

# TESIS DOCTORAL

2021

## FLUJO ASIMÉTRICO ALREDEDOR DE CUERPOS DE REVOLUCIÓN A ALTOS ÁNGULOS DE ATAQUE

JOSÉ JIMÉNEZ VARONA

### PROGRAMA DE DOCTORADO INTERUNIVERSITARIO EN MECÁNICA DE FLUIDOS

Director de la Tesis: José Luis Castillo Gimeno

Catedrático del Departamento de Física Matemática y de Fluidos, Facultad de Ciencias,  
Universidad Nacional de Educación a Distancia

Co-director de la Tesis: Gabriel Liaño López-Puigcerver

Doctor en Ciencias e Ingeniero Aeronáutico, Departamento de Física del Vuelo, Área de  
Aerodinámica Teórica y Computacional, INTA



## Agradecimientos

Quiero expresar mi agradecimiento al catedrático José Luis Castillo Gimeno, director de esta tesis, así como al catedrático Pedro Luis García Ybarra, miembros del Departamento de Física Matemática y de Fluidos de la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED). Sus sugerencias, orientaciones y conocimientos han ayudado mucho a abrir líneas de investigación en el problema del flujo en torno a cuerpos axisimétricos.

Ha sido muy valiosa la colaboración del ingeniero aeronáutico José Manuel Olalla Sánchez del Departamento de Física del Vuelo del INTA, quien aportó sus conocimientos en la generación de mallas de cálculo y sugerencias acerca del problema.

Expreso también mi profunda gratitud a Gabriel Liaño López-Puigcerver, doctor en ciencias e ingeniero aeronáutico, miembro del Departamento de Física del Vuelo del INTA, co-director de la tesis y colaborador imprescindible. Sin su decisivo impulso, entusiasmo y esfuerzo, así como sus aportaciones en todos los niveles, esta tesis no hubiera salido a la luz.

En el apartado personal, en primer lugar nuestro mi gratitud a mis hijos Daniel y Marta. El desarrollo de esta tesis les ha añadido más responsabilidad sobre el cuidado y atención de su hermano José.

Guardo un espacio para el recuerdo a mi padre, José Jiménez Moreno (1928-2007), quien con su esfuerzo, valentía, responsabilidad y ejemplo me guio en la andadura personal.

También me hago eco de una persona muy valiosa: He tenido el inmenso privilegio de conocer al padre dominico Eusebio Martínez Peña (1931-2020), licenciado en psicología y filosofía, profesor de psicología y antropología, políglota. Pero sobre todo un hombre bueno, cabal y profundamente sabio; que apareció de repente en la noche oscura del alma y aportó luz y guía en los momentos más difíciles.





A mi hijo José,

“Tenemos que ser muy respetuosos y solidarios con aquellos que sufren una herencia genética que los discapacita porque ellos soportan la carga de nuestra riqueza, de nuestra lucidez, de nuestra genialidad, de nuestro equilibrio; ellos soportan el peso de la humanidad”

Relato de Eneas, Carmina Jiménez Varona, 27 Agosto 2011

Al padre dominico Eusebio Martínez Peña († 7 Abril 2020)

“Aquel que todo lo ha visto, que ha experimentado todas las emociones, del júbilo a la desesperación, ha recibido la merced de ver dentro del gran misterio, de los lugares secretos, de los días primeros antes del Diluvio”

Poema de Gilgamesh (Siglos XXI-VII a. c.)



---

# ÍNDICE

---

<b>Resumen .....</b>	<b>i</b>
<b>Summary .....</b>	<b>vii</b>
<b>Lista de Símbolos, Abreviaturas y Siglas.....</b>	<b>xiii</b>
Símbolos .....	xiii
Abreviaturas y Siglas .....	xvii
<b>Lista de Tablas.....</b>	<b>xix</b>
<b>Lista de Figuras .....</b>	<b>xix</b>
<b>INTRODUCCIÓN: LA ASIMETRÍA EN EL VUELO Y EL PROBLEMA DE CONTROL.....</b>	<b>1</b>
<b>PARTE I: FLUJO EN CONFIGURACIONES AXISIMÉTRICAS A ALTOS ÁNGULOS DE ATAQUE .....</b>	<b>7</b>
<b>1. Flujo en configuraciones axisimétricas: el problema de la asimetría a altos ángulos de ataque .....</b>	<b>9</b>
<b>2. Configuración ojiva-cilindro en régimen subsónico.....</b>	<b>23</b>
<b>PARTE II: FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....</b>	<b>27</b>
<b>1. Ecuaciones de Navier-Stokes .....</b>	<b>29</b>
I. Ecuaciones generales .....	29
II. El problema de la turbulencia .....	32
III. Ecuaciones de Navier-Stokes promediadas (RANS).....	35
IV. Modelización de la turbulencia en las ecuaciones RANS .....	37
A. Modelos de ‘Eddy Viscosity’: Aproximación de Bousinessq.....	38
1) Modelo de dos ecuaciones: $k-\omega$ SST.....	40
B. Modelos de esfuerzos de Reynolds: Ecuaciones de transporte. ....	44
V. Modelización de la turbulencia en las ecuaciones RANS: Flujos no estacionarios.....	48
A. Modelo SAS (Scale-Adaptive Simulation): alternativa a simulación LES .....	49
1) Modelos de dos ecuaciones: $k-k \cdot L$ y $k-\sqrt{k} \cdot L$ .....	50
2) Modelo de dos ecuaciones: $k-\omega$ .....	52
3) Modelo de esfuerzos de Reynolds basados en $\omega$ .....	53

## **PARTE III: DEFINICIÓN DEL MODELO FÍSICO-MATEMÁTICO..... 55**

### **1. Simulación numérica .....57**

I.	Esquemas numéricos .....	58
A.	Discretización espacial.....	60
1.	Esquema ‘upwind’ de segundo orden .....	60
2.	Esquema central acotado.....	60
B.	Discretización temporal .....	61
II.	Dominio de cálculo y sistemas de referencia.....	65
III.	Fuerzas, Momentos y Coeficientes .....	67
A.	Coeficientes de fuerzas y momentos globales.....	68
B.	Coeficientes de fuerzas locales .....	69
C.	Coeficientes de presiones.....	69
IV.	El problema de la malla .....	70
A.	Mallas estructuradas versus no-estructuradas .....	70
B.	El problema de la punta de la nariz .....	71
C.	Mallas deslizantes .....	76
D.	Densidad de malla.....	77
E.	Resolución de la capa límite .....	81
V.	Precisión temporal .....	94
VI.	Modelización de la turbulencia.....	101

### **2. Valoración de diferentes modelos de turbulencia: la superioridad de SAS..... 103**

I.	Cálculos estacionarios: k- $\omega$ SST y RSM- $\omega$ .....	103
II.	Cálculos no estacionarios: k- $\omega$ SST-SAS, RSM- $\omega$ y RSM- $\omega$ -SAS .....	104

## **PARTE IV: CARACTERÍSTICAS DEL FLUJO DE UNA OJIVA-CILINDRO EN RÉGIMEN SUBSÓNICO ..... 117**

### **1. Inestabilidades global y convectiva: Efectos del ángulo de orientación..... 119**

I.	Malla estructurada: Inestabilidad global.....	120
A.	Modelo RSM- $\omega$ .....	121
II.	Malla no estructurada: Inestabilidad global y convectiva .....	127

### **2. Efecto de la esbeltez en el flujo asimétrico ..... 135**

I.	Efecto de la esbeltez en las fuerzas globales .....	136
II.	Análisis de la configuración de esbeltez $L/D = 7.5$ .....	138
III.	Análisis de la configuración de esbeltez $L/D = 30$ .....	140

### **3. Efecto del ángulo de ataque ..... 149**

I.	Cálculos iniciales.....	155
A.	Influencia del paso de tiempo .....	155
B.	Influencia de la densidad de malla .....	157
C.	Efectos de las oscilaciones de cabeceo armónicas .....	160
II.	Cálculos de la malla estructurada .....	161

III.	Cálculos de la malla no estructurada .....	166
IV.	Resumen: Efecto del ángulo de ataque .....	172
<b>4.</b>	<b>Estructura del flujo a altos ángulos de ataque .....</b>	<b>173</b>
I.	Estructura del flujo a ángulo de ataque 45 grados.....	173
II.	Estructura del flujo a ángulo de ataque 30 grados .....	181
<b>5.</b>	<b>Giro con velocidad constante sobre el eje longitudinal: Fuerza Magnus .....</b>	<b>185</b>
	<b>CONCLUSIONES.....</b>	<b>199</b>
	<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>203</b>



## Resumen

Uno de los problemas de las aeronaves es su capacidad de estabilidad y control. La estabilidad de la aeronave es una cualidad importante y se debe además tener capacidad de control suficiente para poder realizar las maniobras necesarias para orientar la aeronave a la trayectoria de vuelo y actitud deseadas.

Las aeronaves suelen tener superficies y elementos sustentadores para conseguir la estabilidad y el control requeridos. El dimensionado adecuado de estas superficies estabilizadoras y de control es pues, de especial relevancia.

Uno de los problemas de control que se observaron ya en las décadas de 1950 y 1960, consistía en que en aviones de combate o experimentales, cuando la estela de torbellinos detrás del morro se volvía asimétrica, la fuerza lateral y momento de guiñada generados no podían ser compensados por el estabilizador de cola vertical, en particular si ésta estaba sumergida en la estela generada. Este problema ya se observó por ejemplo en el avión de combate Northrop F5 F y posteriormente en el avión experimental X-31 (referencia [9]).

También se observó un fenómeno de asimetría en aviones de alas delta delgadas en vuelo sin resbalamiento. Aparecía flujo asimétrico intenso a altos ángulos de ataque.

Adicionalmente, en configuraciones simétricas tipo misil, compuestas por un cuerpo axisimétrico y un número determinado de aletas estabilizadoras y de control, en las maniobras a régimen subsónico y altos ángulos de ataque, se observó la aparición de fuerzas laterales de elevada intensidad y grandes momentos de guiñada y de balance también. A régimen supersónico, si bien el flujo es simétrico debido a la presencia de ondas de choque, la aparición de torbellinos que pueden incidir en las aletas genera también cambios importantes en las fuerzas y los momentos.

Un fenómeno que ha hecho correr ríos de tinta era el efecto del ángulo de orientación en las fuerzas. En cuerpos axisimétricos existía una variación grande de las fuerzas –sobre todo las laterales- dependiendo del ángulo de azimut u orientación. En este caso, la rugosidad e irregularidades microscópicas del modelo que lo llevaban a una asimetría geométrica muy pequeña, estaban en el origen de la gran variación de las fuerzas laterales, y por tanto, de los momentos de guiñada también. Se observó también que cuerpos muy pulidos podían desarrollar un patrón de fuerzas laterales bi-estable a elevados ángulos de ataque, a diferencia de uno más oscilatorio en los cuerpos similares -macroscópicamente hablando- pero rugosos. El origen de esta inestabilidad fue muy debatido. Algunos investigadores aludían a la naturaleza viscosa del problema e indicaban que el origen de las fuerzas laterales estaba en la separación asimétrica de la capa límite mientras que otros autores apuntaban a un origen no viscoso, fruto de una

inestabilidad global del flujo. La existencia de un mínimo de las fuerzas laterales a números de Reynolds críticos y mayores valores bien a régimen laminar o bien a régimen turbulento, descartaba ese origen viscoso. La rugosidad e irregularidades añadían complejidad al problema al detectarse esas grandes variaciones de fuerzas debidas a perturbaciones muy pequeñas; lo que se denomina inestabilidad convectiva (al ser arrastrada por la corriente amplificándose desde su origen), que se añadiría a la inestabilidad global que aparece a determinadas condiciones, dependiendo del número de Reynolds o la incidencia de la corriente.

Durante muchos años, las fuentes principales de datos para valorar el flujo sobre estos cuerpos esbeltos axisimétricos han sido los ensayos en túnel de viento.

La información experimental se reduce muchas veces a resultados de las fuerzas globales, en los que la aparición de una fuerza lateral importante da una medida de la asimetría del flujo. Pero ha faltado más información sobre las presiones en el cuerpo y visualización del flujo en el campo cercano, dado que se generan torbellinos desprendidos a altos ángulos de ataque. Actualmente, existen técnicas de visualización como ‘Velocimetría mediante imágenes de Partículas’ (‘Particle Image Velocimetry’, PIV) que pueden ayudar a identificar mejor el flujo en el campo cercano.

Es aquí donde la simulación numérica, por medio de métodos numéricos de simulación de las ecuaciones completas de Navier-Stokes ‘Dinámica de Fluidos Computacional’ (‘Computational Fluid Dynamics’, CFD), puede aportar información valiosa para ayudar a entender el flujo asimétrico que aparece en determinadas condiciones; a bajos números de Mach principalmente.

Actualmente, la simulación basada en las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas en el tiempo, o en terminología inglesa ‘Reynolds Averaged Navier-Stokes’ (RANS), ha alcanzado un grado de madurez grande; y es posible realizar simulaciones no estacionarias en mallas de cálculo muy finas y con modelos de turbulencia avanzados.

En esta tesis se expone en primer lugar una descripción del problema del flujo asimétrico entorno a cuerpos con configuraciones axisimétricas de moderada o alta esbeltez, a través del trabajo de numerosos científicos e ingenieros. Los trabajos más relevantes y fuentes valiosas de información en este estudio han sido desarrollados por Champigny (referencias [1] y [2]), Degani, Tobak y Zilliac (referencias [6] y [7]), Ramberg (referencia [8]), Bridges (referencia [9]) y Hunt (referencia [10]). En cuanto a la información experimental, los datos aportados por Deane *et al.* (referencia [14]) son muy importantes, así como hay información teórica muy útil proporcionada por Prananta *et al.* (referencia [15]).

La caracterización del flujo sobre cuerpos de revolución esbeltos se ha hecho a diferentes regímenes, básicamente en régimen subsónico o transónico y tanto en flujo laminar como turbulento; se han determinado correlaciones empíricas sobre los efectos de la nariz del cuerpo,



la esbeltez, la rugosidad y otras asimetrías geométricas, el número de Reynolds, número de Mach, etc. También se han hecho estudios sobre la compleja estructura del flujo en el campo cercano al cuerpo, en los que a elevadas incidencias se desarrolla una estructura de capa de torbellinos desprendidos y a mayores incidencias un flujo de estela no estacionario, y en la parte trasera una estructura de calle de torbellinos de von Kármán cuando las esbelteces son mayores que 20.

Para abordar el estudio teórico mostrado en esta tesis, se ha elegido una configuración axisimétrica ojiva-cilindro de esbeltez moderada, que fue objeto de un estudio experimental exhaustivo, realizado a baja velocidad en diferentes túneles de viento y a varios números de Reynolds, desde valores bajos a régimen laminar a valores más elevados a régimen turbulento. Este estudio se realizó a través de un grupo de trabajo del organismo ‘Group for Aeronautical Research and Technology in Europe’ (GARTEUR), organismo europeo de investigación aeronáutica (referencia [14]). Posteriormente se realizó un estudio teórico dentro también del marco de GARTEUR comparando sus resultados con los datos experimentales (referencia [15]).

En primer lugar se ha intentado conseguir un buen grado de aproximación de los resultados teóricos mediante la comparación de fuerzas globales y locales y presiones con los datos experimentales. Existen grandes restricciones de memoria y de tiempo de cálculo, que han limitado los tamaños de malla de cálculo y la aproximación a los métodos RANS, frente a otros métodos ya en buen grado de desarrollo como ‘Large Eddy Simulation’ (LES) o ‘Detached Eddy Simulation’ (DES), pero con unas exigencias computacionales prohibitivas para las condiciones de régimen de vuelo requeridas.

Para obtener una buena precisión en los resultados, y sobre todo, para tener confianza en la captura de las principales características del flujo, se hizo un estudio con diferentes mallas de cálculo hasta tener aquellas de densidad de malla suficiente para capturar el flujo y dentro de las capacidades de cálculo disponibles. También se estudió la influencia del paso de tiempo en los cálculos no estacionarios. Asimismo, se usaron diferentes modelos de turbulencia de alto nivel, en los que solamente el modelo de turbulencia basado en resolver las ecuaciones de transporte de los esfuerzos de Reynolds (RSM) junto a la mejora de este método realizada por Menter y Egorov (referencias [21], [23], [24], [25] y [26]) denominada ‘Scale Adaptive Simulation’ (SAS), ha conseguido resultados teóricos más precisos y capturado la región no estacionaria que existe en el campo cercano de la parte trasera del cuerpo, que otros modelos más difusivos no resolvieron adecuadamente.

Una vez determinado el modelo de turbulencia adecuado para los cálculos se definieron dos mallas de cálculo, una de ellas estructurada que emula a un cuerpo pulido y básicamente axisimétrico, y otra no estructurada que se ha comprobado que tiene una denominada rugosidad

numérica que emula a cuerpos rugosos en ensayos, caracterizados por la existencia de un efecto importante del ángulo de orientación o azimut en las fuerzas.

Se hizo un estudio sobre la existencia de los dos mecanismos de inestabilidad que a nivel experimental se han detectado: una inestabilidad global del flujo a partir de unas condiciones relacionadas fundamentalmente con la geometría de la nariz y el número de Reynolds y la esbeltez, y una inestabilidad convectiva fruto de las perturbaciones geométricas.

Este estudio ha determinado, con la malla estructurada, la existencia de una inestabilidad global a partir de un ángulo inicial de comienzo de la asimetría, que se materializa en la existencia de una solución asimétrica desdoblada en dos posibles soluciones, una imagen de la otra, que dan lugar a fuerzas laterales positivas o negativas (misma dirección pero sentido contrario) y con la misma intensidad.

La malla no estructurada que emula al mismo cuerpo con cierta rugosidad ha llevado a soluciones de fuerzas algo mayores a las obtenidas con la malla estructurada al añadirse efectos de una inestabilidad convectiva fruto de esa rugosidad, que se traduce en un incremento global de los valores máximos de las fuerzas lateral y normal, pero en este caso las fuerzas oscilan en una envolvente en función del ángulo de orientación o azimut.

Así pues, los efectos de esa inestabilidad convectiva que se traducen en fuerzas que dependen del ángulo de orientación o azimut se han podido capturar también de forma teórica con los métodos RANS como usando mallas adecuadas y un modelo de turbulencia avanzado, como es SAS.

