteriormente, si una homografía entre formas planas superpuestas tiene una recta de puntos dobles, también tiene un haz de rayos dobles y viceversa. La homografía que cumple las citadas propiedades recibe la denominación particular de *homología plana*.

La homología plana se basa en el teorema de Desargues (escrito en 1626 y dado a conocer en 1804), que establece lo siguiente (figura 3.4):

Si dos triángulos ABC y $A'B'C'$, en el mismo plano, tienen sus vértices A y A' , B y B' , C y C' situados dos a dos en tres rectas que concurren en un mismo punto O , sus lados AB y $A'B'$, BC y $B'C'$, CA y $C'A'$ se cortan dos a dos en tres puntos P , Q , R , sobre la línea recta E , y recíprocamente.

Por consiguiente, las figuras homólogas han de cumplir las siguientes condiciones:

- Dos puntos homólogos se encuentran alineados con un tercero denominado *centro de homología* (punto O).
- Las rectas homólogas se cortan en una recta de puntos dobles denominada *eje de homología* (recta E).

En la figura 3.4, los puntos A' , B' y C' son homólogos de los puntos A , B y C , ya que se cumple:

- A y A' están alineados con el centro de homología O . Lo mismo se podría decir de las parejas $B-B'$ y $C-C'$.
- Las rectas AB y $A'B'$ se cortan en un punto del eje de homología E , y de igual forma, las rectas BC y $B'C'$ y CA y $C'A'$.

⁷ Plano punteado (constituido por los infinitos puntos contenidos en un mismo plano) y plano reglado (constituido por las infinitas rectas contenidas en un mismo plano).

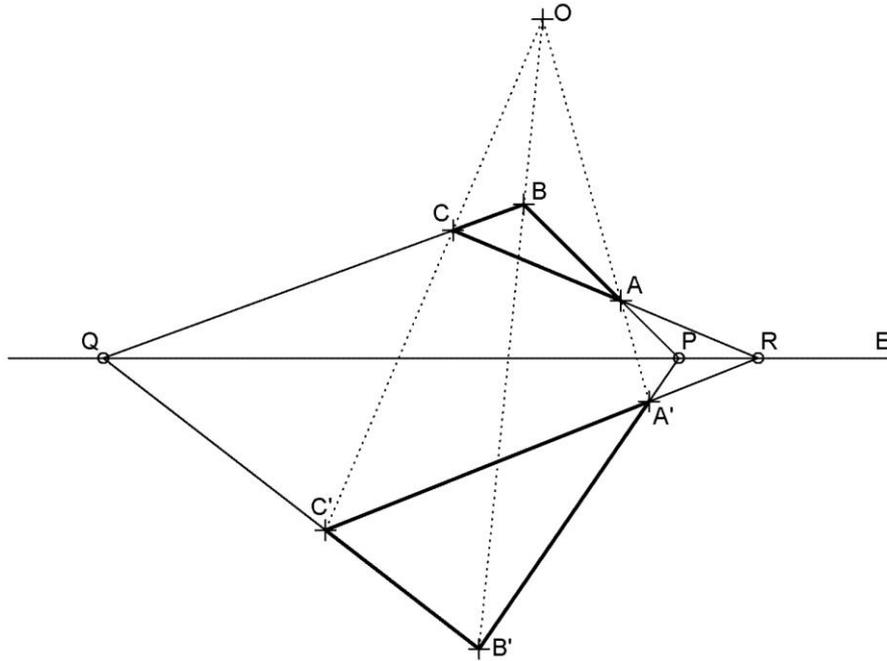


Figura 3.4. Homología entre dos triángulos ABC y $A'B'C'$.

3.4.1. Rectas límites

Se denominan rectas límites a cada una de las rectas, que son el lugar geométrico de los puntos del infinito de cada figura homóloga. Puesto que la homología es una transformación geométrica entre dos figuras, existirán dos rectas límites, una por cada figura.

Para determinar las rectas límites basta recordar que dos rectas paralelas han de cortarse en un punto impropio. Por otra parte, ambas rectas límites han de ser paralelas al eje de homología, pues en caso contrario, cortarían al eje, lo que implicaría que el punto de corte (propio) sería homólogo del infinito, lo que contradice la definición del eje de homología como lugar geométrico de los puntos dobles, es decir, homólogos de sí mismos.

En la figura 3.5 se indica el proceso de obtención de la recta límite L asociada a la figura ABC . Para ello se traza por O una paralela a cualquier lado de la figura $A'B'C'$, por ejemplo, a $B'C'$. El punto de intersección de dicha paralela y la prolongación del lado homólogo BC , define el punto U por el que pasará la recta límite L .

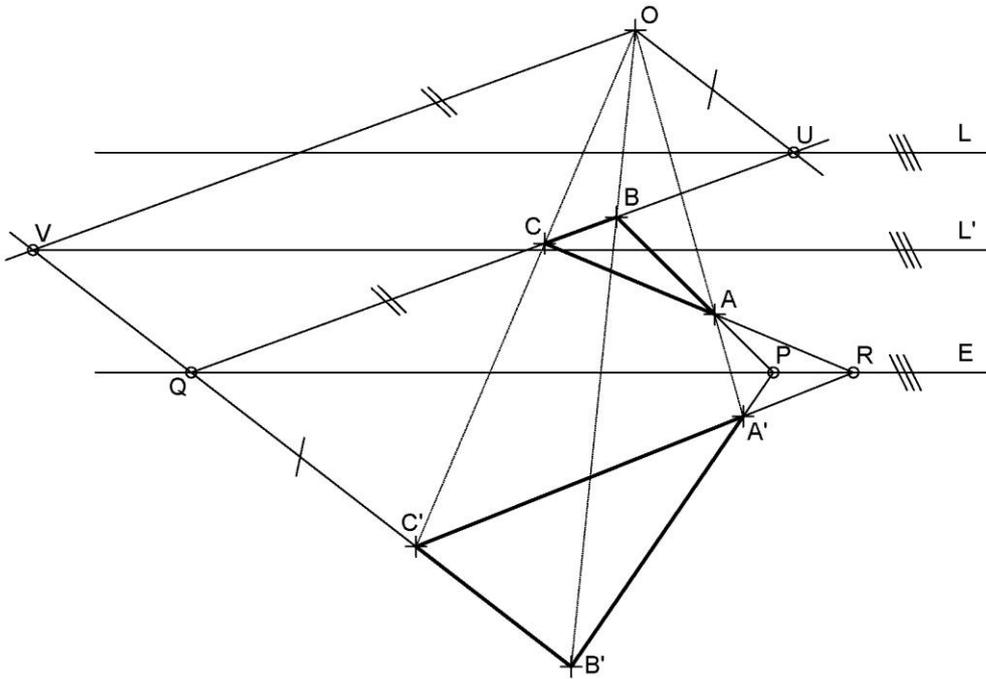


Figura 3.5. Obtención de las rectas límites.

Para la obtención de la recta límite L' asociada a la figura $A'B'C'$, se puede operar de forma similar a la comentada, o bien, conocer la propiedad según la cual, la distancia entre O y L es la misma que la existente entre E y L' (Anexo 1), pudiendo estar ambas rectas límites en el interior o en el exterior del espacio comprendido entre O y E (figura 3.6).

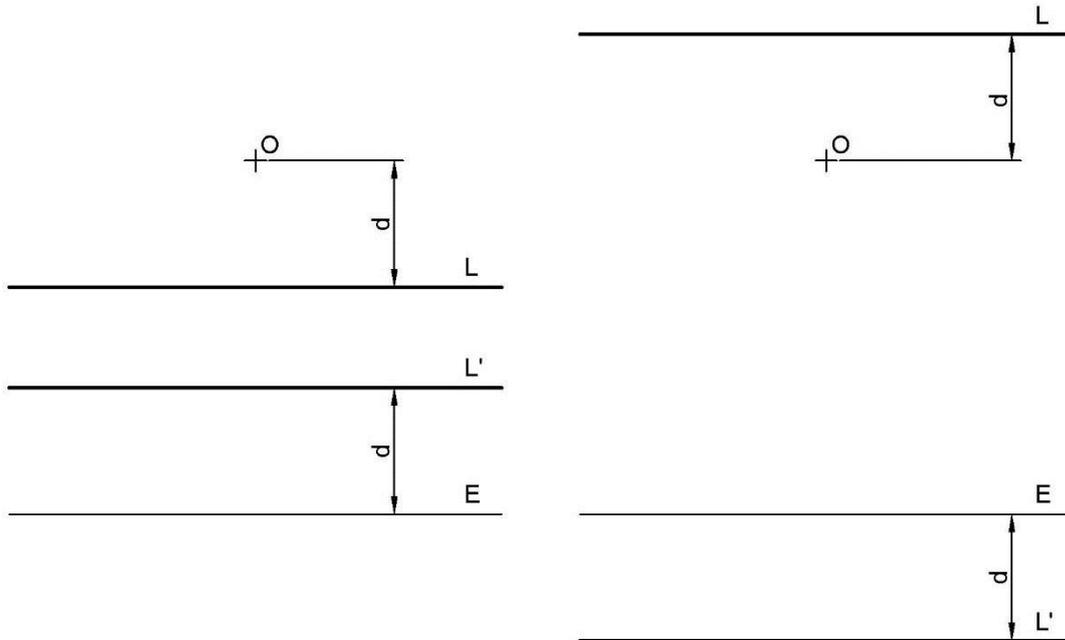


Figura 3.6. Posiciones relativas de las rectas límites.

3.5. Geometría analítica aplicada a la geometría proyectiva en el plano

3.5.1. Coordenadas homogéneas

En geometría analítica ordinaria, las coordenadas rectangulares bidimensionales de un punto son las distancias, con su correspondiente signo, del punto a cada uno de los ejes del sistema.

El sistema de coordenadas así definido falla en el caso de que se pretenda representar puntos impropios. Por ejemplo, determinar el punto de intersección de dos rectas coplanarias paralelas.

Para salvar la mencionada indeterminación se introduce el concepto de *coordenadas homogéneas*.

El concepto de las coordenadas homogéneas puede entenderse con mayor facilidad considerando que los puntos y rectas de P_2 se representan mediante rectas y planos en R_3 , respectivamente.

Según lo indicado, en la figura 3.7 se muestra el plano (P) inmerso en un sistema de referencia trirrectángulo $Oxyz$. El plano (P) se considera paralelo al Oxy emplazado a distancia unitaria del origen.

Por otra parte, se comprueba que todo punto de (P) puede obtenerse mediante la intersección de éste con una recta R que pasa por el origen del sistema de referencia O .

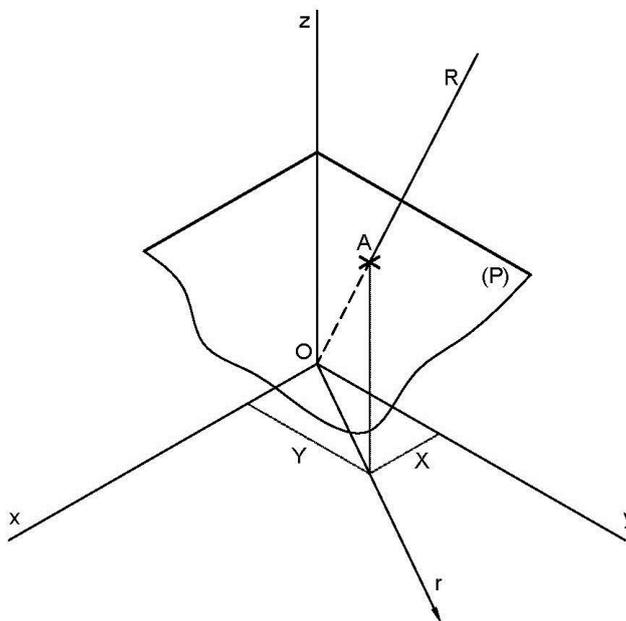


Figura 3.7. Noción de coordenadas homogéneas.

De este modo, las coordenadas homogéneas del punto A contenido en (P) equivalen a las coordenadas cartesianas de cualquier punto de R . Por ejemplo, $(X, Y, 1)$ y, en general, (tX, tY, t) , con $t \neq 0$. Por consiguiente, las coordenadas homogéneas de un

punto no son únicas. Asimismo, tienen la ventaja de poder definir puntos impropios, los cuales tendrán el formato $(x, y, 0)$.

En general, la conversión de coordenadas homogéneas (x, y, z) a rectangulares (X, Y) , viene dada por:

$$\begin{aligned} X &= x/z \\ Y &= y/z \end{aligned} \quad (3.1)$$

Por otra parte, la ecuación en coordenadas homogéneas de una recta de (P) tiene el formato:

$$ax + by + cz = 0 \quad (3.2)$$

donde los coeficientes a, b, c son constantes.

Por consiguiente, la expresión dada en (3.2) no varía al multiplicar los tres coeficientes a, b y c por un número $t \neq 0$.

La expresión (3.2) equivale a la ecuación del plano en R_3 que contiene a la recta de (P) y al origen del sistema de referencia O .

En coordenadas homogéneas existe una analogía perfecta entre punto y recta, pues cada uno de ellos viene determinado por una tripla. De este modo, por ejemplo, un punto de coordenadas homogéneas (x, y, z) pertenece a una recta de coeficientes (a, b, c) , si y solo si, se verifica la expresión (3.2), es decir, el producto escalar de sus triplas es nulo. Esta condición es la misma, que la pertenencia de un punto de coordenadas (a, b, c) a la recta de coeficientes (x, y, z) . Esta simetría no se cumple, en general, en el plano ordinario.

De este modo, es frecuente observar en geometría proyectiva gran número de propiedades y teoremas *duales*, los cuales no cambian su significado al permutar en su enunciado los elementos punto por recta.

3.5.2. Ecuaciones de una homografía

Teorema (Montesdeoca, 2001): *Las ecuaciones de una homografía $\sigma: P_2(\mathcal{R}) \rightarrow P'_2(\mathcal{R})$ relativa a sendos sistemas de coordenadas homogéneas, son:*

$$\begin{aligned} tx'_1 &= h_{11} \cdot x_1 + h_{12} \cdot x_2 + h_{13} \cdot x_3 \\ tx'_2 &= h_{21} \cdot x_1 + h_{22} \cdot x_2 + h_{23} \cdot x_3 \\ tx'_3 &= h_{31} \cdot x_1 + h_{32} \cdot x_2 + h_{33} \cdot x_3 \end{aligned} \quad (3.3)$$

En formato matricial la expresión anterior puede expresarse como:

$$tX' = H \cdot X \quad (3.4)$$

donde t es un factor de proporcionalidad debido al uso de coordenadas homogéneas; X y X' son vectores columna que contienen las coordenadas homogéneas de un punto y su homólogo, respectivamente; y H es una matriz 3×3 no singular, denominada *matriz de homografía*.

Si se denotan con (x, y) y (x', y') las coordenadas cartesianas correspondientes a los puntos X e X' , asociadas a los sistemas de referencia oxy y $o'x'y'$, respectivamente, se tiene que:

$$\text{Para } X': \begin{cases} x' = x_1/x_3 \\ y' = x_2/x_3 \end{cases} ; \quad \text{Para } X: \begin{cases} x = x_1/x_3 \\ y = x_2/x_3 \end{cases} \quad (3.5)$$

Desarrollando las expresiones anteriores, se tiene:

$$\begin{aligned} x' &= \frac{h_{11} \cdot x + h_{12} \cdot y + h_{13}}{h_{31} \cdot x + h_{32} \cdot y + h_{33}} \\ y' &= \frac{h_{21} \cdot x + h_{22} \cdot y + h_{23}}{h_{31} \cdot x + h_{32} \cdot y + h_{33}} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Que pueden reescribirse como:

$$\begin{aligned} h_{11} \cdot x + h_{12} \cdot y + h_{13} - h_{31} \cdot x \cdot x' - h_{32} \cdot y \cdot x' - h_{33} \cdot x' &= 0 \\ h_{21} \cdot x + h_{22} \cdot y + h_{23} - h_{31} \cdot x \cdot y' - h_{32} \cdot y \cdot y' - h_{33} \cdot y' &= 0 \end{aligned} \quad (3.7)$$

Por consiguiente, se requieren cuatro pares de puntos que se correspondan con objeto de resolver los términos de la matriz de homografía. Haciendo, por ejemplo, $h_{33} = 1$, se tiene el sistema de ocho ecuaciones con ocho incógnitas siguiente:

$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_1 \cdot x'_1 & -y_1 \cdot x'_1 \\ 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & 1 & -x_1 \cdot y'_1 & -y_1 \cdot y'_1 \\ x_2 & y_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_2 \cdot x'_2 & -y_2 \cdot x'_2 \\ 0 & 0 & 0 & x_2 & y_2 & 1 & -x_2 \cdot y'_2 & -y_2 \cdot y'_2 \\ x_3 & y_3 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_3 \cdot x'_3 & -y_3 \cdot x'_3 \\ 0 & 0 & 0 & x_3 & y_3 & 1 & -x_3 \cdot y'_3 & -y_3 \cdot y'_3 \\ x_4 & y_4 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_4 \cdot x'_4 & -y_4 \cdot x'_4 \\ 0 & 0 & 0 & x_4 & y_4 & 1 & -x_4 \cdot y'_4 & -y_4 \cdot y'_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h_{11} \\ h_{12} \\ h_{13} \\ h_{21} \\ h_{22} \\ h_{23} \\ h_{31} \\ h_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'_1 \\ y'_1 \\ x'_2 \\ y'_2 \\ x'_3 \\ y'_3 \\ x'_4 \\ y'_4 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

El sistema de ecuaciones dado en (3.8) será determinado siempre que tres de los cuatro puntos elegidos no sean colineales.

Una vez resuelto el sistema de ecuaciones dado en (3.8) se podrán aplicar las expresiones (3.4) y (3.5) para transformar las coordenadas de los puntos X del sistema oxy , obteniéndose las coordenadas de los puntos X' en el sistema $o'x'y'$ y viceversa, pues

la transformación dada en el teorema indicado es biyectiva. Por consiguiente, se verifica que:

$$uX = H^{-1} \cdot X' \quad (3.9)$$

donde u es un factor de proporcionalidad debido al uso de coordenadas homogéneas

3.5.3. Determinación de los elementos notables de una homología

En el presente apartado se plantea la determinación de los puntos y rectas dobles dada la matriz de homografía H definida en el epígrafe precedente.

Sea la homografía $\sigma: P_2(\mathcal{R}) \rightarrow P'_2(\mathcal{R})$ dada en formato matricial por:

$$tX' = H \cdot X \quad (3.10)$$

Para que un punto sea doble ha de cumplirse que⁸:

$$X' = kX \quad (3.11)$$

en las que t y k son factores de proporcionalidad debido al uso de coordenadas homogéneas.

Sustituyendo (3.11) en (3.10) y llamando $\lambda = t \cdot k$, se tiene:

$$\lambda X = H \cdot X; (H - \lambda I)X = 0 \quad (3.12)$$

Para que el sistema de ecuaciones homogéneo indicado en (3.12) tenga solución no trivial, el determinante de la matriz $(H - \lambda I)$ ha de ser nulo, es decir:

$$|H - \lambda I| = 0 \quad (3.13)$$

La expresión (3.13) constituye la denominada *ecuación característica* de H .

De acuerdo con Montesdeoca (2001), la matriz de homografía representa una homología cuando la ecuación característica tiene dos raíces reales y distintas, con multiplicidades 1 y 2, respectivamente.

El autovector correspondiente al autovalor de multiplicidad simple define las coordenadas homogéneas del centro de homología; mientras que los autovectores correspondientes al autovalor de multiplicidad doble definen las coordenadas homogéneas de dos puntos del eje de homología.

Las propiedades enunciadas permiten la obtención de la matriz de homografía a partir del conocimiento del centro, eje y razón de homología.

⁸ Se verifica la misma expresión si se tratase de una recta doble.

En efecto, del algebra (Lipschutz, 2002) se sabe que:

$$H = V \cdot D \cdot V^{-1} \quad (3.14)$$

donde D es una matriz diagonal cuyos elementos son los autovalores correspondientes, es decir:

$$D = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

A su vez λ_1 y λ_2 son los autovalores de multiplicidad simple y doble, respectivamente.

Por otra parte, V es la matriz cuyas columnas son los autovectores, es decir:

$$V = [v_1^t \quad v_2^t \quad v_3^t] \quad (3.16)$$

donde v_1 es el autovector correspondiente a λ_1 , y v_2 y v_3 son los autovectores correspondiente a λ_2 .

Por otra parte, según Montesdeoca (2001) se verifica que la razón de homología ρ viene dada por:

$$\rho = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \quad (3.17)$$

Lo que permite expresar la matriz D del siguiente modo:

$$D = \lambda_2 \cdot \begin{bmatrix} \rho & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Las relaciones (3.14) a (3.18) permiten la determinación de la matriz de homografía H a partir del conocimiento del centro, eje y razón de homología.

3.5.4. Ecuaciones de las rectas límites

Una recta límite es, por definición, el lugar geométrico de los puntos del infinito de la figura asociada. Por consiguiente, la ecuación de la recta límite asociada al sistema $o'x'y'$ puede obtenerse considerando $x_3' = 0$ en la expresión (3.3), es decir:

$$h_{31} \cdot x_1 + h_{32} \cdot x_2 + h_{33} \cdot x_3 = 0 \quad (3.19)$$

La recta límite asociada al sistema oxy se obtiene de forma análoga, pero considerando la inversa de la matriz de homografía H^{-1} .

3.5.5. Desarrollo de un ejemplo para la comprobación de la metodología expuesta

Sea el problema de transformación homológica plana de dos cuadriláteros $ABCD$ y $A'B'C'D'$ mostrado en la figura 3.8, planteado en un sistema de diseño asistido por ordenador (DAO). Por simplicidad se considerará que los sistemas de referencia cartesianos oxy y $o'x'y'$ son coincidentes y que el eje de homología E es paralelo al eje de abscisas.

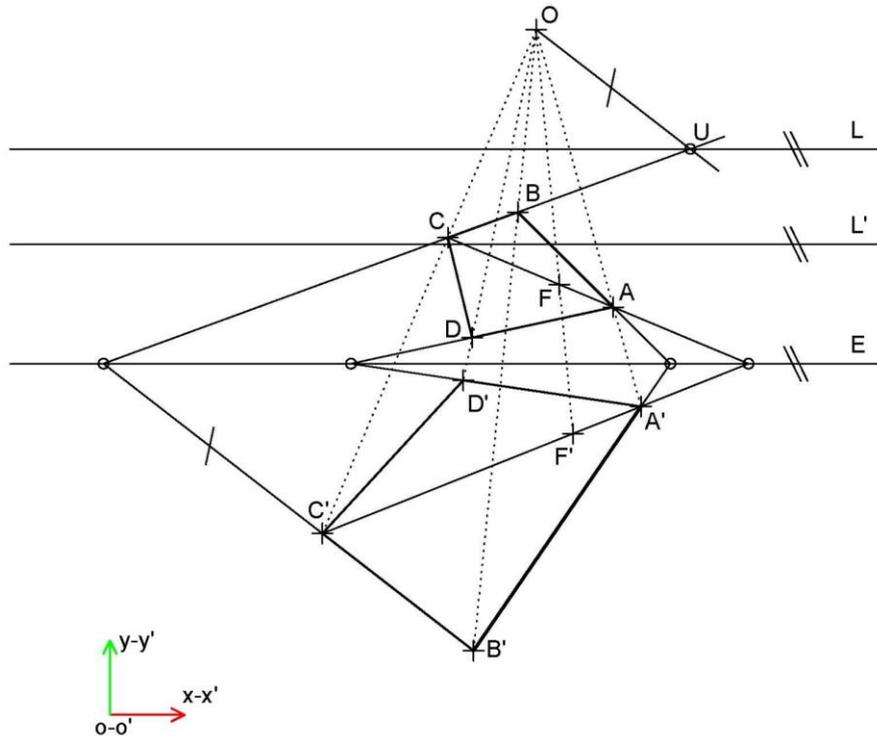


Figura 3.8. Transformación homológica de dos cuadriláteros.

Se plantea la determinación de la matriz de homografía H según la metodología descrita en el epígrafe 3.6, basada en la determinación de los nueve términos de la matriz de homografía a partir de la resolución del sistema de ecuaciones dado en (3.8) con la intervención de cuatro pares de puntos homólogos $A-A'$, $B-B'$, $C-C'$ y $D-D'$, cuyas coordenadas cartesianas se han determinado mediante órdenes de consulta en la aplicación DAO. Resolviendo el sistema de ecuaciones dado en (3.8) se tiene que:

$$H = \begin{bmatrix} 0,3795 & -0,7484 & 39,0749 \\ 1,4115 \cdot 10^{-10} & -0,8317 & 63,2341 \\ 1,6221 \cdot 10^{-12} & -0,0119 & 1 \end{bmatrix}$$

Las coordenadas de cualquier otro punto asociado a la figura poligonal $ABCD$ pueden obtenerse utilizando las expresiones (3.4) y (3.5). Por ejemplo, las coordenadas del punto F' homólogo de F (66, 4026 63,9946), vendrán dadas por:

$$F' = H \cdot \begin{bmatrix} 66,4026 \\ 63,9946 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Se obtienen unas coordenadas cartesianas para F' (68,4107 41,8092), lo que concuerda con los resultados obtenidos en la aplicación DAO.

Recíprocamente, dadas las coordenadas cartesianas de F' , las del punto F pueden obtenerse haciendo:

$$F = H^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 68,4107 \\ 41,8092 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Obteniéndose las coordenadas de F (66,4026 63,9946).

Por otra parte, la ecuación característica de H , viene dada por:

$$\lambda^3 - 0,5478 \cdot \lambda^2 - 0,0163 \cdot \lambda + 0,0304 = 0$$

Cuyas raíces son: $\lambda_1 = -0,2112$ con multiplicidad simple y $\lambda_2 = 0,3795$ con multiplicidad doble.

El autovector correspondiente a λ_1 es: $v_1 = [0,5257 \ 0,8507 \ 0,0083]$.

Los autovectores correspondientes a λ_2 son: $v_2 = [-0,7665 \ -0,6421 \ -0,0123]$ y $v_3 = [0,9958 \ 0,0913 \ 0,0017]$.

Las coordenadas cartesianas correspondientes a las componentes del autovector v_1 son: (62,9713 101,9052). Se comprueba que estas coordenadas corresponden al centro de homología O .

De forma análoga, las coordenadas cartesianas correspondientes a las componentes de los autovectores v_2 y v_3 son respectivamente: (62,3196 52,2079) y (569,1876 52,2079). Se comprueba que estas coordenadas corresponden a dos puntos arbitrarios del eje de homología.

Por otra parte, la expresión de la recta límite L asociada a la figura $ABCD$, viene dada por:

$$1,6221 \cdot 10^{-12} \cdot x_1 - 0,0119 \cdot x_2 + x_3 = 0$$

Expresada en coordenadas homogéneas.

En la aplicación DAO se determinan las coordenadas cartesianas de un punto cualquiera de la recta límite L , por ejemplo, $U = (85,7524 \ 84,1359)$. Por tanto, las coordenadas homogéneas de U pueden ser: $[85,7524 \ 84,1359 \ 1]$. El punto U pertenece a la recta L , si y solo si, el producto escalar de sus triplas es nulo, lo cual se comprueba que es cierto. Por consiguiente, el punto U pertenece a la recta límite L .

De forma similar, la expresión de la recta límite L' asociada a la figura $A'B'C'D'$, viene dada por:

$$1,0800 \cdot 10^{-11} \cdot x'_1 - 0,1483 \cdot x'_2 + 10,3776 \cdot x'_3 = 0$$

Teniendo en cuenta que la inversa de la matriz de homología es:

$$H^{-1} = \begin{bmatrix} 2,6352 & -9,3386 & 487,5482 \\ 1,2683 \cdot 10^{-9} & -12,4773 & 788,9893 \\ 1,0800 \cdot 10^{-11} & -0,1483 & 10,3776 \end{bmatrix}$$

Operando de forma análoga, en la aplicación DAO se determinan las coordenadas cartesianas de un punto cualquiera de la recta límite L' , por ejemplo, $U' = (x'_1 \ 69,9772)$. Por tanto, las coordenadas homogéneas asociadas al punto pueden ser: $[x'_1 \ 69,9772 \ 1]$. Se comprueba que el producto escalar de las triplas asociadas a L' y U' es nulo. Por consiguiente, el punto U' pertenece a la recta límite L' .

3.5.6. Casos de determinación de una homología plana. Obtención de la matriz de homografía

Un problema de homología plana queda definido si se conocen, además de la figura original, los siguientes datos:

- Mediante el eje, centro y un punto homólogo cualquiera de la figura dada.
- Mediante el eje, centro y la recta límite correspondiente a la figura dada.
- Mediante el eje, la recta límite y un punto homólogo cualquiera de la figura dada.
- Las dos rectas límites y el centro de homología.
- Dos puntos homólogos de la figura dada y la dirección del eje.
- Mediante el eje, centro y la razón de homología.
- Mediante tres pares de puntos homólogos.

En los siguientes subapartados se desarrollarán cada uno de los casos indicados. Asimismo, en el Anexo A.1 se exponen las propiedades de la homología entre dos formas planas en el espacio, así como las técnicas necesarias para la transformación del problema tridimensional en alguno de los casos citados arriba de homología plana.

a) Mediante el eje, centro y un punto homólogo cualquiera de la figura dada

A partir de las coordenadas cartesianas del centro de homología y de dos puntos cualesquiera del eje, se pueden obtener las coordenadas homogéneas asociadas y formar la matriz V dada en (3.16) cuyas columnas son los autovectores de la matriz de homografía.

Por otra parte, para la obtención de la matriz diagonal D según (3.15), es preciso determinar la razón de homología ρ . Si el punto homólogo de la figura dada es, por ejemplo, B' (figura 3.9) se tiene que la razón de homología viene dada por:

$$\rho = (O, B, V, B') = \frac{(O, B, V)}{(O, B, B')} = \frac{\overline{OV}/\overline{BV}}{\overline{OB'}/\overline{BB'}}$$

donde V es el punto de corte de la recta doble $OB-OB'$ con el eje de homología.

Finalmente, aplicando la expresión (3.14) se obtiene la matriz de homografía H .

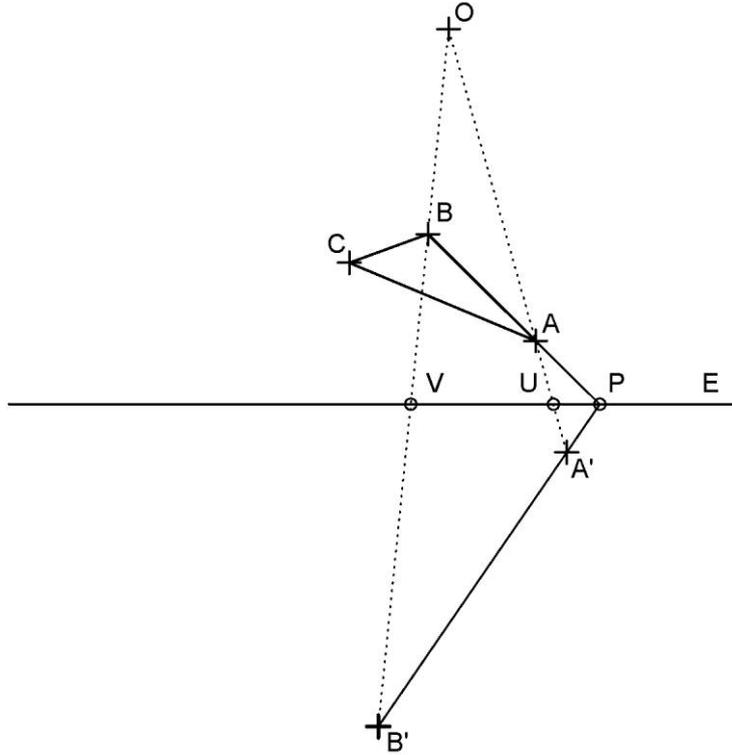


Figura 3.9. Determinación de una homografía dados el eje, centro y un punto homólogo cualquiera de la figura dada.

b) Mediante el eje, centro y la recta límite correspondiente a la figura dada

El problema queda reducido al 3.6.4.1 determinando un punto homólogo cualquiera de la figura dada.

Para ello se prolonga un segmento cualquiera de la figura dada, por ejemplo, el lado BC (figura 3.9), hasta cortar en x e y , a la recta límite L y al eje de homología E , respectivamente.

El segmento Ox determina la dirección del segmento $B'C'$. Por consiguiente, se traza una paralela al segmento Ox por el punto y .

Seguidamente aplicando la primera propiedad de homología se obtienen sobre la paralela trazada los puntos B' y C' , homólogos de B y C , respectivamente.

A partir de aquí el problema queda reducido al caso a).

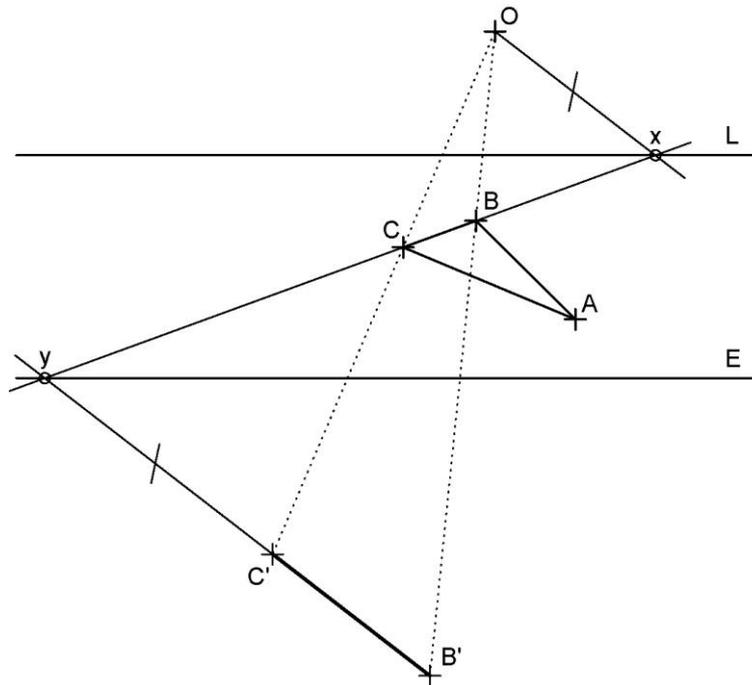


Figura 3.10. Determinación de una homología dados el eje, centro y la recta límite correspondiente a la figura dada.

c) Mediante el eje, la recta límite y un punto homólogo cualquiera de la figura dada

En la figura 3.10 se considera que son datos E , L y C' . El centro de homología puede obtenerse del siguiente modo. Se prolonga un segmento cualquiera que contenga a C (homólogo al dado), por ejemplo, el segmento BC hasta cortar en x e y a la recta límite L y al eje de homología E , respectivamente. La paralela al segmento yC' por x determina, en su intersección con la prolongación del segmento CC' , el centro de homología O .

Una vez obtenido el centro de homología el problema queda reducido al caso a).

d) Las dos rectas límites y el centro de homología

El eje de homología se determina aplicando la propiedad de equidistancia entre las rectas límites y el centro y el eje de homología, indicada en el epígrafe 3.4.1 (figura 3.6).

Una vez obtenido el eje de homología el problema queda reducido al caso b).

e) Dos puntos homólogos de la figura dada y la dirección del eje

En la figura 3.11 se considera que las parejas de puntos homólogos $B-B'$ y $C-C'$, y la dirección de homología d son datos del problema.

El centro de homología queda determinado por la intersección de los segmentos BB' y CC' . Por otra parte, el eje de homología ha de pasar por el punto doble Q obtenido en la intersección de los segmentos homólogos dados BC y $B'C'$.

Una vez obtenidos, el problema queda reducido al caso a).

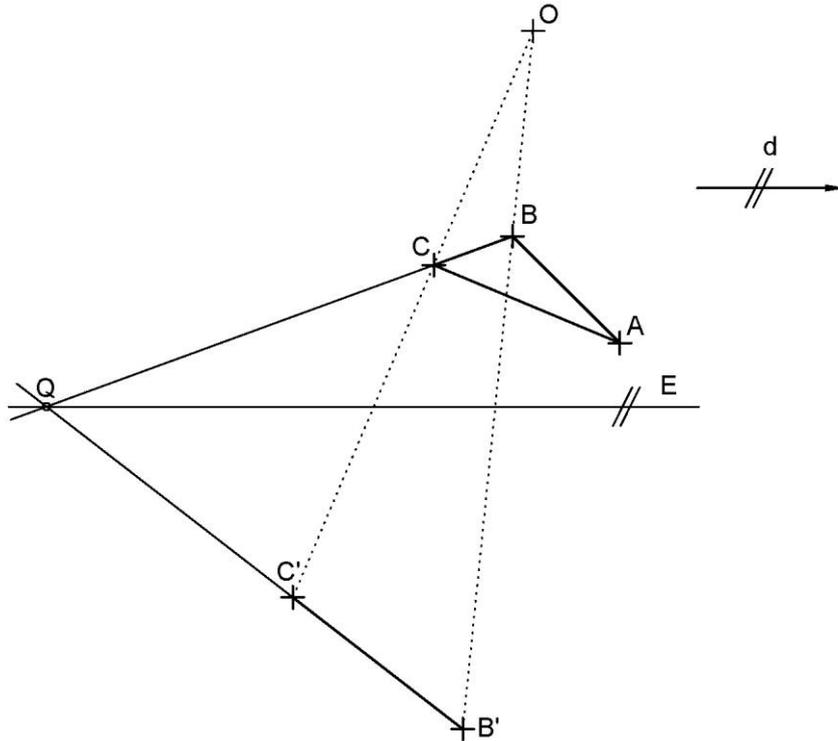


Figura 3.11. Determinación de una homología dados dos puntos homólogos de la figura dada y la dirección del eje.

f) Mediante el eje, centro y la razón de homología

A partir de las coordenadas cartesianas del centro de homología y de dos puntos cualesquiera del eje, se pueden obtener las coordenadas homogéneas asociadas y formar la matriz V dada en (3.17) cuyas columnas son los autovectores de la matriz de homografía.

Por otra parte, la matriz diagonal D puede determinarse a partir de la razón de homología ρ dada, aplicando la expresión (3.15).

Finalmente, aplicando la expresión (3.14) se obtiene la matriz de homografía H .

g) Mediante tres pares de puntos homólogos

Los tres pares de puntos dados han de formar dos triángulos homólogos, es decir, los puntos dados no han de ser colineales (figura 3.4). Con objeto de determinar la homología de figuras con mayor número de vértices se requiere obtener el centro y eje de homología. El centro de homología se obtiene en la intersección de dos rectas dobles cualesquiera de las tres posibles, es decir, de las rectas que unen puntos homólogos (rectas definidas por A y A' , B y B' , y C y C').

Por otra parte, el eje de homología se determina al unir dos puntos dobles cualesquiera de los tres posibles (P , Q y R).

Una vez obtenidos, el problema queda reducido al caso a).

3.5.7. Transformación homológica de un trapezoide en cuadrado de semi-lado unitario

Sea el trapezoide de vértices $ABCD$, cuyas coordenadas cartesianas pueden determinarse en base al sistema de referencia oxy .

Mediante la transformación homológica a determinar, este cuadrilátero se ha de transformar en un cuadrado de semi-lado unitario, cuyo centro coincida con el del sistema $o'x'y'$ y sus lados sean paralelos a los ejes x' e y' . Por consiguiente, los puntos homólogos de A, B, C y D son, respectivamente: $(-1 \ 1), (1 \ 1), (1 \ -1)$ y $(-1 \ -1)$.

Un enfoque matemático plausible para determinar la matriz de homografía correspondiente a la transformación pedida es la expuesta en el epígrafe 3.6, consistente en la resolución del sistema de ecuaciones dado en (3.8) a partir de la correspondencia de cuatro pares de puntos homólogos.

Sustituyendo los datos del problema planteado en el sistema de ecuaciones dado en (3.8), se tiene:

$$\begin{bmatrix} x_A & y_A & 1 & 0 & 0 & 0 & x_A & y_A \\ 0 & 0 & 0 & x_A & y_A & 1 & -x_A & -y_A \\ x_B & y_B & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_B & -y_B \\ 0 & 0 & 0 & x_B & y_B & 1 & -x_B & -y_B \\ x_C & y_C & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_C & -y_C \\ 0 & 0 & 0 & x_C & y_C & 1 & x_C & y_C \\ x_D & y_D & 1 & 0 & 0 & 0 & x_D & y_D \\ 0 & 0 & 0 & x_D & y_D & 1 & x_D & y_D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h_{11} \\ h_{12} \\ h_{13} \\ h_{21} \\ h_{22} \\ h_{23} \\ h_{31} \\ h_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones (3.20) se pueden obtener los ocho primeros términos de la matriz de homografía H , considerándose $h_{33} = 1$.

Alternativamente, se podría determinar la posición del centro y eje de homología según el procedimiento expuesto en el Anexo A.1.5. Una vez obtenidos estos elementos notables, el problema quedaría reducido al caso 3.6.4.a).

3.6. Ecuaciones de una homografía. Caso particular de afinidad

La homología afín o afinidad es un caso particular de homología cuando el centro de homología se aleja al infinito.

De este modo, el desarrollo matemático expuesto en el epígrafe 3.6 sigue siendo válido en el caso de afinidad. Sin embargo, puesto que las rectas límites se hallan en el infinito, se tiene, según la relación (3.19), que los términos de la matriz de homografía $h_{31} = h_{32} = 0$, mientras que el h_{33} se sigue considerando igual a la unidad.

Por tanto, la matriz de homografía en el caso particular de afinidad, tiene la siguiente estructura:

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

De este modo se requieren tres pares de puntos afines con objeto de resolver los términos de la matriz de homografía. Operando de forma análoga a la desarrollada en el epígrafe 3.6 se tiene el siguiente sistema de seis ecuaciones con seis incógnitas:

$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11} \\ h_{12} \\ h_{13} \\ h_{21} \\ h_{22} \\ h_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'_1 \\ y'_1 \\ x'_2 \\ y'_2 \\ x'_3 \\ y'_3 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

El sistema de ecuaciones dado en (3.22) será determinado siempre que los tres puntos elegidos no sean colineales.

Una vez resuelto el sistema de ecuaciones dado en (3.22) se podrán aplicar las expresiones (3.4) y (3.5) para transformar las coordenadas de los puntos X del sistema oxy , obteniéndose las coordenadas de los puntos X' en el sistema $o'x'y'$ y viceversa.

Finalmente, el desarrollo matemático expuesto en el epígrafe 3.6.1 es igualmente válido en el caso de afinidad. Considerándose las siguientes premisas:

- Se ha de sustituir el término razón de homología ρ por razón de afinidad τ .
- Puesto que el centro de homología se halla en el infinito, sus coordenadas homogéneas tendrán el formato $(x_1 \ x_2 \ 0)$.

3.6.1. Desarrollo de un ejemplo para la comprobación de la metodología expuesta

Sea el problema de transformación afín plano de dos cuadriláteros $ABCD$ y $A'B'C'D'$ planteado en un sistema DAO (figura 3.12). Por simplicidad, se considerará que los sistemas de referencia cartesianos oxy y $o'x'y'$ son coincidentes y que el eje de afinidad E es paralelo al eje de abscisas.

Se plantea la determinación de la matriz de homografía H según la metodología descrita en el epígrafe 3.7, basada en la determinación de los seis términos de la matriz de homografía a partir de la resolución del sistema de ecuaciones dado en (3.22) con la intervención de tres pares de puntos afines $A-A'$, $B-B'$ y $C-C'$, cuyas coordenadas cartesianas se han determinado mediante órdenes de consulta en la aplicación DAO. Resolviendo el sistema de ecuaciones dado en (3.22) se tiene que:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & -0,6415 & 33,4921 \\ -7,8000 \cdot 10^{-10} & -1,2118 & 115,4737 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Las coordenadas de cualquier otro punto asociado a la figura poligonal $ABCD$ pueden obtenerse aplicando las expresiones (3.4) y (3.5). Por ejemplo, las coordenadas del punto D' homólogo de D (35 60), vendrán dadas por:

$$D' = H \cdot \begin{bmatrix} 35 \\ 60 \\ 1 \end{bmatrix}$$

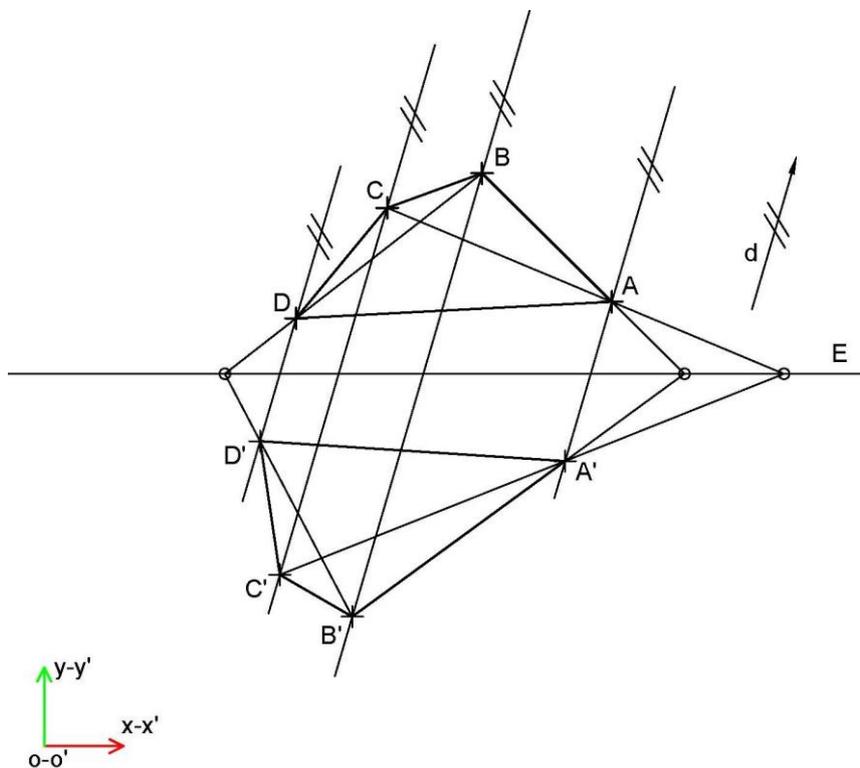


Figura 3.12. Transformación afín de dos cuadriláteros.

Se obtienen unas coordenadas cartesianas para D' (30,0012 42,7653), lo que concuerda con los resultados obtenidos en la aplicación DAO.

Recíprocamente, dadas las coordenadas cartesianas de D' , las del punto D pueden obtenerse haciendo:

$$D = H^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 30,0012 \\ 42,7653 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Obteniéndose las coordenadas de D (35 60).

Por otra parte, la ecuación característica de H , viene dada por:

$$\lambda^3 - 0,7882 \cdot \lambda^2 - 1,4236 \cdot \lambda + 1,2118 = 0$$

Cuyas raíces son: $\lambda_1 = 1,2118$ con multiplicidad simple y $\lambda_2 = 1$ con multiplicidad doble.

El autovector correspondiente a λ_1 es: $v_1 = [0,2786 \ 0,9604 \ 0]$.

Los autovectores correspondientes a λ_2 son: $v_2 = [1 \ 0 \ 0]$ y $v_3 = [0,7497 \ 0,6617 \ 0,0127]$.

Las coordenadas cartesianas correspondientes a las componentes del autovector v_1 son: $(\infty \ \infty)$, pero definen la dirección $73,8257^\circ$ con la horizontal, lo que se corresponde con la dirección de afinidad en el sistema DAO.

De forma análoga, las coordenadas cartesianas correspondientes a las componentes de los autovectores v_2 y v_3 son respectivamente: (∞, ∞) pero indica la dirección del eje x , y $(59,1489 \ 52,2079)$. Se comprueba que estas últimas corresponden a un punto arbitrario del eje de afinidad.

3.6.2. Casos de determinación de una afinidad. Obtención de la matriz de homografía

Un problema de afinidad plana queda definido si se conocen, además de la figura original, los siguientes datos:

- Mediante el eje y un punto afín cualquiera de la figura dada.
- Mediante el eje, la dirección y la razón de afinidad.
- Mediante tres pares de puntos afines.

En los siguientes subapartados se desarrollarán cada uno de los casos indicados. Asimismo, en el Anexo A.1 se exponen las propiedades de la afinidad entre dos formas planas en el espacio, así como las técnicas necesarias para la transformación del problema tridimensional en alguno de los casos citados arriba de afinidad plana.

a) Mediante el eje y un punto afín cualquiera de la figura dada

A partir de las coordenadas cartesianas de dos puntos cualesquiera del eje, se pueden obtener las coordenadas homogéneas asociadas y obtener los autovectores v_2 y v_3 asociados al autovalor de multiplicidad doble.

Por otra parte, puesto que la dirección de afinidad es conocida, se puede determinar las componentes del autovector v_1 que, al definir un punto impropio, tendrá la estructura $(x_1 \ x_2 \ 0)$.

Seguidamente se puede formar la matriz V dada en (3.17) cuyas columnas son los autovectores de la matriz de homografía.

Por otra parte, para la obtención de la matriz diagonal D según (3.18), es preciso determinar la razón de afinidad τ . Si el punto afín de la figura dada es, por ejemplo, A' (figura 3.13) se tiene que la razón de afinidad viene dada por:

$$\tau = (A', A, U) = \overline{A'U} / \overline{AU}$$

donde U es el punto de corte de la recta doble AA' con el eje de afinidad.

Finalmente, aplicando la expresión (3.14) se obtiene la matriz de homografía H .

b) Mediante el eje, la dirección y la razón de afinidad

Se procede de forma análoga al caso precedente para la obtención de la matriz V .

Por otra parte, puesto que la razón de afinidad τ es un dato, la matriz diagonal D puede determinarse aplicando la expresión (3.18).

Finalmente, aplicando la expresión (3.14) se obtiene la matriz de homografía H .

c) Mediante tres pares de puntos afines

Los tres pares de puntos dados han de formar dos triángulos afines, es decir, los puntos dados no han de ser colineales (figura 3.13). Con objeto de determinar la afinidad de figuras con mayor número de vértices se requiere obtener el eje de afinidad. Para ello, basta unir dos puntos dobles cualesquiera de los tres posibles (P , Q y R).

Una vez obtenido el eje de afinidad el problema queda reducido al caso a).

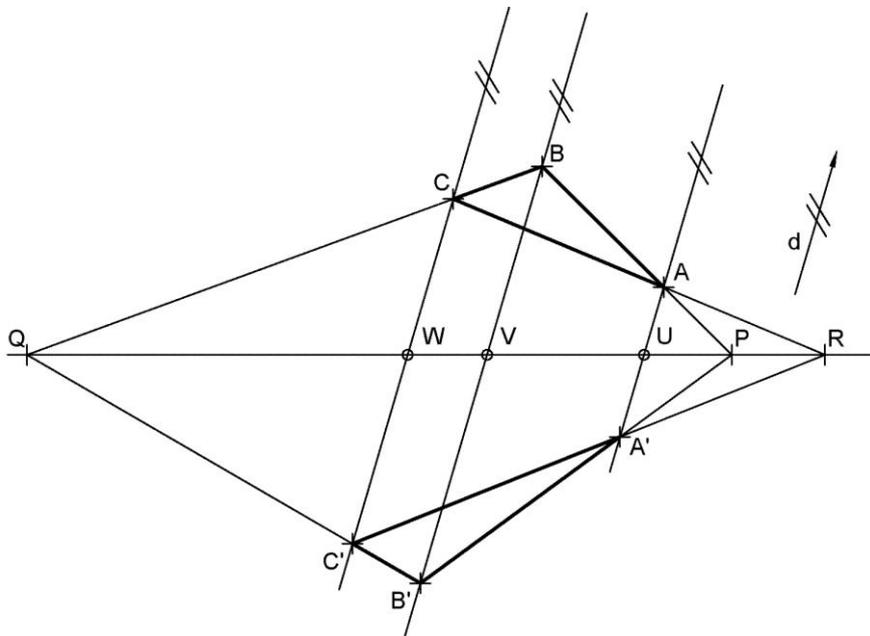


Figura 3.13. Afinidad entre dos triángulos ABC y $A'B'C'$.

3.6.3. Transformación afín de un paralelogramo en cuadrado de semi-lado unitario

Sea el paralelogramo de vértices $ABCD$ cuyas coordenadas cartesianas pueden determinarse en base al sistema de referencia oxy .

Mediante la transformación afín a determinar, este paralelogramo se ha de transformar en un cuadrado de semi-lado unitario, cuyo centro coincida con el del sistema $o'x'y'$ y sus lados sean paralelos a los ejes x' e y' .

Este problema puede resolverse de forma análoga al presentado en el epígrafe 3.6.5, con la salvedad de que resulta suficiente aplicar la correspondencia de tres pares de puntos afines.

Si se considera que los vértices seleccionados son A , B y C , y sus afines $(-1 \ 1)$, $(1 \ 1)$ y $(1 \ -1)$, respectivamente.

Sustituyendo los datos del problema planteado en el sistema de ecuaciones dado en (3.22), se tiene:

$$\begin{bmatrix} x_A & y_A & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_C & y_C & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11} \\ h_{12} \\ h_{13} \\ h_{21} \\ h_{22} \\ h_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones (3.23), se pueden obtener los seis primeros términos de la matriz de homografía H , considerándose $h_{31} = h_{32} = 0$ y $h_{33} = 1$.

Alternativamente, se podría determinar la dirección y eje de afinidad según el procedimiento expuesto en el Anexo A.1.8. Una vez obtenidos estos elementos notables, el problema quedaría reducido al caso 3.7.2.a).

3.7. Casos particulares

Se concluye el presente capítulo describiendo, de forma resumida, el resto de casos particulares de homología y afinidad.

En la mayor parte de los casos, la obtención de la matriz de homografía se realiza a partir de las relaciones empleadas para ejecutar la transformación correspondiente en coordenadas cartesianas.

3.7.1. Simetría axial

Una simetría axial es un caso particular de afinidad cuando la razón de afinidad es $\tau = -1$ y la dirección de afinidad es perpendicular al eje (figura 3.14). Alternativamente, se dice

que dos puntos A y A' son simétricos con respecto de un eje E , cuando dicho eje es mediatriz del segmento que une ambos puntos.

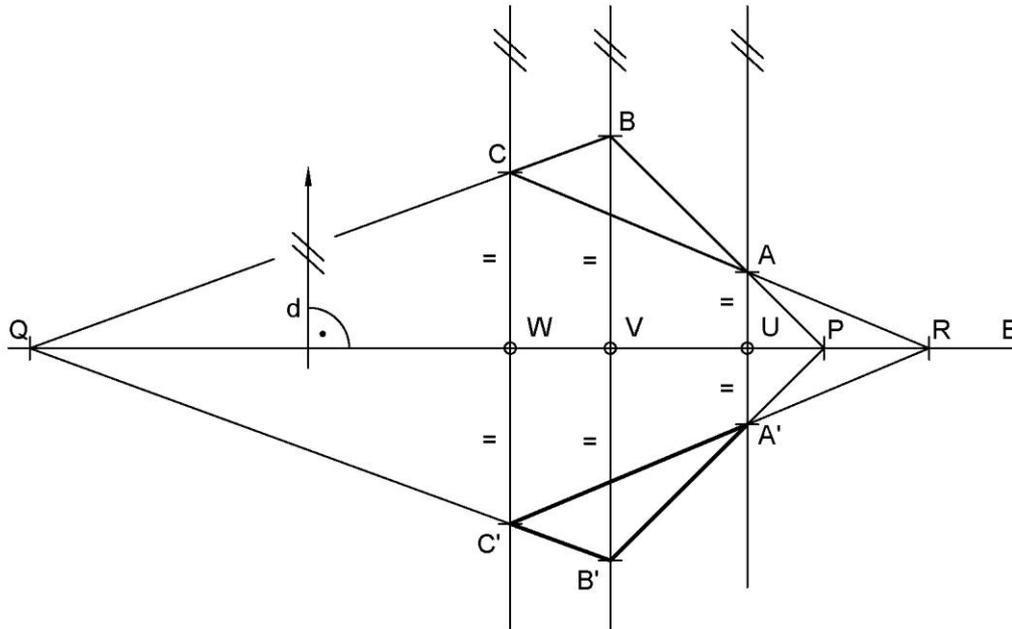


Figura 3.14. Simetría axial.

Desde un punto de vista geométrico, el problema se resuelve de forma análoga a un problema de afinidad con las puntualizaciones indicadas.

Desde el punto de vista del analítico, a partir de las coordenadas cartesianas de dos puntos cualesquiera del eje, se pueden obtener las coordenadas homogéneas asociadas y obtener los autovectores v_2 y v_3 asociados al autovalor de multiplicidad doble.

Por otra parte, puesto que la dirección de afinidad es conocida, se puede determinar las componentes del autovector v_1 que, al definir un punto impropio, tendrá la estructura $(x_1 \ x_2 \ 0)$.

Seguidamente, se puede formar la matriz V dada en (3.16) cuyas columnas son los autovectores de la matriz de homografía.

Por otra parte, puesto que la razón de afinidad $\tau = -1$, la matriz diagonal D puede determinarse aplicando la expresión (3.18).

Finalmente, aplicando la expresión (3.14) se obtiene la matriz de homografía H .

3.7.2. Homotecia

Una homotecia es un caso particular de homología cuando el eje se aleja al infinito. Se verifica en las rectas homólogas han de ser paralelas (figura 3.15).

Las figuras homotéticas se dice que son semejantes, es decir, los ángulos homólogos son iguales y los lados homólogos proporcionales. En lugar de razón de homología, se habla de *razón de homotecia* o *de semejanza*.

Desde el punto de vista geométrico se pueden emplear métodos basados en cuarta proporcional, tales como los descritos en González y Palencia (1992).

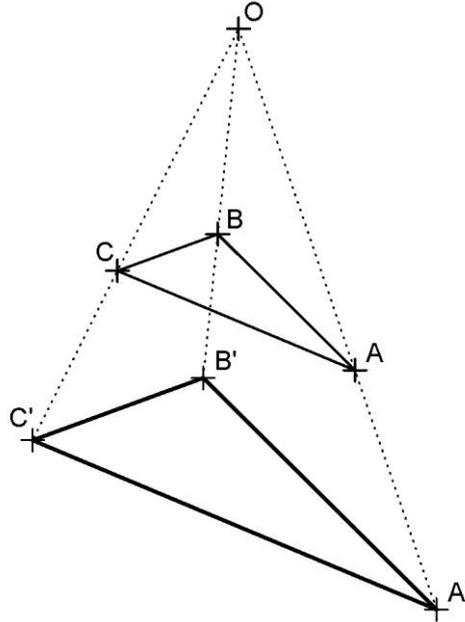


Figura 3.15. Homotecia.

Desde el punto de vista analítico y en coordenadas cartesianas, se verifica que:

$$\begin{aligned}x' &= k(x - a) + a \\y' &= k(y - b) + b\end{aligned}\tag{3.24}$$

donde k denota la razón de semejanza; y (a, b) son las coordenadas cartesianas del centro de homotecia.

Por consiguiente, la matriz de homografía en el caso de homotecia viene dada por:

$$H = \begin{bmatrix} k & 0 & a(1 - k) \\ 0 & k & b(1 - k) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\tag{3.25}$$

En el caso particular de que la razón de homotecia $k = -1$, se tiene el caso de simetría central (figura 3.16).

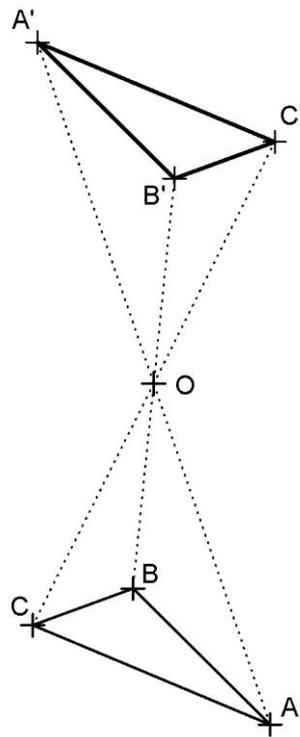


Figura 3.16. Simetría central.

3.7.3. Traslación

La traslación es un caso particular de homología, en la que tanto el centro de homología como el eje, se alejan al infinito, resultando las figuras homólogas iguales y las rectas homólogas paralelas (figura 3.17).

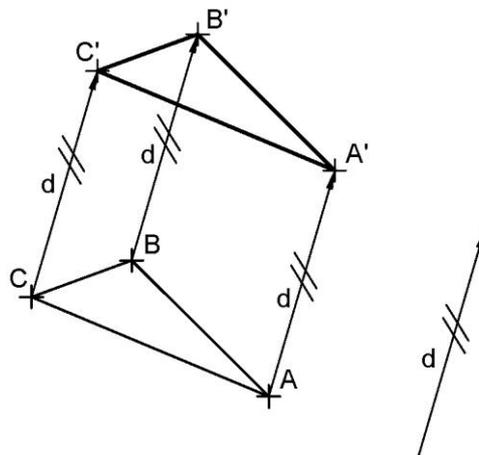


Figura 3.17. Traslación.

Además de la figura a desplazar, se precisa la indicación de la dirección, sentido y desplazamiento deseado. Estas tres últimas informaciones se agrupan en el concepto de vector de traslación d .

Desde el punto de vista geométrico basta trazar por cada uno de los vértices de la figura dada semirrectas paralelas al vector de translación y llevar sobre las mismas y a partir de cada vértice, el módulo del vector de translación.

Desde el punto de vista analítico, en coordenadas cartesianas se cumple que:

$$\begin{aligned}x' &= x + d_1 \\y' &= y + d_2\end{aligned}\tag{3.26}$$

donde d_1 y d_2 son las componentes cartesianas del vector de translación \mathbf{d} .

Por consiguiente, la matriz de homografía en el caso de translación, vendrá dada por:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & d_1 \\ 0 & 1 & d_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\tag{3.27}$$

3.7.4. Giro

El giro es un movimiento del plano dejando fijo un punto del mismo (el centro de giro O).

Además de la figura a girar, se precisa la indicación del centro de giro y del ángulo de giro θ con el signo correspondiente (figura 3.18).

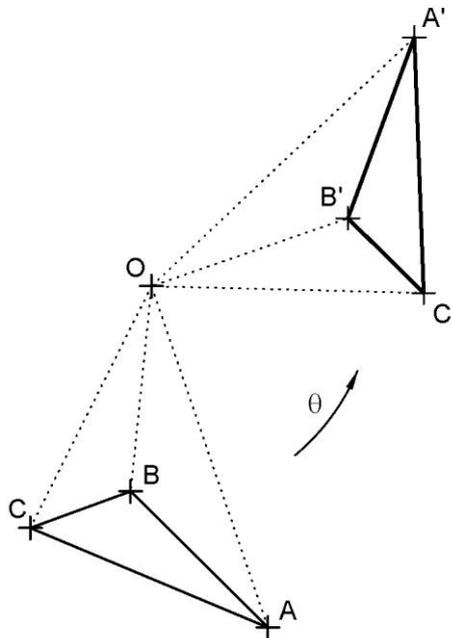


Figura 3.18. Giro.

Desde el punto de vista analítico se verifica, en coordenadas cartesianas, que:

$$\begin{aligned}x' &= (x - a) \cdot \cos \theta - (y - b) \cdot \text{sen } \theta + a \\y' &= (x - a) \cdot \text{sen } \theta + (y - b) \cdot \cos \theta + b\end{aligned}\tag{3.28}$$

Por consiguiente, la matriz de homografía en el caso de giro, vendrá dada por:

$$H = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\operatorname{sen} \theta & m \\ \operatorname{sen} \theta & \cos \theta & n \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

donde m y n vienen dados, a su vez, por las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} m &= -a \cdot \cos \theta + b \cdot \operatorname{sen} \theta + a \\ n &= -a \cdot \operatorname{sen} \theta - b \cdot \cos \theta + b \end{aligned} \quad (3.30)$$

Bibliografía

- Ayres, F., 1971. Teoría y problemas de geometría proyectiva. México, D.F.: McGraw-Hill. Serie de compendios Schaum.
- García, J.L., 2004. Geometría proyectiva y formas cuadráticas. Murcia: Universidad de Murcia. Texto-guía (Universidad de Murcia. Instituto de Ciencias de la Educación).
- Gomis, J.M., 1996. Curvas y superficies en diseño de ingeniería. Valencia: Servicio de publicaciones de la Universidad Politécnica de Valencia.
- González, M., Palencia, J., 1992. Trazado geométrico. Sevilla. Los autores.
- Izquierdo, F., 1999. Geometría descriptiva superior y aplicada. 5ª ed. Fuenlabrada: CLM.
- Lipschutz, S., 2002. Algebra lineal. 2ª ed. Madrid: McGraw-Hill Interamericana de España. Serie de compendios Schaum
- Méndez, L., Martínez, J.M., González, F., Gordo, C., Martínez, R., 1997. Geometría proyectiva. 2ª ed. Madrid: E.T.S.I. de Caminos, Canales y Puertos.
- Montesdeoca, A., 2001. Apuntes de geometría proyectiva. Cónicas y cuádricas. Santa Cruz de Tenerife: Gobierno de Canarias, Dirección General de Universidades e Investigación. Textos universitarios (Santa Cruz de Tenerife)
- Ortega, G., 2014. Estudio y propuesta de herramientas informáticas de simulación del subsistema óptico en Centrales Termosolares de Torre. Trabajo Fin de Máster. E.T.S.I. Industriales UNED.
- Puig Adam, P., 1986. Curso de geometría métrica, tomo II. 13ª ed. Madrid: Euler.
- Rodríguez, J.M., 1998. Geometría proyectiva. Madrid. Ed. Addison-Wesley.

4. ANÁLISIS Y PROPUESTA DE DISTINTAS METODOLOGÍAS PARA EL CÁLCULO DE SOMBRAS Y BLOQUEOS EN CENTRALES TERMOSOLARES DE TORRE

4.1. Introducción

El presente capítulo se circunscribe a la determinación del rendimiento por sombras y bloqueos en el subsistema óptico de centrales termosolares de torre.

De todos los factores de rendimiento, el de sombra y bloqueos es uno de los requiere mayor esfuerzo computacional. Se trata de una pérdida geométrica. Las pérdidas por sombras se deben a la reducción del área útil del heliostato debido a su sombreado parcial por parte de otros heliostatos vecinos o de la propia torre. Por otra parte, las pérdidas por bloqueos se deben a la reducción del área útil del heliostato debido a que parte de la radiación reflejada por este no alcanza el receptor, al resultar bloqueada por heliostatos vecinos. Habitualmente se combinan en un solo factor de rendimiento.

A la hora de calcular el rendimiento por sombras y bloqueos se hace imprescindible, debido a la importante cantidad de heliostatos que puede llegar a tener el campo solar, determinar previamente el subconjunto de heliostatos susceptibles de sombrear y de bloquear a cada uno de los heliostatos del campo. La determinación de dicho subconjunto permite reducir de forma importante el esfuerzo computacional exigido y los tiempos de simulación.

De este modo, Helios (Biggs y Vittitoe, 1979) considera que los heliostatos susceptibles de sombrear y bloquear al que es objeto de estudio son los n heliostatos más próximos al mismo, sin tener en cuenta la posición del sol u otros factores. El valor de n habitualmente se toma entre 4 y 34, aunque dicho número puede ser modificado por el usuario. El código utiliza el mismo subconjunto de heliostatos para la optimización en distintos instantes y días del año.

Para determinar posteriormente el rendimiento por sombras se proyectan, utilizando proyección cilíndrica ortogonal según la dirección principal, los vértices de los heliostatos involucrados sobre un plano perpendicular a la dirección principal considerando que son láminas rectangulares. Por tanto, las proyecciones de los mismos serán paralelogramos.

En el caso de bloqueos, se proyectan los vértices de los heliostatos involucrados sobre una esfera de radio unidad, centrada en el centro del blanco y siendo el centro de proyección el centro del blanco. Se considera posteriormente, con objeto de simplificar los cálculos, que la proyección del heliostato obtenida sobre la esfera descrita tiene los lados rectos y es plana. Por tanto, las proyecciones de los mismos serán, en general, trapezoides.

A partir de aquí los cálculos para sombras y bloqueos son similares, empleándose el método analítico descrito en Manson (1974) para determinar si existe o no solapamiento, y en caso afirmativo se determina, por medios analíticos, la superficie solapada. El procedimiento se basa en descomponer los cuadriláteros en trapecios rectángulos, determinar todas las combinaciones posibles entre los mismos sin repetición e ir determinando por parejas el área común.

No se aclara, sin embargo, qué ocurre si varios heliostatos sombrean y/o bloquean al que es objeto de estudio, ni cómo se determina la sombra arrojada por la torre.

En Besarati y Goswami, (2014) se determina el subconjunto de heliostatos susceptibles de sombrear al que es objeto de estudio, por medio de una circunferencia dibujada según la vista superior del campo solar, centrada en el heliostato objeto de estudio y cuyo radio establece, para campos densos, con valor $R=2,5 \cdot D$ (siendo D la diagonal del heliostato en verdadera magnitud) y la proyección de la dirección principal sobre el plano geometral. Se seleccionan aquellos heliostatos contenidos en la mitad de la circunferencia descrita, más cercana al sol y a la proyección de la dirección principal. Se indica que el código selecciona de este modo tres heliostatos, aunque dicho número puede modificarse.

Este método tiene el inconveniente de que el radio no depende de la altura solar. Por tanto, si esta es elevada, se seleccionarán demasiados candidatos. Por el contrario, para instantes inmediatamente posteriores al orto o anteriores al ocaso, donde la altura solar es pequeña, se seleccionarán, en general, pocos candidatos.

Para el cálculo de bloqueos se indica que el procedimiento descrito sería idéntico, con el único cambio de operar con la proyección, sobre el plano geometral, del reflejo en el centro del heliostato. También se indica que, si el diseño del campo de heliostatos es en formato polar, no serían precisas estas operaciones, seleccionándose directamente los tres heliostatos más cercanos al que es objeto de estudio (dos de ellos en la hilera adyacente y el tercero de la siguiente hilera).

Posteriormente emplea el método descrito en Sassi (1983) para determinación del rendimiento por sombras y bloqueos propiamente dicho.

Belhomme et al. (2009), propone un método basado en la proyección de las esferas circunscritas a los heliostatos sobre un plano perpendicular a la dirección principal, utilizando proyección cilíndrica ortogonal según la dirección principal en el caso de sombras y según su reflejo en el caso de bloqueos. En caso de que se corten las proyecciones de las citadas esferas (en la proyección descrita serán necesariamente circunferencias) habrá que comprobar posteriormente el sombreado entre las facetas. Esta comprobación se realiza proyectando los vértices de la faceta correspondiente del heliostato objeto de estudio, usando el mismo tipo de proyección citada, sobre el plano

definido por la faceta del heliostato que lo sombrea y/o bloquea. Para comprobar si hay solapamiento se emplea el teorema de los ejes separados (SAT) según Gottschalk (1996).

A partir de aquí, el código comprueba la interacción de los rayos incidentes y reflejados, aplicados a la faceta objeto de estudio, con la cara susceptible de sombrearla y bloquearla, respectivamente.

Sassi (1983) propone, en su desarrollo general, un método más simplificado, el cual considera que los heliostatos son láminas planas rectangulares del mismo tamaño y orientación. De esta forma, resulta suficiente proyectar los centros de los heliostatos involucrados mediante proyección cilíndrica oblicua según la dirección principal en el caso de sombras y según la dirección del receptor en el caso de bloqueos. En cualquiera de los casos, la proyección se realiza sobre el plano definido por el heliostato objeto de estudio. Una vez hecho esto, se sabrá si existe solapamiento comparando la abscisa y ordenada del centro del heliostato proyectado con las medidas, en verdadera magnitud, del ancho y alto del heliostato, respectivamente. Se supone que el centro del heliostato no proyectado coincide con el origen de un sistema cartesiano x e y .

Para el cálculo del rendimiento por sombras y por bloqueos propiamente dicho se dividen los lados horizontales del heliostato objeto de estudio en un mismo número de partes iguales y se determina la longitud de las franjas verticales en cada división que se encuentran solapadas.

El método es rápido, ya que proyecta solo los centros de los heliostatos y, además, permite rápidamente determinar el rendimiento por sombras y por bloqueos de múltiples heliostatos (toma la longitud más larga de cada franja vertical). Sin embargo, se considera que los heliostatos son planos, tienen la misma orientación y que el tipo de proyección es cilíndrica oblicua tanto en el caso de sombras como en el de bloqueos. Todos los elementos apuntados constituyen simplificaciones importantes, que posibilitan la mejora de las prestaciones desde el punto de vista computacional, pero que se alejan del problema real.

Por otra parte, el método, en su desarrollo general, no sería adecuado para el cálculo de las sombras arrojadas por la torre, pues en este caso los elementos involucrados no tendrán la misma orientación ni tamaño.

Noone et al. (2012) emplea igualmente el *método de las esferas* definido por Belhomme et al. (2009). Posteriormente, para el cálculo de sombras y bloqueos, discretiza la superficie del heliostato en igual número de franjas verticales y horizontales. Seguidamente, operando con los centros de estas cuadrículas, los proyecta utilizando proyección cilíndrica ortogonal según la dirección principal en el caso de sombras y según la dirección del receptor en el caso de bloqueos, sobre el plano definido por el otro heliostato. Si los puntos de intersección están dentro del contorno del otro heliostato,

implica que el área correspondiente al rayo involucrado está sombreada y/o bloqueada, respectivamente. Con idea de mejorar la precisión, y dado que las sombras y bloqueos de los heliostatos se suelen presentar cerca de su contorno aparente, el método permite definir mayor resolución en dichas regiones.

En Wei et al. (2008) se describen las características del código HFLD, desarrollado en Matlab. El código determina el subconjunto de heliostatos susceptibles de sombrear y/o bloquear al que es objeto de estudio por medio de una circunferencia dibujada según la vista superior del campo solar, centrada en el heliostato objeto de estudio y cuyo radio es igual a la separación máxima entre heliostatos adyacentes DM , definida del siguiente modo:

$$DM = h \cdot \left(\sqrt{1 + f^2} + d_s \right), \quad f = \frac{w}{h} \quad (4.1)$$

donde w y h son las dimensiones de anchura y altura del heliostato; y d_s es un coeficiente de seguridad. Por consiguiente, adolece de las mismas limitaciones apuntadas al código propuesto por Besarati y Goswami, (2014).

Para el cálculo del rendimiento por sombras y por bloqueos propiamente dicho se opera con una variante del método de Sassi (1983). Las variaciones se centran en dos aspectos:

- La proyección de los centros de los heliostatos susceptibles de sombrear y/o bloquear al que es objeto de estudio se realiza mediante expresiones trigonométricas.
- Se considera en el heliostato objeto de estudio una malla de $m \times n$ puntos de cálculo, comprobándose posteriormente su estado al comparar las coordenadas de los puntos de malla con la de los centros de los heliostatos proyectados y las dimensiones del heliostato en verdadera magnitud.

En lo relativo al procedimiento para determinar el rendimiento por sombras y bloqueos propiamente dicho, adolece de las mismas limitaciones apuntadas al método de Sassi (1983).

Finalmente, en Collado y Guallar (2012), Collado y Guallar (2013), y Collado (2009) se definen las características relativas al cálculo de sombras y bloqueos del código de optimización *campo* desarrollado en Matlab.

El código, enfocado a la optimización de campos circundantes, determina el subconjunto de heliostatos susceptibles de sombrear y/o bloquear al que es objeto de estudio dividiendo el campo solar en siete sectores. Posteriormente, se seleccionan un máximo de tres candidatos para sombras y otros tantos para bloqueos, adyacentes al que es objeto de estudio, en base al valor de acimut. Asimismo, se indica que, en el cálculo

de sombras posterior se proyectarán no solo los candidatos seleccionados para sombras sino también los seleccionados para bloqueos. Por tanto, un total de seis heliostatos adyacentes son considerados en el cálculo de sombras. Otra cualidad destacable es que, al igual que Helios (Biggs y Vittitoe, 1979) el listado de candidatos para sombras y bloqueos se mantiene a lo largo de todo el proceso de optimización, en el que el campo solar se expande, pues el algoritmo comienza el proceso desde la configuración más compacta.

Para el cálculo del rendimiento por sombras y por bloqueos propiamente dicho utiliza el método de Sassi (1983).

Se puede indicar que la metodología de preselección está enfocada a campos circundantes. El criterio de preselección de candidatos se basa en la posición relativa de los heliostatos en torno al que es objeto de estudio, sin tener en cuenta la altura solar, por lo que pueden apuntarse las mismas limitaciones indicadas para el código propuesto por Besarati y Goswami, (2014) o Wei et al. (2008) a este respecto. Además, el subconjunto preseleccionado para cada heliostato del campo se conserva a lo largo de todo el proceso de optimización, a pesar de que se modificarán las posiciones de los mismos (las posiciones relativas si se conservan). Por otra parte, en el cálculo de sombras posterior se tienen en cuenta los candidatos preseleccionados para el cálculo de bloqueos, lo que incrementa el número de candidatos.

En lo relativo al procedimiento para determinar el rendimiento por sombras y bloqueos propiamente dicho, adolece de las mismas limitaciones apuntadas al método de Sassi (1983). Tampoco se aclara, cómo se determina la sombra arrojada por la torre.

De la revisión bibliográfica y en relación a la preselección de heliostatos con potencial para sombrear y bloquear a cualquier heliostato del campo, se desprende que una buena parte de los algoritmos de preselección utilizados no tienen en cuenta la posición del sol (en el caso de sombras) o la posición del centro del blanco (en el caso de bloqueos). Tal es el caso de los códigos propuestos por Biggs y Vittitoe (1979), Besarati y Goswami (2014), Wei et al. (2008), y Collado y Guallar (2012). En este último caso, la preselección solo se analiza para campos circundantes. Este enfoque basado en la proximidad al heliostato objeto de estudio dentro de un radio de acción dado, según la vista superior del campo solar, tomará un número reducido de candidatos en aquellos instantes de altura solar reducida y viceversa.

A la limitación apuntada se suma el hecho de que la mayoría de los códigos analizados (salvo el propuesto por Belhomme et al., 2009 y Noone et al., 2012) poseen un número límite de candidatos. En muchos de ellos, el valor prefijado puede considerarse reducido. Por consiguiente, estos códigos seleccionarán pocos candidatos en aquellos instantes en los que la altura solar es pequeña.

Otro aspecto no tratado por la mayoría de los autores es el relativo a la preselección de heliostatos con posibilidad de ser sombreados por la torre.

Por otra parte, la metodología conocida como *método de las esferas*, propuesto por Belhomme et al. (2009), se considera geoméricamente acertada en el caso de preselección por sombras. Sin embargo, las condiciones dadas por este método son necesarias, pero no suficientes. Por tanto, este método seleccionará, en general, más heliostatos de los necesarios en el caso de sombras. En el caso de bloqueos, la proyección cilíndrica empleada por el método se aleja del comportamiento óptico sufrido por los rayos reflejados por un heliostato⁹.

Finalmente, en algunos de los códigos analizados (Biggs y Vittitoe, 1979, y Collado y Guallar, 2012), se utiliza el mismo subconjunto de heliostatos para el análisis de distintos instantes del año, lo que puede conducir a errores o imprecisiones en el cálculo.

Por otra parte, y en relación al cálculo del rendimiento por sombra y bloqueos, se desprende que una buena parte de los códigos analizados emplean la metodología propuesta por Sassi (1983) o variantes de la misma. Tal es el caso de los códigos propuestos por: Besarati y Goswami, (2014), Wei et al. (2008), y Collado y Guallar (2012). Los principales inconvenientes de la citada metodología han sido enumerados, y están basados en las importantes simplificaciones aplicadas, que posibilitan la mejora de las prestaciones desde el punto de vista computacional, pero que modelan el problema de cálculo de sombras y bloqueos basándose en la aplicación de leyes geométricas que no concuerdan con el problema real a resolver.

En este sentido, el enfoque dado por Belhomme et al. (2009) o Noone et al. (2012), se considera más fiel a los fenómenos ópticos implicados. Sin embargo, ambos códigos emplean técnicas basadas en el trazado de rayos, las cuales se caracterizan por su elevada exactitud y precisión a costa de unos tiempos de computación importantes.

También se considera fiel a los fenómenos ópticos implicados el enfoque dado por Biggs y Vittitoe (1979) en el cálculo del rendimiento por sombras. Sin embargo, la proyección empleada para el cálculo del rendimiento por bloqueos (sobre una esfera unitaria cuyo centro es el centro del blanco y la posterior consideración de los heliostatos proyectados como trapezoides), supone una distorsión del problema geométrico.

Finalmente, en la mayoría de los códigos analizados no se aclara cómo se determinan las sombras arrojadas por la torre.

⁹ Los rayos reflejados por un heliostato tienden a concurrir en el centro del blanco. Por consiguiente, la proyección más adecuada para estudiar la posibilidad de bloqueos es la cónica o central. Si se selecciona una proyección cilíndrica se está considerando que los rayos reflejados son paralelos entre sí (lo que no concuerda con el fenómeno observado).

Por tanto, en el presente capítulo se plantean los siguientes objetivos principales:

En primer lugar, la propuesta de una metodología de preselección de heliostatos con potencial para sombrear y/o bloquear a cualquier heliostato del campo. La metodología planteada ha de ofrecer resultados consistentes para cualquier instante, latitud y configuración del campo solar, así como el empleo de aquellos métodos proyectivos más adecuados que garanticen la mayor fidelidad posible a la realidad física del problema. Asimismo, la metodología propuesta debe considerar, en la preselección por sombras, la posibilidad de sombreado por parte de la torre. Adicionalmente, la metodología propuesta debe seleccionar estrictamente aquellos heliostatos que producirán un sombreado y/o bloqueo real con el que es objeto de estudio. Por consiguiente, la metodología se debe caracterizar para la ausencia de un número límite de candidatos.

En segundo lugar, la propuesta y análisis de distintas metodologías para el cálculo del rendimiento por sombra y bloqueos propiamente dicho. Estas metodologías han de estar basadas en la exactitud y precisión de los resultados, así como en la velocidad de ejecución. Al igual que en la preselección, las metodologías propuestas han de considerar los problemas de sombreado producidos por la torre. El análisis de los resultados obtenidos ha de ser comparado con patrones de referencia obtenidos con una herramienta basada en una técnica suficientemente contrastada y elevada resolución.

Se considera que este enfoque de cálculo, caracterizado por una mayor fidelidad y exactitud en la simulación del subsistema óptico, es posible gracias al importante aumento de la capacidad de cálculo de los actuales equipos informáticos.

En tercer lugar, se plantea analizar la aplicabilidad y prestaciones de la tecnología GPU en la ejecución de códigos enfocados a la preselección y cálculo de rendimiento por sombra y bloqueos en centrales termosolares de torre, comparando los resultados con los obtenidos por el código equivalente optimizado para su ejecución en la CPU.

Finalmente, y de forma general a los objetivos indicados, las metodologías propuestas deben ser consistentes con su utilización tanto en problemas de simulación como en problemas de optimización del diseño del subsistema óptico en centrales termosolares de torre.

La estructura del capítulo será la siguiente. En primer lugar, se procederá a exponer las expresiones empleadas para determinar la orientación de los heliostatos, así como la metodología para determinar el subconjunto de heliostatos susceptibles de sombrear y/o bloquear a cualquier heliostato del campo, el cual se desarrolla en tres etapas o niveles de filtrado.

Seguidamente se propondrán cinco metodologías simplificadas para el cálculo del rendimiento por sombras y bloqueos, apropiados para su utilización tanto en códigos de

simulación como de optimización del diseño del subsistema óptico, donde ha de primar la velocidad de ejecución, aunque sin merma importante de la exactitud.

Para contrastar los resultados obtenidos por las metodologías propuestas se llevará a cabo un estudio de errores y tiempos de ejecución, empleando como metodología patrón o de referencia, una suficientemente contrastada, basada en trazado de rayos según el método de Monte-Carlo (TRMC).

Finalmente, se presentará una comparativa de los tiempos de ejecución de dos códigos que realizan la preselección y el cálculo del rendimiento por sombras y bloqueos optimizados para su ejecución en la CPU y GPU, respectivamente.

Todos los códigos propuestos han sido desarrollados en Matlab v.2016b.

4.2. Orientación de los heliostatos y determinación del subconjunto de heliostatos susceptibles de sombrear y/o bloquear al que es objeto de estudio

4.2.1. Hipótesis de partida

Las principales hipótesis de este capítulo son las siguientes:

- Se considera que, debido a la considerable distancia Sol-Tierra, el sistema de representación es cilíndrico, por lo que, una vez definidas las direcciones de los vectores que representan la radiación solar directa en un punto fijo, éstos pueden aplicarse por translación a otros puntos.
- Se considera que la superficie geométrica del heliostato es ideal y continua, sin que existan huecos entre facetas y viene definida por la ecuación de una superficie cuádrica elíptica (esfera o paraboloides elíptico de revolución).
- El centro del heliostato coincide con el punto más alto del pedestal.
- Se considera que el canteo del heliostato es "sobre eje".

Además, se emplea la siguiente notación:

- Puntos y rectas en el espacio se representan con letras mayúsculas.
- Puntos y rectas proyectadas se representan con letras minúsculas.
- Sistema cartesiano universal XYZ.
- Sistema cartesiano local xyz.

4.2.2. Orientación de heliostatos

En función del día del año, hora solar y latitud del problema ϕ , pueden determinarse las coordenadas celestes horarias (ángulo horario ω_s y declinación solar δ_s , respectivamente),

y a partir de estas, las coordenadas celestes horizontales (acimut a_s y altura solar h_s , respectivamente), según las siguientes relaciones:

$$\text{sen}(h_s) = \text{sen}(\phi) \cdot \text{sen}(\delta_s) + \text{cos}(\phi) \cdot \text{cos}(\delta_s) \cdot \text{cos}(\omega_s) \quad (4.2)$$

$$\text{cos}(a_s) \cdot \text{cos}(h_s) \cdot \text{cos}(\phi) = \text{sen}(h_s) \cdot \text{sen}(\phi) - \text{sen}(\delta_s) \quad (4.3)$$

Por tanto, las componentes rectangulares del vector S_o , llamado comúnmente *vector solar* o *dirección principal*, definido en el origen del sistema de referencia, que apunta hacia el centro del disco solar, vienen dadas por:

$$\mathbf{S}_o = -[\text{cos}(h_s) \cdot \text{sen}(a_s)]\mathbf{i} - [\text{cos}(h_s) \cdot \text{cos}(a_s)]\mathbf{j} + \text{sen}(h_s)\mathbf{k} \quad (4.4)$$

El apuntamiento del heliostato, según las hipótesis de partida, ha de ser tal que su eje óptico (vector N de la figura 4.1) contenga a la bisectriz del ángulo definido por los vectores T y S (paralelo a S_o aplicado en el centro del heliostato C).

Si los vectores T y S son unitarios, las componentes del vector N , que define la orientación del heliostato, son:

$$\mathbf{N} = [t_x + s_x]\mathbf{i} + [t_y + s_y]\mathbf{j} + [t_z + s_z]\mathbf{k} \quad (4.5)$$

Tomando el sistema de referencia local $Oxyz$, con origen en el centro del heliostato, eje z alineado con el vector N y eje x paralelo al plano geometral, las coordenadas universales de las esquinas del heliostato vendrán dadas por la siguiente relación:

$$\mathbf{VER}_i = \mathbf{pos}_C + S_P \cdot \mathbf{ver}_i \quad (4.6)$$

donde \mathbf{pos}_C es el vector columna de posición del punto C con respecto al sistema de referencia universal; S_P es la matriz de cambio de base del sistema de referencia local $Oxyz$ al universal $OXYZ$. Es decir, aquella que posee como columnas los vectores unitarios que definen las direcciones x , y , z , en coordenadas cartesianas universales; y \mathbf{ver}_i es el vector columna que define las coordenadas locales de las esquinas del heliostato.

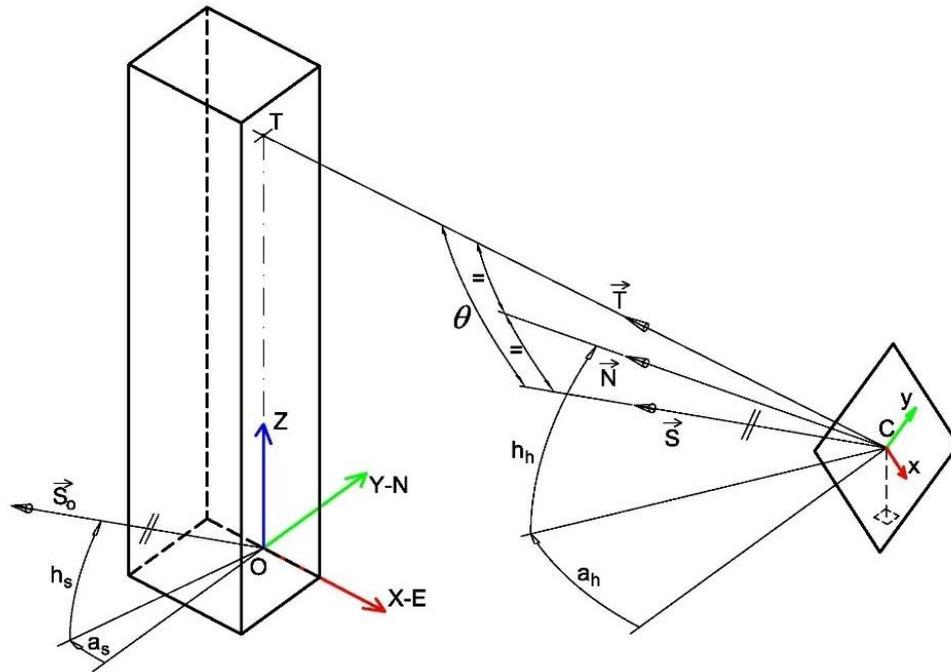


Figura 4.1. Esquema proceso para determinación de la orientación del heliostato.

4.2.3. Identificación de heliostatos susceptibles de sombrear y/o bloquear al que es objeto de estudio

A la hora de determinar el rendimiento por sombras y bloqueos, especialmente en grandes campos solares, se hace imprescindible la determinación previa del subconjunto de heliostatos susceptibles de sombrear y/o bloquear a cada uno de los heliostatos del campo. De este modo se reduce de forma importante el esfuerzo computacional exigido y los tiempos de simulación.

En los siguientes apartados se expondrán una serie de niveles de filtrado sucesivos, que permiten reducir el número de heliostatos preseleccionados, tanto en el caso de sombras como en bloqueos.

4.2.3.1. Primer nivel de filtrado o preselección

4.2.3.1.1. Identificación de heliostatos susceptibles de sombrear al que es objeto de estudio

Una manera de determinar qué heliostatos pueden hacer sombra a cada uno de los heliostatos del campo solar se podría basar en la obtención de la proyección cilíndrica ortogonal del campo solar con respecto a la dirección principal. En este caso, el plano de proyección es, por definición, cualquiera perpendicular a las rectas proyectantes (dirección principal, S_0). Esta proyección equivaldría, con cierta aproximación, a la

visualización del campo solar desde la posición del sol (figura 4.2). Este método es válido para cualquier latitud, día y hora.

Para obtener la proyección se toma un sistema local de referencia $Oxyz$ con el eje z alineado con el vector S_o y su eje x paralelo al plano geometral. Si los orígenes del sistema de referencia local y universal coinciden, las coordenadas locales de los vértices y centros proyectados vienen dadas por:

$$ver_i = S_p^{-1} \cdot VER_i \quad (4.7)$$

donde VER_i es el vector columna que define las coordenadas universales de los vértices o centros.

Puesto que el análisis de solapamiento entre los paralelogramos obtenidos tras la proyección descrita (en general serán romboides) puede resultar compleja y lenta para los objetivos del presente algoritmo, se procede a operar con los centros o posiciones de los heliostatos, así como los vértices (de los heliostatos y de la torre), proyectados todos ellos según se ha indicado.

En la figura 4.3 se representa el dibujo esquemático de dos heliostatos cualesquiera I y J , así como de la torre, proyectados según se ha descrito.

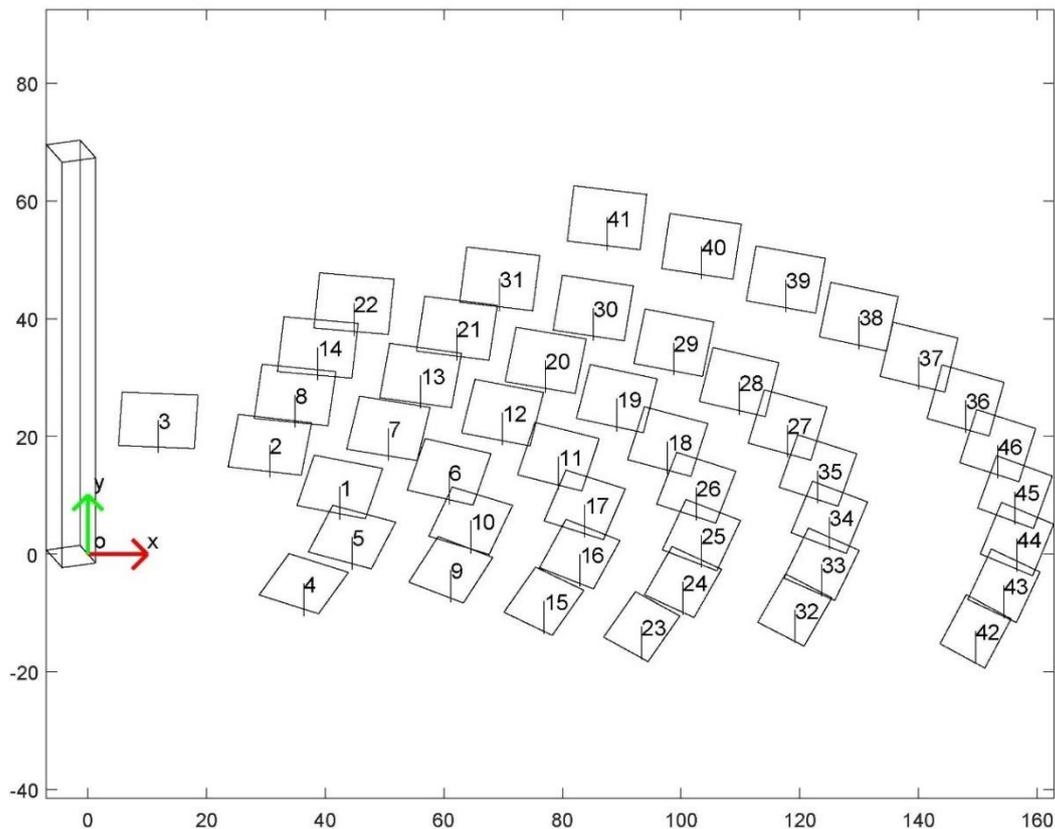


Figura 4.2. Proyección cilíndrica ortogonal del campo solar según la dirección principal.

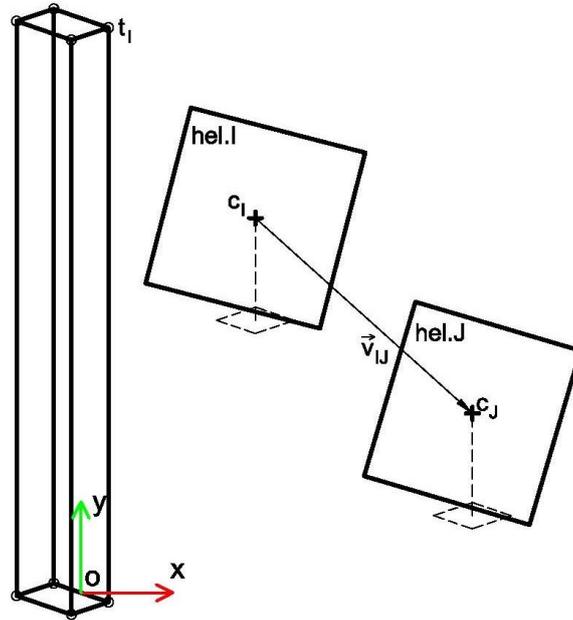


Figura 4.3. Esquema de heliostatos y torre proyectados.

Un criterio plausible para establecer qué heliostatos podrían sombrear al que es objeto de estudio puede basarse en que la distancia existente entre sus centros sea inferior a la suma de las semi-diagonales de los heliostatos involucrados¹⁰ y además su centro tenga menor ordenada. Por consiguiente, las condiciones indicadas se pueden resumir en:

$$|\mathbf{v}| = sd_i + sd_j \quad \text{y} \quad v_y < 0 \quad (4.8)$$

donde \mathbf{v} es el vector con origen en el centro del heliostato objeto de estudio y extremo en el centro de cualquier otro heliostato del campo; y sd es la dimensión característica del heliostato, en este caso, la mayor de las semi-diagonales¹¹.

Hay que tener presente que las condiciones expresadas en (4.8) son necesarias, pero no suficientes.

4.2.3.1.2. Identificación de heliostatos susceptibles de ser sombreados por la torre

Un criterio plausible para determinar qué heliostatos son susceptibles de ser sombreados por la torre, sería todo aquel que cumpla las siguientes condiciones simultáneamente:

$$\{\min(t_x) - sd_i\} < c_x < \{\max(t_x) + sd_i\} \quad (4.9)$$

¹⁰ Siempre que el modelo de forma solar (MFS) sea puntual. En caso contrario, habría que introducir un factor mayor a la unidad con objeto de incorporar los efectos de penumbra.

¹¹ Se verifica que las diagonales de la región proyectada (paralelogramo-romboide) son desiguales y se bisecan. Por lo que el siguiente paso es determinar la longitud de las semi-diagonales correspondientes a dos vértices consecutivos y operar con la mayor.

$$0 < c_y < \{ \max(t_y) + sd_i \} \quad (4.10)$$

donde t_x , t_y son las coordenadas cartesianas de los vértices de la torre proyectados (figura 4.3).

Si la torre fuera cilíndrica se proyectarían los extremos de las generatrices de contorno aparente además de los vértices del receptor.

4.2.3.1.3. Identificación de heliostatos susceptibles de bloquear al que es objeto de estudio

Si se considera que todos los rayos reflejados por los heliostatos tienden a concurrir en el centro del blanco T , la proyección que permite analizar la posibilidad de bloqueos entre heliostatos consistiría en la proyección sobre una esfera S de radio arbitrario con centro en T , el cual es asimismo el centro de proyección (figura 4.4).

Sea el heliostato I de vértices I_1 , I_2 , I_3 y I_4 . Si se considera que dicho heliostato es una lámina rectangular en el espacio, su proyección da lugar sobre S a cuatro circunferencias máximas que se cortarán dos a dos en los vértices K_1 , K_2 , K_3 y K_4 , proyecciones de los I_1 , I_2 , I_3 y I_4 , respectivamente.

Repitiendo el proceso con todos los heliostatos del campo solar se obtendrá una proyección equivalente a la obtenida en la figura 4.2. Sirva como ejemplo la mostrada en la figura 4.5.

Las coordenadas cartesianas absolutas de los vértices K_i contenidos en la superficie de la esfera definida (figura 4.4), vendrán dadas por la siguiente relación:

$$\mathbf{K}_i = R \cdot \mathbf{v}_i + \mathbf{T} \quad (4.11)$$

donde \mathbf{v}_i es el vector unitario con origen en T y extremo en el punto I_i .

El solapamiento entre las regiones esféricas obtenidas tras la proyección descrita permitiría establecer un criterio para la selección de heliostatos susceptibles de bloquear a uno cualquiera del campo. De nuevo, este criterio resulta excesivamente complejo y lento para los objetivos del presente algoritmo y se procede a operar con los centros o posiciones de los heliostatos y sus vértices, proyectados todos ellos según se ha indicado.

De forma similar a la expuesta en el epígrafe 4.2.3.1.1, un criterio plausible para establecer qué heliostatos podrían bloquear al que es objeto de estudio puede basarse en que la distancia existente entre sus centros sea inferior a la suma de la semi-diagonales de los dos heliostatos intervinientes¹² y además su centro tenga menor coordenada z .

¹² Siempre que todos los rayos reflejados concurran en el centro del blanco. En caso contrario, habría que introducir un factor mayor a la unidad.

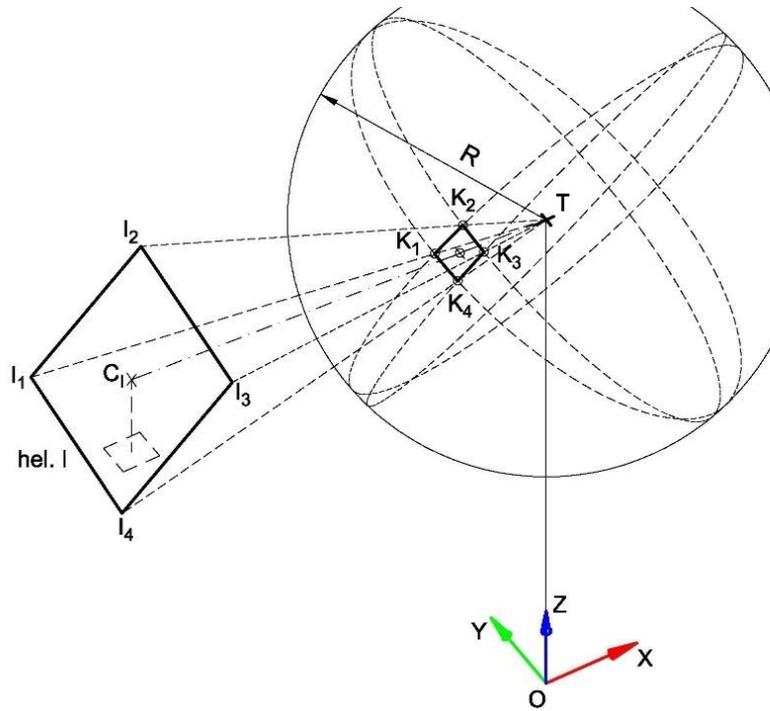


Figura 4.4. Esquema heliostato proyectado desde el centro de proyección T , sobre una esfera de radio R y centro T .

Por consiguiente, las condiciones indicadas se pueden resumir en:

$$|\mathbf{v}| \leq sd_i + sd_j \quad \text{y} \quad v_z < 0 \quad (4.12)$$

donde \mathbf{v} es el vector con origen en el centro del heliostato objeto de estudio y extremo en el centro de cualquier otro heliostato del campo; y sd es la dimensión característica del heliostato, en este caso, la mayor de sus semi-diagonales¹³.

De nuevo, las condiciones expresadas en (4.12) son necesarias, pero no suficientes.

¹³ Se verifica que, debido a la deformación existente en la proyección esférica, las diagonales de la región proyectada (la cual se considera un trapezoide con objeto de simplificar), son desiguales y no se bisecan. De este modo el siguiente paso es determinar la magnitud de las cuatro semi-diagonales y operar con la mayor.

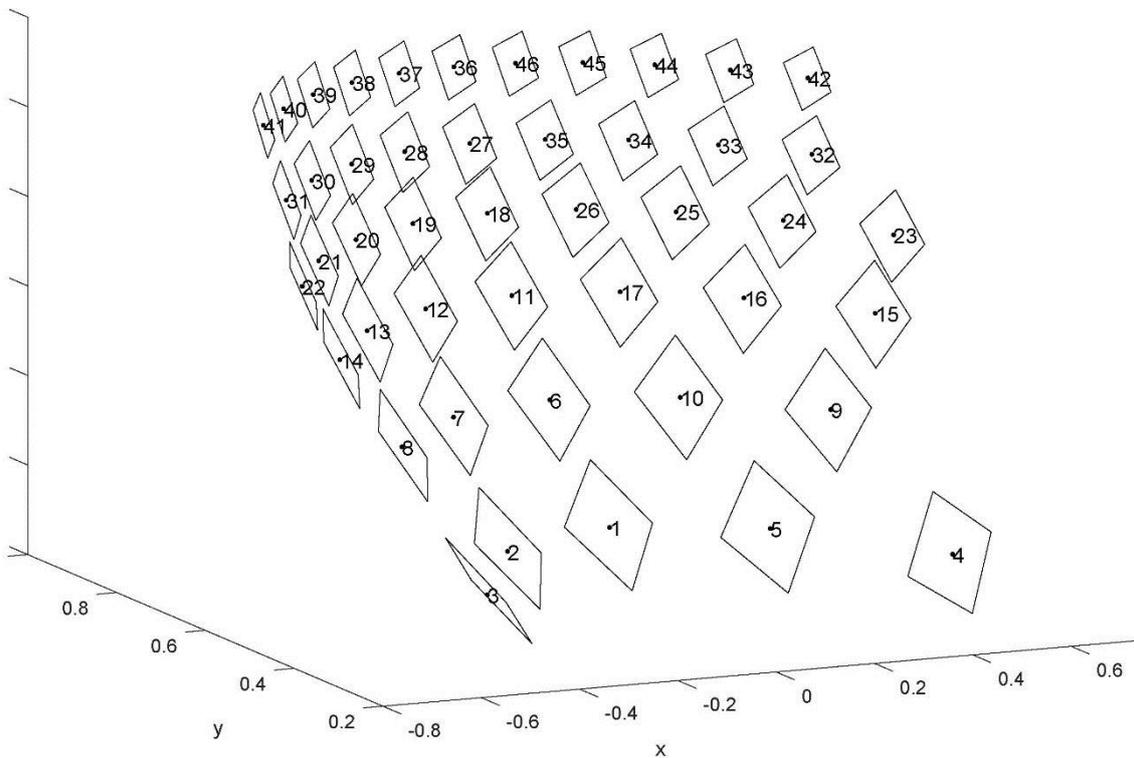


Figura 4.5. Proyección del campo de heliostatos sobre una esfera de radio unitario centrada en T , siendo éste el centro de proyección.

4.2.3.2. Segundo nivel de filtrado o preselección

Como se ha indicado en los apartados anteriores, tanto en el caso de sombras como en el de bloqueos, las condiciones de selección indicadas para el primer nivel de filtrado o preselección son necesarias, pero no suficientes. Por tanto, habrá un cierto número de heliostatos seleccionados que cumplan las condiciones (4.8) y/o (4.12) y, sin embargo, no sombrea ni bloquea al heliostato objeto de estudio. Se plantea la posibilidad de reducir el número de candidatos, en ambos casos, mediante un segundo nivel de filtrado.

Si se continua con las hipótesis de que el modelo de forma solar (MFS) es puntual y que todos los rayos reflejados por los heliostatos concurren en el centro del blanco T , un heliostato sombrea o bloquea al que es objeto de estudio, si y solo si, existe solapamiento de sus contornos proyectados, siendo estos en general cuadriláteros¹⁴ (figura 4.6). Por tanto, el solapamiento será real, si y solo si, existen al menos dos puntos comunes.

El algoritmo empleado se basa en la determinación de los puntos de intersección mutuos entre los lados de los cuadriláteros intervinientes.

¹⁴ Paralelogramo-romboide en el caso de sombras y trapecoides en el caso de bloqueos.

Las coordenadas del punto de intersección de dos segmentos R y S vendrán dadas por:

$$Q_i = [x_1 + t \cdot (x_2 - x_1)]\mathbf{i} + [y_1 + t \cdot (y_2 - y_1)]\mathbf{j} \quad (4.13)$$

$$t_R = \frac{-(a \cdot x_1 + b \cdot y_1 + c)}{a \cdot (x_2 - x_1) + b \cdot (y_2 - y_1)} \quad (4.14)$$

donde (x_1, y_1) y (x_2, y_2) son las coordenadas cartesianas del punto inicial y final, respectivamente, del segmento R ; y a , b , c son los coeficientes de la ecuación general o implícita de la recta definida por el segmento S , es decir, en el formato $ax+by+c = 0$.

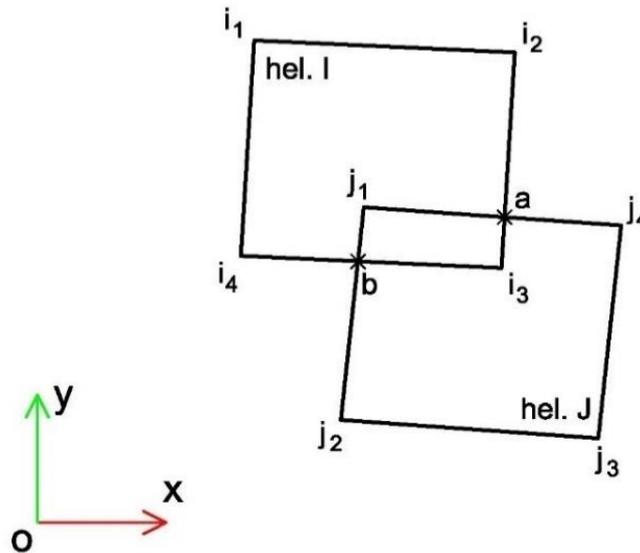


Figura 4.6. Esquema determinación solapamiento.

De forma análoga a la indicada en la ec. (4.14) se obtiene el parámetro t_S , correspondiente al segmento S .

El punto de intersección será válido si está contenido en ambos segmentos, por lo que se ha de verificar que:

$$0 \leq t_R \leq 1 \quad \text{y} \quad 0 \leq t_S \leq 1 \quad (4.15)$$

Las ecuaciones (4.13) a (4.15) están implementadas de tal modo que no solo permiten resolver la intersección de una pareja de heliostatos de forma simultánea (sin necesidad de lazos), sino que resuelven todos los heliostatos objeto de estudio con todos los respectivos candidatos, simultáneamente y, por tanto, de una forma eficiente desde el punto de vista computacional.

La proyección a emplear para realizar estas operaciones será la obtenida por la aplicación de la ec. (4.7) en el caso de sombras.

Sin embargo, en el caso de bloqueos, la proyección del campo de heliostatos obtenida con anterioridad (sobre la esfera S , de radio R y centro T , siendo asimismo éste el centro de proyección), define un conjunto de cuadriláteros tridimensionado (figura 4.5). Puesto que la determinación de intersecciones mutuas entre los cuadriláteros obtenidos puede resultar problemática, se plantea la aplicación de una transformación que convierta la proyección esférica en plana.

En este sentido, pueden utilizarse distintos tipos de transformaciones, todas ellas derivadas de las empleadas en cartografía, tales como las proyecciones de: Mercator, Peters, Robinson, estereográfica, etc. (Snyder, 1987).

Dado que el único objetivo es el análisis de intersecciones mutuas de los contornos, se ha elegido, por su simplicidad, la proyección cilíndrica de Peters. Esta proyección tiene la propiedad de equivalencia. Por tanto, el área de las regiones o heliostatos proyectados se conserva.

Según este tipo de proyección, las coordenadas rectangulares bidimensionales correspondientes a un punto de coordenadas esféricas (R, α, λ) se determinan según las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned}x &= R \cdot \alpha \\y &= 2R \cdot \text{sen}(\lambda)\end{aligned}\tag{4.16}$$

donde R es el radio; α el acimut; y λ la latitud.

De las expresiones dadas por (4.16) se comprueba que los puntos sobre la esfera de igual latitud tendrán la misma ordenada tras la transformación realizada. Este es el caso de las proyecciones de los centros de los heliostatos correspondientes a una misma hilera (figura 4.7).

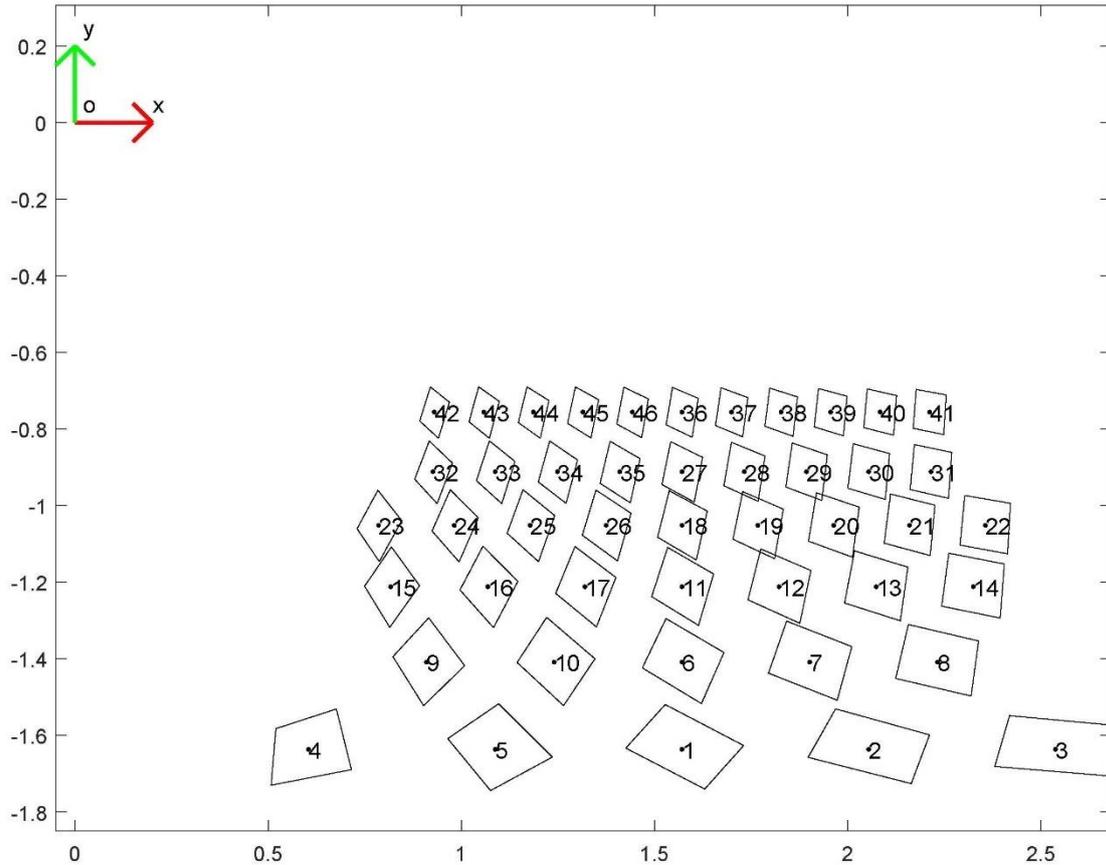


Figura 4.7. Proyección de Peters a partir de la obtenida en la figura 4.5.

4.2.3.3. Tercer nivel de filtrado o preselección

Tras la aplicación del segundo nivel de filtrado los heliostatos preseleccionados producen sombras o bloqueos reales con el heliostato objeto de estudio.

Sin embargo, aunque la reducción del número de candidatos obtenida tras la aplicación de los dos niveles de filtrado precedentes es importante, se puede comprobar cómo en aquellos instantes inmediatamente posteriores al orto (o anteriores al ocaso), el número de candidatos que superan ambos niveles de filtrado crece de forma significativa (lo que es consecuencia de la baja altura solar). En estos instantes, los heliostatos situados en hileras bastante distanciadas del que es objeto de estudio pueden arrojar sombras sobre este.

Como se comentará posteriormente, esta circunstancia no se detecta en el caso de los bloqueos, donde el número de casos es sensiblemente independiente de la altura solar y, en todo caso, antes al contrario, crece ligeramente al aumentar la altura solar (los heliostatos ofrecen mayor superficie susceptible de bloquear los rayos reflejados por otros heliostatos).

Como dato representativo, en la figura 4.8 se muestra el caso del heliostato n° 403 del ejemplo de prueba que se analizará posteriormente (que consta de un campo norte de 611 heliostatos), a las 6,14 h. del equinoccio de otoño (día 263,5 del año). Se comprueba que el citado heliostato resulta sombreado por 24 candidatos. Es importante resaltar que la citada cifra resulta tras aplicar los dos niveles de filtrado descritos con anterioridad y, por tanto, todos ellos producen un sombreado real.

Este ejemplo no constituye un caso particular, sino una situación frecuente en este tipo de instantes, por otra parte, necesarios en los códigos de optimización del diseño del subsistema óptico.

Por tanto, resulta importante analizar esta tipología de casos, con objeto de proponer técnicas que permitan la reducción del número de candidatos, sin que dicha eliminación afecte materialmente a los resultados del rendimiento por sombras y bloqueos.

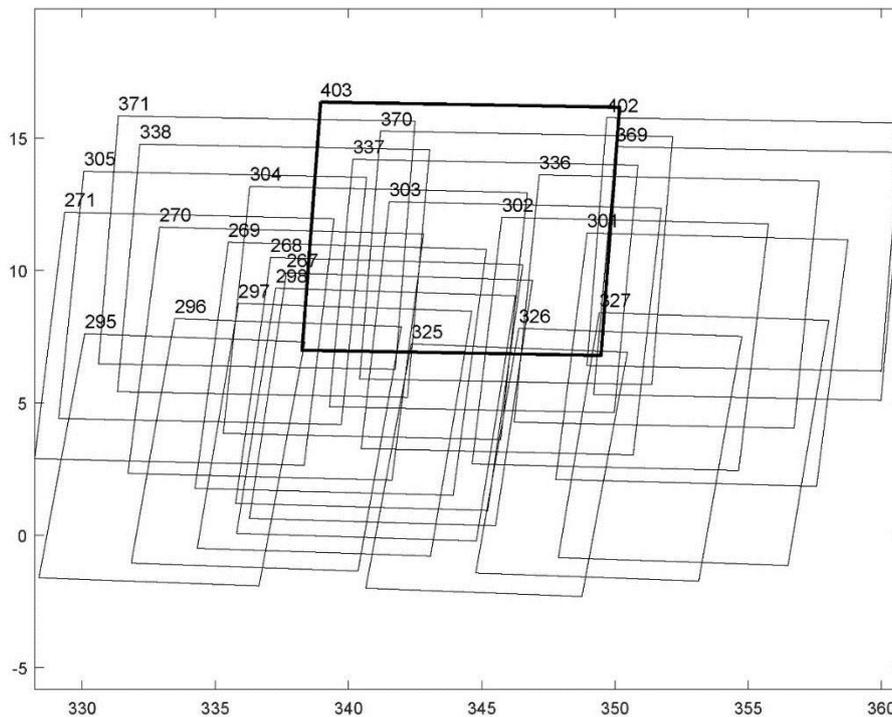


Figura 4.8. Heliostato n° 403 del campo de pruebas con 611 heliostatos, a las 6,14 h. del día 263,5 (equinoccio otoño). Resulta realmente sombreado por 24 candidatos.

Sean I , J y K , las proyecciones de los heliostatos homónimos, según la figura 4.9, siendo I el heliostato objeto de estudio, y J y K heliostatos que sombreadan al I . En la figura 4.9 se observa que la sombra arrojada por J sobre I queda completamente contenida en el interior del contorno de K . Por tanto, puede suprimirse del estudio posterior de sombras el heliostato J siempre que se conserve K . El resultado de rendimiento por sombras no se verá afectado por dicha eliminación.

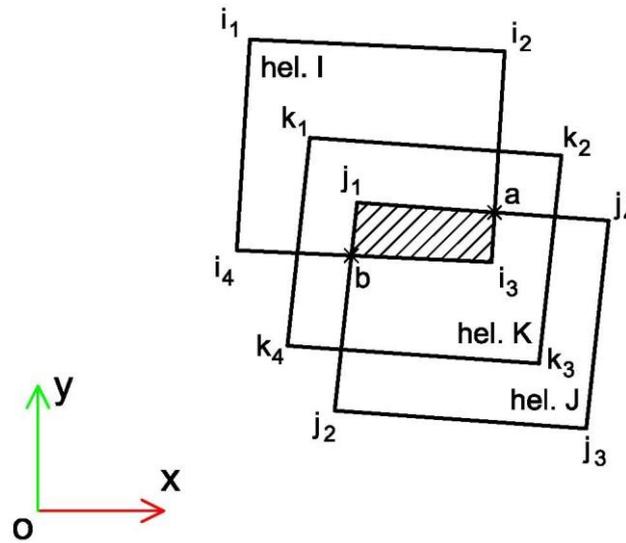


Figura 4.9. Esquema problema de solapamiento de primer orden.

Un método plausible para llevar a cabo la comprobación anterior consiste en determinar las coordenadas de los vértices que delimitan la región resultado de la operación booleana $I \cap J$ (es decir, del heliostato objeto de estudio con uno de los candidatos). De este modo se obtiene el polígono de vértices: $\{j_1, a, i_3, b\}$.

Puesto que los polígonos I y J son convexos se verifica que el polígono resultante de la intersección de ambos será asimismo convexo (Mount, 2005).

Por otra parte, el número de lados máximo del polígono resultante de la intersección vendrá dado por la suma de los lados de los polígonos iniciales. Lo que se debe a que al ser convexos los polígonos originales, solo pueden participar una sola vez, como máximo, en el polígono resultante de intersección.

En general, los vértices del polígono resultante de la intersección de I y J , estarán formados siempre por dos conjuntos de puntos:

- Los puntos de intersección mutuos.
- Los vértices internos mutuos.

Para la obtención del primer conjunto de puntos se emplean las relaciones (4.13) a (4.15).

Por otra parte, para la determinación del segundo conjunto de puntos, se requiere de un algoritmo de pertenencia de punto en el interior de un polígono convexo.

Un método eficiente para resolver este problema de pertenencia está basado en determinar el signo de una de las componentes del producto vectorial de las parejas de vectores que tienen origen en el punto analizado y subtienden cada uno de los lados del polígono. Si el signo es el mismo en todos los productos vectoriales, el punto está emplazado en el interior del polígono. En caso contrario, el punto se encuentra fuera.

Este algoritmo tiene dos restricciones: los vértices del polígono deben estar secuenciados en sentido circular y la componente analizada del producto vectorial no puede ser paralela al plano definido por el polígono.

De nuevo, este algoritmo tiene la ventaja de poder procesar los datos en formato matricial, permitiendo la comprobación de múltiples puntos simultáneamente.

La problemática descrita anteriormente es la más frecuente en el solapamiento de sombras, es decir, aquellos casos en los que los vértices de la región de intersección entre el heliostato objeto de estudio y uno cualesquiera de los candidatos se encuentran totalmente contenidos en el interior de algún otro candidato del conjunto.

En la figura 4.10 se muestra el resultado del heliostato n° 403 tras aplicación del tercer nivel de filtrado basado en las hipótesis descritas. En este caso concreto se pasa de 24 a 6 candidatos.

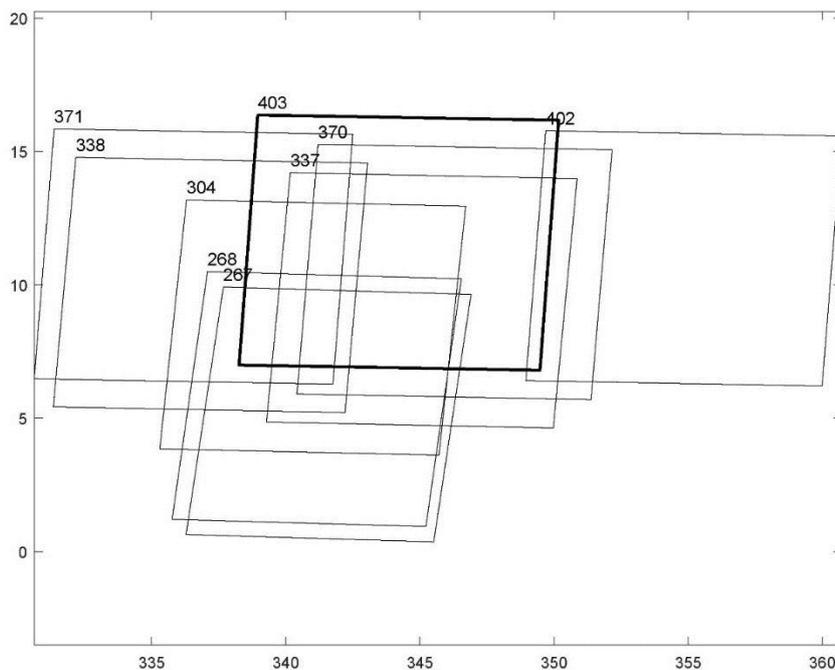


Figura 4.10. Heliostato n° 403 tras aplicación del tercer filtro

Como puede observarse en la figura 4.10, el resultado de seis candidatos aún puede reducirse más. Sin embargo, este tipo de casos se consideran de orden superior y su filtrado requiere de un algoritmo totalmente diferente al caso precedente (el cual se considera de primer orden).

Se trata además de una problemática menos frecuente, la cual se esquematiza en la figura 4.11. En ella se observa que la región $I \cap J$ se encuentra totalmente contenida dentro de dos heliostatos candidatos K y L .

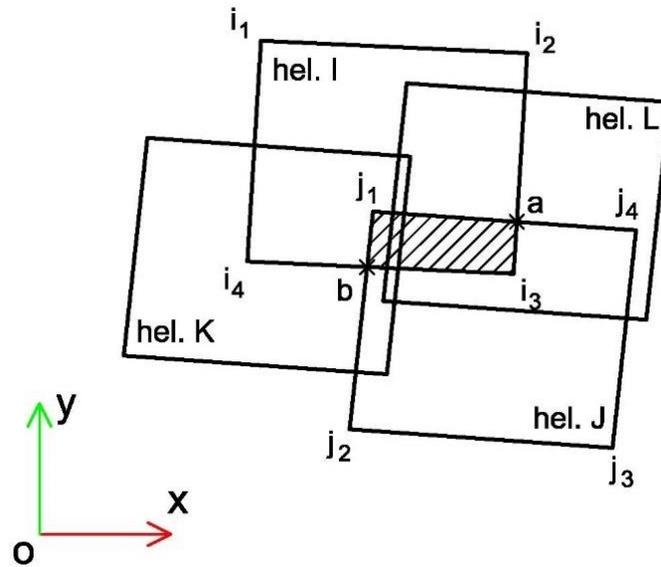


Figura 4.11. Esquema problema de solapamiento de segundo orden.

Un método plausible para llevar a cabo el filtrado de este tipo de casos (que constituiría un hipotético 4º nivel de filtrado) consiste en realizar la siguiente comprobación:

$$(I \cap J) - K - L = \emptyset \quad (4.17)$$

donde los signos menos denotan operaciones booleanas de diferencia y \emptyset denota el conjunto vacío.

Es decir, el heliostato J se podría eliminar como candidato si se cumple la condición indicada en (4.17) y se conservan como candidatos los heliostatos K y L .

Este algoritmo requiere, puesto que los vértices de la región $I \cap J$ son conocidos:

- Secuenciar los vértices del polígono convexo $I \cap J$.
- Dos operaciones booleanas de diferencia consecutivas.

Se trata, por tanto, de un algoritmo exigente desde el punto de vista computacional que, en el mejor de los casos, reduciría el número de candidatos en una proporción relativamente baja.

Se ha constatado que, en el ejemplo de pruebas que se describirá en el próximo apartado, la frecuencia de aparición del problema planteado es del 2,68% con respecto al número de casos obtenido tras la aplicación del tercer nivel de filtrado.

En definitiva, la ejecución del 4º nivel de filtrado daría lugar a unos tiempos de ejecución superiores al ahorro que representaría la disminución del número de candidatos ofrecida por el mismo. En este sentido se desestima su utilidad a pesar de que reduciría el número de candidatos.

4.2.4. Comparativa de los niveles de filtrado

En este apartado se realizará un análisis de la influencia en la aplicación de los distintos niveles de filtrado expuestos. Los principales datos del caso práctico objeto de análisis se encuentran resumidos en la tabla 4.1.

Latitud	37° 18' 51"
Torre prismática (ancho x profundidad x altura)	18 m × 8 m x 115 m
Heliostatos (ancho x alto)	12,84 m × 9,45 m
Cota de los centros de los heliostatos	5,17 m
Superficie geométrica de los heliostatos	Paraboloide elíptico de revolución
Canteo	“sobre eje”
Altura del blanco	100,5 m
Diseño del campo de heliostatos	Campo norte polar alternado de 30 hileras (611 heliostatos)

Tabla 4.1. Parámetros del campo de heliostatos.

Todas las simulaciones se han realizado en el mismo equipo informático, basado en procesador Intel i5-3570 a 3,4 GHz de 4 núcleos y 32 GB de memoria RAM. Se desactivan las funciones de cálculo en paralelo en todos los casos a efectos comparativos.

El algoritmo para la determinación del rendimiento por sombra y bloqueos está basado en la metodología de trazado de rayos *M4* que se describirá posteriormente, con una resolución de $72 \cdot 10^3$ rayos por heliostato.

Se tomarán un total de 113 instantes que resultan de dividir el segmento comprendido entre el solsticio de verano y el de invierno ($172,25 \leq d \leq 354,75$) en ocho divisiones iguales y, en cada uno de estos días, tomar un número de instantes proporcional a la duración del día.

La hora exacta de estos instantes viene dada por el método de integración empleado en la determinación del rendimiento anual ponderado y sin ponderar por la irradiancia. La metodología de integración está basada en la técnica de cuadratura de Gauss (la cual se describe en el capítulo 6).

4.2.4.1. Reducción del número de candidatos mediante filtrado y su repercusión en los tiempos de ejecución del cálculo de sombras y bloqueos

En la tabla 4.2 se muestra el número de casos o problemas simples¹⁵, tanto para sombras como para bloqueos, tras la aplicación de los filtros de primer, segundo y tercer nivel,

¹⁵ Un problema simple indica una pareja de heliostatos que se hacen sombra o que se bloquean.

respectivamente, para el día 263,5 (equinoccio de otoño). En este sentido, la tendencia mostrada en la tabla 4.2 resulta similar a la de otros días del periodo analizado.

De la observación de los resultados contenidos en la tabla 4.2 pueden extraerse las siguientes conclusiones:

- El número de problemas simples para sombras aumenta al disminuir la altura solar.
- Por el contrario, el número de problemas para bloqueos es una cifra relativamente constante y crece ligeramente hacia el mediodía solar (ya que los heliostatos ofrecen una mayor superficie susceptible de bloquear los rayos reflejados por otros).
- Tras la aplicación del primer nivel de filtrado, el número de problemas simples de sombras en aquellos instantes próximos al orto es aún considerable (de un orden de magnitud superior al que se da en momentos de altura solar intermedia). En este sentido, el tercer nivel de filtrado (aplicable solo a los casos de sombra), contribuye a la reducción del número de casos solo en este tipo de instantes.

Día del año	Hora solar	F1		F2		F3	
		n_somb	n_bloq	n_somb	n_bloq	n_somb	n_bloq
263,5	12,0000	412	2.337	2	1.098	2	1.098
263,5	11,2628	447	2.337	3	1.083	3	1.083
263,5	10,5368	516	2.332	20	1.033	20	1.033
263,5	9,8330	591	2.278	56	976	56	976
263,5	9,1620	656	2.126	117	903	117	903
263,5	8,5340	766	1.976	294	848	294	848
263,5	7,9586	1.020	1.828	519	787	519	787
263,5	7,4444	1.393	1.692	687	729	687	729
263,5	6,9993	2.079	1.591	1.127	678	1.127	678
263,5	6,6300	3.393	1.598	1.889	641	1.852	641
263,5	6,3422	5.975	1.616	3.446	609	2.173	609
263,5	6,1400	10.585	1.626	6.724	593	2.548	593
263,5	6,0267	12.667	1.631	8.518	584	2.832	584

Tabla 4.2. Número de problemas simples a resolver, tanto para sombras como para bloqueos, tras la aplicación de los filtros de primer, segundo y tercer nivel, en el equinoccio de otoño y en función de la hora solar.

En la tabla 4.3 se representa el balance total para los 113 instantes considerados en el problema objeto de estudio tras la aplicación de los correspondientes niveles de filtrado, así como los correspondientes porcentajes respecto a *F1*.

F1		F2		F3	
n_somb	n_bloq	n_somb	n_bloq	n_somb	n_bloq
347.404	213.871	203.885	90.106	112.448	90.106
		58,69%	42,13%	32,37%	42,13%

Tabla 4.3. Número total de problemas simples a resolver, tanto para sombras como para bloqueos, tras la aplicación de los filtros de primer, segundo y tercer nivel, a lo largo de todos los instantes del cómputo (113 en este caso).

Se constata una reducción significativa en el número de casos a procesar posteriormente, lo que repercutirá de forma directa en la reducción de los tiempos de computación.

En la tabla 4.4 se muestran los tiempos de ejecución correspondientes al cálculo del rendimiento por sombras y bloqueos, para cada uno de los heliostatos e instantes del ejemplo de prueba, en función de la tipología de filtros empleada. Asimismo, se indica el tiempo de ejecución del propio filtro.

	Tiempo de ejecución (s)	Porcentaje (%)	Tiempo ejecución filtros (s)
1°	524,27		2,265
1°+2°	294,67	56,21	3,461
1°+2°+3°	216,95	41,38	3,739

Tabla 4.4. Tiempo de ejecución del proceso de cálculo del rendimiento por sombra y bloqueos (incluidos filtros).

Se comprueba que la proporción de los tiempos indicados en la tabla 4.4 está en consonancia con la reducción del número de candidatos indicada en la tabla 4.3. Por otra parte, los tiempos de ejecución de los distintos niveles de filtrado suponen una ligera fracción respecto al total en comparación al beneficio que suponen.

Es preciso destacar que la reducción del número de candidatos no tiene repercusión alguna en los resultados del rendimiento por sombra y bloqueos, para cualquiera de los heliostatos del campo y para todo instante.

En este sentido se comprueba que el rendimiento por sombra y bloqueos de cada uno de los 611 heliostatos del campo de pruebas es exactamente el mismo tras la aplicación de los niveles de filtrado: 1°, 1°+2° y 1°+2°+3°. Este resultado pone de manifiesto que la aplicación de los niveles de filtrado 2° y 3° no eliminan a ningún heliostato que represente un obstáculo para cualquier heliostato del campo (tanto en sombras como en bloqueos) en ninguno de los instantes de cálculo analizados.

En el caso de que el criterio empleado en el primer filtro estuviera definido por la magnitud de la diagonal del heliostato en verdadera magnitud se comprueba que el número de problemas simples tras el primer nivel de filtrado sería de 420.556, mientras que con el método propuesto, basado en la mayor de las semi-diagonales, resultan

347.404. Asimismo, el filtro basado en la diagonal en verdadera magnitud, aunque más simple que el propuesto, presenta aproximadamente el mismo tiempo de ejecución. Por tanto, se concluye que el filtro de primer nivel basado en la mayor de las semi-diagonales, resulta más acertado desde el punto de vista computacional.

4.3. Exposición de los distintos métodos para cálculo de sombras y bloqueos

4.3.1. Trazado de rayos según método de Monte-Carlo: M0

Este algoritmo está basado en la aplicación de semirrectas S_i , generadas aleatoriamente según el MFS elegido por el usuario, aplicadas en puntos asimismo aleatorios, contenidos en un plano generador (P) perpendicular a la dirección principal S_o , el cual se encuentra emplazado a una distancia conocida del heliostato objeto de estudio (figura 4.12).

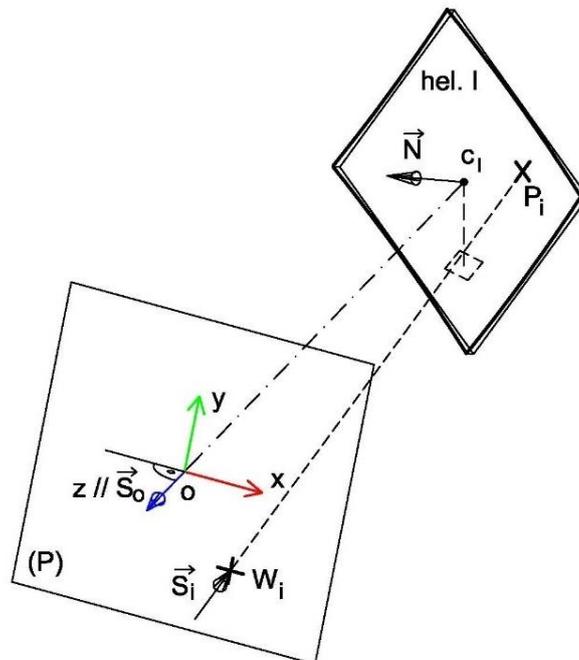


Figura 4.12. Esquema del plano generador (P) asociado al heliostato I.

Posteriormente se procederá a la determinación de la interacción de las citadas semirrectas con la superficie teórica del heliostato objeto de estudio y seguidamente, la determinación de los reflejos correspondientes, de acuerdo con las leyes de la óptica geométrica y la consideración de la reflectividad del heliostato y de los errores, tanto macroscópicos como microscópicos, intervinientes en el proceso y materializados cada uno de ellos a través de sus correspondientes funciones de densidad de probabilidad (fdp).

Asimismo, se ha de comprobar la interacción entre los rayos incidentes y reflejados con los heliostatos susceptibles de sombrear y bloquear, respectivamente, al que es objeto de estudio.

La exactitud del método depende en gran medida del número de rayos N_r utilizados.

Sea I el heliostato analizado (figura 4.13), y J y K dos heliostatos con potencial para sombrear y bloquear al I , respectivamente. Además, se definen los vectores lógicos columna *somb* y *bloq*, que contendrán los resultados del i -ésimo rayo en formato lógico. El procedimiento para el cálculo del rendimiento por sombras y bloqueos del heliostato I puede resumirse en los siguientes pasos:

- 1) Se determina de forma aleatoria, según distribución uniforme, un punto W_i sobre el plano generador (P).
- 2) Se aplica en el punto W_i un rayo generado de forma aleatoria S_i , según el MFS elegido y se calcula su intersección con la superficie teórica del heliostato, obteniéndose el punto P_i sobre la superficie del mismo, comprobando posteriormente si dicho punto de intersección pertenece a la superficie real del heliostato. En caso negativo, se descarta el punto de aplicación W_i en curso y se vuelve al paso 1).
El proceso descrito en los pasos 1) y 2) se repite hasta alcanzar el número deseado de rayos efectivos N_c sobre el heliostato objeto de estudio.
- 3) Para el cálculo de bloqueos se han de aplicar en los N_c-N_s puntos de cálculo P_i sobre la superficie del heliostato no sombreados, rayos reflejados R_i cuya dirección se definirá posteriormente.
- 4) Determinar los puntos Q_i resultantes de la intersección del conjunto de rayos incidentes y reflejados, con los planos respectivamente definidos por los heliostatos J y K .
- 5) Comprobar si los puntos Q_i pertenecen al interior del contorno de los heliostatos J (sombra) o K (bloqueos). En caso afirmativo se asigna el valor “1” a la celda i -ésima de los vectores lógicos *somb* o *bloq*, según corresponda. En caso negativo se asigna valor “0”.

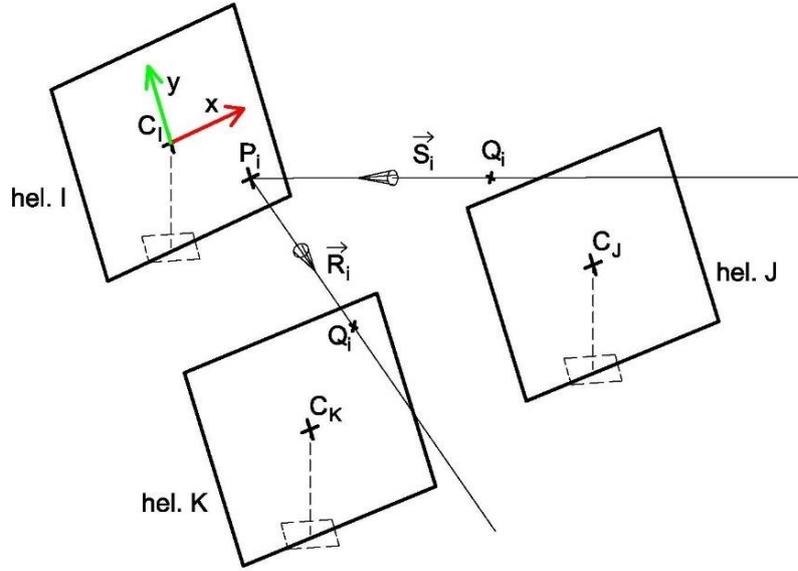


Figura 4.13. Esquema método M0.

El proceso descrito se repetiría tantas veces como heliostatos susceptibles de sombrear o bloquear al heliostato I existan, actualizándose los vectores columna *somb* y *bloq* mediante operadores lógicos de tipo OR. El rendimiento por sombras y el rendimiento por bloqueos del heliostato I vendrían dados por las expresiones (4.18) y (4.19), respectivamente:

$$\eta_{somb-I} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{i=N_c} somb_i}{N_c} \quad (4.18)$$

$$\eta_{bloq-I} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{i=N_r} bloq_i}{N_c - N_s} \quad (4.19)$$

Habiéndose considerado en la expresión (4.19) que todo rayo no sombreado es reflejado.

Finalmente, el rendimiento por sombra y bloqueos del heliostato I vendría dado por el siguiente producto:

$$\eta_{syb-I} = \eta_{somb-I} \cdot \eta_{bloq-I} \quad (4.20)$$

En relación al apartado 4), un procedimiento eficiente desde el punto de vista computacional para la determinación de la intersección entre recta y plano se puede basar en las siguientes relaciones:

$$\mathbf{Q}_i = [x_o + t \cdot x_d]\mathbf{i} + [y_o + t \cdot y_d]\mathbf{j} + [z_o + t \cdot z_d]\mathbf{k} \quad (4.21)$$

$$t = \frac{-(A \cdot x_o + B \cdot y_o + C \cdot z_o + D)}{A \cdot x_d + B \cdot y_d + C \cdot z_d} \quad (4.22)$$

donde x_o, y_o, z_o son las coordenadas cartesianas de un punto cualquiera de la recta, tales como las de P_i ; x_d, y_d, z_d son las componentes rectangulares del vector director de la recta; y A, B, C, D son los coeficientes de la ecuación general del plano, es decir, en el formato $Ax+By+Cz+D = 0$.

Las relaciones (4.21) y (4.22) presentan la ventaja de que los valores descritos pueden introducirse en formato matricial (como vectores columna). Por consiguiente, su ejecución puede realizarse de múltiples rectas con un mismo plano simultáneamente y, por tanto, de una manera eficiente desde el punto de vista computacional.

Por otra parte, en relación al apartado 5), se emplea el método descrito en el epígrafe 4.2.3.3 (basado en producto vectorial).

En cuanto al procedimiento para la determinación de los rayos reflejados, el procedimiento para los $N_c - N_s$ puntos de cálculo no sombreados, considerando que todo rayo no sombreado es reflejado, es el siguiente:

- 1) Se determina la dirección de la normal desviada N por el error macroscópico a partir de la normal ideal o geométrica N_g .
- 2) En base a la normal desviada N se determina el reflejo especular Re_i correspondiente al rayo incidente Si por aplicación de la ley de reflexión especular.
- 3) Se determina la dirección del reflejo resultante Ri desviado por el error microscópico a partir del reflejo especular Re_i .

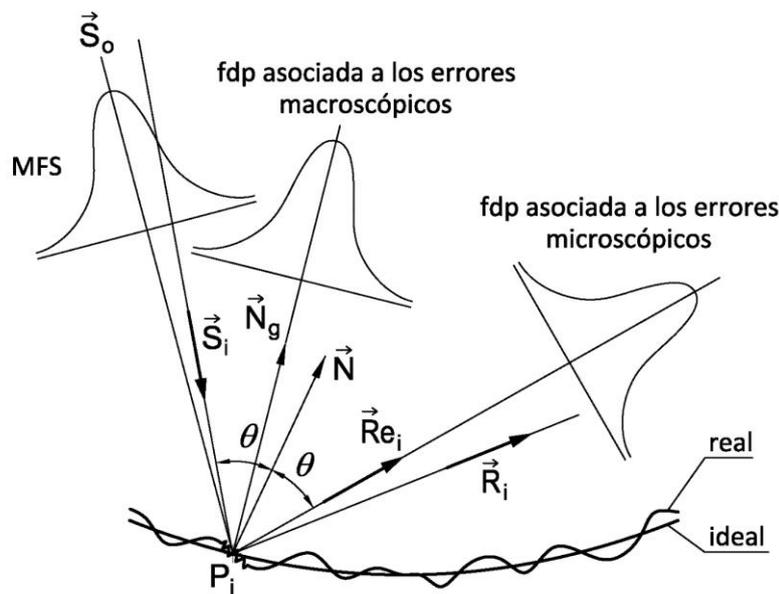


Figura 4.14. Esquema determinación reflejo resultante R_i a partir del rayo incidente S_i .

4.3.1.1. Sombras arrojadas por la torre

El procedimiento expuesto puede aplicarse a los heliostatos susceptibles de ser sombreados por la torre. En este caso, el algoritmo de intersección de recta con plano opera con cada una de las caras de la torre en el caso de que esta fuera poliédrica.

Si el cuerpo principal de la torre es cilíndrico, las coordenadas cartesianas de los puntos de intersección de recta con cilindro centrado en el origen, radio R y altura H , vendrán dados por:

$$\mathbf{Q}_i = [x_o + t \cdot x_d]\mathbf{i} + [y_o + t \cdot y_d]\mathbf{j} + [z_o + t \cdot z_d]\mathbf{k} \quad (4.23)$$

donde x_o, y_o, z_o son las coordenadas cartesianas de un punto cualquiera de la recta, tales como las del punto de cálculo P_i ; x_d, y_d, z_d son las componentes rectangulares del vector director de la recta; y t es el parámetro de la recta, el cual viene dado a su vez por:

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \quad (4.24)$$

con:

$$a = x_d^2 + y_d^2$$

$$b = 2 \cdot x_o \cdot x_d + 2 \cdot y_o \cdot y_d$$

$$c = x_o^2 + y_o^2 - R^2$$

Puesto que, en general, se tendrán dos soluciones para t , se ha de tomar la solución real (el discriminante ha de ser positivo) más cercana al heliostato. Por tanto, se ha de tomar la correspondiente al signo negativo en la expresión (4.24). Finalmente, la coordenada z debe cumplir:

$$0 < z_o + t \cdot z_d \leq H \quad (4.25)$$

4.3.2. Características comunes en el resto de métodos

Los métodos restantes tienen en común las siguientes características:

- En el cálculo de sombras se considera que el MFS es de sol puntual, por lo que las rectas proyectantes \mathbf{S}_i son todas ellas paralelas a la dirección principal \mathbf{S}_o (M1 a M5).
- En el cálculo de bloqueos se considera que todos los rayos reflejados \mathbf{R}_i en los puntos de cálculo no sombreados concurren en el centro del blanco T (M2 a M5).

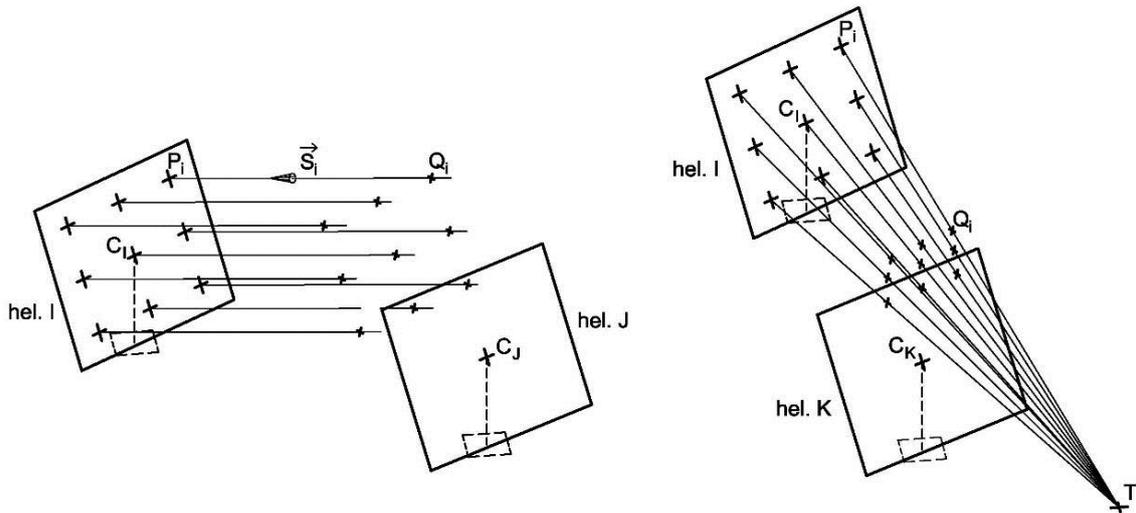


Figura 4.15. Esquema simplificaciones métodos M1 a M4.

Asimismo, en los métodos M1 a M4 basados en trazado de rayos, se emplean como puntos de cálculo P_i , contenidos en la superficie teórica del heliostato, puntos uniformemente repartidos en el plano local Cxy del heliostato, con igual número de filas y columnas. En el caso de los métodos M1 a M3, en los que se considera que la superficie del heliostato es una cuádrlica elíptica, la coordenada local z vendrá dada por las relaciones (4.26) en el caso de esfera y (4.27) en el caso de paraboloides de revolución:

$$z = 2 \cdot d - \sqrt{(2 \cdot d)^2 - x^2 - y^2} \quad (4.26)$$

$$z = \frac{x^2 + y^2}{2 \cdot d} \quad (4.27)$$

donde d es la distancia existente entre el centro del heliostato y el centro del blanco.

Finalmente, en los métodos M4 y M5 se considera que el heliostato es plano.

4.3.3. Trazado de rayos simplificado 1: M1

Se considera un caso particular del M0 con las siguientes particularidades:

- Las semirrectas proyectantes aplicadas en los N_c puntos de cálculo son paralelas a la dirección principal S_0 .
- La dirección de las semirrectas reflejadas aplicadas a los N_c puntos de cálculo no sombreados se calcula considerando que los errores macroscópicos y microscópicos son nulos.
- Los N_c puntos de cálculo P_i se localizan de forma directa sobre la superficie teórica del heliostato de acuerdo con las consideraciones indicadas en el epígrafe 4.3.2.

Se verificará en este método que los rayos reflejados no concurrirán, en general, en el centro del blanco T .

El proceso utilizado para el cálculo de sombras arrojadas por la torre es análogo al expuesto en 3.1.1 para $M0$, con la particularidad de que todas las rectas proyectantes son paralelas a la dirección principal S_0 .

4.3.4. Trazado de rayos simplificado 2: M2

Se trata de un caso particular del $M1$ considerando que todos los rayos reflejados concurren en el centro del blanco T .

El proceso utilizado para el cálculo de sombras arrojadas por la torre es análogo al $M1$.

4.3.5. Basado en pertenencia de punto en superficie radiada: M3

Si en la figura 4.16 se consideran situados los puntos de cálculo P_i sobre la superficie del heliostato objeto de estudio I , un criterio alternativo para la obtención de resultados análogos al $M2$ se basaría en la comprobación de localización de los citados puntos de cálculo en el interior de la superficie radiada definida por el heliostato susceptible de sombrear y/o bloquear al que es objeto de estudio.

Es decir, en el caso de sombras, un prisma cuya directriz es el contorno del heliostato J y las aristas laterales son paralelas a la dirección principal S_0 ; mientras que, en el caso de bloqueos, se trata de una pirámide cuya directriz es el contorno del heliostato K y su vértice es el centro del blanco T .

Este método tiene la ventaja, en comparación al $M2$, de prescindir del cálculo de intersecciones de recta con plano.

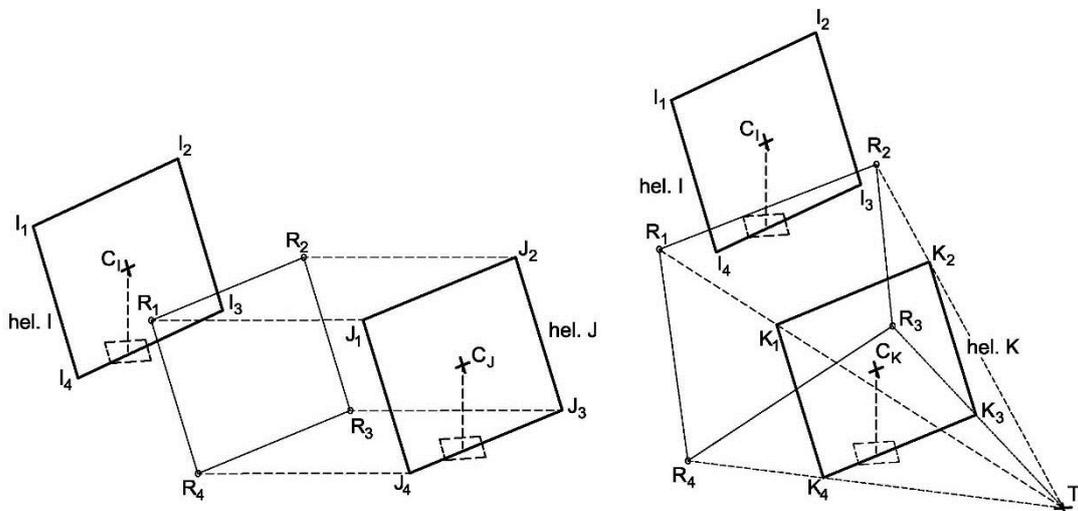


Figura 4.16. Esquema método M3.

El método utilizado para la comprobación de pertenencia de punto en superficie radiada se basa en la determinación del signo correspondiente al valor numérico obtenido al sustituir las coordenadas cartesianas del punto de cálculo a comprobar, en las ecuaciones generales de cada cara de la superficie radiada expresadas en forma general, es decir, en el formato $Ax+By+Cz+D = 0$. Si los coeficientes de la ecuación general del plano se determinan de tal modo que la normal al plano apunte al interior de la superficie radiada, el punto estará en el interior de la misma si todos los valores numéricos son positivos. Si algún valor numérico es negativo, el punto estará en el exterior.

Este algoritmo presenta la ventaja de poder ejecutarse con los datos en formato matricial, permitiendo la comprobación de múltiples puntos simultáneamente.

La utilización de los vectores lógicos *somb* y *bloq* es análoga a los métodos previos.

El procedimiento para calcular las sombras arrojadas por la torre sigue las mismas pautas indicadas que en el cálculo de sombras arrojadas entre heliostatos, aunque se opera con las caras de la torre, si esta fuera prismática. En el caso de que sea cilíndrica, se opera con el contorno aparente del cilindro y las caras del receptor.

4.3.6. Basado en las transformaciones homográficas: M4

Si se analiza de nuevo la figura 4.15 se constata la presencia de un haz de rectas (concurrentes en el caso de bloqueos y paralelas en el caso de sombras) cortado por dos planos cualesquiera (los definidos por cada heliostato). La transformación geométrica biunívoca que relaciona los puntos producidos en las intersecciones del haz de rectas en los planos involucrados recibe el nombre de *homología*. Cuando el haz de rectas es paralelo se tiene un caso particular de homología denominado *afinidad*.

Si se adoptan unos sistemas de referencia cartesianos oxy y $o'x'y'$, coplanarios a cada uno de los planos involucrados, se tiene que la expresión matricial que permite relacionar los puntos homólogos de ambos sistemas de referencia viene dada por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} tx'_1 &= h_{11} \cdot x_1 + h_{12} \cdot x_2 + h_{13} \cdot x_3 \\ tx'_2 &= h_{21} \cdot x_1 + h_{22} \cdot x_2 + h_{23} \cdot x_3 \\ tx'_3 &= h_{31} \cdot x_1 + h_{32} \cdot x_2 + h_{33} \cdot x_3 \end{aligned} \quad (4.28)$$

En formato matricial la expresión anterior puede expresarse como:

$$tX' = H \cdot X \quad (4.29)$$

donde t es un factor de proporcionalidad debido al uso de coordenadas homogéneas; X y X' son vectores columna que contienen las coordenadas homogéneas de un punto y su

homólogo, respectivamente; y H es una matriz 3×3 no singular, denominada *matriz de homografía*.

Si se denotan con (x,y) y (x',y') las coordenadas cartesianas correspondientes a los puntos X e X' , asociadas a los sistemas de referencia oxy y $o'x'y'$, respectivamente, se tiene que:

$$\text{Para } X': \begin{cases} x' = x_1/x_3 \\ y' = x_2/x_3 \end{cases}; \quad \text{Para } X: \begin{cases} x = x_1/x_3 \\ y = x_2/x_3 \end{cases} \quad (4.30)$$

Una vez determinada la matriz de homografía en base a alguno de los procedimientos descritos en los epígrafes 3.5 y 3.6 (casos de homología y afinidad, respectivamente), se podrán aplicar las expresiones (4.29) y (4.30) para transformar las coordenadas de los puntos P_i del sistema oxy , obteniéndose las coordenadas de los puntos Q_i en el sistema $o'x'y'$.

Una de las restricciones de este método es que, como se ha indicado, es una transformación entre los puntos contenidos en planos. Sin embargo, los puntos de cálculo P_i se encuentran contenidos, en general, en una superficie cuádrica y no en una superficie plana.