Se hicieron después estudios de la influencia de la esbeltez. Se estudiaron tres cuerpos con la misma nariz y diferentes longitudes de la parte cilíndrica, tal que el último tiene una esbeltez grande. Para este cuerpo de mayor esbeltez se detectaron tres regiones diferenciadas del flujo del campo cercano. La primera estacionaria y cercana a la nariz, la segunda región de flujo no estacionario y la tercera región en la parte trasera y también no estacionaria -que está definida por una calle de torbellinos de von Kármán- y que a ese número de Reynolds tiene un valor del número de Strouhal cercano a 0.20. Por tanto, la caracterización de tres zonas de flujo, siendo dos no estacionarias y una estacionaria, definida por Ramberg (referencia [8]) a partir de ensayos experimentales y desarrollada teóricamente por Degani *et al.* (referencias [6], [7]) también se ha determinado mediante simulación numérica.

La siguiente fase del estudio consistió en estudiar los efectos del ángulo de ataque y determinar el ángulo de comienzo de la asimetría del flujo. La valiosa información experimental disponible (referencia [14]), en la que se podía comprobar la gran diferencia en las curvas de fuerzas laterales y normales de los modelos pulidos y rugosos, indicaba claramente el efecto de la rugosidad. Así pues, se procedió a este estudio con las dos mallas de cálculo -estructurada y no estructurada- y

se compararon los resultados con las correspondientes curvas experimentales. El resultado de la simulación tenía un desfase en cuanto al ángulo de comienzo de la asimetría. Para la malla estructurada ese ángulo era menor que el experimental, y para la malla no estructurada este ángulo era mayor que el experimental del cuerpo rugoso.

Pero en ambos casos, las curvas teóricas reproducen bien la tendencia de las fuerzas con el ángulo de ataque hasta valores en torno a 50 grados. La comparación entre los resultados experimentales de los cuerpos pulido y rugoso con los teóricos de las mallas estructurada y no estructurada respectivamente, hacen pensar en que la denominada rugosidad numérica de la malla no estructurada que se introduce debe ser menor que la rugosidad real del cuerpo rugoso. No existe información disponible que pudiera cuantificar esas diferencias de rugosidad real y numérica. Aparte claro está de otros efectos que existen en los túneles de viento que de forma teórica no son posibles de simular.

La simulación teórica del efecto del ángulo de ataque o incidencia y su buena correlación con los datos experimentales genera confianza para estudios teóricos de configuraciones de este tipo, que puedan anticipar los principales efectos a la hora de realizar el diseño de misiles en los que las superficies de control se dimensionen adecuadamente para poder abordar todas las maniobras requeridas.

La siguiente parte del estudio ha consistido en una caracterización del flujo particularmente en la región delantera estacionaria. A un ángulo en el que el flujo global es simétrico, con fuerza lateral casi nula y a otro ángulo en el que existen fuerzas laterales grandes y el flujo es asimétrico.

Una conclusión de este estudio es que desde el punto de vista teórico parece más complejo que el flujo caracterizado en estudios anteriores, en el que se pensaba que existía un par de torbellinos, uno de mayor intensidad que otro en la zona de sotavento que se desprendía en una determinada sección dando lugar a una evolución similar pero en la otra cara hasta un siguiente desprendimiento.

Al principio en la zona de la nariz solamente existe un torbellino que evoluciona creciendo hasta que aparece un torbellino secundario alimentado por éste y posteriormente se desprende cuando llega a su mayor intensidad y su eje está en el plano de la velocidad en sotavento. En la zona trasera existe una estructura muy compleja de torbellinos no estacionarios.

Algunas visualizaciones mediante técnicas 'Particle Image Velocimetry' (PIV) en cuerpos mucho menos esbeltos y cónicos parecen mostrar este tipo de estructura en la nariz.

Finalmente, se han hecho estudios para valorar el efecto en el flujo de la rotación a velocidad angular constante sobre el eje longitudinal del cuerpo y determinar la fuerza de Magnus. Para ello se estudiaron las fuerzas resultantes a varias velocidades angulares sobre el cuerpo definido por

la malla no estructurada. Esto hace que a velocidades bajas no fuera igual la fuerza a valores negativos que positivos debidos al efecto del ángulo de orientación en las fuerzas que ya se determinó cuando no había giro. Al aumentar la velocidad de giro los efectos del ángulo de orientación desaparecen al predominar el efecto de esa velocidad angular alta, a un tiempo característico menor que el relacionado con la inestabilidad convectiva derivada de la rugosidad.

El flujo en configuraciones axisimétricas a altos ángulos de ataque o incidencia es un flujo muy complejo, en el que en la zona de sotavento se desarrolla una estructura compleja de torbellinos desprendidos, formando una región estacionaria asimétrica dominada por los efectos de la nariz y una o dos zonas no estacionarias dependiendo de la esbeltez del cuerpo. Las frecuencias dominantes en la zona trasera se acercan al número de Strouhal de la calle de torbellinos de von Kármán, pues en la zona trasera el efecto de flujo cruzado predomina. La razón de la asimetría está en una inestabilidad global o temporal, en la que pequeños cambios en las condiciones iniciales o de la turbulencia activan ésta y llevan a una de las dos posibles soluciones asimétricas estables. La existencia de pequeñas irregularidades geométricas activan también un mecanismo de inestabilidad convectiva o espacial, cuyos efectos son adelantar el ángulo de comienzo de la asimetría, aumentar la intensidad de la asimetría y una dependencia espacial de las fuerzas, definida por el ángulo de orientación o azimut.

Una simulación numérica precisa de este flujo es posible con métodos RANS sólo si se utilizan modelos de turbulencia no isótropos como son los modelos de esfuerzos de Reynolds con la mejora fundamental SAS, que permite resolver escalas turbulentas más pequeñas y son mucho menos disipativos. Se requieren pasos de tiempo muy pequeños en los cálculos no estacionarios y mallas de cálculo tanto de superficie como de volumen muy densas. La malla de superficie debe ser no sólo densa y resolver la punta de la nariz con mucha resolución, sino además debe emular irregularidades tales como un cuerpo rugoso, pues éstas son bastante menores que el espesor de capa límite.

Muchos de los efectos observados en ensayos experimentales han podido ser capturados teóricamente realizando la simulación acorde a los requerimientos señalados. Esto proporciona mucha confianza en los estudios teóricos, dado que la mejora continua de la potencia de cálculo permitirá aumentar la resolución y densidad de las mallas de cálculo y reducir los pasos de tiempo para el cálculo, teniendo un modelo de turbulencia muy robusto y preciso como es RSM-SAS que ha demostrado una superioridad grande frente a otros modelos de turbulencia.

## Summary

One of the problems of the aircraft is the capability for stability and control. The stability of an aircraft is an important quality and there must be sufficient control for fulfilling all the manoeuvres needed for achieving the appropriate orientation and attitude.

The aircraft have usually lifting elements and surfaces whose mission is to obtain the required stability and control performances. The proper sizing of the stability and control surfaces plays a crucial role.

One of the control problems that was observed in the decades of the 50's and 60's of the last XX century consisted in that if the vortex wake behind the nose of an aircraft becomes asymmetric, the side force on the nose can generate a yawing moment which cannot be overcome by the aircraft's rudder, particularly if the rudder's effectiveness has been reduced because it is submerged in the wake of the aircraft wing. This problem was observed in the 1970's for the fighter Northrop F5 F and in the 1990's for the experimental aircraft X-31 (reference [9]).

Asymmetric flow was also observed in slender delta wings at high angles of attack without sideslip.

Additionally, for symmetric configurations of missile type, defined by an axisymmetric body and a number of fins for stability and control capability, large side forces and roll and yaw moments appeared in manoeuvres at high angle of attack in subsonic flow regime. In supersonic flow, despite the flow is essentially symmetric due to the presence of shock waves, there may be vortices that can affect the fins and therefore, important changes in the forces and moments can appear.

Many scientists have been concerned by an important phenomenon related to the asymmetric flow problem. There is an effect of the orientation or azimuth angle in the forces. It was checked in many experiments that a large variation of the forces can be produced depending on the orientation angle. Roughness and microscopic irregularities are the reason for this large variation of the forces and moments.

Another important issue is that polished models in wind tunnels can produce a bi-stable asymmetric flow pattern at high angles of attack, while rough models of similar geometry produced a sinusoidal variation of the forces, depending on the orientation angle. The origin of this instability has been widely debated. Some scientists thought that this variation was of viscous origin, due to an asymmetric separation of the boundary layer. But, it was checked that at critical Reynolds numbers the side forces reached minimum value, while at laminar or turbulent flow the side forces were larger. Many authors pointed out that there is a global instability of the flow, of

inviscid nature. Roughness and other microscopic irregularities added complexity to the problem. There was a convective instability. Small irregularities produced large variations of the side force. This mechanism of convective instability will be added to the global instability mechanism, which is activated at certain Reynolds number conditions and angle of attack, depending also on the nose geometry and slenderness of the body.

Within many years, the main data source for this type of slender bodies have been the wind tunnel tests.

The experimental information has been usually data for the global forces and moments. Non-zero side forces provide information about the asymmetry of the flow. But, experimental information of the surface pressure or flow visualization in the near field with shedding vortices has been rarely acquired.

Nowadays, there are visualization techniques like ‘Particle Image Velocimetry’ (PIV) which are very useful to provide information of the nearby flow field.

The numerical simulation by using algorithms for the resolution of the Navier-Stokes equations is called ‘Computational Fluid Dynamics’ (CFD). This technique can provide valuable information for the understanding of the asymmetric flow which appears at certain conditions of low Mach numbers, high Reynolds numbers and/or high incidence.

The simulation based on the resolution of the time averaged Navier-Stokes equations, defined as ‘Reynolds Averaged Navier-Stokes’ (RANS), has reached a high level of accuracy. It is now possible to perform time accurate simulations using very dense meshes and high level turbulence models.

In this Thesis, a description of the asymmetric flow problem over slender bodies is exposed firstly. Many scientists have studied this problem. The most important publications as sources of essential information for this Thesis have been those of Champigny (references [1] and [2]), Degani, Tobak and Zilliac (references [6] and [7]), Ramberg (reference [8]), Bridges (reference [9]) and Hunt (reference [10]). Regarding the experimental information, the data provided by Deane *et al.* (reference [14]) are very important, as well as there is very useful theoretical information provided by Prananta *et al.* (reference [15]).

A characterization of the flow field past slender axisymmetric bodies has been done at different regimes, mainly at subsonic and transonic regimes and at laminar and turbulent flow. Empirical correlations have been obtained about the nose angle effect, the influence of slenderness, roughness and other geometrical irregularities, the effect of Reynolds number, Mach number, and so on. Other studies about the structure of the flow field were carried out. At high incidences, there is a vortex sheet at the leeside. These vortices are shed in a complex manner. At high

incidences and for high fineness ratio bodies there is a von Kármán vortex street at the rear body, and another inclined vortices region in the centre of the body and finally a steady region forward, where the nose effect is dominant.

To afford a theoretical study, an ogive-cylinder axisymmetric configuration of moderate fineness ratio has been chosen as the reference configuration for the Thesis. This configuration was tested in different wind tunnels at several Reynolds numbers and incidences and various Mach numbers. This study was carried out by a Working Group of 'Group for Aeronautical Research and Technology in Europe' (GARTEUR), a European organism for aeronautics (reference [14]). Later, a theoretical study of this configuration was also done, comparing its results with the experimental data acquired previously (reference [15]).

Firstly, it has been intended to achieve a good level of accuracy of the theoretical results when comparing with the experimental data, in terms of global and local forces and pressures at several stations. There were large computational restrictions due to a lack of memory and large computing times for each case. This problem limited the mesh density and the numerical methods utilized were RANS. Other methods with high level of accuracy like 'Large Eddy Simulation' (LES) or 'Detached Eddy Simulation' (DES) were not used, due to the need of meshes with a very high density and enormous computing times.

In order to obtain good accuracy, and also to have confidence in capturing the main flow features, a study with several meshes of different grid density was performed. The influence of the time step was also evaluated for the time accurate calculations. In addition, different high level turbulence models were employed. The result of this evaluation was that only the Reynolds stress turbulence model improved by Menter and Egorov (references [21], [23], [24], [25] and [26]) named 'Scale Adaptive Simulation' (SAS), has achieved theoretical results much more accurate and has captured an unsteady region in the rear part of the body which the other models –more diffusive- were not able to capture.

Once the proper turbulence model was chosen, two grids were built up. The first one was an structured grid which resembles a polished wind tunnel model, basically axisymmetric and very small irregularities; and the second one is an unstructured grid; it has been checked that this grid has some kind of 'numerical roughness'; therefore, this grid resembles a rough model. In these type of models there is an important influence of the orientation or azimuth angle on the forces.

A study of the existence of the two instability mechanisms detected in the experiments was done: a global instability depending on the nose geometry, Reynolds number and incidence; and a convective instability as a result of geometric irregularities, which produce additional perturbations.

This study has verified, with the structured grid solutions, the existence of a global instability at high angles of attack. There are two stable asymmetric flow solutions, being one a mirror solution of the other, with non-zero side forces of different sign and similar absolute value.

The unstructured grid that resembles a rough model has provided solutions dependent on the orientation angle. The maximum values of the global forces have been incremented due to the addition to the global instability effects those effects due to a convective instability. But, the values of the forces oscillate with the orientation angle between two values. So that, the convective instability effects due to microscopic geometric irregularities have been theoretically captured with RANS methods, provided meshes with high density and irregularities of the order of the roughness of a typical rough model in a wind tunnel are used. This is captured also with high level turbulence models like RSM-SAS which are able to resolve eddies of smaller scales and are much less diffusive as other turbulence models.

The next step in this study was to determine the effect of the fineness ratio or slenderness in the flow field. Three different bodies composed with the same ogive and three different cylinders of the same diameter but different lengths were used. For the body of larger fineness ratio (30) three different flow regions were detected. The first one is a steady asymmetric flow region in the fore body, the second one is an unsteady asymmetric flow region with a Strouhal number of lower value than that of the third region, defined by a von Kármán vortex street, for which its Strouhal number is close to 0.20. Therefore, the characterization of three different regions, two unsteady regions and one steady region, defined by Ramberg (reference [8]) using experimental data and theoretically defined by Degani *et al.* (references [6], [7]) has also been established by numerical simulation.

The next step of the study for this Thesis consisted of the analysis of angle of attack effects and determining the angle of attack of onset for asymmetry. The valuable experimental information available (reference [14]), indicated a large difference between the forces obtained with the polished and rough models. This gives a measure of the roughness effect, though there was not information about the average roughness. With this information in mind, a sweep in angle of attack –up to 45 degrees- was done with the two grids, i.e., with the structured grid which resembles a polished model, and with the unstructured grid, which resembles a rough model. The results were compared with the correspondent experimental data. In both cases, the angle of attack of onset was not similar regarding the experimental data. For the structured grid this angle was lower than that of the polished model; while for the unstructured grid this angle was larger. Nevertheless, in both cases, the theoretical curves of side and normal forces with angle of attack reproduce correctly the trends in the analysed part, up to 45 degrees of angle of attack.



The comparison of the curves with experimental data may indicate that the numerical roughness introduced by the unstructured mesh regarding the structured mesh is lower than the roughness of the rough wind tunnel model regarding the polished model. But, there is no information for quantifying these differences.

Anyway, this theoretical simulation and the capturing of the trends of the experimental forces curves gives confidence for future studies of this type of configurations, which could permit to anticipate the main effects when designing and sizing the control surfaces in order to predict the flight qualities.

The next part consisted in the characterization of the flow structure, particularly in the steady region of the fore body. This was done at two angles of attack or incidence: the first one with symmetric flow –side force close to zero- and the other one at an angle where the flow is asymmetric and the side force is large.

One conclusion of this study is that from a theoretical point of view, the flow structure seems to be more complex than that described in previous studies, with a pair of vortices in the leeward side, one with larger strength. In the nose region, there is only one vortex which evolves such that its strength is increased and feeds a new secondary vortex which is attached at certain moment. Then, the larger vortex is shed when its core is close to the plane of the velocity in the leeward side and the other remains attached and evolves increasing its strength. In the rear zone, there exists a complex unsteady vortex sheet.

Some visualizations obtained in wind tunnels for a cone –lower fineness ratio- with ‘Particle Image Velocimetry’ (PIV) show this type of structure in the nose region.

Finally, studies of the effect of rotations with a constant angular velocity around the longitudinal axis were performed in order to determine the Magnus force.

The global forces at different velocities were calculated for the unstructured configuration. That means that at the lower velocity the force at positive velocity was not the same that that at negative –and equal modulus- velocity, due to the effects of the azimuth or orientation angle on the forces, which were determined previously. When the velocity increases, these effects are much smaller due to the effect of the roll angular velocity is predominant, at a characteristic time lower than that related with the convective instability due to the roughness.

The flow past axisymmetric configurations at high angles of attack or incidence is a very complex flow; a complex vortex sheet is formed in the leeward side, leading to an asymmetric steady region dominated by the nose effects, and one or two unsteady regions, depending on the fineness ratio

of the body. The dominant frequencies in the rear part of the body are close to the Strouhal number of the von Kármán vortex street, due to the cross flow effects dominate in the rear zone. The origin of the asymmetry is a global or temporal instability: small perturbations on the initial conditions or the turbulence activate this instability and lead to one of the two possible stable asymmetric solutions. The existence of microscopic geometric irregularities activate another mechanism of convective or spatial instability, whose effects are to reduce the angle of attack of onset of asymmetry, increase the intensity of the asymmetry and a spatial dependence of the forces, defined by the angle of orientation or azimuth for the free stream.

An accurate numerical simulation is possible with RANS methods provided non-isotropic turbulence models like Reynolds stress turbulence models (RSM) with the enhancing of the method SAS, which permits to resolve smaller turbulent scales, and is much less dissipative. Very small time steps are also needed for the time accurate calculations and very fine meshes are also required: both surface meshes and volume meshes. The surface mesh must not only be so dense in the tip region, but also must resemble irregularities of a rough model, being these irregularities much smaller as the boundary layer thickness.

Many of the effects observed experimentally have been captured theoretically performing the simulation according with the requirements pointed out above. This gives confidence in the theoretical studies, due to the continuous increment of the computing power will permit to increase the mesh density and to reduce the time steps used for the calculations, using a very efficient and accurate turbulence model like RSM-SAS, which has been demonstrated to be superior than other turbulence models.