El procedimiento de cálculo de sombras y bloqueos en el heliostato I puede resumirse en los siguientes pasos:

- 1) Aplicar en cada uno de los vértices J_i o K_i , semirrectas proyectantes S_i paralelas a la dirección principal S_o o concurrentes en el punto T en el caso de bloqueos.
- 2) Determinar los puntos de intersección R_i producidos por la intersección de las semirrectas definidas en el paso anterior con el plano definido por el heliostato I .
- 3) Determinar la matriz de homografía en base a alguno de los procedimientos descritos en los epígrafes 3.5 y 3.6 (casos de homología y afinidad, respectivamente).
- 4) Haciendo uso de las relaciones (4.29) y (4.30) se procede a determinar los puntos Q_i sobre el plano definido por el heliostato J o K , homólogos a los P_i contenidos en el plano definido por el heliostato I (figura 4.15).
- 5) Comprobar la pertenencia de los puntos Q_i dentro del contorno del heliostato J o K .

Se puede obtener una reducción aproximada del 20% en los tiempos de ejecución si, en el paso 4) se utiliza la matriz de homología para obtener los puntos R_i (contenidos en el plano definido por el heliostato I) y el paso 5) se limita a comprobar la pertenencia de los puntos de cálculo P_i (contenidos también en I), en el contorno delimitado por los puntos R_i (figura 4.16). Este enfoque es el implementado en la aplicación informática.

Aunque la ejecución del paso 5) puede realizarse mediante el algoritmo de comprobación de pertenencia presentado en el epígrafe 4.2.3.3 (basado en producto vectorial) se utilizan los procedimientos descritos en los epígrafes 3.5.7 y 3.6.3 (casos de homología y afinidad, respectivamente), basados en transformación homológica, más eficientes que aquel desde el punto de vista computacional y aplicables a problemas de pertenencia que involucren cuadriláteros planos.

Los procedimientos de pertenencia basados en transformación homográfica se basan en el hecho de que, si el polígono en el cual se tiene que comprobar la pertenencia fuera un cuadrado de semi-lado unitario, centrado en el origen de coordenadas, se tendría que el punto pertenece al polígono si se cumple:

$$-1 < q_x < 1 \quad y \quad -1 < q_y < 1 \quad (4.32)$$

donde q_x, q_y son las coordenadas cartesianas de un punto arbitrario q_i .

En relación a las sombras arrojadas por la torre se emplea un procedimiento análogo al descrito para MI , con la única variación de que, según se ha indicado, el presente método considera que el heliostato objeto de estudio es plano (por lo que la coordenada local z de los puntos de cálculo es nula).

4.3.7. Mediante operaciones booleanas de regiones planas: M5

Una manera alternativa de determinar el rendimiento por sombras y bloqueos del heliostato I , al ser sombreado y/o bloqueado por otros heliostatos, se podría basar en la determinación del área útil (mostrada en la figura 4.17). Esta área útil se puede obtener mediante operaciones booleanas entre regiones planas. Concretamente, el método $M5$ está basado en la determinación de los vértices de la región plana resultante de aplicar la operación booleana de diferencia entre la región I - la región J .

Como paso previo se requiere la proyección de los contornos de los heliostatos. De acuerdo a las consideraciones apuntadas en el epígrafe 4.3.2, en el caso de sombras, la proyección ha de ser cilíndrica ortogonal según la dirección principal. En el caso de bloqueos, la proyección ha de ser cónica, siendo el centro de proyección el centro del blanco T . En ambos casos, el plano de proyección es el definido por el heliostato objeto de estudio I .

En este método se incurre de nuevo en la simplificación de considerar a los heliostatos como superficies planas en lugar de superficies cuádricas. Sin embargo, presenta la ventaja con relación a los métodos precedentes de que, la solución es independiente del número de puntos de cálculo N_c .

Para simplificar la descripción detallada del método, en lo sucesivo, se designará como heliostato J indistintamente al heliostato susceptible de sombrear y/o bloquear al que es objeto de estudio I .

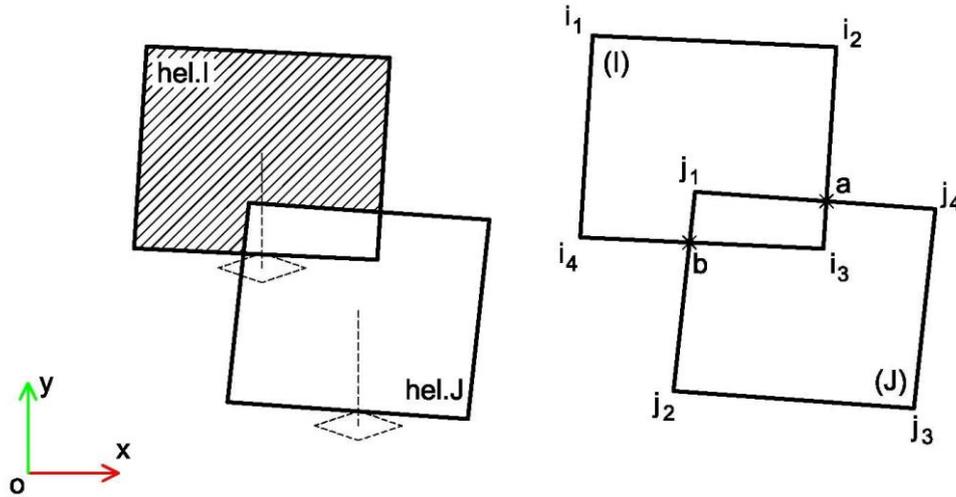


Figura 4.17. Esquema algoritmo basado en diferencia de regiones planas.

De forma más específica, el procedimiento de cálculo de sombras y bloqueos, puede resumirse en los siguientes pasos:

- 1) Se obtienen las regiones planas I y J mediante la proyección de sus vértices.
- 2) Se ordenan los vértices de I en sentido horario, mientras que los de J se ordenan en sentido anti-horario.

$$I = \{i_1, i_2, i_3, i_4, i_1\}$$

$$J = \{j_1, j_2, j_3, j_4, j_1\}$$

- 3) Se determinan los puntos de intersección entre los lados de ambas regiones y se incorporan en la secuencia anterior de forma ordenada.

$$I = \{i_1, i_2, a, i_3, b, i_4, i_1\}$$

$$J = \{j_1, b, j_2, j_3, j_4, a, j_1\}$$

- 4) Se suprimen del listado de I aquellos vértices que se encuentren dentro de la región J ; asimismo, se suprimen del listado de J aquellos vértices que se encuentren fuera de la región I .

$$I = \{i_1, i_2, a, b, i_4, i_1\}$$

$$J = \{j_1, b, a, j_1\}$$

- 5) Para obtener la secuencia de vértices de la región solución se procede de la siguiente forma:

- El primer vértice del listado solución puede ser cualquier vértice de cualquiera de las listas con la única condición de que no sea de intersección.
- A continuación, se añaden secuencialmente los siguientes vértices del listado correspondiente al vértice inicial hasta encontrar un punto de intersección. Una vez encontrado se pasa a la lista contraria y se continúan añadiendo vértices de forma análoga. El proceso termina cuando el vértice actual coincide con el primero de la serie solución.

$$I - J = \{i_1, i_2, a, j_1, b, i_4, i_1\}$$

6) Se comprueba si en el listado solución existen vértices repetidos. En caso afirmativo se suprimen de la lista.

7) Se actualizan los listados de I y J eliminando los vértices utilizados por la solución.

En este ejemplo, ambos listados quedarían vacíos. En caso contrario, indica que la región resultante es compuesta¹⁶, en cuyo caso se procede a repetir los pasos 5) a 7) con los listados actualizados. La nueva secuencia de vértices solución obtenida se añadirá a continuación de la anterior.

El proceso descrito se repetiría tantas veces como heliostatos susceptibles de sombrear y/o bloquear al heliostato I existan. Una vez obtenidos los vértices de la región resultante, la expresión para evaluar el rendimiento por sombra y bloqueos del heliostato i -ésimo vendría dada por:

$$\eta_{syb-I} = \frac{S}{S_I} \quad (4.33)$$

donde el numerador representa el área de la región resultante del proceso, es decir, de la región no sombreada y no bloqueada; y S_I es el área de la región plana original I .

En general, el área de la región plana delimitada por n vértices se puede calcular mediante:

$$S = \frac{1}{2} \cdot \left(\begin{vmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_2 & x_3 \\ y_2 & y_3 \end{vmatrix} + \dots + \begin{vmatrix} x_n & x_1 \\ y_n & y_1 \end{vmatrix} \right) \quad (4.34)$$

Habiéndose ordenado los vértices de las regiones de área positiva en sentido horario y las negativas en sentido anti-horario.

¹⁶ Una región se considera compuesta cuando posee dos o más regiones cerradas, las cuales pueden ser externas y/o internas (islas).

Es preciso destacar, en relación al apartado 4) relacionado con la pertenencia de punto en polígono, que I puede tener cualquier número de lados y ser convexo o cóncavo; mientras que J será siempre un cuadrilátero convexo (un paralelogramo-romboide en el caso de sombras y un trapecoide en el caso de bloqueos).

En el segundo caso, pueden emplearse los algoritmos de pertenencia descritos en los apartados 4.2.3.3 (basado en producto vectorial) o 4.3.6 (homología); sin embargo, en el primer caso, estos algoritmos no son válidos, pues la región puede ser cóncava. Por tanto, se requiere un algoritmo de pertenencia que opere con polígonos de cualquier número de lados, tanto cóncavos como convexos. El algoritmo implementado para su resolución se basa en el método de la curva de Jordan (O'Rourke, 2005).

Finalmente, el procedimiento para calcular las sombras arrojadas por la torre sería el siguiente:

- 1) Se realiza la proyección cilíndrica ortogonal según la dirección principal de todos los vértices de la torre.
- 2) Se determina el polígono convexo de contorno que encierra a todos los vértices proyectados en el paso anterior. En este sentido, existen un cierto número de algoritmos que resuelven este problema, tales como: Gift Wrapping, Quick Hull, algoritmo de Graham, Lower Bound, algoritmo incremental, divide and conquer, etc. (O'Rourke, 2005). El algoritmo implementado en *M5* emplea una variante del método Gift Wrapping.
- 3) En las operaciones booleanas de diferencia siguientes se opera con el polígono convexo obtenido.

Si la torre fuera cilíndrica se proyectarían los extremos de las generatrices de contorno aparente además de los vértices del receptor.

4.4. Comparación de los métodos

En el presente epígrafe se realizará una comparación sistemática de los resultados obtenidos por los diversos métodos propuestos. Para ello se realizarán diversas simulaciones para un mismo emplazamiento (misma latitud), un mismo instante del año, arreglo de heliostatos y dimensiones de la torre. Los datos principales se recogen en la tabla 4.5.

A la latitud y día del año seleccionados, las horas del orto y ocaso son, respectivamente: 6:59:13 a.m. y 17:07:52 p.m. (hora solar). Puesto que el instante seleccionado ha de ser suficientemente representativo, desde el punto de vista del cálculo de sombras y bloqueos, se ha tomado como hora de estudio las 7:30 a.m. (hora solar).

Día del año y hora solar	319 (15 de noviembre) a las 7:30 h a.m.
Latitud	37° 18' 51"
Heliostatos (ancho x alto)	12 m × 10 m
Altura del pedestal	6 m
Superficie teórica de los heliostatos	Esférica
Canteo	“sobre eje”
Receptor	Externo, modelado como un prisma regular con directriz definida por un polígono de 16 lados inscrito en una circunferencia de 4 m (diámetro) y 4 m (altura).
Torre cilíndrica (diámetro x altura)	4 m × 78 m
Altura del blanco	80 m
Diseño del campo de heliostatos	Circundante, con arreglo polar alternado de 20 hileras (1.794 heliostatos en total)

Tabla 4.5. Parámetros del campo de heliostatos.

Con idea de analizar los errores y tiempos de computación se consideran en el estudio ocho diferentes niveles de resolución o número de puntos de cálculo N_c : 5x5, 10x10, 20x20, 40x40, 80x80, 160x160, 320x320 y 640x640 puntos de cálculo. Para la determinación de errores se empleará el concepto de error cuadrático medio (ECM) según la expresión:

$$ECM = \sqrt{\sum_{i=1}^{i=N} \frac{(\eta_{li} - \eta_{Ri})^2}{N}} \quad (4.35)$$

donde η_{li} y η_{Ri} son los valores de rendimiento por sombras y bloqueos del i -ésimo heliostato (expresados en tanto por ciento), obtenidos por el método a evaluar y el patrón de referencia, respectivamente; y N es el número total de heliostatos del campo solar.

El patrón de referencia está basado en TRMC ($M0$) pero considerando una resolución más elevada. Los principales datos empleados por el patrón de referencia se recogen en la tabla 4.6.

Modelo de forma solar	Gaussiano con $\sigma = 2,325$ mrad
Número de rayos	$5 \cdot 10^6$ rayos por heliostato
Errores macroscópicos y microscópicos	0 mrad
Tiempo de ejecución	6.052 s

Tabla 4.6. Datos para el patrón de referencia.

Todas las simulaciones se han realizado en el mismo equipo informático, basado en procesador Intel i5-3570 a 3,4 GHz de 4 núcleos y 32 GB de memoria RAM. Se

desactivan las funciones de cálculo en paralelo de todas las ejecuciones salvo en la obtención del patrón de referencia.

4.4.1. Errores globales y tiempos de ejecución

En las figuras 4.18 y 4.19 se muestra, respectivamente, el ECM y los tiempos de ejecución, obtenidos por cada uno de los métodos objeto de análisis, en función del número de puntos de cálculo N_c . En relación a los resultados de ECM, los errores obtenidos por el método $M0$ fueron superiores a los del resto de métodos excepto en las resoluciones más elevadas. Este resultado se atribuye a la selección de los puntos de cálculo empleados: aleatorios en $M0$ y uniformemente repartidos en $M1$ a $M4$.

El método $M1$ obtiene unos resultados similares a $M2$, $M3$ y $M4$ en las bajas resoluciones, pero se distancia de estos hacia las altas resoluciones, donde se reducen los valores de error.

Los métodos $M2$ y $M3$ obtuvieron exactamente los mismos resultados de rendimiento en cada uno de los heliostatos del campo y en toda la gama de resoluciones analizada. Por consiguiente, presentan los mismos resultados de ECM en todas las simulaciones realizadas. El método $M4$ ofrece unos resultados de ECM bastante similares a los obtenidos por $M2$ y $M3$ (la discrepancia máxima es de $2,318 \cdot 10^{-2}$). Finalmente, el método $M5$ presentó un valor de ECM constante e independiente de la resolución utilizada puesto que no depende de ella.

Los resultados de ECM obtenidos por los métodos $M2$ a $M4$ tienden, en las altas resoluciones, hacia los resultados de $M5$. Sin embargo, presentan cierta divergencia con los valores obtenidos por $M0$ y $M1$. Asimismo, a partir de las resoluciones medias, los resultados de ECM obtenidos por los métodos $M2$ a $M4$, no descienden al incrementar la resolución exigida, sino que se estabilizan. En el método $M1$, el estancamiento se produce en las altas resoluciones.

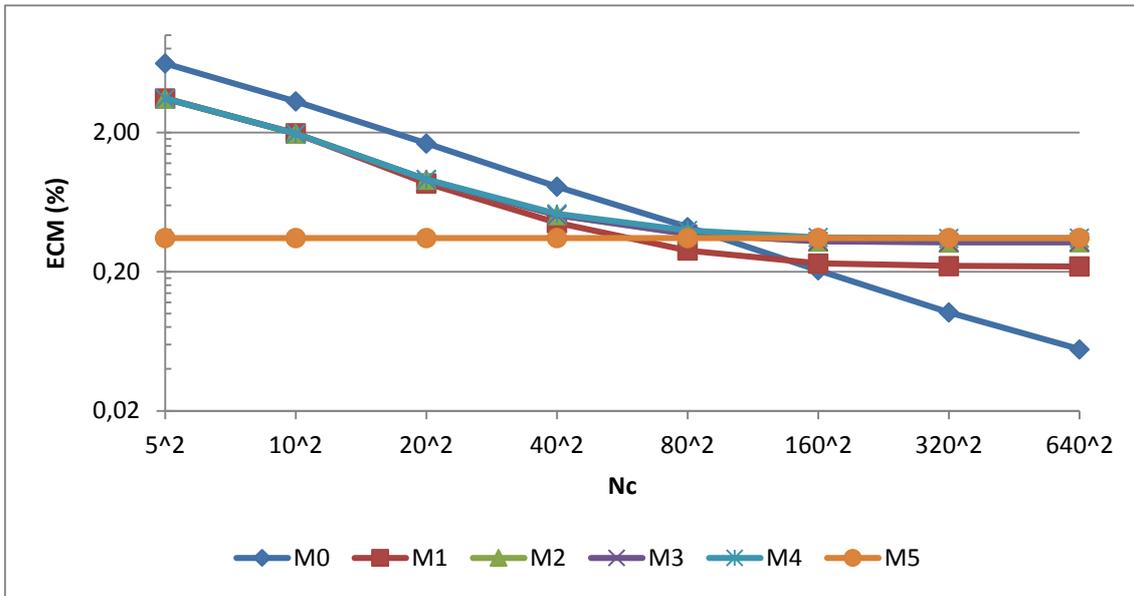


Figura 4.18. ECM de cada una de las técnicas en función de Nc. Eje de ordenadas en escala logarítmica.

En relación a los tiempos de computación, en la figura 4.19 se aprecia que los métodos *M0* a *M4* (basados en trazado de rayos) presentan unos tiempos de ejecución dependientes de la resolución exigida. Al contrario, los tiempos de ejecución de *M5* son independientes de la resolución exigida.

En la gama de resoluciones analizada, las razones mínima y máxima, definidas por el cociente entre los tiempos de ejecución del método *M0* y de los métodos *M1* a *M4*, son respectivamente: 2,3 - 6,9; 2,8 - 6,4; 5,4 - 7,2; 10,7 - 22,6. El tiempo de ejecución usando *M5* es constante e igual a 1,42 s.

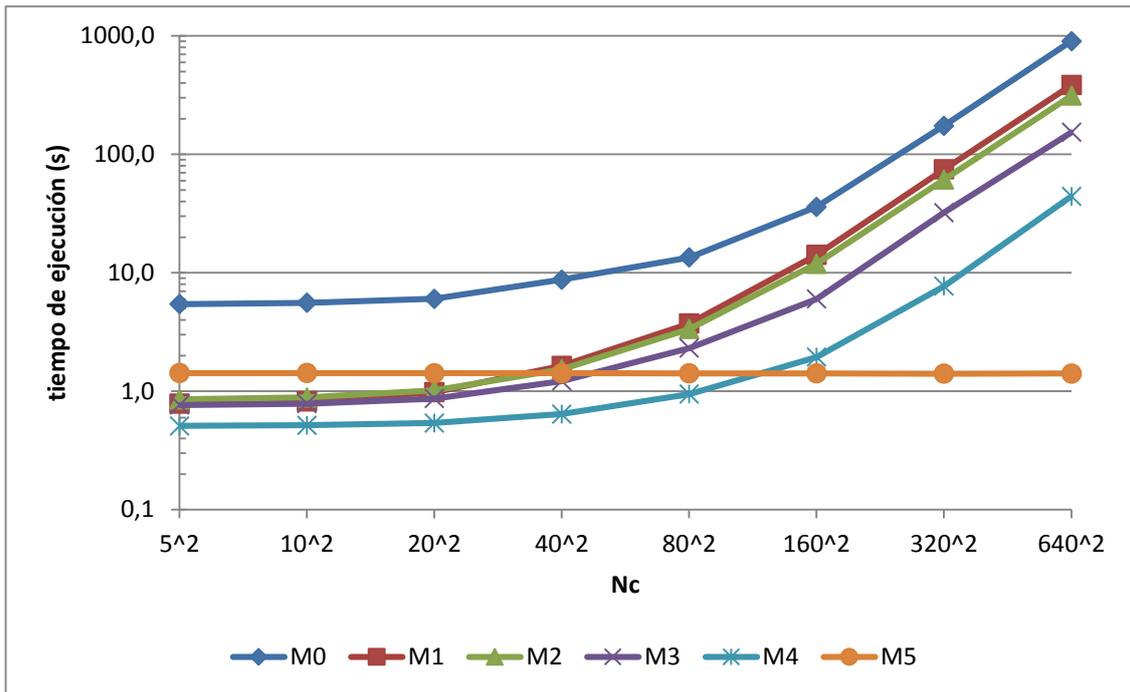


Figura 4.19. Tiempos de ejecución en segundos para cada una de las técnicas en función de N_c . Eje de ordenadas en escala logarítmica.

Finalmente, la figura 4.20 muestra los resultados de ECM en función de los tiempos de ejecución. Como se observa, el método de trazado de rayos convencional $M0$, es especialmente apropiado si se desean unos errores pequeños a costa de unos tiempos de ejecución elevados. Sin embargo, si el objetivo es desarrollar simulaciones rápidas como, por ejemplo, en problemas de optimización del diseño del subsistema óptico, los mejores métodos son $M4$ y $M5$, los cuales permiten reducir de forma importante los tiempos de ejecución a costa de una ligera pérdida de exactitud.

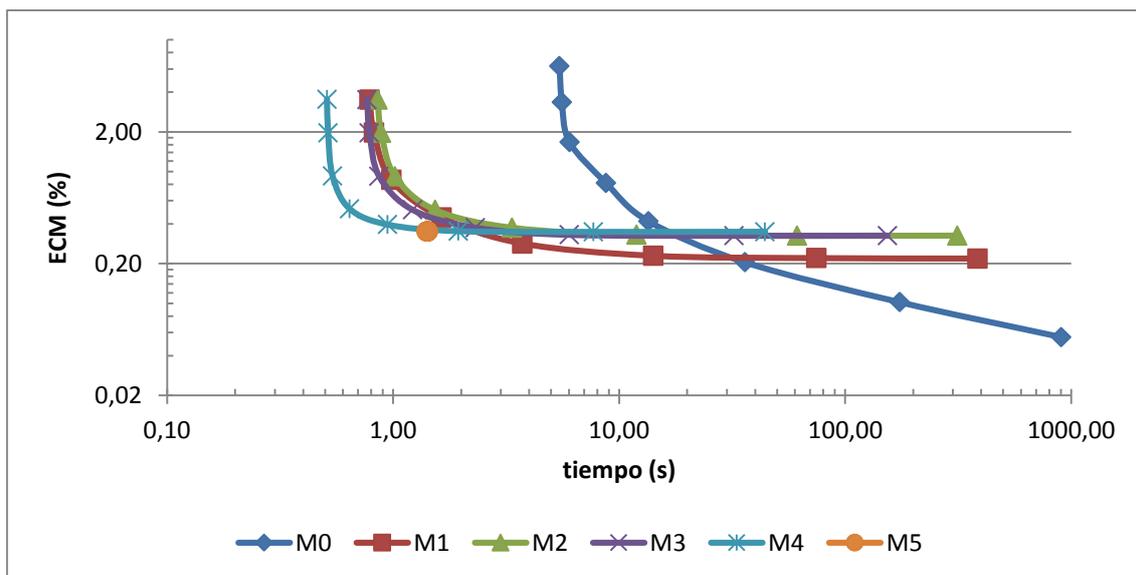


Figura 4.20. RMSE en función del tiempo de ejecución.

4.4.2. Análisis individualizado de heliostatos

A pesar de los buenos resultados obtenidos por *M4* y *M5* en relación a los tiempos de ejecución, es importante tener presente que estas prestaciones mejoradas van acompañadas de una divergencia en los resultados de rendimiento con relación al patrón de referencia.

En el presente apartado se analizará, de forma separada, los valores del rendimiento por sombras y del rendimiento por bloqueos, de un heliostato representativo del campo solar. Con ello se podrán realizar simulaciones a mayor resolución continuando en la progresión previamente utilizada. Asimismo, el patrón de referencia empleará mayor resolución ($1 \cdot 10^8$ rayos), siendo el resto de datos análogos a los considerados anteriormente.

En la figura 4.21 se muestra el rendimiento por sombras del heliostato seleccionado¹⁷. La discrepancia entre los métodos *M1* a *M3* (presentan los tres idénticos resultados numéricos) y el patrón de referencia es de $5,06 \cdot 10^{-2}$ (en tanto por ciento) a la máxima resolución analizada, por lo que la exactitud de estos métodos, en la evaluación del rendimiento por sombras, es elevada. Asimismo, los resultados del método *M4* tienden a los de *M5*. La discrepancia entre el resultado del método *M5* y el patrón de referencia es de $7,44 \cdot 10^{-2}$ (en tanto por ciento).

Los resultados obtenidos por los métodos *M4* (a elevadas resoluciones) y *M5* son ligeramente inferiores a las obtenidas por el resto de métodos. En este sentido se ha comprobado en otros dos heliostatos representativos, uno próximo a la torre y otro lejano a la torre, que las discrepancias entre los resultados obtenidos por *M5* y el patrón de referencia son, respectivamente: $7,72 \cdot 10^{-1}$ y $8,68 \cdot 10^{-2}$ (ambas en tanto por ciento). Es decir, la discrepancia se reduce 8,9 veces en el heliostato lejano.

Este resultado se atribuye a que *M4* y *M5* consideran a la superficie del heliostato como una lámina plana, mientras que el resto de métodos consideran que la superficie es una cuádrica elíptica. De ahí que los errores disminuyan en el heliostato lejano, puesto que el radio de curvatura es mayor, acercándose ésta a una superficie plana.

Por otra parte, los resultados obtenidos por *M1* a *M3* (iguales para cualquier resolución) son, asimismo, ligeramente inferiores a los obtenidos por el patrón de referencia (y *M0*). En este caso, los métodos *M0* a *M3* consideran que la superficie teórica del heliostato es una cuádrica elíptica.

Esta discrepancia se atribuye a la selección de los puntos de aplicación de los rayos incidentes y no a la dirección de éstos (MFS). En los métodos propuestos *M1* a *M3* los

¹⁷ El heliostato seleccionado se encuentra en la hilera número 17 de las 20 existentes. La distancia entre el centro del heliostato y el centro del blanco es de 689,1 m

puntos de cálculo o de aplicación de los rayos incidentes son uniformemente repartidos sobre un plano tangente a la superficie teórica del heliostato (cuádrica elíptica) en el punto más alto del pedestal y su componente local z es calculada posteriormente, de tal modo que pertenezcan a la cuádrica. Por el contrario, en el patrón de referencia (y $M0$), los puntos de aplicación de los rayos incidentes se crean en un plano generador, perpendicular a la dirección principal, con distribución uniforme. Posteriormente, la interacción entre los rayos incidentes (que seguirán el MFS elegido) con la superficie cuádrica dará lugar a los puntos de cálculo. Debido al proceso descrito, los puntos de cálculo obtenidos no seguirán una distribución uniforme sobre la superficie teórica del heliostato.

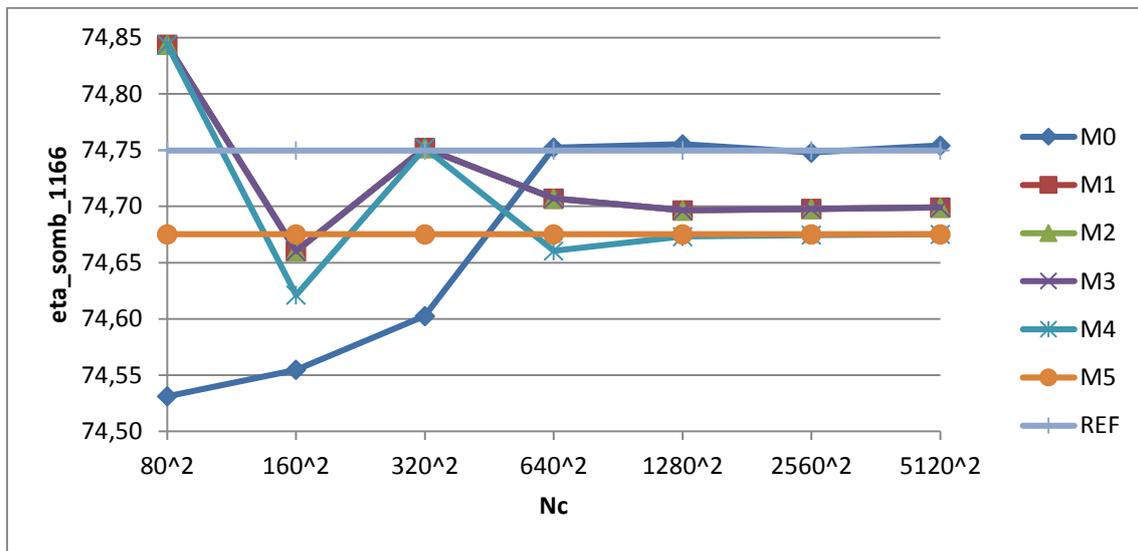


Figura 4.21. Rendimiento por sombras heliostato.

Este resultado tiene como consecuencia que existan zonas del heliostato con distinta densidad de puntos de cálculo. Si el sombreado se produce en la zona de menor densidad se tendrá un rendimiento por sombra superior al que se obtendría con los métodos $M1$ a $M3$ (en los que la densidad es uniforme) y viceversa. Este es el caso del heliostato analizado.

Para demostrar la afirmación anterior se procede a reiterar la ejecución con el método $M0$ y $1 \cdot 10^8$ rayos, configurando una superficie teórica esférica de radio muy elevado. Se tiene que el rendimiento por sombras pasa de 74,7521% (superficie esférica) a 74,6750% (superficie plana). Ahora, la discrepancia entre el método $M0$ y $M5$ es de: $2,35 \cdot 10^{-4}$ (tanto por ciento).

La figura 4.22 muestra el rendimiento por bloqueos. En este caso, los resultados presentados por los métodos $M0$ y $M1$ tienden al patrón, mientras que el resto de métodos tienden a aproximarse entre sí. Por tanto, hay una desviación entre el patrón de referencia, $M0$ y $M1$, y el resto de métodos ($M2$ a $M5$). La magnitud de esta desviación puede cifrarse dando la discrepancia entre el método $M5$ y el patrón de referencia, que es de $2,57 \cdot 10^{-1}$

(en tanto por ciento). Lo que implica que la desviación es 3,5 veces más elevada que la misma discrepancia en sombras.

Estos resultados son consecuencia de que, con objeto de simplificar los cálculos, los métodos *M2* a *M5* consideran que todos los rayos reflejados concurren en el centro del blanco. Esta circunstancia no ocurrirá en el patrón de referencia, *M0* o *M1*. Lo que repercute en que los métodos *M2* a *M5* sobreestimen el rendimiento por bloqueos, es decir, dan lugar en las altas resoluciones a resultados de rendimiento superiores a los obtenidos por el patrón, *M0* o *M1*.

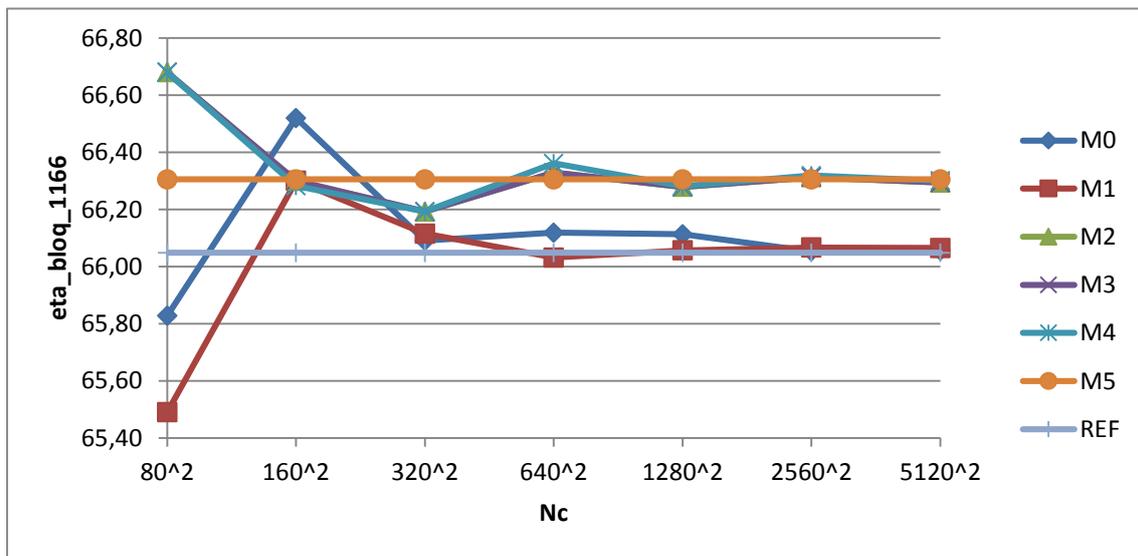


Figura 4.22. Rendimiento por bloqueos.

Es importante destacar que los resultados obtenidos por el método *M1* tienden al patrón (y *M0*), a pesar de que *M1* operó exclusivamente con el reflejo especular de la dirección principal.

Como complemento a lo indicado resulta necesario estudiar la influencia del MFS y los errores ópticos en los resultados de rendimiento por sombra y por bloqueos.

En la tabla 4.7 se presentan los resultados de rendimiento por sombras y por bloqueos para el heliostato objeto de estudio, obtenidos con el método *M0* y una resolución igual a la del patrón ($1 \cdot 10^8$ rayos), para distintos MFS. Las características del método *M0* hacen que los resultados sean ligeramente distintos en cada ejecución (con desviación estándar menor cuando mayor es la resolución), por lo que se procede a indicar la media aritmética y desviación estándar, tras la realización de diez ejecuciones del problema objeto de estudio.

MFS	puntual		pillbox		gaussiano	
	η_{somb}	η_{bloq}	η_{somb}	η_{bloq}	η_{somb}	η_{bloq}
Media	74,7527	66,0572	74,7568	66,0593	74,7521	66,0604
Des. estándar	0,0044	0,0061	0,0043	0,0061	0,0037	0,0079

Tabla 4.7. Rendimiento por sombras y por bloqueos para distintos MFS.

Por otra parte, en la tabla 4.8 se presentan los resultados del rendimiento por sombras y por bloqueos, obtenidos con el método *MO* y una resolución igual a la del patrón ($1 \cdot 10^8$ rayos). Los datos son análogos a los empleados para el patrón, pero en este caso se aplican unos errores macroscópicos y microscópicos de 2 y 1 mrad, respectivamente¹⁸. De nuevo se indican los valores medios y desviación estándar a partir de un total de diez ejecuciones.

MFS	gaussiano	
	eta_somb	eta_bloq
Media	74,7523	66,0608
Des. estándar	0,0045	0,0062

Tabla 4.8. Rendimiento por sombras y por bloqueos en el caso de errores ópticos distintos de cero.

A la vista de las tablas 4.7 y 4.8 se concluye que las discrepancias son mínimas, lo que permite afirmar la escasa influencia del MFS y de los errores ópticos, tanto en el cálculo de sombras como en el de bloqueos.

Estos resultados se explican por el hecho de que las fdps empleadas en la generación, tanto de rayos incidentes (MFS) como de rayos reflejados (MFS + errores), son axil-simétricas.

En la figura 4.23 se esquematiza el efecto de un MFS axil-simétrico en la producción de sombras y regiones de penumbra. Al incrementar el número de rayos trazados, los rayos en la zona de penumbra, a un lado y otro del límite delimitado por la dirección principal se equilibran o igualan.

¹⁸ Hasta el momento, el patrón de referencia (y *MO*) emplearon errores nulos.

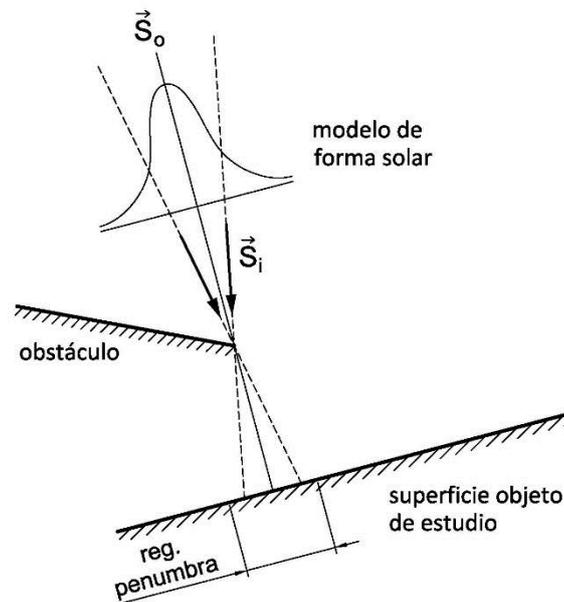


Figura 4.23. Esquema creación de región de penumbra en método M0.

4.5. Adaptación de los algoritmos de cálculo de sombras y bloqueos a la GPU

El cálculo del rendimiento por sombra y bloqueos y, en general, la simulación y optimización del diseño del subsistema óptico de centrales termosolares de torre, especialmente con campos poblados, resoluciones moderadas o altas, o bien con un número de instantes elevado, suponen un esfuerzo computacional intensivo. Este tipo de códigos pueden beneficiarse de la denominada paralelización o escalado horizontal (Altman 2015), para ello se recurre a la utilización de CPUs multinúcleo, GPUs, FPGAs o cluster de computadores.

La Unidad de Procesamiento Gráfico o GPU (Graphics Processor Unit) es un coprocesador dedicado al procesamiento gráfico dedicado a acelerar la ejecución de operaciones gráficas y a liberar la carga de trabajo de la CPU, que puede dedicarse a otras tareas.

A diferencia de las CPUs, las GPUs se caracterizan por la integración de un gran número de núcleos¹⁹ los cuales funcionan habitualmente a menores frecuencias que los de las CPUs²⁰.

¹⁹ La tarjeta de computación Nvidia Tesla K80, dispone de dos procesadores Kepler GK210, totalizando 4.992 núcleos a 875 MHz y 24 GB de memoria RAM en una sola unidad. Esta GPU alcanza los 8,73 Teraflops en simple precisión y 2,91 Teraflops en doble precisión.

²⁰ Mientras que las frecuencias de operación de los núcleos de una CPU actuales suelen estar comprendidos habitualmente entre 3 a 4 GHz, los de las GPUs no suelen superar 1 GHz.

Esta arquitectura se presta especialmente a la ejecución de aquellas operaciones de cálculo aritmético intensivo, tanto con números enteros como con números en coma flotante en simple y doble precisión (32 y 64 bits, respectivamente), las cuales puedan paralelizarse. Es decir, la aplicación descompone la tarea a ejecutar en sub-tareas, las cuales son ejecutadas por una cierta cantidad de núcleos. Una vez completadas las operaciones, los resultados son agrupados y devueltos por la aplicación.

Otra característica diferenciadora es que las GPUs se encuentran conectadas al equipo informático a través del bus PCI-E. Se comprueba que, la transferencia de información hacia o desde la GPU, constituye un cierto “cuello de botella” en las aplicaciones.

De acuerdo con lo indicado, las premisas esenciales para sacar el máximo provecho a este hardware son:

- Las tareas a ejecutar en la GPU han de ser apropiadas para su fácil procesamiento en paralelo. Por ejemplo, operaciones aritméticas o trigonométricas básicas aplicadas a todos los elementos de una matriz.

- Que la tarea a procesar sea exigente desde el punto de vista computacional. Es decir, que se opere con grandes matrices, lo que implica que intervendrán el mayor número de núcleos posible. Esto equivale a decir que el porcentaje de carga de la GPU se debe mantener alto.

- Se debe minimizar la transferencia de datos hacia o desde la GPU.

Para comparar las prestaciones ofrecidas por la CPU y GPU utilizados en el presente documento²¹, se realiza en Matlab un código basado en realizar el producto de dos matrices cuadradas (figura 4.24) con un número de filas N creciente e iguales a: 64, 128, 256, 512, 1.024, 2.048 y 4.096²². Los cálculos se realizan tanto en simple (SP) como en doble precisión (DP). Las velocidades máximas ofrecidas por la CPU son: 189,5 y 91,9 GFLOPS (SP y DP, respectivamente); mientras que para la GPU son: 3.871,3 y 1.378,5 GFLOPS (SP y DP, respectivamente).

²¹ El equipo informático de pruebas dispone de una CPU basada en Intel i5-3570 a 3.4 GHz, con 4 núcleos y 32 GB de memoria RAM. Por otra parte, la GPU está basada en un procesador Kepler GK110, a 980 MHz, 2.880 núcleos y 6 GB de memoria RAM.

²² La velocidad de ejecución dada en FLOPS vendrá dada por $(2 \cdot N^3 - N^2)$ dividido por el tiempo ejecución en segundos. Puesto que, para realizar el producto de dos matrices cuadradas se requieren N^3 productos y $N^2 \cdot (N-1)$ sumas.

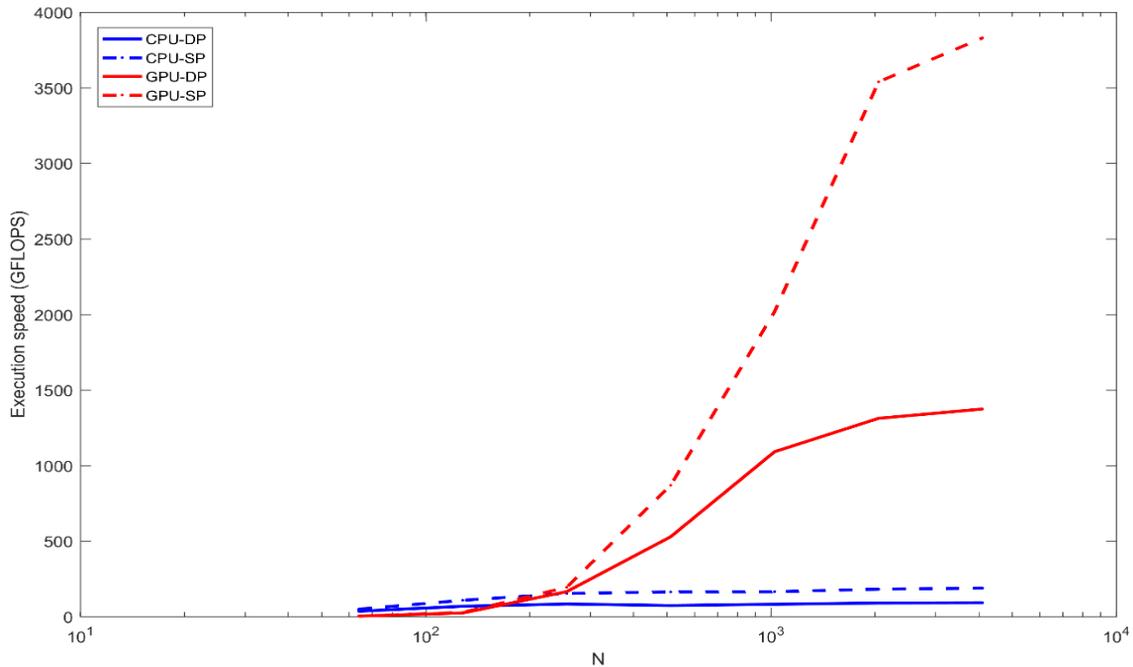


Figura 4.24. Comparativa velocidad de ejecución en GFLOPS CPU y GPU basado en el producto de matrices cuadradas de N filas.

En la figura 4.24 se destaca que la razón de tiempos de ejecución CPU/GPU es menor a la unidad con matrices de pequeño tamaño, concretamente hasta las 203 y 163 filas, para SP y DP, respectivamente. A partir de estos valores, la razón CPU/GPU comienza a ser mayor a la unidad, alcanzado una razón máxima de: 20,4 y 15,0 para SP y DP, respectivamente.

En el presente epígrafe se pretende comparar los tiempos de ejecución obtenidos por las versiones optimizadas para CPU y GPU²³ relativas a la ejecución del ejemplo de pruebas presentado en el epígrafe 4.4 con la metodología *M4*. Los resultados de tiempos de ejecución para la CPU fueron obtenidos en el citado apartado. La gama de resoluciones objeto de estudio es análoga a la empleada en el epígrafe 4.4.

²³ Tanto en las versiones CPU como GPU las operaciones procesadas son siempre en doble precisión (64 bits).

Nr	M4-CPU	M4-GPU	razón GPU/CPU
5 ²	0,51	0,26	2,0
10 ²	0,52	0,26	2,0
20 ²	0,54	0,27	2,0
40 ²	0,64	0,32	2,0
80 ²	0,95	0,38	2,5
160 ²	1,95	0,83	2,5
320 ²	7,71	1,39	5,6
640 ²	44,20	3,03	14,6

Tabla 4.9. Tiempos de ejecución en segundos en las versiones optimizadas para CPU y GPU, así como razón de tiempos GPU/CPU.

Se comprueba como la razón de tiempos de ejecución se mantiene en valores bajos en la zona de bajas resoluciones. Al contrario, cuando la resolución o número de rayos es elevado, la razón de tiempos exhibe las mayores discrepancias superando ampliamente un orden de magnitud.

Se pone de manifiesto cómo la tecnología GPU puede proporcionar un incremento notable en la velocidad de ejecución de operaciones consistentes en grandes operaciones aptas para ser procesadas en paralelo y en las que se minimicen las transacciones CPU-GPU y viceversa

4.6. Conclusiones

En el presente capítulo se presenta, en su primera parte, una metodología orientada a la preselección de heliostatos susceptibles de sombrear y bloquear a cualquier heliostato del campo, y que consta de tres niveles de filtrado o preselección.

Los dos primeros niveles de filtrado y preselección reducen el número de candidatos a procesar de una manera significativa para cualquier instante de cálculo, mientras que el tercer nivel de preselección está especialmente indicado en aquellos instantes en los que la altura solar es reducida.

Se constata cómo la tasa de reducción de candidatos está en consonancia con la reducción en los tiempos de ejecución del cálculo de sombras y bloqueos propiamente dicho. Asimismo, se comprueba que la reducción progresiva de candidatos efectuada en cada uno de los niveles de filtrado propuestos no tiene afectación sobre los resultados de rendimiento por sombras y bloqueos.

En la segunda parte del capítulo se presentan cinco metodologías simplificadas para el cálculo del rendimiento por sombras y bloqueos, concretamente: trazado de rayos simplificado 1, trazado de rayos simplificado 2, punto contenido en superficie radiada, homología y operaciones booleanas. Con idea de permitir su comparación se empleó una

metodología suficientemente contrastada, basada en TRMC, con elevada resolución y tiempos de ejecución.

Cualquiera de los métodos *M1* a *M5* expuestos sería compatible con su utilización en aplicaciones de optimización del diseño del subsistema óptico, así como en códigos de basados en trazado de rayos, convolución y cono óptico, donde se requiera exactitud de resultados y tiempos de ejecución notablemente inferiores a las técnicas de trazado de rayos tradicional, que presentan gran exactitud, pero a costa de unos tiempos de ejecución elevados.

Adicionalmente, dos de las metodologías propuestas, homología y operaciones booleanas, presentaron unas características singulares que las hacen interesantes. Concretamente, la técnica basada en homología reduce de forma significativa los tiempos de ejecución, mientras que los resultados y los tiempos de ejecución de la técnica basada en operaciones booleanas son independientes de la resolución exigida.

Los métodos basados en homología y operaciones booleanas convergen el uno al otro y subestiman ligeramente el rendimiento por sombras, lo que se debe a la consideración de la superficie del heliostato como una lámina plana en lugar de una superficie cuádrlica elíptica. Esta discrepancia decrece al aumentar la distancia de separación entre heliostato y torre.

En el cálculo del rendimiento por sombras, se constató que los métodos propuestos, basados en las hipótesis de MFS puntual y superficie del heliostato como cuádrlica elíptica, presentaron unos resultados ligeramente inferiores en relación al basado en la técnica de TRMC. El resultado se atribuye a la distinta metodología empleada para la definición de los puntos de cálculo sobre la superficie del heliostato (uniformemente repartidos en los métodos propuestos y no uniformes en la técnica de TRMC).

En el cálculo del rendimiento por bloqueos, todos los métodos propuestos (salvo el trazado de rayos simplificado 1) sobreestimaron el citado rendimiento en comparación con la técnica basada en TRMC. En este caso, la razón se debe a que en estos métodos se considera que todos los rayos reflejados concurren en el centro del blanco. Asimismo, el método basado en trazado de rayos simplificado 1, que opera con los reflejos especulares de la dirección principal, converge con la técnica basada en TRMC.

Por otra parte, se comprobó cómo los resultados obtenidos eran prácticamente independientes del MFS y de la aplicación de errores ópticos. Este resultado se atribuye a que los rayos incidentes y reflejados se generan o distribuyen de acuerdo a una fdp axil-simétrica, dando lugar en las altas resoluciones a un balance numérico equivalente al caso de MFS puntual sin errores ópticos.

En la tercera parte del capítulo se realiza una comparativa de los tiempos de ejecución, de aplicaciones optimizadas para la CPU y GPU, enfocadas al cálculo del

rendimiento por sombra y bloqueos. Se constata cómo la tecnología GPU presenta unas tasas atractivas frente a la CPU cuando los cálculos a ejecutar consisten en grandes operaciones aptas para ser procesadas en paralelo y en las que se minimicen las transacciones CPU-GPU y viceversa; comprobándose que esta tecnología puede contribuir a la mejora significativa de las prestaciones en aplicaciones, computacionalmente exigentes, tales como la optimización del diseño del subsistema óptico en centrales termosolares de torre.

Bibliografía

- Altman, Y., 2015. *Accelerating MATLAB Performance: 1001 Tips to Speed Up MATLAB Programs*. CRC Press. London.
- Belhomme, B., Pitz-Paal, R., Schwarzbözl, P., Ulmer, S., 2009. A new fast ray tracing tool for high-precision simulation of heliostat fields. *Journal of Solar Energy Engineering-Transactions of the ASME* 131 (3).
- Besarati, S. M., Yogi Goswami, D., 2014. A computationally efficient method for the design of the heliostat field for solar power tower plant. *Renewable Energy*, 69, 226-232.
- Biggs, F., Vittitoe, C.N., 1979. *The Helios Model for the Optical Behaviour of Reflecting Solar Concentrators SAND76-0347*.
- Collado, F. J., Guallar, J., 2012. Campo: Generation of regular heliostat fields. *Renewable Energy* 46, 49-59.
- Collado, F. J., Guallar, J., 2013. A review of optimized design layouts for solar power tower plants with campo code. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 20, 142-154.
- Collado, F.J., 2009. Preliminary design of surrounding heliostat fields. *Renewable Energy* 34(5), 1359-1363.
- Enlace web de Matlab a la computación paralela, 2016. Disponible en: <https://es.mathworks.com/products/parallel-computing.html>.
- Gottschalk, S., Lin, M. C., Manocha, D., 1996. A hierarchical structure for rapid interference detection. In: *Proceedings of the 23rd Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques, SIGGRAPH '96*, New Orleans, LA, USA, August 04 - 09, 1996.
- Manson, D.S., 1974. Determination of areas and volumes of intersection of zones in old and new grids. Appendix B in the TOOREZ Lagrangian Rezoning Code, SLA-73-1057, by Thorne, B. J., Holdridge, B. B. Sandia Laboratories, Albuquerque, NM.

- Mount, D.M., 2002. Computational Geometry. Dept. of Computer Science, University of Maryland.
- Noone, C. J., Torrilhon, M., & Mitsos, A., 2012. Heliostat field optimization: A new computationally efficient model and biomimetic layout. *Solar Energy*, 86(2), 792-803.
- O'rourke, J., 2005. Computational Geometry in C. Cambridge University Press.
- Ortega, G., Rovira, A., 2017. Proposal and analysis of different methodologies for the shading and blocking efficiency in central receivers systems. *Solar Energy*, 144, 475-488.
- Sassi, G., 1983. Some notes on shadow and blockage effects. *Solar Energy*, 31(3), 331-333.
- Snyder, J. P., 1987. Map Projections Working Manual. US Geological Survey, Professional paper 1395, Washington.
- Suh, J.W., Kim, Y., 2014. Accelerating MATLAB with GPU Computing. A Primer with Examples. Elsevier Inc.
- Wei, X., Lu, Z., Lin, Z., Zhang, H., & Ni, Z., 2008. Optimization procedure for design of heliostat field layout of a 1MWe solar tower thermal power plant. *Proceedings of SPIE - the International Society for Optical Engineering*, 6841.
- Yu, Q., Wang, Z., Xu, E., Zhang, H., Lu, Z., & Wei, X., 2012. Modeling and simulation of 1 MWe solar tower plant's solar flux distribution on the central cavity receiver. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 29, 123-136.

5. ANÁLISIS Y PROPUESTA DE DISTINTAS METODOLOGÍAS PARA EL CÁLCULO DE INTERCEPCIÓN EN CENTRALES TERMOSOLARES DE TORRE

5.1. Introducción

El presente capítulo está enfocado al cálculo del rendimiento por intercepción en el subsistema óptico de centrales termosolares de torre.

De forma similar a la evaluación del rendimiento por sombra y bloqueos, el rendimiento por intercepción es uno de los que requiere mayor esfuerzo computacional. Como se comentó en el capítulo 2, una fracción de la radiación reflejada (no bloqueada ni atenuada) por un heliostato que alcanza el receptor, puede quedar fuera del área de apertura, dando lugar a una pérdida, pues dicha fracción no resulta aprovechable. El fenómeno se debe a la conjunción de distintos errores atribuibles al subsistema óptico, los cuales se detallaron en el capítulo 2.

La siguiente revisión bibliográfica se circunscribe a aquellos códigos basados en trazado de rayos, pues las metodologías propuestas en el presente capítulo se encuadran dentro de esta técnica. Por consiguiente, no se considerarán en la presente revisión otros códigos basados en convolución o cono óptico, tales como: Delsol / Windelsol (Kistler, 1986), Helios (Biggs y Vittitoe, 1979), HFLCAL (Schmitz et al., 2006 y Schwarzbözl et al., 2009), campo (Collado y Turégano, 1986; Collado y Turégano, 1989; Collado, 2010; Collado y Guallar, 2013) o los propuestos por Noone et al. (2012), y por Besarati y Goswami (2014), entre otros.

De este modo en Leary y Hankins (1979) se detallan las características del código MIRVAL. Se trata de un código basado en trazado de rayos según el método de Monte-Carlo (TRMC) de primera generación desarrollado en Fortran por SNL (Sandia National Laboratories) en 1978 y concebido para la simulación de sistemas de receptor central (SRC). Fue creado con el propósito de evaluar de forma detallada las prestaciones de distintos tipos de heliostatos y para calcular la entrada de potencia térmica al receptor de la planta experimental *Solar One* de 10 MWe situada en las proximidades de Barstow (California).

El código cuenta con la definición detallada de cuatro modelos de heliostatos, así como tres tipos de receptor. Asimismo, tiene en cuenta la falta de uniformidad en el brillo del disco solar debido a los fenómenos de absorción y dispersión de los rayos incidentes en su paso a través de la atmósfera, además de los errores de apuntamiento, pendiente y por falta de specularidad. También tiene en cuenta la atenuación atmosférica de los rayos reflejados. En este sentido, la expresión matemática empleada por MIRVAL es la adoptada por la generalidad de códigos de simulación y optimización en SCR.

Posteriormente, en Schmitz et al. (2006), se amplía la expresión dada por Leary y Hankins (1979).

El código cuenta con dos modos de ejecución:

- Ejecución de potencia, orientada a la obtención del rendimiento del campo de heliostatos para un instante dado del año.
- Ejecución de energía, donde el usuario establece una fecha inicial y final, así como una altura solar mínima. El código determina la energía en el receptor durante el periodo de tiempo establecido cuando la posición del sol está por encima de la altura solar mínima indicada.

En ambos casos, el código cuenta con la posibilidad de obtener los resultados para el campo en su conjunto o bien para cada uno de los heliostatos del campo, así como para un subconjunto dado de heliostatos del campo.

El código puede obtener resultados gráficos, tales como mapas de densidad de potencia incidente sobre el receptor, gráficos de sombras y bloqueos del campo solar y mapas de fotones sobre planos seleccionados.

Las posiciones de los heliostatos del campo se proporcionan a través de un fichero de texto que contiene las coordenadas (x,y) de sus centros en relación a un sistema cartesiano cuyo origen coincide con el pie de la torre, el eje x orientado al este, y el eje y al norte. El código se encarga de orientar cada uno de los heliostatos del campo.

El programa requiere, como paso previo a cualquier modalidad de ejecución, el pre-procesado del fichero de posiciones de heliostatos, por medio de un subprograma denominado BOX. Este subprograma determina la denominada *caja de partición*, con la que se denomina a un paralelepípedo que circunscribe a todos los heliostatos del campo con independencia de su orientación, siendo sus aristas paralelas a los ejes del sistema cartesiano definido. Posteriormente, el subprograma subdivide la caja de partición en paralelepípedos más pequeños según una resolución dada. Finalmente, el subprograma asigna a cada una de estas sub-cajas los heliostatos del campo en función de su posición. Este agrupamiento es utilizado por el programa para determinar con mayor rapidez cual será el heliostato sobre el que incida un rayo de luz objeto de estudio.

En el proceso iterativo seguido se comienza por la generación de los rayos de luz incidentes. Esta metodología es similar en la mayor parte de los códigos de TRMC, y se basa en los siguientes pasos:

- Se determina la posición del sol para el instante de cálculo y latitud dadas.
- Seguidamente se genera un rayo de luz en base a un proceso que consta de tres fases:
 - o Se generada de forma aleatoria un rayo de luz según el MFS.

- Posteriormente, se proyectan las caras de la caja de partición sobre un plano generador perpendicular al rayo de luz generado en el paso anterior.
- Finalmente, se determina un punto aleatorio con distribución uniforme sobre el plano definido en el paso anterior, el cual se considera el punto de aplicación del rayo de luz incidente.

Se considera que la potencia asignada al rayo viene dada por:

$$P = A_D \cdot \frac{I}{N} \quad (5.1)$$

donde A_D es el área de la proyección descrita, I es el valor de la Irradiancia Normal Directa (IND) y N el número total de rayos a trazar.

En lo concerniente al resto del proceso, destaca la metodología seguida para determinar qué heliostato del campo, si existe alguno, es el involucrado en el proceso de intersección del rayo de luz trazado. Para ello, se determinan los puntos de entrada y salida del rayo de luz incidente con la caja de partición. En función de esta información, el código determina qué sub-caja está involucrada y los heliostatos correspondientes a la misma. Finalmente, se determina cuál sería el primer heliostato alcanzado por el rayo de luz incidente. Un proceso similar se emplea para la determinación de la posibilidad de bloqueos del rayo reflejado.

Si el rayo de luz analizado impacta en el suelo, es absorbido por la superficie reflectante del heliostato, bloqueado, atenuado, etc., se incrementa en una unidad una variable de tipo contador correspondiente, se descarta el rayo de luz en curso y se comienza el proceso con otro rayo.

Algunas simplificaciones consideradas son las siguientes:

- Se considera que, a efectos de determinar el punto de intersección de los rayos de luz incidentes con la superficie reflectante del heliostato, las facetas de los mismos son planas. Posteriormente, se determina el punto de intersección corregido, el cual se considera emplazado en el punto de intersección de la superficie real del espejo con el segmento que une el punto de intersección ficticio obtenido y el centro de curvatura.
- Se considera que la comprobación de si el rayo incidente corresponde a un hueco entre facetas es un proceso no determinista. Es decir, se calcula el punto de intersección con la superficie reflectante del heliostato como si ésta fuera continua. Posteriormente, se genera un número aleatorio comprendido entre 0 y 1 con distribución uniforme, si el número aleatorio generado es mayor al cociente definido por la superficie reflectante real del heliostato dividido por la superficie bruta del mismo, se considera que el rayo objeto de estudio ha incidido en un hueco entre facetas.

- La reflectividad de los espejos es una constante igual a todos los heliostatos del campo y es independiente del ángulo de incidencia o de la longitud de onda.
- Salvo en el caso de receptor externo, el proceso de seguimiento de los rayos trazados se detiene en el plano de apertura, sin que se continúe el proceso hasta las caras del absorbedor.

En el caso de que la modalidad de ejecución sea de energía se aplican un mayor número de simplificaciones. Por ejemplo, los cálculos de sombras y bloqueos se realizan mediante relaciones trigonométricas aproximadas.

Una limitación del código se basa en el número limitado de heliostatos y receptores incluidos en el programa. En este sentido, los autores indican que es posible modificar el código para introducir otros tipos de heliostatos o de receptores.

En Wendelin (2003) se describen las principales características de Soltrace. Se trata de un código de TRMC de 2ª generación desarrollado por NREL (National Renewable Energy Laboratory). Soltrace es una herramienta de simulación de propósito general que permite la simulación de sistemas de concentración solar de distintas tecnologías, tales como colectores cilíndrico-parabólicos (CCP), colectores Fresnel (CF), discos parabólicos (DP), hornos solares (HS) y sistemas de receptor central (SRC).

Su primera versión data de 2003 estando programado en lenguaje Pascal. Desde entonces ha sufrido múltiples cambios. La última versión disponible (2012.7.9, Código Soltrace, 2016), se encuentra programada en lenguaje C++ y optimizada para su ejecución en múltiples núcleos de la CPU (hasta un total de 16).

El código permite seleccionar entre tres modelos de forma solar (MFS): pillbox, gaussiano y definido por el usuario. En este último caso, se puede definir la ley del MFS como una sucesión de tramos rectos cuyos vértices son definidos por el usuario.

En relación a los errores, se consideran los de pendiente y por falta de especularidad. Sin embargo, contrariamente a otras herramientas, no permite especificar de forma explícita los errores de apuntamiento, aunque éstos pueden incluirse en los errores de pendiente. Asimismo, se considera que ambos tipos de error siguen una función de densidad de probabilidad (fdp) normal bivalente axil-simétrica de media nula y desviación típica dada por el usuario.

En relación a las propiedades ópticas de las superficies intervinientes, puede considerar su reflectividad, transmisividad y refracción. En el primer caso, puede ser constante o bien una función del ángulo de incidencia definido por el usuario.

El código no permite especificar, de forma explícita, la atenuación atmosférica. Sin embargo, es posible su consideración al incluirse en la reflectividad.

Otra limitación del código es que la introducción de los datos geométricos que definen el subsistema óptico resulta tediosa, pues en el caso de un heliostato, es preciso definir para cada una de sus facetas, las coordenadas de su centro, dimensiones, geometría, componentes del vector normal y orientación (basada en los ángulos de Euler). Por consiguiente, la introducción de la información correspondiente a un campo de cientos de heliostatos en uno o varios instantes del año, requiere de un código programado por el usuario que permita obtener los datos requeridos por el programa.

Asimismo, en el Anexo 5 se indican una serie de limitaciones adicionales del programa.

El código posee una velocidad de ejecución importante paralelizando el problema de simulación en relación al número de rayos trazados. El usuario ha de especificar el número de rayos efectivos N_c que alcanzan el denominado *escenario 1*, es decir, el conjunto de heliostatos del campo solar. Para ello, el programa comenzará el proceso de trazado de rayos desde un plano perpendicular a la dirección principal emplazado a una distancia determinada del campo solar. Para alcanzar el número de rayos efectivos N_c deseado, el código tendrá que trazar un número mayor de rayos, pues una fracción de los mismos incidirán en el suelo o la torre. Por defecto, el programa establece un número máximo de rayos trazados igual a $10 \cdot N_c$.

Los resultados ofrecidos por el código consisten en un listado numérico que contiene, para cada rayo de luz trazado, las coordenadas del punto de intersección, componentes del vector director del rayo, identificador de la superficie y del escenario, así como el número de rayo correspondiente. Asimismo, dispone de la posibilidad de representar el mapa de fotones y de densidad de potencia de aquellas caras seleccionadas. Sin embargo, en este último caso, no desarrolla las caras del receptor. Por consiguiente, se requiere exportar la nube de puntos de intersección a un programa externo que permita la obtención de mapas de densidad de potencia e isolíneas.

Otra limitación del código es que no determina los rendimientos individuales de los heliostatos ni el global. Únicamente, se conoce el número total de rayos proyectados sobre el campo solar en su conjunto, y el número de impactos en cada superficie (heliostatos, torre y superficies del receptor incluida la apertura). De este modo, resulta compleja la evaluación de los rendimientos elementales de cada heliostato del campo. Asimismo, el valor de irradiancia ha de ser indicado por el usuario.

La simulación de heliostatos exentos es relativamente rápida, sin embargo, en el caso de campos de heliostatos, los tiempos de ejecución se incrementan de forma notable. Finalmente, el código no cuenta con soporte GPU.

En Blanco et al. (2005) se describen las características de Tonatiuh. Se trata de un de TRMC de segunda generación desarrollado por el CENER, concebido con las siguientes premisas:

- El código sea abierto, con objeto de que pueda ser utilizado y perfeccionado por la comunidad científica.
- Sea capaz de simular las principales tecnologías de concentración termosolar.
- Sea fácil de utilizar y aprender.
- Pueda ejecutarse en cualquier sistema informático con independencia del sistema operativo utilizado.

La última versión es 2.0.1 (Tonatiuh-programa, 2017) desarrollada en C++. Posee capacidad de cálculo paralelo en la CPU aprovechando los múltiples núcleos de la misma. Asimismo, el código dispone de una interfaz gráfica moderna y realista.

El código genera un fichero con los resultados del proceso de simulación que incluyen principalmente la potencia por fotón en vatios, así como las coordenadas de los puntos de intersección, identificador de la superficie y lado de la superficie (0 y 1, si corresponden a la parte trasera o frontal de la misma, respectivamente). El código requiere un post-procesador externo de los datos obtenidos con objeto de obtener mapas de densidad de potencia e isolíneas.

El código proporciona dos MFS: pillbox y Buie (Buie et al., 2003). El valor de irradiancia ha de ser consignado por el usuario. Asimismo, incluye seis modelos de transmisividad con objeto de considerar el problema de atenuación atmosférica, entre los que pueden destacarse los modelos propuestos por Leary y Hankins (1979) y Biggs y Vittitoe (1979).

El código fue validado con datos experimentales y los resultados fueron publicados en Mutuberría et al. (2011).

La generación de rayos trazados se fundamenta, al igual que Soltrace, en la aplicación de rayos desde un plano generador perpendicular a la dirección principal.

Resulta similar a Soltrace el proceso de definición individualizada de cada superficie. En cualquier caso, la interfaz de introducción de la información, basada en un navegador con organización jerárquica, se considera una mejora frente a Soltrace.

Adicionalmente, se pueden obtener versiones del código en 32 y 64 bits. En este último caso se posibilita el acceso a más de 4 GB de memoria RAM del sistema informático, lo que posibilita la simulación de sistemas con mayor resolución o número de rayos trazados. Finalmente, al igual que Soltrace, el código no cuenta con soporte GPU.

En Belhomme et al. (2009) se describen las principales características del código STRAL, desarrollado por el DLR (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt) y programado en lenguaje C++ orientado a objetos.

El código está especialmente enfocado a la obtención precisa de mapas de fotones, densidad de potencia e isolíneas de heliostatos exentos y campos de heliostatos en SRC.

La principal cualidad del código reside en la posibilidad de definir, con una elevada resolución, las normales en múltiples puntos de la superficie del heliostato. De este modo, se pueden definir de forma realista las irregularidades de la superficie reflectante del heliostato, tales como defectos de forma, ondulación, errores de canteo, etc. propios de cada heliostato. En el artículo analizado los autores emplearon un sistema de toma de datos basado en el principio de deflectometría aplicadas al heliostato real. Asimismo, las pruebas se realizaron dividiendo la superficie reflectante del heliostato en 40.000 subáreas/m² de superficie reflectante. El problema principal es la ingente cantidad de memoria requerida para simular plantas de unos centenares de heliostatos. Los autores indican que se requieren unos 79 Gbytes de memoria²⁴ para definir de este modo la planta PS10 (Sanlúcar la Mayor, Sevilla).

Otra característica diferenciadora, frente a los códigos tradicionales basados en TRMC, es que en STRAL el proceso de trazado de rayos no comienza en un plano generador perpendicular a la dirección principal y emplazado a cierta distancia sobre el campo de heliostatos, sino sobre el propio heliostato. Los autores indican que la aplicación de los rayos sobre el plano generador citado, con distribución uniforme, equivale a la consideración de una malla uniforme aplicada sobre la superficie reflectante del heliostato. Se considera que, tanto el vector normal como el vector solar, se aplican en los centros de las cuadrículas de malla.

Este enfoque presenta varias ventajas. En primer lugar, es compatible con la definición de la geometría del heliostato basada en la introducción de las normales. Además, se evita el proceso de cálculo de intersecciones de los rayos trazados con la superficie del heliostato, así como procesar rayos que inciden en el suelo. Finalmente, los autores indican que se pueden conseguir resultados equivalentes a la metodología clásica con menor número de rayos.

Otra característica importante del código es que realiza una preselección de heliostatos con potencial para sombrear y/o bloquear a cualquier heliostato del campo. La técnica empleada, designada comúnmente como *método de las esferas* fue descrita en la revisión bibliográfica realizada en el capítulo 4. Esta cualidad permite reducir los tiempos

²⁴ La cantidad de memoria indicada considera que se emplean números en coma flotante de simple precisión (4 bytes).

de computación, pues el código conoce cuales son los obstáculos que ha de considerar al calcular cada uno de los heliostatos del campo.

En el artículo citado, se comparan los tiempos de ejecución de MIRVAL y STRAL al simular ambos una configuración con 11 heliostatos correspondientes a la planta CESA-1 (PSA-Tabernas, Almería). Con resolución de $6,9 \cdot 10^6$ rayos, MIRVAL empleó 37 s frente a los 6 s de STRAL, siendo la razón de tiempos aproximadamente de 6. Al aumentar la resolución 12 veces, la razón fue 15.

La validación del código se realizó comparando las simulaciones y medidas reales de densidad de potencia en varios heliostatos de la planta CESA-1. En las simulaciones se empleó el MFS propuesto por Buie (Buie et al., 2003) con tres perfiles distintos (usando valores de razón circunsolar iguales a 0,5, 5 y 10%, respectivamente). El grado de concordancia obtenido en la validación fue excelente. Por otra parte, se constató que los distintos perfiles de MFS afectaban especialmente a los valores máximos de los mapas de densidad de potencia.

Finalmente, en Yu et al. (2012) se detallan las características principales del código HLFD desarrollado en Matlab. Se trata de un código basado en trazado de rayos, aunque se halla alejado de los planteamientos más tradicionales utilizados por los códigos de TRMC tales como MIRVAL, Soltrace o Tonatiuh.

De forma similar a STRAL los rayos no se aplican en un plano generador perpendicular a la dirección principal, sino sobre la superficie del heliostato, la cual se considera una porción de superficie esférica ideal sin huecos ni discontinuidades. La superficie del heliostato así definida se considera dividida en una malla uniformemente distribuida de tamaño $m \times n$, considerándose que los rayos incidentes se aplican en los centros de las cuadrículas de malla.

La dirección de los rayos reflejados se determina en base a las expresiones matriciales indicadas en el artículo, empleándose tres sistemas de referencia cartesianos para ello (los asociados a la torre, al heliostato y al receptor). Los errores ópticos se introducen en las citadas relaciones, aunque solo se consideran los errores de apuntamiento. No se detallan los tipos de MFS proporcionados por el programa.

Las expresiones para la determinación de las intersecciones de los rayos reflejados con las caras del receptor poliédrico referido en el artículo, permiten una ejecución eficiente desde el punto de vista computacional. Asimismo, el código tiene capacidad para obtener mapas de fotones y de densidad de potencia.

La principal ventaja del código reside en su capacidad para simular una configuración existente en un instante dado, así como optimizar el subsistema óptico en SRC. Los aspectos relativos a esta faceta del programa se detallarán en el capítulo 6.

Los valores de irradiancia empleados, como se comentará en el capítulo 6, obedecen a un modelo teórico para cielo despejado.

El procedimiento seguido por HFLD para realizar la preselección de heliostatos con potencial para sombrear y/o bloquear a cualquier heliostato del campo, así como el cálculo de sombras y bloqueos, se abordó en la revisión bibliográfica del capítulo 4.

El código fue validado comparando las simulaciones y medidas reales de densidad de potencia para un heliostato exento correspondiente a la planta SRC de demostración china DAHAN de 1 MWe, así como con la planta CESA-1 (PSA-Tabernas, Almería). El grado de concordancia obtenido fue moderado, presentando los mapas de densidad de potencia ciertas variaciones en su morfología. Los autores atribuyen estas discrepancias esencialmente a la definición geométrica de la superficie del heliostato, así como a ciertos errores no considerados (principalmente los de ondulación y curvatura).

Se concluye la presente revisión bibliográfica mencionando otros códigos no comerciales de simulación desarrollados por centros de investigación y grupos industriales que desarrollan proyectos de concentración termosolar, que permiten la simulación y optimización de instalaciones. Es el caso del código SOLVER (trazado de rayos para SRC) de SOLUCAR y SENSOL (trazado de rayos para SRC y CCP) de SENER (Relloso et al, 2006).

Como se apuntó en el capítulo 1, la ventaja principal de los códigos basados en TRMC reside en reproducción rayo a rayo de cada uno de los fenómenos intervinientes en el proceso de concentración termosolar, lo que permite modelar sistemas de concentración de cualquier tecnología por complejos que éstos sean. Por el contrario, debido precisamente a su carácter generalista, la introducción de la información geométrica de partida suele ser tediosa y lenta. Asimismo, no suelen disponer de capacidad de post-procesado de los mapas de fotones resultantes (requiriéndose exportar los resultados a un programa externo que los procese).

Los tiempos de computación, para una exactitud y precisión razonables, son relativamente altos, lo que los hace poco adecuados para resolver problemas de cálculo de la energía obtenida sobre el receptor a lo largo de un intervalo de tiempo dado (excepto MIRVAL), o procesos de optimización del diseño del subsistema óptico (excepto HFLD).

El objetivo fundamental del presente capítulo consiste en la propuesta de un código basado en técnicas de trazado de rayos que cumpla los siguientes requisitos:

- Se encuentre optimizado para la modelar la tecnología SRC.
- Se caracterice por la fidelidad a las técnicas clásicas de TRMC.
- Se facilite la introducción de la información geométrica del problema tales como las posiciones de los heliostatos, orientación de los mismos, geometría de los heliostatos, torre y receptor, etc.

- Tenga posibilidades de obtención directa de mapas de fotones, densidad de potencia y de isolíneas (en los dos últimos casos con superficies absorbedoras desarrolladas).
- Se disponga de versiones optimizadas para la CPU y GPU y se comparen sus prestaciones.

El código propuesto ha de ser validado por medio de un código basado en TRMC suficientemente contrastado y avalado por la comunidad científica. Asimismo, se precisa el análisis en la determinación del rendimiento por intercepción, de cara a determinar la aplicabilidad de la metodología propuesta en códigos de optimización del subsistema óptico en centrales termosolares de torre.

El presente capítulo comienza con la exposición de la metodología empleada en la generación de vectores aleatorios que sigan una fdp dada.

Posteriormente, se proponen dos códigos diferenciados, basados en trazado de rayos, para la simulación del subsistema óptico en centrales termosolares de torre. El primer código denominado *FRT* (Field Ray-Tracing) está basado en la metodología de TRMC, mientras que el segundo *HRT* (Homology Ray-Tracing) está basado en transformaciones homográficas.

Seguidamente, se procede a la validación de los resultados ofrecidos por los códigos propuestos *FRT* y *HRT*, para lo cual se empleará como referencia el código Soltrace (Wendelin, 2003). La validación se realiza en los casos de heliostato exento y campo norte de heliostatos con receptor de cavidad semi-hexagonal. El grado de concurrencia de los códigos se realiza comparando el error cuadrático medio (ECM) aplicado a los valores de densidad de potencia sobre el receptor.

Posteriormente, se procede a analizar los resultados de ambos códigos en la determinación exclusiva del rendimiento por intercepción, con el objetivo de establecer su idoneidad para su empleo en procesos de optimización del diseño del subsistema óptico.

Finalmente, se presentará una comparativa de los tiempos de ejecución de las versiones optimizadas para su ejecución en la CPU y GPU, de los códigos *FRT* y *HRT*.

Todos los códigos propuestos han sido desarrollados en Matlab v.2016b.

5.2. Generación de rayos incidentes según una función de densidad de probabilidad dada

Uno de los procesos básicos en cualquier código basado en trazado de rayos consiste en la generación de vectores aleatorios que sigan una fdp dada.

Estas fdps estarán asociadas, en general, al modelo de forma solar (MFS) y a los errores ópticos.

En general, ambas fdps suelen ser axil-simétricas, por lo que pueden expresarse como una función de la coordenada angular:

$$\frac{I(\theta)}{I(\theta = 0)} = \phi(\theta) \quad (5.2)$$

Un método plausible para la generación de N rayos incidentes aleatorios que sigan la fdp $\phi(\theta)$ es el de la *transformada inversa*. En lo sucesivo, se considera que $\phi(\theta)$ es axil-simétrica.

El problema planteado equivaldría, con suficiente aproximación, a la generación de N puntos aleatorios que sigan la fdp dada, en un plano emplazado a distancia unitaria del origen del sistema universal y cuya normal vendría dada por: la dirección principal en el caso del MFS, el reflejo especular en el caso de los errores por falta de especularidad, y la normal ideal o geométrica en el caso de los errores de pendiente.

Para ello, en general, se procede a la obtención de la fdp normalizada $\phi_n(\theta)$, tal que:

$$2\pi \int_0^{\infty} \text{sen } \theta \cdot \phi_n(\theta) d\theta = 1 \quad (5.3)$$

Puesto que los valores de θ son pequeños se puede suponer que su valor se aproxima al del seno. Por tanto, de forma aproximada, se tiene:

$$2\pi \int_0^{\infty} \theta \cdot \phi_n(\theta) d\theta = 1 \quad (5.4)$$

Posteriormente, se obtiene la función de distribución de probabilidad acumulada, la cual vendrá dada por:

$$\phi(\theta) = 2\pi \int_0^{\theta} \theta \cdot \phi_n(\theta) d\theta \quad (5.5)$$

De este modo, los valores de $\phi(\theta)$ variarán necesariamente entre 0 y 1.

Si u es un número aleatorio con distribución uniforme en el intervalo $[0,1]$, se ha de calcular θ , tal que: $\phi(\theta) = u$, y θ será un número aleatorio que sigue la fdp $\phi(\theta)$.

Puesto que, en la mayor parte de las ocasiones, la obtención de la función $\phi^{-1}(\theta)$ es compleja, los códigos desarrollados en el presente trabajo determinan tanto la fdp normalizada, como la acumulada, por métodos numéricos, empleando integración

numérica trapezoidal; obteniéndose los valores aleatorios θ , tal que $\phi(\theta) = u$, mediante interpolación lineal.

A modo de ejemplo, en la figura 5.1 se muestra el MFS de Allen (Allen, 1973) con $\mu = 0,84$ y $\nu = -0,20$, así como una sección radial practicada al histograma obtenido a partir de una nube de $N = 1 \cdot 10^8$ puntos aleatorios que siguen la fdp citada y empleando el proceso descrito.

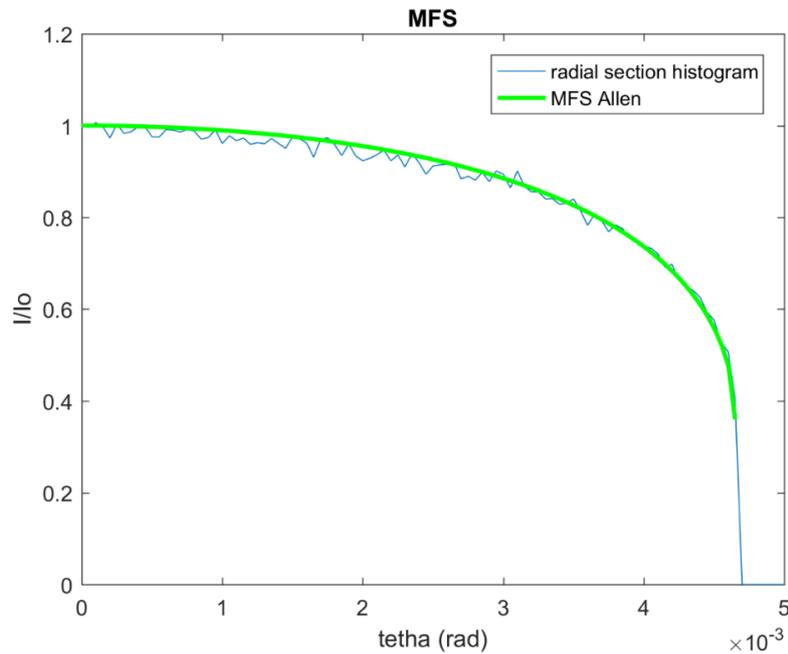


Figura 5.1. MFS de Allen con $\mu = 0,84$ y $\nu = -0,20$ y sección radial del histograma generado a partir de la nube de $N = 2 \cdot 10^8$ puntos.

En el caso particular de fdps de los tipos pillbox y gaussiano, una manera alternativa, más eficiente desde el punto de vista computacional, puede basarse en el empleo de las funciones propias de generación de números aleatorios disponibles en los lenguajes de programación de alto nivel. De este modo, si quieren generarse N puntos aleatorios que sigan una fdp pillbox puede emplearse:

$$\begin{aligned} x &= R \cdot \sqrt{m} \cdot \cos \alpha \\ y &= R \cdot \sqrt{m} \cdot \sin \alpha \end{aligned} \quad (5.7)$$

donde R radio de la fdp pillbox en mrad^{25} ; y , m y α son vectores columna de tamaño $N \times 1$, los cuales contienen números aleatorios según fdp uniforme $[0,1]$ y $[0,2\pi]$, respectivamente.

²⁵ Si se trata de una fdp asociada al MFS, R se considera igual al semi-ángulo en el vértice del cono de revolución que subtiende al disco solar (4,65 mrad).

Y para la fdp gaussiana:

$$\begin{aligned} x &= \sigma \cdot m' \\ y &= \sigma \cdot m'' \end{aligned} \quad (5.8)$$

donde σ es la desviación típica en mrad; y, m' y m'' son vectores columna de tamaño $N \times 1$, los cuales contienen números aleatorios según fdp gaussiana de media nula y varianza unitaria.

En relación a las fdp de error, los códigos desarrollados consideran dos tipologías: errores de pendiente y errores por falta de especularidad.

Los primeros están relacionados con las irregularidades de la superficie del heliostato a nivel macroscópico, mientras que los segundos lo están a nivel microscópico.

Los códigos desarrollados permiten emplear cualquier tipo de fdp en la aplicación de los errores macroscópicos y microscópicos, aunque, por defecto, se considera que cada uno de ellos sigue una fdp normal bivalente axil-simétrica de media cero y desviación típica dada por el usuario.

Aunque los errores de apuntamiento no se incluyen de forma explícita en las aplicaciones, éstos pueden considerarse, de forma aproximada, mediante su inclusión en los errores de pendiente. De tal modo que, la varianza del error macroscópico a considerar, vendría dada por:

$$\sigma^2 = \sigma^2_{pte} + \sigma^2_{apun} \quad (5.9)$$

5.3. Métodos de cálculo de incidencia basados en trazado de rayos

5.3.1. Trazado de rayos por el método Monte-Carlo (FRT)

El código denominado *FRT* (*Field Ray-Tracing*) se basa en la técnica de TRMC. Este algoritmo está basado en la aplicación de semirrectas S_i , generadas aleatoriamente según el MFS elegido, aplicadas en puntos asimismo aleatorios, contenidos en un plano generador (P) perpendicular a la dirección principal S_o , el cual se encuentra emplazado a una distancia conocida del heliostato objeto de estudio (figura 5.2).

Posteriormente se procederá a la determinación de la interacción de las citadas semirrectas con la superficie teórica del heliostato objeto de estudio y, seguidamente, la determinación de los reflejos correspondientes de acuerdo con las leyes de la óptica geométrica y la consideración de la reflectividad del heliostato y de los errores, tanto macroscópicos como microscópicos, intervinientes en el proceso y materializados cada uno de ellos a través de sus correspondientes fdps.

Asimismo, se ha de comprobar la interacción entre los rayos incidentes y reflejados con los heliostatos susceptibles de sombrear y bloquear, respectivamente, al que es objeto de estudio; habiéndose determinado previamente el subconjunto de heliostatos susceptibles de sombrear y bloquear a cada uno de los heliostatos del campo, así como los heliostatos que podrían ser sombreados por la torre.

En este sentido, tanto la preselección de heliostatos con potencial para sombrear y bloquear a cualquier heliostato del campo, como el proceso de cálculo de sombras y bloqueos, propiamente dicho, se ha detallado en el capítulo 4.

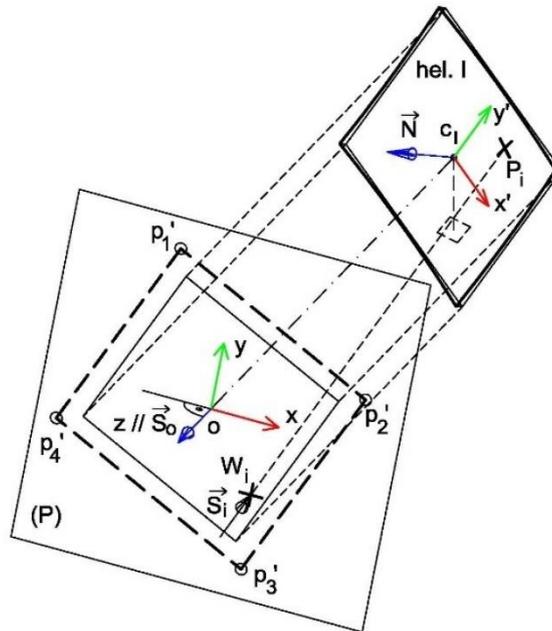


Figura 5.2. Esquema de generación de puntos de aplicación W_i sobre el plano generador (P).

Los fenómenos de reflectividad y atenuación atmosférica se introducen de forma no determinista.

La interacción de los rayos resultantes del proceso con las caras activas del absorbedor, previa comprobación de que estos pasan a través de la apertura del mismo, darán lugar al denominado mapa de fotones.

Finalmente, el post-proceso del citado mapa de fotones, según una determinada resolución de rejilla dada, permitirá la obtención de los denominados mapas de densidad de potencia y de isóneas, para lo que se considera que cada fotón o impacto posee el mismo valor de potencia.

La exactitud del método depende en gran medida del número de rayos N_r utilizados.

En líneas generales, el proceso seguido puede esquematizarse de la forma siguiente:

- 1) Se determina de forma aleatoria, según distribución uniforme, un punto W_i sobre el plano generador (P).
- 2) Se aplica en el punto W_i un rayo generado de forma aleatoria S_i , según el MFS elegido, y se calcula su intersección con la superficie teórica del heliostato, obteniéndose el punto P_i sobre la superficie del mismo, comprobando posteriormente si dicho punto de intersección pertenece a la superficie real del heliostato. En caso negativo se descarta el punto de aplicación W_i en curso y se vuelve al paso 1).

El proceso descrito en los pasos 1) y 2) se repite hasta alcanzar el número deseado de rayos efectivos N_c sobre el heliostato objeto de estudio.

- 3) Se comprueba si el rayo aplicado es sombreado por los heliostatos vecinos o por la torre. En el caso de que el rayo resulte no sombreado se continua con el proceso. En caso contrario, se descarta el punto de cálculo en curso y el rayo incidente correspondiente, y se toma el siguiente.
- 4) Se determina si el rayo incidente es reflejado en base a la función que relaciona la reflectividad del heliostato ρ con el ángulo de incidencia γ (figura 5.3). A partir del ángulo de incidencia γ_i del rayo aplicado se determina el valor de reflectividad asociado ρ_i . Posteriormente se genera un número aleatorio comprendido entre 0 y 1 con distribución uniforme. Si dicho valor es menor a ρ_i se continua con el proceso. En caso contrario, se descarta el punto de cálculo en curso y el rayo incidente correspondiente, y se toma el siguiente.

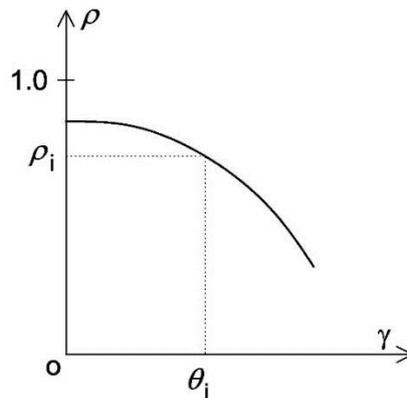


Figura 5.3. Reflectividad del heliostato ρ en función del ángulo de incidencia γ .

- 5) Se determina la dirección de la normal desviada N por el error de pendiente a partir de la normal ideal o geométrica N_g (figura 5.4).
- 6) Por aplicación de la ley de reflexión especular se determina el reflejo especular Re_i correspondiente al rayo incidente S_i en base a la normal desviada N .
- 7) Se determina la dirección del reflejo resultante R_i desviado por el error microscópico a partir del reflejo especular Re_i .

- 8) Se comprueba si el rayo aplicado es bloqueado por los heliostatos vecinos. En el caso de que el rayo resulte no bloqueado se continua con el proceso. En caso contrario, se descarta el punto de cálculo en curso y el rayo incidente correspondiente, y se vuelve al paso 3).
- 9) Se genera un número aleatorio comprendido entre 0 y 1 con distribución uniforme. Si dicho valor es menor a las pérdidas por atenuación atmosférica se continua con el proceso. En caso contrario, se vuelve al paso 3).
- 10) Se determina la intersección de \vec{R}_i con la superficie absorbidora del receptor, previa comprobación de que éste pasa por el interior de la apertura.

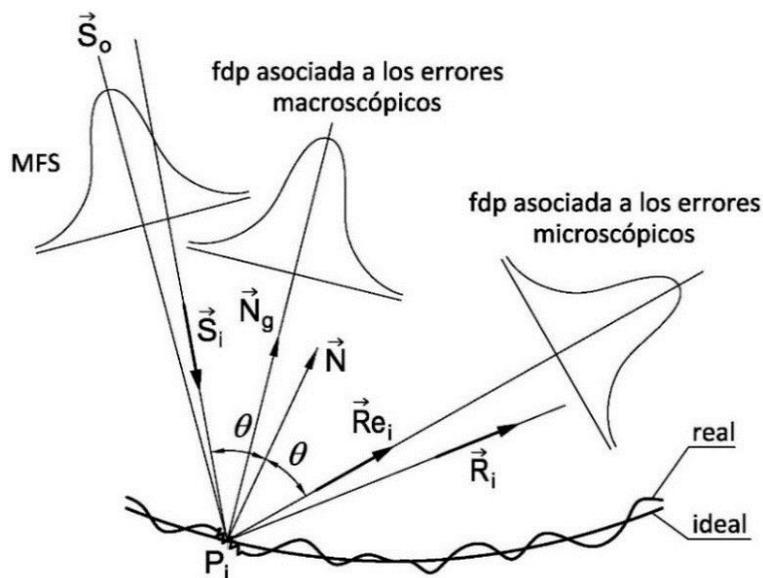


Figura 5.4. Esquema determinación reflejo resultante R_i a partir del rayo incidente S_i .

Con objeto de mejorar la tasa de éxito en el proceso iterativo constituido por los pasos 1 y 2, los puntos de aplicación W_i contenidos en (P) se generan en el interior del romboide de vértices p_i' homotético²⁶ al obtenido mediante proyección cilíndrica ortogonal de los vértices del heliostato objeto de estudio²⁷ sobre (P) (figura 5.5).

Para ello, el primer paso consiste en la generación de puntos aleatorios, con distribución uniforme, en el interior de un cuadrado de semi-lado unitario y, posteriormente, utilizando las funciones de forma nodales dadas en (5.10), se determinan las coordenadas correspondientes al sistema oxy mediante las expresiones dadas en (5.11).

²⁶ Siendo la razón de homotecia $k > 1$ y el centro de la homotecia el pie de la perpendicular trazada desde el centro del heliostato objeto de estudio C_i al plano generador (P) .

²⁷ Considerado el heliostato, en este aspecto, como una lámina rectangular plana. Por otro lado, se considera que el plano generador pasa por el centro del heliostato, con lo que el factor de semejanza a aplicar es mínimo y la tasa de éxito mayor.

$$\begin{aligned}
 N_1(u, v) &= \frac{1}{4}(1-u)(1+v) \\
 N_2(u, v) &= \frac{1}{4}(1+u)(1+v) \\
 N_3(u, v) &= \frac{1}{4}(1+u)(1-v) \\
 N_4(u, v) &= \frac{1}{4}(1-u)(1-v)
 \end{aligned} \tag{5.10}$$

Nótese que $N_i(u, v) = 1$ para el nodo i y cero en el resto.

$$\begin{aligned}
 x &= \sum_{i=1}^4 x_i \cdot N_i(u, v) \\
 y &= \sum_{i=1}^4 y_i \cdot N_i(u, v)
 \end{aligned} \tag{5.11}$$

La transformación indicada garantiza que la distribución de la nube de puntos obtenida es uniforme.

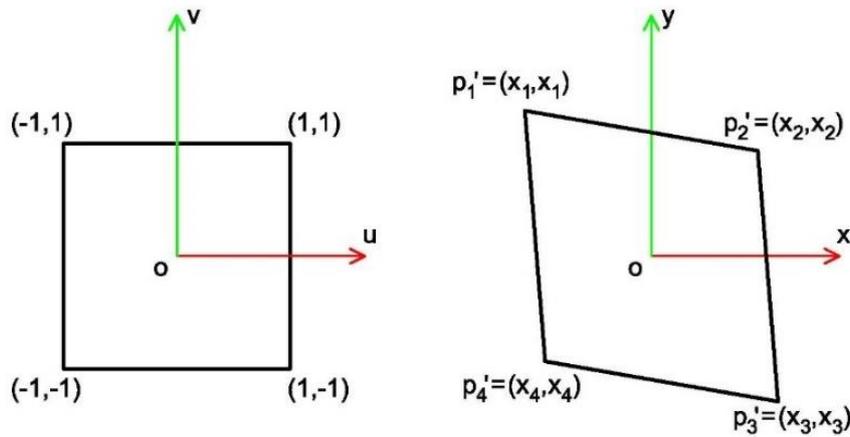


Figura 5.5. Generación de puntos aleatorios en el interior del romboide de vértices pi' .

En relación al paso 2), un procedimiento eficiente desde el punto de vista computacional para la determinación de la intersección entre recta y superficie esférica, se puede basar en las siguientes relaciones:

$$\mathbf{P}_i = [x_o + t \cdot x_d]\mathbf{i} + [y_o + t \cdot y_d]\mathbf{j} + [z_o + t \cdot z_d]\mathbf{k} \tag{5.12}$$

donde x_o, y_o, z_o son las coordenadas cartesianas de un punto cualquiera de la recta, tales como las del punto de cálculo W_i ; x_d, y_d, z_d son las componentes rectangulares del vector director de la recta; y t es el parámetro de la recta que viene dado a su vez por:

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \quad (5.13)$$

con:

$$a = x_d^2 + y_d^2 + z_d^2$$

$$b = 2 \cdot (x_o - x_c) \cdot x_d + 2 \cdot (y_o - y_c) \cdot y_d + 2 \cdot (z_o - z_c) \cdot z_d$$

$$c = (x_o - x_c)^2 + (y_o - y_c)^2 + (z_o - z_c)^2 - R^2$$

y en las que x_c, y_c, z_c son las coordenadas cartesianas del centro de la superficie esférica²⁸; y R radio de la superficie esférica²⁹.

Puesto que, en general, se tendrán dos soluciones para t , se ha de tomar la solución real (el discriminante ha de ser positivo) más cercana al plano generador (P), por lo que se ha de tomar la correspondiente al signo negativo en la expresión (5.13).

Las relaciones (5.12) y (5.13) presentan la ventaja de que los valores descritos pueden introducirse en formato matricial (como vectores columna). Por lo que su ejecución puede realizarse de múltiples rectas con una misma superficie esférica simultáneamente y, por tanto, de una manera eficiente desde el punto de vista computacional.

La comprobación de pertenencia del punto de intersección P_i en la superficie reflectante del heliostato se realiza mediante aplicación de la matriz de paso, desde coordenadas cartesianas absolutas a las locales $ox'y'$ asociadas al heliostato objeto de estudio (figura 5.2). Una vez calculadas bastará comprobar que:

$$-\frac{w}{2} \leq x_{Pi} \leq \frac{w}{2} \quad y \quad -\frac{h}{2} \leq y_{Pi} \leq \frac{h}{2} \quad (5.14)$$

donde w y h representan el ancho y alto del heliostato, respectivamente.

Por otro lado, en relación al paso 9), las pérdidas por atenuación atmosférica vienen definidas según Schmitz et al. (2006), como:

$$\begin{aligned} \eta_{aa} &= 0,99321 - 0,0001176 \cdot d + 1,97 \cdot 10^{-8} \cdot d^2 \quad \text{si } d \leq 1000 \text{ m} \\ \eta_{aa} &= e^{-0,0001106 \cdot d} \quad \text{si } d > 1000 \text{ m} \end{aligned} \quad (5.15)$$

²⁸ El centro de la esfera estará a lo largo del eje óptico del heliostato para canteo “sobre eje”.

²⁹ Se considera que R es igual a dos veces la distancia existente entre el centro del heliostato y el centro del blanco.

donde d representa la distancia existente entre el centro del heliostato y el centro del blanco.

Finalmente, la resolución de intersecciones de recta con plano y la posterior comprobación de pertenencia del punto obtenido en el interior de algún tipo de figura poligonal cerrada, constituyen subprocesos destacados desde el punto de vista computacional. La metodología seguida para ello es análoga a la expuesta en el epígrafe 4.3.1.

5.3.2. Trazado de rayos basado en transformación homológica (HRT)

5.3.2.1. Introducción a la transformación geométrica de homología

Sea P_i un punto de cálculo arbitrario sobre la superficie de un heliostato orientado en el que se aplica un haz de rayos incidentes S_i .

Sea (Q') el plano que representa la superficie absorbedora del receptor (o el plano de apertura), mientras que (Q) es un plano arbitrario. Sean q_i y q_i' los puntos de intersección del haz de rayos reflejados R_i , con los planos (Q) y (Q') , respectivamente.

Si se analiza la figura 5.6 se constata la presencia de un haz de rectas concurrentes en el punto de cálculo P_i cortado por dos planos cualesquiera.

La transformación geométrica biunívoca que relaciona los puntos producidos en las intersecciones del haz de rectas en los planos involucrados, como se dijo anteriormente, es una *homología*.

Si se adoptan unos sistemas de referencia cartesianos oxy y $o'x'y'$, coplanarios a cada uno de los planos involucrados, se tiene que la expresión matricial que permite relacionar los puntos homólogos de ambos sistemas de referencia viene dada por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} tx'_1 &= h_{11} \cdot x_1 + h_{12} \cdot x_2 + h_{13} \cdot x_3 \\ tx'_2 &= h_{21} \cdot x_1 + h_{22} \cdot x_2 + h_{23} \cdot x_3 \\ tx'_3 &= h_{31} \cdot x_1 + h_{32} \cdot x_2 + h_{33} \cdot x_3 \end{aligned} \quad (5.16)$$

En formato matricial la expresión anterior puede expresarse como:

$$tX' = H \cdot X \quad (5.17)$$

donde t es un factor de proporcionalidad debido al uso de coordenadas homogéneas; X y X' son vectores columna que contienen las coordenadas homogéneas de un punto y su homólogo, respectivamente; y H es una matriz 3x3 no singular, denominada *matriz de homografía*.

Si se denotan con (x,y) y (x',y') las coordenadas cartesianas correspondientes a los puntos X e X' , asociadas a los sistemas de referencia oxy y $o'x'y'$, respectivamente, se tiene que:

$$\text{Para } X': \begin{cases} x' = x_1/x_3 \\ y' = x_2/x_3 \end{cases} ; \quad \text{Para } X: \begin{cases} x = x_1/x_3 \\ y = x_2/x_3 \end{cases} \quad (5.18)$$

Una vez determinada la matriz de homografía en base a alguno de los procedimientos descritos en el epígrafe 3.5, se podrán aplicar las expresiones (5.17) y (5.18) para transformar las coordenadas de los puntos q_i del sistema oxy , obteniéndose las coordenadas de los puntos q_i' en el sistema $o'x'y'$.

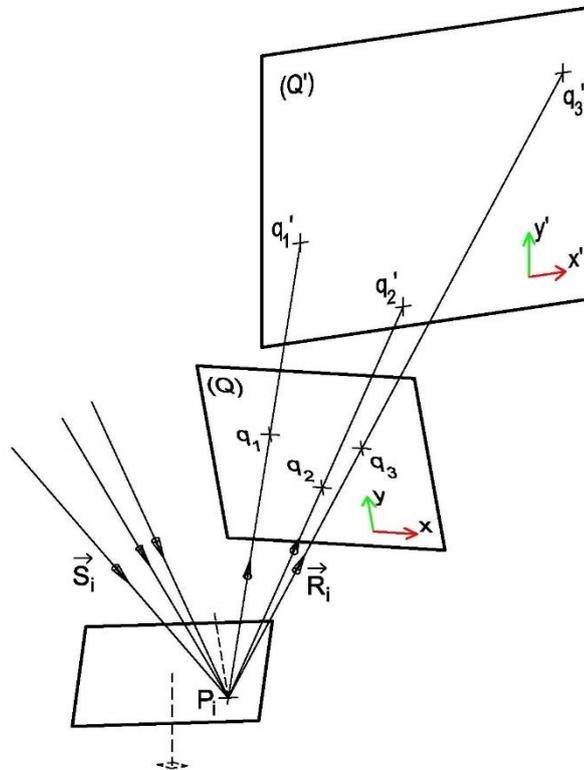


Figura 5.6. Esquema reflexión haz de rayos aplicado al punto de cálculo P_i .

5.3.2.2. Transformación homológica del MFS efectivo

El enfoque presentado en el epígrafe precedente requiere la utilización de puntos de cálculo P_i , tomados sobre la superficie del heliostato, en los que concurren haces de rectas. De este modo la proyección de N_r rayos totales sobre el heliostato puede materializarse a través de la selección de N_c puntos de cálculo y la aplicación de N_r/N_c rayos por punto de cálculo.

Por otra parte, se considerará que el plano (Q) es perpendicular al reflejo especular de la dirección principal en cada punto de cálculo, calculado con relación a la normal ideal o geométrica N_g .

Asimismo, la nube de puntos q_i situados en (Q) debe obedecer a la fdp denominada MFS efectivo (Biggs y Vittitoe, 1979), es decir, la fdp resultante de la consideración conjunta del MFS y errores intervinientes. De este modo los puntos contenidos en (Q) representarán los puntos de intersección de los reflejos del haz de rectas incidentes, habiéndose considerado todos los efectos de forma combinada.

Los citados puntos de cálculo P_i se toman uniformemente repartidos sobre la superficie del heliostato considerado como una lámina rectangular, según un sistema de referencia local $x'y'$ (figura 5.7).

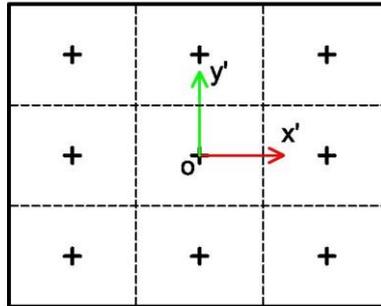


Figura 5.7. Esquema definición puntos de cálculo P_i sobre la superficie del heliostato.

El valor de la coordenada local z' vendrá dado, para el caso de superficie esférica, por la expresión siguiente:

$$z' = 2 \cdot d - \sqrt{(2 \cdot d)^2 - x'^2 - y'^2} \quad (5.19)$$

donde d es la distancia existente entre el centro del heliostato y el centro del blanco.

En líneas generales, el esquema seguido por el código *HRT*, basado en transformación homológica, es el siguiente:

- 1) Determinar las coordenadas del punto de cálculo P_i sobre la superficie teórica del heliostato, de acuerdo con las consideraciones indicadas anteriormente, y calcular en él la normal ideal o geométrica N_g .
- 2) Generar aleatoriamente las coordenadas de la nube de puntos asociada a la fdp resultante de la consideración conjunta del MFS y errores. Estos puntos se considerarán contenidos en un plano (Q) perpendicular al reflejo especular de la dirección principal, calculado con relación a la normal ideal o geométrica N_g y situado a distancia unitaria de P_i . En el epígrafe 5.3.2.3 se ofrecen más detalles de este paso.

- 3) Aplicar los conceptos de rendimiento por reflexión y atenuación atmosférica, mediante la eliminación aleatoria del número de puntos correspondiente en la nube de puntos obtenida en el apartado anterior.
- 4) Determinar la matriz de homografía en base a alguno de los procedimientos descritos en el epígrafe 3.5.
- 5) Obtener las coordenadas del resto de puntos sobre (Q') mediante aplicación de las relaciones (5.17) y (5.18).
- 6) Comprobar la pertenencia de los puntos obtenidos en el interior de la superficie delimitada en (Q').

Aunque la ejecución del paso 6) puede realizarse mediante el algoritmo de comprobación de pertenencia presentado en el epígrafe 4.2.3.3 (basado en producto vectorial), se utiliza el procedimiento descrito en el epígrafe 4.3.6 basado en transformación homológica de un cuadrilátero en cuadrado de semi-lado unitario, más eficiente que aquel desde el punto de vista computacional y aplicable a problemas de pertenencia que involucren cuadriláteros planos.

La ventaja principal de la técnica descrita se basa en la simplificación del proceso de obtención de intersecciones de recta con plano (solo se determinan cuatro por punto de cálculo) y la posterior comprobación de pertenencia de punto en cuadrilátero.

En este sentido, al ser la transformación homológica una correspondencia biunívoca, es posible introducir una variante en la metodología indicada, de tal modo que una vez obtenida la matriz de homología en el paso 4) se emplee la inversa de la matriz de homología para obtener sobre (Q) el contorno del polígono delimitado en (Q'), siendo este contorno, en general, un trapecoide.

Si se aplica esta técnica a un receptor de cavidad, se podría conocer de antemano qué rayos van a traspasar la apertura y en qué cara del absorbedor van a incidir. Lo que permite una gestión más eficiente del cálculo de incidencia.

5.3.2.3. Repercusión de los errores de pendiente en el reflejo especular

La metodología propuesta considera de forma conjunta todas las fdps intervinientes en el proceso de reflexión. Para ello, se recurre a la convolución de las fdps involucradas: MFS, errores de pendiente y errores por falta de especularidad, lo que da lugar al denominado MFS efectivo (Biggs y Vittitoe, 1979). Para proceder a la convolución de las fdps involucradas, éstas deben estar asociadas a un mismo plano de referencia (Q). Por consiguiente, es preciso determinar las características de la fdp correspondiente al error

de pendiente³⁰ asociada a dicho plano (Q). En las siguientes líneas se analiza la repercusión de los errores de pendiente en el reflejo especular.

De acuerdo con la ley de reflexión especular, el reflejo especular \mathbf{R} correspondiente al rayo incidente \mathbf{S} con respecto a la normal \mathbf{N} , viene dado por:

$$\widehat{\mathbf{R}} = 2 \cdot \widehat{\mathbf{N}} \cdot (\widehat{\mathbf{N}} \cdot \widehat{\mathbf{S}}) - \widehat{\mathbf{S}} \quad (5.20)$$

En la figura 5.8 se adopta un sistema de referencia $OXYZ$, donde OXY es tangente a la superficie teórica del heliostato en el punto de cálculo P_i , el eje Z está alineado con la normal ideal o geométrica \mathbf{N}_g , y el eje X con el rayo incidente \mathbf{S} . Asimismo, el plano Π contiene a los vectores \mathbf{S} , \mathbf{N}_g y \mathbf{R}_g ; mientras que Ω es un plano perpendicular a Π y contiene a \mathbf{R}_g .

Las componentes de los reflejos especulares \mathbf{R} y \mathbf{R}_g , referidas al sistema $OXYZ$, correspondiente al rayo incidente \mathbf{S} , con relación a las normales \mathbf{N} y \mathbf{N}_g , vendrán dadas, respectivamente, por:

$$\mathbf{R} = [2 \cdot N_x \cdot \cos \theta - S_x] \mathbf{i} + [2 \cdot N_y \cdot \cos \theta] \mathbf{j} + [2 \cdot N_z \cdot \cos \theta - S_z] \mathbf{k}$$

$$\mathbf{R}_g = -S_x \mathbf{i} + S_z \mathbf{k}$$

donde θ es el ángulo de incidencia.

Restando las expresiones anteriores se tiene que:

$$\mathbf{R} - \mathbf{R}_g = [2 \cdot N_x \cdot \cos \theta] \mathbf{i} + [2 \cdot N_y \cdot \cos \theta] \mathbf{j} + [2 \cdot N_z \cdot \cos \theta - 2 \cdot S_z] \mathbf{k}$$

Por tanto, las componentes bidimensionales del vector diferencia referidas al sistema $oxyz$ ³¹, cuyo eje z está alineado con \mathbf{R}_g y su eje y es paralelo al Y , son:

$$\mathbf{R} - \mathbf{R}_g = [2 \cdot N_x] \mathbf{i} + [2 \cdot N_y \cdot \cos \theta] \mathbf{j} \quad (5.21)$$

³⁰ La fdp correspondiente al MFS referida a (Q) coincide con la original, pues puede obtenerse mediante un giro de 180° con relación a la normal ideal o geométrica \mathbf{N}_g (reflexión especular) y teniendo en cuenta que dicha fdp se considera axil-simétrica. Por otra parte, la fdp correspondiente a los errores microscópicos ya se encuentra referida a (Q).

³¹ Coincidente con (Q).

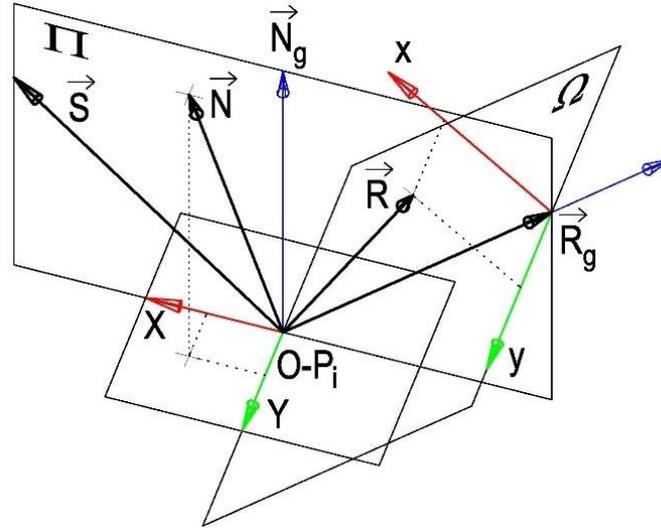


Figura 5.8. Esquema determinación reflejo resultante R_i a partir del rayo incidente S_i .

Por consiguiente, si la normal en el punto de cálculo P_i sigue una fdp normal bivalente axil-simétrica con desviación típica σ , el reflejo especular R_i correspondiente al rayo incidente S_i , seguirá asimismo una fdp normal bivalente, pero con desviaciones típicas:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= 2 \cdot \sigma \\ \sigma_2 &= 2 \cdot \sigma \cdot \cos \theta\end{aligned}\quad (5.22)$$

medidas en planos Π y Ω , respectivamente.

Por tanto, se verificará que las matrices de autovalores y autovectores de la fdp resultante, vendrá dadas, respectivamente, por:

$$D = \begin{bmatrix} 4\sigma^2 & 0 \\ 0 & 4\sigma^2 \cdot \cos \theta \end{bmatrix}\quad (5.23)$$

$$V = \begin{bmatrix} i_x & -i_y \\ i_y & i_x \end{bmatrix}\quad (5.24)$$

donde i_x, i_y , son las componentes rectangulares del vector unitario s , proyección del rayo incidente S sobre el plano OXY .

La matriz de covarianzas podrá obtenerse haciendo:

$$C = \frac{V \cdot D}{V} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \rho\sigma_1\sigma_2 \\ \rho\sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2 \end{bmatrix}\quad (5.25)$$

donde ρ es el coeficiente de correlación.

Finalmente, la expresión analítica de la fdp resultante viene dada por:

$$P(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left[-\frac{z}{2(1-\rho^2)}\right] \quad (5.26)$$

donde:

$$z = \frac{x^2}{\sigma_1^2} - \frac{2\rho xy}{\sigma_1\sigma_2} + \frac{y^2}{\sigma_2^2}$$

Con esta información pueden generarse los puntos aleatorios correspondientes a la fdp asociada al error de pendiente referenciados al plano (Q).

Finalmente, para obtener la nube de puntos aleatorios que sigan la fdp resultado de la convolución de las fdps intervinientes, se hace uso del siguiente teorema descrito en Kaminskiy (2012) el cual establece que: *si X e Y son dos variables aleatorias independientes con fdps, f_x y f_y , respectivamente, entonces la suma $Z = X + Y$ es una variable aleatoria con fdp f_z , donde f_z es la convolución de f_x y f_y .*

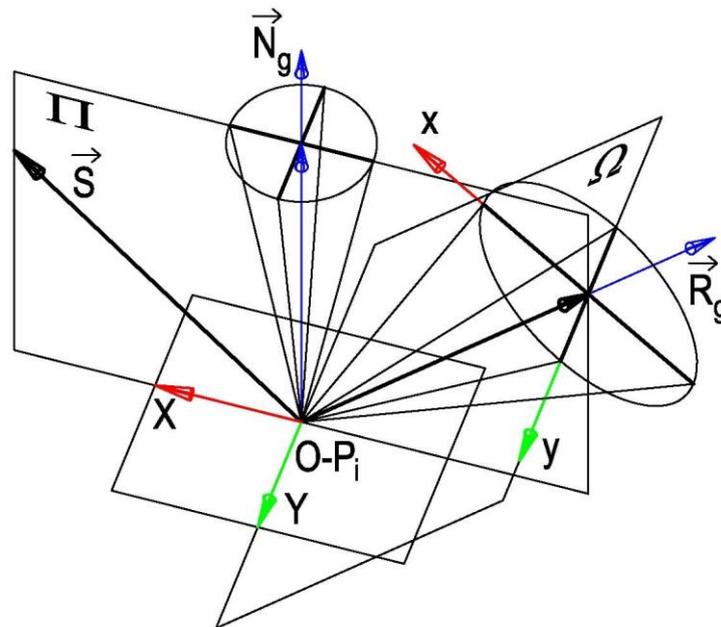


Figura 5.9. Esquema determinación reflejo resultante R_i a partir del rayo incidente S_i .

Es decir, la nube de puntos aleatorios que siguen la fdp resultante de la convolución de las fdps intervinientes, puede obtenerse sumando las coordenadas homónimas de las nubes de puntos generados según cada una de las fdps involucradas.

En el caso particular de que todas las fdps sean normales bivariantes axil-simétricas se tendrá en las expresiones (5.25) y (5.26) que:

$$\begin{aligned}\sigma_1'^2 &= \sigma_1^2 + \sqrt{\sigma_{MFS}^2 + \sigma_{espec}^2} \\ \sigma_2'^2 &= \sigma_2^2 + \sqrt{\sigma_{MFS}^2 + \sigma_{espec}^2}\end{aligned}\quad (5.27)$$

5.4. Mapas de densidad de potencia

De acuerdo con las hipótesis de partida, la determinación de la densidad de potencia radiante ϕ (W/m²) se fundamenta en el recuento de puntos de intersección por cuadrícula de rejilla N , según la expresión:

$$\phi_{i,j} = \frac{N_{i,j} \cdot (IND \cdot S \cdot \eta_{cos})}{Nc \cdot \Delta_x \cdot \Delta_y} \quad (5.28)$$

donde IND es la Irradiancia Normal Directa (W/m²); S es la superficie del heliostato (m²); Δ_x , Δ_y ancho y alto de las cuadrículas de rejilla (m); y η_{cos} es el rendimiento por factor coseno, determinado como el coseno del ángulo definido entre el eje óptico del heliostato N y la dirección principal S_o .

$$\eta_{cos} = \frac{N \cdot S_o}{|N| \cdot |S_o|} \quad (5.29)$$

5.5. Validación

En el presente epígrafe se procederá a realizar la comparación de resultados obtenidos por los códigos propuestos *FRT* y *HRT*, para lo cual se empleará como referencia el código Soltrace (Wendelin, 2003).

Para la determinación de errores se empleará el concepto de ECM, empleándose como patrón de referencia los resultados obtenidos con el código *FRT*.

$$ECM = \sqrt{\sum_{i=1}^{i=N} \frac{(\phi_I - \phi_R)^2}{N}} \quad (5.30)$$

donde ϕ_I y ϕ_R son los valores correspondientes a la matriz del mapa de densidad de potencia a evaluar y al patrón de referencia, respectivamente; y N es el número de celdas del mapa.

Los datos principales de la validación se recogen en la tabla 5.1 y figura 5.10.

Día del año y hora solar	319 (15 de noviembre) a las 12,7 h a.m.
Latitud	37° 18' 51"
Heliostatos (ancho x alto)	12 × 10 m
Altura del pedestal	6 m
Posición del heliostato	(50, 50, 6) m
Superficie teórica de los heliostatos	Esférica
Canteo	“sobre eje”
Torre prismática (ancho x profundidad x altura)	8 × 6 × 68 m
Altura del blanco	60 m
Receptor simple (figura 5.10).	
η_{ref}	0,80 (considerada como constante)
MFS	Gaussiano con $\sigma = 2,325$ mrad
Error de pendiente	Fdp gaussiana $\sigma_{pte} = 2$ mrad
Error por falta de especularidad	Fdp gaussiana $\sigma_{espec} = 1$ mrad
IND	1000 W/m ²
Rejilla	25x25 cuadrículas
Nº de rayos trazados en todos los ejemplos	4·10 ⁶ rayos
Nº de rayos trazados en patrón de referencia	150·10 ⁶ rayos ³² .

Tabla 5.1. Datos comunes en las pruebas de validación.

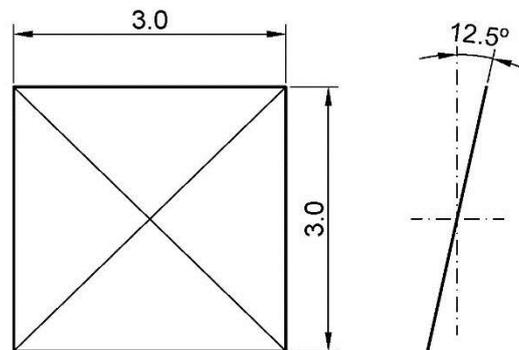


Figura 5.10. Esquema superficie absorbadora simple para el ejemplo de validación.

5.5.1. Validación FRT vs Soltrace

En la tabla 5.2 se muestra el resumen de los resultados obtenidos por ambos códigos. Asimismo, en la figura 5.11 se muestra una captura de pantalla del código Soltrace, correspondiente al ejemplo de validación, con representación de los primeros 50 rayos proyectados.

³² Todas las simulaciones se han desarrollado en el mismo equipo informático, basado en Intel i5 - 3570 a 3,4 GHz con 4 núcleos y 32 GB de memoria RAM.

	Nº impactos absorbedor	Densidad de potencia máx. (W/m ²)	Potencia total (W)	Tiempo (s)	ECM
Soltrace	3.170.774	56.274	92.408	4,00	142,7
FRT	3.174.225	56.347	92.509	4,58	140,0

Tabla 5.2. Resultados Soltrace y FRT para el ejemplo de validación.

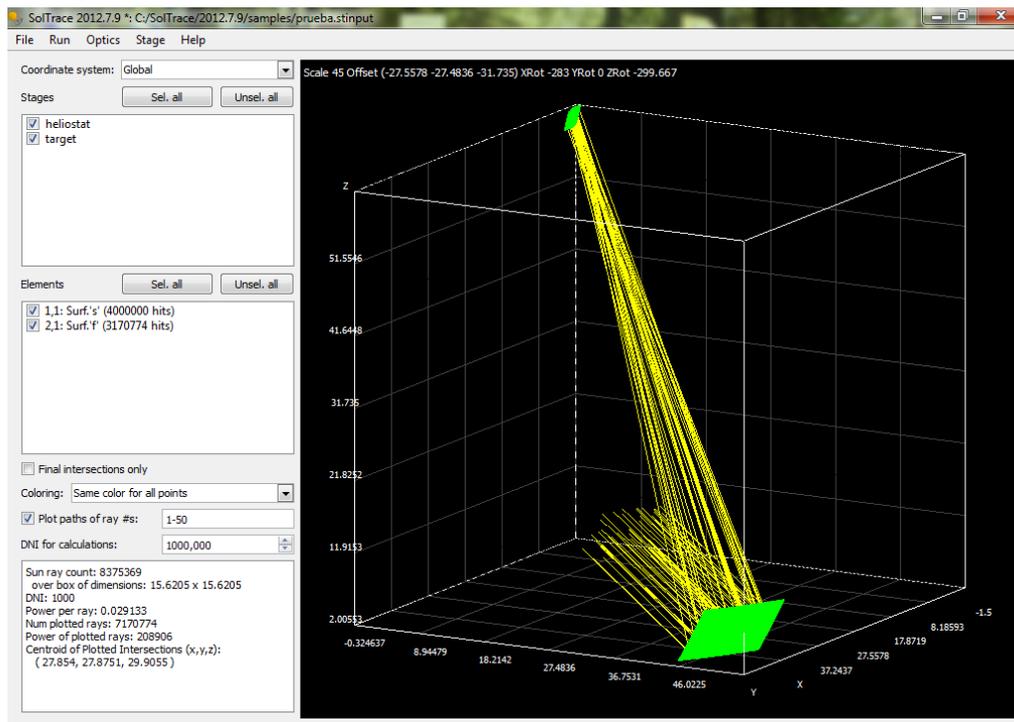


Figura 5.11. Captura de pantalla de Soltrace correspondientes a la validación.

Por otra parte, en las figuras 5.12 y 5.13 se muestran los mapas de fotones y de isólinas obtenidos por cada aplicación.

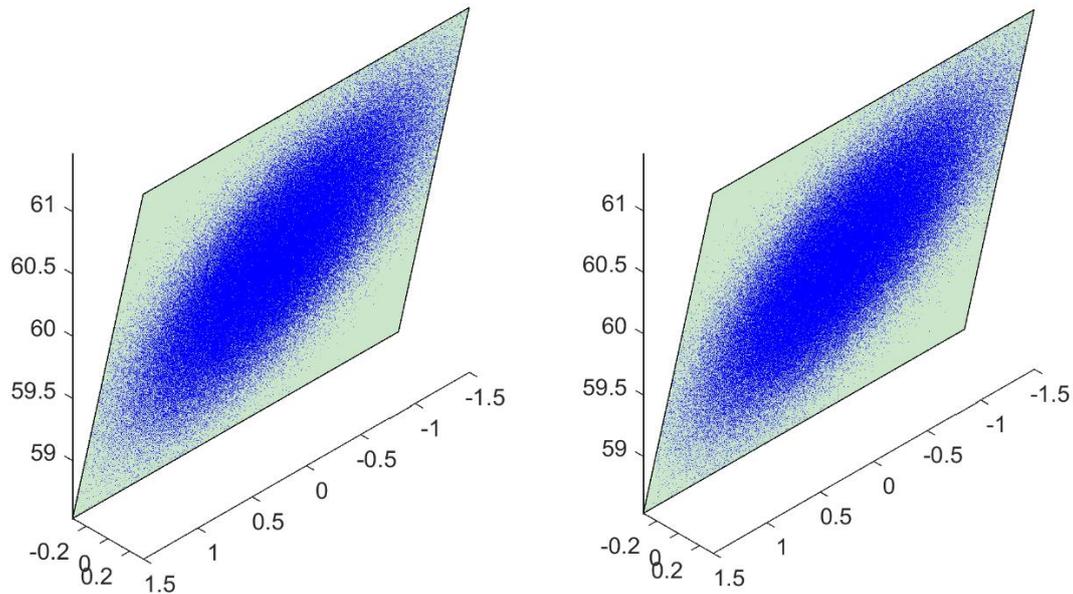


Figura 5.12. Representación mapa de fotones (debido a la alta densidad del mismo se representan 1 de cada 10 impactos). Izq. Soltrace. Der. FRT.

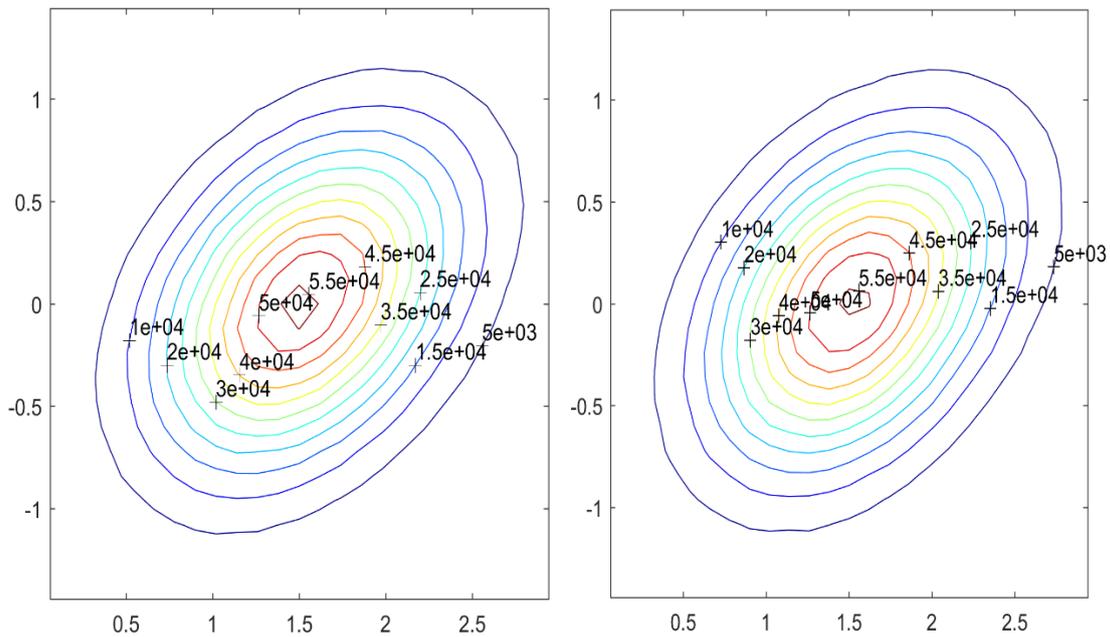


Figura 5.13. Mapa de isolíneas con equidistancia de 5000 W/m². Izq. Soltrace. Der. FRT.

Los resultados mostrados en la tabla 5.2, así como las figuras 5.12 y 5.13, constatan la buena concordancia entre los resultados obtenidos por ambas aplicaciones. Las discrepancias pueden atribuirse al carácter aleatorio de los procesos de generación de rayos incidentes, errores, etc. En este sentido en el Anexo 5 se indican algunas consideraciones adicionales sobre la validación con Soltrace.

En relación a los tiempos de ejecución se detectan unos tiempos de ejecución similares en ambos casos, aunque ligeramente superiores en *FRT*. Este hecho puede atribuirse a diversas razones:

- Soltrace es un programa compilado mientras que *FRT* es un programa interpretado, por lo cual su ejecución es algo menos eficiente.
- Soltrace se ejecuta empleando al 100% los núcleos de la CPU. Por el contrario, *FRT*, en el caso de heliostato exento, se ejecuta con una carga de la CPU comprendida entre 50 al 60%. Este hecho se debe a que la paralelización en Soltrace va asociada al número de rayos trazados, mientras que en *FRT* lo está sobre el número de heliostatos a simular. Por consiguiente, el porcentaje de carga de la CPU en *FRT* aumentará cuando se simulen múltiples heliostatos.
- La CPU ejecuta las operaciones aritméticas en simple precisión (32 bits) de forma más rápida³³ que en doble precisión (64 bits). En este sentido, Soltrace emplea operaciones de simple precisión, mientras que *FRT* emplea operaciones en doble precisión.

5.5.2. Validación HRT vs FRT³⁴

En las tablas 5.3 y 5.4 se muestran los tiempos de ejecución en función del número de puntos de cálculo N_c y del número de rayos por punto de cálculo N_r/N_c ³⁵, para los códigos *FRT* y *HRT*, respectivamente.

	N_c					
N_r/N_c	5x5	10x10	20x20	40x40	80x80	160x160
$1 \cdot 10^3$	0,03	0,11	0,50	2,00	7,99	31,58
$2 \cdot 10^3$	0,05	0,24	1,00	4,00	15,86	63,00
$4 \cdot 10^3$	0,11	0,50	2,00	7,99	31,58	126,06
$8 \cdot 10^3$	0,24	1,00	4,00	15,86	63,00	-
$16 \cdot 10^3$	0,50	2,00	7,99	31,58	126,06	-
$32 \cdot 10^3$	1,00	4,00	15,86	63,00	-	-

Tabla 5.3. Tiempo de ejecución en segundos *FRT*.

³³ En concreto la CPU empleada en las pruebas presenta unas velocidades de cálculo de 189,5 y 91,9 GFLOPS, en simple y doble precisión, respectivamente.

³⁴ Se realiza la validación de *HRT* con *FRT* debido a las limitaciones de Soltrace indicadas en el Anexo 4.

³⁵ Los valores con el signo “-“ en las tablas 5.3 a 5.6 obedecen a que dan lugar a resoluciones superiores a la empleada por el patrón de referencia.

Nr/Nc	Nc					
	5x5	10x10	20x20	40x40	80x80	160x160
$1 \cdot 10^3$	0,01	0,04	0,14	0,54	2,18	8,69
$2 \cdot 10^3$	0,02	0,05	0,20	0,78	3,14	12,70
$4 \cdot 10^3$	0,03	0,08	0,31	1,26	5,12	21,24
$8 \cdot 10^3$	0,04	0,13	0,53	2,13	8,65	-
$16 \cdot 10^3$	0,06	0,23	0,94	3,79	15,53	-
$32 \cdot 10^3$	0,12	0,46	1,86	7,48	-	-

Tabla 5.4. Tiempo de ejecución en segundos *HRT*.

La evolución de los tiempos de ejecución es distinta en ambos códigos. Para un número de puntos de cálculo concreto, los tiempos de ejecución en *FRT* son, en casi toda la gama de resoluciones analizada, proporcionales al número de rayos trazados. Por el contrario, en *HRT* la pendiente es siempre positiva y aumenta con la resolución, aunque con valor inferior a la unidad.

Las razones de tiempos de ejecución *FRT/HRT* varían entre 2,0 (para bajas resoluciones) hasta 8,7 (para altas resoluciones). Las pruebas realizadas sobre receptores más complejos conducen a unas ratios ligeramente superiores a las aquí indicadas.

Se aprecia que, a igualdad en el número de rayos trazados, la razón aumenta al disminuir el número de puntos de cálculo. Este hecho se debe al menor esfuerzo computacional asociado a la resolución de sistemas de ecuaciones lineales vinculados a la determinación de las matrices de homografía.

En las tablas 5.5 y 5.6 se muestran los resultados de ECM para los códigos *FRT* y *HRT*, respectivamente.

Nr/Nc	Nc					
	5x5	10x10	20x20	40x40	80x80	160x160
$1 \cdot 10^3$	1.876,9	908,8	457,4	199,7	118,2	65,4
$2 \cdot 10^3$	1.213,5	574,8	295,0	175,0	91,7	47,7
$4 \cdot 10^3$	908,8	457,4	199,7	118,2	65,4	39,5
$8 \cdot 10^3$	574,8	295,0	175,0	91,7	47,7	-
$16 \cdot 10^3$	457,4	199,7	118,2	65,4	39,5	-
$32 \cdot 10^3$	295,0	175,0	91,7	47,7	-	-

Tabla 5.5. ECM *FRT*.

N_r/N_c	N_c					
	5x5	10x10	20x20	40x40	80x80	160x160
$1 \cdot 10^3$	1.743,3	887,3	450,3	213,4	114,8	66,2
$2 \cdot 10^3$	1.277,4	640,9	302,1	166,8	88,6	49,3
$4 \cdot 10^3$	888,1	452,4	219,8	117,0	65,3	40,2
$8 \cdot 10^3$	619,6	304,2	161,8	85,3	47,6	-
$16 \cdot 10^3$	473,3	224,9	110,0	64,9	39,1	-
$32 \cdot 10^3$	301,3	174,0	84,6	46,5	-	-

Tabla 5.6. ECM HRT.

Los valores de ECM mostrados en las tablas 5.5 y 5.6 permiten afirmar que las discrepancias son similares en ambos códigos, con independencia del número de puntos de cálculo o del número de rayos por punto de cálculo. Estas discrepancias se pueden atribuir al carácter aleatorio de los procesos de generación de rayos incidentes, errores, etc.

En la figura 5.14 se muestra gráfico de tiempo de ejecución frente al ECM para los códigos *FRT* y *HRT* correspondientes al caso de heliostato exento analizado en el presente epígrafe.

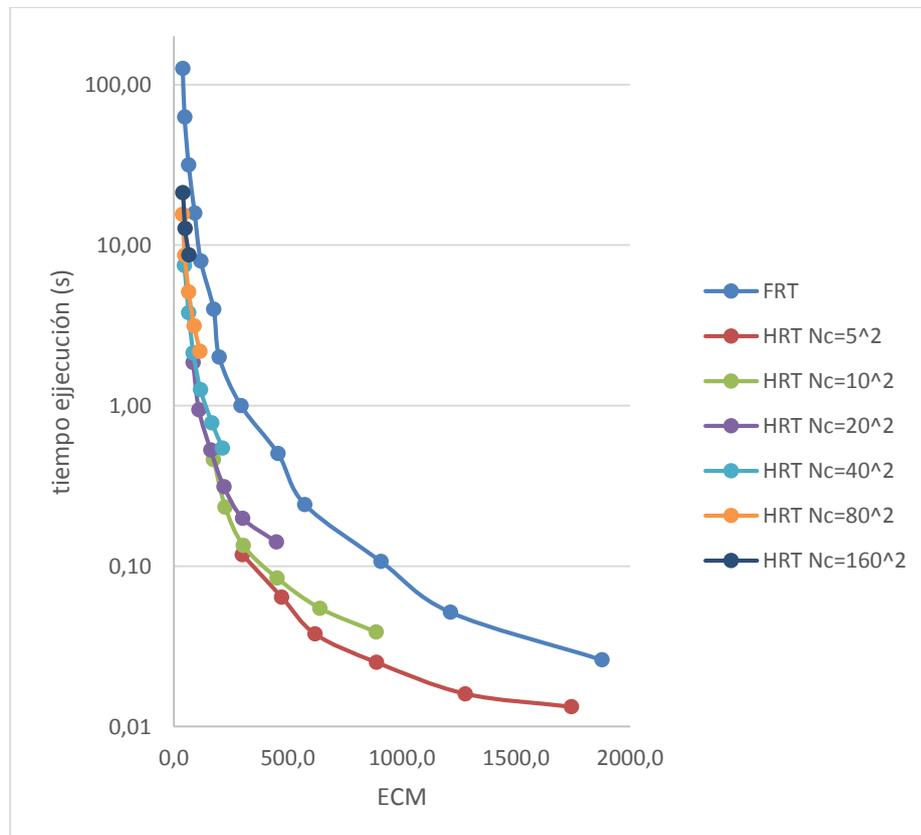


Figura 5.14. Tiempo de ejecución en función del ECM para FRT y HRT. Eje de ordenadas en escala logarítmica.

5.6. Validación de los códigos propuestos en el caso de simulación de un campo de heliostatos

En el presente epígrafe se considera un pequeño campo norte de heliostatos con arreglo polar alternado con 52 heliostatos³⁶. El resto de datos de la validación serán análogos a los ya expuestos previamente, con la salvedad de que el receptor a emplear será de cavidad semi-hexagonal, cuya geometría y dimensiones principales se indican en la figura 5.15. Asimismo, el patrón de referencia obtenido con el código *FRT* utiliza, en este caso, $7,5 \cdot 10^6$ rayos por heliostato ($390 \cdot 10^6$ rayos en total).

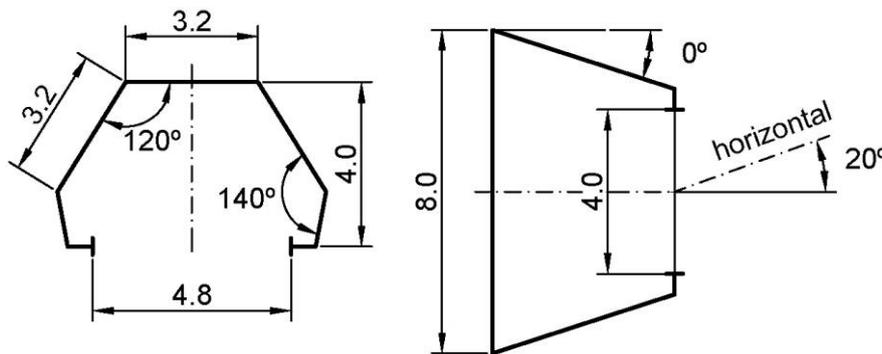


Figura 5.15. Esquema cavidad semi-hexagonal para validación en el caso de campo de heliostatos.

5.6.1. Validación FRT vs Soltrace

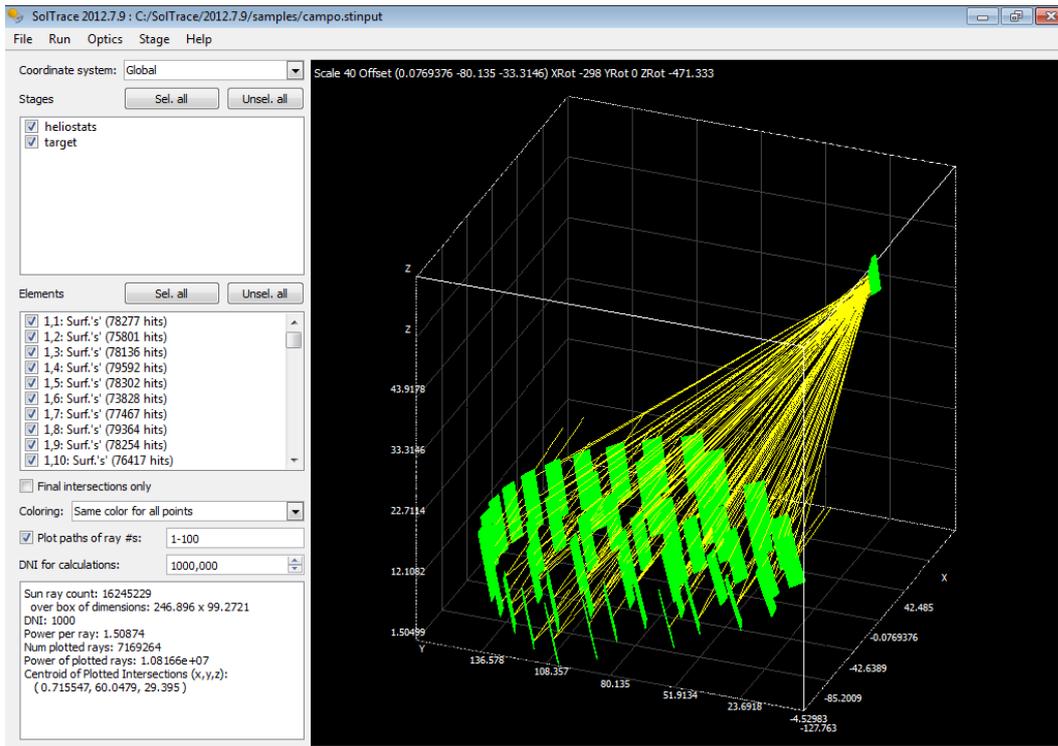
En la tabla 5.7 se muestra el resumen de los resultados obtenidos por ambos códigos. Asimismo, en la figura 5.16 se muestra una captura de pantalla del código Soltrace, con representación de los primeros 100 rayos proyectados.

	Nº impactos absorbedor ³⁷	Densidad de potencia máx. (W/m ²)	Potencia total (W)	Tiempo (s)	ECM
Soltrace	2.991.352	315.303	4.513.172	36,38	822,7
FRT	2.991.949	317.850	4.517.426	4,10	835,2

Tabla 5.7. Resultados Soltrace y FRT para el ejemplo de validación.

³⁶ El campo de pruebas posee un reducido número de heliostatos debido a las limitaciones de Soltrace apuntadas en el Anexo 4.

³⁷ Las tres primeras columnas de la tabla 5.7 corresponden a las superficies activas del receptor.



Figura

Figura 5.16. Captura de pantalla de Soltrace correspondientes a la validación.

Por otra parte, en las figuras 5.17 y 5.18 se muestran los mapas de fotones y de isólinas obtenidos por cada aplicación.

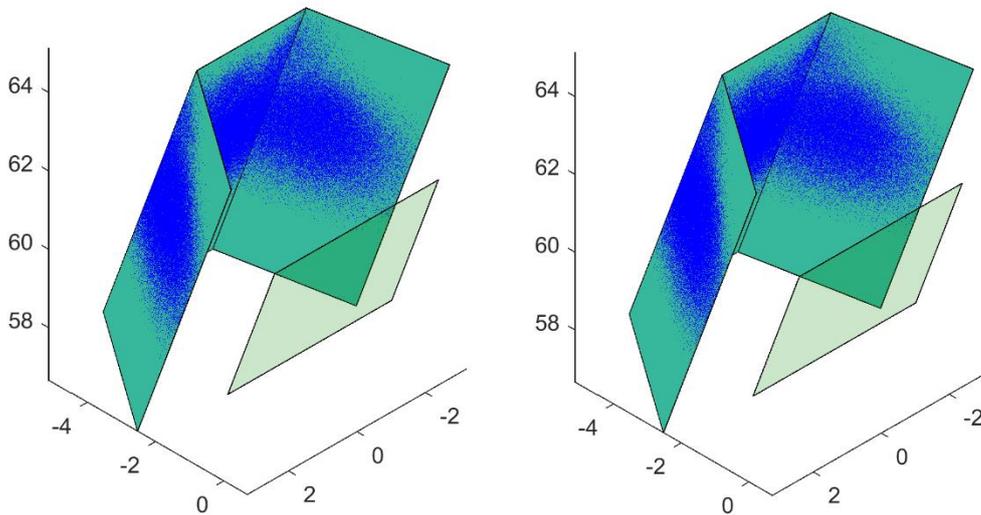


Figura 5.17. Representación mapa de fotones (debido a la alta densidad del mismo se representan 1 de cada 10 impactos). Izq. Soltrace. Der. FRT.

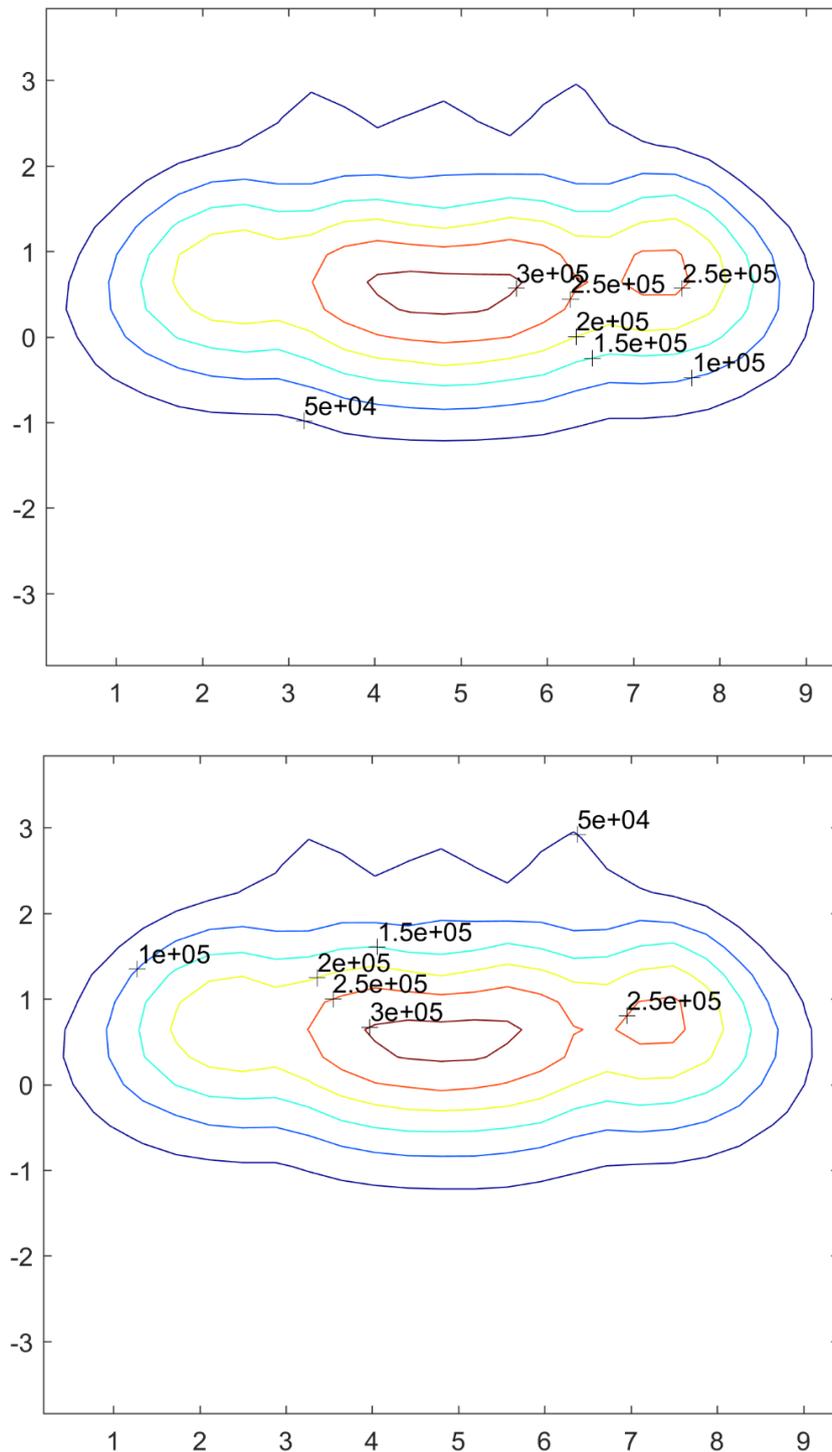


Figura 5.18. Mapa de isolíneas con equidistancia de 50.000 W/m². Arriba Soltrace. Debajo FRT.

Los resultados mostrados en la tabla 5.7, así como las figuras 5.17 y 5.18, constatan la buena concordancia entre los resultados obtenidos por ambas aplicaciones. Las discrepancias pueden atribuirse al carácter aleatorio de los procesos de generación de rayos incidentes, errores, etc. Los valores de ECM obtenidos, mayores a los correspondientes al primer caso de validación, se explican por el menor número de rayos

por heliostato empleado en este caso ($4 \cdot 10^6$ para el campo completo, lo que equivale a unos 76.923 por heliostato³⁸).

En relación a los tiempos de ejecución, se detecta una razón Soltrace vs *FRT* de 8,9. Este resultado se atribuye a los siguientes aspectos principales:

- Como se citó anteriormente, la paralelización en *FRT* se realiza en función al número de heliostatos, por lo que, en este caso, los núcleos de la CPU operan a pleno rendimiento.
- La gestión más eficiente en el cálculo de sombras y bloqueos realizada por *FRT*. En este sentido, se comprueba que la razón aumenta con el número de heliostatos del campo³⁹.

5.6.2. Validación HRT vs FRT

En las tablas 5.8 y 5.9 se muestran los tiempos de ejecución en función del número de puntos de cálculo N_c y del número de rayos por punto de cálculo N_r/N_c ⁴⁰, para los códigos *FRT* y *HRT*, respectivamente.

N_r/N_c	N_c			
	5x5	10x10	20x20	40x40
$1 \cdot 10^3$	1,48	6,96	35,54	142,90
$2 \cdot 10^3$	3,04	17,27	71,35	286,86
$4 \cdot 10^3$	6,96	35,54	142,90	576,08
$8 \cdot 10^3$	17,27	71,35	286,86	-
$16 \cdot 10^3$	35,54	142,90	576,08	-
$32 \cdot 10^3$	71,35	286,86	-	-

Tabla 5.8. Tiempo de ejecución en segundos *FRT*.

³⁸ De acuerdo con las limitaciones de Soltrace apuntadas en el Anexo 5. Por otra parte, Soltrace considera que el número de rayos a proyectar afectan al campo en su conjunto, mientras que en *FRT* el número de rayos indicado es por heliostato.

³⁹ Los códigos *FRT* y *HRT* emplean la metodología de preselección de heliostatos con potencial para sombrear y/o bloquear a cualquier heliostato del campo expuesta en el epígrafe 4.2.3.

⁴⁰ Los valores con el signo “-” en las tablas 5.8 a 5.11 obedecen a que dan lugar a resoluciones superiores a la empleada por el patrón de referencia.

	<i>N_c</i>			
<i>N_r/N_c</i>	5x5	10x10	20x20	40x40
1·10 ³	0,87	3,63	13,04	51,51
2·10 ³	1,08	4,24	16,45	69,53
4·10 ³	1,53	5,87	23,79	108,01
8·10 ³	2,26	8,72	36,91	-
16·10 ³	3,57	14,00	60,28	-
32·10 ³	6,50	26,67	-	-

Tabla 5.9. Tiempo de ejecución en segundos *HRT*.

Al igual que en caso de heliostato exento, la evolución de los tiempos de ejecución es distinta en ambos códigos. Para un número de puntos de cálculo concreto, los tiempos de ejecución en *FRT* son, en casi toda la gama de resoluciones analizada, proporcionales al número de rayos trazados. Por el contrario, en *HRT* la pendiente es siempre positiva y aumenta con la resolución, aunque con valor inferior a la unidad.

Las razones de tiempos de ejecución *FRT/HRT* varían entre 1,7 (para bajas resoluciones) hasta 11,0 (para altas resoluciones). Se tienen, por consiguiente, ratios superiores al caso de heliostato exento, lo que se atribuye, en parte, a la mayor complejidad del receptor.

De nuevo, se aprecia que, a igualdad en el número de rayos trazados, la razón aumenta al disminuir el número de puntos de cálculo. Este hecho se debe al menor esfuerzo computacional asociado a la resolución de sistemas de ecuaciones lineales vinculados a la determinación de las matrices de homología.

En las tablas 5.10 y 5.11 se muestran los resultados de ECM para los códigos *FRT* y *HRT*, respectivamente.

	<i>N_c</i>			
<i>N_r/N_c</i>	5x5	10x10	20x20	40x40
1·10 ³	1.497,17	691,12	378,32	185,02
2·10 ³	1.079,47	510,80	257,39	153,54
4·10 ³	691,12	378,32	185,02	124,77
8·10 ³	510,80	257,39	153,54	-
16·10 ³	378,32	185,02	124,77	-
32·10 ³	257,39	153,54	-	-

Tabla 5.10. ECM *FRT*.

N_r/N_c	N_c			
	5x5	10x10	20x20	40x40
$1 \cdot 10^3$	1.348,27	821,03	432,19	301,52
$2 \cdot 10^3$	1.007,87	545,37	312,89	236,34
$4 \cdot 10^3$	779,26	395,81	275,29	213,73
$8 \cdot 10^3$	610,96	323,65	227,53	-
$16 \cdot 10^3$	441,90	260,66	206,15	-
$32 \cdot 10^3$	331,73	228,10	-	-

Tabla 5.11. ECM HRT.

Se constata cómo los resultados mostrados en las tablas 5.10 y 5.11, en las medias y altas resoluciones, son superiores (en ambos códigos) a los homólogos obtenidos para la validación de heliostato exento. Este resultado se debe a la mayor densidad de potencia por cuadrícula del presente ejemplo de validación. Concretamente, la densidad de potencia media por cuadrícula en el presente ejemplo es de 57.373 frente a 10.275 W/m² del primer caso (heliostato exento).

Los resultados de ECM obtenidos por *HRT* presentan mayor desviación frente a los de *FRT* en comparación al caso de validación de heliostato exento. Este resultado se debe principalmente a la distinta metodología empleada en el cálculo de sombras y bloqueos.

Como se citó en el epígrafe 5.3.1, *FRT* comprueba, rayo por rayo, si éste está sombreado o bloqueado y, en caso afirmativo, dicho rayo es eliminado del proceso posterior. Por lo que, los rayos que finalmente interaccionan con el receptor son aquellos que han sido reflejados, no sombreados, no bloqueados y no atenuados.

Por el contrario, el código *HRT* opera aplicando un haz de rayos en puntos de cálculo discretos. Si se emplean en el cálculo de sombras y bloqueos exclusivamente estos puntos de cálculo y el haz de rayos correspondiente, se tendría una baja exactitud en el proceso de sombras y bloqueos. Además, parece innecesario comprobar sombras y bloqueos con todas las semi-rectas del haz si concurren en un mismo punto.

Por consiguiente, *HRT* opera con una metodología alternativa. En síntesis, antes de aplicar el haz de rayos en el punto de cálculo P_i , se determina el rendimiento por sombras y bloqueos asociado a ese punto de cálculo concreto. Posteriormente, se determina el número rayos aleatorios a aplicar en el punto de cálculo P_i . de acuerdo con la siguiente expresión:

$$N_{aleat_i} = \frac{N_r}{N_c} \cdot \eta_{ref} \cdot \eta_{aa} \cdot \eta_{syb_i} \quad (5.31)$$

Es decir, se generan estrictamente un número de rayos del haz incidente igual al que sería reflejado, no atenuado y no sombreado ni bloqueado.

Al ser este haz de rayos aleatorio (generado de acuerdo a las hipótesis indicadas en el epígrafe 5.3) no podrá reproducir de forma exacta los obstáculos ocasionados por sombras y bloqueos, de ahí que existan ligeras variaciones en la distribución del mapa de fotones y, por ende, en los mapas de densidad de potencia e isolíneas.

Sin embargo, como se mostró en el capítulo 4, la metodología empleada por *HRT* para la determinación del rendimiento por sombra y bloqueos, es bastante precisa y más rápida que la empleada por *FRT*.

En cualquier caso, en las medias y altas resoluciones, las discrepancias entre los valores de ECM mostrados en las tablas 5.10 y 5.11 no supera las 100 unidades, lo cual, frente a un valor medio de 57.373 W/m^2 , indica que incluso en la obtención de mapas de fotones, incidencia e isolíneas, se puede considerar que la metodología usada por *HRT* es suficientemente exacta.

5.7. Determinación del rendimiento por intercepción

Según se ha constatado en los epígrafes previos, el código *HRT*, basado en haz de rayos, presenta ligeras discrepancias frente a un código basado en TRMC en la determinación de mapas de fotones, incidencia e isolíneas.

En el presente epígrafe se pretende comparar los resultados de ambos códigos en la determinación exclusiva del rendimiento por intercepción⁴¹, con idea de establecer su idoneidad para su empleo en procesos de optimización del diseño del subsistema óptico.

Con objeto de analizar los resultados a muy alta resolución, se considerará un solo heliostato del campo de pruebas empleado con anterioridad, concretamente el nº40 (emplazado en la última hilera del campo de pruebas, siendo la distancia del centro del heliostato al centro del blanco igual a 170,9 m).

Los datos empleados en el presente epígrafe son análogos a los considerados en el epígrafe 5.6, con la única excepción de que el patrón de referencia (basado en *FRT*) empleará $409,6 \cdot 10^6$ rayos.

Por otra parte, puesto que los códigos a analizar (*FRT* y *HRT*) emplean procesos no deterministas, los resultados ofrecidos por ambas aplicaciones difieren ligeramente en cada ejecución. Para poder establecer de forma clara la evolución en los resultados

⁴¹ Se considera que el rendimiento por sombra y bloqueos de cada uno de los heliostatos del campo es igual a la unidad para cualquier instante de cálculo.

obtenidos por ambos códigos se indicarán la media y la desviación típica, obtenidas a partir de cien ejecuciones por cada resolución analizada.

En las tablas 5.12 a 5.14 se muestran los tiempos de ejecución, para los códigos *FRT* y *HRT*, así como la razón de tiempos *FRT/HRT*, respectivamente, en función del número de puntos de cálculo N_c y del número de rayos por punto de cálculo N_r/N_c .

N_r/N_c	N_c			
	5x5	10x10	20x20	40x40
$1 \cdot 10^3$	0,021	0,100	0,450	1,814
$2 \cdot 10^3$	0,044	0,221	0,907	3,651
$4 \cdot 10^3$	0,100	0,450	1,814	7,404
$8 \cdot 10^3$	0,221	0,907	3,651	14,880
$16 \cdot 10^3$	0,450	1,814	7,404	29,986
$32 \cdot 10^3$	0,907	3,651	14,880	59,692

Tabla 5.12. Tiempo de ejecución en segundos *FRT*.

N_r/N_c	N_c			
	5x5	10x10	20x20	40x40
$1 \cdot 10^3$	0,008	0,023	0,081	0,315
$2 \cdot 10^3$	0,009	0,026	0,096	0,374
$4 \cdot 10^3$	0,011	0,035	0,129	0,507
$8 \cdot 10^3$	0,014	0,048	0,180	0,710
$16 \cdot 10^3$	0,021	0,072	0,277	1,104
$32 \cdot 10^3$	0,038	0,138	0,542	2,152

Tabla 5.13. Tiempo de ejecución en segundos *HRT*.