# Lista de Símbolos, Abreviaturas y Siglas

## Símbolos

$\alpha$	Ángulo de ataque o incidencia
$\gamma$	relación de calores específicos $\left(\frac{C_p}{C_v}\right)$
$\delta, \delta_n$	espesor de capa límite, ángulo de la nariz
$\delta^*$	espesor de desplazamiento de la capa límite
$\Delta$	tamaño de la celda de la malla
$\varepsilon$	grado de reducción de la energía cinética turbulenta
$\eta$	escala de Kolgomogorov $\eta = \left(\frac{v^3 \cdot \delta}{U^3}\right)^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{v^3}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{4}}$
$\theta$	espesor de cantidad de movimiento de la capa límite
$\kappa$	constante de von Kármán
$\lambda$	segundo coeficiente de viscosidad $\left(-\frac{2}{3}\mu\right)$ , radios espectrales
$\mu, \mu_t$	coeficientes de viscosidad laminar y turbulenta
$\nu$	coeficiente de viscosidad cinemática
$\Phi$	ángulo de orientación (azimut)
$\rho$	densidad
$\tau$	esfuerzos cortantes
$\omega$	velocidad de rotación, vorticidad, grado de disipación específico de turbulencia

$\Omega$	volumen de control
$a$	velocidad del sonido $\left( \sqrt{\frac{\gamma P_\infty}{\rho_\infty}} \right)$
$CFL$	Número de Courant-Friedrichs-Levy
$C_p$	coeficiente de presión, coeficiente de calor específico a presión constante
$C_v$	coeficiente de calor específico a volumen constante
$C_x, C_y, C_z$	coeficientes de fuerzas en coordenadas cartesianas
$C_l, C_s, C_N$	coeficientes de fuerzas longitudinal, lateral y normal
$\frac{dC_y}{dx}, \frac{dC_z}{dx}$	coeficientes de fuerza local lateral y normal
$D$	diámetro
$e$	energía interna
$E$	energía total $\left( e + \frac{v^2}{2} \right)$
$f$	frecuencia
$F$	tensor de flujos
$F_x, F_y, F_z$	componentes cartesianas de las fuerzas
$H$	entalpía total $\left( E + \frac{P}{\rho} \right)$ , factor de forma $\left( \frac{\delta^*}{\theta} \right)$
$J$	Jacobiano

$k$	coeficiente de conductividad térmica, energía cinética turbulenta
$k_t$	coeficiente de conductividad térmica turbulento
$L$	longitud del cuerpo, longitud de escala
$L_{vk}$	Longitud de von Kármán
$\frac{L}{D}$	esbeltez
$M_x, M_y, M_z$	componentes cartesianas de los momentos
$Ma$	número de Mach $\left(\frac{U_\infty}{a}\right)$
$p$	presión, componente de velocidad angular
$Pr, Pr_t$	número de Prandtl, número de Prandtl turbulento
$q$	flujo de calor, presión dinámica $\left(\frac{1}{2} \cdot \rho_\infty \cdot v_\infty^2\right)$
$q_\xi, q_\eta, q_\zeta$	componentes contravariantes de la velocidad
$Q$	función Q $\left(0.5 \cdot (\omega^2 - S^2)\right)$
$r$	distancia radial en un plano $x = \text{constante}$ .
$R$	constante del aire
$Ra$	rugosidad ( $\mu\text{m}$ )
$Re$	número de Reynolds $\left(\frac{\rho \cdot v \cdot l}{\mu}\right)$

$S$	módulo del tensor de deformación, área de referencia $\left(\frac{\pi \cdot D^2}{4}\right)$ , constante de la ley de Sutherland
$St$	número de Strouhal $f \cdot \left(\frac{D}{u_\infty}\right)$
$t$	tiempo
$T$	temperatura, período de tiempo
$u, v, w$	componentes cartesianas de la velocidad
$x, y, z$	coordenadas en los ejes cartesianos
$u^+$	velocidad adimensional
$\vec{v}$	velocidad
$v^*$	velocidad de fricción en la pared $\left(\sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}\right)$
$y^+$	distancia adimensional a la pared

### Subíndices

$C$	convectivo
$\nu$	viscoso
$\infty$	condiciones en el infinito (flujo libre)
$0$	condiciones de remanso

### Superíndices

.	derivada primera temporal
‘	fluctuación de una variable, derivada primera
“	fluctuación de una variable, derivada segunda
~	promedio de Favre
-	valores promediados en el tiempo

### **Abreviaturas y Siglas**

AGARD	Advisory Group for Aerospace Research and Development
CFD	Computational Fluid Dynamics
CPU	Central Processing Unit
DES	Detached Eddy Simulation
DDES	Delayed Detached Eddy Simulation
FFT	Fast Fourier Transform
GARTEUR	Group for Aeronautical Research and Technology in Europe
LES	Large Eddy Simulation
ONERA	Office National d'Etudes et de Recherches Aéropatiales
PIV	Particle Image Velocimetry
PSD	Power Spectral Density
RANS	Reynolds Averaged Navier-Stokes
RSM	Reynolds Stress Model
SAS	Scale Adaptive Simulation
SI	Sistema Internacional
SST	Shear Stress Transport
URANS	Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes





## Lista de Tablas

Tabla 1. Estimación de recursos de CPU para un problema de pala de turbina usando métodos RANS y LES. (Extraída de la referencia [21]).	34
Tabla 2. Diferentes esquemas implícitos: primer, segundo y tercer orden de precisión.	62
Tabla 3. Diferentes mallas de cálculo: características.	78
Tabla 4. Diferentes mallas de cálculo: relación de tamaños y tiempos de cálculo.	80
Tabla 5. Mallas de cálculo utilizadas: características.	80
Tabla 6. Coeficientes de las fuerzas lateral y normal a diferentes ángulos de orientación a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados comparadas con los resultados experimentales. Valores medios en $T = 2$ s. Modelo de turbulencia RSM- $\omega$ . Malla estructurada.	122
Tabla 7. Coeficientes de las fuerzas lateral y normal orientación a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados a dos ángulos de orientación comparadas con los resultados experimentales. Valores medios en $T = 2$ y 3 s. Modelo de turbulencia RSM- $\omega$ . Malla estructurada.	124
Tabla 8. Fuerzas lateral y normal a varios ángulos de orientación a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados comparadas con los resultados experimentales. Valores medios en $T = 0.1$ s. Modelo de turbulencia RSM- $\omega$ SAS. Mallas no estructurada y estructurada.	131
Tabla 9. Coeficientes de fuerzas lateral y normal a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados en función de la esbeltez. Valores medios y desviación. Modelo de turbulencia RSM- $\omega$ SAS. Malla estructurada.	137
Tabla 10. Coeficientes de fuerzas lateral y normal a Mach = 0.2, número de Reynolds $2 \cdot 10^6$ y a varios ángulos de ataque. Valores promediados. Modelo de turbulencia RSM- $\omega$ -SAS. Malla estructurada.	162
Tabla 11. Coeficientes de fuerzas lateral y normal a Mach = 0.2, número de Reynolds $2 \cdot 10^6$ y varios ángulos de ataque. Valores promediados. Modelo de turbulencia RSM- $\omega$ - SAS. Malla no estructurada.	166
Tabla 12. Coeficientes de fuerzas lateral y normal a varias velocidades de giro a condición de Mach = 0.2 y número de Reynolds $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque de 45 grados. Valores promediados. Modelo de turbulencia RSM- $\omega$ -SAS. Malla no estructurada.	188

## Lista de Figuras

Figura 1. Efecto del ángulo de ataque en el flujo de la zona de sotavento sobre el cuerpo (extraído de la referencia [1]).	11
Figura 2. Esquema del flujo en sotavento de un cuerpo de revolución (extraído de las referencias [6], [7], [8]).	12
Figura 3. Coeficiente de fuerza lateral sobre una configuración ojiva-cilindro en función del ángulo de orientación (extraído de la referencia [1]).	13
Figura 4. Coeficiente de fuerza lateral sobre una configuración de un cono en función del ángulo de orientación: (a) rugoso y (b) pulido (extraído de la referencia [11]).	14
Figura 5. Coeficiente de fuerza lateral sobre una configuración de una ojiva-cilindro de esbeltez $L/D = 6$ en función del ángulo de orientación a régimen laminar $Re_D = 1.34 \cdot 10^5$ (extraído de la referencia [13]).	15

Figura 6. Coeficiente de fuerza lateral sobre una configuración ojiva-cilindro en función del número de Reynolds (extraído de la referencia [1]).....	17
Figura 7. Angulo de ataque de comienzo del flujo asimétrico: a) diferentes cuerpos puntiagudos. b) ojivas puntiagudas y cuerpos traseros cilíndricos (extraídos de las referencias [9] y [1] respectivamente). .....	19
Figura 8. Fuerza lateral en función del ángulo de ataque a diferentes números de Mach para una configuración ojiva-cilindro (extraído de la referencia [1]) .....	20
Figura 9. Fuerza lateral en función del número de Mach (Ma) para diferentes cuerpos axisimétricos (extraído de la referencia [1]).....	20
Figura 10. Esquema de la configuración de referencia ojiva-misil con las tomas de presión en diferentes estaciones longitudinales (extraído de la referencia [15] ) .....	23
Figura 11. Vista de la configuración de referencia ojiva-misil a alto ángulo de ataque en el túnel de viento ONERA F1 (extraído de la referencia [15]) .....	25
Figura 12. Esquema de los ejes y origen de referencia: Izquierda: plano x-z. Derecha: plano transversal, ejes y-z. ....	65
Figura 13. Sistemas de referencia cartesiano y basado en el ángulo de orientación. ....	67
Figura 14. Vista de la malla estructurada. Plano $y = 0$ y malla de superficie del cuerpo.....	71
Figura 15. Vista de la malla estructurada. Izquierda: detalle de la malla de superficie en el morro. Derecha: malla en un plano transversal (y-z). ....	72
Figura 16. Vista de la malla no estructurada: detalle de la malla de superficie en el morro. ....	73
Figura 17. Vista de una malla no estructurada a una distancia $x/D < 0.05$ . Izquierda: malla generada con tres elementos ( $m = 3$ ). Centro: malla generada con ocho elementos ( $m = 8$ ). Derecha: malla generada con 8 elementos con gran densidad de superficie ( $m = 8$ ). ....	74
Figura 18. Secciones de la malla de superficie de la malla no estructurada. Izquierda: secciones entre $x/D = 0.001$ hasta $x/D = 0.005$ . Derecha: secciones $x/D = 0.005$ y $x/D = 0.01$ . ....	74
Figura 19. Secciones de la malla de superficie de la malla no estructurada: secciones entre $x/D = 0.01$ hasta $x/D = 0.05$ . ....	75
Figura 20. Vista de una malla no estructurada a una distancia $x/D < 0.05$ . Se representan las vistas a diferentes ángulos de orientación: 90, 135, 180, 225, 270 y 315 grados. ....	76
Figura 21. Vista de la malla no estructurada. Izquierda: detalle de la malla cercana al cuerpo en el plano x-z. Derecha: malla en un plano transversal y-z.....	77
Figura 22. Detalle de la malla ‘Grid 9’ (con 72 capas prismáticas) en un plano transversal (y-z): estación $x/D = 2.75$ . ....	79
Figura 23. Contornos de $y^+$ y líneas de fricción para un cálculo a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados. Malla estructurada. ....	83
Figura 24. Perfiles de velocidad azimutal a diferentes ángulos de orientación para un cálculo a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados en la sección $x/D = 3.00$ . Malla no estructurada. ....	84
Figura 25. Perfiles de velocidad a diferentes ángulos de orientación para un cálculo a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados en la sección $x/D = 3.00$ . Malla no estructurada. ....	85
Figura 26. Factor de forma al ángulo de orientación $\Phi = 0$ grados para un cálculo a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados en la sección $x/D = 3.00$ . Malla no estructurada.....	86
Figura 27. Factor de forma al ángulo de orientación $\Phi = 180$ grados para un cálculo a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados en la sección $x/D = 3.00$ . Malla no estructurada. ....	87
Figura 28. Factor de forma al ángulo de orientación $\Phi = 135$ grados para un cálculo a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados en la sección $x/D = 3.00$ . Malla no estructurada. ....	87
Figura 29. Factor de forma al ángulo de orientación $\Phi = 225$ grados para un cálculo a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados en la sección $x/D = 3.00$ . Malla no estructurada. ....	88

Figura 30. Factor de forma al ángulo de orientación $\Phi = 45$ grados para un cálculo a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados en la sección $x/D = 3.00$ . Malla no estructurada.	88
Figura 31. Factor de forma al ángulo de orientación $\Phi = 315$ grados para un cálculo a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados en la sección $x/D = 3.00$ . Malla no estructurada.	89
Figura 32. Perfiles de velocidad azimutal a diferentes ángulos de orientación para un cálculo a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados en la sección $x/D = 9.00$ . Malla no estructurada.	90
Figura 33. Perfiles de velocidad a diferentes ángulos de orientación para un cálculo a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados en la sección $x/D = 9.00$ . Malla no estructurada.	91
Figura 34. Espesores de desplazamiento y de cantidad de movimiento al ángulo de orientación $\Phi = 90$ grados para un cálculo a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados en la sección $x/D = 9.00$ . Malla no estructurada.	92
Figura 35. Factor de forma al ángulo de orientación $\Phi = 90$ grados para un cálculo a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados en la sección $x/D = 9.00$ . Malla no estructurada.	92
Figura 36. Historia del coeficiente de fuerza lateral para un cálculo a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados. Esquemas de primer y segundo orden de precisión: Malla no estructurada (Grid 6).	94
Figura 37. Historia del coeficiente de fuerza lateral para un cálculo a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados. Dos pasos de tiempo diferentes: Malla no estructurada (Grid 7)...	96
Figura 38. Contornos del número de Courant en el plano de simetría x-z para un cálculo a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados. Paso de tiempo $\Delta t = 5 \cdot 10^{-4}$ s. Malla no estructurada.	98
Figura 39. Contornos del número de Courant en el plano de simetría x-z para un cálculo a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados. Paso de tiempo $\Delta t = 5 \cdot 10^{-4}$ s. Malla estructurada.	99
Figura 40. Contornos del número de Courant en el plano de simetría x-z para un cálculo a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados. Paso de tiempo $\Delta t = 10^{-4}$ s. Malla estructurada.	99
Figura 41. Historia de las fuerzas globales normal y lateral para un cálculo a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados. Pasos de tiempo $\Delta t = 5 \cdot 10^{-4}$ s (izquierda) y $\Delta t = 10^{-4}$ s (derecha). Malla estructurada.	100
Figura 42. Historia de las fuerzas globales para un cálculo estacionario a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados. Modelos de turbulencia k- $\omega$ SST (línea roja) y RSM- $\omega$ (línea azul).	104
Figura 43. Historia de los coeficientes de las fuerzas globales para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados. Modelo de turbulencia RSM- $\omega$ . Malla estructurada.	105
Figura 44. Coeficientes de las fuerzas locales para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados en un período de $T=0.1$ s. Modelo de turbulencia RSM- $\omega$ y resultados experimentales. Malla estructurada.	106
Figura 45. Historia de los coeficientes de las fuerzas globales para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados. Modelo de turbulencia RSM- $\omega$ -SAS. Malla estructurada.	107
Figura 46. Densidad espectral de potencia de los coeficientes de fuerzas lateral y normal para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados en un período de $T= 4$ s. Modelo de turbulencia RSM- $\omega$ -SAS. Malla estructurada.	108
Figura 47. Coeficientes de fuerzas locales lateral y normal para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados en un período de $T= 0.1$ s. Modelo de turbulencia RSM- $\omega$ -SAS. Malla estructurada.	108

Figura 48. Coeficientes de fuerzas locales lateral y normal para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados en un período de $T = 0.1$ s. Modelo de turbulencia RSM- $\omega$ -SAS. Malla no estructurada. ....	109
Figura 49. Coeficientes de fuerzas locales lateral y normal para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados promediados en un período de $T = 0.1$ s y comparados con datos experimentales. Malla estructurada. ....	110
Figura 50. Estructuras resueltas para un cilindro en flujo cruzado usando un modelo URANS y SAS. Extraído de la referencia [23]. ....	112
Figura 51. Iso-superficies de función Q positiva (hasta 5000) para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados para dos modelos de turbulencia. Izquierda: k- $\omega$ SST-SAS. Derecha: RSM- $\omega$ -SAS. Malla estructurada. ....	113
Figura 52. Coeficientes de presión en varias secciones del misil para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados en un período de $T = 0.1$ s. Valores teóricos y experimentales. Malla estructurada. ....	115
Figura 53. Detalles de la punta del ala con dos mallas estructuradas. Izquierda: malla 1 en el plano de simetría. Derecha: malla 2 de superficie. ....	120
Figura 54. Historias de convergencia de los coeficientes de las fuerzas globales a diferentes ángulos de orientación a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados. Modelo de turbulencia RSM- $\omega$ . Izquierda: coeficiente de fuerza lateral. Derecha: coeficiente de fuerza normal. Malla estructurada. ....	122
Figura 55. Coeficientes de las fuerzas globales a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados en función del ángulo de orientación. Modelo de turbulencia RSM- $\omega$ . Malla estructurada. ....	123
Figura 56. Coeficientes de las fuerzas locales a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados para varios ángulos de orientación. Modelo de turbulencia RSM- $\omega$ . Malla estructurada. ....	123
Figura 57. Historia de convergencia de los coeficientes de fuerzas globales a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados a ángulo de orientación $\Phi = 0$ grados, a dos condiciones iniciales diferentes. Modelo de turbulencia RSM- $\omega$ . ....	125
Figura 58. Historia de convergencia de los coeficientes de fuerzas globales a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados a ángulo de orientación $\Phi = 270$ grados, a dos condiciones iniciales diferentes. Modelo de turbulencia RSM- $\omega$ . ....	126
Figura 59. Diferencias entre el radio real y el ideal en diferentes secciones longitudinales $x/D = cte.$ en función del ángulo de orientación o azimut. Malla no estructurada. ....	128
Figura 60. Coeficientes de fuerza local lateral y normal a dos ángulos de orientación para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados. Arriba: $\Phi = 0$ grados. Abajo: $\Phi = 90$ grados. Malla no estructurada. ....	129
Figura 61. Coeficientes de fuerza local lateral y normal a dos ángulos de orientación para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados. Arriba: $\Phi = 225$ grados. Abajo: $\Phi = 270$ grados. Malla no estructurada. ....	130
Figura 62. Coeficientes de fuerzas globales lateral y normal en función del ángulo de orientación para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados. Malla no estructurada. ....	132
Figura 63. Coeficientes de fuerzas locales lateral y normal a cuatro ángulos de orientación para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados. Malla no estructurada. ....	133
Figura 64. Historia de los coeficientes de fuerzas globales lateral y normal para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados. Arriba Izquierda: esbeltez 7.5. Arriba derecha: esbeltez 15. Abajo centro: esbeltez 30. ....	137

Figura 65. Coeficientes de fuerzas locales lateral y normal para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2, Re =  $2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados. Esbeltez 7.5. Período T = 0.5 s. .... 139

Figura 66. Contornos de iso-Q positivos coloreados con ‘viscosity ratio’ para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2, Re =  $2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados. Esbeltez 7.5. .... 139

Figura 67. Densidad espectral de potencia de las fuerzas para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2, Re =  $2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados. Esbeltez 7.5. Período T= 5 s. Izquierda: Coeficiente de fuerza lateral. Derecha: Coeficiente de fuerza normal. .... 140

Figura 68. Coeficientes de fuerzas locales lateral y normal para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2, Re =  $2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados. Esbeltez 30. Período T = 0.1 s. .... 141

Figura 69. Contornos de iso-Q positivos (hasta 5000) coloreados con ‘viscosity ratio’ para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2, Re =  $2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados. Esbeltez 30. .... 141

Figura 70. Densidad espectral de potencia de las fuerzas para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2, Re =  $2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados. Esbeltez 30. Período T= 9 s. Izquierda: Coeficiente de fuerza lateral. Derecha: Coeficiente de fuerza normal. .... 143

Figura 71. Coeficiente de presión en la sección  $x/D = 25.0$  para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2, Re =  $2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados. Esbeltez 30. Dos instantes de tiempo. .... 144

Figura 72. Densidad espectral de potencia de las presiones para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2, Re =  $2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados. Esbeltez 30. Período T= 9 s. Cuatro secciones. Arriba:  $\Phi = 0$  grados (izquierda) y  $\Phi = 180$  grados (derecha). Abajo:  $\Phi = 90$  grados (babor) y  $\Phi = -90$  grados (estribor). .... 145

Figura 73. Coeficientes de presión en diferentes secciones para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2, Re =  $2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados. Esbeltez 30. Período T = 0.1. .... 146

Figura 74. Ángulo de ataque para el comienzo de asimetría en la configuración de ojiva-cilindro de referencia, ensayada en el túnel de ONERA F1 (extraída de las referencias [1] y [14]). Efecto del número de Reynolds. .... 150

Figura 75. Efecto de la calidad del modelo en la fuerza lateral en función del ángulo de ataque a varios números de Reynolds para la configuración ojiva-cilindro de referencia, ensayada en el túnel de ONERA F1 (extraída de la referencia [14]). Arriba: modelo rugoso. Abajo: modelo pulido. .... 151

Figura 76. Efecto de la calidad del modelo en la fuerza normal en función del ángulo de ataque a varios números de Reynolds para la configuración ojiva-cilindro de referencia, ensayada en el túnel de ONERA F1 (extraída de la referencia [14]). Arriba: modelo rugoso. Abajo: modelo pulido. .... 152

Figura 77. Coeficiente de fuerza normal en función del ángulo de ataque a número de Mach = 0.2 y número de Reynolds  $2 \cdot 10^6$  para la configuración ojiva-cilindro de referencia, ensayada en el túnel de ONERA F1 (extraída de la referencia [14]). .... 153

Figura 78. Coeficiente de fuerza lateral en función del ángulo de ataque a número de Mach = 0.2 y número de Reynolds  $2 \cdot 10^6$  para la configuración ojiva-cilindro de referencia, ensayada en el túnel de ONERA F1 (extraída de la referencia [14]). .... 154

Figura 79. Historia del coeficiente de fuerza lateral para la configuración ojiva-cilindro de referencia a número de Mach = 0.2 y número de Reynolds  $2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 30 grados usando dos pasos de tiempo. Línea roja:  $\Delta t = 5 \cdot 10^{-4}$  s. Línea azul:  $\Delta t = 1.25 \cdot 10^{-4}$  s. .... 156

Figura 80. Contornos de número de Courant en el plano de simetría x-z para la configuración ojiva-cilindro de referencia a número de Mach = 0.2 y número de Reynolds  $2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 30 grados usando como paso de tiempo  $1.25 \cdot 10^{-4}$  s. .... 157

Figura 81. Historia del coeficiente de fuerza lateral para la configuración ojiva-cilindro de referencia a número de Mach = 0.2 y número de Reynolds  $2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 30 grados usando una malla refinada en dirección normal al cuerpo:  $y^+ \leq 0.3$ . .... 158

Figura 82. Historia del coeficiente de fuerza lateral para la configuración ojiva-cilindro de referencia a número de Mach = 0.2 y número de Reynolds $2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 30 grados usando una malla refinada en dirección azimutal. ....	159
Figura 83. Coeficientes de fuerza globales para la configuración ojiva-cilindro de referencia a número de Mach = 0.2 y número de Reynolds $2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 30 grados con oscilaciones de ángulo de ataque a frecuencia $f = 50$ Hz. Izquierda: fuerza lateral. Derecha: fuerza normal. ....	161
Figura 84. Coeficiente de fuerza lateral en función del ángulo de ataque a número de Mach = 0.2 y número de Reynolds $2 \cdot 10^6$ para la configuración ojiva-cilindro de referencia, comparados con datos experimentales de cuerpo pulido (extraídos de la referencia [14]). ....	163
Figura 85. Coeficiente de fuerza normal en función del ángulo de ataque a número de Mach = 0.2 y número de Reynolds $2 \cdot 10^6$ para la configuración ojiva-cilindro de referencia, comparados con datos experimentales de cuerpo pulido (extraídos de la referencia [14]). ....	164
Figura 86. Iso-superficies de función Q positiva (coloreadas con ‘viscosity ratio’) para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2, $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 30 grados. Malla estructurada. ....	165
Figura 87. Coeficientes teóricos de fuerza local lateral a varios ángulos de ataque a número de Mach = 0.2 y número de Reynolds $2 \cdot 10^6$ para la configuración ojiva-cilindro de referencia. Malla estructurada. ....	165
Figura 88. Coeficiente de fuerza lateral en función del ángulo de ataque a número de Mach = 0.2 y número de Reynolds $2 \cdot 10^6$ para la configuración ojiva-cilindro de referencia, comparados con datos experimentales de cuerpo rugoso (extraídos de la referencia [14]). ....	167
Figura 89. Coeficiente de fuerza normal en función del ángulo de ataque a número de Mach = 0.2 y número de Reynolds $2 \cdot 10^6$ para la configuración ojiva-cilindro de referencia, comparados con datos experimentales de cuerpo rugoso (extraídos de la referencia [14]). ....	168
Figura 90. Coeficientes experimentales de fuerza local lateral a varios ángulos de ataque a número de Mach = 0.2 y número de Reynolds $2 \cdot 10^6$ para la configuración ojiva-cilindro de referencia (extraídos de la referencia [14]). ....	170
Figura 91. Coeficientes teóricos de fuerza local lateral a varios ángulos de ataque a número de Mach = 0.2 y número de Reynolds $2 \cdot 10^6$ para la configuración ojiva-cilindro de referencia. Malla no estructurada. ....	171
Figura 92. Coeficientes experimentales de fuerza local lateral a ángulos de ataque 20 y 30 grados versus el coeficiente teórico a ángulo de ataque 30 grados; a número de Mach = 0.2 y número de Reynolds $2 \cdot 10^6$ para la configuración ojiva-cilindro de referencia. Malla no estructurada. ....	171
Figura 93. Iso-superficies de función Q positiva (500-5000) coloreadas con la vorticidad en el paso de tiempo $t = 6.1$ s a número de Mach = 0.2, número de Reynolds $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque de 45 grados. Malla estructurada. ....	174
Figura 94. Contornos de función Q positiva en las secciones $x/D = 10.0$ (izquierda) y $x/D = 14.0$ (derecha) en el paso de tiempo $t = 6.1$ s a número de Mach = 0.2 y número de Reynolds $2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque de 45 grados. ....	175
Figura 95. Contornos de función Q positiva en diferentes secciones en el paso de tiempo $t = 6.0$ s a número de Mach = 0.2 y número de Reynolds $2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque de 45 grados. ....	177
Figura 96. Coeficientes de presión en dirección circunferencial en diferentes secciones y en el paso de tiempo $t = 6.0$ s a número de Mach = 0.2 y número de Reynolds $2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque de 45 grados. ....	178
Figura 97. Contornos de función Q positiva y pseudo-líneas de corriente en cuatro secciones y en el paso de tiempo $t = 6.0$ s a número de Mach = 0.2 y número de Reynolds $2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque de 45 grados. ....	179

Figura 98. Coeficientes de fuerzas locales lateral y normal a número de Mach = 0.2, número de Reynolds $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque de 30 grados. Mallas estructurada y no estructurada y datos experimentales (círculos negros). .....	182
Figura 99. Iso-superficies de función Q positiva coloreadas con la vorticidad en el paso de tiempo $t = 3.0$ s a número de Mach = 0.2, número de Reynolds $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque de 30 grados. Malla estructurada. ....	183
Figura 100. Contornos de función Q positiva en diferentes secciones en el paso de tiempo $t = 3.0$ s a número de Mach = 0.2 y número de Reynolds $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque de 30 grados. ....	184
Figura 101. Malla de cálculo en un plano $x =$ constante: malla interior deslizante que gira a velocidad angular constante. Y malla exterior fija. ....	186
Figura 102. Contornos de la función Q normalizada: Izquierda: plano $x/D = 4.0$ . Derecha: plano $x/D = 7.0$ . ....	187
Figura 103. Contornos de la función Q normalizada: plano $x/D = 9.0$ . ....	187
Figura 104. Contornos de presión: Izquierda: plano $x/D = 4.0$ . Derecha: plano $x/D = 7.0$ . ....	188
Figura 105. Historia del coeficiente de fuerza lateral a condición de Mach = 0.2 y número de Reynolds $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados. Varias velocidades de giro en balance....	189
Figura 106. Historia del coeficiente de fuerza normal a condición de Mach = 0.2 y número de Reynolds $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados. Varias velocidades de giro en balance....	190
Figura 107. Densidad espectral de potencia para el coeficiente de fuerza lateral a condición de Mach = 0.2 y número de Reynolds $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados con velocidad de giro de $\pm 1$ Hz. ....	191
Figura 108. Densidad espectral de potencia para el coeficiente de fuerza normal a condición de Mach = 0.2 y número de Reynolds $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados con velocidad de giro de $\pm 1$ Hz. ....	192
Figura 109. Densidad espectral de potencia para el coeficiente de fuerza lateral a condición de Mach = 0.2 y número de Reynolds $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados con velocidad de giro de $\pm 5$ Hz. ....	193
Figura 110. Densidad espectral de potencia para el coeficiente de fuerza normal a condición de Mach = 0.2 y número de Reynolds $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados con velocidad de giro de $\pm 5$ Hz. ....	194
Figura 111. Densidad espectral de potencia para el coeficiente de fuerza lateral a condición de Mach = 0.2 y número de Reynolds $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados con velocidad de giro de $\pm 10$ Hz. ....	195
Figura 112. Densidad espectral de potencia para el coeficiente de fuerza normal a condición de Mach = 0.2 y número de Reynolds $Re = 2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados con velocidad de giro de $\pm 10$ Hz. ....	196
Figura 113. Coeficientes de fuerza globales en función de la velocidad de giro a condición de Mach = 0.2 y número de Reynolds $2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados. Izquierda: Fuerza lateral. Derecha: Fuerza normal. ....	196
Figura 114. Desviación de fuerza lateral en función de la velocidad de giro a condición de Mach = 0.2 y número de Reynolds $2 \cdot 10^6$ y ángulo de ataque 45 grados. ....	197





# **Introducción: La asimetría en el vuelo y el problema de control**



Uno de los problemas de las aeronaves es su capacidad de estabilidad y control. La estabilidad de la aeronave es una cualidad básica y se debe además tener capacidad de control suficiente para poder realizar las maniobras necesarias para orientar la aeronave a la trayectoria de vuelo y actitud deseadas.

Las aeronaves suelen tener superficies y elementos sustentadores para conseguir la estabilidad y el control requeridos. En un avión por ejemplo, se tienen normalmente estabilizadores horizontal y vertical (a veces en forma de cola en V) o elementos tipo canard, y éstos disponen de elementos móviles para el control, como son los elevadores o timones de profundidad. En aviones supersónicos y de combate, los estabilizadores suelen ser móviles en su totalidad para aumentar esa capacidad de maniobra y control.

El dimensionado adecuado de estas superficies estabilizadoras y de control es muy importante. Así, por ejemplo, en la era de cambio de vuelo subsónico a supersónico, y ante la falta de potencia de los motores, se estableció una maniobra de picado para conseguir la velocidad supersónica, que derivó en accidentes graves al no ser suficientes los timones de profundidad diseñados para poder revertir el picado; entre otras razones porque el centro aerodinámico se retrasaba y reducía la efectividad del mando.

Posteriormente, se observaron problemas de control en aviones de combate y misiles o cohetes a régimen sin resbalamiento pero a altos ángulos de ataque. Cuando la estela de torbellinos detrás del morro de un avión se volvía asimétrica, la fuerza lateral y momento de guiñada generados no podían ser compensados por el estabilizador de cola vertical, en particular si éste estaba sumergido en la estela generada. Este problema ya se observó en el avión de combate Northrop F5 F y posteriormente en el avión experimental X-31 (referencia [9]).

También se observó un fenómeno de asimetría en aviones de alas delta delgadas en vuelo sin resbalamiento. Aparecía flujo asimétrico importante a altos ángulos de ataque.

Todos estos fenómenos ya se detectaron en la década de los 50 del siglo XX, pero se empezó a poner más atención en la década de los 60. Los ensayos en túnel detectaron también problemas de repetitividad de éstos, ante cambios en principios insignificantes, e incluso se observaron grandes variaciones de las fuerzas laterales en ensayos en vuelo después de modificar ligeramente el morro del fuselaje de un vehículo.

En configuraciones simétricas tipo misil, compuestas por un cuerpo axisimétrico y un número determinado de aletas estabilizadoras y de control, en las maniobras a régimen subsónico y altos ángulos de ataque se observó la aparición de fuerzas laterales muy intensas y elevados momentos de guiñada y de balance también. Por ejemplo, en una configuración básica de misil se ha

detectado un cambio de signo del momento de balance en un rango intermedio de ángulo de ataque o incidencia, debido a la interacción de un torbellino desprendido en el cuerpo con la aleta ventral, que desaparece a ángulos mayores. A régimen supersónico, si bien el flujo es simétrico debido a la presencia de ondas de choque, la aparición de torbellinos que pueden incidir en las aletas genera también cambios importantes en las fuerzas y los momentos. Todos estos efectos no lineales exigen un estudio muy detallado que teorías linealizadas desarrolladas no han podido abordar.

Un tema importante en el caso de flujo subsónico o transónico era la existencia de un ángulo de ataque o incidencia de comienzo de esta asimetría; que dependía de factores tales como el ángulo de la nariz, la rugosidad o la esbeltez del cuerpo. Otro fenómeno que ha hecho correr ríos de tinta y relacionado con la falta de repetitividad de los ensayos, era el efecto del ángulo de orientación en las fuerzas laterales, llegando a ser éstas muy dispares en función de la orientación del cuerpo. En este caso, la rugosidad e irregularidades microscópicas del modelo que lo llevaban a una asimetría geométrica muy pequeña, estaban en el origen de la gran variación de las fuerzas laterales, y por tanto, de los momentos de guiñada también. Se observó también que cuerpos muy pulidos podían desarrollar un patrón de fuerzas laterales bi-estable a elevados ángulos de ataque, a diferencia de uno más oscilatorio en los cuerpos similares -macroscópicamente hablando- pero rugosos. El origen de esta inestabilidad fue muy debatido. Algunos experimentalistas y científicos aludían a la naturaleza viscosa del problema y debidas a separación asimétrica de la capa límite y otros autores apuntaban a un origen no viscoso, fruto de una inestabilidad del flujo. La rugosidad e irregularidades añadían complejidad al problema al detectarse esas grandes variaciones de fuerzas debidas a perturbaciones muy pequeñas.

Así pues, poder determinar con mucha precisión este flujo asimétrico en configuraciones aparentemente tan sencillas geoméricamente como un misil, es muy importante para poder dimensionar adecuadamente las superficies de control o bien, elaborar los diseños de forma que se retrase o prevenga la aparición de flujo asimétrico. Por ejemplo, el redondeo de la punta de la nariz se ha demostrado importante para retrasar el ángulo de comienzo del flujo asimétrico. Se han estudiado sistemas de control para aviones de combate con morros afilados tales como los 'strakes' u otros mecanismos de control pasivo, e incluso de sistemas de control activo aprovechando esta asimetría.

Las herramientas principales para obtener información sobre la naturaleza de este flujo asimétrico han sido hasta hace poco los ensayos en túnel, y en menor medida, los ensayos en vuelo. Pero sería deseable que se utilicen las herramientas teóricas disponibles. Desde un punto de vista teórico, hoy día se dispone ya de numerosos códigos numéricos que resuelven las ecuaciones de Navier-Stokes completas, con muchos y diferentes métodos de aproximación y promediado

–filtrado espacial o temporal- y numerosos modelos de turbulencia. La Mecánica de Fluidos computacional o CFD (en inglés ‘Computational Fluid Dynamics’) se ha desarrollado desde los años 70 del siglo XX y ya está muy madura para abordar algunos problemas aerodinámicos, como el análisis del flujo de un ala de avión de transporte -que es el elemento sustentador principal- y para la que está ya también preparada en la fase de diseño, que permite evitar un gran número de ensayos experimentales, tanto de túnel como de vuelo, pues el grado de confianza de los cálculos numéricos es alto.

Este no es el caso de las configuraciones tipo misil a regímenes subsónico y transónico sobre todo; incluso de la más sencilla de todas, el cuerpo axisimétrico.

Existen pocos resultados teóricos y con la información experimental disponible, aún no se ha reproducido teóricamente de forma completamente satisfactoria la compleja estructura del flujo resultante a altos ángulos de ataque; caracterizado por ser asimétrico y no estacionario.

Para poder tener confianza en los cálculos, en primer lugar se deben realizar cálculos teóricos con diferentes modelos de turbulencia, y con discretizaciones de alto grado de precisión, que simulen en toda su complejidad este flujo asimétrico observado en numerosos ensayos experimentales y caracterizado en función de parámetros tales como el número de Mach, número de Reynolds, ángulo de la nariz o la rugosidad.

Por tanto, en esta tesis se intenta abordar el problema del flujo asimétrico de una configuración axisimétrica de la que se tiene abundante información experimental e incluso teórica –proveniente de cálculos previos con otros códigos- a régimen subsónico para obtener enseñanzas relativas a la adecuada modelización del problema que ayuden a tener mayor confianza en los cálculos teóricos.