N_r/N_c	N_c			
	5x5	10x10	20x20	40x40
$1 \cdot 10^3$	2,6	4,4	5,6	5,8
$2 \cdot 10^3$	4,9	8,4	9,5	9,8
$4 \cdot 10^3$	9,0	12,9	14,1	14,6
$8 \cdot 10^3$	15,4	19,1	20,3	21,0
$16 \cdot 10^3$	21,7	25,1	26,7	27,2
$32 \cdot 10^3$	24,2	26,5	27,5	27,7

Tabla 5.14. Razón de tiempos de ejecución *FRT/HRT*.

Al igual que en el caso de obtención de mapas de fotones, densidad de potencia e isóneas, la evolución de los tiempos de ejecución es distinta en ambos códigos. Para un número de puntos de cálculo concreto, los tiempos de ejecución en *FRT* son, en casi toda la gama de resoluciones analizada, proporcionales al número de rayos trazados. Por el

contrario, en *HRT*, la pendiente es siempre positiva y aumenta con la resolución, aunque con valor inferior a la unidad.

Las razones de tiempos de ejecución *FRT/HRT* varían entre 2,6 (para bajas resoluciones) hasta 27,7 (para altas resoluciones), siendo las ratios homólogas superiores al caso de obtención de mapas de fotones, intercepción e isolíneas. Este resultado se atribuye al modo en que ambos códigos determinan el rendimiento por intercepción.

En ambos casos se opera exclusivamente con la apertura del receptor como única superficie de cálculo. Por consiguiente, los procesos de intersección de recta con plano y pertenencia se simplifican. Sin embargo, en *HRT* se recurre a la simplificación citada en el epígrafe 5.3.2.2 consistente en utilizar las matrices de homografía inversas, con objeto de determinar sobre el plano (*Q*) la proyección de la apertura (figura 5.6).

De nuevo, se aprecia que, a igualdad en el número de rayos trazados, la razón aumenta al disminuir el número de puntos de cálculo. Este hecho se debe al menor esfuerzo computacional asociado a la resolución de sistemas de ecuaciones lineales vinculados a la determinación de las matrices de homología.

En las tablas 5.15 a 5.18 se muestran los resultados del rendimiento de intercepción (media) y dispersión (desviación típica) para los códigos *FRT* y *HRT*, respectivamente.

	<i>Nc</i>			
<i>Nr/Nc</i>	5x5	10x10	20x20	40x40
$1 \cdot 10^3$	98,3425	98,3279	98,3342	98,3355
$2 \cdot 10^3$	98,3315	98,3400	98,3330	98,3347
$4 \cdot 10^3$	98,3279	98,3342	98,3355	98,3349
$8 \cdot 10^3$	98,3400	98,3330	98,3347	98,3350
$16 \cdot 10^3$	98,3342	98,3355	98,3349	98,3348
$32 \cdot 10^3$	98,3330	98,3347	98,3350	98,3349

Tabla 5.15. Media aritmética del rendimiento por intercepción *FRT*.

	<i>Nc</i>			
<i>Nr/Nc</i>	5x5	10x10	20x20	40x40
$1 \cdot 10^3$	9,3E-02	4,8E-02	2,3E-02	1,2E-02
$2 \cdot 10^3$	6,3E-02	3,9E-02	1,7E-02	8,6E-03
$4 \cdot 10^3$	4,8E-02	2,3E-02	1,2E-02	5,7E-03
$8 \cdot 10^3$	3,9E-02	1,7E-02	8,6E-03	4,3E-03
$16 \cdot 10^3$	2,3E-02	1,2E-02	5,7E-03	2,9E-03
$32 \cdot 10^3$	1,7E-02	8,6E-03	4,3E-03	2,3E-03

Tabla 5.16. Desviación típica del rendimiento por intercepción *FRT*.

	N_c			
N_r/N_c	5x5	10x10	20x20	40x40
$1 \cdot 10^3$	98,3423	98,3327	98,3361	98,3354
$2 \cdot 10^3$	98,3316	98,3340	98,3328	98,3343
$4 \cdot 10^3$	98,3424	98,3347	98,3352	98,3339
$8 \cdot 10^3$	98,3406	98,3366	98,3352	98,3352
$16 \cdot 10^3$	98,3421	98,3352	98,3346	98,3349
$32 \cdot 10^3$	98,3390	98,3345	98,3349	98,3347

Tabla 5.17. Media aritmética del rendimiento por intercepción HRT.

	N_c			
N_r/N_c	5x5	10x10	20x20	40x40
$1 \cdot 10^3$	9,3E-02	4,5E-02	2,1E-02	1,1E-02
$2 \cdot 10^3$	6,3E-02	2,9E-02	1,6E-02	8,6E-03
$4 \cdot 10^3$	4,4E-02	2,3E-02	1,2E-02	5,6E-03
$8 \cdot 10^3$	3,2E-02	1,6E-02	8,0E-03	3,8E-03
$16 \cdot 10^3$	2,0E-02	1,2E-02	5,9E-03	2,7E-03
$32 \cdot 10^3$	1,6E-02	7,9E-03	4,0E-03	2,3E-03

Tabla 5.18. Desviación típica del rendimiento por intercepción HRT.

De la observación de las tablas 5.15 a 5.18 precedentes se aprecia unos resultados (promedios y desviaciones típicas) relativamente similares, así como una paulatina reducción de la magnitud de la desviación típica con el aumento de la resolución. En concreto, la relativa coincidencia de las desviaciones típicas de ambos métodos permite asegurar que *HRT* es tan preciso como *FRT*.

Con objeto de analizar el grado de concurrencia o exactitud de ambos códigos, se simula el heliostato objeto de estudio con ambos códigos a alta resolución ($N_r = 409,6 \cdot 10^6$ rayos). En el caso de *HRT*, las simulaciones se realizan conservando constante N_r y haciendo variar el número de puntos de cálculo N_c . En la tabla 5.19 se muestran los resultados obtenidos.

N_c	1x1	2x2	3x3	5x5	10x10	20x20	40x40
η_{int}	98,4197	98,3567	98,3445	98,3381	98,3355	98,3347	98,3345
σ	5,77E-04	7,73E-04	7,14E-04	7,70E-04	7,57E-04	7,51E-04	6,51E-04

Tabla 5.19. Media y desviación típica del rendimiento por intercepción calculado con *HRT* a igual resolución que el patrón.

En la figura 5.19 se comparan los resultados indicados en la tabla 5.19 con los obtenidos con *FRT* para $409,6 \cdot 10^6$ rayos: $\eta_{int} = 98,3347$ y $\sigma = 8,32 \cdot 10^{-4}$.

Se desprende que los resultados correspondientes a *HRT* para $N_c = 1^2, 2^2, 3^2$ y 5^2 quedan fuera del rango definido por $\eta_{int} \pm \sigma$; $N_c = 10^2$ parcialmente dentro; mientras que $N_c = 20^2$ y 40^2 quedan dentro de rango.

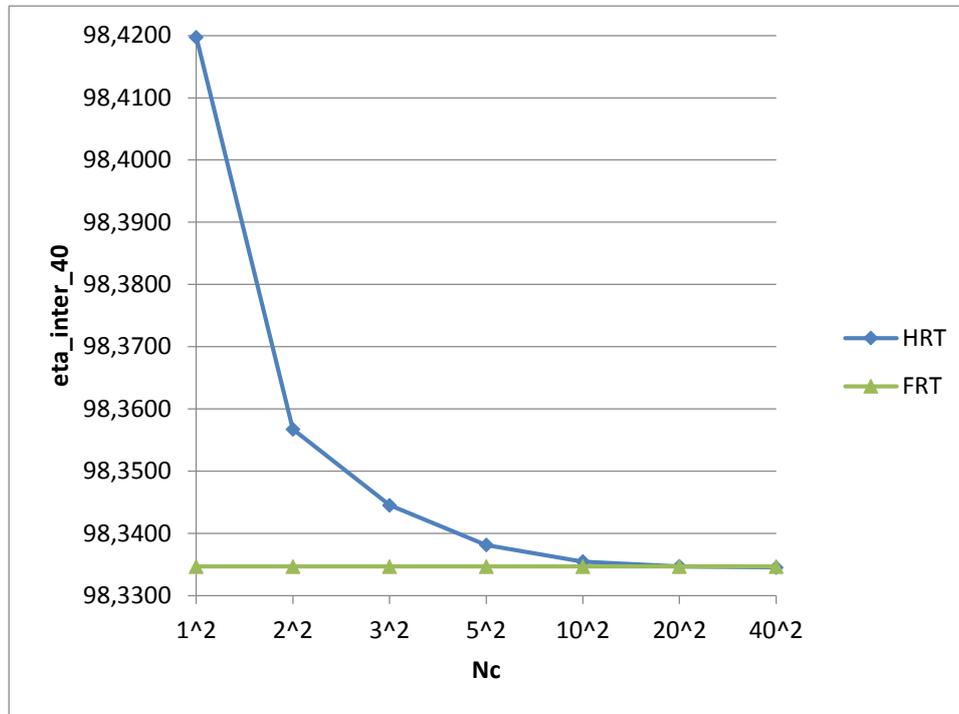


Figura 5.19. Rendimiento por intercepción de *HRT* en función del número de puntos de cálculo N_c .

De este modo se concluye que, en el caso de determinación del rendimiento por intercepción, ambos códigos concurren cuando el número de puntos de cálculo es elevado.

El efecto mostrado en la figura 5.19, por el cual el rendimiento por intercepción es más preciso al aumentar el número de puntos de cálculo conservando el número total de rayos, se atribuye a la manera en la que *HRT* determina el rendimiento por intercepción: el código determina el citado rendimiento desde cada punto de cálculo de forma independiente, siendo el resultado para el heliostato el promedio de los rendimientos por punto de cálculo así obtenidos.

En la figura 5.20 se muestra el rendimiento por intercepción en cada punto de cálculo para el heliostato n° 40 con $N_c = 10^2$. El plano translúcido representa el valor medio de los resultados por punto de cálculo.

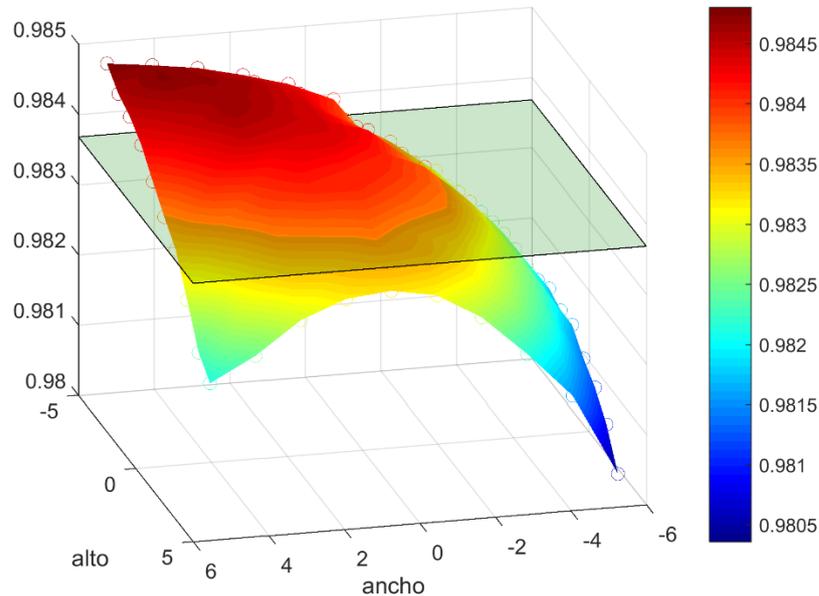


Figura 5.20. Rendimiento por intercepción en cada punto de cálculo del heliostato n° 40 con $N_c=102$. El plano translúcido representa el valor medio.

Las desviaciones mostradas en la figura 5.19 cuando el número de puntos de cálculo es bajo, suponen un importante hándicap en la utilización de las técnicas homográficas para el cálculo del rendimiento por intercepción en códigos orientados a la optimización del diseño del subsistema óptico.

Como se discutirá en el epígrafe 6.5, debido a la ley de propagación de errores, estos códigos se caracterizan por la utilización de un número de rayos por heliostato relativamente bajo para alcanzar una precisión suficiente.

Si el número total de rayos por heliostato ha de ser bajo y se quiere conservar una precisión razonable en *HRT* se debe tender a la utilización de un número de puntos de cálculo elevado, disminuyendo la ratio frente a *FRT*, no resultando provechosa la técnica.

Se debe, por tanto, mejorar la precisión cuando el número de puntos de cálculo es bajo si se pretende que esta técnica sea adecuada para su utilización en códigos de optimización del diseño del subsistema óptico.

5.7.1. Mejora de la exactitud en el cálculo de intercepción de las técnicas homográficas

Como se ha descrito en los párrafos precedentes, el proceso de determinación del rendimiento por intercepción en el código *HRT* equivale al cálculo del volumen de la función $f(x,y)$, cuyos valores son los rendimientos por intercepción en distintos puntos de cálculo del heliostato; siendo (x,y) puntos del plano cartesiano delimitado por las dimensiones del heliostato.

Se propone mejorar la precisión de la técnica de determinación del rendimiento por intercepción mediante una metodología específica de integración por métodos numéricos, concretamente la técnica de cuadratura de Gauss (descrita brevemente en el Anexo 2).

Esta técnica influirá en la selección de los puntos de cálculo sobre la superficie del heliostato, de modo que ya no serán uniformemente distribuidos como se indicaba en la figura 5.7.

En la tabla 5.20, se vuelven a mostrar los resultados de media y desviación típica para cien ejecuciones del mismo problema de estudio, con la única diferencia de haberse empleado la técnica de cuadratura de Gauss en la determinación del rendimiento por intercepción.

N_c	1x1	2x2	3x3	5x5	10x10	20x20	40x40
η_{int}	98,4197	98,3353	98,3345	98,3344	98,3346	98,3346	98,3346
σ	5,77E-04	6,17E-04	6,45E-04	8,26E-04	8,26E-04	9,49E-04	9,48E-04

Tabla 5.20. Media y desviación típica del rendimiento por intercepción calculado con HRT a igual resolución que el patrón con técnica de cuadratura de Gauss.

Asimismo, en la figura 5.20 se comparan los resultados indicados en la tabla 5.20 con los obtenidos con FRT para $409,6 \cdot 10^6$ rayos: $\eta_{int} = 98,3347$ y $\sigma = 8,32 \cdot 10^{-4}$.

En este caso, los resultados correspondientes a HRT para $N_c = 1^2$ quedan fuera del rango definido por $\eta_{int} \pm \sigma$; $N_c = 2^2$ parcialmente dentro; mientras que el resto de casos quedan dentro de rango.

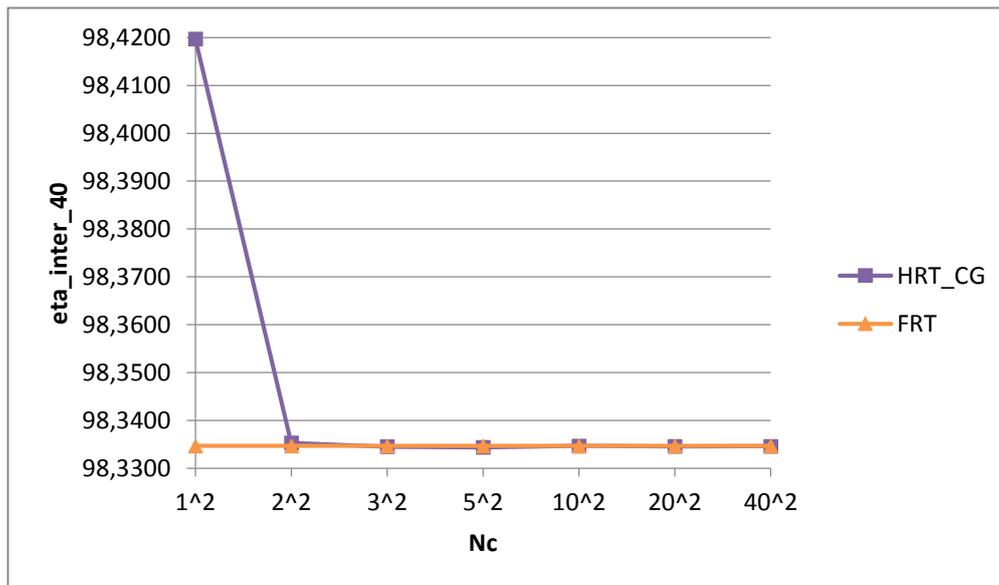


Figura 5.21. Rendimiento por intercepción de HRT (cuadratura de Gauss) en función del número de puntos de cálculo N_c .

Con la corrección propuesta, la metodología de cálculo del rendimiento por intercepción mediante técnicas homográficas resultaría provechosa, pues se corrige en gran medida las desviaciones observadas; asimismo, puesto que las modificaciones realizadas no afectan a los tiempos de ejecución, se conservan las razones indicadas en la tabla 5.14.

5.8. Adaptación de los algoritmos de cálculo de intercepción a la GPU

Como se citó en el capítulo 4, el cálculo del rendimiento por intercepción y, en general, la simulación y optimización del diseño del subsistema óptico de centrales termosolares de torre, especialmente con campos poblados, resoluciones moderadas o altas, o bien con un número de instantes elevado, suponen un esfuerzo computacional intensivo. Este tipo de códigos pueden beneficiarse de la denominada paralelización o escalado horizontal (Altman 2015), para ello se recurre a la utilización de CPUs multinúcleo, GPUs, FPGAs o cluster de computadores.

En el presente apartado se plantea la comparación de los tiempos de ejecución obtenidos por las versiones optimizadas para CPU y GPU relativas a la ejecución del ejemplo de pruebas presentado en el epígrafe 5.6 (campo norte con 52 heliostatos). Los resultados se recogen en las tablas 5.21 a 5.26.

Nr/Nc	Nc			
	5x5	10x10	20x20	40x40
$1 \cdot 10^3$	1,00	5,18	24,41	97,13
$2 \cdot 10^3$	2,22	12,11	48,64	194,01
$4 \cdot 10^3$	5,18	24,41	97,13	388,43
$8 \cdot 10^3$	12,11	48,64	194,01	-
$16 \cdot 10^3$	24,41	97,13	388,43	-
$32 \cdot 10^3$	48,64	194,01	-	-

Tabla 5.21. Tiempo de ejecución en segundos FRT para cálculo de rendimiento por intercepción en campo norte con 52 heliostatos. Versión CPU.

Nr/Nc	Nc			
	5x5	10x10	20x20	40x40
$1 \cdot 10^3$	1,83	2,83	5,27	16,51
$2 \cdot 10^3$	2,41	3,73	8,36	32,67
$4 \cdot 10^3$	2,83	5,27	16,51	63,40
$8 \cdot 10^3$	3,73	8,36	32,67	-
$16 \cdot 10^3$	5,27	16,51	63,40	-
$32 \cdot 10^3$	8,36	32,67	-	-

Tabla 5.22. Tiempo de ejecución en segundos FRT para cálculo de rendimiento por intercepción en campo norte con 52 heliostatos. Versión GPU.

Nr/Nc	Nc			
	5x5	10x10	20x20	40x40
1·10 ³	0,54	1,83	4,64	5,88
2·10 ³	0,92	3,24	5,82	5,94
4·10 ³	1,83	4,64	5,88	6,13
8·10 ³	3,24	5,82	5,94	-
16·10 ³	4,64	5,88	6,13	-
32·10 ³	5,82	5,94	-	-

Tabla 5.23. Razón tiempos de ejecución FRT versión CPU / GPU.

Como se apuntaba en epígrafes anteriores, la versión CPU de *FRT* exhibe unos tiempos de ejecución proporcionales al número de rayos trazados. Por el contrario, en su versión optimizada para GPU, aunque el tiempo de ejecución aumenta con la resolución y presenta una pendiente positiva, dicha pendiente es inferior a la unidad para bajas resoluciones y alcanza la unidad para altas.

Las razones son inferiores a la unidad únicamente en la configuración de menor resolución, hasta alcanzar 6,13 en las altas resoluciones, caracterizadas por la operación sobre grandes matrices con las que se utilizan un número de núcleos mayor.

Nr/Nc	Nc			
	5x5	10x10	20x20	40x40
1·10 ³	0,26	1,01	4,02	16,03
2·10 ³	0,31	1,21	4,83	19,26
4·10 ³	0,42	1,64	6,54	26,10
8·10 ³	0,59	2,31	9,21	-
16·10 ³	0,92	3,58	14,27	-
32·10 ³	1,76	6,97	-	-

Tabla 5.24. Tiempo de ejecución en segundos HRT para cálculo de rendimiento por intercepción en campo norte con 52 heliostatos. Versión CPU.

Nr/Nc	Nc			
	5x5	10x10	20x20	40x40
1·10 ³	0,61	0,64	0,85	1,39
2·10 ³	0,61	0,66	0,89	1,51
4·10 ³	0,61	0,68	1,00	1,82
8·10 ³	0,63	0,74	1,19	-
16·10 ³	0,66	0,84	1,59	-
32·10 ³	0,72	1,01	-	-

Tabla 5.25. Tiempo de ejecución en segundos HRT para cálculo de rendimiento por intercepción en campo norte con 52 heliostatos. Versión GPU.

Nr/Nc	Nc			
	5x5	10x10	20x20	40x40
$1 \cdot 10^3$	0,43	1,58	4,71	11,53
$2 \cdot 10^3$	0,51	1,83	5,42	12,75
$4 \cdot 10^3$	0,68	2,40	6,53	14,35
$8 \cdot 10^3$	0,93	3,11	7,71	-
$16 \cdot 10^3$	1,39	4,28	8,95	-
$32 \cdot 10^3$	2,43	6,89	-	-

Tabla 5.26. Razón tiempos de ejecución HRT versión CPU / GPU.

En el caso de *HRT*, y como se apuntaba en epígrafes anteriores, la versión CPU exhibe unos tiempos de ejecución que aumentan al hacerlo la resolución exigida, aunque de una manera no proporcional. La versión GPU acentúa esta cualidad, siendo la pendiente ligeramente positiva para las bajas resoluciones y ascendiendo en las altas, aunque en ningún caso alcanza la unidad.

Las razones son inferiores a la unidad en las cuatro configuraciones de menor resolución, hasta alcanzar 14,35 en la configuración más exigente, caracterizada por la operación sobre grandes matrices con las que se utilizan un número de núcleos mayor.

En cualquier caso, las razones mostradas en la tabla 5.26 indican que existe margen de mejora en las configuraciones de menor resolución. Por lo que, resulta factible el aumento de las ratios en las bajas resoluciones (como se puede requerir en los códigos de optimización del diseño del subsistema óptico).

El código en versión GPU utilizado en las pruebas se basa en procesar uno a uno los 52 heliostatos del campo. En las bajas resoluciones la GPU procesa matrices de pequeño tamaño, lo que resulta inapropiado para las características de este dispositivo. Alternativamente, es posible agrupar heliostatos en paquetes de determinado tamaño (que no excedan la capacidad de memoria de la GPU) y procesar varios heliostatos a la vez, aprovechando el pequeño tamaño de las matrices asociadas a las bajas resoluciones. Con esta estrategia se podrían aumentar las ratios en la versión GPU.

5.9. Conclusiones

En el presente capítulo se describen las principales características de dos códigos *FRT* y *HRT*, el primero de los cuales emplea la técnica de TRMC, mientras que el segundo, se basa en transformaciones homológicas del haz de rayos incidentes, aplicados en puntos de cálculo discretos; ambos, orientados a la simulación del subsistema óptico en centrales termosolares de torre.

Tras la exposición de las principales características de ambos códigos (implementados en Matlab), se procede a su validación con Soltrace (TRMC de segunda

generación) en el caso de heliostato exento. Se constata la buena concordancia de los resultados obtenidos (mapas de fotones, incidencia e isolíneas). Las ligeras variaciones en los errores determinados con respecto al patrón de referencia se atribuyen al carácter aleatorio de los procesos de generación de rayos incidentes, errores, etc. Por otra parte, los tiempos de ejecución fueron similares en Soltrace y *FRT*, mientras que *HRT* exhibe unas razones (tiempo de ejecución *FRT/HRT*) comprendidas entre 2,0 (para bajas resoluciones) hasta 8,7 (para altas resoluciones).

Posteriormente, se procede a la validación de ambos códigos en el caso de campo de heliostatos. En este caso, en la validación Soltrace-*FRT* se constata la buena concordancia de los resultados obtenidos (mapas de fotones, incidencia e isolíneas). Las ligeras variaciones en los errores determinados con respecto al patrón de referencia se atribuyen al carácter aleatorio de los procesos de generación de rayos incidentes, errores, etc. En relación a los tiempos de ejecución, la razón Soltrace/*FRT* alcanzó 8,9 en la prueba (campo norte con 52 heliostatos), comprobándose que dicha ratio aumenta con el tamaño del campo. El resultado se atribuye a que la paralelización en *FRT* va asociada al número de heliostatos (aumentando el porcentaje de carga de la CPU), y a la preselección de heliostatos con potencial para sombrear y bloquear a los heliostatos objeto de estudio realizada por *FRT*.

Asimismo, la validación *FRT-HRT*, para el caso de campo de heliostatos, dio lugar a unas ligeras discrepancias en los resultados obtenidos (mapas de fotones, incidencia e isolíneas). El resultado se atribuye a la distinta metodología empleada por ambos códigos en la resolución de sombras y bloqueos. En cualquier caso, las discrepancias observadas en la prueba son pequeñas (no superan las 100 unidades de ECM frente a la media de 57.373 W/m²), lo que indica que la metodología seguida por *HRT* es suficientemente exacta para la obtención de mapas de fotones, incidencia e isolíneas. En relación a los tiempos de ejecución, las ratios de tiempos de ejecución *FRT* vs *HRT* varían entre 1,7 (para bajas resoluciones) hasta 11,0 (para altas resoluciones).

Posteriormente, previendo la aplicabilidad de los códigos *FRT* y *HRT* para su utilización en programas de optimización del diseño del subsistema óptico, se analiza la aptitud de ambos en el cálculo exclusivo del rendimiento por intercepción. En este sentido, se comprueba que ambos códigos concurren hacia las altas resoluciones, cuando en *HRT* el número de puntos de cálculo es elevado ($N_c = 40^2$). Se comprueba que, a medida que se reduce el número de puntos de cálculo, aun conservando el mismo número de rayos totales, se produce un aumento paulatino del rendimiento por intercepción.

Con objeto de corregir la desviación comentada y puesto que el proceso de determinación del rendimiento por intercepción en *HRT* se asemeja a la resolución de un problema de valor medio, se propone la utilización de una técnica de integración por métodos numéricos, concretamente la técnica de cuadratura de Gauss, siendo el orden de

la técnica igual a $Nc^{1/2}$. Mediante esta modificación se consigue corregir en gran medida las desviaciones observadas (a partir de $Nc = 2^2$, inclusive). Asimismo, puesto que las razones definidas como el cociente de los tiempos de ejecución de *FRT* y *HRT*, en el rango de resoluciones analizado varía entre 2,6 (para bajas resoluciones) hasta 27,7 (para altas resoluciones), constatan la buena aptitud de esta técnica homográfica para su empleo en códigos de optimización del diseño del subsistema óptico.

Finalmente, en la última parte del capítulo, se realiza una comparativa de los tiempos de ejecución de las aplicaciones *FRT* y *HRT* optimizadas para la CPU y GPU, y enfocadas al cálculo del rendimiento por intercepción. Se constata cómo la tecnología GPU presenta unas tasas o razones atractivas frente a la CPU cuando los cálculos a ejecutar consisten en grandes operaciones aptas para ser procesadas en paralelo y en las que se minimicen las transacciones CPU-GPU. Comprobándose que esta tecnología puede contribuir a la mejora significativa de las prestaciones en aplicaciones, computacionalmente exigentes, tales como en simulación y optimización del diseño del subsistema óptico en centrales termosolares de torre.

Bibliografía

- Allen, C.W., 1973. *Astrophysical Quantities*. University of London. The Athlone Press. Third Edition.
- Altman, Y., 2015. *Accelerating MATLAB® Performance. 1001 tips to speed up MATLAB programs*. CRC Press.
- ASHRAE handbook., 2001. American Society of Heating, Refrigerating and Air Conditioning Engineers.
- Badescu, V., 2008. *Modeling Solar Radiation at the Earth's Surface: Recent Advances*. Springer.
- Belhomme, B., Pitz-Paal, R., Schwarzbözl, P., Ulmer, S., 2009. A new fast ray tracing tool for high-precision simulation of heliostat fields. *Journal of Solar Energy Engineering-Transactions of the ASME* 131 (3).
- Besarati, S. M., Yogi Goswami, D., 2014. A computationally efficient method for the design of the heliostat field for solar power tower plant. *Renewable Energy*, 69, 226-232.
- Biggs, F., Vittitoe, C., 1979. *The Helios Model for the optical behaviour of reflecting solar concentrators*. SANDIA report SAND78-0347. Albuquerque, USA.
- Blanco, M.J., Amieva, J.M., Mancilla, A., 2005. *The TONATIUH software development project: an open source approach to the simulation of solar concentrating systems*.

- In: Proceedings of 2005 ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, Orlando, Florida.
- Buie, D., Monger, A. G., Dey, C. J., 2003. Sunshape distributions for terrestrial solar simulations. *Solar Energy*, 74(2), 113-122.
- Chaturvedi, D.K., 2008. *Soft Computing. Techniques and its Applications in Electrical Engineering*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Collado, F. J., 2010. One-point fitting of the flux density produced by a heliostat. *Solar Energy*, 84(4), 673-684.
- Collado, F. J., A. Gómez, Turégano, J.A., 1986. An analytic function for the flux density due to sunlight reflected from a heliostat. *Solar Energy* 37 (3), 215-234.
- Collado, F. J., Guallar, J., 2013. A review of optimized design layouts for solar power tower plants with campo code. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 20, 142-154.
- Collado, F. J., y Turégano, J. A., 1989. Calculation of the annual thermal energy supplied by a defined heliostat field. *Solar Energy*, 42(2), 149-165.
- García, P., Ferriere, A., Bezián, J., 2008. Codes for solar flux calculation dedicated to central receiver system applications: A comparative review", *Solar Energy* 82, 189-197.
- Gestal, M., Rivero, D., Rabuñal, J.R., Dorado, J., Pazos, A., 2010. *Introducción a los Algoritmos Genéticos y la Programación Genética*. Servicio de publicaciones de la Universidad de La Coruña.
- Goldberg, D.E., 1989. *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., Boston, MA, USA.
- Hoffman, J.D., 2001. *Numerical Methods for Engineers and Scientists (Second Edition)*. CRC Press.
- Hottel, H.C., 1976. A simple model for estimating the transmittance of direct solar radiation through clear atmospheres. *Solar Energy* 18(2), 129-134.
- Kaminskiy, M.P., 2012. *Reliability Models for Engineers and Scientists*. CRC Press. Taylor & Francis Group.
- Kiera, M., 1989. Heliostat field: computer codes, requirements, comparison of methods. Proceedings of the Final GAST Presentation. Springer, Lahnstein, Germany.
- Kistler, B.L., 1986. *A User's Manual for DELSOL3: A Computer Code for Calculating the Optical Performance and Optimal System Design for Solar Thermal Central Receiver Plants*. Sandia National Labs Report SAND86-8018.

- Kuiper, G.P., 1953. *The Photosphere, The Sun, The Solar System I*. University of Chicago Press, Chicago.
- Kuo, W., Zuo, M.J., 2003. *Optimal Reliability Modeling. Principles and Applications*. John Wiley & Sons, inc.
- Laurence, C.L., Lipps, F.W., Vant-Hull, L.L., 1984. User's manual for the University of Houston individual heliostat layout and performance code. Houston University, Energy Laboratory.
- Leary, P.L., Hankins, J.D., 1979. Users guide for MIRVAL: a computer code for comparing designs of heliostat-receiver optics for central receiver solar power plants, Sandia Report SAND-77-8280.
- Lee, H., 2014. The geometric-optics relation between surface slope error and reflected ray error in solar concentrators. *Solar Energy* 101, 299–307.
- Lipps, F. W., and Vant-Hull, L. L., 1978. A cellwise method for the optimization of large central receiver systems. *Solar Energy*, 20(6), 505–516.
- Lipps, F.W., Vant-Hull, L.L., 1980a. Programmer's manual for the University of Houston computer code RCELL: Cellwise optimization for the solar central receiver project. University of Houston, Energy Laboratory.
- Lipps, F.W., Vant-Hull, L.L., 1980b. User manual for the University of Houston solar central receiver, cellwise performance model: NS. University of Houston, Energy Laboratory.
- Matlab, computación paralela, 2016. Disponible en: <https://es.mathworks.com/products/parallel-computing.html>.
- Monterreal, R., 2000. Software developments for system analysis and optimization". Proceedings of the IEA SolarPACES Task III Workshop on Simulation of Solar Thermal Power Systems, Cologne, Germany.
- Mutuberria, A., Monreal, A., Albert, A., Blanco, M., 2011. Results of the empirical validation of Tonatiuh at Mini-Pegase CNRS-PROMES facility. 17th SolarPACES Conference, September 2011, Granada, Spain.
- Noone, C. J., Torrilhon, M., Mitsos, A., 2012. Heliostat field optimization: A new computationally efficient model and biomimetic layout. *Solar Energy*, 86(2), 792-803.
- Ortega, G., Rovira, A., Muñoz, J., 2015. Comparativa de distintos métodos para el cálculo de la incidencia de potencia en campos solares de torre central. IX Congreso Nacional de Ingeniería Termodinámica. Cartagena, Murcia. Junio, 2015.

- Osuna, R., Olavarría, R., Morillo, R., Sánchez, M., Cantero, F., Fernández-Quero, V., Robles, P., López, T., Esteban, A., Cerón, F., Talegón, J., Romero, M., Téllez, F., Marcos, M.J., Martínez, D., Valverde, A., Monterreal, R., Pitz-Paal, R., Brakmann, G., Ruiz, V., Silva, M., Menna, P., 2006. PS10, construction of a 11MW solar thermal tower plant in Seville, Spain. SolarPACES, Sevilla, Spain, 20-24 June.
- Press W.H., Flannery B.P., Teukolsky S.A. and Vetterling W.T., 1986. Numerical Recipes in FORTRAN77: The Art of Scientific Computing. Cambridge University Press, 1st Edition.
- Relloso, S., Domingo, M., 2006. Solar projects analysis using SENSOL. Proceedings of SolarPACES 13th International Symposium on Concentrated Solar Power and Chemical Energy Technologies, Seville, Spain.
- Schmitz, M., Schwarzbözl, P., Buck, R., Pitz-Paal, R., 2006. Assessment of the potential improvement due to multiple apertures in central receiver systems with secondary concentrators. Solar Energy 80 (1), 111–120.
- Schwarzbözl, P., Pitz-Paal, R., Schmitz, M., 2009. Visual HFLCAL – A Software Tool for Layout and Optimization of Heliostats Fields. Presented at SolarPACES 2009, Berlin, Germany.
- Soltrace-programa, 2016. Disponible en: <https://www.nrel.gov/csp/soltrace.html>
- Spencer, G.H., Murty, M.V.R.K., 1962. General Ray-Tracing Procedure. Journal of the Optical Society of America 52, 672-678.
- Suh, J.W., Kim, Y., 2014. Accelerating MATLAB with GPU Computing. A Primer with Examples. Elsevier Inc.
- Tonatiuh-programa, 2017. Disponible en: <https://code.google.com/archive/p/tonatiuh/>
- Walzel, M.D., Lipps, F.W., Vant-Hull, L.L., 1977. A solar flux density calculation for a solar tower concentrator using a two-dimensional Hermite function expansion. Solar Energy, 19(3), 239-253.
- Wei, X., Lu, Z., Lin, Z., Zhang, H., & Ni, Z., 2008. Optimization procedure for design of heliostat field layout of a 1MWe solar tower thermal power plant. Proceedings of SPIE - the International Society for Optical Engineering, 6841.
- Wei, X., Lu, Z., Wang, Z., Yu, W., Zhang, H., Yao, Z., 2010a. A new method for the design of the heliostat field layout for solar tower power plant. Renewable Energy 35 (9), 1970–1975.
- Wei, X., Lu, Z., Yu, W., Wang, Z., 2010b. A new code for the design and analysis of the heliostat field layout for power tower system. Solar Energy, 84(4), 685-690.

- Wendelin, T., 2003. SolTRACE: A New Optical Modeling Tool for Concentrating Solar Optics. In: National Renewable Energy Laboratory (NREL), International Solar Energy Conference, March.
- Yu, Q., Wang, Z., Xu, E., Zhang, H., Lu, Z., Wei, X., 2012. Modeling and simulation of 1 MWe solar tower plant's solar flux distribution on the central cavity receiver. *Simulation Modelling Practice and Theory* 29, 123-136.

6. CONSIDERACIONES SOBRE LA OPTIMIZACIÓN DEL SUBSISTEMA ÓPTICO EN CENTRALES TERMOSOLARES DE TORRE

6.1. Introducción

El presente capítulo se dedica a los procesos de optimización del diseño del subsistema óptico en centrales termosolares de torre.

La necesidad de utilizar herramientas informáticas que permitan diseñar y optimizar este tipo de subsistemas resulta indispensable pues, desde el punto de vista económico, el coste del campo de heliostatos supone en torno al 50% (Kolb et al., 2007) del coste total de la planta y unas pérdidas térmicas anuales del orden del 47% (William et al., 2001).

Estas herramientas informáticas han de caracterizarse por la determinación precisa y rápida de la contribución de potencia térmica en el receptor debida a un heliostato en un instante dado, y que vendrá dada por:

$$P_i = \eta_{cos} \cdot \eta_{ref} \cdot \eta_{syb} \cdot \eta_{aa} \cdot \eta_{int} \cdot S \cdot IND \quad (6.1)$$

donde η_{cos} representa el rendimiento por factor coseno; η_{ref} el rendimiento por reflexión; η_{syb} el rendimiento por sombra y bloqueos; η_{aa} el rendimiento por atenuación atmosférica; η_{int} el rendimiento por intercepción, desbordamiento o spillage; S es la superficie reflectante del heliostato; e IND es el valor de irradiancia normal directa en el instante considerado.

Por otra parte, la función de mérito en este tipo de códigos suele ser el cociente entre los costes de capital del subsistema dividido por la energía anual en el receptor (Lipps y Vant-Hull, 1978; Kistler, 1986; Schmitz et al., 2006; Schwarzbözl et al., 2009).

En líneas generales, los códigos de optimización operan proponiendo un arreglo o patrón de heliostatos en el campo, según unas expresiones parametrizadas, que permiten determinar la ubicación de cada uno de los heliostatos del arreglo dentro de unos límites geométricos sobre el plano geometral, que en general son función, a su vez, del tamaño de la torre y de la geometría del receptor (Wei et al., 2010a y b). Este campo propuesto estará compuesto, en general, por un número mayor de heliostatos de los requeridos para alcanzar la potencia objetivo (Besarati y Goswami, 2014; Noone et al., 2012; Schwarzbözl et al., 2009).

Seguidamente se han de determinar los factores de rendimiento elemental y total de cada uno de los heliostatos del campo propuesto en múltiples instantes del año. Según Walzel et al. (1977) se requieren al menos 40 instantes diferentes con objeto de introducir las variaciones diarias y estacionales del emplazamiento.

Una vez evaluado el patrón propuesto, el código de optimización, apoyado por la metodología de optimización empleada, deberá proponer otra configuración o patrón ligeramente diferente al anterior, volviendo a reiterarse los cálculos comentados.

Puesto que el esfuerzo computacional es ingente⁴², la mayoría de los códigos existentes para optimizar el subsistema óptico en centrales termosolares de torre recurren a una serie de simplificaciones con objeto de poder obtener una solución en un tiempo de computación razonable.

En las siguientes líneas se realizará una revisión bibliográfica concerniente a los principales códigos existentes con capacidad de optimización. Por consiguiente, se dejarán a un margen aquellos que no poseen esta capacidad, entre los que pueden destacarse: MIRVAL (Leary y Hankins, 1979) y Helios (Biggs y Vittitoe, 1979) ambos de primera generación; o SOLTRACE (Wendelin, 2003) y TONATIUH (Blanco et al. 2005) de segunda generación.

De este modo, en Besarati y Goswami (2014) los valores de irradiancia atienden al modelo de radiación para cielo despejado ASHRAE (ASHRAE handbook, 2001). La configuración óptima se determina en base a un algoritmo genético de dos parámetros, siendo la función de mérito el rendimiento anual ponderado por la irradiancia. Para una planta de 50 MWt se sigue el siguiente proceso:

- Para cada miembro de la población actual, es decir, para cada pareja de parámetros objeto de optimización, se genera un número concreto de heliostatos muy superior al necesario (se citan en el artículo 3.000 heliostatos). Las relaciones matemáticas empleadas para definir las posiciones de cada uno de los heliostatos en el campo son las propuestas por Noone et al (2012), relativas al patrón espiral basado en la filotaxis dística⁴³.
- Se ordenan los heliostatos del campo en orden decreciente de la magnitud dada por la siguiente expresión:

$$\eta_{cos} \cdot \eta_{aa} \cdot \eta_{int} \cdot tc \quad (6.2)$$

donde tc es la transmisividad de la cavidad, la cual se considera función del ángulo de incidencia. La citada expresión (6.2) se evalúa en el punto de diseño (equinoccio de primavera a mediodía solar):

⁴² De forma orientativa, se han de procesar entre tres y cinco veces más heliostatos de los necesarios para alcanzar una cierta potencia objetivo en el punto de diseño (esto es unos 1800 a 3000 heliostatos para una planta de 50 MWt). El número de instantes, para una precisión razonable, puede estar comprendido orientativamente entre 1000 y 3000. Finalmente, el número de patrones a evaluar puede consistir en una cifra próxima al millar.

⁴³ Disposición de las hojas en torno al tallo de una planta.

- Se calcula la potencia depositada sobre el receptor para cada uno de los heliostatos del campo en el punto de diseño (expresión 6.1), sin la consideración del rendimiento por sombra y bloqueos
- Se seleccionan los N primeros heliostatos que totalizan la potencia objetivo.
- Se comprueba la posibilidad de interferencia entre heliostatos adyacentes. Es decir, que la distancia entre heliostatos adyacentes es mayor o igual a cierta magnitud constante (diagonal del heliostato más separación adicional).
- Se calcula el rendimiento total del campo formado por los N heliostatos seleccionados, ponderado por la irradiancia, teniendo en cuenta esta vez el rendimiento por sombra y bloqueos. Se emplean en este proceso los días 21 de cada mes del periodo de tiempo analizado.

El proceso descrito se repite hasta las condiciones de terminación del algoritmo genético.

Las expresiones para la determinación de los rendimientos por factor coseno, atenuación atmosférica y reflexión coinciden con las indicadas en Schmitz et al. (2006). El rendimiento por intercepción se determina mediante convolución según las expresiones propuestas para el código HFL-CAL (Schwarzbözl et al. 2009). Asimismo, el cálculo del rendimiento por sombra y bloqueos fue analizado en el capítulo 4.

Nada se indica sobre la selección de instantes de cálculo a lo largo del día, ni de la metodología de integración empleada para el cálculo del rendimiento anual ponderado. Tampoco se indica cómo se obtiene la función de transmisividad de la cavidad en función del ángulo de incidencia. Los valores de irradiancia corresponden a un modelo teórico para cielo despejado, sin que se tengan en cuenta ciertos fenómenos meteorológicos que merman su valor, así como valores de irradiancia reales del emplazamiento. El número inicial de heliostatos generados no atiende a unos límites concretos sobre el plano geometral en función de las características del receptor y la altura de la torre.

En Noone et al. (2012) el modelo de irradiancia empleado es el de radiación meteorológico MRMv1 (Badescu, 2008), siendo este un modelo para cielo despejado. El algoritmo de optimización opera con dos parámetros que están relacionados con la generación de las posiciones de los heliostatos en el plano geometral, siendo la función de mérito el rendimiento anual ponderado por la irradiancia.

En relación a la selección de los instantes de cálculo del rendimiento anual, se emplea una técnica de *división uniforme en el estado solar*. Los autores indican que con la citada técnica se obtienen unos resultados equivalentes a los obtenidos con una división uniforme en el tiempo, pero con aproximadamente la mitad de instantes.

En líneas generales el algoritmo genera cinco veces más heliostatos de los N deseados. Posteriormente, se evalúa el rendimiento total de cada uno de los heliostatos

del campo propuesto, considerando que el rendimiento por sombra y bloqueos es igual a la unidad. A continuación, se ordenan todos los heliostatos de mayor a menor rendimiento y se seleccionan los N mejores. Finalmente, se determina el rendimiento anual ponderado por la irradiancia, del conjunto de heliostatos seleccionados, considerando todos los rendimientos.

Las expresiones para la determinación de los rendimientos por factor coseno, atenuación atmosférica y reflexión coinciden con las indicadas en Schmitz et al. (2006). El rendimiento por intercepción se determina mediante cono óptico, esto es, se discretiza la superficie del heliostato en igual número de franjas verticales y horizontales. Posteriormente, operando con los centros de estas cuadrículas se determina por convolución el rendimiento por intercepción correspondiente a la cuadrícula. De este modo, se puede tener en cuenta la curvatura del heliostato. El cálculo del rendimiento por sombra y bloqueos fue analizado en el capítulo 4.

Los autores comparan el rendimiento anual sin ponderar y ponderado por la irradiancia del diseño original de la PS10 (Sanlúcar la Mayor, Sevilla), con el arreglo polar alternado propuesto en Kistler (1986), con dos parámetros, sin la consideración de hileras deslizadas, ni optimización por celda. Los autores indican que con este diseño se incrementa el rendimiento total ponderado un 0,19% y reduce la superficie ocupada un 10,9% en comparación al diseño original. El citado aumento de rendimiento se fundamenta en una mejora el rendimiento por factor coseno (el campo propuesto es más esbelto) y por intercepción; mientras que disminuyen ligeramente el rendimiento por atenuación atmosférica (las posiciones de los heliostatos se encuentran más alejadas de la torre en comparación al diseño original) y por sombra y bloqueos (el campo es compacto sin las discontinuidades características del diseño del campo de heliostatos original).

Posteriormente, proponen un modelo matemático (espiral con dos parámetros) basado en la filotaxis dística. Tras la optimización del campo de heliostatos, el rendimiento total ponderado conseguido por éste es un 0,36% mayor al original, asimismo, se reduce la superficie ocupada un 15,8%.

Los valores de irradiancia corresponden a un modelo para cielo despejado, sin que se tengan en cuenta ciertos fenómenos meteorológicos que merman su valor, así como valores de irradiancia reales del emplazamiento.

No se indica tampoco en qué se basa la técnica de selección de los instantes con *división uniforme en el estado solar*, aunque sí se cita que las ejecuciones del artículo se realizan con 3684 instantes. Asimismo, nada se indica sobre la técnica de integración empleada para la determinación del rendimiento anual.

Por otra parte, no se indica qué método de optimización se emplea y cómo evoluciona la morfología del campo durante la ejecución del algoritmo de optimización.

Asimismo, el código propuesto no optimiza con el objetivo de conseguir una cierta potencia térmica objetivo en el receptor en un punto de diseño, sino dando el número final N de heliostatos del campo optimizado.

No se indica el número de cuadrículas o resolución empleada en el cálculo del rendimiento por intercepción, ni por sombras y bloqueos; aunque se cita que, en un solo instante (no indicado), el error en el rendimiento por sombra y bloqueos es menor a 0,1% con una malla de 3x3, y menor a 0,01% con una malla de 10x10.

En Wei et al. (2008) se describen las características del código HFLD, desarrollado en Matlab, que permite la simulación y optimización del diseño del subsistema óptico en cuatro configuraciones: rectangular y polar, a su vez, con las posibilidades alineado o alternado.

El código determina los límites del campo objeto de estudio, sobre el plano geometral, en base a las dimensiones de la torre y la geometría del receptor (Wei et al., 2010a y b). La generación de posiciones de los heliostatos se fundamenta en expresiones que garantizan la reducción de pérdidas por bloqueos.

El código posiciona los heliostatos en el campo comenzando por las hileras más cercanas a la torre, mediante el cálculo previo del rendimiento anual por factor coseno. Si la ubicación seleccionada tiene un rendimiento anual por factor coseno igual o superior a un cierto umbral dado por el usuario, el heliostato se emplaza, en caso contrario, se emplazará en la siguiente hilera. De este modo, las ubicaciones de los heliostatos favorecen un elevado rendimiento por factor coseno (el más determinante de los cinco factores de rendimiento elementales) y mayor rendimiento por bloqueos.

El algoritmo de optimización opera con siete parámetros, uno de los cuales queda definido al fijarse la distancia entre hileras consecutivas con la condición de reducir las pérdidas por bloqueos. Entre los seis parámetros restantes se pueden citar: pendiente del terreno, distancia mínima entre heliostatos adyacentes, distancia de la primera hilera, así como los ángulos de inclinación del plano de apertura y de amplitud de la cavidad.

La función de mérito es el inverso del producto de la densidad del campo por el rendimiento anual. Los valores de irradiancia son tomados de un modelo teórico para cielo despejado dado en Xu et al. (2002).

Las expresiones para la determinación de los rendimientos por factor coseno, atenuación atmosférica y reflexión coinciden con las indicadas en Schmitz et al. (2006). El rendimiento por intercepción es calculado mediante trazado de rayos, discretizando la superficie del heliostato en igual número de franjas verticales y horizontales, y aplicando los rayos en sus centros. Una vez determinado el reflejo de los rayos incidentes se determina la intersección de los mismos con el plano de la apertura. El cálculo del rendimiento por sombra y bloqueos fue analizado en el capítulo 4.

No se indica cómo se seleccionan los instantes de cálculo a lo largo del año, ni la cantidad de los mismos requerida, ni cuál es la metodología de integración utilizada para la determinación del rendimiento anual.

Las expresiones para determinar las posiciones de los heliostatos implican la ausencia de bloqueos, por tanto, el algoritmo no considerará patrones compactos que, aunque redunden en ligeras pérdidas por bloqueos, posean mejores resultados del resto de rendimientos elementales.

La determinación del rendimiento por intercepción se realiza por trazado de rayos, aunque no mediante el método de Monte-Carlo.

Por otra parte, no se indica qué método de optimización se emplea. Asimismo, el código propuesto no optimiza con el objetivo de conseguir una cierta potencia térmica objetivo en el receptor en un punto de diseño.

Tampoco se indica la resolución empleada en el cálculo del rendimiento por intercepción ni por sombras y bloqueos en las comparaciones que se realizan con la PS10.

En Wei et al. (2010b) se comparan los rendimientos elementales y anual sin ponderar del diseño original de la PS10 con el propuesto. El layout propuesto, con un diseño compacto, mejora un 9% el rendimiento anual sin ponderar, lo que se debe al ligero aumento de los rendimientos por factor coseno, y por sombra y bloqueos, así como a la ligera disminución del rendimiento por atenuación atmosférica e intercepción. Asimismo, se indica que el valor óptimo del ángulo de inclinación de la PS10 es de 17° (siendo $12,5^\circ$ el ángulo original).

Las hipótesis geométricas para la determinación del ángulo de aceptación de los rayos incidentes sobre el receptor de cavidad son aproximadas.

En Kistler (1986) se describen las características del código Delsol3 (winDelsol). Este código de primera generación se caracteriza por la utilización del concepto de celda propuesto por Lipps y Vant-Hull (1978), según el cual el dominio sobre el plano geometral se subdivide en un determinado número de celdas o sectores, dentro de cada una de ellas se define una determinada densidad de heliostatos. Las tipologías o configuraciones implementadas son cuatro: rectangular y polar, a su vez, con las posibilidades alineado o alternado.

El modelo matemático seguido en el proceso de optimización se detalla en el trabajo de Lipps y Vant-Hull (1978), según el cual la función de mérito es el cociente entre el coste total del sistema y la energía total recolectada en el receptor durante un periodo de tiempo dado.

Basado en el enfoque de celda, el código permite optimizar un buen número de parámetros, entre los que destacan: separación radial y azimutal de cada sector del diseño

del campo, altura de la torre y principales dimensiones del receptor. Para ello, es preciso establecer la potencia térmica objetivo y el punto de diseño (día, hora e irradiancia en los que obtiene sobre el receptor la potencia pedida).

Alternativamente, el código permite calcular el rendimiento diario o anual de una configuración dada por el usuario, en base a las coordenadas que establecen las posiciones de los heliostatos del campo con respecto a un sistema de referencia universal.

El valor de la irradiancia empleado se fundamenta en la determinación previa de la irradiancia extraterrestre. Posteriormente, permite seleccionar entre varios modelos de atenuación de la irradiancia (Meinel, Hottel, Allen, Moon y definido por el usuario), correspondientes a cielo despejado, para la obtención de su magnitud al nivel del suelo. Asimismo, el código permite la consideración de fenómenos atmosféricos (nubosidad, presión atmosférica y precipitación) que disminuyen el valor de irradiancia obtenido al nivel del suelo.

La selección de los instantes se realiza, por defecto, dividiendo el lapso temporal comprendido entre los solsticios de invierno y verano en un determinado número de partes iguales dado por el usuario y, dentro de cada día seleccionado, se subdivide el lapso temporal comprendido entre el mediodía solar y el ocaso aplicando un paso constante de tiempo hasta alcanzar una altura solar mínima (por defecto de 15°). Alternativamente, se pueden especificar las coordenadas celestes horizontales de los instantes de cálculo deseados.

Las expresiones para la determinación de las posiciones de los heliostatos son las heredadas de la suite UHC (University of Houston Codes): Laurence et al. (1984), Lipps y Vant-Hull (1980a) y Lipps y Vant-Hull (1980b). Estas expresiones definen la separación radial y azimutal de los heliostatos. Cabe destacar que, si el código detecta sectores con un rendimiento por sombras y bloqueos inferior a un cierto valor umbral, elimina y/o desplaza heliostatos de una hilera, dando lugar a las denominadas *hileras deslizadas*. De este modo, el diseño del campo resultante se caracteriza por la posibilidad de la existencia de discontinuidades en su seno.

El rendimiento por reflexión se considera una constante, mientras que el rendimiento por factor coseno se determina de forma análoga a la indicada en Schmitz et al. (2006). Asimismo, el programa permite seleccionar entre tres posibilidades, el modelo de atenuación atmosférica.

El rendimiento por intercepción se determina mediante convolución, según las expresiones desarrolladas en Walzel et al. (1977). Se opera determinando las imágenes de cada heliostato de la misma celda, para emplear en lo sucesivo la imagen promediada de todos los heliostatos de la misma. Al variar posteriormente la altura de la torre o las dimensiones del receptor se sigue aplicando la misma imagen promediada con escalado.

Se considera que el rendimiento por sombra y bloqueos (entre heliostatos) y por factor coseno no varían al modificarse la altura de la torre o las dimensiones del receptor.

El rendimiento por sombra y bloqueos de cada sector se obtiene analíticamente mediante los polinomios de interpolación deducidos por Lipps y Vant-Hull (1980a). De esa forma, el código no determina geoméricamente las pérdidas por sombras y bloqueos. Además, al variar la separación radial y/o azimutal entre heliostatos de una celda, se considera que el rendimiento por sombra y bloqueos permanece constante.

Otras características destacadas son las siguientes: la posibilidad de operar con heliostatos con canteo *fuera de eje*, así como la posibilidad de elegir entre varias estrategias de apuntamiento al blanco.

El enfoque dado al código es la velocidad de ejecución a costa de la exactitud en comparación a los códigos existentes de la época (básicamente MIRVAL y Helios), con objeto de abordar en un tiempo razonable procesos de optimización.

Se puede apuntar que la capacidad de cálculo computacional de los actuales equipos informáticos permite abordar el problema de optimización de una forma más precisa que la empleada por Delsol3 (Windelsol).

El número de instantes sugerido es asimismo muy bajo (se indica que con unas pocas decenas es suficiente). No se indica la metodología de integración empleada para el cálculo del rendimiento anual ponderado. Los modelos por los que se determina la irradiancia al nivel del suelo son teóricos, considerándose más adecuada la utilización de datos experimentales obtenidos localmente tras una campaña de medición del recurso solar de la extensión suficiente. La función de mérito incluye el coste total de la planta, aunque las relaciones empleadas por el código datan del año 1984. El cálculo de sombras y bloqueos no se determina geoméricamente, sino en base a unos polinomios de interpolación y, además, se considera que, al variar la distancia radial y azimutal entre heliostatos de una celda, el rendimiento por sombra y bloqueos permanece constante.

En Schmitz et al. (2006) y Schwarzbözl et al. (2009), se perfilan las principales características del código HFLCAL. Se trata de un código de optimización del diseño del subsistema óptico basado en convolución y desarrollado en lenguaje de programación Fortran.

En líneas generales el código determina el diseño óptimo a partir de la generación de un arreglo descrito por expresiones parametrizadas (no indicadas), con un número de heliostatos mayor al requerido. Posteriormente, se determinan los rendimientos elementales y total de cada uno de los heliostatos del campo y se seleccionan aquellos de mejor rendimiento que totalizan la potencia objetivo en el punto de diseño. Para esta configuración se determina la salida de energía anual y el coste de los componentes solares.

A lo largo del proceso de optimización se repite el proceso descrito al variar los parámetros de entrada. Se cita el empleo de dos técnicas de optimización: algoritmo genético y método de Powell descrito en Press et al. (1986).

Se considera un rendimiento por reflexión constante, en el que se tiene en cuenta el grado de limpieza de la superficie reflectante. El rendimiento por factor coseno se determina trigonométricamente una vez orientado el heliostato. El rendimiento por atenuación atmosférica se evalúa, para distancias entre heliostato y blanco D inferiores a 1000 m, según la expresión dada en Leary y Hankins (1979). Para distancias superiores, el citado artículo establece que:

$$\eta_{aa} = e^{-0,0001106 \cdot D} \text{ si } D > 1000 \text{ m} \quad (6.3)$$

Se indica que el rendimiento por sombra y bloqueos se determina mediante la proyección de los contornos de los heliostatos adyacentes sobre el heliostato objeto de estudio. Por otra parte, el rendimiento por intercepción se determina mediante convolución, sobre el plano de apertura, teniendo en cuenta una amplia diversidad de fuentes de error. El código tiene capacidad para determinar las pérdidas en las regiones de concentración secundarias a partir de datos procedentes de códigos de trazado de rayos. En relación al número de instantes empleados a lo largo del año, el artículo Schmitz et al. (2006) cita la utilización de cada hora de un solo día de cada mes (concretamente el día 21 de cada mes). Lo que da lugar a la consideración de unos 100 instantes del año.

La función de mérito es el coste de capital para los componentes solares (heliostatos, concentrador secundario, receptor y torre) dividido por la energía anual para cielo despejado. Todos los costes están basados en el año 2004.

El código fue validado con MIRVAL en el artículo Schwarzbözl et al. (2009), llegándose a la conclusión de que cuando los errores ópticos son pequeños (menores al doble de la desviación típica correspondiente al MFS) HFLCAL sobreestimaba la densidad de potencia máxima, pero a medida que los errores aumentan se consigue un grado de concordancia aceptable. Los mapas de densidad de potencia presentaban importantes variaciones.

El código tiene capacidad para optimizar sistemas de elevada potencia térmica y con distintas tipologías de receptor, incluyendo ópticas secundarias. No se menciona el modelo de irradiancia empleado, ni la metodología de integración empleada en la evaluación de la energía producida en el periodo de tiempo analizado. El código no es apropiado para simular un diseño del campo de heliostatos dado por el usuario, ni para la obtención de mapas de densidad de potencia e isolíneas. No se especifican las relaciones empleadas para la generación de las posiciones de los heliostatos.

Tampoco se especifica la metodología de cálculo de sombras y bloqueos propiamente dicha, ni cuál es el mecanismo de preselección de heliostatos con potencial para sombrear y/o bloquear al heliostato objeto de estudio. Asimismo, no se indica la resolución empleada en el cálculo del rendimiento por sombras y bloqueos.

Finalmente, en Collado y Guallar (2013) se definen las características del código de optimización *campo*, desarrollado en Matlab.

El algoritmo de optimización comienza su proceso con la propuesta del campo más denso posible, por lo que, éste tendrá los peores resultados de rendimiento por sombra y bloqueos, pero los mejores resultados del resto de rendimientos. Tras la evaluación del rendimiento anual de esta configuración de partida, el código va aumentando progresivamente la distancia radial entre heliostatos, conservando el espacio azimutal, por lo que se producirá una mejora del rendimiento por sombra y bloqueos, a la vez que un empeoramiento del resto de rendimientos.

La configuración inicial se basa en las expresiones e hipótesis indicadas en Collado (2009), las cuales definen las posiciones de los heliostatos con arreglo polar alternado circundante en función del punto de diseño, separación adicional entre heliostatos y rendimiento por bloqueos deseado.

En cada una de estas configuraciones intermedias el código determina el rendimiento anual de la planta. La condición de terminación del algoritmo de optimización se basa en que el resultado de rendimiento anual comience a disminuir.

Las expresiones para la determinación de los rendimientos por factor coseno, atenuación atmosférica y reflexión coinciden con las indicadas en Schmitz et al. (2006); considerándose, en el rendimiento por reflexión, la aplicación de un factor relativo al grado de limpieza medio de los heliostatos. El rendimiento por intercepción se determina mediante convolución, según expresiones desarrolladas en Collado et al. (1986). El rendimiento por sombras y bloqueos se detalla en el capítulo 4.

En relación a los valores de irradiancia empleados por el código, los autores indican que éstos se deben obtener a partir del denominado *año meteorológico tipo*, basado en las lecturas de irradiancia próximas al emplazamiento a lo largo de una campaña de medición suficientemente extensa. En la validación de los resultados ofrecidos por el código *campo* sobre el emplazamiento de la planta Gemasolar (Fuentes de Andalucía, Sevilla) se emplean valores tomados de la PSA correspondientes al proyecto GAST.

Se cita el empleo de los días 21 de cada mes entre solsticios y la consideración de los instantes del día a partir de una altura solar mínima de 15°.

El código presenta la ventaja de que se recalculan todos los valores de rendimiento de cada uno de los heliostatos del campo en cada una de las configuraciones intermedias

por las que transcurre el proceso de optimización. Asimismo, no se generan más heliostatos de los necesarios, aunque no se menciona si la configuración del campo optimizada garantiza una cierta potencia objetivo para un punto de diseño.

No se cita la metodología de integración empleada para la obtención del rendimiento anual de la planta. El número de instantes empleado para la validación con la planta Gemasolar es de 35, cifra que, como se demostrará posteriormente, puede considerarse escasa.

Asimismo, los autores indican que la expresión propia utilizada para la determinación del rendimiento por intercepción (Collado et al., 1986) es más compleja y menos precisa que la propuesta para el código HFLCAL.

En resumen, los códigos de optimización de primera generación, tales como DELSOL3, desarrollado por Sandia National Labs (USA, 1986), e implementado en plataforma Windows bajo la denominación Windelsol, desarrollado conjuntamente por: CIEMAT, AICIA y SOLUCAR; así como el código RCELL⁴⁴ (de la suite UHC), poseen como principal característica la operación bajo el concepto de celda.

Este enfoque permite la determinación de los rendimientos elementales para heliostatos representativos de cada una de las celdas o sectores en los que se descompone el campo solar a optimizar. Asimismo, la evolución geométrica del diseño del campo de heliostatos a lo largo del proceso de optimización, no supone recalcular los citados rendimientos elementales, especialmente, en los de mayor esfuerzo computacional.

En la situación contrapuesta se hallan códigos relativamente recientes, tales como el código *campo*, caracterizado por la evaluación de los rendimientos elementales heliostato por heliostato y en cada una de las configuraciones intermedias a lo largo del proceso de optimización.

Se tiende, por consiguiente, a un enfoque de cálculo caracterizado por una mayor fidelidad y exactitud en la simulación del subsistema óptico, gracias al importante aumento de la capacidad de cálculo de los actuales equipos informáticos.

En cualquier caso, incluso en los códigos modernos que siguen este enfoque, se asumen una serie de consideraciones simplificadoras como, por ejemplo: el número y distribución de los instantes considerados en la evaluación del rendimiento anual, la determinación del rendimiento por sombras y bloqueos, e intercepción, etc.

En relación al número y distribución de los instantes empleados en la determinación del rendimiento anual ponderado y sin ponderar por la irradiancia, los códigos analizados (salvo el propuesto por Noone et al. 2012) se caracterizan por la

⁴⁴ No analizado en la revisión bibliográfica realizada debido a la imposibilidad de acceder a la documentación suficiente. Únicamente, se ha podido acceder a la referencia Lipps y Vant-Hull (1978), donde se describe el método de optimización basado en el concepto de celdas o sectores.

utilización de unas decenas de instantes lo que se considera un número muy reducido, como se demostrará en el epígrafe 6.3 del presente capítulo.

Por otro lado, predominan los modelos teóricos de irradiancia para cielo despejado, alejados de los basados en el procesado de los datos de irradiancia reales del emplazamiento medidos a lo largo de una campaña de medición suficientemente extensa.

En relación al cálculo del rendimiento por sombras y bloqueos (uno de los rendimientos elementales cuya evaluación requiere mayor esfuerzo computacional), se recurre en la mayoría de los casos a la metodología propuesta por Sassi (1983) o variantes de la misma, consistentes en la proyección cilíndrica de los centros de un número limitado de candidatos para sombras y bloqueos, sobre el plano definido por el heliostato objeto de estudio, considerando que el resultado de la proyección son siempre rectángulos en verdadera magnitud, lo que implica que los heliostatos analizados se consideran láminas rectangulares paralelas.

En relación al cálculo del rendimiento por intercepción, predominan las técnicas de convolución y cono óptico (salvo HFLD). En las que el citado rendimiento se determina mediante la integración por métodos numéricos de una función analítica conocida. Este enfoque tiene la ventaja de la rapidez en la determinación del citado rendimiento, sin embargo, adolece de ciertas limitaciones, tales como:

- El empleo casi exclusivo de fdps gaussianas, tanto para el MFS como para los errores intervinientes.
- En muchos casos, las funciones analíticas evalúan el rendimiento por intercepción para el heliostato en su conjunto, por lo que se han asumido una serie de simplificaciones, tales como despreciar la curvatura del heliostato.
- Para facilitar el proceso de integración de la función analítica propuesta, se realizan importantes simplificaciones en la determinación del dominio de integración.
- En muchos casos, la técnica de convolución no es compatible con la obtención de mapas de fotones, densidad de potencia e isolíneas.
- El cálculo del rendimiento por intercepción supone que el heliostato presenta un rendimiento por sombra y bloqueos igual a la unidad.

Otra conclusión obtenida de la revisión bibliográfica realizada es la dificultad para encontrar una herramienta que permita:

- La optimización del diseño del subsistema óptico para una potencia objetivo dada en un determinado punto de diseño.
- La determinación de los rendimientos anuales o correspondientes a un periodo de tiempo definido, así como la energía obtenida en el receptor para una configuración dada.

- La posibilidad de obtener mapas de densidad de potencia e isolíneas con suficiente precisión, para un diseño de campo e instante dado.

En la revisión bibliográfica realizada, todos los códigos permiten la optimización del diseño del subsistema óptico, sin embargo, no todos permiten la optimización para una potencia objetivo en un punto de diseño dado. Por otra parte, la capacidad de obtención de mapas de densidad de potencia e isolíneas para una configuración e instante dado no suele estar recogida en la mayoría de las herramientas basadas en convolución. Una excepción importante al respecto es el caso del código Helios (Biggs y Vittitoe, 1979), aunque este código no posee las dos primeras características citadas.

La única herramienta analizada que permite las tres posibilidades enumeradas es HFLD, sin embargo, en el análisis previo realizado en esta introducción, así como en la revisión bibliográfica del capítulo 4 y 5, se apuntaron una serie de limitaciones atribuibles al mencionado código.

El objetivo principal del presente capítulo consiste en la propuesta de una herramienta de simulación y optimización del diseño del subsistema óptico en centrales termosolares de torre, caracterizada por una precisión y exactitud comparables al empleo de una herramienta de trazado de rayos según el método de Monte-Carlo (TRMC), y presente unos tiempos de computación entre uno y dos órdenes de magnitud inferiores a los obtenidos por la citada técnica. Asimismo, se ha de validar la herramienta de optimización propuesta a partir de los datos publicados para una planta conocida.

Para la consecución del objetivo establecido en el presente capítulo se considera imprescindible implementar en el código de optimización propuesto alguno de los métodos para la determinación de los rendimientos por sombra y bloqueos, e intercepción analizados a lo largo de los capítulos 4 y 5, respectivamente. Asimismo, se considera necesario estudiar aquellas variables que tienen una mayor repercusión en los resultados y tiempos de computación. Por consiguiente, se proponen los siguientes objetivos secundarios o subordinados al principal:

Por un lado, la propuesta y análisis de distintas metodologías para la selección de los instantes empleados en la determinación del rendimiento total del subsistema óptico, sin ponderar y ponderado por la irradiancia, a lo largo de un periodo de tiempo determinado. Asimismo, se ha de analizar la influencia del número de instantes y la metodología de integración utilizada en los resultados obtenidos. El análisis de los resultados obtenidos por cada metodología propuesta ha de ser comparado con un patrón de referencia obtenido con una técnica suficientemente contrastada y elevada resolución.

Por otro lado, la propuesta y análisis de distintas metodologías que permitan calcular el rendimiento por intercepción mediante técnicas de interpolación, a partir de una malla adaptada al dominio del campo solar sobre el plano geometral. El análisis debe

considerar distintas geometrías de malla, resolución y métodos de interpolación. Las distintas propuestas tendrán que ser comparadas con un patrón de referencia obtenido sin técnicas de interpolación.

Como último objetivo subordinado se propone analizar la relación entre la resolución o número de rayos trazados por heliostato y el grado de incertidumbre deseado en la evaluación del rendimiento anual de un campo de heliostatos.

Finalmente, y de forma análoga a los capítulos 4 y 5, se plantea como objetivo analizar la aplicabilidad y prestaciones de la tecnología GPU en la ejecución de códigos enfocados a la optimización del diseño del subsistema óptico en centrales termosolares de torre, comparando los resultados con los obtenidos por el código equivalente optimizado para su ejecución en la CPU.

El presente capítulo comienza con la propuesta de las relaciones para la generación de configuraciones de heliostatos según los arreglos más frecuentes: rectangular y polar, con modalidades alineada y alternada, en ambos casos. La condición de no interferencia se cumple para cualquier combinación de los parámetros de generación dados, por tanto, el algoritmo de optimización propuesto no requiere comprobar el solapamiento de heliostatos adyacentes.

Posteriormente, se exponen las relaciones para el cálculo de tres de los rendimientos elementales (reflexión, factor coseno y atenuación atmosférica), derivadas de Schmitz et al. (2006). Asimismo, se proponen y analizan cuatro metodologías para la selección de instantes, caracterizadas por el modo en que se toman las divisiones a lo largo de un mismo día y en la metodología de integración empleada. Seguidamente, se propone una metodología para el cálculo del rendimiento por intercepción de cada uno de los heliostatos del campo e instante considerado, basada en técnicas de interpolación.

A continuación, se realizan una serie de consideraciones generales sobre la resolución o número de rayos a emplear por heliostato en los códigos de optimización, en función del grado de exactitud y precisión deseado, así como del número de heliostatos e instantes considerados en el problema.

Se aborda seguidamente la propuesta de un código de optimización que aúne las técnicas de selección de instantes, cálculo del rendimiento por intercepción mediante interpolación, así como el cálculo de los factores de rendimiento por sombra y bloqueos e intercepción mediante técnicas homográficas. Se completa el código con dos metodologías de selección de la configuración óptima: matriz de eficiencias y algoritmo genético.

Los resultados del código propuesto son validados de acuerdo a los resultados publicados para la planta PS10 (Sanlúcar la Mayor, Sevilla) por diversos autores: Noone et al. (2012), Wei et al. (2010b) y Besarati y Goswami (2014),

Finalmente, se plantea una comparación de los tiempos de ejecución obtenidos por las versiones optimizadas para CPU y GPU del código de optimización propuesto.

6.2. Generación de configuraciones de heliostatos

Uno de los procesos básicos en todo código de optimización del diseño del subsistema óptico es el correspondiente a la generación de configuraciones de heliostatos, es decir, a la determinación del conjunto de posiciones de los heliostatos de acuerdo a algún tipo de arreglo y dentro de un determinado dominio sobre el plano geométral. En este sentido, las dos tipologías de configuraciones más frecuentes son: la rectangular y la polar, con modalidades alineada o alternada, en ambos casos. La diferencia entre ambas radica en que, en el arreglo alternado, las hileras impares contienen heliostatos sobre el eje de ordenadas, mientras que las pares van desfasadas de forma simétrica con respecto al citado eje (figura 6.3).

Tanto en el arreglo rectangular como en el polar, se propone la siguiente expresión para establecer la ordenada⁴⁵ de la hilera k -ésima:

$$y = a \cdot (k - 1)^b + d \cdot al_t \quad (6.4)$$

donde k es el número de la hilera; a es un parámetro con unidades en metros; b y d son parámetros adimensionales, repercutiendo el segundo de ellos en la ordenada de la primera hilera; y al_t es la altura de la torre.

Con objeto de evitar el solapamiento entre heliostatos adyacentes, se establece el criterio de que la separación mínima Δ entre los mismos, sea:

$$\Delta = c \cdot D \quad (6.5)$$

donde c es un parámetro adimensional mayor a la unidad; y D es la dimensión característica del heliostato (en lo sucesivo se considerará igual a la diagonal del mismo).

Por lo tanto, la influencia del parámetro c es la de establecer un margen de seguridad en el cálculo de la separación entre heliostatos adyacentes y, de este modo, evitar su contacto con independencia de su orientación.

De este modo, en arreglos rectangulares alternados⁴⁶ (esquematisado en la figura 6.1), la separación mínima entre hileras vendrá dada por:

$$\Delta y = \frac{\sqrt{3}}{2} c \cdot D \quad (6.6)$$

⁴⁵ En el caso de arreglo polar la expresión (6.4) indica el radio de la hilera.

⁴⁶ En arreglos alineados (tanto rectangulares como polares) se tendrá que $\Delta y = \Delta r = c \cdot D$

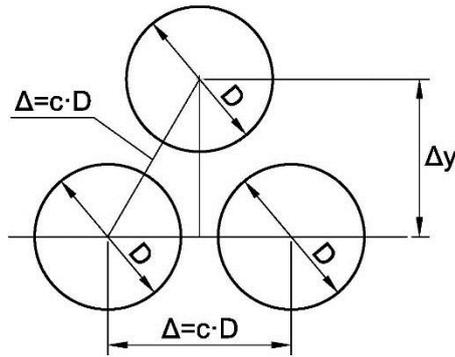


Figura 6.1. Detalle separación entre heliostatos para patrones rectangulares alternados.

En el caso de patrones polares, la separación angular $\Delta\varphi$ entre heliostatos en una misma hilera, se determina del siguiente modo:

- 1) Se calcula el incremento angular mínimo $\Delta\theta$ definido por la tangencia entre las circunferencias de diámetro Δ adyacentes de una misma hilera de radio r . Dicho incremento angular vendrá dado por:

$$\Delta\theta = 2 \cdot \arcsen \left(\frac{\Delta}{2r} \right) \quad (6.7)$$

- 2) Se determinan cuantas divisiones en partes iguales se podrían practicar en la circunferencia de radio r con el incremento angular determinado con la expresión (6.7), esto es:

$$n = \text{fix} \left(\frac{2\pi}{\Delta\theta} \right) \quad (6.8)$$

donde la función *fix* indica redondeo hacia menos infinito.

- 3) Finalmente, el incremento angular aplicado entre heliostatos correspondientes en una misma hilera de radio r vendrá dado por:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{n-1} \quad (6.9)$$

Lo que implica que: $\Delta\varphi \geq \Delta\theta$, por lo que las circunferencias de diámetro $\Delta = c \cdot D$, dispuestas sobre una misma hilera no serán, en general, tangentes entre sí.

Las siguientes hileras utilizarán el mismo incremento angular $\Delta\varphi$, sin embargo, al poseer dichas hileras un radio mayor, podrá ocurrir que $\Delta\varphi > 2 \cdot \Delta\theta$, en cuyo caso se procede a duplicar el número de heliostatos en la hilera correspondiente.

Esta técnica garantiza evitar el solapamiento entre heliostatos adyacentes dentro de una misma hilera, así como un reparto uniforme a lo largo de la misma, lo que posibilita la generación de arreglos polares tanto en campo norte como circundantes.

Por otra parte, en el arreglo polar alternado, la separación mínima entre hileras adyacentes (figura 6.2) vendrá dada por:

$$\Delta r = \frac{\Delta \cdot \sin \delta}{\sin \beta} \quad (6.10)$$

donde a su vez:

$$\beta = \frac{180 - \alpha}{2}$$

$$\delta = \beta - \gamma = \beta - \arcsin\left(\frac{r_1 \cdot \sin \alpha}{\Delta}\right)$$

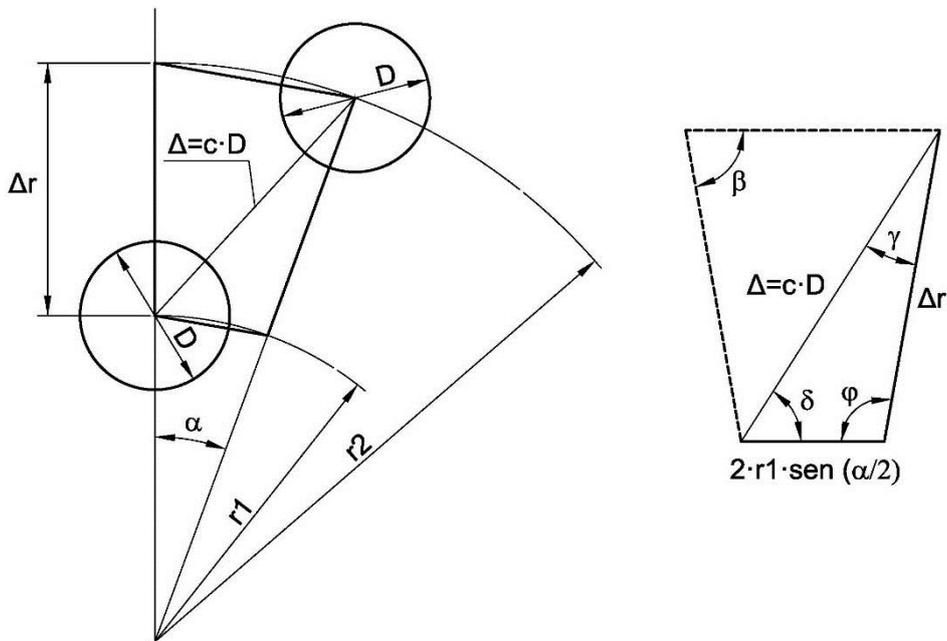


Figura 6.2. Detalle separación entre heliostatos para patrones polares alternados.