Estas enseñanzas ayudarán a validar la información teórica y a prever mejor los problemas que puedan surgir en determinadas maniobras que requieren condiciones de altos ángulos de ataque o incidencia. El resultado final sería, además de una ayuda adicional para comprender la estructura de flujo, una reducción de los ensayos experimentales necesarios a la hora del diseño de configuraciones tipo misil o también de aviones de combate.



# **Parte I: Flujo en configuraciones axisimétricas a altos ángulos de ataque**





# 1. Flujo en configuraciones axisimétricas: el problema de la asimetría a altos ángulos de ataque

El problema del flujo alrededor de una configuración axisimétrica es mucho más complejo del que podría esperarse. En particular a régimen subsónico y altos ángulos de ataque o incidencia.

Se han hecho numerosos experimentos y estudios desde hace varias décadas, en los que se ha podido valorar los diversos problemas que se presentan en este tipo de configuraciones y los parámetros que influyen significativamente; tales como el número de Mach, el número de Reynolds, el ángulo de la nariz, el redondeo de la punta, la esbeltez (medida como relación de longitud y diámetro), la rugosidad y las irregularidades geométricas.

Existen numerosos trabajos en los que se describen estos problemas, tales como los de Champigny y Lamont (referencias [1], [2], [3]) o bien los de Kruse, Keener y Chapman (referencias [4], [5]) y Degani, Zilliac y Tobak (referencias [6], [7]) y Ramberg (referencia [8]), en los que abordan el problema del efecto de la esbeltez y de los altos ángulos de ataque. Bridges (referencia [9]) y Hunt (referencia [10]) hacen un buen resumen de los principales efectos de los parámetros que influyen en el flujo de este tipo de configuraciones.

Estos trabajos datan desde la década de 1970 hasta la primera década de 2000. La mayoría de los resultados expuestos son experimentales y hay muchas relaciones empíricas derivadas de las observaciones. A partir de los últimos 20 años las técnicas experimentales de visualización han contribuido a añadir información que puede ser comparada con los resultados numéricos, cada vez más precisos; pero que aún no existen en gran abundancia. Algunos trabajos -desarrollados sobre todo en universidades- se están realizando actualmente para estudiar el efecto de la rugosidad o de las irregularidades geométricas en la asimetría del flujo a altos ángulos de ataque. En general, estos trabajos se hacen para configuraciones de esbeltez pequeña y a bajos números de Reynolds. La esbeltez se define como la relación entre la longitud del cuerpo ( $L$ ) y el diámetro del cilindro ( $D$ ) que define el cuerpo central  $\left(\frac{L}{D}\right)$ . El número de Reynolds se define como

$$Re = \frac{\rho_{\infty} \cdot U_{\infty} \cdot D}{\mu}$$

.  $\rho_{\infty}$  es la densidad,  $U_{\infty}$  la velocidad incidente,  $D$  la longitud característica (diámetro del cilindro) y  $\mu$  el coeficiente de viscosidad del aire.

En esta tesis nos centramos en configuraciones tipo misil –de esbeltez grande- tales que puedan volar a números de Reynolds altos, lo que implica flujo turbulento básicamente.

Existe poca información experimental de configuraciones axisimétricas o tipo misil que vuelen a régimen subsónico y números de Reynolds altos. Se utilizará como referencia de los cálculos toda

la información disponible que ayude a valorar el grado de aproximación y precisión de los cálculos teóricos; basados en programas de simulación de las ecuaciones de Navier-Stokes.

En primer lugar, y siguiendo básicamente a la referencia [1], una caracterización simplificada del flujo sobre una configuración axisimétrica a régimen subsónico viene dada de la siguiente manera:

A bajos ángulos de ataque o incidencia ( $\alpha$ ) la componente axial de la velocidad es dominante y el flujo permanece adherido, desarrollándose una fuerza normal (en el plano de la velocidad y eje longitudinal) que aumenta linealmente con el ángulo de ataque. A ángulos moderados, los crecientes gradientes adversos provocan la separación de la capa límite en la zona de sotavento, dando lugar a un par de torbellinos simétricos. La fuerza normal evoluciona de forma no lineal y no hay fuerza lateral (fuera del plano). A altos ángulos de ataque se produce un par de torbellinos no simétricos, lo que lleva a la aparición de fuerza lateral. A muy altos ángulos de ataque, la componente normal es dominante y la capa límite se desprende de tal forma que da lugar a un flujo de estela no estacionario. Este ángulo de ataque o incidencia está definido como el ángulo del vector velocidad respecto al eje principal longitudinal.

En la Figura 1 se esquematiza esta descripción que, no obstante, es más compleja según se verá a lo largo del trabajo. Los ángulos a los que ocurren los cambios dependen tanto del tipo de morro (cono u ojiva, etc.) como del ángulo de la nariz, así como del redondeo de ésta, y también de la esbeltez del cuerpo y de la rugosidad de la superficie.

Existe un trabajo muy importante para la descripción del flujo desarrollado por Ramberg (referencia [8]) y estudiado por Degani *et al.* (referencias [6], [7]).

Ramberg identificó en experimentos a régimen subsónico –y números de Reynolds bajos- tres zonas distintas del flujo para configuraciones de esbeltez grande ( $L/D > 20$ ) y morros puntiagudos. Estas tres zonas identificadas están esquematizadas en la Figura 2.

La región 1 está en la zona trasera alejada del morro, tal que la influencia de éste es pequeña. En esa región el flujo es similar al de un cilindro bidimensional en flujo cruzado (la componente normal es dominante) y no estacionario, tipo calle de torbellinos de von Kármán. En la región 2 -la zona intermedia- hay un desprendimiento periódico de torbellinos, pero debido a la influencia de la nariz, estos torbellinos se desarrollan oblicuamente al eje longitudinal. En la región 3, cercana al morro, el flujo es estacionario y asimétrico. Se observó que la región 1 apenas existe para cuerpos de esbeltez pequeña ( $L/D < 16$ ) y la región 3 es dominante tanto para cuerpos de esbeltez pequeña como a bajos o moderados ángulos de ataque.

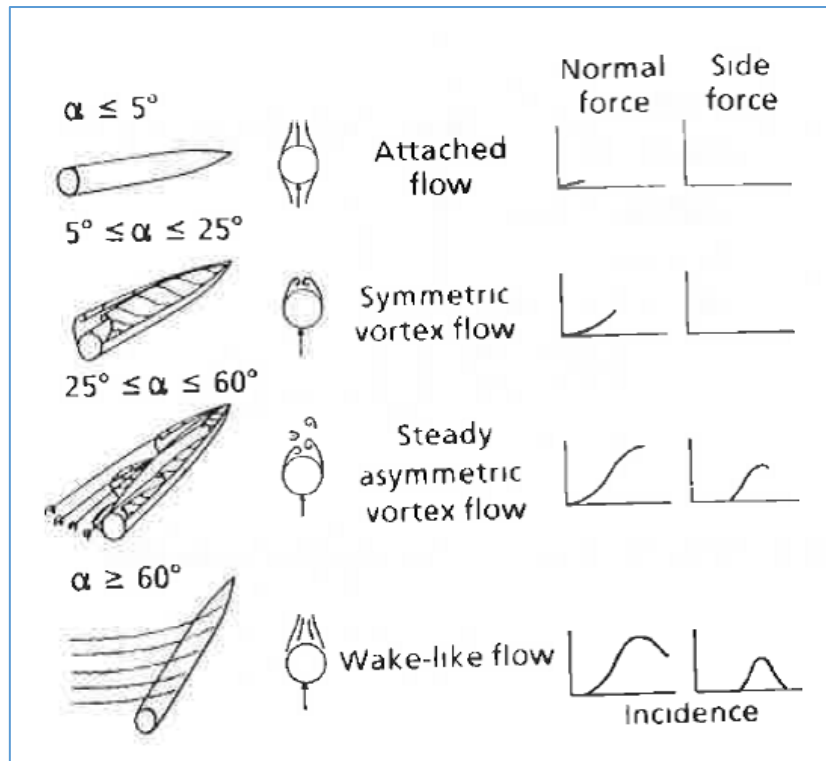


Figura 1. Efecto del ángulo de ataque en el flujo de la zona de sotavento sobre el cuerpo (extraído de la referencia [1])

Esta descripción difiere algo de la referida anteriormente (siguiendo a Champigny, referencia [1]). Identifica al menos dos regiones distintas de flujo (estacionario y no estacionario) para configuraciones de esbeltez moderada a alta. Esto es muy importante para el estudio presente, pues el objetivo se centra en configuraciones de esbeltez moderada y altos ángulos de ataque.

Ramberg (referencia [8]) hizo ensayos para cuerpos de esbeltez  $L/D=20-100$  e identificó dos frecuencias de desprendimiento distintas a altos ángulos de ataque o incidencia ( $\alpha > 60$  grados) midiendo la inclinación de los filamentos de torbellinos respecto a la vertical ( $\alpha = 90$  grados).

Degani *et al.* (referencias [6], [7]) consideran que en la región 1 existe un desprendimiento de torbellinos paralelo al eje longitudinal, y en la región 2, el conjunto de torbellinos desprendidos inclinados compone un sistema de ondas que se propaga aguas arriba relativamente a la superficie del cuerpo. Un miembro de este sistema tiene velocidad de onda nula relativa a la superficie, y se define entonces la región 3, la región asimétrica y estacionaria. Las dos frecuencias de desprendimiento observadas por Ramberg pueden relacionarse con las regiones 1 y 2.

D. H. Bridges (referencia [9]) menciona este trabajo. Para una configuración de ojiva-cilindro de esbeltez  $L/D = 16$  existía poco contenido de energía en el espectro de frecuencias para bajos ángulos de ataque ( $\alpha$  hasta 30 grados). El flujo era básicamente estacionario. Pero a altos ángulos de ataque (hasta  $\alpha = 60$  grados) había un pico a baja frecuencia asociado a la correspondiente

frecuencia adimensional de Strouhal (teniendo como velocidad característica la componente normal). El número de Strouhal se define como  $St = f \left( \frac{D}{U_\infty} \right)$  siendo  $f$  la frecuencia de separación o desprendimiento,  $D$  el diámetro del cuerpo y  $U_\infty$  el módulo de la velocidad incidente. Y existía otro pico a alta frecuencia, resultado del enrollamiento de las capas cortantes separadas. Se detectó un tercer pico a una frecuencia intermedia entre esas dos.

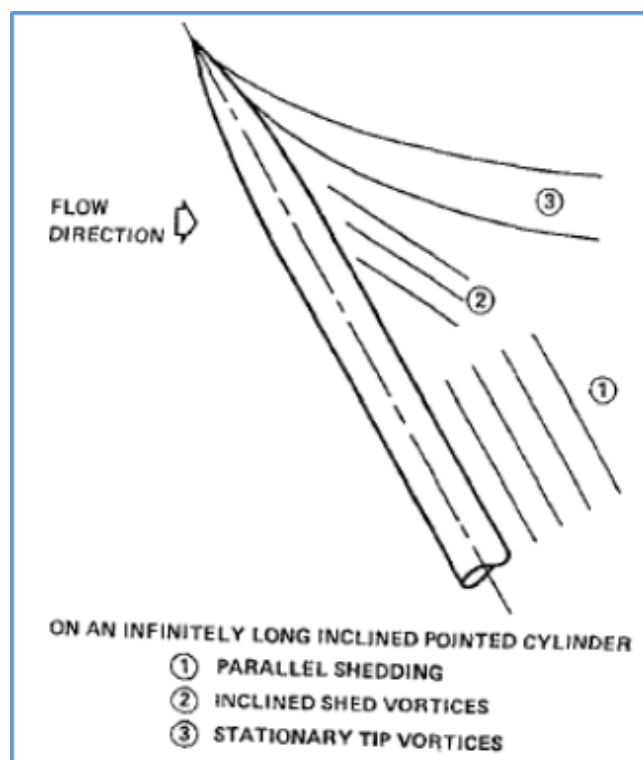


Figura 2. Esquema del flujo en sotavento de un cuerpo de revolución (extraído de las referencias [6], [7], [8] )

Los dos picos de frecuencia pueden estar relacionados con la región 2 dado que con esa esbeltez apenas puede haber región 1.

Es muy importante destacar que los experimentos de Ramberg fueron realizados a bajos números de Reynolds y los estudios y ensayos de Champigny lo fueron para configuraciones a altos números de Reynolds. Pero estos estudios proporcionan una valiosa información acerca de la estructura del flujo y no sólo de las presiones o fuerzas resultantes, como son los obtenidos en el estudio de Champigny (referencias [1], [2]).

Existe otra cualidad del flujo sobre estas configuraciones, que ha exigido numerosos estudios y experimentos e investigación teórica.

Hay un efecto importante del ángulo de orientación o ángulo de azimut ( $\Phi$ ), definido como el ángulo del plano del vector velocidad  $\vec{v}$  con el plano  $x-z$  del sistema cartesiano (medido generalmente desde el eje de simetría en barlovento en sentido contrario a las agujas del reloj) sobre las fuerzas laterales y normales; es decir, un efecto importante del ángulo de orientación sobre las presiones en el cuerpo.

A este efecto se refiere Hunt (referencia [10]) como: “This roll angle variation is one of the most perplexing features of the side force problem“.

Kruse, Keener y Chapman (referencias [4], [5]) hicieron estudios de una configuración ojiva-cilindro en la que cambiando el ángulo de orientación de todo el cuerpo se obtenían cambios importantes en las fuerzas. Cambiando el ángulo de orientación del morro solamente y manteniendo fija la parte cilíndrica, se obtenían cambios grandes también. Y cambiando el ángulo de orientación del cilindro y manteniendo fijo el morro los cambios eran menores, pero aun así importantes.

Champigny y Lamont (referencias [1], [2], [3]) hicieron ensayos del efecto del ángulo de orientación de una configuración ojiva-cilindro de esbeltez  $L/D=15$  tanto para una con rugosidad alta como la misma configuración pulida.

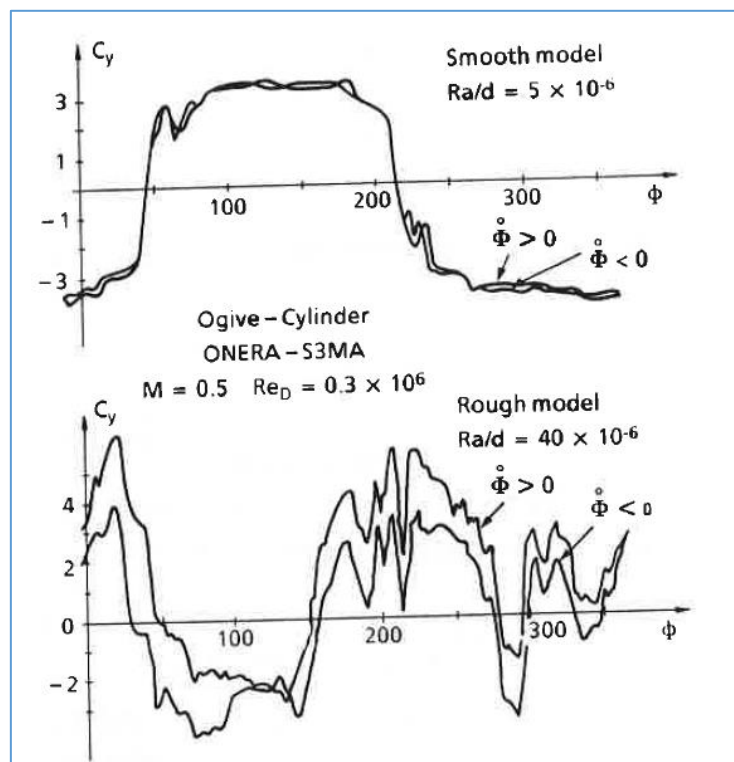


Figura 3. Coeficiente de fuerza lateral sobre una configuración ojiva-cilindro en función del ángulo de orientación (extraído de la referencia [1])

En la Figura 3 se observan los dos resultados, tanto para la configuración rugosa como la pulida. Hay algo muy importante que se observa: en la configuración pulida (con rugosidad  $Ra = 0.1 \mu m$ ) hay un patrón de una solución bi-estable de la fuerza lateral, que oscila entre dos soluciones de similar valor absoluto en una revolución; pero una negativa y otra positiva dependiendo del ángulo de orientación. Esto significa según el autor, que en un modelo casi perfecto, debe existir una irregularidad microscópica que cause el flujo asimétrico en una dirección o la opuesta. En este ensayo se observa un carácter estable del flujo asimétrico en rangos de 180 grados; lo que permite indicar que debe haber una irregularidad microscópica bien en el lado derecho o izquierdo del modelo.

En la configuración rugosa, la solución es sinusoidal con una variación más continua de la fuerza lateral, pero oscilando entre las dos soluciones extremas. El flujo es menos estable y la fuerza lateral varía más aleatoriamente. Debe haber muchas irregularidades que activan la asimetría.

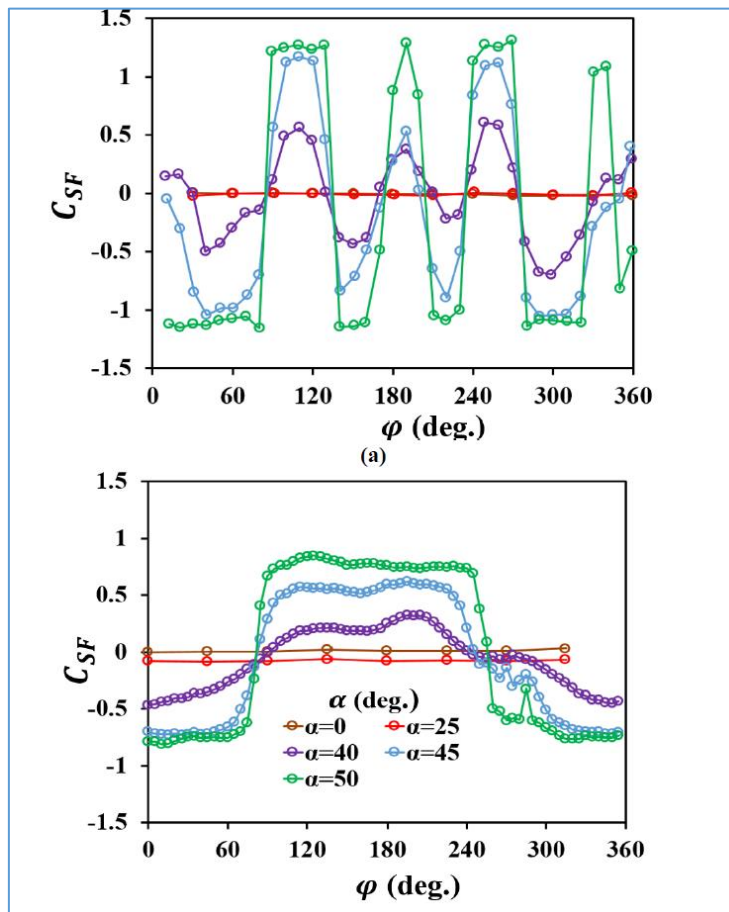


Figura 4. Coeficiente de fuerza lateral sobre una configuración de un cono en función del ángulo de orientación: (a) rugoso y (b) pulido (extraído de la referencia [11])

Estos resultados se ven reforzados por otros ensayos más actuales realizados por Mahadevan *et al.* (referencia [11]) y Kumar *et al.* (referencia [12]).