Si el incremento radial calculado es tal que en la circunferencia de radio r_2 se cumpliera la condición de desdoble, se tendría que volver a calcular el incremento radial para dicha condición.

En la figura 6.3 se muestra ejemplo de patrón polar alternado compacto cuyos datos se recogen en la tabla 6.1.

Nº de hileras n	14
Parámetro a	10 m.
Parámetros adimensionales b , c y d	1,0, 1,1 y 0,75, respectivamente.
Heliostatos (ancho x alto)	12,84 × 9,45 m
Altura de la torre al_t	115 m
Angulo de las líneas de extensión con el eje de ordenadas	40°
Punto de corte de las líneas de extensión con el eje de ordenadas	(0, -50 m)

Tabla 6.1. Datos ejemplo patrón polar alternado.

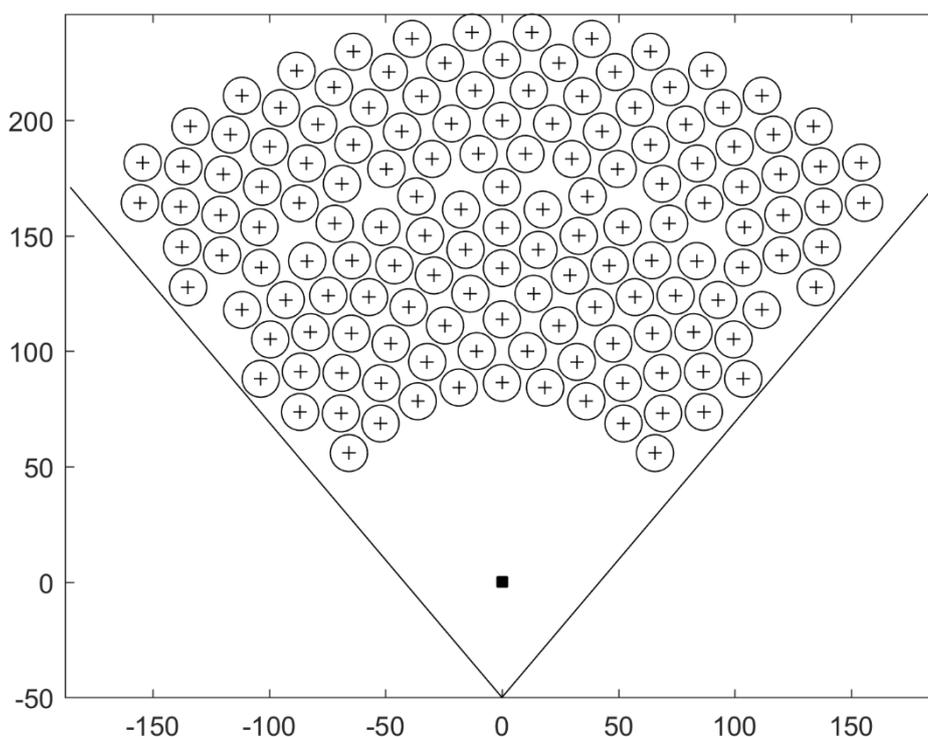


Figura 6.3. Esquema patrón polar alternado.

En la figura 6.3 se verifica que las primeras hileras, cuyos radios han sido calculados según la expresión (6.4), dan lugar al solapamiento de heliostatos de las hileras adyacentes, por tanto, se recalcula el nuevo radio según el incremento radial dado por la expresión (6.10). Asimismo, se observa cómo en la 10ª hilera se produce desdoble.

6.3. Selección de los instantes para el cálculo del rendimiento anual

6.3.1. Expresiones para la evaluación del rendimiento anual

Según Besarati y Goswami (2014), y Noone et al. (2012), las expresiones para la evaluación del rendimiento anual sin ponderar y ponderado por la irradiancia, vienen dados respectivamente, por:

$$\eta_{anual} = \frac{\sum_{d=1}^{365} \int_{orto}^{ocaso} \eta(t) dt}{\sum_{d=1}^{365} \int_{orto}^{ocaso} dt} \quad (6.11)$$

$$\eta_{anual_pond} = \frac{\sum_{d=1}^{365} \int_{orto}^{ocaso} \eta(t) \cdot IND(t) dt}{\sum_{d=1}^{365} \int_{orto}^{ocaso} IND(t) dt} \quad (6.12)$$

donde IND representa la Irradiancia Normal Directa dada en W/m².

Por otra parte, el rendimiento total del heliostato *i*-ésimo del campo, en un instante del año, puede expresarse como:

$$\eta_{Ti} = \eta_{cos} \cdot \eta_{ref} \cdot \eta_{syb} \cdot \eta_{aa} \cdot \eta_{int} \quad (6.13)$$

donde η_{cos} representa el rendimiento por factor coseno; η_{ref} el rendimiento por reflexión; η_{syb} el rendimiento por sombra y bloqueos; η_{aa} el rendimiento por atenuación atmosférica; y η_{int} el rendimiento por intercepción, desbordamiento o spillage.

Asimismo, el rendimiento del campo solar en un instante del año $\eta(t)$ vendrá dado por la media aritmética de los rendimientos totales de los heliostatos que lo integran, es decir:

$$\eta(t) = \frac{\sum_{i=1}^N \eta_{Ti}}{N} \quad (6.14)$$

siendo *N* el número de heliostatos del campo solar.

La determinación del rendimiento por factor coseno η_{cos} , correspondiente a un cierto heliostato, puede realizarse a través de la siguiente expresión:

$$\eta_{cos} = \frac{N \cdot S_o}{|N| \cdot |S_o|} \quad (6.15)$$

donde *N* y *S_o* son los vectores que definen el eje óptico del heliostato (en el supuesto de canteo *sobre eje*) y la dirección principal, respectivamente.

Por otro lado, la determinación del rendimiento por atenuación atmosférica η_{aa} , correspondiente a un cierto heliostato, puede realizarse a través de la siguiente expresión dada por (Schmitz et al, 2006) válida para una distancia visual del entorno de 40 km:

$$\begin{aligned} \eta_{aa} &= 0,99321 - 0,0001176 \cdot D + 1,97 \cdot 10^{-8} \cdot D^2 \text{ si } D \leq 1000 \text{ m} \\ \eta_{aa} &= e^{-0,0001106 \cdot D} \text{ si } D > 1000 \text{ m} \end{aligned} \quad (6.16)$$

siendo D la distancia existente entre el centro del heliostato y el centro del blanco.

6.3.2. Consideraciones sobre la selección de los instantes de cálculo

En la selección y establecimiento de los instantes a procesar se realizan las siguientes consideraciones:

- A lo largo del año es suficiente considerar el periodo de días comprendido entre los solsticios, puesto que las trayectorias solares vuelven a repetirse. El código de optimización propuesto opera con los días del año comprendidos entre el solsticio de verano y el de invierno, es decir: $172,25 \leq d \leq 354,75$.
- A lo largo del día es suficiente considerar el periodo de tiempo comprendido entre el orto y el mediodía solar, o bien, entre el mediodía solar y el ocaso, puesto que la trayectoria descrita por el centro del disco solar es simétrica con respecto al plano perpendicular al geometral que contiene a la dirección cardinal norte-sur. El código de optimización propuesto opera con el primer lapso citado.

Asimismo, se cumplen las siguientes propiedades complementarias:

- A lo largo de un mismo día del año se verifica que dos heliostatos situados de forma simétrica respecto al eje de ordenadas poseen el mismo rendimiento total (por ser iguales los cinco rendimientos básicos), cuando su rendimiento se evalúa en dos horas simétricas respecto al mediodía solar.
- Como consecuencia de la propiedad precedente, se verifica que, a lo largo de un mismo día del año, el rendimiento total el campo sin ponderar por la irradiancia, en dos horas simétricas respecto al mediodía solar, son iguales.

Razonando de un modo similar considerando la simetría entre solsticios, se verifica que:

- El rendimiento total del campo sin ponderar por la irradiancia, en dos instantes correspondientes a la misma hora solar y días del año simétricos respecto a los solsticios, son iguales.

Por consiguiente, la aplicación de las propiedades anteriores permite reducir el número de instantes a procesar, aproximadamente, a una cuarta parte del total.

Por otra parte, hay que destacar que estas características de simetría citadas no serán seguidas, en general, por el modelo que proporciona los datos de IND.

6.3.3. Métodos propuestos para la evaluación del rendimiento anual

El número de instantes tomados en el proceso de cálculo del rendimiento anual influye de forma destacada en los tiempos de computación. Este hecho justifica la propuesta y estudio de distintas metodologías que permitan su evaluación con suficiente precisión y menor esfuerzo computacional. En este sentido, en el presente apartado se proponen cuatro métodos para su selección.

Todos los métodos propuestos tienen en común la selección de días del año objeto de estudio. Esta selección se realiza dividiendo el lapso comprendido entre los solsticios de verano y de invierno ($172.25 \leq d \leq 354.75$) en partes iguales.

Por otra parte, resulta destacable el método de integración a emplear. En este sentido se proponen dos metodologías de integración por métodos numéricos: regla trapezoidal y técnica de cuadratura de Gauss (ver Anexo 2). En este último método de integración, las diversas abscisas y pesos se obtienen, para cualquier orden, a partir de la resolución de las raíces de los polinomios de Legendre.

Se han descartado otros métodos de integración numérica derivados de las fórmulas de Newton-Cotes, tales como los de Simpson's 1/3 y 3/8, pues requieren un número de divisiones a lo largo del día múltiplo de dos y tres, respectivamente.

Los cuatro métodos propuestos son los siguientes:

- *M1* basado en división del lapso temporal comprendido entre el orto y el mediodía solar en un número de partes iguales proporcionales a la duración del citado lapso. El método de integración está basado en la regla trapezoidal. El número de divisiones vendrá dado por:

$$n = \text{fix}[k \cdot (12 - h_{orto})] \tag{6.17}$$

donde la función *fix* indica redondeo hacia menos infinito; y *k* es un número positivo dado por el usuario.

- *M2* basado en división del lapso temporal comprendido entre el orto y el mediodía solar en un número de partes iguales proporcionales a la amplitud del ángulo de acimut subtendido en este lapso. El método de integración está basado en la regla trapezoidal.
- *M3* basado en división del lapso temporal comprendido entre el orto y el mediodía solar en un número de partes iguales proporcionales a la amplitud del ángulo de altura solar subtendido en este lapso. El método de integración está basado en la regla trapezoidal.

- $M4$ igual al $M1$, pero empleando como método de integración el basado en la técnica de cuadratura de Gauss, por lo que, el lapso comprendido entre el orto y mediodía solar no estará dividido en partes iguales.

En la figura 6.4 se muestra altura solar en función de la hora solar para el día $d = 263,5$ (equinoccio de otoño) y en la que se indican, para $k = 1$, los instantes considerados por los métodos $M1$, $M2$ y $M3$.

En concreto, para el ejemplo mostrado en la figura 6.4, el método $M1$ empleará seis divisiones entre el orto y el mediodía solar, según la expresión (6.17), y que son: 6; 7,2; 8,4; 9,6; 10,8 y 12 horas solares.

Se observa en la figura 6.4 que el método $M2$, en comparación al $M1$, toma el mismo número de divisiones, pero éstas se sitúan comparativamente más cerca del mediodía solar que del orto y ocaso. Por el contrario, el método $M3$ en comparación al $M1$, toma una división menos y los instantes se sitúan comparativamente más cerca del orto y ocaso que del mediodía solar.

Se verifica que los métodos $M1$ a $M3$ utilizan siempre divisiones en los instantes correspondientes al orto u ocaso y mediodía solar.

En este mismo ejemplo, la metodología $M4$ emplearía las siguientes divisiones: 6,095; 6,494; 7,191; 8,146; 9,309; 10,617 y 12 horas solares. Por tanto, en la metodología $M4$ solo se fuerza la coincidencia del mediodía solar, estando condicionadas las divisiones por las raíces de los polinomios de Legendre de orden doble⁴⁷ al obtenido por la expresión (6.17). En comparación al $M1$, posee una división adicional y los instantes están situados comparativamente más cerca del orto y ocaso que del mediodía solar.

⁴⁷ Se opera inicialmente entre orto y ocaso. Como el orden resultante será siempre par, se incrementa el resultado en una unidad con objeto de forzar una división a mediodía solar y que el problema sea simétrico.

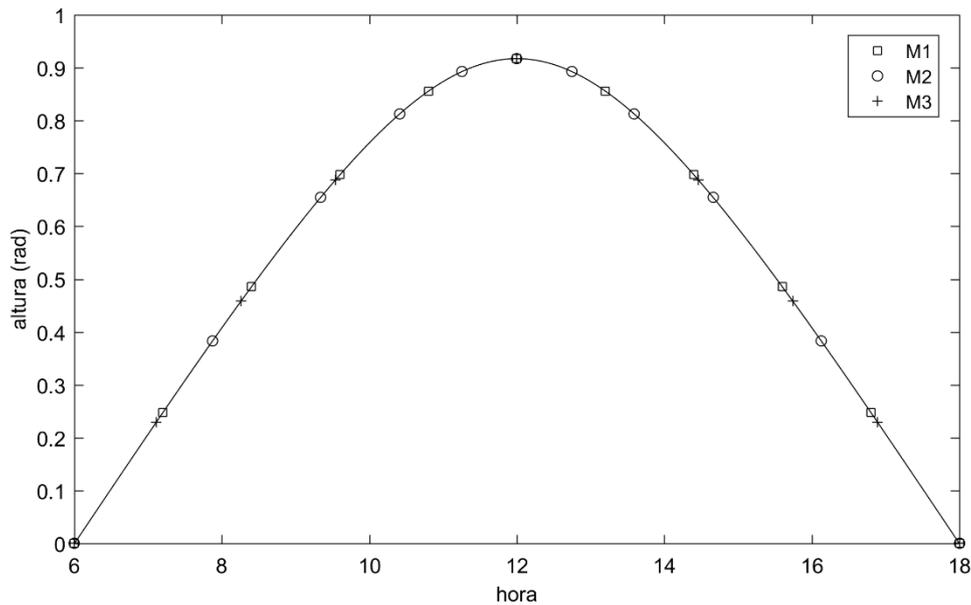


Figura 6.4. Altura solar en función de la hora para el día 263.5 (equinoccio de otoño), con indicación de los instantes considerados por los métodos: M1, M2 y M3 ($k = 1$).

6.3.4. Análisis de los métodos propuestos para la evaluación del rendimiento anual

En el presente epígrafe se estudia la evolución del rendimiento ponderado y sin ponderar por la irradiancia, abarcando un periodo anual, sobre el campo de pruebas dado en la figura 6.5 y receptor simple dado en la figura 6.6. En la tabla 6.2 se recogen los datos principales del presente estudio.

Nº de hileras n	10 (181 heliostatos)
Parámetro a	20 m.
Parámetros adimensionales b, c y d	1,5; 1,1 y 0,75, respectivamente.
Angulo de las líneas de extensión con el eje de ordenadas	40°
Punto de corte de las líneas de extensión con el eje de ordenadas	(0, -50 m)
Heliostatos (ancho x alto)	12,84 × 9,45 m
Altura del pedestal en heliostatos	5,17 m. s.n.s.
Superficie teórica de los heliostatos modelados como paraboloide elíptico de revolución. Canteo "sobre eje"	0,88 37° 26' 33" (37,4425°)
Rendimiento por reflexión	18 x 8 x 115 m
Latitud	100,5 m. s.n.s.
Torre prismática (ancho x profundidad x alto)	
Altura del blanco	

Tabla 6.2. Datos para el ejemplo de análisis de métodos de selección de instantes.

Asimismo, las características de MFS y errores serán las siguientes:

- Metodología de cálculo de intercepción, y por sombra y bloqueos por técnicas homográficas.
- Resolución por heliostato: $Nc = 5^2$ y $Nr/Nc = 3,2 \cdot 10^3$ ($Nr = 80 \cdot 10^3$ rayos por heliostato).
- MFS gaussiano.
- Errores de pendiente y por falta de specularidad: fdps gaussianas axil-simétricas con desviaciones estándar de 2 y 1 mrad, respectivamente.

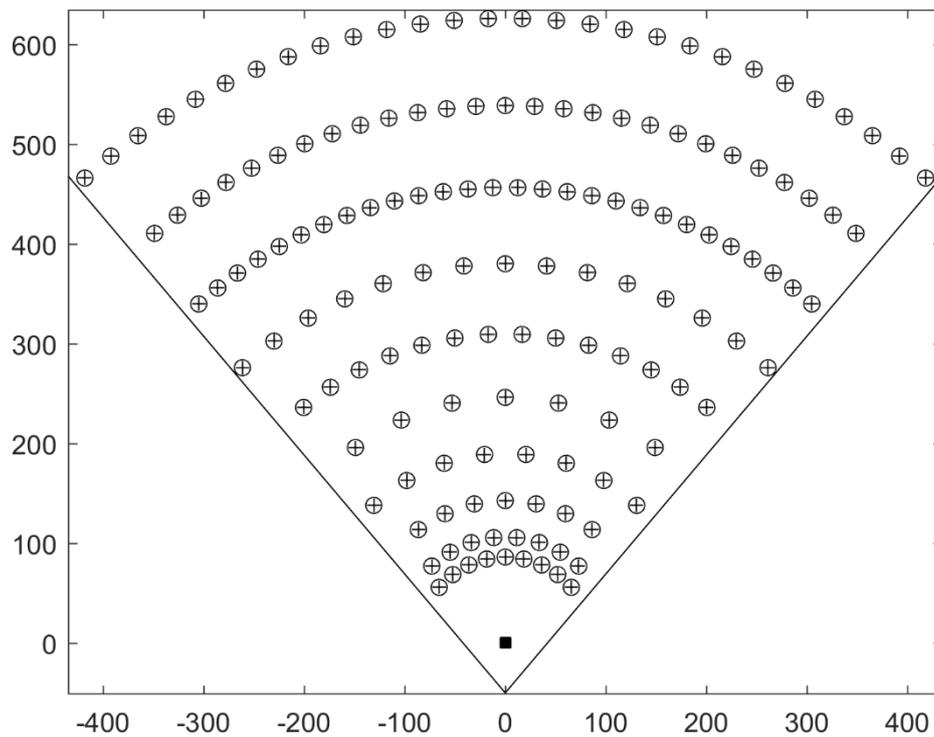


Figura 6.5. Disposición de 181 heliostatos según campo norte de 10 hileras y con arreglo polar alternado.

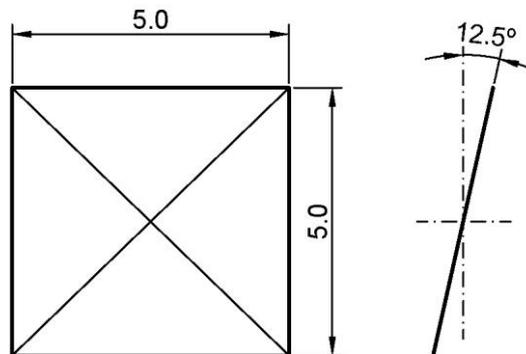


Figura 6.6. Esquema superficie absorbedora simple.

Los valores de IND se obtienen mediante dos vías: por un lado, el modelo de Hottel (Hottel, 1976) y de Satel-Light (ver Anexo 3).

En todos los casos, los días seleccionados son iguales, a saber:

- Un solo instante ($m = 0$, por lo que, $d = 263,5$ – equinoccio de otoño) a las 12:00 h. solares.
- Múltiples instantes ($m \geq 1$), se divide el periodo comprendido entre los solsticios en 1 (ambos solsticios), 2, 4, 8, 16, 32 y 64 partes iguales.

Para un mismo día del año se divide el lapso comprendido entre el orto y el mediodía solar, en cuatro niveles de resolución, según $k = 1, 2, 4$ y 8 .

En las tablas 6.3 a 6.6, se muestran los resultados obtenidos por cada uno de los métodos $M1$ a $M4$, respectivamente. En todas ellas, la primera columna representa el número de instantes de cálculo n , la segunda el número de divisiones entre solsticios m , la tercera el factor que influye en el número de divisiones entre el orto y el mediodía solar k , las columnas 4ª a 6ª corresponden a los rendimientos sin ponderar η_T , y ponderados por la irradiancia según los modelos de Hottel η_{TH} y de Satel-Light η_{TS} , respectivamente.

Para contrastar las discrepancias obtenidas en cada método se empleará como patrón de referencia aquel obtenido con las siguientes condiciones:

- Método $M1$.
- Consideración de todos los días comprendidos entre los solsticios y $k = 8$, lo que se traduce en la utilización de 8.699 instantes.
- Resultados: $\eta_T = 42,35\%$, $\eta_{TH} = 45,21\%$, $\eta_{TS} = 45,07\%$.
- Tiempo de simulación: 7.552,5 s (≈ 2 h. y 6 min).

n	m	k	η_T	η_{TH}	η_{TS}
1	-	-	51,66	51,66	51,66
11	1	1	39,53	43,16	43,29
23	1	2	40,69	43,57	43,27
47	1	4	40,86	43,61	43,22
95	1	8	40,90	43,63	43,21
17	2	1	40,77	44,50	44,68
35	2	2	41,82	44,86	44,61
71	2	4	42,03	44,93	44,56
143	2	8	42,08	44,94	44,55
28	4	1	41,01	44,70	44,92
58	4	2	42,00	45,04	44,82
118	4	4	42,22	45,11	44,77
238	4	8	42,26	45,12	44,77
50	8	1	40,88	44,70	45,42
104	8	2	42,00	45,08	45,28
212	8	4	42,26	45,16	45,23
428	8	8	42,32	45,18	45,22
94	16	1	40,88	44,78	45,36
196	16	2	42,02	45,13	45,24
400	16	4	42,28	45,19	45,20
808	16	8	42,34	45,20	45,19
182	32	1	40,85	44,77	45,35
380	32	2	42,02	45,13	45,24
776	32	4	42,28	45,19	45,20
1.568	32	8	42,34	45,20	45,19
358	64	1	40,85	44,79	45,22
748	64	2	42,01	45,14	45,11
1.528	64	4	42,28	45,19	45,07
3.088	64	8	42,34	45,20	45,07

Tabla 6.3. Resultados correspondientes a M1.

n	m	k	η_T	η_{TH}	η_{TS}
1	-	-	51,66	51,66	51,66
11	1	1	38,01	42,97	43,77
23	1	2	40,26	43,43	43,35
47	1	4	40,79	43,60	43,25
95	1	8	40,88	43,62	43,22
17	2	1	39,50	44,40	45,28
35	2	2	41,39	44,73	44,68
71	2	4	41,93	44,90	44,59
143	2	8	42,05	44,93	44,56
28	4	1	39,78	45,06	45,55
58	4	2	41,60	45,11	44,89
118	4	4	42,12	45,18	44,80
238	4	8	42,24	45,16	44,77
50	8	1	39,73	44,89	46,05
104	8	2	41,57	45,05	45,34
212	8	4	42,14	45,18	45,26
428	8	8	42,29	45,20	45,23
94	16	1	39,82	45,08	46,00
196	16	2	41,61	45,12	45,31
400	16	4	42,18	45,22	45,23
808	16	8	42,31	45,22	45,20
182	32	1	39,93	45,34	46,02
380	32	2	41,65	45,24	45,31
776	32	4	42,19	45,28	45,22
1.568	32	8	42,33	45,25	45,20
358	64	1	39,88	45,41	45,91
748	64	2	41,64	45,27	45,19
1.528	64	4	42,19	45,29	45,10
3.088	64	8	42,33	45,26	45,07

Tabla 6.4. Resultados correspondientes a M2.

n	m	k	η_T	η_{TH}	η_{TS}
1	-	-	51,66	51,66	51,66
9	1	1	35,55	41,88	42,68
20	1	2	40,50	43,41	43,17
41	1	4	40,84	43,58	43,18
83	1	8	40,89	43,61	43,20
14	2	1	38,38	43,76	44,28
30	2	2	41,72	44,77	44,51
62	2	4	42,02	44,90	44,52
125	2	8	42,07	44,93	44,54
23	4	1	39,56	44,17	44,63
50	4	2	41,94	44,96	44,75
103	4	4	42,21	45,09	44,74
208	4	8	42,25	45,11	44,75
43	8	1	40,17	44,36	45,13
90	8	2	41,98	45,02	45,20
185	8	4	42,26	45,14	45,20
374	8	8	42,31	45,17	45,21
80	16	1	39,96	44,41	45,11
170	16	2	41,98	45,06	45,16
349	16	4	42,27	45,17	45,17
706	16	8	42,33	45,19	45,18
157	32	1	40,03	44,41	45,08
330	32	2	41,97	45,05	45,15
677	32	4	42,27	45,17	45,17
1.370	32	8	42,33	45,19	45,18
309	64	1	39,97	44,49	44,94
650	64	2	41,97	45,06	45,03
1.334	64	4	42,27	45,17	45,05
2.700	64	8	42,33	45,19	45,05

Tabla 6.5. Resultados correspondientes a M3.

n	m	k^{48}	η_T	η_{TH}	η_{TS}
1	-	-	51,66	51,66	51,66
13	1	1	40,89	43,62	43,18
25	1	2	40,90	43,62	43,20
20	2	1	42,09	44,96	44,56
38	2	2	42,09	44,95	44,54
33	4	1	42,26	45,13	44,76
63	4	2	42,26	45,12	44,75
59	8	1	42,33	45,19	45,22
113	8	2	42,33	45,18	45,21
111	16	1	42,34	45,19	45,19
213	16	2	42,35	45,19	45,18
215	32	1	42,35	45,20	45,19
413	32	2	42,36	45,19	45,18
423	64	1	42,35	45,20	45,06
813	64	2	42,36	45,19	45,06

Tabla 6.6. Resultados correspondientes a M4.

De la observación de las tablas 6.3 a 6.6 se desprende que los resultados de rendimiento sin ponderar y ponderados por la irradiancia difieren en mayor o menor medida cuando se considera un número de instantes $n > 1$.

Por otra parte, en los métodos M1 a M3, para un mismo número de divisiones m , existe una amplia variación de los resultados en función del valor de k . Las variaciones son mayores en el rendimiento sin ponderar que en el ponderado por la irradiancia. Además, los valores de rendimiento sin ponderar y ponderado por la irradiancia según modelo de Hottel, aumentan con el valor de k , al contrario que con el modelo de Satel-Light. En contraste, los resultados obtenidos con el método M4 exhiben escasas variaciones.

Estos resultados se pueden achacar al método de integración empleado y a las características de monotonía de las funciones a integrar. En la figura 6.7 se muestra gráfica de rendimiento sin ponderar en función de la hora solar para el equinoccio de otoño ($d = 263,5$). Asimismo, en la figura 6.8 se muestran gráficas de IND en función de la hora solar, para el citado día del año, según los modelos de Hottel y Satel-Light.

⁴⁸ Por limitaciones en la resolución de las raíces de los polinomios de Legendre, se emplean únicamente los valores de $k = 1$ y 2 . Por ejemplo, para $k = 4$, en el solsticio de verano ($d = 172,25$), se tiene un orden igual a 48.

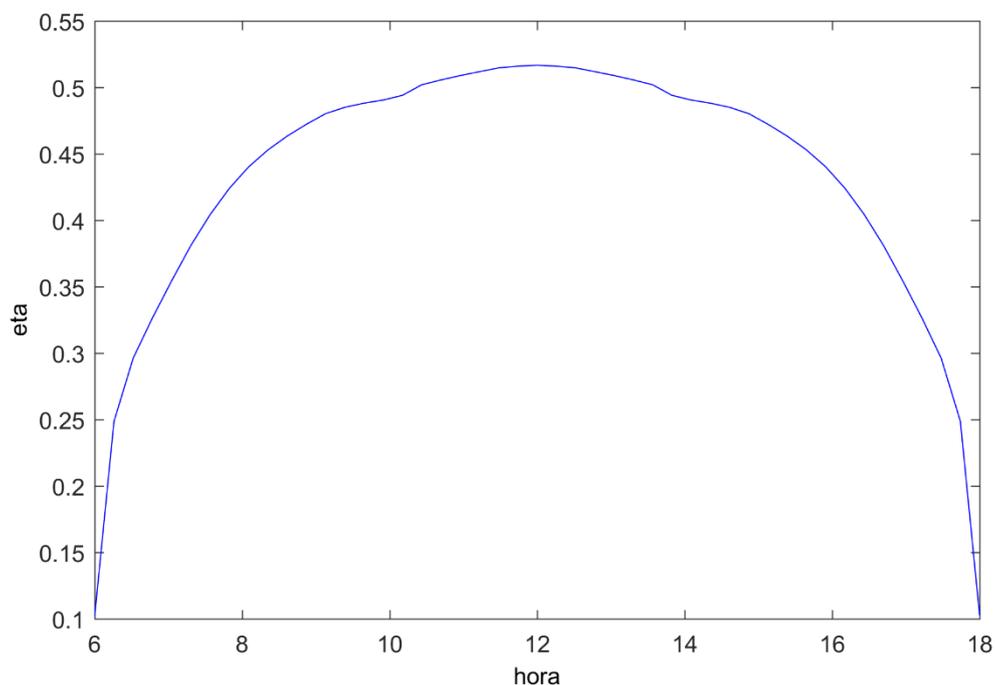


Figura 6.7. Rendimiento sin ponderar en función de la hora solar para el día 263,5 (equinoccio de otoño).

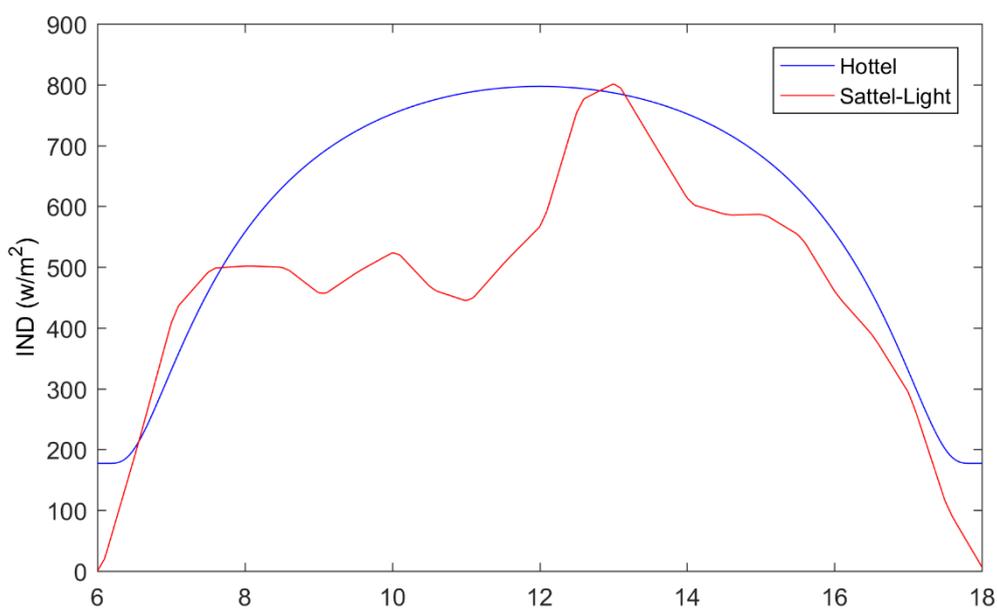


Figura 6.8. IND en función de la hora solar para el día 263,5 (equinoccio de otoño), según los modelos de Hottel y Sattel-Light.

En general, las funciones a integrar para la obtención del rendimiento sin ponderar y ponderado por la irradiancia según modelo de Hottel, son funciones monótonas crecientes hasta el mediodía solar y monótonas decrecientes a partir del mediodía solar hasta el ocaso. De este modo, al aumentar el valor de k se tiene en general un mejor ajuste de la regla trapezoidal, lo que se traduce en una mayor superficie. En el caso del

rendimiento sin ponderar, el denominador es una constante, por tanto, las variaciones del rendimiento sin ponderar al variar k , para un mismo día, son mayores que en el ponderado por la irradiancia.

En el caso de la obtención del rendimiento ponderado por la irradiancia según modelo de Satel-Light, la función a integrar presenta grandes fluctuaciones en el eje de ordenadas.

Se aprecia que los métodos $M1$ a $M3$ ofrecen unos resultados similares y están caracterizados por la necesidad de emplear valores elevados de k para la consecución de resultados próximos al patrón de referencia. En contraste, el método $M4$ presenta un mejor ajuste con valores bajos de k . De forma aproximada, se observan resultados de $M4$ con $k = 1$ comparables con el resto de métodos con $k = 8$.

En la tabla 6.7 se recoge el número mínimo de instantes según el método a emplear, para una discrepancia límite de 0,02% con el patrón de referencia⁴⁹.

método	Función a optimizar		
	η_T	η_{TH}	η_{TS}
$M1$	$m = 16$ y $k = 8$ (808)	$m = 16$ y $k = 4$ (400)	$m = 64$ y $k = 4$ (1.528)
$M2$	-	$m = 8$ y $k = 8$ (428)	$m = 64$ y $k = 8$ (3.088)
$M3$	$m = 16$ y $k = 8$ (706)	-	$m = 64$ y $k = 8$ (2.700)
$M4$	$m = 8$ y $k = 1$ (59)	$m = 8$ y $k = 1$ (59)	$m = 64$ y $k = 1$ (423)

Tabla 6.7. Número de instantes mínimo en función del método propuesto y la función a evaluar.

En la tabla 6.7 se observa cómo la determinación del rendimiento anual sin ponderar y ponderado por la irradiancia según modelo de Hottel requieren, para una misma precisión, un menor número de instantes que según modelo de Satel-Light, lo que se atribuye a las características de monotonía de las funciones a integrar, así como a la metodología de integración.

Se concluye que el mejor método para la determinación del rendimiento anual, ya sea ponderado por la irradiancia (en cualquiera de los modelos analizados) o sin ponderar, es el $M4$, pues se requieren un número de instantes de cálculo notablemente inferior al resto de métodos para una incertidumbre dada.

6.4. Determinación del rendimiento por intercepción mediante interpolación

De los cinco rendimientos básicos de un heliostato, los rendimientos por sombra y bloqueos, y por intercepción constituyen, con gran diferencia, aquellos cuya determinación supone un mayor esfuerzo computacional.

⁴⁹ El signo “-“ en la tabla 6.7 indica que, en el rango estudiado, no se ha encontrado ningún resultado que cumpla las condiciones exigidas.

El rendimiento por intercepción de un heliostato para un instante de cálculo, una torre y receptor de geometría dadas depende esencialmente de la posición del heliostato en el campo solar y del instante considerado, sin estar influenciado de forma importante por los heliostatos vecinos (propiedad que no posee el rendimiento por sombra y bloqueos).

De acuerdo con lo indicado, se plantea la posibilidad de calcular el citado rendimiento, para cada heliostato e instante considerados, mediante técnicas de interpolación, basadas en una malla cuya resolución y geometría serán asimismo analizadas.

En el presente epígrafe se adoptarán datos análogos a los empleados en el 6.3, con la única salvedad de emplear un único instante de cálculo, concretamente el definido por: $d = 263,5$ (equinoccio de otoño) a mediodía solar. Asimismo, se consideran dos configuraciones geométricas de malla: rectangular (R) y polar (P), de resoluciones: 10x10, 20x20, 40x40 y 80x80 nodos. Por otra parte, los métodos de interpolación a analizar serán los siguientes: $M1'$ nearest, $M2'$ bilinear, $M3'$ bicubic, $M4'$ – delaunay-nearest, $M5'$ delaunay-bilinear, $M6'$ delaunay-bicubic⁵⁰.

Para contrastar las discrepancias obtenidas en cada método, se utilizarán como referencia los resultados obtenidos tras la determinación del rendimiento por intercepción del campo propuesto sin interpolación y una resolución caracterizada por $Nr = 80 \cdot 10^3$ rayos por heliostato.

En la tabla 6.8 se muestran las discrepancias entre el patrón de referencia y la obtenida por cada uno de los métodos de interpolación, morfología de malla y resolución de la misma.

	$M1'$	$M2'$	$M3'$	$M4'$	$M5'$	$M6'$
R-10x10	-0,2020	0,6197	-0,0470	-0,2020	0,6388	-0,1317
R-20x20	-0,2437	0,1138	-0,0220	-0,2437	0,1098	-0,0316
R-40x40	-0,0116	0,0098	-0,0211	-0,0116	0,0071	-0,0246
R-80x80	0,0102	-0,0030	-0,0119	0,0102	-0,0057	-0,0146
P-10x10	0,9939	0,1649	0,0200	0,9939	0,1669	0,0410
P-20x20	0,0775	0,0517	0,0162	0,0775	0,0512	0,0166
P-40x40	0,1726	-0,0067	-0,0154	0,1726	-0,0032	-0,0119
P-80x80	-0,0632	0,0035	0,0014	-0,0632	0,0042	0,0034

Tabla 6.8. Discrepancias (en tanto por ciento) en el rendimiento por intercepción del campo solar entre el patrón de referencia y cada una de las técnicas de interpolación descritas.

⁵⁰ Todos ellos corresponden a métodos de interpolación proporcionados por MATLAB en su función *interp2*.

En la tabla 6.8 se observa cómo los resultados obtenidos por los métodos $M1'$ y $M4'$, correspondientes a la interpolación del tipo *nearest*, sin triangulación y con triangulación delaunay, respectivamente, son análogos con independencia de la morfología de malla y resolución.

Asimismo, se aprecia que los resultados ofrecidos por $M4'$, $M5'$ y $M6'$, son relativamente similares a los obtenidos por sus homólogos $M1'$, $M2'$ y $M3'$, estos últimos con menor esfuerzo computacional.

Finalmente, se constata que la malla de geometría polar arroja mejores resultados.

Se concluye que la determinación del rendimiento por intercepción de campos de heliostatos mediante interpolación, con una malla preferentemente polar e interpolación según método $M3'$, da lugar a unas discrepancias relativamente bajas, aun en el supuesto de emplear bajas resoluciones de malla.

6.5. Consideraciones sobre el número de rayos a emplear en códigos de optimización del diseño del subsistema óptico

En los códigos de optimización del diseño del subsistema óptico, la resolución o número de rayos a emplear por heliostato constituye un factor decisivo en los tiempos de computación totales. Por lo tanto, resulta conveniente realizar un análisis sobre su influencia en los resultados obtenidos.

En este sentido, habría que aclarar que, de los cinco rendimientos elementales de un heliostato, únicamente los rendimientos por intercepción, y por sombra y bloqueos, son los afectados por la resolución empleada.

Por otra parte, los códigos basados en trazado de rayos se caracterizan por la ejecución de procesos deterministas y no deterministas, lo que implica la dispersión de los resultados en torno a un valor medio. Este es el caso del rendimiento por intercepción, tanto en las técnicas de TRMC y homológicas, que fue a analizado en el epígrafe 5.7, donde se obtuvieron tablas que relacionaban el valor medio y desviación típica del rendimiento por intercepción para distintos niveles de resolución, obtenidas para un heliostato exento objeto de estudio y empleando un total de cien ejecuciones por nivel de resolución.

Si se desea una dispersión baja en el resultado, las resoluciones requeridas son extremas. Sin embargo, en los códigos de optimización del diseño del subsistema óptico el objetivo último no es la determinación del rendimiento por intercepción de un heliostato aislado, sino el rendimiento por intercepción de un campo compuesto por N_h heliostatos.

Si se supone que el rendimiento por intercepción del campo de heliostatos se calcula como la media aritmética de los rendimientos individuales se tiene, por la teoría de propagación de errores, que:

$$\sigma_T = \frac{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_N^2}}{N_h} \quad (6.18)$$

donde los σ_i^2 son las varianzas asociadas al heliostato i -ésimo del campo en la evaluación del rendimiento por intercepción correspondiente; y N_h el número de heliostatos del campo.

Si se supone que las citadas varianzas son iguales, se tiene que:

$$\sigma_i = \sqrt{N_h} \cdot \sigma_T \quad (6.19)$$

Por consiguiente, cuando el objetivo es el cálculo del rendimiento por intercepción de un campo de heliostatos con una incertidumbre dada, la incertidumbre por heliostato es $\sqrt{N_h}$ veces mayor que aquella, lo que se traduce en la exigencia de un menor número de rayos por heliostato.

De forma similar, se puede incluir en la expresión (6.19) el número de instantes N_i , obteniéndose la siguiente expresión:

$$\sigma_i = \sqrt{N_h \cdot N_i} \cdot \sigma_T \quad (6.20)$$

La expresión (6.20) junto a las tablas 5.16 y 5.18 del capítulo 5, permiten establecer, de forma aproximada, una correspondencia entre la resolución por heliostato y el grado de incertidumbre deseado en la evaluación del rendimiento anual de un campo de heliostatos.

Por ejemplo, si se quiere determinar el rendimiento por intercepción de un campo de unos 600 heliostatos, empleando 423 instantes de cálculo, con una incertidumbre igual o inferior a 0,001% (con lo que se asegura que las primeras cuatro cifras significativas no variarán). Se tiene, por aplicación de la expresión (6.20), que la desviación típica por heliostato exigida debe ser igual o inferior a $5.0 \cdot 10^{-3}$.

De acuerdo con las tablas 5.16 y 5.18 del capítulo 5, se comprueba que la consecución de este nivel de incertidumbre puede alcanzarse con un número de rayos comprendido entre 4.000 y 8.000, siendo estas cifras orientativas.

Puesto que la técnica basada en homografía requiere un valor mínimo de puntos de cálculo, determinado en el capítulo 5, de al menos $N_c = 3^2$, se deduce la necesidad de operar con valores de N_r/N_c en el rango de 500 a 1.000.

En los subapartados siguientes se propone efectuar un análisis completo para una planta de tamaño correspondiente a 55 MWt, en el que se analizarán los resultados obtenidos para las siguientes metodologías de cálculo:

M1'' - Cálculo del rendimiento por intercepción y por sombra y bloqueos, según TRMC. En ambos casos, los cálculos son heliostato por heliostato.

M2'' - Cálculo del rendimiento por intercepción (mediante malla e interpolación) y por sombra y bloqueos (heliostato por heliostato), según TRMC.

M3'' - Cálculo del rendimiento por intercepción (mediante malla e interpolación) y por sombra y bloqueos (heliostato por heliostato), según técnicas homográficas.

Los tiempos obtenidos para el campo de pruebas se extrapolarán para el supuesto de que el programa de optimización procese N_p patrones o configuraciones distintas (se tomará $N_p = 1.000$).

6.5.1. Análisis de resultados y tiempos de ejecución

En el presente análisis se emplearán como datos de partida los correspondientes a la configuración de la planta PS10 situada en Sanlúcar la Mayor (Sevilla). En las figuras 6.9 y 6.10 se muestran el diseño del campo de heliostatos de la citada planta⁵¹ y el esquema del receptor de cavidad semi-octogonal empleado, respectivamente. Asimismo, en la tabla 6.9 se proporcionan datos adicionales del presente estudio.

El campo de heliostatos de la PS10 dispone de 35 hileras en formato polar alternado que totalizan 624 heliostatos y presenta una ocupación de terreno⁵² de 439.236,4 m².

La figura 6.10 ha sido dibujada en base a la información indicada en Osuna et al. (2006). En la vista de planta, la cavidad viene definida por la división en cuatro partes iguales de un arco de circunferencia de 7 m de radio.

⁵¹ El layout de la PS10 ha sido tomado gráficamente a partir del artículo Noone et al. (2012). Posteriormente, se ha insertado en formato de mapa de bits en un software de CAD, donde se han dibujado las posiciones de los heliostatos con mayor precisión y exportado sus coordenadas con ayuda de un código desarrollado en lenguaje de programación VisualLISP.

⁵² Calculado en base a la superficie del polígono convexo de las posiciones de los heliostatos del campo, así como el origen de coordenadas (en que se considera emplazada la torre).

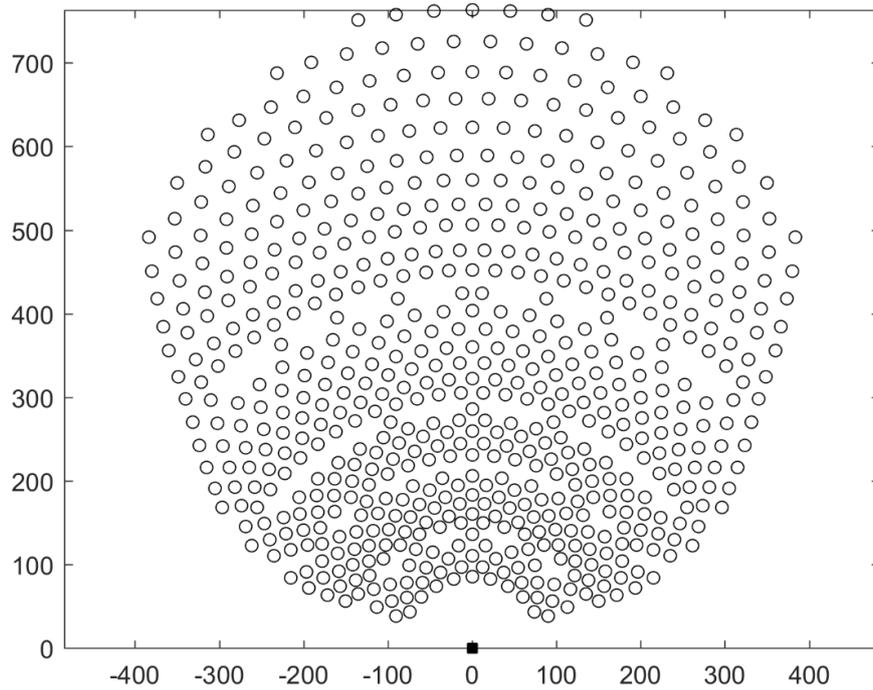


Figura 6.9. Campo de heliostatos PS10.

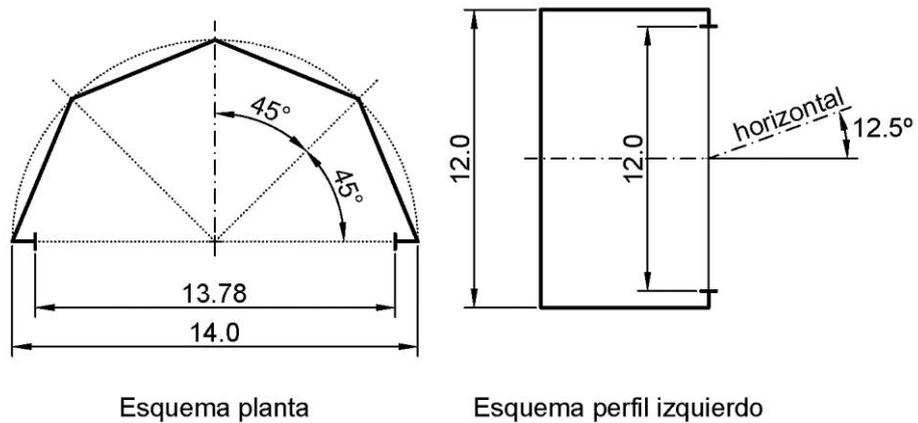


Figura 6.10. Geometría y dimensiones receptor de cavidad semi-octogonal PS10.

Heliostatos (ancho x alto)	12,84 × 9,45 m
Altura del pedestal en heliostatos	5,17 m. s.n.s.
Superficie teórica de los heliostatos modelados como paraboloide elíptico de revolución. Canteo “sobre eje”	0,88
Rendimiento por reflexión	37° 26' 33"
Latitud	(37,4425°)
Torre prismática (ancho x profundidad x alto)	18 x 8 x 115 m
Altura del blanco	100,5 m. s.n.s.
MFS dado por fdp gaussiana	$\sigma_{\text{MFS}} = 2,51 \text{ mrad}$
Errores ópticos dado por fdp gaussiana	$\sigma_{\text{error}} = 2,90 \text{ mrad}$

Tabla 6.9. Datos generales simulación PS10.

En la tabla 6.10 se indican los datos adicionales que se emplearán en el presente análisis.

Modelo de datos de DNI	Satel-Light
Número de divisiones entre solsticios m	64
Parámetro k (número de instantes)	1 (423)
Metodología de integración para cálculo de rendimientos anuales	$M4$ (cuadratura de Gauss)
Número de puntos de cálculo Nc	3^2
Número de rayos por punto de cálculo Nr/Nc	500 y 1000
Cálculo del rendimiento por intercepción mediante interpolación según $M3'$ (malla polar 40x40 nodos - interpolación bi-cúbica)	

Tabla 6.10. Datos adicionales simulación PS10.

En las tablas 6.11 y 6.12 se recogen los resultados de rendimiento por intercepción, y por sombra y bloqueos, así como los tiempos de simulación, para cada una de las metodologías objeto de estudio:

	$M1''$	$M2''$	$M3''$
Rendimientos anuales sin ponderar			
η_{int}	98,73	98,73	98,73
η_{syb}	90,62	90,62	90,63
Tiempo estimado de proceso (horas)	102,5	90,6	8,0

Tabla 6.11. Resultados para $Nr/Nc = 500$.

	$M1''$	$M2''$	$M3''$
Rendimientos anuales sin ponderar			
η_{int}	98,73	98,73	98,73
η_{syb}	90,62	90,62	90,63
Tiempo estimado de proceso (horas)	206,2	182,0	10,6

Tabla 6.12. Resultados para $Nr/Nc = 1.000$.

En relación a los tiempos de computación se constata como en $M1''$ y $M2''$ los tiempos de computación se duplican al hacerlo la resolución exigida. Por el contrario, en el método $M3''$, los tiempos aumentan un 32,5% al duplicarse la resolución.

Se observa que las cuatro primeras cifras significativas en todos los resultados de rendimiento, para cualquiera de las técnicas analizadas, coincide para $Nr/Nc = 500$ y 1.000, produciéndose las variaciones a partir de la 5ª cifra significativa. Por consiguiente, se concluye que es suficientemente precisa la operación al nivel $Nr/Nc = 500$.

Las diferencias en los rendimientos por intercepción anual sin y con interpolación son escasas. Por tanto, se concluye que es aconsejable el uso de la metodología propuesta de cálculo del rendimiento por intercepción mediante interpolación, pues se consigue una reducción notable de los tiempos de computación a costa de una desviación mínima en los resultados.

En relación al rendimiento por sombra y bloqueos, se constatan unos resultados relativamente similares en todos los métodos. En este sentido y como se dejó patente en el capítulo 4, el cálculo del rendimiento por sombra y bloqueos mediante técnicas homográficas suponía una sobreestimación del rendimiento por bloqueos (debido a que en este método se considera que todos los rayos reflejados concurren en el blanco). Se constata en este estudio que, en un proceso de cálculo de obtención de rendimientos anuales, la citada sobreestimación se reduce a unos márgenes muy pequeños (tan solo se sobreestima en una centésima en tanto por ciento).

Para $Nr/Nc = 500$, las razones definidas como tiempo de ejecución de los métodos $M1''$ y $M2''$ respecto al $M3''$, son: 12,7 y 11,3, respectivamente⁵³.

6.6. Validación del código propuesto

En el presente epígrafe se compararán los resultados obtenidos por el código propuesto con los publicados por otros autores para la planta PS10 (Sanlúcar la Mayor - Sevilla).

En resumen, el código de optimización propuesto se caracteriza por la determinación del rendimiento por factor coseno según la expresión (6.15), rendimiento

⁵³ Son 19,5 y 17,2, respectivamente, para $Nr/Nc = 1.000$.

por atenuación atmosférica según la expresión (6.16), rendimiento por reflexión igual a una constante dada por el usuario, rendimientos por sombra y bloqueos y por intercepción según técnicas homográficas desarrolladas en los capítulos 4 y 5, respectivamente. Todos los rendimientos elementales se realizan heliostato por heliostato, salvo el rendimiento por intercepción, cuya determinación se realiza a partir de una malla polar e interpolación según método *M3*'. Asimismo, se implementan las metodologías de selección de instantes de cálculo *M4* (cuadratura de Gauss).

Los datos a emplear en el presente apartado serán análogos a los indicados en el epígrafe anterior, tomándose $Nr/Nc = 500$.

En la tabla 6.13 se muestran los resultados obtenidos por el código propuesto y los publicados por Noone et al. (2012), Wei et al. (2010b) y Besarati y Goswami (2014). El tiempo de ejecución del código propuesto es de: 351,53 s⁵⁴.

	Código propuesto	Noone et al. (2012)	Wei et al. (2010b)	Besarati y Goswami (2014)
Rendimientos sin ponderar				
η_{cos}	82,44	82,83	82,40	83,15
η_{ref}	88,00	88,00	88,00	88,00
η_{aa}	95,04	94,98	95,02	94,98
η_{int}	98,73	99,26	99,30	99,31
η_{syb}	90,63	92,55	93,00	91,61
η_{tot}	62,05	64,01	64,06	63,79
Rendimiento ponderado				
η_{tot}	66,85	68,97	-	-

Tabla 6.13. Rendimientos anuales PS10 obtenidos por el código propuesto y los publicados por Noone et al. (2012), Wei et al. (2010b), y Besarati y Goswami (2014).

En las figuras 6.11 a 6.15 se muestran los resultados gráficos de rendimiento por factor coseno, atenuación atmosférica, intercepción, sombras y bloqueos, y total sin ponderación, correspondientes al código propuesto.

⁵⁴ Que se pueden desglosar en 322,91 s para el cálculo del rendimiento por intercepción en los nodos de malla, más 28,62 s invertidos en el cálculo del resto de rendimientos.

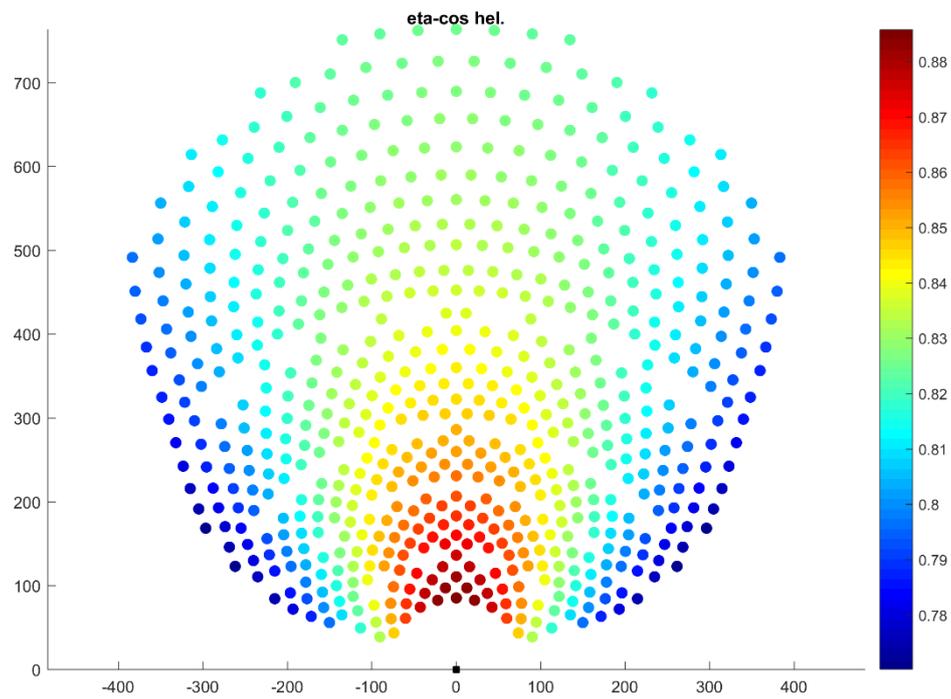


Figura 6.11. Rendimiento por factor coseno PS10 obtenido por el código propuesto.

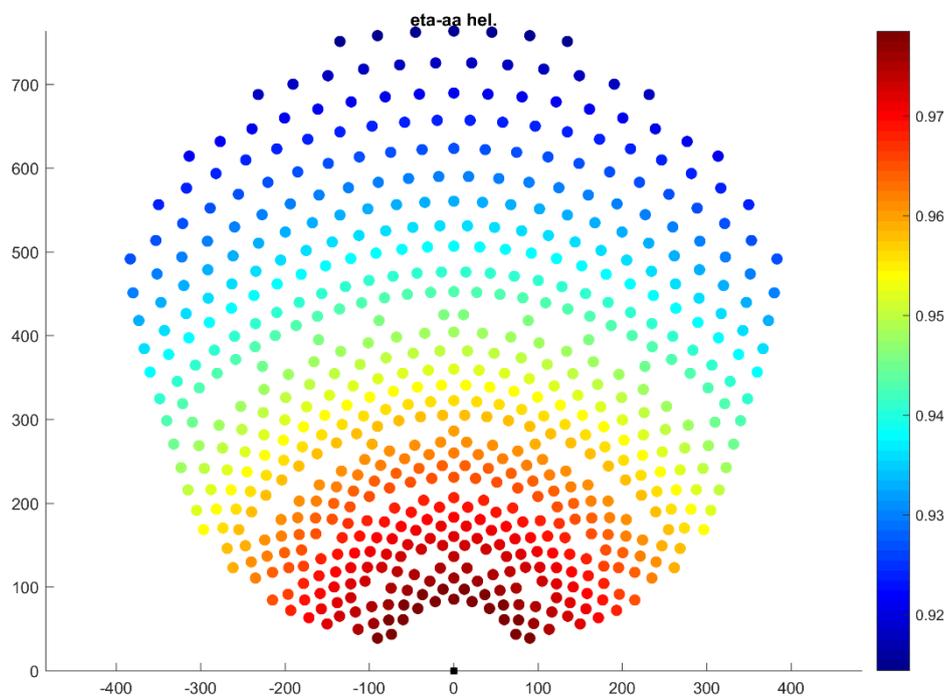


Figura 6.12. Rendimiento por atenuación atmosférica PS10 obtenido por el código propuesto.

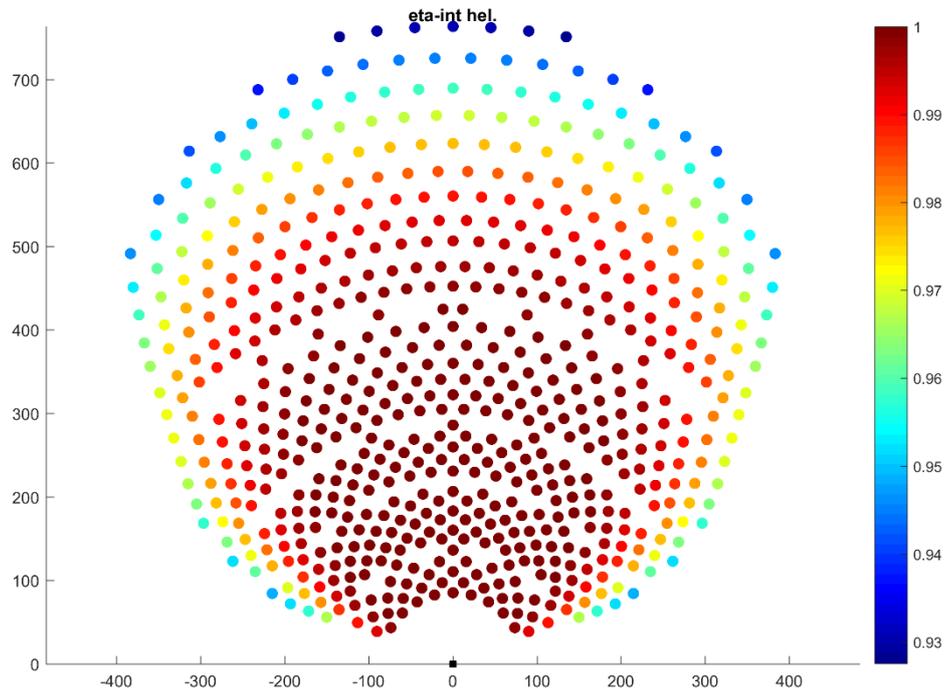


Figura 6.13. Rendimiento por intercepción PS10 obtenido por el código propuesto.

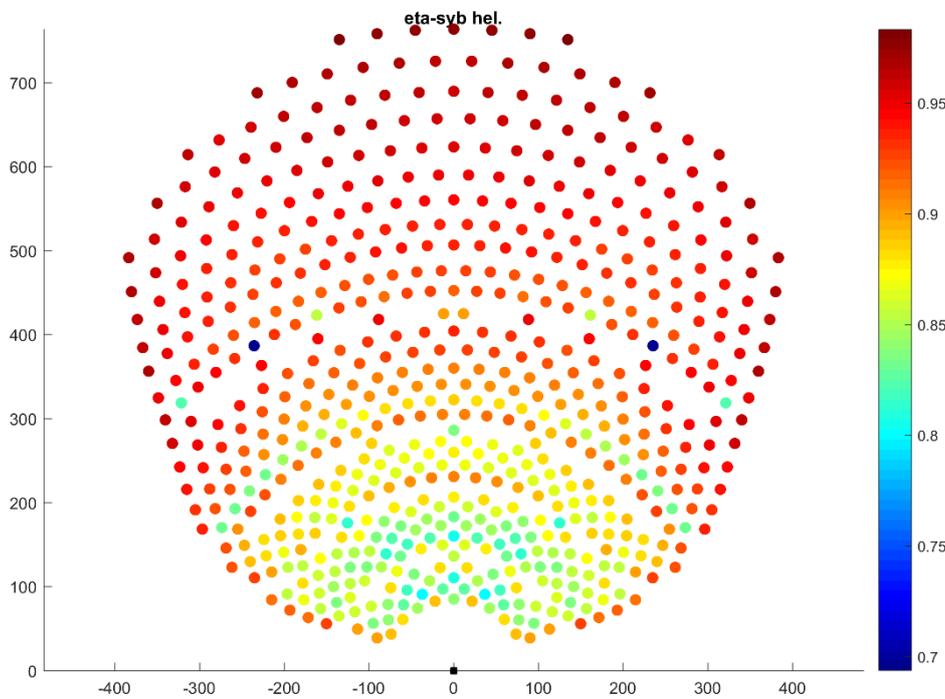


Figura 6.14. Rendimiento por sombras y bloqueos PS10 obtenido por el código propuesto.

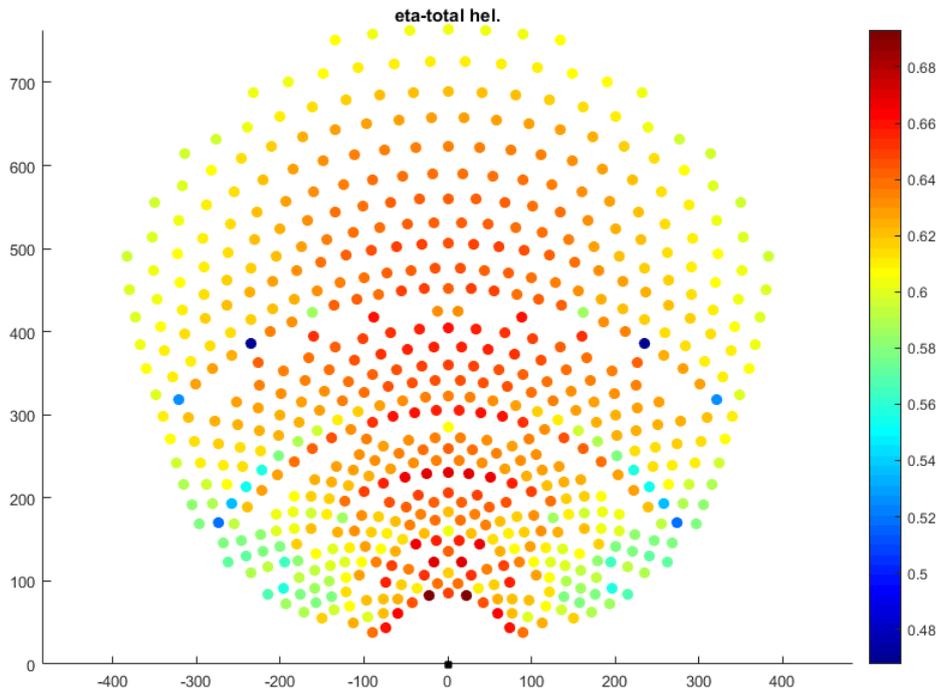


Figura 6.15. Rendimiento total sin ponderar PS10 obtenido por el código propuesto.

Los resultados mostrados en la tabla 6.13 indican que los rendimientos por reflexión y atenuación atmosférica concuerdan de forma aceptable con los resultados publicados en Noone et al. (2012), Wei et al. (2010b) y Besarati y Goswami (2014). Asimismo, los rendimientos por factor coseno e intercepción, presentan una discrepancia media. Finalmente, el rendimiento por sombra y bloqueos presenta una discrepancia destacada. Estas desviaciones en los rendimientos individuales repercuten, en mayor o menor grado, en los resultados de rendimiento total del campo sin ponderar y ponderado por la irradiancia.

Las discrepancias observadas en el rendimiento por factor coseno, intercepción y por sombra y bloqueos, se pueden achacar a los siguientes motivos:

- La metodología seguida para la selección de los instantes de cálculo es tal que se han tomado comparativamente más instantes en el entorno del mediodía solar y menos en los instantes inmediatamente posteriores o anteriores al orto u ocaso, respectivamente. De este modo, los citados rendimientos tienden a aumentar. En ninguno de los tres artículos referidos se indica cómo se toman los instantes a lo largo del día. Sin embargo, tanto en Noone et al. (2012) como en Besarati y Goswami (2014), se indica que los instantes inicial y final de estudio a lo largo del día coinciden con el orto y ocaso, respectivamente. Lo que concuerda con el criterio seguido por el código propuesto (expresiones 6.11 y 6.12). Otros códigos

analizados en la revisión bibliográfica, tales como *campo* (Collado y Guallar, 2012), y *Delsol/Windelsol* (Kistler, 1986), el lapso objeto de estudio es a partir y hasta una altura solar mínima mayor que cero.

- La metodología de integración asociada a la evaluación del rendimiento anual sin ponderar y ponderado por la irradiancia. De nuevo, esta metodología no se indica en ninguno de los tres artículos referidos.

Adicionalmente, en el caso particular del rendimiento por sombra y bloqueos, se pueden argumentar motivos adicionales tales como:

- La resolución empleada es menor a la utilizada por el código propuesto. En este sentido, el único artículo que menciona la resolución empleada es Noone et al. (2012), aunque únicamente en líneas generales, aludiendo que, en un solo instante (no indicado), el error en el rendimiento por sombra y bloqueos es menor a 0,1% con una malla de 3x3, y menor a 0,01% con una malla de 10x10. En el caso de que se haya empleado la mayor resolución indicada, da lugar a 100 puntos de cálculo, frente a los 4500 empleados por el código propuesto.
- El algoritmo de preselección de heliostatos susceptibles de sombrear y bloquear al que es objeto de estudio tiene un límite máximo. Por ejemplo, Besarati y Goswami (2014) emplea, por defecto, un límite máximo de tres candidatos para sombras y otros tantos para bloqueos. En el código propuesto, de acuerdo con el capítulo 4, el número de candidatos es ilimitado.

Se considera que las metodologías de cálculo del rendimiento por intercepción y por sombra y bloqueos, implementadas en el código propuesto, y basadas en transformaciones homográficas, han sido suficientemente probadas en los capítulos 4 y 5, respectivamente, donde fueron comparadas con la técnica de TRMC, a elevadas resoluciones, ofreciendo unos resultados suficientemente exactos.

6.7. Algoritmo de optimización

El código desarrollado dispone de dos metodologías para la aproximación a la configuración óptima: matriz de eficiencias y algoritmo genético de dos parámetros. En ambos casos, la función de mérito es el rendimiento anual ponderado por la irradiancia.

En el primer caso, los datos requeridos son el número de bits y rango de cada uno de los parámetros a y b (definidos en el epígrafe 6.2). En este método serán procesadas todas las combinaciones posibles de los dos parámetros (a,b) .

En el segundo caso, los datos son el número de bits, el número de individuos que constituye la población inicial, el número de iteraciones máximo, rango de cada uno de los parámetros a y b , y porcentajes de cruce y mutación.

De forma esquemática, el algoritmo de optimización empleado en el caso de matriz de eficiencias es el siguiente:

Lectura de datos de partida procedentes del letrero de diálogo.

Selección del número de instantes de cálculo y modelo de irradiancia.

Cálculo del rendimiento por intercepción en todo nodo de malla e instante de cálculo.

Para $i = 1$ hasta número total de configuraciones o patrones N_p hacer

Generar posiciones de heliostatos dentro del dominio establecido sobre el plano geometral, en función de los parámetros a y b , así como de las constantes c y d^{55} .

Si el patrón definido por (a,b) no ha sido procesado con anterioridad

Seleccionar heliostatos del campo que alcanzan la potencia objetivo en un instante de referencia con irradiancia de referencia.

Si la potencia alcanza o supera la potencia objetivo.

Determinar rendimiento total del campo sin ponderar y ponderado por la irradiancia.

Guardar resultados.

Fin del si

Fin del si

Fin del para

Presentar en pantalla la combinación (a,b) con mayor rendimiento anual ponderado por la irradiancia.

El primer *si* evita procesar configuraciones (a,b) previamente calculadas, bien porque la combinación a procesar se ha repetido (típico en algoritmos genéticos) o bien son diferentes pero dan lugar al mismo patrón o arreglo de heliostatos. Esta última situación aparece cuando los radios de las hileras son corregidos por la separación mínima que evita el solapamiento entre heliostatos.

El proceso *Seleccionar heliostatos del campo que alcanzan la potencia objetivo en un instante de referencia con irradiancia de referencia*, consta de los siguientes subprocesos:

- Se determina el rendimiento total de cada uno de los heliostatos del campo bajo el supuesto de que el rendimiento por sombra y bloqueos es igual a la unidad (se explica posteriormente).
- Se determina la contribución de potencia térmica sobre el receptor de cada uno de los heliostatos del campo, según la relación:

$$pot_i = \eta_{Ti} \cdot S \cdot I_R \quad (6.21)$$

⁵⁵ Fueron definidos en el epígrafe 6.2.

donde I_R es el valor de la IND considerada en el instante de referencia en W/m^2 ; S es la superficie del heliostato expresada en m^2 ; y η_{Ti} el rendimiento total del heliostato i -ésimo.

- Se ordenan los heliostatos de mayor a menor contribución de potencia sobre el receptor y se escogen los N_h primeros que totalizan la potencia objetivo.

En este último paso se impone la restricción de que el campo resultante sea simétrico con respecto al eje de ordenadas.

El motivo por el cual se considera un rendimiento por sombra y bloqueos igual a la unidad en el primer paso, se fundamenta en las siguientes consideraciones:

- Se reduce de forma notable el esfuerzo computacional pues, dentro del dominio definido sobre el plano geometral, se pueden generar un número de heliostatos muy superior a los que totalizan la potencia objetivo.
- Se consigue un diseño compacto del campo solar, sin huecos ni discontinuidades.

El dominio sobre el plano geometral, dentro del cual se generarán las diversas configuraciones de heliostatos, se establece en base a la tipología de receptor y a las dimensiones de la torre. Para el caso de receptor de cavidad:

$$d \cdot al_t \leq r \leq 10 \cdot al_t; 0 \leq \alpha \leq \pi \quad (6.22)$$

En el caso de receptor externo:

$$d \cdot al_t \leq r \leq 10 \cdot al_t; 0 \leq \alpha \leq 2\pi \quad (6.23)$$

Por otra parte, la consideración de un valor de I_R se fundamenta en que, para el instante de referencia considerado (por defecto el equinoccio de otoño $d = 263,5$ a mediodía solar) y modelo de irradiancia empleado, se tengan valores anormalmente bajos (por ejemplo, por el paso de nubes), lo que daría lugar a un campo solar sobrepoblado y donde se presentarían multitud de instantes del año en el que la potencia sobre el receptor es bastante superior a la potencia objetivo.

Se precisa, por consiguiente, la selección de los heliostatos que totalizan la potencia objetivo en base a un valor de IND ficticio establecido por el usuario.

Por otra parte, el esquema seguido por el algoritmo de optimización, en el caso de algoritmo genético es el siguiente:

Lectura de datos de partida procedentes del letrero de diálogo.
Selección del número de instantes de cálculo y modelo de irradiancia.
Cálculo del rendimiento por intercepción en todo nodo de malla e instante de cálculo.
Crear población inicial
Mientras $n = 1$ hasta número de iteraciones máximo o condición de supremacía hacer

Si la población actual \neq población inicial
 Determinar generación intermedia
 Determinar generación resultante mediante cruce y mutación
Fin del si

Para $i = 1$ hasta número total de individuos de la población k -ésima hacer
 Generar posiciones de heliostatos dentro del dominio establecido sobre el plano geométral, en función de los parámetros a y b , así como de las constantes c y d ⁵⁶.
 Si el patrón definido por (a,b) no ha sido procesado con anterioridad
 Seleccionar heliostatos del campo que alcanzan la potencia objetivo en un instante de referencia con irradiancia de referencia.
 Si la potencia alcanza o supera la potencia objetivo.
 Determinar rendimiento total del campo sin ponderar y ponderado por la irradiancia.
 Guardar resultados.
 Fin del si
 Fin del si

Fin del para
 Comprobar condición de supremacía en la población actual
Fin mientras
Presentar en pantalla la combinación (a,b) con mayor rendimiento anual ponderado por la irradiancia.

Es decir, el esquema del algoritmo genético se diferencia del de matriz de eficiencias en que el lazo *para* recorre cada uno de los individuos de la población n -ésima, en lugar de recorrer el número de configuraciones o patrones N_p . Asimismo, dispone de un lazo de tipo *mientras*, jerárquicamente superior al lazo *para* mencionado, que recorre las diversas poblaciones y cuya condición de terminación es la consecución de un número

⁵⁶ Fueron definidos en el epígrafe 6.2.

máximo de iteraciones dado por el usuario o que la población actual analizada cumpla la propiedad de supremacía.

En el Anexo 4 se describen, con mayor detalle, las principales características del algoritmo genético implementado.

6.7.1. Ejecución del algoritmo de matriz de eficiencias

En el presente epígrafe se ejecutará el algoritmo de optimización considerando los mismos datos que los indicados en el epígrafe 6.6, así como los adicionales indicados en la tabla 6.15, empleando el método de obtención de la configuración óptima mediante matriz de eficiencias.

Rango parámetro a	[10, 16]
Rango parámetro b	[1,0, 1,6]
Valores parámetros c y d	1,10 y 0,75, respectivamente.
Número de bits y configuraciones	5 bits por parámetro (1.024 configuraciones)
Tamaño del dominio (formato polar)	$0,95 \cdot d \cdot al_t \leq r \leq 10 \cdot al_t; 0 \leq \alpha \leq \pi$
Potencia objetivo	55 MWt
Instante de referencia	Equinoccio de otoño a mediodía solar
DNI en el instante de referencia	950 W/m ²

Tabla 6.14. Datos adicionales para el problema de optimización.

El proceso de optimización proporciona como mejor resultado aquella con parámetros $a = 10,1935$ y $b = 1,2515$ (nº 418 de las 1024 estudiadas), con 626 heliostatos y una superficie ocupada de 432.279,7 m² (un 1,6% menor a la del diseño original). El tiempo de ejecución es de 27.669,21 s \approx 7 h y 41 min. En la figura 6.16 se muestra el campo de heliostatos correspondiente a la citada configuración óptima.

Asimismo, en la tabla 6.16 se muestran los resultados de rendimiento anual sin ponderar y ponderados por la irradiancia, para la configuración óptima obtenida, así como su comparación con los correspondientes al campo original de la PS10, los cuales habían sido indicados previamente en la tabla 6.13.

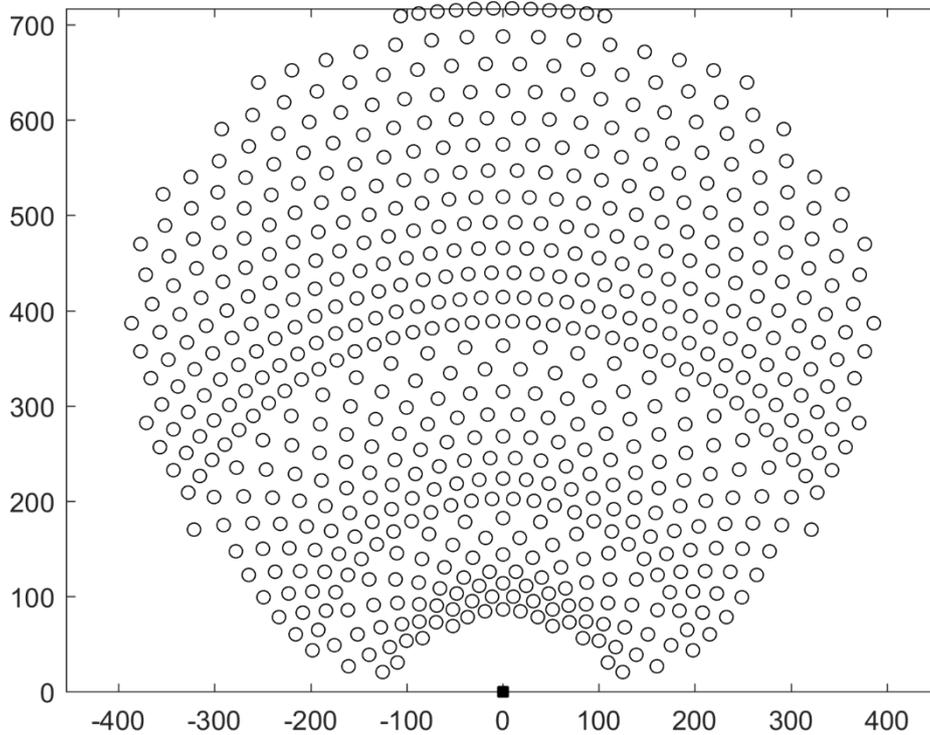


Figura 6.16. Diseño de campo de heliostatos óptimo obtenido por el código propuesto.

	Mejor configuración obtenida	Configuración original PS10	Diferencias
Rendimientos sin ponderar			
η_{cos}	82,15	82,44	-0,29
η_{ref}	88,00	88,00	0
η_{aa}	94,87	95,04	-0,17
η_{int}	98,46	98,73	-0,27
η_{syb}	90,29	90,63	-0,34
η_{tot}	61,37	62,05	-0,68
Rendimiento ponderado			
η_{tot}	65,95	66,85	-0,90

Tabla 6.15. Comparación rendimientos configuración óptima y original.