En los primeros ensayos, se realizaron experimentos para ver el efecto del ángulo de orientación sobre la fuerza lateral en un cono a bajos números de Reynolds.

Se observó a ángulos de ataque altos un comportamiento sinusoidal de la fuerza lateral para la configuración rugosa (ver Figura 4). A valores más altos se tiene un patrón “wave-like”. La rugosidad del modelo era tal que  $Ra > 6 \mu m$ . Para la misma configuración pulida, el patrón de la fuerza lateral con el ángulo de orientación era bi-stable. Oscilaba entre dos soluciones iguales, pero de diferente signo, en rangos de 180 grados; similar al resultado del ensayo mostrado en la Figura 3.

Son ensayos realizados a número de Reynolds  $Re_D = 3 \cdot 10^5$ . Estos números de Reynolds son bajos para un régimen de vuelo típico. En este caso es importante también el Reynolds basado en el espesor de capa límite ( $Re_\delta$ ). La relación de espesor de capa límite y tamaño de la rugosidad es un parámetro a medir. Y que puede dar medida del efecto de las irregularidades en la asimetría del flujo.

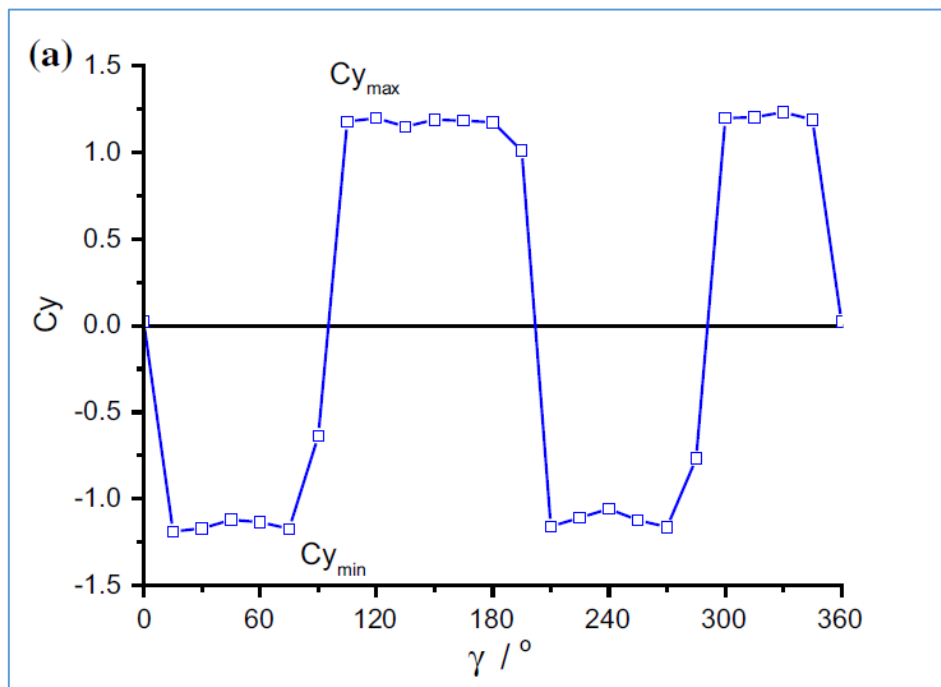


Figura 5. Coeficiente de fuerza lateral sobre una configuración de una ojiva-cilindro de esbeltez  $L/D = 6$  en función del ángulo de orientación a régimen laminar  $Re_D = 1.34 \cdot 10^5$  (extraído de la referencia [13])

En los experimentos de Kumar *et al.* (referencia [12]) sobre una configuración cono-cilindro de esbeltez pequeña ( $L/D = 8$ ) a velocidad  $40 \text{ ms}^{-1}$  y número de Reynolds  $Re_D = 1.3 \cdot 10^5$ , la rotación

del cono manteniendo fija la parte cilíndrica llevaba a variaciones periódicas de la fuerza lateral. Estos resultados sugieren un efecto del cuerpo entero sobre la fuerza lateral.

Es importante señalar otro experimento (referencia [13]) sobre una configuración ojiva-cilindro de esbeltez  $L/D = 6$  a velocidad de  $10 \text{ ms}^{-1}$  y número de Reynolds  $Re_D = 1.34 \cdot 10^5$  y ángulo de ataque 50 grados. En este experimento la fuerza lateral tenía un patrón bi-estable también a ese ángulo de ataque (ver Figura 5), asociado a un cambio alternado de los torbellinos en la punta, dependiendo del ángulo de orientación. Este fenómeno bi-estable es de acuerdo al autor, básicamente un fenómeno promediado en el tiempo. Este patrón bi-estable se puede denominar “bi-estabilidad temporal” por la que dos estados asimétricos estables existen a causa de una inestabilidad global, tal que perturbaciones iniciales del flujo -por ejemplo fluctuaciones turbulentas- pueden provocar el cambio de los torbellinos de una estructura a la otra (referencia [13]).

Se menciona en este trabajo también cómo perturbaciones geométricas en la punta pueden dar lugar a una estructura de torbellinos asimétricos, que se genera por lo que se denomina inestabilidad espacial.

Es evidente que la rugosidad y/o pequeñas irregularidades o excentricidades geométricas tienen un efecto grande en la asimetría del flujo a altos ángulos de ataque.

Esto llevó a investigadores como Bridges (referencia [9]), o Zilliac, Degani y Tobak (referencia [7]) a plantear la existencia de una inestabilidad convectiva del flujo.

Una inestabilidad convectiva quiere decir arrastrada por el flujo. Una perturbación originada por la rugosidad o una fluctuación es arrastrada por la corriente y se amplifica aguas abajo, cambiando la estructura del flujo. No se pueden eliminar todas las fluctuaciones pero sí retrasar su aparición.

Las características de una inestabilidad convectiva de acuerdo a Bridges (referencia [9]) son:

- Una perturbación infinitesimal asimétricamente puesta produce cambios en la fuerza lateral de magnitud finita.
- Un pequeño cambio de la perturbación produce un cambio finito en la componente asimétrica del flujo, a veces cambiando el signo de la fuerza lateral.
- La eliminación de la perturbación elimina el efecto y el flujo vuelve al estado estable original.

Los resultados mostrados antes sobre las diferencias entre los resultados de los modelos rugosos y pulidos de la misma configuración llevan a pensar en la existencia de ese tipo de inestabilidad convectiva. Pero esto no explica la asimetría que se observa en los modelos pulidos, pues existen fuerzas laterales importantes de igual valor absoluto pero diferente signo según el ángulo de



orientación. Siempre hay un nivel de rugosidad y además existen fluctuaciones intrínsecas en el flujo que aparecerán aunque el cuerpo sea perfecto.

Investigadores como Ericsson plantearon que existía una inestabilidad de origen viscoso, que hacía que una separación asimétrica de la capa límite en estribor respecto a babor llevaba a un desarrollo muy diferente de los torbellinos en cada lado y por tanto a fuerzas laterales grandes. Habría una separación laminar en un lado y una turbulenta o transicional en el otro. Pero esto está desmentido por los ensayos de Champigny (referencias [1], [2]) en los que se midió el efecto del número de Reynolds en la fuerza lateral para una configuración ojiva-cilindro. Es en el número de Reynolds crítico donde la fuerza lateral alcanzaba el valor mínimo. A valores bajos del número de Reynolds se tenían valores altos de la fuerza lateral, llegando al máximo justo antes del número de Reynolds crítico. Y a valores altos, en régimen turbulento, se tenían valores significativos de fuerza lateral aunque menores que en régimen laminar (ver Figura 6).

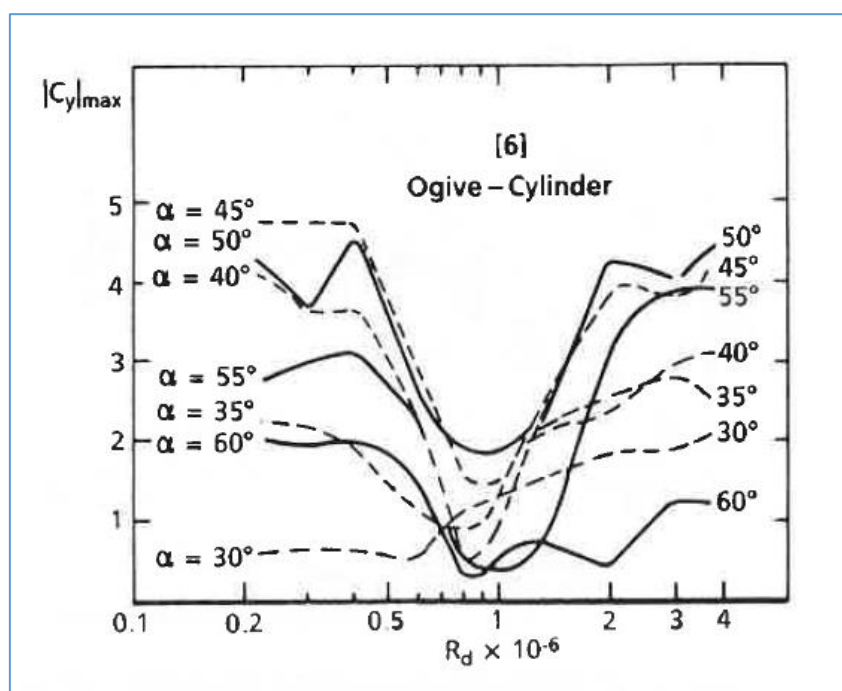


Figura 6. Coeficiente de fuerza lateral sobre una configuración ojiva-cilindro en función del número de Reynolds (extraído de la referencia [1])

Es por ello que Champigny plantea que existe un mecanismo no viscoso de inestabilidad, ya avanzado antes al definirse como inestabilidad temporal (referencia [13]). El flujo no es estable y cualquier perturbación puede llevarlo a uno o a otro de los dos estados asimétricos (antisimétricos entre sí).

Por otro lado, en diferentes ensayos en túnel se obtenían valores positivos o negativos de la fuerza lateral en función de la turbulencia del flujo.

Las dos configuraciones antisimétricas entre sí, que dan lugar a fuerza lateral positiva o negativa, son idénticas y equiprobables. El que se desarrolle finalmente una u otra depende de la perturbación inicial, que puede cambiar por la rugosidad, la turbulencia del flujo externo o pequeños factores de diseño.

Esto llevó a investigadores como Keener *et al.* (referencias [4], [5]) a proponer la existencia de un mecanismo de inestabilidad global en el origen de la asimetría. Esta idea estaba reforzada por estudios en alas delta delgadas. La asimetría del flujo es debida a una inestabilidad hidrodinámica (no viscosa) que comienza en la punta del cuerpo cuando dos torbellinos están “muy juntos” tal que uno se separa y el otro se mueve debajo de éste. Una pequeña irregularidad geométrica, turbulencia de la corriente libre, etc. son suficientes para activar esta inestabilidad global, que a diferencia de la convectiva mantiene su efecto una vez generada.

El origen de la inestabilidad global está en la punta y en las condiciones de la corriente libre básicamente.

El resumen de todo lo anterior lleva a la idea de que existen dos mecanismos simultáneos que actúan para producir la asimetría del flujo a altos ángulos de ataque:

- I. Inestabilidad hidrodinámica (no viscosa) global
- II. Inestabilidad convectiva

Pero es importante señalar que, de acuerdo a Bao-Feng Ma *et al.* (referencia [13]) es más preciso hablar de “inestabilidad temporal” o “inestabilidad espacial” relacionadas con la hidrodinámica y convectiva, respectivamente. Bao Feng-Ma describe cómo las irregularidades de la punta –siendo imposible mecanizar un modelo perfectamente axisimétrico en la punta- pueden provocar esta inestabilidad espacial, que provoca incluso pobre repetitividad en los experimentos; pero a partir de un ángulo de ataque determinado, puede existir un patrón de flujo asimétrico con oscilaciones debidas a una inestabilidad global, o temporal (referencia [13]).

Con respecto al primer tipo de inestabilidad, se observan dos estados causados por una perturbación inicial -por ejemplo, fluctuaciones de turbulencia- que puede llevar a un cambio de los torbellinos entre los dos estados. Respecto al segundo tipo de inestabilidad, la presencia de una perturbación geométrica fija hace que en general no ocurra un cambio entre una solución u otra. Es decir, se cumple una de las características de la denominada inestabilidad convectiva por otros autores: la presencia continua de la perturbación produce un cambio finito en el flujo.

Un mecanismo que refuerza esta idea de la punta como origen de inestabilidad está relacionada con el gran efecto del ángulo de la nariz en la aparición de flujo asimétrico. Bridges y Hunt (referencias [9], [10]) mencionan que existe una regla empírica que da una relación entre el ángulo

de comienzo de la asimetría con el ángulo de la nariz del cuerpo. Esta ley es tal que:  $\alpha_{onset} = 2 \cdot \delta_N$  ( $\delta_N$  es el semi-ángulo de la nariz). Esta correlación fue observada por Keener y Chapman para cuerpos cortos (esbeltez pequeña), con partes traseras pequeñas.

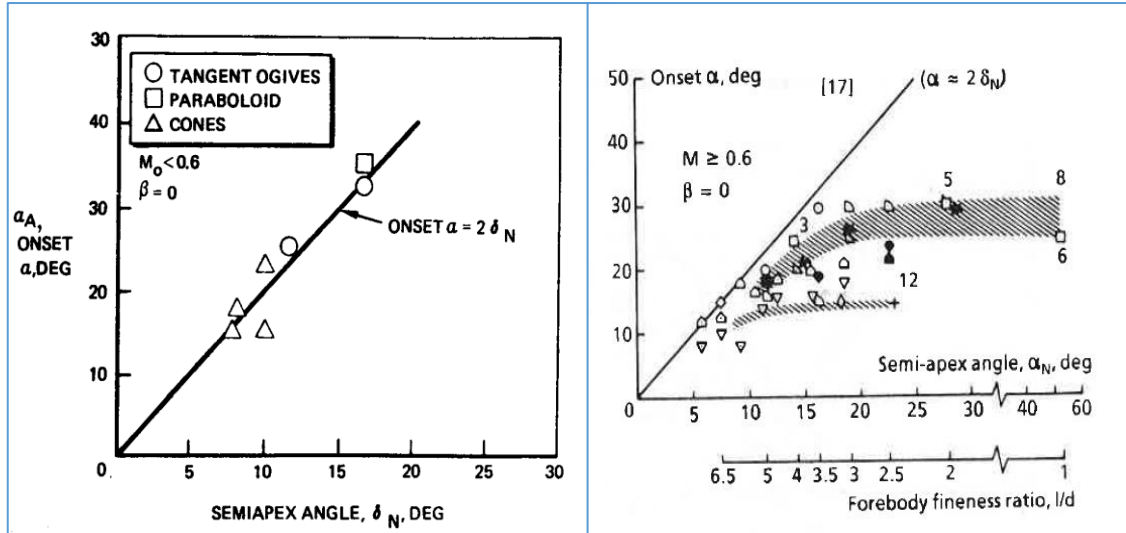


Figura 7. Ángulo de ataque de comienzo del flujo asimétrico: a) diferentes cuerpos puntiagudos. b) ojivas puntiagudas y cuerpos traseros cilíndricos (extraídos de las referencias [9] y [1] respectivamente).

En la Figura 7 se observa esta ley. Para cuerpos de esbeltez pequeña se cumple bien, mientras que en el caso de la configuración con ojiva puntiaguda depende de la esbeltez. A medida que ésta aumenta, la ley deja de ser válida y la inestabilidad y asimetría del flujo ocurren a un ángulo inferior. Ello se debe en parte a los efectos explicados antes relativos a los experimentos de Ramberg (referencia [8]) y la aparición de flujo no estacionario en la mayor parte del cuerpo.

En una configuración que use una ojiva en lugar de cono sobre el cuerpo cilíndrico de igual alargamiento, este ángulo es el doble. Por lo que son más estables.

Se ha comprobado en ensayos (referencias [1], [9], [10]) que el redondeo de la punta retrasa la aparición del flujo asimétrico, estando esto de acuerdo con la idea de la inestabilidad global apuntada por Keener y Chapman (referencia [5]) o Bridges (referencia [9]). El redondeo aumenta el ángulo efectivo de la punta.

Finalmente, existe un parámetro muy importante en la aparición de flujo asimétrico a altos ángulos de ataque: el número de Mach ( $Ma$ ). Este está definido como la relación de la velocidad

con la velocidad del sonido:  $Ma = \left( \frac{U_\infty}{a} \right)$  siendo  $a = \sqrt{\gamma \frac{p_\infty}{\rho_\infty}}$ .

En la Figura 8 se muestra la fuerza lateral de una configuración ojiva-cilindro en función del ángulo de ataque y a diferentes números de Mach, de acuerdo a la referencia [1]. La fuerza es máxima a número de Mach  $Ma = 0.5$ . A número de Mach  $Ma = 0.8$  se reduce mucho –incluso a altos ángulos de ataque– y desaparece prácticamente a número de Mach  $Ma = 1.15$ .

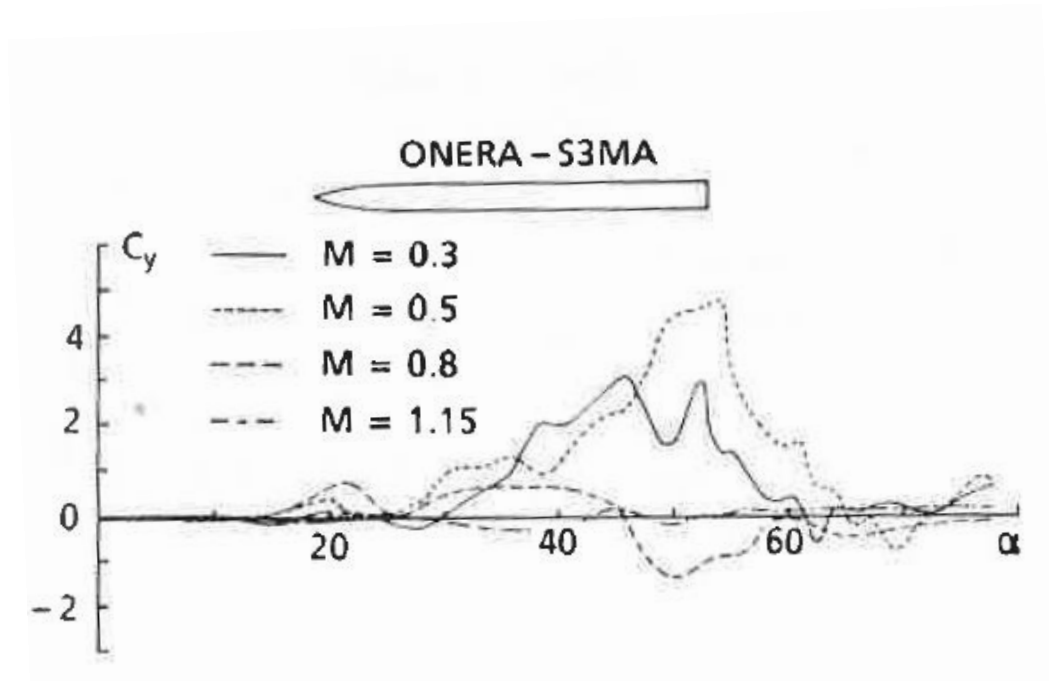


Figura 8. Fuerza lateral en función del ángulo de ataque a diferentes números de Mach para una configuración ojiva-cilindro (extraído de la referencia [1])

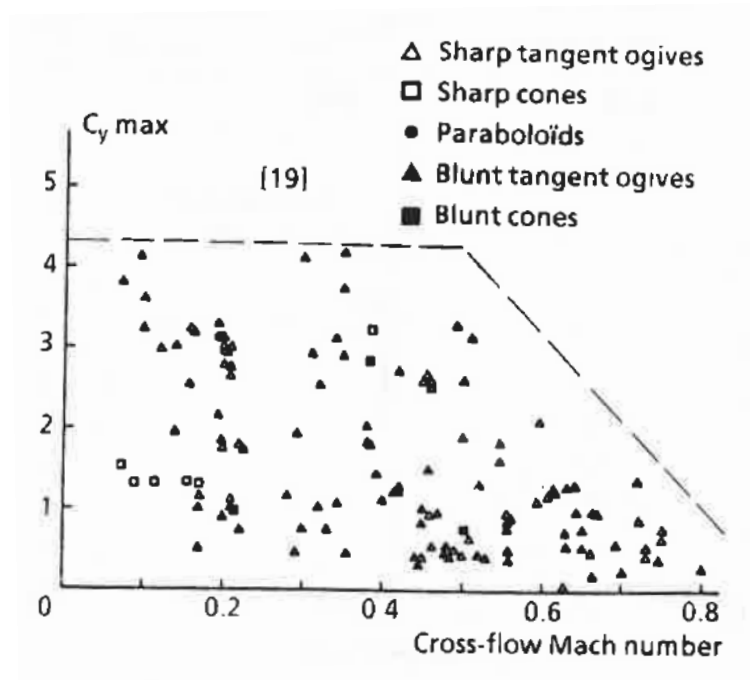


Figura 9. Fuerza lateral en función del número de Mach ( $Ma$ ) para diferentes cuerpos axisimétricos (extraído de la referencia [1])

En la Figura 9 se muestra la fuerza lateral de varias configuraciones en función del número de Mach del flujo cruzado ( $M_\infty \cdot \sin \alpha$ ). Por encima de 0.5 para este valor, se reduce la fuerza lateral y a valores mayores que 0.8 la fuerza lateral desaparece.

El fenómeno de flujo asimétrico a altos ángulos de ataque es básicamente un fenómeno subsónico o transónico. La aparición de ondas de choque produce que el flujo permanezca simétrico incluso a altos ángulos de ataque.

En resumen, el flujo sobre una configuración axisimétrica a régimen subsónico y altos ángulos de ataque es muy complejo y muchos parámetros tales como el número de Mach, el número de Reynolds, la geometría de la punta, irregularidades geométricas en el cuerpo, la esbeltez, etc., determinan el flujo resultante.

*El régimen subsónico y altos ángulos de ataque sobre una configuración axisimétrica es el objeto principal de estudio de esta tesis, dado que a esa condición suele darse el flujo asimétrico y existen grandes zonas de flujo separado y además es no estacionario, lo que lleva a una gran complejidad a la hora de abordar la simulación.*

La modelización de este problema es mucho más compleja de lo que la simplicidad de la geometría original aparentemente indica.

La modelización implica generar una malla de cálculo; cuya definición, densidad, e irregularidades son vitales para la solución. Pero, además, los modelos de turbulencia -basados algunos en hipótesis de isotropía- juegan un papel fundamental en poder simular adecuadamente este flujo. Las condiciones iniciales o de contorno también tienen un papel importante en esta modelización. Incluso el esquema numérico puede tener influencia, dado que algunos esquemas introducen una determinada dirección privilegiada de cálculo que implica el arrastre y amplificación de errores. Y puede ser importante también el efecto de la disipación numérica.

La simulación numérica de este tipo de flujos aún se encuentra en una fase no madura y requiere de multitud de cálculos de muchas configuraciones a diferentes regímenes y condiciones de vuelo para poder tener confianza en los modelos teóricos.

En esta tesis intentamos apuntar algunos de los problemas con los que nos hemos topado, a veces de forma accidental, que pueden dar alguna información para futuros análisis numéricos del flujo entorno a este tipo de cuerpos.



## 2. Configuración ojiva-cilindro en régimen subsónico

Los estudios teóricos con simulación CFD de esta tesis se han centrado en el régimen subsónico. Para tener confianza en poder estudiar la estructura del flujo, se ha usado una configuración de referencia. La configuración objeto de estudio de esta tesis es una configuración ojiva-cilindro de la que se tiene abundante información experimental obtenida en campañas de ensayos en túnel.

Estos ensayos se hicieron en el marco de un grupo de investigación del organismo GARTEUR ‘Group for Aeronautical Research and Technology in Europe’ (*GARTEUR AG04 Group*), que realizó numerosos ensayos de esta configuración en diferentes túneles de viento y a diferentes números de Reynolds y velocidades (referencia [14]).

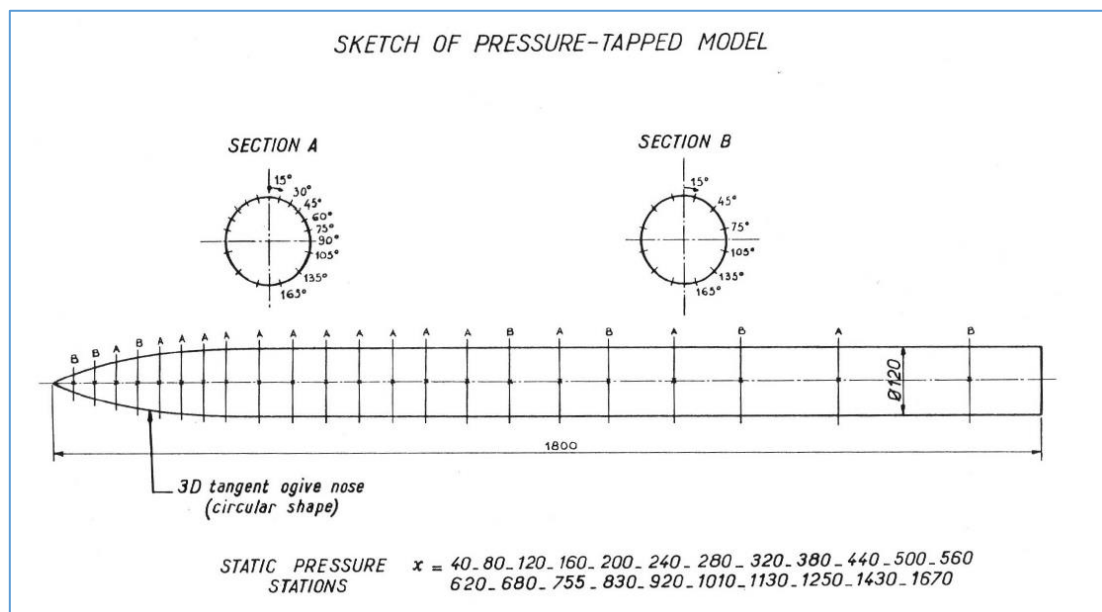


Figura 10. Esquema de la configuración de referencia ojiva-misil con las tomas de presión en diferentes estaciones longitudinales (extraído de la referencia [15])

Esta configuración es un cuerpo cilíndrico de 120 mm de diámetro (D) con una ojiva en la nariz de longitud 3D, tangente al cuerpo cilíndrico (el radio del perfil circular es  $R=1110$  mm). La longitud total es 1800 mm, esto es,  $15 \cdot D$ . Luego la esbeltez del cuerpo es  $L/D = 15$ , una esbeltez moderada-alta para este tipo de configuraciones.

Se realizaron experimentos en el túnel presurizado ONERA F1 localizado en Le Fauga-Mazac (Francia) durante los años 1982-83. Estos experimentos se hicieron a número de Mach 0.2, número de Reynolds  $2 \cdot 10^6$  y a varios ángulos de ataque o incidencia. A la condición de ángulo de ataque 45.43 grados se disponía además de datos de presiones en diferentes estaciones

longitudinales. A otros ángulos de ataque (20, 30, 40 y 50) se disponía como información experimental las fuerzas locales y globales y también visualización.

Además de tener información experimental, se dispone de información teórica obtenida en un estudio realizado dentro de otro grupo *GARTEUR* -denominado *GARTEUR AG42 Group*- y liderado por Prananta (referencia [15]). Este grupo realizó cálculos CFD con diferentes mallas de cálculo y diferentes modelos de turbulencia, lo cual es muy valioso para validar nuestros modelos teóricos.

En la *Figura 10* se muestra un esquema de la configuración y la localización de tomas de presión. Las fuerzas globales se obtenían mediante una balanza de seis componentes. Pero también se hizo integración de las presiones para comprobar esos valores. Desafortunadamente, no se dispone de toda la información de presiones medidas, salvo en varias secciones; no obstante, esta información de presiones nos ha ayudado a validar nuestros cálculos y ha sido de gran utilidad en este estudio.

En la *Figura 11* se muestra una vista del modelo en el túnel de viento de Le Fauga-Mazac de ONERA (Office National d'Etudes et de Recherches Aéropatiales).

El régimen de vuelo de nuestros cálculos para esta configuración es:

- número de Mach ( $Ma$ ) = 0.2
- número de Reynolds ( $Re$ ) =  $2 \cdot 10^6$ .
- Temperatura del aire ( $T_\infty$ ) = 288 ° K

Hemos utilizado en nuestros cálculos una ojiva de diámetro  $D = 1$  m (1000 mm), y por tanto las presiones y densidades de la corriente libre se han ajustado convenientemente para tener ese número de Reynolds.

Para una correcta comparación con los datos experimentales, las semejanzas geométricas, cinemática y dinámica deben cumplirse.

El número de Reynolds nos da semejanza dinámica y los números de Mach y Strouhal proporcionan semejanza cinemática. Más adelante se muestran los valores experimental y teórico del número de Strouhal a la condición de referencia.

En cuanto a la semejanza geométrica, hay incertidumbre en la rugosidad relativa ( $Ra/D$ ) dado que se ensayaron dos modelos, uno rugoso y otro pulido (ver referencia [15]) y se han usado dos mallas de cálculo distintas. El efecto tan importante de la rugosidad relativa se explicará a lo largo de este trabajo.



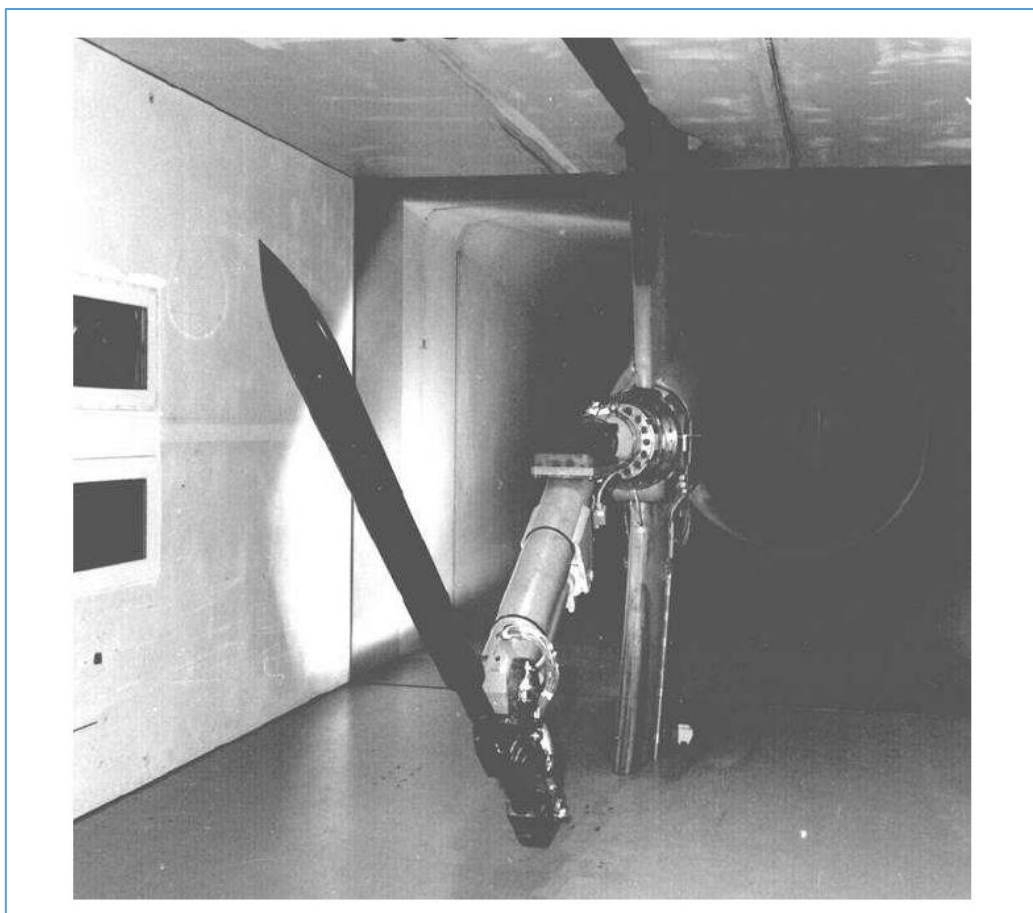


Figura 11. Vista de la configuración de referencia ojiva-misil a alto ángulo de ataque en el túnel de viento ONERA F1 (extraído de la referencia [15])

Existen otros efectos en los ensayos que no pueden ser reproducidos completamente en los cálculos como los efectos de las paredes de los túneles –si bien se aplican correcciones- o de deformación elástica del modelo, etc.

Se realizaron estudios a la condición de referencia de ángulo de ataque 45 grados, y también se estudió el efecto de la variación de éste. Para estudios del efecto de la esbeltez se ha usado esta configuración de referencia y otras configuraciones similares en las que la ojiva no se ha modificado pero cambia la longitud del cuerpo cilíndrico. Asimismo, se ha estudiado el efecto en las fuerzas de un giro en balance a varias velocidades angulares en la condición de ángulo de ataque de referencia.



## **Parte II: Fundamentos teóricos**



# 1. Ecuaciones de Navier-Stokes

Esta parte II expone los fundamentos teóricos de los métodos numéricos aplicados en los cálculos desarrollados en la Tesis. Es una parte aislada de la Tesis y no es necesaria su lectura para valorar los principales resultados y conclusiones de la tesis. Para los fundamentos teóricos seguimos a las referencias [16], [17], [18], [19], [20].

## I. Ecuaciones generales

Las ecuaciones que gobiernan el movimiento de los fluidos están basadas en los principios de conservación de la masa, ecuación de cantidad de movimiento (o ecuaciones de Navier-Stokes) y conservación de la energía.

Estas ecuaciones, en un sistema de referencia inercial, y expresadas en forma integral para un dominio  $\Omega$  en movimiento y frontera  $\Sigma$  y en ausencia de fuerzas de volumen (gravedad, eléctricas, magnéticas, etc.) son:

1. Conservación de la masa:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \cdot d\Omega + \int_{\Sigma} \rho \cdot (\vec{v} - \vec{v}_{\Sigma}) \cdot d\vec{\sigma} = 0 \quad (II-1)$$

2. Conservación de cantidad de movimiento

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \cdot \vec{v} \cdot d\Omega + \int_{\Sigma} \rho \cdot \vec{v} \cdot ((\vec{v} - \vec{v}_{\Sigma}) \cdot d\vec{\sigma}) + \int_{\Sigma} p \cdot \vec{I} \cdot d\vec{\sigma} - \int_{\Sigma} \vec{\tau} \cdot d\vec{\sigma} = 0 \quad (II-2)$$

3. Conservación de la energía

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \cdot E \cdot d\Omega + \int_{\Sigma} \rho \cdot E \cdot (\vec{v} - \vec{v}_{\Sigma}) \cdot d\vec{\sigma} + \int_{\Sigma} (p \cdot \vec{I} \cdot \vec{v}) \cdot d\vec{\sigma} - \int_{\Sigma} (\vec{\tau} \cdot \vec{v}) \cdot d\vec{\sigma} + \int_{\Sigma} \vec{q} \cdot d\vec{\sigma} = 0 \quad (II-3)$$

$\rho$  es la densidad del fluido,  $\vec{v}$  es la velocidad del fluido,  $\vec{v}_{\Sigma}$  es la velocidad del contorno del volumen de control,  $p$  es la presión,  $\vec{I}$  es el tensor unidad,  $\vec{\tau}$  es el tensor de esfuerzos viscosos

cortantes,  $E = e + \frac{v^2}{2}$  es la energía total por unidad de masa (siendo  $e$  la energía interna),  $\vec{q}$  es el

flujo de calor por unidad de área.  $d\vec{\sigma} = \vec{n} \cdot d\sigma$  con  $\vec{n}$  siendo el vector normal a las caras del volumen de control en sentido hacia fuera del volumen.

En muchos casos, es necesario plantear las ecuaciones con volúmenes de control con velocidad no nula respecto al sistema de referencia inercial.

En determinados casos, es mejor plantear las ecuaciones en un sistema de referencia no inercial. Un caso típico, que se ha tenido que aplicar para algunos de los casos aquí mostrados, es para un sistema con velocidad de rotación constante. En ese caso, la velocidad absoluta se define como:  $\vec{v} = \vec{u} + \vec{\omega} \times \vec{r}$ . La velocidad  $\vec{u}$  es la velocidad relativa y  $\vec{\omega}$  define la rotación del sistema de referencia respecto al sistema de referencia inercial. Al ser un sistema con velocidad de rotación constante, su derivada es nula, eso es  $\dot{\omega} = \frac{d\omega}{dt} = 0$ .