En las figuras 6.17a y b se muestra el rendimiento total anual ponderado por la irradiancia en función de los parámetros a y b . En estas figuras los valores de rendimiento nulo corresponden a configuraciones no estudiadas al no alcanzarse, en el instante e irradiancia de referencia, la potencia objetivo. Estas configuraciones no válidas se caracterizan por un campo de heliostatos muy disperso, es decir, los radios de las hileras son anormalmente amplios, lo que se traduce, por un lado, en unos rendimientos totales por heliostato comparativamente menores y, por otro, en un número de heliostatos menor

dentro del dominio definido. Por consiguiente, la suma de las contribuciones de potencia sobre el receptor por heliostato no alcanza la potencia objetivo.

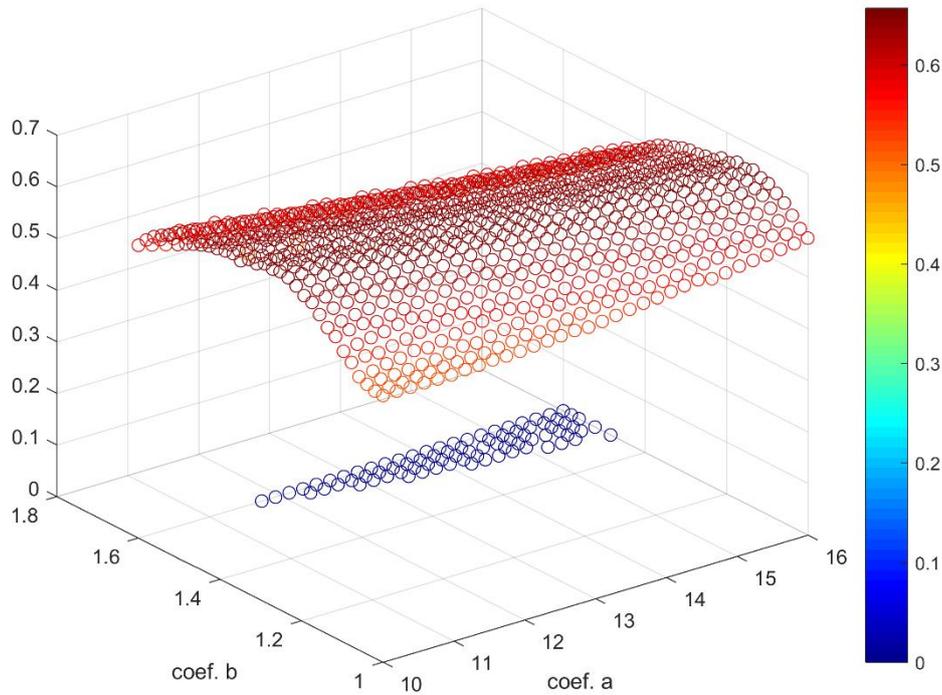


Figura 6.17a. Rendimiento total anual ponderado de las configuraciones estudiadas (rendimientos en tanto por uno).

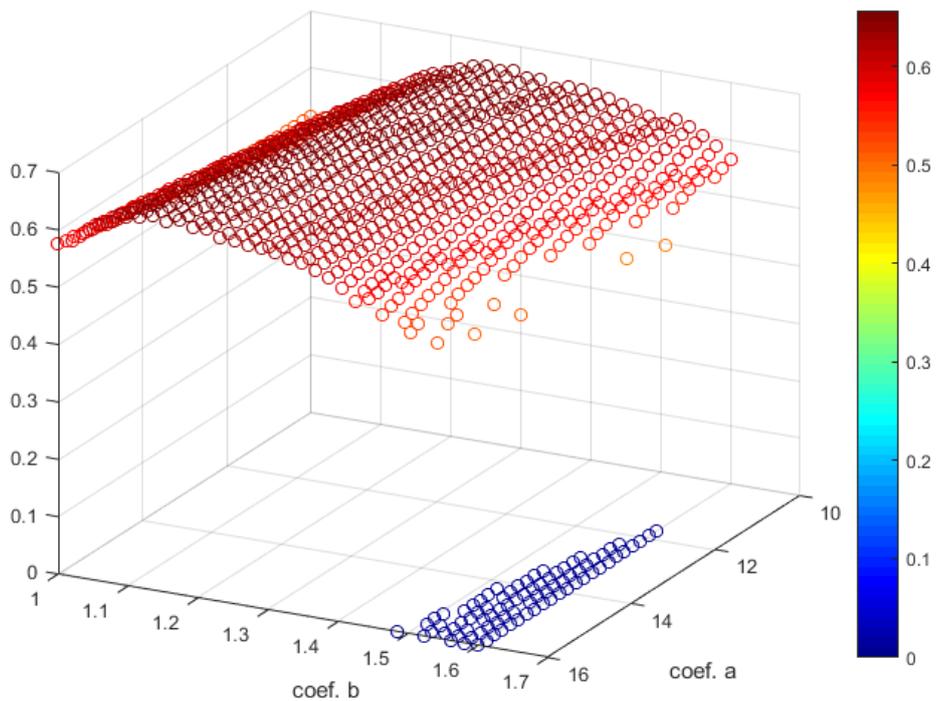


Figura 6.17b. Rendimiento total anual ponderado de las configuraciones estudiadas (rendimientos en tanto por uno).

En la figura 6.18 se representa el mapa de isolíneas correspondientes al gráfico de la figura 6.17 con equidistancia igual a 0,025.

El cuadrante superior derecho de la figura 6.18 se observa que, las combinaciones de los parámetros a y b , dan lugar a configuraciones de radios superiores a la media, que se traducen en arreglos donde no se alcanza la potencia objetivo. Sin embargo, en esta región pueden encontrarse algunas combinaciones concretas, donde se ha alcanzado o superado puntualmente la potencia objetivo y, por consiguiente, han sido procesadas.

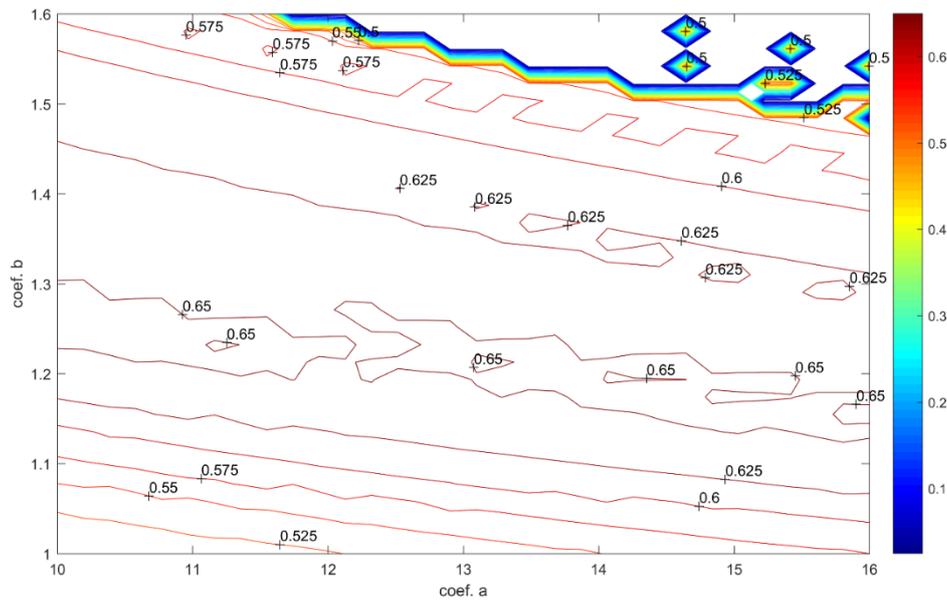


Figura 6.18. Mapa de isolíneas con equidistancia 0.025 aplicada al gráfico presentado en la figura 6.17 (rendimientos en tanto por uno).

Una zona destacable del gráfico mostrado en la figura 6.18 se sitúa en el cuadrante inferior izquierdo. En esta zona el valor del rendimiento total anual ponderado permanece constante para toda combinación (a,b) . Esta circunstancia se debe a que estas parejas de valores dan lugar exactamente a las mismas posiciones de heliostatos sobre el dominio, lo que es consecuencia de que los radios de las hileras obtenidos son pequeños y requieren su ajuste al valor mínimo que garantiza la ausencia de interferencia entre los heliostatos vecinos (condición de tangencia indicada en el epígrafe 6.2).

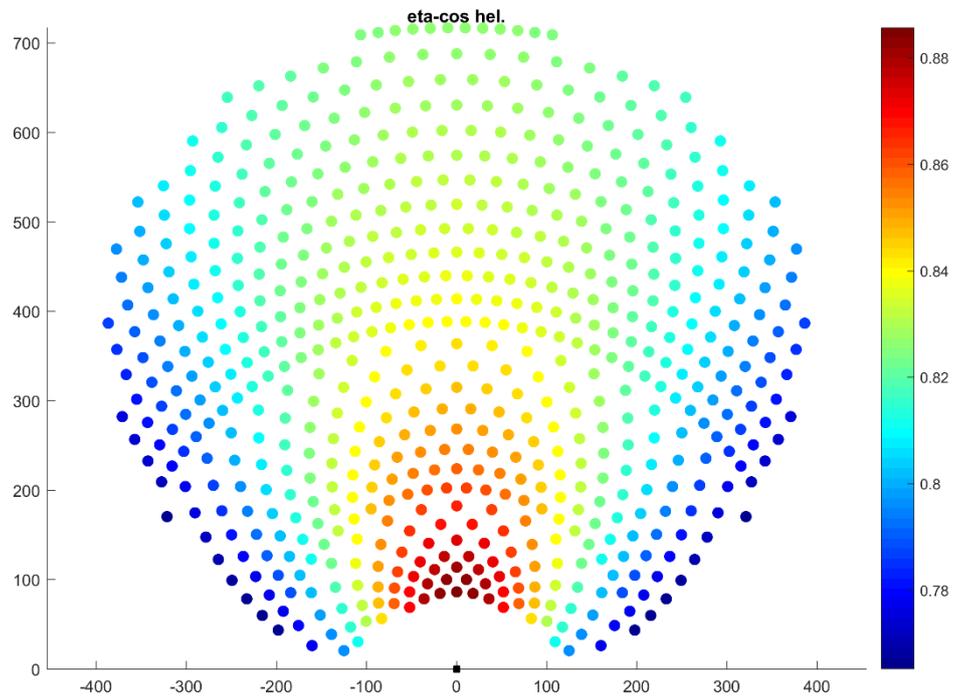


Figura 6.19. Rendimiento por factor coseno diseño óptimo obtenido por el código propuesto.

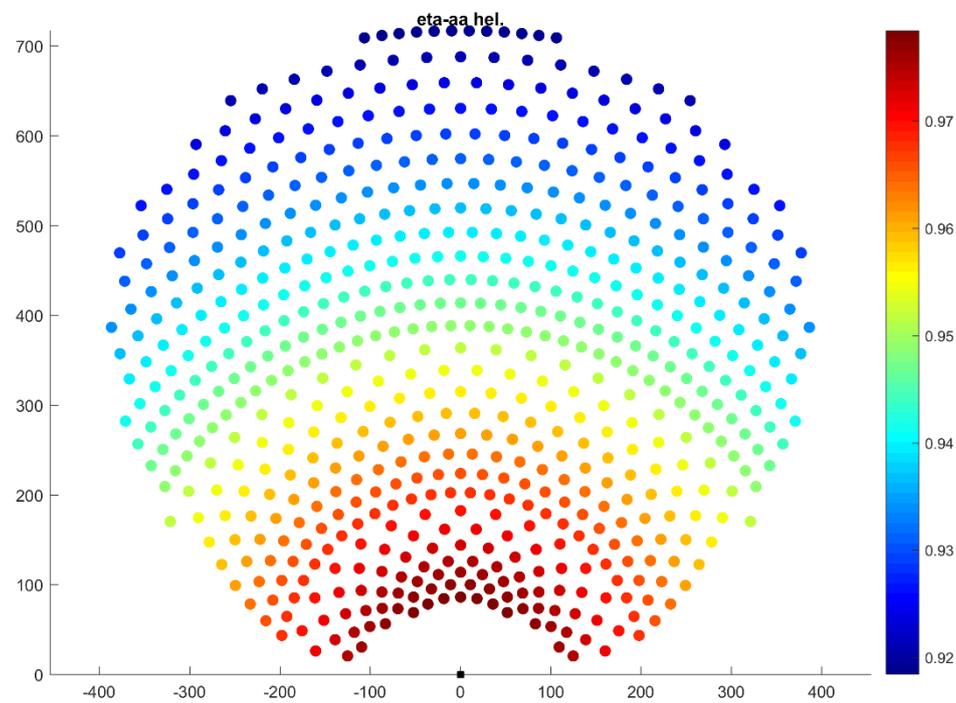


Figura 6.20. Rendimiento por atenuación atmosférica diseño óptimo obtenido por el código propuesto.

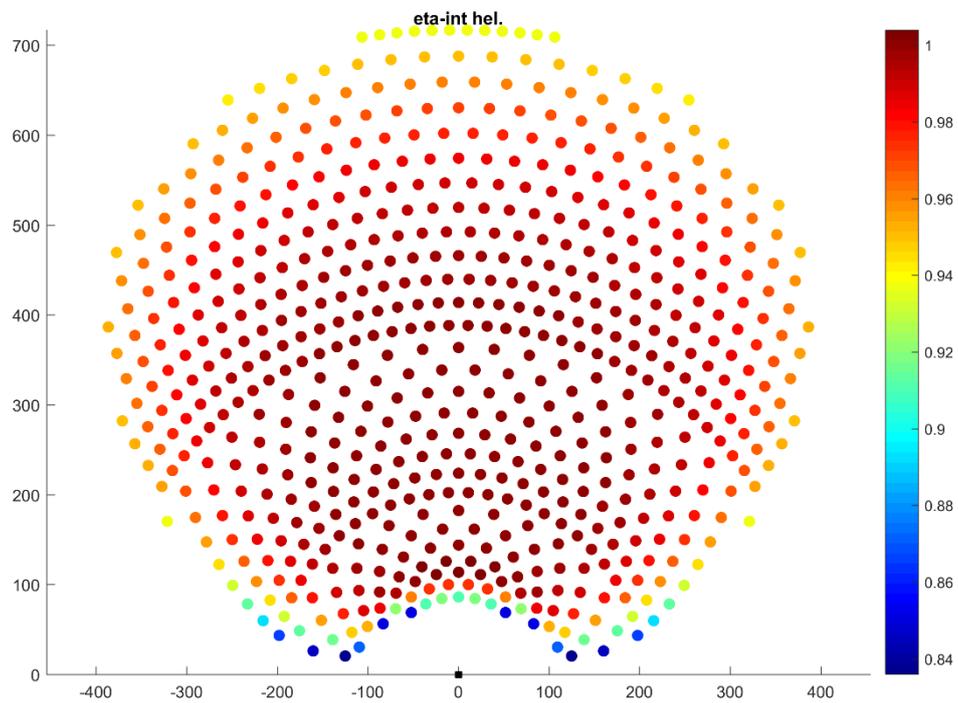


Figura 6.21. Rendimiento por intercepción diseño óptimo obtenido por el código propuesto.

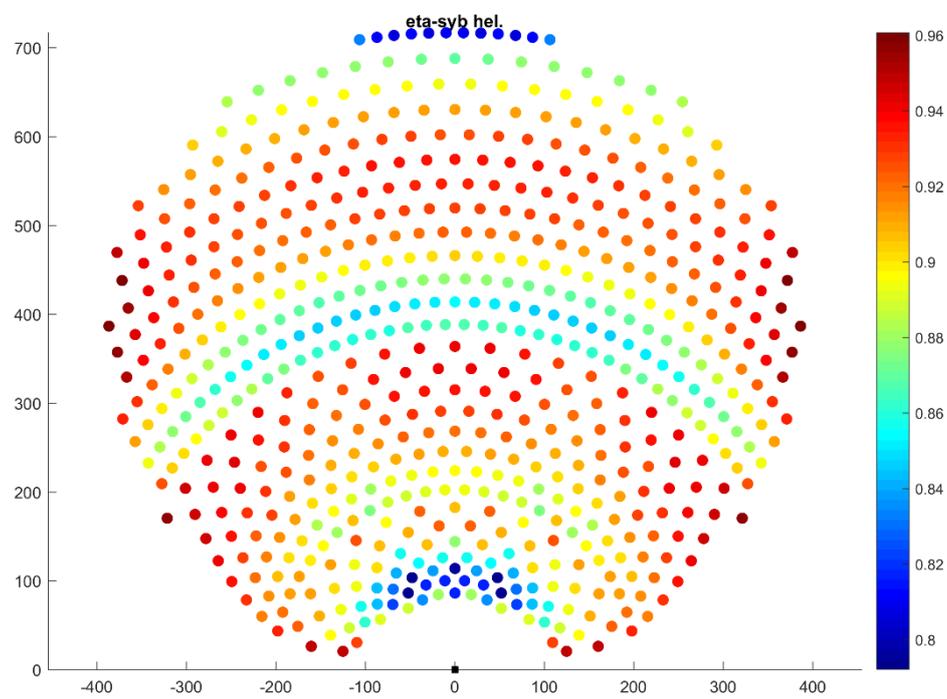


Figura 6.22. Rendimiento por sombras y bloqueos diseño óptimo obtenido por el código propuesto.

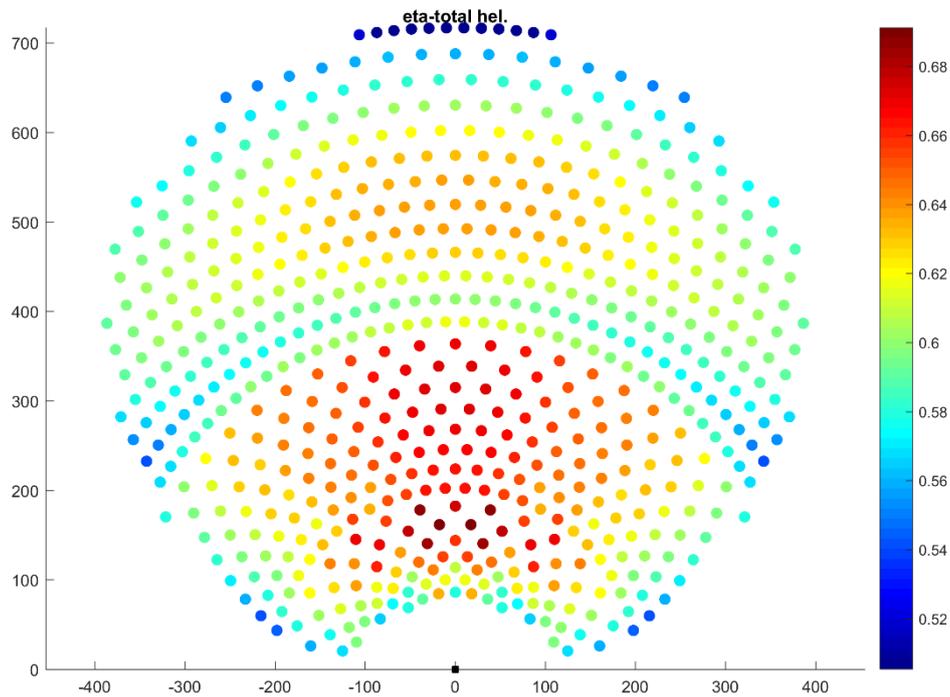


Figura 6.23. Rendimiento total sin ponderar diseño óptimo obtenido por el código propuesto.

La comparación de los resultados de rendimiento pone de manifiesto que el diseño de campo de heliostatos propuesto por el código de optimización tiene un desempeño ligeramente inferior al originado por el diseño original de la PS10. Los rendimientos en los que se observa una mayor discrepancia son: factor coseno y sombras y bloqueos.

En relación al rendimiento por factor coseno, la diferencia de resultados puede explicarse a través de la observación de los polígonos convexos que delimitan ambas configuraciones (figura 6.24). Se aprecia en la citada figura que la morfología del campo original es, más alto y, a la vez, más esbelto en la zona inferior, lo que propicia heliostatos con factor coseno mejorado frente al propuesto.

En relación al rendimiento por sombras y bloqueos, habría que indicar lo siguiente:

- En el campo original se producen cuatro desdobles (hileras 6^a, 13^a, 18^a y 24^a) por tres del campo propuesto (8^a, 16^a y 28^a). Asimismo, los desdobles aplicados en el campo original, no duplican el número de heliostatos, sino que aumentan su número en un factor comprendido entre 1 y 2. En contraste, en el campo propuesto se duplican de forma exacta.
- En el campo original existen huecos o discontinuidades en su seno, mientras que en el propuesto existe continuidad.

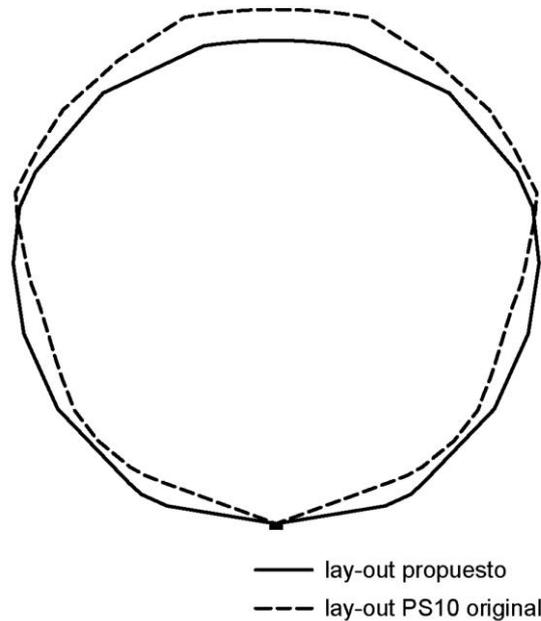


Figura 6.24. Comparación polígono convexo que delimita el campo solar.

Como consecuencia de estas medidas, el campo original tiene una densidad de heliostatos más alta en la zona de mayor potencial. Por otra parte, como el factor multiplicador está comprendido entre 1 y 2, las posiciones de los heliostatos generados tras el desdoble son tales que no quedan alineados con los de la hilera precedente, por lo que éstos poseen un rendimiento por bloqueos mejorado.

Finalmente, la posibilidad de conseguir un diseño de campo con discontinuidades, favorece la supresión de zonas con heliostatos de bajo rendimiento, lo que contribuye a la mejora del rendimiento en las hileras inmediatamente posteriores.

6.7.2. Ejecución del algoritmo genético

En el presente epígrafe se muestran los resultados obtenidos al emplear el método basado en algoritmo genético. Los datos serán análogos a los empleados en el epígrafe 6.7.1, así como los adicionales indicados en la tabla 6.16.

Porcentaje de cruce p_c	90%
Porcentaje de mutación p_m	2%
Tamaño de la población n	40
Número de iteraciones máximo	20

Tabla 6.16. Datos adicionales para el problema de optimización mediante algoritmo genético.

El proceso de optimización proporciona como mejor resultado aquella con parámetros $a = 10,1935$ y $b = 1,2515$ (mismo resultado que por el método de matriz de eficiencias), con 626 heliostatos y una superficie ocupada de $432.279,7 \text{ m}^2$. El tiempo de

ejecución es de 3.532 s (\approx 59 min). El algoritmo genético concurre por condición de supremacía en la iteración nº 14.

Se obtiene, por consiguiente, un resultado análogo al obtenido por el método de matriz de eficiencias, con un tiempo de ejecución bastante más reducido, debido a que en este caso se han procesado 139 combinaciones diferentes (a,b) en contraste con las 1024 del método basado en matriz de eficiencias. Esta reducción puede explicarse a través de los siguientes motivos:

- El número máximo de combinaciones (a,b) a procesar por el algoritmo genético es igual al producto del tamaño de la población por el número máximo de iteraciones más uno (población inicial). En este caso, 840 combinaciones (a,b) .
- El algoritmo concurre en la iteración nº 14, por lo que se han procesado 600 combinaciones (a,b) .
- A medida que se suceden las generaciones hay más individuos repetidos (que no se procesan de nuevo).

En la figura 6.25 se muestra el rendimiento total anual ponderado por la irradiancia en función de los parámetros a y b , para todas las combinaciones procesadas.

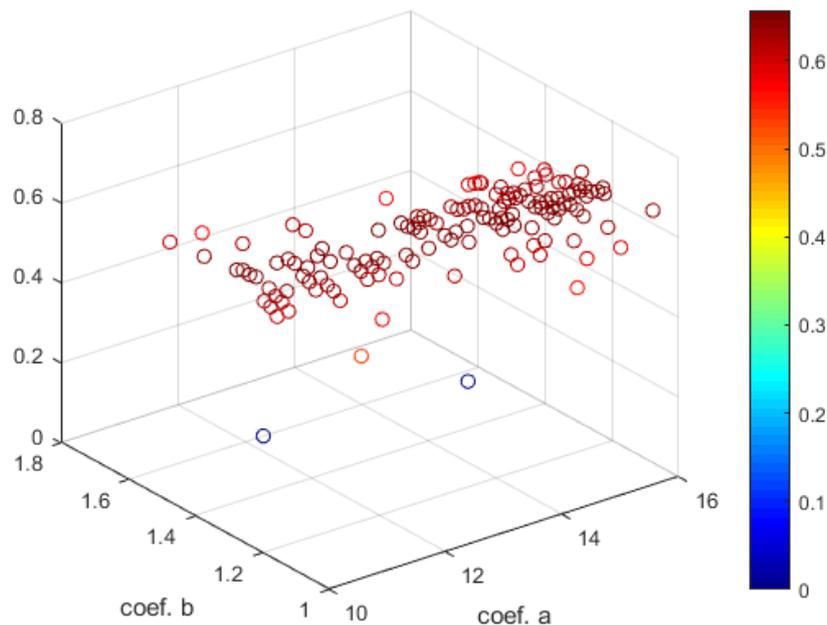


Figura 6.25. Rendimiento total anual ponderado de las configuraciones (a,b) estudiadas (rendimientos en tanto por uno).

6.8. Comparativa CPU vs GPU

En el presente apartado se plantea la comparación de los tiempos de ejecución obtenidos por las versiones optimizadas para CPU y GPU del código de optimización del campo de heliostatos.

En concreto la comparativa se centrará en la determinación de los rendimientos anuales sin ponderar y ponderados por la irradiancia, para tres configuraciones de heliostatos correspondientes a los siguientes niveles de potencia: 25, 50 y 100 MWt. Los datos complementarios se indican en la tabla 6.17.

Valor parámetro a	10 m
Valores parámetros b, c y d	1,0, 1,1 y 0,75, respectivamente.
Selección de instantes	$M4$ (cuadratura de Gauss)
Número de divisiones entre solsticios	8
m	1 (59)
Parámetro k (número de instantes)	5^2
Número de puntos de cálculo N_c	

Tabla 6.17. Datos adicionales empleados en la comparativa CPU vs GPU.

Puesto que la metodología de cálculo de rendimientos implementada en las versiones optimizadas para CPU y GPU es la $M3''$ (expuesta en el epígrafe 6.5), se diferenciarán en la presente comparativa los tiempos de ejecución correspondientes al cálculo del rendimiento por intercepción en los nodos y en el cálculo del resto de rendimientos.

En la tabla 6.18 se recogen los tiempos de ejecución correspondientes al cálculo del rendimiento por intercepción en los nodos de malla polar de 20×20 nodos y resolución dada por: $N_c = 5^2$ y $N_r/N_c = 3,2 \cdot 10^3$, por consiguiente, $N_r = 80 \cdot 10^3$ rayos por heliostato.

CPU	GPU	ratio
187,42	20,02	9,36

Tabla 6.18. Tiempo de ejecución en segundos versión optimizada CPU vs GPU en el cálculo del rendimiento por intercepción.

En las tablas 6.19 a 6.21 se recogen los tiempos de ejecución correspondientes al resto del proceso de cálculo para los niveles de potencia 25, 50 y 100 MWt, respectivamente.

N_r/N_c	CPU	GPU	ratio
$1 \cdot 10^3$	15,97	11,47	1,39
$2 \cdot 10^3$	27,32	19,80	1,38
$4 \cdot 10^3$	67,65	31,35	2,16
$8 \cdot 10^3$	219,50	42,94	5,11
$16 \cdot 10^3$	453,46	57,99	7,82

Tabla 6.19. Tiempo de ejecución en segundos versión optimizada CPU vs GPU en el cálculo del resto del proceso. Campo 25 MWt (268 hel.).

Nr/Nc	CPU	GPU	ratio
$1 \cdot 10^3$	35,31	26,11	1,35
$2 \cdot 10^3$	59,95	36,58	1,64
$4 \cdot 10^3$	156,00	48,62	3,21
$8 \cdot 10^3$	526,23	66,57	7,90
$16 \cdot 10^3$	1.103,22	95,81	11,51

Tabla 6.20. Tiempo de ejecución en segundos versión optimizada CPU vs GPU en el cálculo del resto del proceso. Campo 50 MWt (547 hel.).

Nr/Nc	CPU	GPU	ratio
$1 \cdot 10^3$	83,60	45,37	1,84
$2 \cdot 10^3$	136,17	56,34	2,42
$4 \cdot 10^3$	354,89	75,92	4,67
$8 \cdot 10^3$	1.271,90	110,96	11,46
$16 \cdot 10^3$	2.587,90	-	-

Tabla 6.21. Tiempo de ejecución en segundos versión optimizada CPU vs GPU en el cálculo del resto del proceso. Campo 100 MWt (1127 hel.).

Como se apuntó en capítulos precedentes, las prestaciones de la GPU exhiben su mayor razón de mejora de tiempo frente a la CPU cuando se ejecutan procesos en los que intervengan el mayor número de núcleos posible de la misma. Por consiguiente, esto se produce hacia las elevadas resoluciones y número de heliostatos a procesar, caracterizadas por la operación sobre grandes matrices.

Tal y como se ha enfocado la programación de los códigos optimizados para CPU y GPU, el hecho de haberse planteado un problema con mayor número de instantes hubiese afectado de forma proporcional a los resultados aquí mostrados, por lo que, se tendrían unas ratios similares a las indicadas.

La misma afirmación podría indicarse en el caso de la ejecución de un proceso de optimización, donde se procesarían cientos de configuraciones. En el caso aquí estudiado se subraya el hecho de que se ha procesado una sola configuración por nivel de potencia. Por consiguiente, las ratios se habrían conservado.

Los resultados obtenidos en los epígrafes homónimos al presente, tanto en el capítulo 4 como en el 5, ponen de manifiesto que existe un potencial destacado de este tipo de dispositivos en la aceleración de los procesos de simulación y optimización del diseño del subsistema óptico en centrales termosolares de torre.

Asimismo, se proponen dos enfoques del código optimizado para GPU, en función del proceso a realizar:

- Aceleración de procesos de simulación de un diseño de campo dado en un instante dado. En este caso, se deberían agrupar todos los cálculos de rendimiento para

todos los heliostatos del campo. De este modo, se tendrán ratios tanto mayores cuanto mayor sea la resolución exigida y/o número de heliostatos de la configuración objeto de estudio. Se trata, por tanto, del enfoque dado al código presentado en este epígrafe.

- Aceleración de procesos de optimización, determinación de los rendimientos anuales o de la energía recolectada por el receptor para un diseño de campo dado. En este caso, dado que la resolución por heliostato será, en general, bastante menor que en el caso anterior, resultaría más provechoso agrupar todos los cálculos de rendimiento para todos los heliostatos del campo y todo instante. De este modo, se tendrán razones tanto mayores cuanto mayor sea el número de instantes y/o número de heliostatos de la/s configuración/es objeto de estudio.

6.9. Conclusiones

En el presente capítulo se proponen y analizan distintas técnicas que permitan la elaboración de un algoritmo o código de optimización del diseño del subsistema óptico, con una precisión y exactitud propias de la técnica de TRMC (la metodología más precisa) y con unos tiempos de ejecución notablemente inferiores.

En primer lugar, se proponen y analizan cuatro metodologías diferenciadas para la selección de instantes de cálculo basados en la división del lapso temporal comprendido entre el orto y el mediodía solar en un número de partes: iguales y proporcionales a la duración del día $M1$, iguales y proporcionales a la amplitud del ángulo acimutal subtendido entre el orto y el ocaso $M2$, iguales y proporcionales a la amplitud del ángulo de altura solar comprendido entre el orto y el mediodía solar $M3$, desiguales y determinadas según el método de integración basado en la técnica de cuadratura de Gauss $M4$.

Las metodologías propuestas fueron comparadas con un patrón caracterizado por su elevada resolución (8.699 instantes). Se constata que las metodologías $M1$ a $M3$ presentan unos resultados muy similares entre sí y caracterizados por la necesidad de emplear un elevado número de divisiones entre orto y ocaso, para la consecución de resultados próximos al patrón de referencia. En contraste, el método $M4$ presenta escasas variaciones al modificarse el número de divisiones entre orto y ocaso.

Asimismo, se constata que, para una discrepancia con el patrón dada, el número de instantes requerido por $M4$ es notablemente inferior al resto de métodos, concretamente:

- Entre 12,0 a 13,7 menor si la función objetivo es el rendimiento sin ponderar.
- Entre 6,8 a 7,3 menor si la función objetivo es el rendimiento ponderado por la irradiancia con modelo de Hottel (Hottel, 1976).

- Entre 3,6 a 7,3 menor si la función objetivo es el rendimiento ponderado por la irradiancia modelo de Satel-Light (ver Anexo 3).

En segundo lugar, se propone y analiza la posibilidad de calcular el rendimiento por intercepción mediante interpolación, en base a una malla de geometría y resolución a determinar en el estudio. Esta propuesta se fundamenta en dos características de la determinación de este rendimiento:

- El importante esfuerzo computacional exigido por las técnicas basadas en trazado de rayos.
- Los valores numéricos no dependen (de forma importante) de los heliostatos adyacentes.

Para ello se estudian dos configuraciones de malla: rectangular y polar, cada una de las cuales, con cuatro niveles de resolución de malla. Asimismo, el estudio analiza seis métodos de interpolación: nearest $M1'$, bilinear $M2'$, bicubic $M3'$, delaunay nearest $M4'$, delaunay bilinear $M5'$ y delaunay bicubic $M6'$.

Se constata que los resultados obtenidos por las metodologías $M1'$ y $M4'$ son idénticos con independencia de la morfología de malla y resolución. Asimismo, los resultados ofrecidos por las técnicas de interpolación basadas en triangulación delaunay ($M4'$, $M5'$ y $M6'$), son relativamente similares a los obtenidos por sus homólogos $M1'$, $M2'$ y $M3'$. Estos últimos con menor esfuerzo computacional.

Finalmente, se comprueba que la malla polar y metodología de interpolación bi-cúbica $M3'$, da lugar a discrepancias muy bajas incluso para resoluciones bajas y medias de malla.

En tercer lugar, se analiza la influencia del número de rayos por heliostato en tres enfoques del algoritmo de optimización de una planta de potencia dada:

$M1''$ - Cálculo del rendimiento por intercepción y por sombra y bloqueos, según TRMC. En ambos casos, los cálculos son heliostato por heliostato.

$M2''$ - Cálculo del rendimiento por intercepción (mediante malla e interpolación) y por sombra y bloqueos (heliostato por heliostato), según TRMC.

$M3''$ - Cálculo del rendimiento por intercepción (mediante malla e interpolación) y por sombra y bloqueos (heliostato por heliostato), según técnicas homográficas.

Tras el estudio realizado se constata que la ejecución con resolución definida por 4.500 rayos por heliostato es suficientemente precisa, no produciéndose cambios en las cuatro primeras cifras significativas al duplicar la resolución.

La metodología $M3''$ es la más rápida, exhibiendo unas ratios frente a $M1''$ y $M2''$ de 12,7 y 11,3, respectivamente, cuando la resolución es de 4.500 rayos por heliostato

(19,5 y 17,2, respectivamente, para 9.000 rayos por heliostato). Se constata un aumento de las ratios al incrementar la resolución exigida.

El empleo de la metodología de cálculo del rendimiento por intercepción basada interpolación a partir de una malla de geometría y resolución adecuadas da lugar a unos resultados análogos (cuatro primeras cifras significativas) a los obtenidos mediante cálculo heliostato por heliostato, contribuyendo de forma notable en la reducción de los tiempos de computación.

El empleo de técnicas homográficas en la determinación del rendimiento por intercepción da lugar a unos resultados análogos (cuatro primeras cifras significativas) a los obtenidos por la técnica de TRMC, contribuyendo de forma notable a la reducción de los tiempos de computación.

El empleo de técnicas homográficas en el cálculo del rendimiento por sombra y bloqueos presenta unos resultados relativamente similares a los obtenidos por la técnica de TRMC (la diferencia fue de 0,01%), contribuyendo de forma notable a la reducción de los tiempos de computación.

Por otra parte, se procede a la validación de la metodología de optimización propuesta, basada en *M3*”, aplicada al diseño de una planta existente, concretamente, la PS10 emplazada en Sanlúcar la Mayor (Sevilla) y la comparación de resultados publicados por Noone et al. (2012), Wei et al. (2010b) y Besarati y Goswami (2014) sobre la citada planta. Los resultados obtenidos ponen de manifiesto una buena concordancia en los resultados de rendimiento por reflexión y atenuación atmosférica. Sin embargo, los valores correspondientes al rendimiento por factor coseno, intercepción, y especialmente, por sombra y bloqueos, presentan una discrepancia mayor, lo que repercute en los resultados de rendimiento total del campo sin ponderar y ponderado por la irradiancia.

En relación al rendimiento por factor coseno, la expresión implementada en el código propuesto (6.15) se considera válida, pues sigue su propia definición.

Por otra parte, en el código propuesto, la determinación de los rendimientos por sombra y bloqueos e intercepción, se realiza mediante las técnicas homográficas desarrolladas en los capítulos 4 y 5, respectivamente. Se considera que estas técnicas se hallan validadas, pues han sido comparadas de forma reiterada con simulaciones obtenidas con la técnica de TRMC a elevada resolución, tanto en instantes simples como múltiples, así como en distintos tipos de configuraciones de campos de heliostatos, mostrando en todos los casos una buena concordancia.

Por consiguiente, las discrepancias observadas se atribuyen, de forma general, al número y distribución de los instantes de cálculo considerados, así como a la metodología de integración empleada en la evaluación del rendimiento anual.

En el caso particular del rendimiento por sombras y bloqueos, pueden citarse, de forma adicional: número de rayos por heliostato empleados y limitación del número máximo de candidatos que pueden sombrear y/o bloquear a cualquier heliostato del campo.

Posteriormente se realizaron pruebas de ejecución del código de optimización propuesto, determinando la configuración óptima mediante dos técnicas diferenciadas: matriz de eficiencias y algoritmo genético.

En ambos casos la configuración optimizada resultante fue idéntica y dada por: $a = 10,1935$, $b = 1,2515$, con 626 heliostatos y $432.279,7 \text{ m}^2$ de superficie ocupada.

En el primer caso el tiempo de ejecución fue de 7 h y 41 min, estudiándose 1.024 configuraciones o patrones diferentes; mientras que en el segundo caso el tiempo de ejecución fue notablemente inferior (59 min) al requerirse la evaluación de un menor número de casos debido al algoritmo inteligente de búsqueda.

La superficie ocupada por el diseño propuesto fue inferior (concretamente un 1,6% inferior) a la del original, mientras que los valores de rendimiento fueron ligeramente inferiores a los correspondientes al diseño original de la PS10, siendo las discrepancias del orden de las decimas (rendimientos en tanto por ciento), observándose las mayores discrepancias en el rendimiento por factor coseno (atribuidas a la morfología del campo) y en el rendimiento por sombra y bloqueos, cuya problemática se explica a través de las siguientes razones:

- Número de desdobles y factor de crecimiento en las hileras donde se producen los desdobles.
- Discontinuidades en el diseño original en zonas de bajo rendimiento.

Por todo ello, se concluye que los algoritmos propuestos relativos a la generación de patrones o configuraciones de heliostatos tienen margen de mejora.

Finalmente, en la última parte del capítulo, se realiza una comparativa de los tiempos de ejecución, en aplicaciones optimizadas para la CPU y GPU, enfocadas a la optimización del diseño del subsistema óptico. Se constata cómo la tecnología GPU presenta unas tasas atractivas frente a la CPU cuando los cálculos a ejecutar consisten en grandes operaciones aptas para ser procesadas en paralelo y en las que se minimicen las transacciones CPU-GPU; comprobándose que esta tecnología puede contribuir a la mejora significativa de las prestaciones en aplicaciones, computacionalmente exigentes, tales como en simulación y optimización del diseño del subsistema óptico en centrales termosolares de torre.

Bibliografía

- Altman, Y., 2015. Accelerating MATLAB® Performance. 1001 tips to speed up MATLAB programs. CRC Press.
- ASHRAE handbook., 2001. American Society of Heating, Refrigerating and Air Conditioning Engineers.
- Badescu, V., 2008. Modeling Solar Radiation at the Earth's Surface: Recent Advances. Springer.
- Besarati, S. M., Yogi Goswami, D., 2014. A computationally efficient method for the design of the heliostat field for solar power tower plant. *Renewable Energy*, 69, 226-232.
- Biggs, F., Vittitoe, C., 1979. The Helios Model for the optical behaviour of reflecting solar concentrators. SANDIA report SAND78-0347. Albuquerque, USA.
- Blanco, M.J., Amieva, J.M., Mancilla, A., 2005. The TONATIUH software development project: an open source approach to the simulation of solar concentrating systems. In: Proceedings of 2005 ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, Orlando, Florida.
- Chaturvedi, D.K., 2008. Soft Computing. Techniques and its Applications in Electrical Engineering. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Collado, F. J., A. Gómez, Turégano, J.A., 1986. An analytic function for the flux density due to sunlight reflected from a heliostat. *Solar Energy* 37 (3), 215-234.
- Collado, F. J., Guallar, J., 2012. Campo: Generation of regular heliostat fields. *Renewable Energy* 46, 49-59.
- Collado, F. J., Guallar, J., 2013. A review of optimized design layouts for solar power tower plants with campo code. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 20, 142-154.
- Collado, F.J., 2009. Preliminary design of surrounding heliostat fields. *Renewable Energy* 34(5), 1359-1363.
- Enlace web de Matlab a la computación paralela, 2016. Disponible en: <https://es.mathworks.com/products/parallel-computing.html>.
- Enlace web Satel-Light, 2016. Disponible en: <http://www.satel-light.com>.
- Gestal, M., Rivero, D., Rabuñal, J.R., Dorado, J., Pazos, A., 2010. Introducción a los Algoritmos Genéticos y la Programación Genética. Servicio de publicaciones de la Universidad de La Coruña.

- Goldberg, D.E., 1989. Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning. Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., Boston, MA, USA.
- Hoffman, J.D., 2001. Numerical Methods for Engineers and Scientists (Second Edition). CRC Press.
- Hottel, H.C., 1976. A simple model for estimating the transmittance of direct solar radiation through clear atmospheres. *Solar Energy* 18(2), 129-134.
- Kistler, B.L., 1986. A User's Manual for DELSOL3: A Computer Code for Calculating the Optical Performance and Optimal System Design for Solar Thermal Central Receiver Plants. Sandia National Labs Report SAND86-8018.
- Kolb, G.J., Jones, S.A., Donnelly, M.W., Gorman, D., Thomas, R., Davenport, R., Lumia, R., 2007. Heliostat Cost Reduction Study, SAND2007-3293.
- Laurence, C.L., Lipps, F.W., Vant-Hull, L.L., 1984. User's manual for the University of Houston individual heliostat layout and performance code. Houston University, Energy Laboratory.
- Leary, P.L., Hankins, J.D., 1979. Users guide for MIRVAL: a computer code for comparing designs of heliostat-receiver optics for central receiver solar power plants, Sandia Report SAND-77-8280.
- Lipps, F. W., and Vant-Hull, L. L., 1978. A cellwise method for the optimization of large central receiver systems. *Solar Energy*, 20(6), 505–516.
- Lipps, F.W., Vant-Hull, L.L., 1980a. Programmer's manual for the University of Houston computer code RCELL: Cellwise optimization for the solar central receiver project. University of Houston, Energy Laboratory.
- Lipps, F.W., Vant-Hull, L.L., 1980b. User manual for the University of Houston solar central receiver, cellwise performance model: NS. University of Houston, Energy Laboratory.
- Noone, C. J., Torrilhon, M., Mitsos, A., 2012. Heliostat field optimization: A new computationally efficient model and biomimetic layout. *Solar Energy*, 86(2), 792-803.
- Osuna, R., Olavarría, R., Morillo, R., Sánchez, M., Cantero, F., Fernández-Quero, V., Robles, P., López, T., Esteban, A., Cerón, F., Talegón, J., Romero, M., Téllez, F., Marcos, M.J., Martínez, D., Valverde, A., Monterreal, R., Pitz-Paal, R., Brakmann, G., Ruiz, V., Silva, M., Menna, P., 2006. PS10, CONSTRUCTION OF A 11MW SOLAR THERMAL TOWER PLANT IN SEVILLE, SPAIN. *SolarPACES*, Sevilla, Spain, 20-24 June.

- Press W.H., Flannery B.P., Teukolsky S.A. and Vetterling W.T., 1986. Numerical Recipes in FORTRAN77: The Art of Scientific Computing. Cambridge University Press, 1st Edition.
- Sassi, G., 1983. Some notes on shadow and blockage effects. *Sol. Energy* 31 (3), 331–333.
- Schmitz, M., Schwarzbozl, P., Buck, R., Pitz-Paal, R., 2006. Assessment of the potential improvement due to multiple apertures in central receiver systems with secondary concentrators. *Solar Energy* 80 (1), 111–120.
- Schwarzbözl, P., Pitz-Paal, R., Schmitz, M., 2009. Visual HFLCAL – A Software Tool for Layout and Optimization of Heliostats Fields. Presented at SolarPACES 2009, Berlin, Germany.
- Suh, J.W., Kim, Y., 2014. Accelerating MATLAB with GPU Computing. A Primer with Examples. Elsevier Inc.
- Walzel, M.D., Lipps, F.W., Vant-Hull, L.L., 1977. A solar flux density calculation for a solar tower concentrator using a two-dimensional Hermite function expansion. *Solar Energy*, 19(3), 239-253.
- Wei, X., Lu, Z., Lin, Z., Zhang, H., & Ni, Z., 2008. Optimization procedure for design of heliostat field layout of a 1MWe solar tower thermal power plant. *Proceedings of SPIE - the International Society for Optical Engineering*, 6841.
- Wei, X., Lu, Z., Wang, Z., Yu, W., Zhang, H., Yao, Z., 2010a. A new method for the design of the heliostat field layout for solar tower power plant. *Renewable Energy* 35 (9), 1970–1975.
- Wei, X., Lu, Z., Yu, W., Wang, Z., 2010b. A new code for the design and analysis of the heliostat field layout for power tower system. *Solar Energy*, 84(4), 685-690.
- Wendelin, T., 2003. SolTRACE: A New Optical Modeling Tool for Concentrating Solar Optics. In: National Renewable Energy Laboratory (NREL), International Solar Energy Conference, March.
- William, B.S., Micheal, G., 2001. Power from the Sun <<http://www.powerfromthesun.net/book.htm>>.
- Xu, Y., Cui, K., Liu, D.P., 2002. The development of a software for solar radiation and its verification by the measurement results on the spot, *Energy Technology* 23, 237–239.
- Yu, Q., Wang, Z., Xu, E., Zhang, H., Lu, Z., Wei, X., 2012. Modeling and simulation of 1 MWe solar tower plant's solar flux distribution on the central cavity receiver. *Simulation Modelling Practice and Theory* 29, 123-136.

7. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

7.1. Introducción

En el capítulo 1 se planteó como objetivo principal la propuesta de una herramienta de simulación/optimización del subsistema óptico en centrales termosolares de torre, caracterizada por una precisión y exactitud comparables al empleo de una herramienta de trazado de rayos según el método de Monte-Carlo, y presente unos tiempos de computación entre uno y dos órdenes de magnitud inferiores a los obtenidos por la citada técnica.

Para alcanzar el citado objetivo principal, se consideró necesario la consecución de una serie de objetivos secundarios o subordinados los cuales, junto al principal, se recogen en la tabla 7.1.

Cálculo de sombras y bloqueos	Propuesta de una metodología para la preselección de heliostatos con potencial para sombrear y/o bloquear a cualquier heliostato del campo.	Apartado 4.2
	Propuesta y análisis de distintas metodologías para calcular el rendimiento por sombra y bloqueos propiamente dicho.	Apartado 4.3
Cálculo de intercepción	Propuesta y análisis de distintas metodologías para calcular el rendimiento por intercepción	Apartado 5.3 a 5.7
	Propuesta y análisis de distintas metodologías que permitan la determinación del rendimiento por intercepción mediante técnicas de interpolación.	Apartado 6.4
La propuesta y análisis de distintas metodologías para la selección de los instantes empleados en los procesos de optimización y determinación de la energía total recolectada.		Apartado 6.3
Analizar la relación entre la resolución o número de rayos trazados por heliostato y el grado de incertidumbre deseado en la evaluación del rendimiento anual de un campo de heliostatos.		Apartado 6.5

Analizar la aplicabilidad y prestaciones de la tecnología GPU en la ejecución de códigos enfocados a la simulación y optimización del diseño del subsistema óptico en centrales termosolares de torre.	Apartados 4.5, 5.8 y 6.8
Propuesta de una herramienta de simulación/optimización del diseño del subsistema óptico en centrales termosolares de torre, caracterizada por una precisión y exactitud comparables al empleo de una herramienta de trazado de rayos según el método de Monte-Carlo, y presente unos tiempos de computación entre uno y dos órdenes de magnitud inferiores a los obtenidos por la citada técnica.	Apartado 6.5.1

Tabla 7.1. Objetivo principal y secundarios.

Por otra parte, se plantearon una serie de objetivos secundarios de carácter general, los cuales fueron tratados de forma indirecta a lo largo de los capítulos 4, 5 y 6. Son los siguientes:

- Las metodologías propuestas deben ser consistentes con su utilización tanto en problemas de simulación como en problemas de optimización.
- Se encuentre optimizado para modelar la tecnología de sistemas de receptor central.
- Se caracterice por la fidelidad a las técnicas de trazado de rayos según el método de Monte-Carlo.
- Se facilite la introducción de la información geométrica.
- Cuenten con la posibilidad de obtención directa de mapas de fotones, densidad de potencia y de isolíneas.
- Todas las metodologías y códigos de simulación/optimización han de ser validados mediante el empleo de técnicas y/o códigos suficientemente contrastados y avalados por la comunidad científica.

7.2. Conclusiones

A continuación, se procede a describir las principales conclusiones obtenidas para cada uno de los objetivos planteados en la tesis.

A.1. Propuesta de una metodología para la preselección de heliostatos con potencial para sombrear y/o bloquear a cualquier heliostato del campo.

La metodología propuesta, basada en tres niveles de filtrado o preselección permite, mediante los dos primeros, la determinación de aquellos candidatos que producen un sombreado o bloqueo real sobre cualquier heliostato del campo en un instante dado.

Por consiguiente, se superan las condiciones de preselección consideradas necesarias y empleadas en la mayoría de códigos existentes, dando lugar al uso de unas condiciones necesarias y suficientes. Asimismo, se presentó un tercer nivel de filtrado especialmente indicado en aquellos instantes en los que la altura solar es reducida, que permite la reducción significativa del número de candidatos en estas circunstancias.

La conjunción de estos tres niveles de filtrado contribuye de forma significativa a la reducción de los tiempos de computación en el cálculo del rendimiento por sombras y bloqueos.

De forma complementaria, se propuso una metodología para la selección del subconjunto de heliostatos potencialmente sombreados por la torre en un instante dado.

A.2. Propuesta y análisis de distintas metodologías para calcular el rendimiento por sombra y bloqueos propiamente dicho.

A lo largo del apartado 4.3 se presentaron cinco metodologías orientadas al cálculo del rendimiento por sombras y bloqueos. Cualquiera de los métodos expuestos sería compatible con su utilización en aplicaciones de optimización del diseño del subsistema óptico, así como en códigos basados en trazado de rayos, convolución y cono óptico, donde se requiera exactitud de resultados y tiempos de ejecución notablemente inferiores a las técnicas de trazado de rayos tradicional, que presentan gran exactitud a costa de unos tiempos de ejecución elevados.

Adicionalmente, la metodología basada en transformaciones homográficas, contribuye de forma significativa a la reducción de los tiempos de computación a costa de ligeras discrepancias en la determinación del rendimiento por sombras y bloqueos, especialmente si se aplica la técnica en problemas de determinación de la energía recolectada por el receptor a lo largo de un periodo de tiempo dado o de optimización de la disposición de los heliostatos en el campo solar.

Otra conclusión destacada en esta sección fue la relativa independencia del modelo de forma solar y de la aplicación de errores ópticos en los resultados de rendimiento por sombras y por bloqueos.

B.1. Propuesta y análisis de distintas metodologías para calcular el rendimiento por intercepción.

En el epígrafe 5.7 se estudió la aplicabilidad de las técnicas utilizadas por los códigos *FRT* y *HRT* en la determinación exclusiva del rendimiento por intercepción.

Una vez mejorada la técnica de cálculo del rendimiento por intercepción en *HRT* mediante el auxilio de una técnica de integración por métodos numéricos (cuadratura de Gauss), se constata la concurrencia de ambos métodos siempre que se emplee un número

de puntos de cálculo en *HRT* igual o superior a cuatro. La razón de tiempos de computación *FRT/HRT* alcanzó la cifra de 27,7. Por todo lo indicado, se constata la buena aptitud de esta técnica homográfica para su empleo en la resolución de problemas de cálculo de la energía recolectada en el receptor durante un periodo de tiempo dado, o en problemas de optimización del diseño del subsistema óptico.

B.2. Propuesta y análisis de distintas metodologías que permitan la determinación del rendimiento por intercepción mediante técnicas de interpolación.

En el epígrafe 6.4, tras analizar distintos métodos de interpolación y geometrías de malla, se llegó a la conclusión de que la utilización de una malla polar y metodología de interpolación bi-cúbica depara unas discrepancias muy bajas incluso para resoluciones bajas y medias de malla.

En el epígrafe 6.5.1 se constató que la utilización de la citada propuesta contribuía a reducir un 11,6% los tiempos de computación sin alterar las cuatro primeras cifras significativas del rendimiento por intercepción anual de un campo de heliostatos.

C. La propuesta y análisis de distintas metodologías para la selección de los instantes empleados en los procesos de optimización y determinación de la energía total recolectada.

En el epígrafe 6.3, tras analizar distintas metodologías de selección de los instantes de cálculo y métodos de integración numérica, se llegó a la conclusión de que la metodología basada en la selección de un número de instantes proporcionales a la duración del lapso comprendido entre el orto y el mediodía solar, ubicados en el día según las raíces de los polinomios de Legendre y orden igual al número de instantes a lo largo del día más uno, así como metodología de integración numérica basada en cuadratura de Gauss, contribuyen a la reducción notable del número de instantes necesarios para una misma discrepancia con el patrón de referencia. La reducción en el número de instantes en comparación con otros métodos estudiados fue de hasta 13,7 veces en el caso de que la función objetivo fuese el rendimiento anual sin ponderar y de hasta 7,3 veces en el caso de rendimiento anual ponderado.

D. Analizar la relación entre la resolución o número de rayos trazados por heliostato y el grado de incertidumbre deseado en la evaluación del rendimiento anual de un campo de heliostatos.

En el epígrafe 6.5 se propuso una expresión, basada en la teoría de propagación de errores, que establece una correspondencia entre la resolución por heliostato y el grado

de incertidumbre deseado en la evaluación del rendimiento anual de un campo de heliostatos.

Asimismo, en el epígrafe 6.5.1 se constató la idoneidad de la relación obtenida al comparar los resultados de rendimiento por intercepción y por sombra y bloqueos, en la ejecución de problemas de cálculo de rendimiento anual de una planta objeto de estudio.

E. Analizar la aplicabilidad y prestaciones de la tecnología GPU en la ejecución de códigos enfocados a la simulación y optimización del diseño del subsistema óptico en centrales termosolares de torre.

En los apartados 4.5, 5.8 y 6.8 se abordó la propuesta y comparación de los tiempos de ejecución, de aplicaciones optimizadas para la CPU y GPU en la resolución de problemas de sombras y bloqueos, intercepción y optimización/cálculo de la energía producida, respectivamente.

La conclusión general obtenida es que existe un potencial destacado de las GPUs en la ejecución de problemas de simulación y optimización del diseño del subsistema óptico en SRC, siempre que el algoritmo ejecutado en éstas consista en grandes operaciones aptas para ser procesadas en paralelo y en las que se minimicen las transacciones CPU-GPU y viceversa. Se alcanzaron en cada uno de los apartados referidos tasas o razones CPU/GPU superiores a 11,4, destacándose que esta cifra está claramente influenciada por el modelo (y número) de GPU instalada en el equipo informático.

F. Propuesta de una herramienta de simulación/optimización del diseño del subsistema óptico en centrales termosolares de torre, caracterizada por una precisión y exactitud comparables al empleo de una herramienta de trazado de rayos según el método de Monte-Carlo, y presente unos tiempos de computación entre uno y dos órdenes de magnitud inferiores a los obtenidos por la citada técnica.

En el epígrafe 5.3 se presentaron dos metodologías basadas en trazado de rayos orientados a la *simulación* del subsistema óptico en centrales termosolares de torre, plasmadas en los códigos denominados *FRT* y *HRT*.

En la validación de *FRT* con Soltrace efectuada a lo largo de los epígrafes 5.5 y 5.6, se llegó a la conclusión de que la precisión y exactitud de ambos códigos era similar, obteniéndose unas ratios (tiempo de ejecución Soltrace/*FRT*) próximas a la unidad en el caso de heliostato exento y de 8,9 en el caso de simulación de un campo norte de 52 heliostatos. Comprobándose que dicha razón aumenta con el número de heliostatos del campo.

En la validación de *HRT* con *FRT*, se llegó a la conclusión de que la precisión y exactitud de ambos códigos era similar en el caso de heliostato exento, mientras que en el caso de simulación de un campo de heliostatos se produjeron ligeras discrepancias (del 0,147%) en los resultados obtenidos, atribuibles a la metodología de cálculo de sombras y bloqueos. En cuanto a la razón tiempo de ejecución *FRT/HRT* se obtuvieron cotas máximas próximas a 8,7 en el caso de heliostato exento y de 11,0 en el caso de un campo norte de 52 heliostatos.

En resumen, ambas metodologías resultan suficientemente precisas y exactas de cara a la simulación del subsistema óptico en centrales termosolares de torre, exhibiendo unas prestaciones computacionales superiores a códigos basados en trazado de rayos según el método de Monte-Carlo de segunda generación. Asimismo, los códigos propuestos facilitan la introducción de los datos de partida del problema (tales como posiciones de los heliostatos sobre el plano geométral, dimensiones de la torre, instantes de cálculo, geometría del receptor u orientación de los heliostatos) y permiten la obtención de mapas de fotones, de densidad de potencia e isolíneas (en los dos últimos casos, con las superficies absorbedoras del receptor desarrolladas) desde el propio software, sin necesidad de recurrir al post-procesado en códigos externos.

Por otra parte, en el epígrafe 6.5.1 se analizaron los resultados de rendimiento por intercepción y por sombra y bloqueos, así como los tiempos de computación, en la ejecución de problemas de optimización basados en la utilización de las técnicas homográficas y las técnicas de trazado de rayos según el método de Monte-Carlo.

Se constató que el empleo de las técnicas homográficas tanto en el cálculo del rendimiento por sombra y bloqueos, e intercepción, presenta unos resultados relativamente similares a los obtenidos por la técnica de trazado de rayos según el método de Monte-Carlo (coincidencia de las cuatro cifras significativas en el primer rendimiento y de 0,01% en el segundo), contribuyendo de forma notable a la reducción de los tiempos de computación (ratios de 12,7 y 19,5 en los dos casos analizados de media y alta resolución, respectivamente).

En resumen, la conjunción de las metodologías homográficas en el cálculo del rendimiento por sombra y bloqueos, e intercepción, así como la determinación de este último en base a una malla de geometría y resolución propuesta, en base a una técnica de interpolación seleccionada, la selección de instantes según la metodología propuesta, han permitido la consecución del objetivo principal planteado.

7.3. Trabajos futuros

Partiendo del estado actual del trabajo, se puede avanzar en la investigación a través de diversos frentes.

En primer lugar, se plantea la propuesta de una metodología de determinación de los límites del campo de heliostatos sobre el plano geometral en base a la determinación previa del ángulo de aceptación. Se trata de una magnitud escasamente empleada en sistemas de receptor central, donde el único acercamiento a una metodología plausible es la debida a Wei et al. 2010 a y b. Los métodos homográficos podrían emplearse con éxito en la consecución de esta meta, que supondría una reducción del esfuerzo computacional y consecuentemente de los tiempos de computación, pues el proceso de optimización comienza con un número más reducido de heliostatos en el campo, evitándose la evaluación de heliostatos de escaso rendimiento.

En segundo lugar, de acuerdo con la revisión bibliográfica realizada en el capítulo 6, se detecta que la expresión empleada por la generalidad de los códigos de simulación/optimización del subsistema óptico en sistemas de receptor central es la dada en Schmitz et al. (2006), la cual constituye una variante o ampliación de la empleada por MIRVAL (Leary y Hankins, 1979). En la actualidad, distintos autores tales como Ballestrín y Marzo (2012), o López et al. (2016) han subrayado el hecho de que este tipo de expresiones sobreestiman el rendimiento por atenuación atmosférica, repercutiendo en la energía recolectada por el receptor, así como en la morfología de los campos optimizados en base a las citadas expresiones.

En tercer lugar, y como ha quedado de manifiesto en el epígrafe 6.7, donde se compararon los resultados de rendimiento entre la configuración actual de la PS10 y la obtenida con el algoritmo de optimización propuesto, se plantea la propuesta y análisis de distintos algoritmos relativos a la generación inicial de patrones o configuraciones de heliostatos.

ANEXO 1. TRANSFORMACIÓN DE UNA HOMOLOGÍA ENTRE DOS SECCIONES PLANAS EN EL ESPACIO EN HOMOLOGÍA PLANA Y OTRAS APLICACIONES HOMOGRAFICAS

A.1.1. Introducción

El presente anexo sirve de complemento al capítulo 3 dedicado a las transformaciones homográficas.

En los epígrafes A.1.2 y A.1.6 se demuestra que dos secciones planas aplicadas a una superficie radiada de vértice propio e impropio, son homólogas y afines, respectivamente.

Asimismo, en el epígrafe A.1.3 se exponen las propiedades relacionadas con el producto de homologías. Las propiedades descritas se emplean, por ejemplo, en los métodos homográficos propuestos para la determinación del rendimiento por sombra y bloqueos.

Por otra parte, en los epígrafes A.1.4 y A.1.7 se exponen dos metodologías diferenciadas para transformar un problema de homología entre dos secciones planas en el espacio a un problema de homología plano. De este modo, un problema espacial puede reducirse a alguno de los casos analizados en los epígrafes 3.5.6 y 3.6.2 del capítulo 3.

Finalmente, en los epígrafes A.1.5 y A.1.8 se describen procedimientos para la transformación homográfica a cuadrado, de un trapecoide y de un paralelogramo, respectivamente, por métodos gráficos.

A.1.2. Homología entre dos secciones planas de una misma superficie radiada

En la figura A.1.1 se muestran los polígonos $ABCDE$ y $A'B'C'D'E'$, contenidos en los planos (P) y (Q) , respectivamente, correspondientes a las secciones planas a una misma superficie radiada de vértice propio O (pirámide o cono).

Para comprobar que efectivamente existe una relación de homología entre ambas figuras planas se comprueba la veracidad de las dos propiedades básicas de toda homología (enunciadas en el epígrafe 3.4).

La primera propiedad se cumple, pues los puntos A y A' , B y B' , C y C' , etc., se encuentran alineados con el vértice de la superficie radiada O . Esta propiedad se cumplirá siempre, pues los puntos A y A' , B y B' , etc., son las intersecciones de la misma arista lateral (en general, *generatriz*) de la superficie radiada con los planos (P) y (Q) , respectivamente.

La segunda propiedad también se cumple, pues las rectas homólogas se cortan en el eje de homología E , lo que se observa en la figura A.1.1 en las rectas homólogas BC y $B'C'$, DF y $D'F'$, etc. De nuevo, esta propiedad se cumplirá siempre, pues el eje de homología E , viene dado por la intersección de los planos (P) y (Q) que contienen a los polígonos dados.

Luego queda demostrado que en el espacio existe una relación de homología entre las formas planas $ABCDE$ y $A'B'C'D'E'$, lo que permitirá obtener una de ellas a partir de la otra y siempre que se conozca, además, O , (P) y (Q) .

La recta límite L correspondiente a la figura $A'B'C'D'E'$ se puede obtener tomando una dirección cualquiera contenida en el plano (P) , por ejemplo, la dirección $A'C'$ y trazando una paralela a dicha dirección por el vértice de la superficie radiada O . Donde se corten la paralela y la prolongación de AC , se tendrá un punto de la recta límite buscada, la cual, como ya se apuntó en el epígrafe 3.4.1, ha de ser paralela al eje de homología E .

Alternativamente, la recta límite L puede obtenerse como intersección del plano (Q) con otro paralelo a (P) que contenga al vértice de la superficie radiada.

De forma análoga se podría obtener la recta límite L' (no dibujada en la figura A.1.1) correspondiente a la figura $ABCDE$, la cual ha de ser la intersección del plano (P) con otro paralelo a (Q) que contenga al vértice de la superficie radiada.

De la misma forma que en el caso de homología plana, la distancia entre L y O , ha de ser igual a la existente entre L' y E .

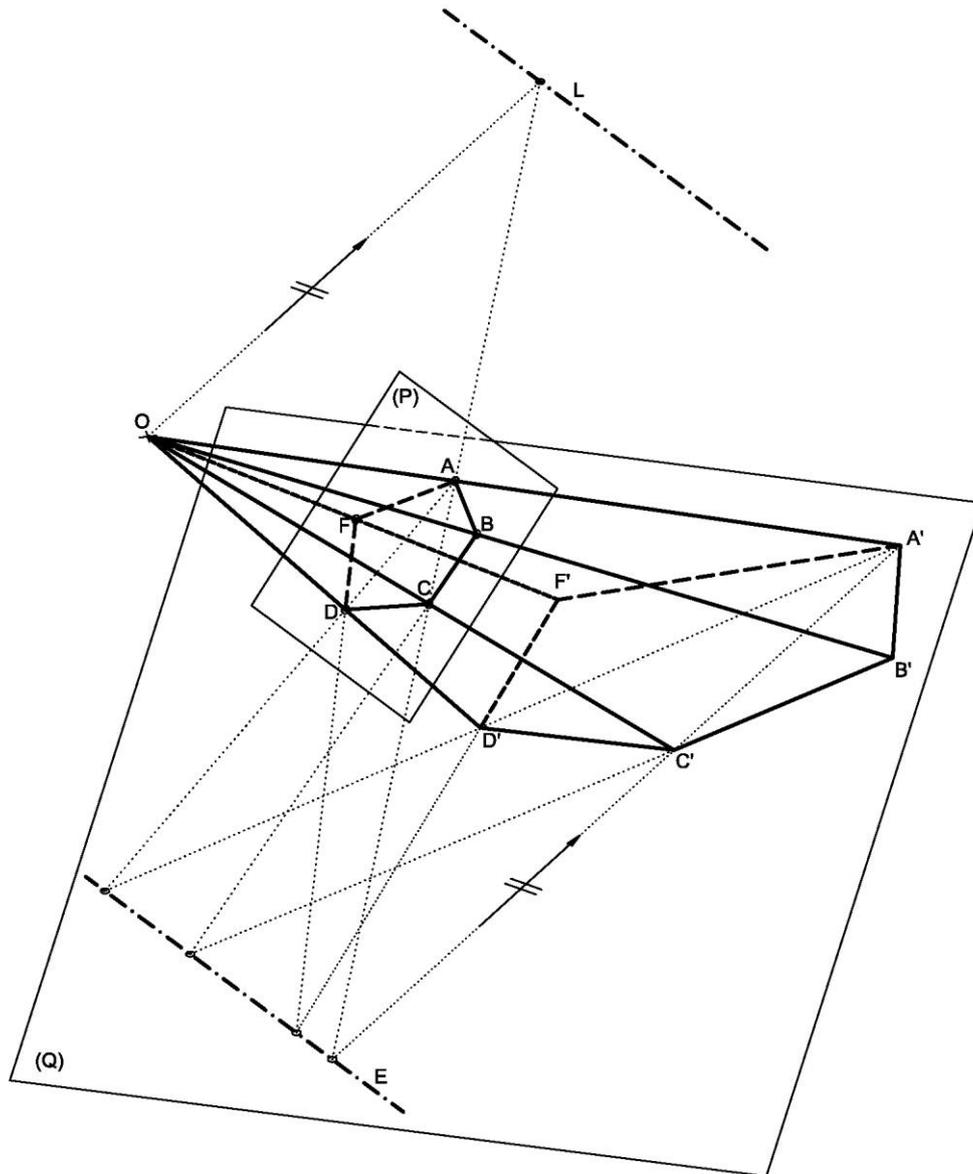


Figura A.1.1. Homología entre dos secciones planas de una misma superficie radiada de vértice propio.

A.1.3. Producto de tres homologías

En la figura A.1.2 se tienen dos formas planas homólogas ABC y DFG , contenidas en los planos (R) y (P) , respectivamente, siendo el eje de homología E y el centro de homología O_1 . Por otra parte, la forma plana HIJ situada en el plano (Q) es homóloga de la ABC , compartiendo el eje de homología E y centro de homología O_2 . Se verifica que las formas planas contenidas en los planos (P) y (Q) son homólogas con eje común E y centro de homología O_3 situado en la línea de una de los centros O_1 y O_2 .

Se comprueba que, al ser el eje de homología común en las correspondencias entre las formas planas contenidas entre (P) y (R) , y entre (Q) y (R) , necesariamente ha de ser eje de homología en la correspondencia entre las formas planas contenidas en (P) y (Q) .

Por otra parte, los planos definidos por O_1 y O_2 , y cada uno de los vértices A , B y C , contienen a las rectas DH , FI y GJ , respectivamente. Por consiguiente, las rectas DH , FI y GJ , cortan a la recta que une O_1 con O_2 . Asimismo, los planos que contienen segmentos homólogos de (P) y (Q) , por ejemplo, el plano definido por DF y HI , y el plano definido por FG e IJ , no contendrán, en general, a la recta que une O_1 con O_2 , por lo que necesariamente, las rectas DH , FI y GJ han de cortarse en un mismo punto O_3 .

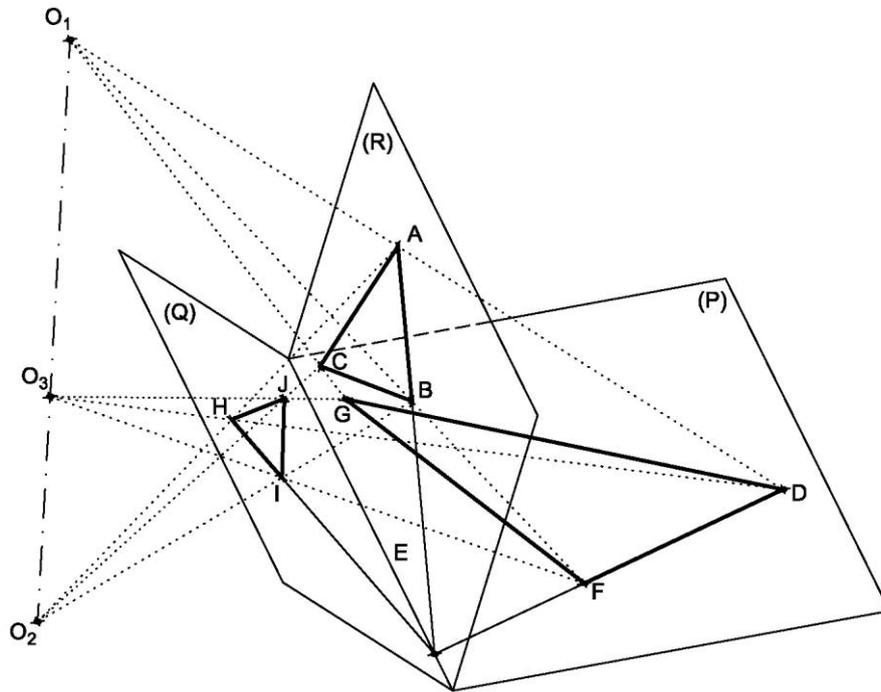


Figura A.1.2. Producto de tres homologías.

En la figura A.1.3 se representa el caso particular en el que los planos (P) y (Q) son coincidentes. En este supuesto se verifica que el centro de homología de las formas planas DFG y HIJ se encuentra en la traza de la recta definida por O_1 y O_2 , es decir, en el punto de intersección de ésta con el plano $(P) \equiv (Q)$.

Asimismo, si O_1 u O_2 fueran puntos impropios, las figuras DFG y HIJ seguirían siendo homólogas. Finalmente, si O_1 y O_2 fueran puntos impropios, o bien, la recta definida por O_1 y O_2 fuera paralela al plano $(P) \equiv (Q)$, entonces las figuras DFG y HIJ serían afines.

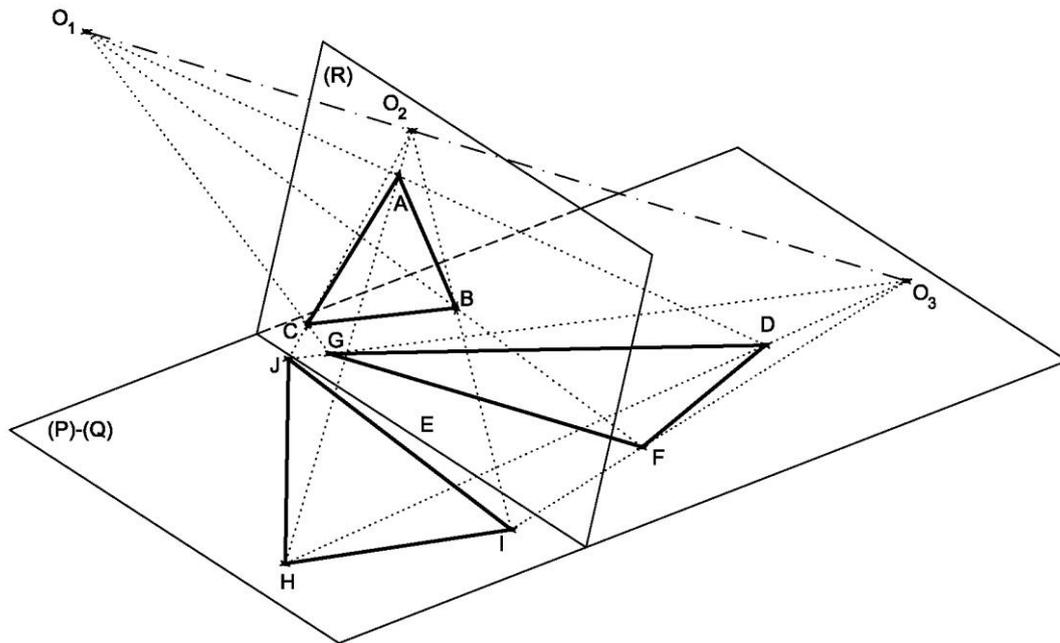


Figura A.1.3. Producto de tres homologías. Caso particular en el que (P) y (Q) coinciden.

A.1.4. Transformación de una homología entre dos secciones planas en el espacio en homología plana

a) Mediante proyección cónica o cilíndrica

Una homología entre dos secciones planas en el espacio, tal como la expuesta en el epígrafe A.1.2, puede ser transformada en una homología plana mediante la proyección del problema desde un punto V , propio o impropio, sobre un plano de proyección arbitrario.

En la figura A.1.4 se ha empleado un punto V impropio, por lo que el proceso de transformación se obtiene mediante una proyección cilíndrica (oblicua en este ejemplo); asimismo, se ha tomado como plano de proyección el plano (Q) .

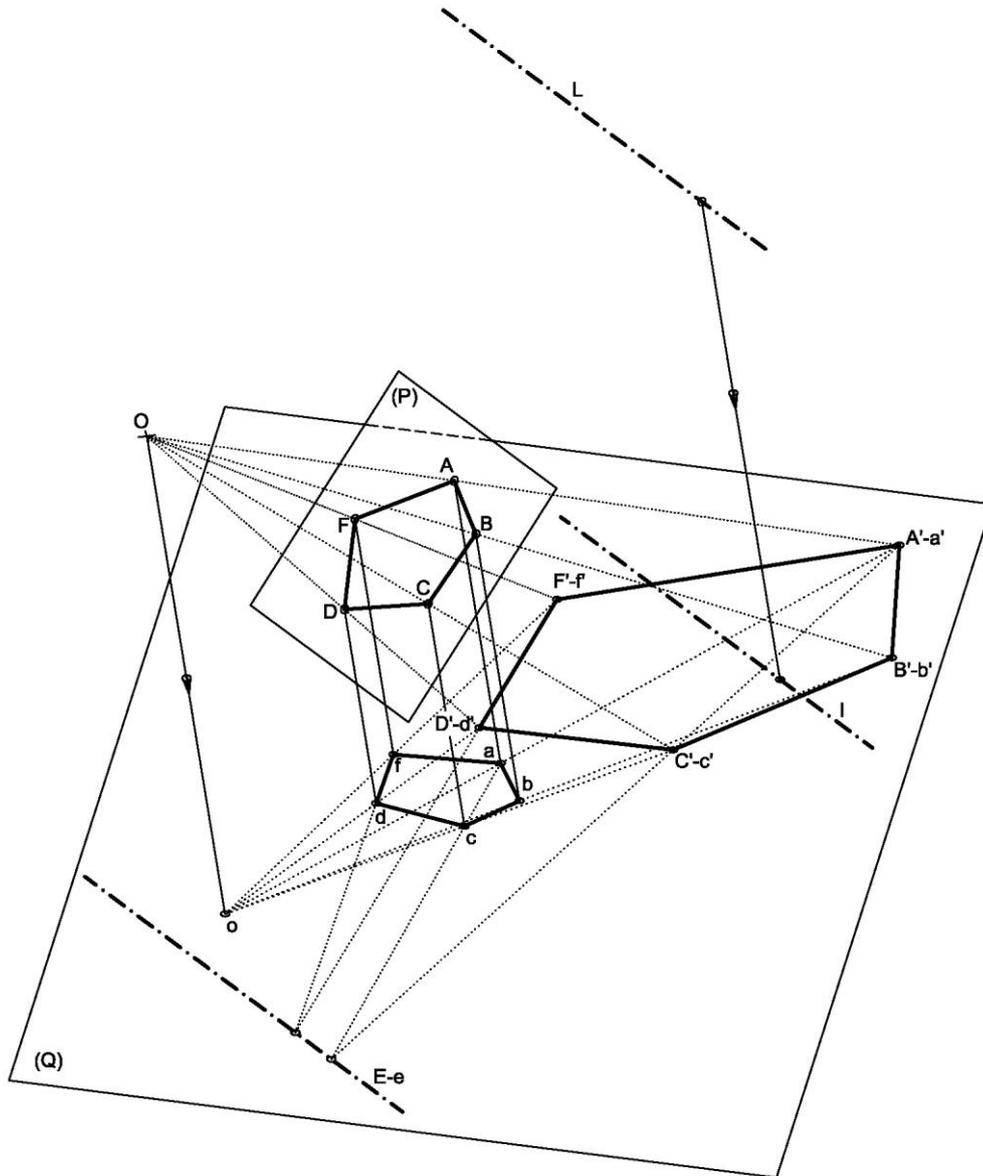


Figura A.1.4. Transformación de una homología entre dos secciones planas en el espacio en homología plana mediante proyección cilíndrica.

Las figuras de vértices a, b, c, \dots y a', b', c', \dots , son homológicas pues se cumplen las dos propiedades fundamentales:

- Toda pareja de puntos homólogos a y a' , b y b' , etc., se encuentran alineados con un tercero o (*centro de homología*), proyección del centro de homología espacial O sobre (Q) .
- Las rectas homólogas ab y $a'b'$, bc y $b'c'$, etc., se cortan en puntos de una recta de puntos dobles e (*eje de homología*), proyección del eje de homología espacial E sobre (Q) .

Mediante la misma proyección realizada pueden obtenerse asimismo las posiciones de las rectas límites.

Por tanto, se puede concluir que la proyección de una homología de dos formas planas en el espacio, de centro O y eje E , desde un punto V propio o impropio, sobre un plano de proyección arbitrario, es otra homología cuyo centro y eje son las proyecciones de los respectivos espaciales.

b) Mediante abatimiento

En la figura A.1.5 se representa la vista lateral del mismo problema mostrado en la figura A.1.4. La dirección de visualización coincide con la del eje de homología, por lo que tanto el eje como ambas rectas límites L y L' se visualizan como rectas de punta en el nuevo diedro. Asimismo, los planos (P) y (Q) se observarán como planos proyectantes.

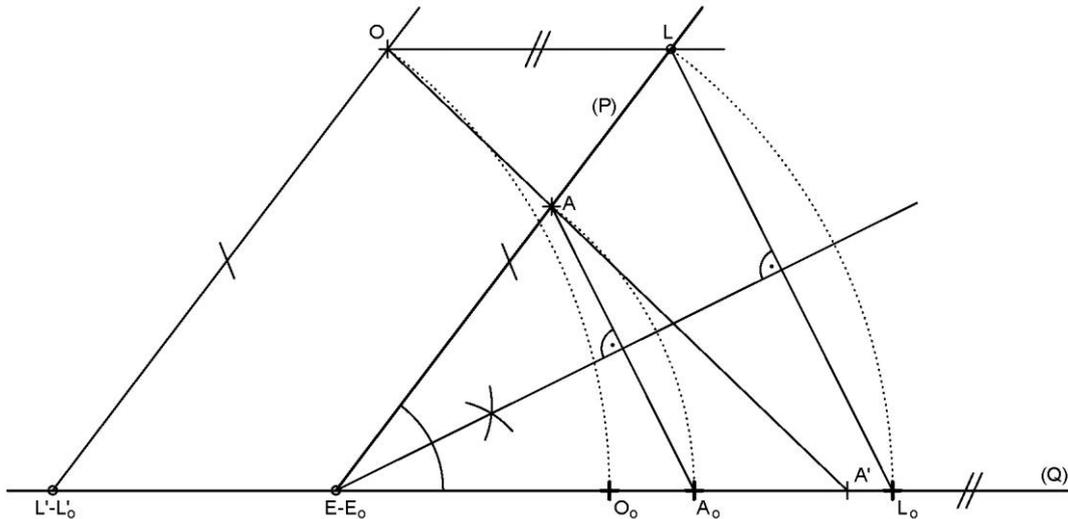


Figura A.1.5. Transformación de una homología entre dos secciones planas en el espacio en homología plana mediante abatimiento.

Como se citó anteriormente, las rectas límites L y L' pueden obtenerse trazando planos paralelos a (Q) y (P) por el centro de homología O y obteniendo su intersección con el plano contrario, respectivamente.

La construcción gráfica citada define un paralelogramo romboide de vértices $EL'OL$. Los extremos de una de las diagonales son el centro y el eje de homología, mientras que los extremos de la otra diagonal son las rectas límites. En la citada construcción puede observarse con mayor claridad la propiedad de equidistancia entre ambas rectas límites y el centro y eje de homología, citada en el epígrafe 3.4.1.

El problema de homología entre dos formas planas espaciales puede transformarse en un problema de homología plana mediante abatimiento del plano (P) sobre el (Q) o viceversa (en la figura A.1.5 se ha considerado la primera opción). De este modo, el eje de abatimiento ha de ser la intersección de ambos planos (eje de homología E).

El abatimiento consistirá, por tanto, en hacer girar todos los elementos contenidos en (P) en torno al eje de abatimiento E , hasta hacer coincidir el citado plano y todo su contenido sobre (Q) .

Por consiguiente, con centro en Eo y radio hasta A y, en general, a cualquier punto de la figura contenida en (P) , se traza un arco de circunferencia hasta cortar al plano de abatimiento (Q) , obteniéndose el punto abatido Ao .

Los arcos de circunferencia descritos se encuentran contenidos o son paralelos al plano de dibujo representado en la figura A.1.5, esto es, en planos perpendiculares al eje de abatimiento que contienen a los puntos a abatir.

De forma análoga se abatiría la recta límite L obteniéndose Lo . La otra recta límite L' se encuentra ya abatida al pertenecer a (Q) .

Para abatir el centro de homología O , el arco tiene centro en $L' \equiv Lo$.

Es preciso resaltar que en la figura A.1.5, los arcos de circunferencia podrían haberse trazado en sentido contrario, lo que da lugar a una segunda solución, no representada.

Se verifica que las figuras Ao, Bo, Co , etc. y A', B', C' , etc. son homólogas, siendo el centro y eje de homología Oo y Eo , respectivamente. Asimismo, las rectas límites serán Lo y $L'o$.

Finalmente, tal y como se indica en la figura A.1.5, se puede comprobar que el abatimiento de una forma plana sobre un plano de abatimiento, siendo el eje de abatimiento la intersección de los dos planos dados, puede obtenerse alternativamente mediante la proyección cilíndrica de la forma plana original, empleando como dirección de proyección la normal al plano bisector del diedro formado por los dos planos intervinientes.

A.1.5. Transformación homológica de un trapezoide en cuadrado

Se desea transformar mediante homología el trapezoide $ABCD$ en un cuadrado de vértices $A'B'C'D'$ (figura A.1.6).

Para resolver este ejercicio se procede a determinar en primer lugar la recta límite L correspondiente al cuadrilátero dado.

Para ello basta considerar que los lados opuestos del cuadrilátero dado han de cortarse en el infinito. Por consiguiente, la recta límite L vendrá dada por los puntos de corte de los lados opuestos del cuadrilátero dado (puntos p y q en la figura A.1.6).

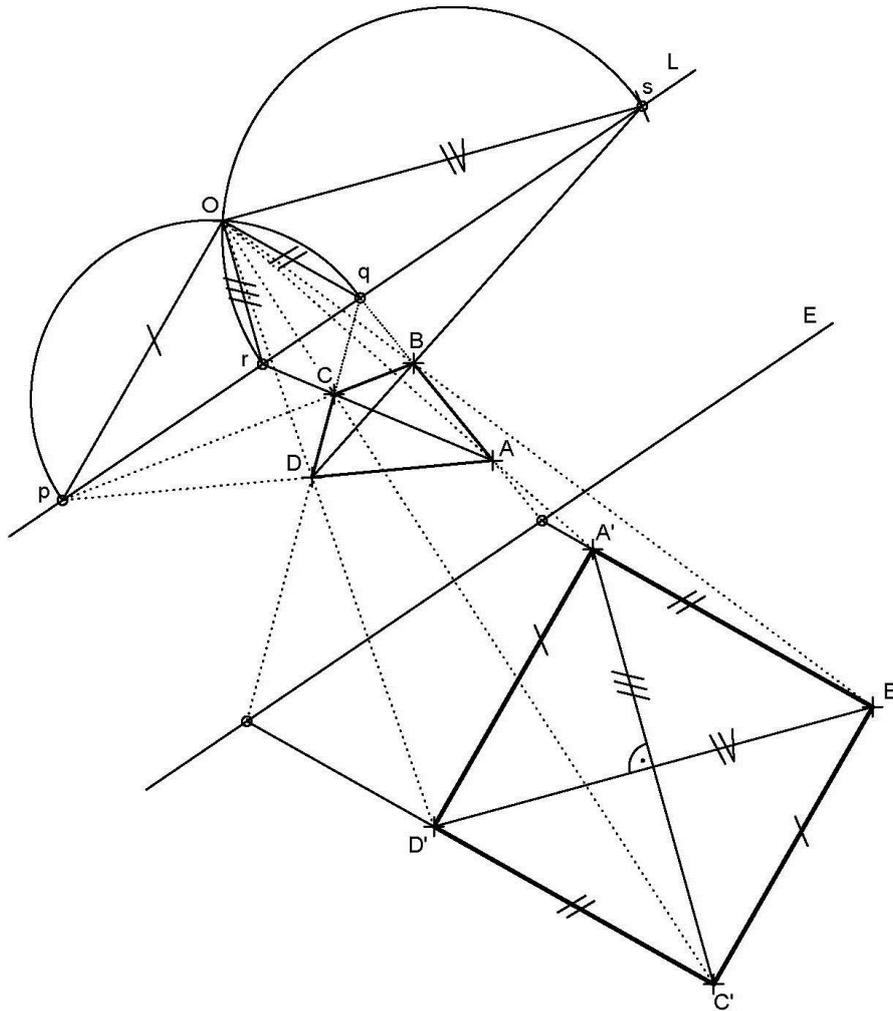


Figura A.1.6. Transformación homológica de un cuadrilátero cualquiera en cuadrado

Seguidamente se determina el centro de homología O . Para ello se tiene en cuenta que los lados contiguos y las diagonales de la figura homóloga resultante son perpendiculares. Por consiguiente, el punto O vendrá dado por la intersección de dos arcos capaces de 90° que subtienden los segmentos pq y rs situados en la recta límite L .

Finalmente, se dibuja el eje de homología E paralelo a L , en cualquier posición del plano de trabajo⁵⁷ y se determina la figura homóloga empleando las propiedades de la recta límite, es decir, teniendo en cuenta que los lados del cuadrado resultante han de ser paralelos a las direcciones Op y Oq (y las diagonales paralelas a las direcciones Or y Os).

⁵⁷ La posición del eje E solo influye en el tamaño de la figura homóloga resultante.

A.1.6. Afinidad entre dos secciones planas de una misma superficie radiada

En la figura A.1.7 se muestran los polígonos $ABCDE$ y $A'B'C'D'E'$ contenidos en los planos (P) y (Q) , respectivamente. Estos polígonos corresponden a las secciones planas a una misma superficie radiada de vértice impropio (prisma o cilindro).

De forma similar al epígrafe A.1.2 se puede demostrar que existe una relación de afinidad entre ambas figuras planas, pues se verifican las dos propiedades básicas de toda transformación homológica con centro de homología impropio.

La primera propiedad se cumple, pues los puntos A y A' , B y B' , C y C' , etc., se encuentran alineados con las aristas laterales (o en general, con las generatrices) de la superficie radiada. Esta propiedad se cumplirá siempre, pues los puntos A y A' , B y B' , etc., son las intersecciones de la misma arista lateral de la superficie radiada con los planos (P) y (Q) , respectivamente.

La segunda propiedad también se cumple, pues las rectas afines se cortan en el eje de afinidad E , lo que se observa en la figura A.1.7 en las rectas homólogas BC y $B'C'$, DF y $D'F'$, etc. De nuevo, esta propiedad se cumplirá siempre, pues el eje de afinidad viene definido por la intersección de los planos (P) y (Q) .

Por consiguiente, queda demostrado que en el espacio existe una relación de afinidad entre las formas planas $ABCDE$ y $A'B'C'D'E'$, lo que permitirá obtener una de ellas a partir de la otra y siempre que se conozcan, además, los planos (P) y (Q) que contienen, respectivamente, a los polígonos dados.

A.1.7. Transformación de una afinidad entre dos secciones planas en el espacio en afinidad plana

De forma similar a lo indicado en el epígrafe A.1.4, una afinidad entre dos secciones planas en el espacio puede ser transformada en un problema de afinidad plano, mediante proyección o abatimiento.

En el caso de que se desee realizar la transformación mediante proyección, el centro de proyección V ha de ser un punto impropio, es decir, se ha de emplear necesariamente una proyección cilíndrica (ortogonal u oblicua)⁵⁸.

⁵⁸ En el caso de emplear como centro de proyección V un punto propio se transformaría el problema de afinidad espacial en una homología plana.

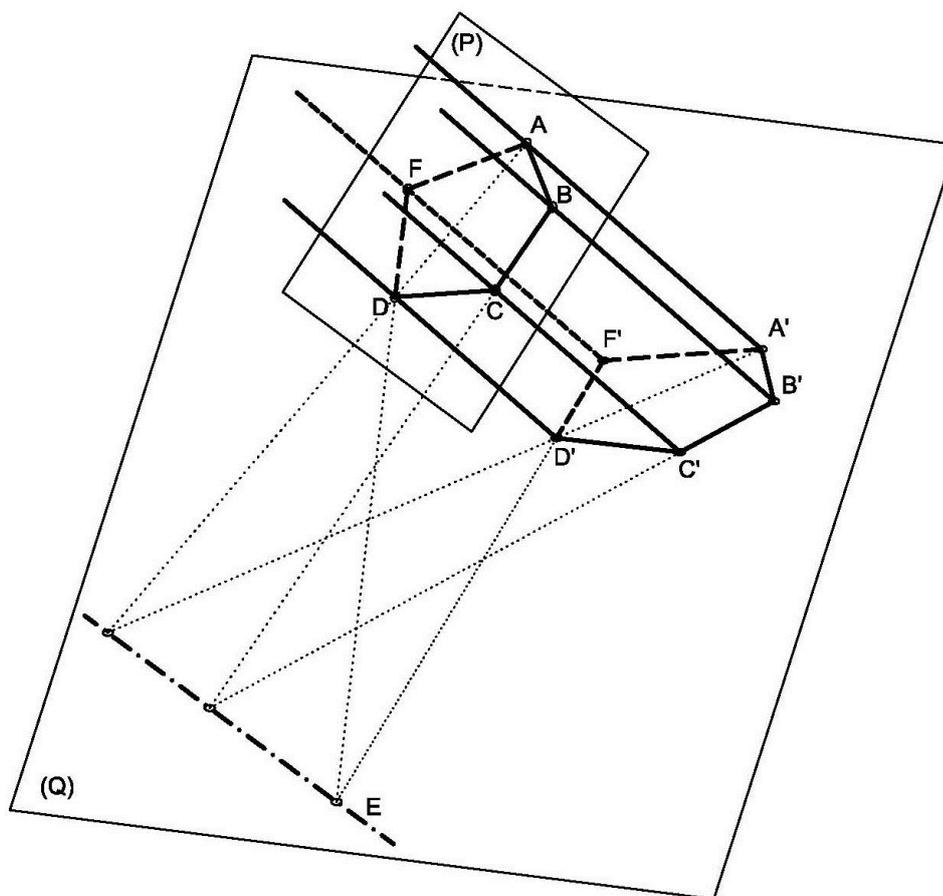


Figura A.1.7. Afinidad entre dos secciones planas de una misma superficie radiada de vértice impropio.

A.1.8. Transformación afín de un paralelogramo en cuadrado

Se desea transformar mediante afinidad el paralelogramo $ABCD$ en un cuadrado de vértices $A'B'C'D'$ (figura A.1.8).

Para ello basta transformar el ángulo \widehat{ABC} en ángulo recto, así como el \widehat{ABD} en un ángulo de 45° . Por consiguiente, se prolongan los lados AB y CD hasta cortar en los puntos p y q al eje de afinidad E , el cual se elige arbitrariamente⁵⁹. Seguidamente se traza una circunferencia cuyo diámetro sea pq ⁶⁰, sobre la cual ha de estar B' afín de B .

Por otra parte, teniendo en cuenta que el ángulo inscrito en una circunferencia tiene valor mitad del central correspondiente, se une el punto r del cuadrante superior de la circunferencia trazada con el punto s , obtenido por la intersección del segmento BD y

⁵⁹ La posición y dirección del eje E solo influyen en el tamaño y orientación de la figura afín resultante, respectivamente.

⁶⁰ Arco capaz de 90° .

el eje de afinidad. La prolongación del segmento rs determina sobre la circunferencia el punto B' .

El resto de vértices del cuadrado afín se determinan aplicando los principios básicos de afinidad, teniendo en cuenta que la dirección de afinidad queda determinada por el segmento BB' .

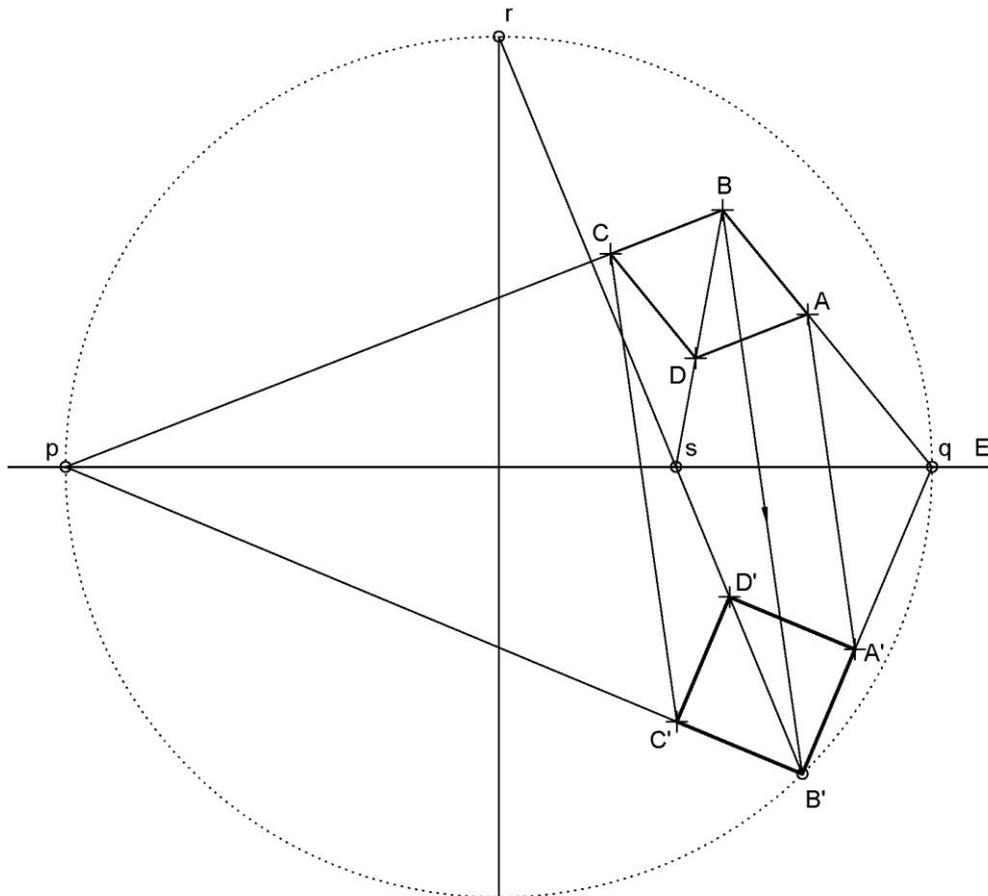


Figura A.1.8. Transformación afín de un paralelogramo en cuadrado.

Bibliografía

- García, J.L., 2004. Geometría proyectiva y formas cuadráticas. Murcia: Universidad de Murcia. Texto-guía (Universidad de Murcia. Instituto de Ciencias de la Educación).
- Gomis, J.M., 1996. Curvas y superficies en diseño de ingeniería. Valencia: Servicio de publicaciones de la Universidad Politécnica de Valencia.
- González, M., Palencia, J., 1992. Trazado geométrico. Sevilla. Los autores.
- Izquierdo, F., 1999. Geometría descriptiva superior y aplicada. 5ª ed. Fuenlabrada: CLM.

Méndez, L., Martínez, J.M., González, F., Gordo, C., Martínez, R., 1997. Geometría proyectiva. 2ª ed. Madrid: E.T.S.I. de Caminos, Canales y Puertos.

Ortega, G., 2014. Estudio y propuesta de herramientas informáticas de simulación del subsistema óptico en Centrales Termosolares de Torre. Trabajo Fin de Máster. E.T.S.I. Industriales UNED.

ANEXO 2. MÉTODOS DE INTEGRACIÓN NUMÉRICA EMPLEADOS

A.2.1. Regla trapezoidal

En general, los diversos métodos de integración numérica permiten evaluar de forma aproximada la integral definida de una función, la cual es solo conocida en un conjunto discreto de puntos. En este sentido, los métodos se suelen fundamentar en el ajuste de funciones de aproximación (generalmente polinómicas) a los valores discretos y posteriormente integrar las citadas funciones de aproximación.

En concreto, la regla trapezoidal considera que las funciones de aproximación son polinomios de primer grado (rectas) que quedan definidas por el valor de la función en los extremos. Se trata, por tanto, de un caso particular de las fórmulas de Newton-Cotes para $n = 1$.

Por consiguiente, para la regla trapezoidal, la integral definida a evaluar se aproxima de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{2}(x_{i+1} - x_i) \cdot (f_i + f_{i+1}) \quad (\text{A.2.1})$$

Si en la expresión (A.1) se emplean puntos igualmente espaciados, esto es, $\Delta x_i = h = \text{cte}$, se tiene que:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{1}{2}h(f_0 + 2f_1 + 2f_2 + \dots + 2f_{n-1} + f_n) \quad (\text{A.2.2})$$

A.2.2. Cuadratura de Gauss

En general, los diversos métodos de integración numérica, permiten evaluar de forma aproximada la integral definida de una función, la cual es solo conocida en un conjunto discreto de puntos.

En este sentido, los métodos se suelen fundamentar en el ajuste de funciones de aproximación (generalmente polinómicas) a los valores discretos y posteriormente integrar las citadas funciones de aproximación.

En concreto, para el método de cuadratura de Gauss, la integral definida a evaluar se aproxima de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{2} \sum_{i=1}^n w_i \cdot f(x_i) \quad (\text{A.2.3})$$

Se emplean como polinomios de ajuste los conocidos como *polinomios de Legendre*, los cuales pueden determinarse con la siguiente expresión:

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n} \sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2 \cdot (x+1)^{n-k} \cdot (x-1)^k \quad (\text{A.2.4})$$

en la que $\binom{n}{k}$ representa el coeficiente binomial, es decir, el número de subconjuntos de k elementos escogidos de un conjunto con n elementos. El citado coeficiente binomial puede expresarse del siguiente modo:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} \quad (\text{A.2.5})$$

En la tabla A.2.1 se indican los polinomios de Legendre para $n = 1$ a 4.

n	$P_n(x)$
1	x
2	$\frac{1}{2}(3x^2 - 1)$
3	$\frac{1}{2}(5x^3 - 3x)$
4	$\frac{1}{8}(35x^4 - 30x^2 + 3)$

Tabla A.2.1. Polinomios de Legendre para $n = 1$ a 4.

Las raíces de los polinomios de Legendre son las abscisas x_i de cálculo. Asimismo, el peso w_i correspondiente a la abscisa x_i puede determinarse de acuerdo a la siguiente expresión:

$$w_i = \frac{2}{(1-x_i^2) \cdot [P'_n(x_i)]^2} \quad (\text{A.2.6})$$

En la tabla A.2.2 se completa a la A.2.1 con las abscisas y pesos correspondientes.

n	x_i	w_i
1	0	4,0
2	-	1,0
	0,577350269189626 0,577350269189626	1,0
3	-	0,555555555555556
	0,774596669241483	0,888888888888889
	0 0,774596669241483	0,555555555555556
4	-	0,347854845137454
	0,861136311594053	0,652145154862546
	-	0,652145154862546
	0,339981043584856	0,347854845137454
	0,339981043584856 0,861136311594053	

Tabla A.2.2. Abscisas y pesos para $n = 1$ a 4 .

Si la integral a evaluar es doble, como el caso de aplicación empleado en el presente capítulo para la determinación del rendimiento por intercepción de un heliostato, se puede proceder integrando por franjas horizontales, es decir:

$$I = \int_c^d \int_a^b f(x, y) dx dy = \int_c^d \left(\int_a^b f(x, y) dx \right)_{y=cte} dy \quad (A.2.7)$$

Bibliografía

Hoffman, J.D., 2001. Numerical Methods for Engineers and Scientists (Second Edition). CRC Press.

ANEXO 3. DATOS DE IRRADIANCIA PROCEDENTES DE SATEL-LIGHT

A.3.1. Introducción

Satel-Light surge a partir de un proyecto financiado por la Unión Europea entre los años 1996 y 1998, con los siguientes objetivos:

- El desarrollo y validación de modelos de predicción del recurso solar, al nivel del suelo, a partir exclusivamente de imágenes de satélite.
- La obtención de una base de datos del continente europeo, a partir de las imágenes tomadas durante dos años (1996 y 1997) y hacerla pública a través de un servidor web en Internet.

Se emplearon para ello imágenes procedentes del satélite geoestacionario Meteosat con frecuencia semihoraria. Por otro lado, la base de datos aludida puede consultarse en la dirección: <http://www.satel-light.com>. En la actualidad la base de datos comprende los años 1996 a 2000.

Antes del proyecto Satel-Light, la única manera de obtener tales datos era contactando con estaciones de medida convencionales (de las que existen pocas y muy dispersas que midan en continuo) o bien recurriendo a atlas climáticos tales como: *European Solar Radiation Atlas* o *Meteonorm database*, ambos disponibles en CD. Sin embargo, estos recursos adolecen de las siguientes limitaciones:

- No hay continuidad geográfica de los datos en Europa, pues la información está basada en un número limitado de estaciones (unas 600).
- La falta de datos medidos con frecuencia horaria o semihoraria, salvo en localizaciones concretas, los cuales se consideran esenciales en la evaluación del recurso solar.

En relación a la utilización de los datos contenidos en la citada base de datos, se procede del siguiente modo:

- Se descargan todos los datos de radiación contenidos en la base de datos para el emplazamiento de la PS10 (Sanlúcar la Mayor, Sevilla): latitud = 37°26'33", longitud = 6°15'00" O.
- El fichero obtenido, de extensión *.tsv*, presenta el siguiente formato: año, mes, día, hora, minutos e irradiancia directa sobre el plano horizontal (W/m²). La resolución del fichero fuente es de 5 min, comprendiendo todos los días de los años 1996 a 2000.

A.3.2. Procesado de los datos de irradiancia

De cara a la utilización de esta base de datos en el código de optimización propuesto, se propone la obtención de un fichero de datos comprensible para Matlab (es decir, con

extensión *.dat*), con el siguiente formato matricial: 241 filas x 2 columnas x 365 niveles. Este formato contiene para cada día del año (niveles), hora en formato decimal (resolución 0,1 h) e Irradiancia Normal Directa (IND) en W/m^2 .

Para desarrollar el citado proceso se programó un código en Matlab que, de forma resumida, realizó las siguientes tareas:

- Convertir la fecha en formato AA/MM/DD a día del año.
- Convertir la hora en formato HH/MM a hora en formato decimal.
- Determinar la altura solar correspondiente a cada instante del fichero fuente y obtener el valor de IND a partir de la siguiente expresión:

$$IND \left(\frac{W}{m^2} \right) = \frac{Irr_{hor}(W/m^2)}{\cos(90 - hs)} \quad (A.3.1)$$

donde hs es la altura solar expresada en grados; e Irr_{hor} es la irradiancia directa sobre el plano horizontal.

- Suprimir la información correspondiente a los días 29/02/1996 y 29/02/2000.
- Obtener mediante interpolación los valores de IND con resolución de 0,1 h para cada día del fichero fuente.
- Obtener la IND promedio de los cinco años procesados.

ANEXO 4. ALGORITMOS GENÉTICOS

A.4.1. Introducción

Como se ha citado con anterioridad, el código de optimización del diseño del subsistema óptico desarrollado dispone de dos mecanismos de búsqueda de máximos: matriz de eficiencias y algoritmo genético de dos parámetros.

En una de las bases de datos de recursos electrónicos accesible desde la Biblioteca de la UNED, concretamente la base: SpringerLinks - *lecture notes in Computer Science*, pueden encontrarse entre libros, capítulos de libros, artículos, conferencias, etc., un total de 168.609 resultados en la búsqueda de los términos *genetic algorithms*.

De este modo, el presente anexo no pretende describir de forma exhaustiva los mecanismos y diversidad de técnicas que pueden encontrarse en los algoritmos genéticos sino, más bien, a exponer de manera sucinta el esquema implementado y la descripción de las principales técnicas utilizadas.

Los orígenes de los algoritmos genéticos se remontan a comienzos de los años cincuenta del siglo XX, cuando varios biólogos desarrollaron simulaciones de sistemas biológicos empleando computadores. Sin embargo, los trabajos realizados a finales de los años sesenta y comienzos de los setenta del siglo XX, en la Universidad de Michigan, bajo la supervisión de John Holland, han dado lugar a lo que hoy día se conoce como algoritmos genéticos.

Pueden servir como definición las siguientes citas:

“Los Algoritmos Genéticos son algoritmos estocásticos basados en métodos inspirados en los fenómenos hallados en la naturaleza viva. Los fenómenos incorporados hasta ahora en los algoritmos genéticos incluyen fenómenos de selección natural y la producción de variaciones por medio de recombinación y mutación...” (Chaturvedi, 2008).

“Los Algoritmos Genéticos son algoritmos de búsqueda basados en la mecánica de selección natural y de la genética natural. Combinan la supervivencia del más apto entre estructuras de secuencias con un intercambio de información estructurado, aunque aleatorizado, para constituir así un algoritmo de búsqueda que tenga algo de las genialidades de las búsquedas humanas” (Goldberg, 1989).

De forma resumida un algoritmo genético opera codificando (tradicionalmente en formato binario) una población de posibles soluciones de un problema. Cada uno de los individuos de esta población tendrá asociado un determinado valor numérico, que podrá ser el valor de la función a optimizar, o bien, el valor de bondad o fitness, que establece la aptitud del individuo; en virtud al cual estos individuos tendrán mayores o menores

oportunidades de transmitir su carga genética en las futuras generaciones por medio de mecanismos de selección, cruce y mutación.

Se pueden apuntar dos grandes ventajas en la utilización de los algoritmos genéticos como herramienta de búsqueda de máximos y mínimos de funciones:

- Se trata de algoritmos aplicables a problemáticas muy diversas y, por tanto, útiles en múltiples campos del conocimiento.
- En general, un algoritmo genético obtendrá la solución al problema planteado (o al menos, una solución relativamente buena) sin necesidad de procesar todas las combinaciones posibles de los parámetros para una resolución dada. Por consiguiente, los tiempos de ejecución serán inferiores a otros procedimientos.

A.4.2. Esquema del algoritmo genético implementado

El esquema del algoritmo implementado en el código de optimización es el siguiente:

```

Crear población inicial
Mientras no se cumpla condición de terminación hacer
    Si la población actual ≠ población inicial
        Determinar generación intermedia
        Determinar generación resultante mediante cruce y mutación
    Fin del si
    Encontrar valor de la función a optimizar para cada individuo de la población actual
    Comprobar condición de supremacía en la población actual
Fin mientras
  
```

Los datos del algoritmo genético implementado son los siguientes: tamaño de la población n , número de bits de cada parámetro n_{bits} , intervalos de los parámetros a y b , porcentajes de cruce pc y mutación pm , y número máximo de iteraciones.

El número de bits afecta a la resolución o número de divisiones en partes iguales en los que se divide la amplitud del intervalo definido en cada parámetro. Por tanto, la resolución o discrepancia mínima entre dos valores discretos adyacentes de un parámetro se determina según la siguiente expresión:

$$\Delta p = \frac{p_2 - p_1}{2^{n_{bits_p}} - 1} \quad (\text{A.4.1})$$

donde p_1 y p_2 son los límites inferior y superior del intervalo de valores del parámetro p .

A.4.3. Generación de la población inicial

Como se ha comentado, los posibles valores a analizar que pueden constituir una solución del problema se suelen codificar en formato binario. Para ello, en un lenguaje de programación de alto nivel, se puede recurrir a instrucciones del tipo:

$$pob_{ini} = randi([0 \ 1], n, n_{bits_a} + n_{bits_b}) \quad (A.4.2)$$

Es decir, la utilización de una función que genere aleatorios de tipo entero, con el empleo exclusivo de ceros y unos, y se generen n filas con $n_{bits_a} + n_{bits_b}$ columnas. De este modo la codificación binaria de cada individuo (o cromosoma) integra ambos parámetros.

A.4.4. Determinación de la generación intermedia

La determinación de la generación intermedia consiste en la selección de aquellos individuos a los que se va a dar la oportunidad de reproducirse.

Existen diversos métodos para realizar esta tarea, aunque los más frecuentes son los métodos de selección por ruleta y por torneo.

En el primer caso se asigna a cada individuo de la población una porción de una ruleta, tanto mayor cuanto mejor en su aptitud (más elevado sea el valor de la función a optimizar, o bien, el valor de bondad o fitness) y posteriormente se generan n números aleatorios con distribución uniforme en el intervalo $[0 \ 1]$, de tal modo que tendrán mayores posibilidades de ser elegidos aquellos individuos que poseen una mayor cuota de la ruleta, es decir, que poseen valores más elevados de la función a optimizar. Sin embargo, este mecanismo de selección presenta el inconveniente de que también pueden ser elegidos los peores individuos.

En la selección por torneo se pueden distinguir dos versiones: la determinista y la no determinista. En el primer caso, se seleccionan aleatoriamente m individuos de la población (usualmente m es igual a 2) y se selecciona aquel que posee mayor aptitud. En el segundo caso, una vez seleccionada aleatoriamente la pareja de individuos de la población, se genera un número aleatorio con distribución uniforme en el intervalo $[0 \ 1]$, si el número generado es mayor a un cierto valor prefijado (usualmente comprendido entre 0,5 y 1,0) se elige al candidato de mayor aptitud, en caso contrario, se elige al de menor aptitud.

Habiéndose probado todos los mecanismos de selección descritos, se ha implementado finalmente la selección por torneo determinista con m igual a 2.

A.4.5. Cruce y mutación

Una vez seleccionados los n individuos que van a reproducirse se procede a la aplicación del mecanismo de cruce, que permitirá obtener los n individuos de la siguiente generación.

En el mecanismo de cruce se suelen distinguir dos estrategias: destructiva y no destructiva. En el primer caso, la descendencia se incorpora a la población, aunque éste tenga peor aptitud que los padres. Mientras que, en el segundo caso, solo se incorporan a la población siguiente si los descendientes tienen una aptitud mayor o igual a la de los padres.

Por otra parte, seleccionada una pareja de progenitores, el cruce solo se realizará si al generar un número aleatorio con distribución uniforme en el intervalo $[0, 1]$, el valor resultante es igual o mayor a la probabilidad de cruce p_c , dada por el usuario. En caso contrario, los cromosomas de los dos hijos serán exactamente iguales al de los padres. Los porcentajes de cruce son relativamente elevados (suelen rondar el 90%).

De los diversos métodos de cruce existentes (en un punto, en dos puntos, uniforme, etc.), se ha implementado el cruce en un punto. Este consiste en seleccionar aleatoriamente un punto de corte del cromosoma de los padres; seguidamente se obtienen los cromosomas de los hijos uniendo la cabeza del padre y la cola de la madre, y viceversa. Se obtienen, por tanto, dos hijos por cada pareja de progenitores.

En el caso de que se haya procedido a ejecutar el cruce se comprueba la posibilidad de que haya mutación. Para ello, se genera un número aleatorio con distribución uniforme en el intervalo $[0, 1]$, si el valor resultante es igual o mayor a la probabilidad de mutación p_m , dada por el usuario, se procede a cambiar normalmente uno solo de los valores del cromosoma (alelo) de los hijos, cuya posición es elegida aleatoriamente. Así como los porcentajes de cruce suelen ser elevados, los de mutación suelen ser relativamente bajos (del orden del 2 %).

A.4.6. Condición de terminación del lazo principal

Generalmente se pueden distinguir distintas condiciones de terminación del lazo *mientras*. Entre las más usuales están las siguientes:

- Que se hayan procesado un determinado número de generaciones.
- Que se alcance la condición de supremacía.
- Que los mejores individuos de la población representen soluciones suficientemente buenas.

El código implementado emplea dos de las condiciones anteriormente indicadas. El lazo *mientras* concluye si se ha alcanzado un número límite de generaciones dado por el usuario o si se tiene la condición de supremacía en la población actual. Esta condición

implica que un determinado porcentaje de la población esté formado por el mismo individuo. El porcentaje para determinar la condición de supremacía suele ser relativamente alto (del orden del 95%).

Bibliografía

- Bagchi,, T.P., 1999. Multiobjective scheduling by genetic algorithms. Boston: Kluwer Academic Publishers, cop.
- Chaturvedi, D.K., 2008. Soft Computing. Techniques and its Applications in Electrical Engineering. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Coello, C.A., 2002. Evolutionary algorithms for solving multi-objecive problems. New York: Kluwer Academic, cop.
- Gestal, M., Rivero, D., Rabuñal, J.R., Dorado, J., Pazos, A., 2010. Introducción a los Algoritmos Genéticos y la Programación Genética. Servicio de publicaciones de la Universidad de La Coruña.
- Goldberg, D.E., 1989. Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning. Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., Boston, MA, USA.
- Kuri, A., 2002. Algoritmos genéticos. México D. F.: Instituto Politécnico Nacional.
- Reeves, C..R. 2003. Genetic algorithms: principles and perspectives. Boston: Kluwer Academic Publishers.

ANEXO 5. CONSIDERACIONES RELATIVAS A LA VALIDACIÓN CON SOLTRACE

A.5.1. Generalidades

Se han tenido que programar algunas adaptaciones en el código *FRT* para poder realizar su validación con Soltrace.

Por un lado, Soltrace tiene problemas para ejecutar simulaciones por encima de unos 5 millones de rayos. Estos problemas están reconocidos en la página web (<https://www.nrel.gov/csp/soltrace-faqs.html>) y, según se indica, se deben a que el código está compilado en 32 bits. Por lo que, con independencia del sistema operativo y equipo en el que se instale, solo puede acceder a 4 GB de memoria RAM. De este modo, cualquier ejecución del código que implique una utilización mayor de esta cifra de memoria RAM, da lugar al citado error, interrumpiéndose la ejecución.

Por este motivo, en la validación con *FRT* se ha utilizado el valor de $4 \cdot 10^6$ rayos. Asimismo, el patrón de referencia ha tenido que ser obtenido con el código *FRT*, ya que se han empleado $150 \cdot 10^6$ rayos en su obtención.

Esta limitación numérica no resulta un inconveniente importante en la simulación de un heliostato exento, pero sí en campos de heliostatos, donde hay que tener en cuenta que el número de rayos indicado en Soltrace es el total aplicado al campo solar en su conjunto, lo que da lugar a una densidad de rayos por heliostato relativamente baja.

En cualquier caso, las principales adaptaciones realizadas en *FRT* para poder llevar a cabo la validación se han centrado en la definición de las fdps gaussianas.

Todas las fdps gaussianas utilizadas por Soltrace (MFS y/o errores) están acotadas a $3 \cdot \sigma$. Lo que ocasiona que los mapas de fotones resultantes sean más compactos y, por tanto, con valores de densidad de potencia superiores a los que se obtendrían con fdps gaussianas convencionales.

En la figura A.5.1 se muestra el resultado dado por Soltrace en un ejemplo de ejecución con 10^6 rayos, MFS gaussiano de $\sigma = 1,0$ mrad y errores ópticos nulos. Se comprueba que la nube de puntos queda inscrita en una circunferencia de radio $3 \cdot \sigma$. De forma análoga ocurre con cada una de las fdps de error gaussiano.

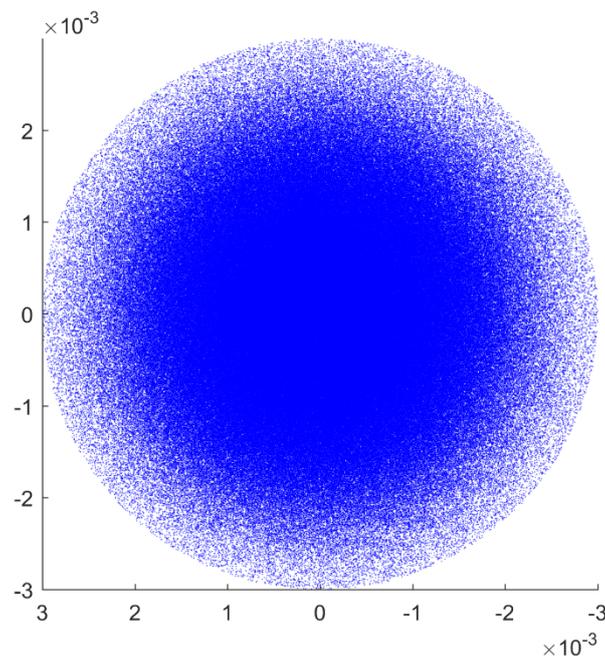


Figura A.5.1. Representación MFS gaussiano con $\sigma = 1.0$ mrad en Soltrace.

Por tanto, siempre que se utilicen fdps gaussianas (MFS y/o errores) en Soltrace, darán lugar a valores de densidad de potencia por encima de lo esperado.

En relación a este aspecto, otra característica detectada en Soltrace es que la generación de aleatorios es siempre fija. Es decir, si se ejecuta un problema con los mismos datos en varias ocasiones, incluso mediando una desconexión del equipo informático, los resultados del mapa de fotones son exactamente iguales.

Finalmente, Soltrace no tiene la capacidad para introducir el fenómeno de atenuación atmosférica, por lo que, en la validación realizada, se ha considerado en *FRT*, un rendimiento por atenuación atmosférica igual a la unidad.

BIBLIOGRAFÍA

- Allen, C.W., 1973. *Astrophysical Quantities*. University of London. The Athlone Press. Third Edition.
- Alonso, M., Finn, E.J., 1987. *Física. Volumen II: Campos y ondas*. Ed. Addison-Wesley Iberoamericana.
- Altman, Y., 2015. *Accelerating MATLAB Performance: 1001 Tips to Speed Up MATLAB Programs*. CRC Press. London.
- Amengual, A., 2001. *Complementos de óptica geométrica. Colección materiales didácticos*. Universidad de las Islas Baleares, 87.
- ASHRAE handbook., 2001. *American Society of Heating, Refrigerating and Air Conditioning Engineers*.
- Ayres, F., 1971. *Teoría y problemas de geometría proyectiva*. México, D.F.: McGraw-Hill. Serie de compendios Schaum.
- Badescu, V., 2008. *Modeling Solar Radiation at the Earth's Surface: Recent Advances*. Springer.
- Bagchi., T.P., 1999. *Multiobjective scheduling by genetic algorithms*. Boston: Kluwer Academic Publishers, cop.
- Bahamonde, M.I., Ortega, G., 2011. *Geometría para Ingenieros: I. Sistema Diédrico*. Servicio de publicaciones de la Universidad de Huelva.
- Belhomme, B., Pitz-Paal, R., Schwarzbözl, P., Ulmer, S., 2009. A new fast ray tracing tool for high-precision simulation of heliostat fields. *Journal of Solar Energy Engineering-Transactions of the ASME* 131 (3).
- Besarati, S. M., Yogi Goswami, D., 2014. A computationally efficient method for the design of the heliostat field for solar power tower plant. *Renewable Energy*, 69, 226-232.
- Biggs, F., Vittitoe, C., 1979. *The Helios Model for the optical behaviour of reflecting solar concentrators*. SANDIA report SAND78-0347. Albuquerque, USA.
- Blanco, M.J., Amieva, J.M., Mancilla, A., 2005. *The TONATIUH software development project: an open source approach to the simulation of solar concentrating systems*. In: *Proceedings of 2005 ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, Orlando, Florida.
- Buie, D., Dey, C.J., Bosi, S., 2003a. The effective size of the solar cone for solar concentrating systems. *Solar Energy* 74, 417–427.
- Buie, D., Monger, A. G., Dey, C. J., 2003. Sunshape distributions for terrestrial solar simulations. *Solar Energy*, 74, 113-122.

- Calvo, M.L., 2002. *Óptica avanzada*. Ed. Ariel. Barcelona.
- Carta, J.A., Calero, R., Colmenar, A., Castro, M.A., 2009. *Centrales de energías renovables*. Ed. Pearson.
- Chaturvedi, D.K., 2008. *Soft Computing. Techniques and its Applications in Electrical Engineering*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Coello, C.A., 2002. *Evolutionary algorithms for solving multi-objecive problems*. New York: Kluwer Academic, cop.
- Collado, F. J., 2010. One-point fitting of the flux density produced by a heliostat. *Solar Energy*, 84(4), 673-684.
- Collado, F. J., A. Gómez, Turégano, J.A., 1986. An analytic function for the flux density due to sunlight reflected from a heliostat. *Solar Energy* 37 (3), 215-234.
- Collado, F. J., Guallar, J., 2012. Campo: Generation of regular heliostat fields. *Renewable Energy* 46, 49-59.
- Collado, F. J., Guallar, J., 2013. A review of optimized design layouts for solar power tower plants with campo code. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 20, 142-154.
- Collado, F. J., y Turégano, J. A., 1989. Calculation of the annual thermal energy supplied by a defined heliostat field. *Solar Energy*, 42(2), 149-165.
- Collado, F.J., 2009. Preliminary design of surrounding heliostat fields. *Renewable Energy* 34(5), 1359-1363.
- Dellin, T.A., Fish, M.J., Yang, C.L., 1986. A user's manual for DELSOL3: a computer code for calculating the optical performance and optimal system design for solar thermal central receiver plants. Sandia National Labs Report SAND86-8018.
- Duffie, J.A., Beckman, W.A., 2006. *Solar Engineering of Thermal Processes*. Ed. John Wiley & Sons Inc.
- Enlace web de Matlab a la computación paralela, 2016. Disponible en: <https://es.mathworks.com/products/parallel-computing.html>.
- Enlace web Satel-Light, 2016. Disponible en: <http://www.satel-light.com>.
- García, J.L., 2004. *Geometría proyectiva y formas cuadráticas*. Murcia: Universidad de Murcia. Texto-guía (Universidad de Murcia. Instituto de Ciencias de la Educación).
- García, P., Ferriere, A., Bezia, J., 2008. Codes for solar flux calculation dedicated to central receiver system applications: A comparative review, *Solar Energy* 82, 189-197.
- Gestal, M., Rivero, D., Rabuñal, J.R., Dorado, J., Pazos, A., 2010. *Introducción a los Algoritmos Genéticos y la Programación Genética*. Servicio de publicaciones de la Universidad de La Coruña.

- Gilat, A., 2016. Matlab. Una introducción con ejemplos prácticos. Ed. Reverté.
- Goldberg, D.E., 1989. Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning. Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., Boston, MA, USA.
- Gomis, J.M., 1996. Curvas y superficies en diseño de ingeniería. Servicio de publicaciones de la Universidad Politécnica de Valencia.
- González, M., Palencia, J., 1992. Trazado geométrico. Sevilla. Los autores.
- Gottschalk, S., Lin, M. C., Manocha, D., 1996. A hierarchical structure for rapid interference detection. In: Proceedings of the 23rd Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques, SIGGRAPH '96, New Orleans, LA, USA, August 04 - 09, 1996.
- Hecht, E., 2000. Óptica. Ed. Pearson. Addison-Wesley.
- Hernández, C., 1999. Óptica geométrica: teoría y cuestiones. Colección textos docentes. Universidad de Alicante.
- Hoffman, J.D., 2001. Numerical Methods for Engineers and Scientists (Second Edition). CRC Press.
- Hottel, H.C., 1976. A simple model for estimating the transmittance of direct solar radiation through clear atmospheres. Solar Energy 18(2), 129-134.
- Huang, W., Han, Z., 2012. Theoretical analysis of error transfer from the surface slope to the reflected ray and their application in the solar concentrated collector. Solar Energy, 86(9), 2592-2599.
- Huang, W., Li, Y., Han, Z., 2013. Theoretical analysis of error transfer from surface slope to refractive ray and their application to the solar concentrated collector. Renewable Energy, 57, 562-569.
- Ibáñez, M., Rosell, J.R., Rosell, J.I., 2005. Tecnología solar. Ed. Mundi-Prensa.
- Izquierdo, F., 1999. Geometría descriptiva superior y aplicada. 5ª ed. Fuenlabrada: CLM.
- Kaminskiy, M.P., 2012. Reliability Models for Engineers and Scientists. CRC Press. Taylor & Francis Group.
- Kiera, M., 1989. Heliostat field: computer codes, requirements, comparison of methods. In: Becker, M., Böhmer, M. (Eds.), Proceedings of the final GAST Presentation, Lahnstein, Germany, May 30–31, 1988. Springer-Verlag Pub. Co., pp. 95–113.
- Kistler, B.L., 1986. A User's Manual for DELSOL3: A Computer Code for Calculating the Optical Performance and Optimal System Design for Solar Thermal Central Receiver Plants. Sandia National Labs Report SAND86-8018.
- Kolb, G.J., Jones, S.A., Donnelly, M.W., Gorman, D., Thomas, R., Davenport, R., Lumia, R., 2007. Heliostat Cost Reduction Study, SAND2007-3293.

- Kuiper, G.P., 1953. *The Photosphere, The Sun, The Solar System I*. University of Chicago Press, Chicago.
- Kuo, W., Zuo, M.J., 2003. *Optimal Reliability Modeling. Principles and Applications*. John Wiley & Sons, inc.
- Kuri, A., 2002. *Algoritmos genéticos*. México D. F.: Instituto Politécnico Nacional.
- Laurence, C.L., Lipps, F.W., Vant-Hull, L.L., 1984. User's manual for the University of Houston individual heliostat layout and performance code. Houston University, Energy Laboratory.
- Leary, P.L., Hankins, J.D., 1979. Users guide for MIRVAL: a computer code for comparing designs of heliostat-receiver optics for central receiver solar power plants, Sandia Report SAND-77-8280.
- Lee, H., 2014. The geometric-optics relation between surface slope error and reflected ray error in solar concentrators. *Solar Energy* 101, 299–307.
- Lipps, F. W., and Vant-Hull, L. L., 1978. A cellwise method for the optimization of large central receiver systems. *Solar Energy*, 20(6), 505–516.
- Lipps, F.W., Vant-Hull, L.L., 1980a. Programmer's manual for the University of Houston computer code RCELL: Cellwise optimization for the solar central receiver project. University of Houston, Energy Laboratory.
- Lipps, F.W., Vant-Hull, L.L., 1980b. User manual for the University of Houston solar central receiver, cellwise performance model: NS. University of Houston, Energy Laboratory.
- Lipschutz, S., 2002. *Algebra lineal*. 2ª ed. Madrid: McGraw-Hill Interamericana de España. Serie de compendios Schaum
- Lovegrove, K., Stein, W., 2012. *Concentrating Solar Power Technology: Principles, developments and applications*. Woodhead Publishing Series in Energy.
- Manson, D.S., 1974. Determination of areas and volumes of intersection of zones in old and new grids. Appendix B in the TOOREZ Lagrangian Rezoning Code, SLA-73-1057, by Thorne, B. J., Holdridge, B. B. Sandia Laboratories, Albuquerque, NM.
- Matlab, computación paralela, 2016. Disponible en: <https://es.mathworks.com/products/parallel-computing.html>.
- Méndez, L., Martínez, J.M., González, F., Gordo, C., Martínez, R., 1997. *Geometría proyectiva*. 2ª ed. Madrid: E.T.S.I. de Caminos, Canales y Puertos.
- Monterreal, R., 2000. Software developments for system analysis and optimization. SolarPACES Tech. Report No. III-3/00. In: Pitz-Paal, R., Schwarzbözl, P. (Eds.), Proc. of the IEA SolarPACES Task III Workshop on Simulation of Solar Thermal Power Systems 2000, Cologne, Germany.

- Montesdeoca, A., 2001. Apuntes de geometría proyectiva. Cónicas y cuádricas. Santa Cruz de Tenerife: Gobierno de Canarias, Dirección General de Universidades e Investigación. Textos universitarios (Santa Cruz de Tenerife)
- Mount, D.M., 2002. Computational Geometry. Dept. of Computer Science, University of Maryland.
- Mutuberria, A., Monreal, A., Albert, A., Blanco, M., 2011. Results of the empirical validation of Tonatiuh at Mini-Pegase CNRS-PROMES facility. 17th SolarPACES Conference, September 2011, Granada, Spain.
- Noone, C. J., Torrilhon, M., & Mitsos, A., 2012. Heliostat field optimization: A new computationally efficient model and biomimetic layout. *Solar Energy*, 86(2), 792-803.
- O'rourke, J., 2005. Computational Geometry in C. Cambridge University Press.
- Ortega, G., 2014. Estudio y propuesta de herramientas informáticas de simulación del subsistema óptico en Centrales Termosolares de Torre. Trabajo Fin de Máster. ETSI Industriales UNED.
- Ortega, G., Rovira, A., 2017. Proposal and analysis of different methodologies for the shading and blocking efficiency in central receivers systems. *Solar Energy*, 144, 475-488.
- Ortega, G., Rovira, A., Muñoz, J., 2015. Comparativa de distintos métodos para el cálculo de la incidencia de potencia en campos solares de torre central. IX Congreso Nacional de Ingeniería Termodinámica. Cartagena, Murcia. Junio, 2015.
- Osuna, R., Cerón, F., Romero, M., García, G., 1999. Desarrollo de un prototipo de heliostato para la planta Colón Solar. *Energía* 25, 71-79.
- Osuna, R., Olavarría, R., Morillo, R., Sánchez, M., Cantero, F., Fernández-Quero, V., Robles, P., López, T., Esteban, A., Cerón, F., Talegón, J., Romero, M., Téllez, F., Marcos, M.J., Martínez, D., Valverde, A., Monterreal, R., Pitz-Paal, R., Brakmann, G., Ruiz, V., Silva, M., Menna, P., 2006. PS10, construction of a 11mw solar thermal tower plant in Seville, Spain. SolarPACES, Sevilla, Spain, 20-24 June.
- Pitz-Paal, R., Schwarzbözl, P., 2000. Software developments for system analysis and optimization. SolarPACES Tech. Report No. III-3/00. In: Proceedings of the IEA SolarPACES Task III Workshop on Simulation of Solar Thermal Power Systems, Cologne, Germany.
- Press W.H., Flannery B.P., Teukolsky S.A. and Vetterling W.T., 1986. Numerical Recipes in FORTRAN77: The Art of Scientific Computing. Cambridge University Press, 1st Edition.
- Puig Adam, P., 1986. Curso de geometría métrica, tomo II. 13ª ed. Madrid: Euler.

- Rabl, A., Bendt, P., 1982. Effect of circumsolar radiation on performance of focusing collectors. *Journal of Solar Energy Engineering* 104, 237-250.
- Reeves, C.R. 2003. *Genetic algorithms: principles and perspectives*. Boston: Kluwer Academic Publishers.
- Relloso, S., Domingo, M., 2006. Solar projects analysis using SENSOL. *Proceedings of SolarPACES 13th International Symposium on Concentrated Solar Power and Chemical Energy Technologies*, Seville, Spain.
- Rodríguez, J.M., 1998. *Geometría proyectiva*. Madrid. Ed. Addison-Wesley.
- Ruiz, V., Silva, M.A., 2010. *Radiación Solar. Apuntes de la asignatura Energías Renovables. 5º Curso Ingeniería Industrial*. E.S.I. Universidad de Sevilla.
- Sassi, G., 1983. Some notes on shadow and blockage effects. *Sol. Energy* 31 (3), 331–333.
- Schmitz, M., Schwarzbozl, P., Buck, R., Pitz-Paal, R., 2006. Assessment of the potential improvement due to multiple apertures in central receiver systems with secondary concentrators. *Solar Energy* 80 (1), 111–120.
- Schwarzbozl, P., Pitz-Paal, R., Schmitz, M., 2009. *Visual HFLCAL – A Software Tool for Layout and Optimization of Heliostats Fields*. Presented at SolarPACES 2009, Berlin, Germany.
- Snyder, J. P., 1987. *Map Projections Working Manual*. US Geological Survey, Professional paper 1395, Washington.
- Soltrace-programa, 2016. Disponible en: <https://www.nrel.gov/csp/soltrace.html>
- Spencer, G.H., Murty, M.V.R.K., 1962. General Ray-Tracing Procedure. *Journal of the Optical Society of America* 52, 672-678.
- Spencer, J.W., 1971. Fourier series representation of the position of the sun. *Search* 2, 172–173.
- Suh, J.W., Kim, Y., 2014. *Accelerating MATLAB with GPU Computing. A Primer with Examples*. Elsevier Inc.
- Tonatiuh-programa, 2017. Disponible en: <https://code.google.com/archive/p/tonatiuh/>
- Valverde, A., 2013. *Prescripciones Técnicas: Especificaciones técnicas para los servicios de mecanizado, montaje de mecanismos de accionamiento, instalación y canteo de los de heliostatos en la planta CESA-1 de la Plataforma Solar de Almería*, CIEMAT.
- Walzel, M.D., Lipps, F.W., Vant-Hull, L.L., 1977. A solar flux density calculation for a solar tower concentrator using a two-dimensional Hermite function expansion. *Solar Energy*, 19(3), 239-253.

- Web Asociación Española de la Industrial Solar Termoeléctrica, 2014. Disponible en: <http://www.protermosolar.com/>.
- Web Torresol Energy, 2017. Disponible en: <http://www.torresolenergy.com/TORRESOL/home/en>.
- Wei, X., Lu, Z., Lin, Z., Zhang, H., & Ni, Z., 2008. Optimization procedure for design of heliostat field layout of a 1MWe solar tower thermal power plant. Proceedings of SPIE - the International Society for Optical Engineering, 6841.
- Wei, X., Lu, Z., Wang, Z., Yu, W., Zhang, H., Yao, Z., 2010a. A new method for the design of the heliostat field layout for solar tower power plant. Renewable Energy 35 (9), 1970–1975.
- Wei, X., Lu, Z., Yu, W., Wang, Z., 2010b. A new code for the design and analysis of the heliostat field layout for power tower system. Solar Energy, 84(4), 685-690.
- Weidong, H., Yongping, L., Zhengfu H., 2013. Theoretical analysis of error transfer from surface slope to refractive ray and their application to the solar concentrated collector. Renewable Energy 57, 562-569.
- Wendelin, T., 2003. SolTRACE: A New Optical Modeling Tool for Concentrating Solar Optics. In: National Renewable Energy Laboratory (NREL), International Solar Energy Conference, March.
- William, B.S., Micheal, G., 2001. Power from the Sun <<http://www.powerfromthesun.net/book.htm>>.
- Xu, Y., Cui, K., Liu, D.P., 2002. The development of a software for solar radiation and its verification by the measurement results on the spot, Energy Technology 23, 237–239.
- Yu, Q., Wang, Z., Xu, E., Zhang, H., Lu, Z., & Wei, X., 2012. Modeling and simulation of 1 MWe solar tower plant's solar flux distribution on the central cavity receiver. Simulation Modelling Practice and Theory, 29, 123-136.

LISTADO DE FIGURAS

Figura 2.1. Esquema ángulos de incidencia y de reflexión para un punto de cálculo situado en el centro del heliostato.	16
Figura 2.2. Esquema pérdidas por sombras y por bloqueos.	17
Figura 2.3. Fotografía receptor-torre PS10 - Sanlúcar la Mayor (Sevilla).	18
Figura 2.4. Esquema ángulo en el que queda subtendido el contorno del disco solar desde la Tierra.	19
Figura 2.5. Representación radial de distintos MFS. $\mu = 0,84$ y $\nu = -0,20$ (Allen); $\beta = 1$ (Kuiper); $\chi = 0,40$ (Buie); $\sigma = 2,325$ mrad (gaussiano)	21
Figura 2.6. Dibujo esquemático. Izq. Error de forma. Der. Error de ondulación.	22
Figura 2.7. Heliostato diseñado por SENER en la planta Gemasolar - Fuentes de Andalucía (Sevilla).	23
Figura 2.8. Imagen de la mancha solar. Izq. heliostato tras el proceso de canteo. Der. durante el proceso de canteo.	24
Figura 2.9. Reflexión no especular o difusa.	25
Figura 2.10. Esquema del sistema de coordenadas celestes horarias.	26
Figura 2.11. Esquema del sistema de coordenadas celestes horizontales.	28
Figura 2.12. Cuádricas elípticas.	33
Figura 2.13. Reflexión y refracción de ondas planas.	34
Figura 2.14. Reflexión en una superficie esférica.	35
Figura 2.15. Reflexión en una superficie esférica.	37
Figura 2.16. Aberración en un espejo esférico.	37
Figura 2.17. Comparación parábola de ecuación $x = y^2/4f$, con $f = R/2$ y circunferencia de radio R y centro en el eje de abscisas a la distancia R del origen.	40
Figura 2.18. Reflexión en un espejo paraboloidal con rayos incidentes paralelos al eje de la cónica.	41
Figura 2.19. Reflexión en un espejo paraboloidal con rayos incidentes no paralelos al eje de la cónica.	42
Figura 2.20. Espejo con geometría de elipsoide.	43

Figura 2.21. Esquema en el que se identifican las principales relaciones geométricas que definen la superficie del heliostato.	45
Figura 2.22. Esquema de reflexión en heliostato con superficie definida como porción de paraboloides elíptico de revolución asimétrico.	46
Figura 2.23. Esquema de reflexión en heliostato con superficie definida como porción de paraboloides elíptico de revolución asimétrico. Cifras de cota longitudinales en metros.	47
Figura 2.24. Esquema para definición de las superficies esférica y paraboloidal.	48
Figura 3.1. Proyección cónica o central.	53
Figura 3.2. Proyección cilíndrica o cónica.	53
Figura 3.3. Elementos del infinito.	54
Figura 3.4. Homología entre dos triángulos ABC y $A'B'C'$.	56
Figura 3.5. Obtención de las rectas límites.	57
Figura 3.6. Posiciones relativas de las rectas límites.	57
Figura 3.7. Noción de coordenadas homogéneas.	58
Figura 3.8. Transformación homológica de dos cuadriláteros.	63
Figura 3.9. Determinación de una homología dados el eje, centro y un punto homólogo cualquiera de la figura dada.	66
Figura 3.10. Determinación de una homología dados el eje, centro y la recta límite correspondiente a la figura dada.	67
Figura 3.11. Determinación de una homología dados dos puntos homólogos de la figura dada y la dirección del eje.	68
Figura 3.12. Transformación afín de dos cuadriláteros.	71
Figura 3.13. Afinidad entre dos triángulos ABC y $A'B'C'$.	73
Figura 3.14. Simetría axial.	75
Figura 3.15. Homotecia.	76
Figura 3.16. Simetría central.	77
Figura 3.17. Traslación.	77
Figura 3.18. Giro.	78
Figura 4.1. Esquema proceso para determinación de la orientación del heliostato.	90

Figura 4.2. Proyección cilíndrica ortogonal del campo solar según la dirección principal.	91
Figura 4.3. Esquema de heliostatos y torre proyectados.	92
Figura 4.4. Esquema heliostato proyectado desde el centro de proyección T , sobre una esfera de radio R y centro T .	94
Figura 4.5. Proyección del campo de heliostatos sobre una esfera de radio unitario centrada en T , siendo éste el centro de proyección.	95
Figura 4.6. Esquema determinación solapamiento.	96
Figura 4.7. Proyección de Peters a partir de la obtenida en la figura 4.5.	98
Figura 4.8. Heliostato n° 403 del campo de pruebas con 611 heliostatos, a las 6,14 h. del día 263,5 (equinoccio otoño). Resulta realmente sombreado por 24 candidatos.	99
Figura 4.9. Esquema problema de solapamiento de primer orden.	100
Figura 4.10. Heliostato n° 403 tras aplicación del tercer filtro	101
Figura 4.11. Esquema problema de solapamiento de segundo orden.	102
Figura 4.12. Esquema del plano generador (P) asociado al heliostato I .	106
Figura 4.13. Esquema método $M0$.	108
Figura 4.14. Esquema determinación reflejo resultante R_i a partir del rayo incidente S_i .	109
Figura 4.15. Esquema simplificaciones métodos $M1$ a $M4$.	111
Figura 4.16. Esquema método $M3$.	112
Figura 4.17. Esquema algoritmo basado en diferencia de regiones planas.	116
Figura 4.18. ECM de cada una de las técnicas en función de Nc . Eje de ordenadas en escala logarítmica.	121
Figura 4.19. Tiempos de ejecución en segundos para cada una de las técnicas en función de Nc . Eje de ordenadas en escala logarítmica.	122
Figura 4.20. RMSE en función del tiempo de ejecución.	122
Figura 4.21. Rendimiento por sombras heliostato.	124
Figura 4.22. Rendimiento por bloqueos.	125
Figura 4.23. Esquema creación de región de penumbra en método $M0$.	127
Figura 4.24. Comparativa velocidad de ejecución en GFLOPS CPU y GPU basado en el producto de matrices cuadradas de N filas.	129

Figura 5.1. MFS de Allen con $\mu = 0,84$ y $\nu = -0,20$ y sección radial del histograma generado a partir de la nube de $N = 2 \cdot 10^8$ puntos.	146
Figura 5.2. Esquema de generación de puntos de aplicación W_i sobre el plano generador (P).	148
Figura 5.3. Reflectividad del heliostato ρ en función del ángulo de incidencia γ .	149
Figura 5.4. Esquema determinación reflejo resultante R_i a partir del rayo incidente S_i .	150
Figura 5.5. Generación de puntos aleatorios en el interior del romboide de vértices p_i' .	151
Figura 5.6. Esquema reflexión haz de rayos aplicado al punto de cálculo P_i .	154
Figura 5.7. Esquema definición puntos de cálculo P_i sobre la superficie del heliostato.	155
Figura 5.8. Esquema determinación reflejo resultante R_i a partir del rayo incidente S_i .	158
Figura 5.9. Esquema determinación reflejo resultante R_i a partir del rayo incidente S_i .	159
Figura 5.10. Esquema superficie absorbedora simple para el ejemplo de validación.	161
Figura 5.11. Captura de pantalla de Soltrace correspondientes a la validación.	162
Figura 5.12. Representación mapa de fotones (debido a la alta densidad del mismo se representan 1 de cada 10 impactos). Izq. Soltrace. Der. <i>FRT</i> .	163
Figura 5.13. Mapa de isóneas con equidistancia de 5000 W/m^2 . Izq. Soltrace. Der. <i>FRT</i> .	163
Figura 5.14. Tiempo de ejecución en función del ECM para <i>FRT</i> y <i>HRT</i> . Eje de ordenadas en escala logarítmica.	166
Figura 5.15. Esquema cavidad semi-hexagonal para validación en el caso de campo de heliostatos.	167
Figura 5.16. Captura de pantalla de Soltrace correspondientes a la validación.	168
Figura 5.17. Representación mapa de fotones (debido a la alta densidad del mismo se representan 1 de cada 10 impactos). Izq. Soltrace. Der. <i>FRT</i> .	168
Figura 5.18. Mapa de isóneas con equidistancia de 50.000 W/m^2 . Arriba Soltrace. Debajo <i>FRT</i> .	169

Figura 5.19. Rendimiento por intercepción de <i>HRT</i> en función del número de puntos de cálculo N_c .	177
Figura 5.20. Rendimiento por intercepción en cada punto de cálculo del heliostato n° 40 con $N_c=10^2$. El plano translúcido representa el valor medio.	178
Figura 5.21. Rendimiento por intercepción de <i>HRT</i> (cuadratura de Gauss) en función del número de puntos de cálculo N_c .	179
Figura 6.1. Detalle separación entre heliostatos para patrones rectangulares alternados.	204
Figura 6.2. Detalle separación entre heliostatos para patrones polares alternados.	205
Figura 6.3. Esquema patrón polar alternado.	206
Figura 6.4. Altura solar en función de la hora para el día 263.5 (equinoccio de otoño), con indicación de los instantes considerados por los métodos: <i>M1</i> , <i>M2</i> y <i>M3</i> ($k = 1$).	211
Figura 6.5. Disposición de 181 heliostatos según campo norte de 10 hileras y con arreglo polar alternado.	212
Figura 6.6. Esquema superficie absorbedora simple.	212
Figura 6.7. Rendimiento sin ponderar en función de la hora solar para el día 263,5 (equinoccio de otoño).	218
Figura 6.8. IND en función de la hora solar para el día 263,5 (equinoccio de otoño), según los modelos de Hottel y Satel-Light.	218
Figura 6.9. Campo de heliostatos PS10.	224
Figura 6.10. Geometría y dimensiones receptor de cavidad semi-octogonal PS10.	224
Figura 6.11. Rendimiento por factor coseno PS10 obtenido por el código propuesto.	228
Figura 6.12. Rendimiento por atenuación atmosférica PS10 obtenido por el código propuesto.	228
Figura 6.13. Rendimiento por intercepción PS10 obtenido por el código propuesto.	229
Figura 6.14. Rendimiento por sombras y bloqueos PS10 obtenido por el código propuesto.	229
Figura 6.15. Rendimiento total sin ponderar PS10 obtenido por el código propuesto.	230

Figura 6.16. Diseño de campo de heliostatos óptimo obtenido por el código propuesto.	236
Figura 6.17a. Rendimiento total anual ponderado de las configuraciones estudiadas (rendimientos en tanto por uno).	237
Figura 6.17b. Rendimiento total anual ponderado de las configuraciones estudiadas (rendimientos en tanto por uno).	237
Figura 6.18. Mapa de isolíneas con equidistancia 0,025 aplicada al gráfico presentado en la figura 6.17 (rendimientos en tanto por uno).	238
Figura 6.19. Rendimiento por factor coseno diseño óptimo obtenido por el código propuesto.	239
Figura 6.20. Rendimiento por atenuación atmosférica diseño óptimo obtenido por el código propuesto.	239
Figura 6.21. Rendimiento por intercepción diseño óptimo obtenido por el código propuesto.	240
Figura 6.22. Rendimiento por sombras y bloqueos diseño óptimo obtenido por el código propuesto.	240
Figura 6.23. Rendimiento total sin ponderar diseño óptimo obtenido por el código propuesto.	241
Figura 6.24. Comparación polígono convexo que delimita el campo solar.	242
Figura 6.25. Rendimiento total anual ponderado de las configuraciones (a,b) estudiadas (rendimientos en tanto por uno).	243
Figura A.1.1. Homología entre dos secciones planas de una misma superficie radiada de vértice propio.	263
Figura A.1.2. Producto de tres homología.	264
Figura A.1.3. Producto de tres homología. Caso particular en el que (P) y (Q) coinciden.	265
Figura A.1.4. Transformación de una homología entre dos secciones planas en el espacio en homología plana mediante proyección cilíndrica.	266
Figura A.1.5. Transformación de una homología entre dos secciones planas en el espacio en homología plana mediante abatimiento.	267
Figura A.1.6. Transformación homológica de un cuadrilátero cualquiera en cuadrado.	269
Figura A.1.7. Afinidad entre dos secciones planas de una misma superficie radiada de vértice impropio.	271

Figura A.1.8. Transformación afín de un paralelogramo en cuadrado.	272
Figura A.5.1. Representación MFS gaussiano con $\sigma = 1.0$ mrad en Soltrace.	290

LISTADO DE TABLAS

Tabla 4.1. Parámetros del campo de heliostatos.	103
Tabla 4.2. Número de problemas simples a resolver, tanto para sombras como para bloqueos, tras la aplicación de los filtros de primer, segundo y tercer nivel, en el equinoccio de otoño y en función de la hora solar.	104
Tabla 4.3. Número total de problemas simples a resolver, tanto para sombras como para bloqueos, tras la aplicación de los filtros de primer, segundo y tercer nivel, a lo largo de todos los instantes del cómputo (113 en este caso).	105
Tabla 4.4. Tiempo de ejecución del proceso de cálculo del rendimiento por sombra y bloqueos (incluidos filtros).	105
Tabla 4.5. Parámetros del campo de heliostatos.	119
Tabla 4.6. Datos para el patrón de referencia.	119
Tabla 4.7. Rendimiento por sombras y por bloqueos para distintos MFS.	126
Tabla 4.8. Rendimiento por sombras y por bloqueos en el caso de errores ópticos distintos de cero.	126
Tabla 4.9. Tiempos de ejecución en segundos en las versiones optimizadas para CPU y GPU, así como razón de tiempos GPU/CPU.	130
Tabla 5.1. Datos comunes en las pruebas de validación.	161
Tabla 5.2. Resultados Soltrace y <i>FRT</i> para el ejemplo de validación.	162
Tabla 5.3. Tiempo de ejecución en segundos <i>FRT</i> .	164
Tabla 5.4. Tiempo de ejecución en segundos <i>HRT</i> .	165
Tabla 5.5. ECM <i>FRT</i> .	165
Tabla 5.6. ECM <i>HRT</i> .	166
Tabla 5.7. Resultados Soltrace y <i>FRT</i> para el ejemplo de validación.	167
Tabla 5.8. Tiempo de ejecución en segundos <i>FRT</i> .	170
Tabla 5.9. Tiempo de ejecución en segundos <i>HRT</i> .	171
Tabla 5.10. ECM <i>FRT</i> .	171
Tabla 5.11. ECM <i>HRT</i> .	172
Tabla 5.12. Tiempo de ejecución en segundos <i>FRT</i> .	174
Tabla 5.13. Tiempo de ejecución en segundos <i>HRT</i> .	174
Tabla 5.14. Razón de tiempos de ejecución <i>FRT/HRT</i> .	174

Tabla 5.15. Media aritmética del rendimiento por intercepción <i>FRT</i> .	175
Tabla 5.16. Desviación típica del rendimiento por intercepción <i>FRT</i> .	175
Tabla 5.17. Media aritmética del rendimiento por intercepción <i>HRT</i> .	176
Tabla 5.18. Desviación típica del rendimiento por intercepción <i>HRT</i> .	176
Tabla 5.19. Media y desviación típica del rendimiento por intercepción calculado con <i>HRT</i> a igual resolución que el patrón.	176
Tabla 5.20. Media y desviación típica del rendimiento por intercepción calculado con <i>HRT</i> a igual resolución que el patrón con técnica de cuadratura de Gauss.	179
Tabla 5.21. Tiempo de ejecución en segundos <i>FRT</i> para cálculo de rendimiento por intercepción en campo norte con 52 heliostatos. Versión CPU.	180
Tabla 5.22. Tiempo de ejecución en segundos <i>FRT</i> para cálculo de rendimiento por intercepción en campo norte con 52 heliostatos. Versión GPU.	180
Tabla 5.23. Razón tiempos de ejecución <i>FRT</i> versión CPU / GPU.	181
Tabla 5.24. Tiempo de ejecución en segundos <i>HRT</i> para cálculo de rendimiento por intercepción en campo norte con 52 heliostatos. Versión CPU.	181
Tabla 5.25. Tiempo de ejecución en segundos <i>HRT</i> para cálculo de rendimiento por intercepción en campo norte con 52 heliostatos. Versión GPU.	181
Tabla 5.26. Razón tiempos de ejecución <i>HRT</i> versión CPU / GPU.	182
Tabla 6.1. Datos ejemplo patrón polar alternado.	206
Tabla 6.2. Datos para el ejemplo de análisis de métodos de selección de instantes.	211
Tabla 6.3. Resultados correspondientes a <i>M1</i> .	214
Tabla 6.4. Resultados correspondientes a <i>M2</i> .	215
Tabla 6.5. Resultados correspondientes a <i>M3</i> .	216
Tabla 6.6. Resultados correspondientes a <i>M4</i> .	217
Tabla 6.7. Número de instantes mínimo en función del método propuesto y la función a evaluar.	219
Tabla 6.8. Discrepancias (en tanto por ciento) en el rendimiento por intercepción del campo solar entre el patrón de referencia y cada una de las técnicas de interpolación descritas.	220

Tabla 6.9. Datos generales simulación PS10.	225
Tabla 6.10. Datos adicionales simulación PS10.	225
Tabla 6.11. Resultados para $Nr/Nc = 500$.	225
Tabla 6.12. Resultados para $Nr/Nc = 1.000$.	226
Tabla 6.13. Rendimientos anuales PS10 obtenidos por el código propuesto y los publicados por Noone et al. (2012), Wei et al. (2010b), y Besarati y Goswami (2014).	227
Tabla 6.14. Datos adicionales para el problema de optimización.	235
Tabla 6.15. Comparación rendimientos configuración óptima y original.	236
Tabla 6.16. Datos adicionales para el problema de optimización mediante algoritmo genético.	242
Tabla 6.17. Datos adicionales empleados en la comparativa CPU vs GPU.	244
Tabla 6.18. Tiempo de ejecución en segundos versión optimizada CPU vs GPU en el cálculo del rendimiento por intercepción.	244
Tabla 6.19. Tiempo de ejecución en segundos versión optimizada CPU vs GPU en el cálculo del resto del proceso. Campo 25 MWt (268 hel.).	244
Tabla 6.20. Tiempo de ejecución en segundos versión optimizada CPU vs GPU en el cálculo del resto del proceso. Campo 50 MWt (547 hel.).	245
Tabla 6.21. Tiempo de ejecución en segundos versión optimizada CPU vs GPU en el cálculo del resto del proceso. Campo 100 MWt (1127 hel.).	245
Tabla 7.1. Objetivo principal y secundarios	254
Tabla A.2.1. Polinomios de Legendre para $n = 1$ a 4.	278
Tabla A.2.2. Abscisas y pesos para $n = 1$ a 4.	279