En ese caso, la ecuación de la cantidad de movimiento añadiría dos términos adicionales, quedando de la forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \cdot \vec{u} \cdot d\Omega + \int_{\Sigma} \rho \vec{u} \cdot ((\vec{u} - \vec{u}_{\Sigma}) \cdot d\vec{\sigma}) + \int_{\Sigma} p \cdot \vec{l} \cdot d\vec{\sigma} - \int_{\Sigma} \vec{\tau} \cdot d\vec{\sigma} + \int_{\Omega} \rho \cdot (2\vec{\omega} \times \vec{u}) \cdot d\Omega + \int_{\Omega} \rho \cdot (\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{u})) \cdot d\Omega = 0 \quad (II-4)$$

Se han estudiado casos con velocidad de giro constante sobre el eje principal de rotación (eje  $x$ ) del cuerpo, para los que se ha utilizado un sistema de referencia no inercial como el definido arriba.

Las ecuaciones anteriores son válidas para medios continuos y en el caso del aire -que es el fluido que nos ocupa- se harán consideraciones adicionales como son las de fluido newtoniano y gas perfecto. Y se aplican a regímenes de velocidad tanto subsónico como supersónico.

Estas ecuaciones, expresadas en un sistema de referencia inercial y cartesiano en forma vectorial quedan como sigue:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \vec{U} \cdot d\Omega + \int_{\Sigma} \vec{F}_c \cdot d\vec{\sigma} - \int_{\Sigma} \vec{F}_v \cdot d\vec{\sigma} = 0 \quad (II-5)$$

Siendo  $\vec{U}$  el vector de variables conservativas,  $\vec{F}_c \equiv (\vec{f}, \vec{g}, \vec{h})$  el tensor de flujos convectivos y  $\vec{F}_v \equiv (\vec{f}_v, \vec{g}_v, \vec{h}_v)$  el tensor de flujos viscosos.

$$\vec{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho E \end{pmatrix} \quad \vec{\bar{F}}_c = \begin{pmatrix} \rho(u-u_\Sigma) & \rho(v-v_\Sigma) & \rho(w-w_\Sigma) \\ \rho u(u-u_\Sigma) + p & \rho u(v-v_\Sigma) & \rho u(w-w_\Sigma) \\ \rho v(u-u_\Sigma) & \rho v(v-v_\Sigma) + p & \rho v(w-w_\Sigma) \\ \rho w(u-u_\Sigma) & \rho w(v-v_\Sigma) & \rho w(w-w_\Sigma) + p \\ \rho uH - \rho u_\Sigma E & \rho vH - \rho v_\Sigma E & \rho wH - \rho w_\Sigma E \end{pmatrix} \quad \vec{\bar{F}}_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \vec{\bar{T}} \\ \vec{\bar{T}} \cdot \vec{v} - \vec{Q} \end{pmatrix}$$

$u, v, w$  son las componentes cartesianas del vector velocidad,  $u_\Sigma, v_\Sigma, w_\Sigma$  son las componentes cartesianas del vector velocidad del volumen de control,  $\rho$  es la densidad del fluido,  $p$  es la presión,  $E = e + \frac{v^2}{2}$  es la energía total por unidad de masa (siendo  $e$  la energía interna) y

$H = E + \frac{p}{\rho}$  es la entalpía total por unidad de masa.

Al ser el aire un gas perfecto, se cumple la relación:

$$p = \rho RT \quad (II-6)$$

siendo  $T$  la temperatura y  $R = 287 \left( \frac{J}{Kg \cdot K} \right)$  es la constante del aire.

Se cumple la relación termodinámica:

$$\bar{p} = (\gamma - 1) \rho \left( E - \frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2) \right) \quad (II-7)$$

y para el aire  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$  es la relación de calores específicos. Para los casos que nos ocupan se considera constante y de valor 1.4.

El tensor laminar de esfuerzos para un fluido newtoniano es:

$$\vec{\bar{T}} = \begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \nabla \vec{v} & \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \lambda \nabla \vec{v} & \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) & \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) & 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} + \lambda \nabla \vec{v} \end{pmatrix} \quad (II-8)$$

Con la hipótesis de Stokes, el segundo coeficiente de viscosidad es:  $\lambda = -\frac{2}{3} \mu$ .

El coeficiente de viscosidad laminar sigue la ley de Sutherland, que especifica que éste es una función de la temperatura. Para el aire, la ley de Sutherland indica:

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\frac{T_0 + S}{T + S}\right) \quad (II-9)$$

siendo  $T_0$  una temperatura de referencia (273 °K), y  $S$  es la constante de Sutherland que vale 111 °K para el aire. Y  $\mu_0 = 1.716 \cdot 10^{-5} \frac{N \cdot s}{m^2}$ .

El flujo total de calor sigue la ley de Fourier, tal que:

$$\vec{q} = -k \cdot \nabla T \quad (II-10)$$

$k$  es el coeficiente de conductividad térmica, que está relacionado con el coeficiente de viscosidad

de la forma  $\frac{k}{C_p} = \frac{\mu}{Pr}$  siendo  $Pr$  el número de Prandtl que también se asume constante para el aire

y de valor 0.72.

## II. El problema de la turbulencia

Un flujo ordenado, suave, laminar, solamente ocurre para determinadas condiciones y valores limitados de algunos parámetros importantes, como es el número de Reynolds. En general, el flujo laminar es inestable y evoluciona a un movimiento desordenado con fluctuaciones, denominado régimen turbulento.

El flujo turbulento se caracteriza por:

- Amplias fluctuaciones de velocidad, presión y temperatura.
- Torbellinos o paquetes fluidos ('eddies' en rotación, con vorticidad) de diferentes tamaños. En flujos cercanos a la pared (caso de los cuerpos en movimiento en el aire que se estudia en Aeronáutica) el problema de estos torbellinos es que tienen escalas muy diferentes, que van desde tamaños del orden del espesor de la capa límite ( $\delta$ )

hasta la denominada escala de Kolmogorov, definida como:  $\eta = \left(\frac{\nu^3 \cdot \delta}{U^3}\right)^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{4}}$

donde  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$  es la viscosidad cinemática y  $\varepsilon = \frac{U^3}{\delta}$  es el grado de reducción de la



energía cinética turbulenta por unidad de masa. Esta escala define la longitud a la que la energía cinética turbulenta se disipa en calor.

- c) Movimiento auto-sostenido. Una vez activado, los torbellinos que se disipan son sustituidos por otros. Esto es particularmente cierto en los flujos de pared.
- d) Variaciones aleatorias de las propiedades fluidas. Cada propiedad tiene un espectro continuo de energía específico que cae a cero a números de onda altos (torbellinos de tamaño pequeño).
- e) La mezcla es mucho mayor que en flujo laminar. Hay una rápida difusión de masa, cantidad de movimiento y energía por la acción de los torbellinos turbulentos. La transferencia de calor aumenta mucho en relación al flujo laminar.

El problema de la simulación cuando se tiene flujo turbulento es que existen multitud de escalas involucradas, hasta la escala de Kolmogorov, y eso hace que realizar la discretización requerida exige unos tamaños de mallas de cálculo inmensos, que no es posible abordar en cuerpos de tamaño real y para regímenes de velocidad alto o números de Reynolds muy altos.

La solución para esto se ha resuelto a través de dos vías:

- i. Promediado en el tiempo: ‘Reynolds Averaging’
- ii. Filtrado espacial: ‘Large Eddy Simulation’

Con relación al primer método (Reynolds Averaged Navier-Stokes o RANS), se realiza una descomposición de las variables fluidas instantáneas en dos partes:  $u_i = \bar{u}_i + u_i'$ . La primera componente es el valor promediado en el tiempo y la segunda la fluctuación. El valor medio es:

$$\bar{u}_i = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u_i \cdot dt . \text{ Siendo } T \text{ un intervalo de tiempo mayor que un intervalo de tiempo}$$

significativo. Son los valores promediados los que se resuelven y las fluctuaciones deben ser modelizadas.

En el segundo caso (Large Eddy Simulation o LES), se realiza un filtrado espacial, que elimina las fluctuaciones de longitud de onda menor que el espaciado de malla.

En este caso:  $\bar{u}_i(x) = \int_{\Omega} u_i(y,t) \cdot G_{\Delta x}(\vec{x} - \vec{y}) \cdot dy$  en los que la función de convolución es:

$$G_{\Delta x} = \begin{cases} \frac{1}{\Omega} & y \in \Omega \\ 0 & \text{resto} \end{cases} . \text{ Las fluctuaciones son de escalas menores que el tamaño de malla. Estas}$$

fluctuaciones deben ser modelizadas también.

En ambos casos, las ecuaciones de Navier-Stokes se modifican tal que los términos adicionales que aparecen en las ecuaciones se modelizan y se resuelven los valores promediados.

Existen muchas formas de modelizar los términos adicionales debidos a las fluctuaciones, tanto para los métodos RANS como LES. Y la mayor capacidad de uno u otro método en la simulación de determinados flujos ha hecho aparecer en las últimas décadas métodos híbridos -algunos en desarrollo aún- en los que se resuelve partes del dominio con una aproximación u otra. Este es el caso de ‘Detached Eddy Simulation’ (DES) y sus variantes o ‘Wall-Modeled LES’ (WMLES). Numéricamente, estos métodos tienen grandes dificultades de implementación aún. Y desde el punto de vista ingenieril, para estudiar flujos de pared a altos números de Reynolds, LES y sus variantes aún están muy lejos de poder ser utilizados de forma práctica.

Para ilustrar esto, exponemos una tabla (ver Tabla 1) extraída de la referencia [21] que define bien el coste computacional de RANS y LES para un problema en relación a una pala de turbina a número de Reynolds de  $10^5$ .

	Número de celdas	Número de pasos tiempo	Número de bucles interiores por paso de tiempo	Esfuerzo en relación a RANS
RANS	$\sim 10^6$	$\sim 10^2-10^3$	1	1
LES	$\sim 10^8-10^9$	$\sim 10^5$	1-10	$\sim 10^5-10^6$

Tabla 1. Estimación de recursos de CPU para un problema de pala de turbina usando métodos RANS y LES. (Extraída de la referencia [21]).

Para capas límites, LES exige muy alta resolución (aumenta el espaciado de malla) pues la solución es dependiente del número de Reynolds. Y se necesita hacer el cálculo en tiempos más largos para tener estadísticas estables de las magnitudes (referencia [22]).

Los problemas a los que nos enfrentamos en nuestras simulaciones son a flujo turbulento básicamente, para configuraciones aeronáuticas –aeronaves o misiles- a números de Reynolds altos (por encima de  $10^6$ ). Por tanto, y dados los limitados recursos computacionales disponibles, se ha abordado la simulación exclusivamente con métodos RANS. La utilización de métodos LES queda fuera del ámbito de este estudio. Existen diferentes modelos de turbulencia y en función de las características de la configuración y régimen de vuelo se puede usar uno o varios de ellos tal que se obtengan resultados con un grado de precisión aceptable.

### III. Ecuaciones de Navier-Stokes promediadas (RANS)

Las variables conservativas, así como la presión o temperatura pueden describirse de la forma siguiente para flujos turbulentos estacionarios:

$$f_i = \bar{f}_i + f'_i \text{ en las que } \bar{f}_i = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f_i \cdot dt. \text{ El periodo } T \text{ puede variar en función del problema,}$$

y debe ser grande comparado con los periodos relevantes de las fluctuaciones.

Pero, para flujos no estacionarios es mejor usar:

$$\bar{f}(x,t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N f_n. \text{ El efecto de este promediado es eliminar las fluctuaciones de alta}$$

frecuencia.

Las condiciones de Reynolds se satisfacen para estos promediados y son las siguientes:

$$\overline{f'} = 0 \quad \overline{\bar{f}} = \bar{f} \quad \overline{f \cdot \bar{g}} = \bar{f} \cdot \bar{g} \quad \overline{f' \cdot \bar{g}} = 0 \quad \overline{f + g} = \bar{f} + \bar{g} \quad \frac{\partial \bar{f}}{\partial s} = \frac{\partial \bar{f}}{\partial s} \quad \overline{f \cdot g} = \bar{f} \cdot \bar{g} + \overline{f' \cdot g'}$$

Aplicar esto a las ecuaciones de Navier-Stokes lleva a unas ecuaciones con muchos términos adicionales.

Una manera más compacta de abordar el problema para flujos compresibles es aplicar el promediado de Favre (promediado con peso de la densidad) que se define de la manera siguiente:

$$\tilde{f}(x,t) = \frac{1}{\bar{\rho}} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (\rho \cdot f_n) = \frac{\overline{\rho \cdot f}}{\bar{\rho}}. \text{ Usando esta media, la variable instantánea se define}$$

como:  $f_i = \tilde{f}_i + f_i''$ . En la que  $f_i''$  es la fluctuación de Favre. Se cumple lo siguiente:

$$\tilde{\bar{f}} = \tilde{f} \quad \overline{\rho \cdot f''} = 0 \quad \bar{f}'' = -\frac{\overline{\rho' \cdot f'}}{\bar{\rho}} \quad \overline{\rho \cdot f \cdot g} = \bar{\rho} \cdot \tilde{f} \cdot \tilde{g} + \overline{\rho \cdot f'' \cdot g''}. \text{ Es muy importante}$$

señalar que  $\bar{f}'' \neq 0$  mientras que  $\overline{\rho \cdot f''} = 0$ .

Las medias y fluctuaciones de Favre y las convencionales están relacionadas por:

$$\tilde{f} = \bar{f} + \frac{\overline{\rho' \cdot f'}}{\bar{\rho}} \quad f'' = f' - \frac{\overline{\rho' \cdot f'}}{\bar{\rho}}$$

Aplicando este esquema a las ecuaciones de Navier-Stokes éstas quedan de la siguiente manera:

1. Conservación de la masa:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \bar{\rho} \cdot d\Omega + \int_{\Sigma} \bar{\rho} \cdot (\vec{v} - \vec{v}_{\Sigma}) \cdot d\vec{\sigma} = 0 \quad (II-11)$$

Conservación de cantidad de movimiento

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \bar{\rho} \cdot \vec{v} \cdot d\Omega + \int_{\Sigma} \bar{\rho} \cdot \vec{v} \cdot ((\vec{v} - \vec{v}_{\Sigma}) \cdot d\vec{\sigma}) + \int_{\Sigma} \bar{p} \cdot \vec{I} \cdot d\vec{\sigma} - \int_{\Sigma} \vec{\tau} \cdot d\vec{\sigma} - \int_{\Sigma} (\overline{\rho \cdot u_i \cdot u_j}) \cdot d\vec{\sigma} = 0 \quad (II-12)$$

2. Conservación de la energía

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \bar{\rho} \cdot \vec{E} \cdot d\Omega + \int_{\Sigma} \bar{\rho} \cdot \vec{E} \cdot (\vec{v} - \vec{v}_{\Sigma}) \cdot d\vec{\sigma} + \int_{\Sigma} (\bar{p} \cdot \vec{I} \cdot \vec{v}) \cdot d\vec{\sigma} - \int_{\Sigma} (\vec{\tau} \cdot \vec{v}) \cdot d\vec{\sigma} + \int_{\Sigma} \vec{q} \cdot d\vec{\sigma} + \int_{\Sigma} Cp \cdot (\overline{\rho \cdot T \cdot u_j}) \cdot d\vec{\sigma} = 0 \quad (II-13)$$

En donde  $\bar{p} = \bar{\rho} \cdot R \cdot \vec{T}$ .

En el caso de la presión y densidad tenemos las medias, mientras que para la energía, temperatura o velocidades se utilizan las medias de Favre.

En forma compacta se utilizan:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \vec{U} \cdot d\Omega + \int_{\Sigma} \vec{F}_c \cdot d\vec{\sigma} - \int_{\Sigma} \vec{F}_v \cdot d\vec{\sigma} = 0 \quad (II-14)$$

Siendo  $\vec{U}$  el vector de variables conservativas,  $\vec{F}_c \equiv (\vec{f}, \vec{g}, \vec{h})$  el tensor de flujos convectivos y

$\vec{F}_v \equiv (\vec{f}_v, \vec{g}_v, \vec{h}_v)$  el tensor de flujos viscosos.

$$\vec{U} = \begin{pmatrix} \bar{\rho} \\ \bar{\rho}\vec{u} \\ \bar{\rho}\vec{v} \\ \bar{\rho}\vec{w} \\ \bar{\rho}\vec{E} \end{pmatrix} \quad \vec{F}_c = \begin{pmatrix} \bar{\rho}(\vec{u} - \vec{u}_{\Sigma}) & \bar{\rho}(\vec{v} - \vec{v}_{\Sigma}) & \bar{\rho}(\vec{w} - \vec{w}_{\Sigma}) \\ \bar{\rho}\vec{u}(\vec{u} - \vec{u}_{\Sigma}) + \bar{p} & \bar{\rho}\vec{u}(\vec{v} - \vec{v}_{\Sigma}) & \bar{\rho}\vec{u}(\vec{w} - \vec{w}_{\Sigma}) \\ \bar{\rho}\vec{v}(\vec{u} - \vec{u}_{\Sigma}) & \bar{\rho}\vec{v}(\vec{v} - \vec{v}_{\Sigma}) + \bar{p} & \bar{\rho}\vec{v}(\vec{w} - \vec{w}_{\Sigma}) \\ \bar{\rho}\vec{w}(\vec{u} - \vec{u}_{\Sigma}) & \bar{\rho}\vec{w}(\vec{v} - \vec{v}_{\Sigma}) & \bar{\rho}\vec{w}(\vec{w} - \vec{w}_{\Sigma}) + \bar{p} \\ \bar{\rho}\vec{u}\vec{H} - \bar{\rho}\vec{u}_{\Sigma}\vec{E} & \bar{\rho}\vec{v}\vec{H} - \bar{\rho}\vec{v}_{\Sigma}\vec{E} & \bar{\rho}\vec{w}\vec{H} - \bar{\rho}\vec{w}_{\Sigma}\vec{E} \end{pmatrix}$$

$$\vec{F}_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \vec{T} - \overline{\rho u_i u_j} \\ \vec{T} \cdot \vec{v} - \vec{Q} - Cp \overline{\rho T u_j} \end{pmatrix}$$

El tensor laminar de esfuerzos para un fluido newtoniano es:

$$\bar{\bar{T}} = \begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\tilde{\mu} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \tilde{\lambda} \nabla \tilde{v} & \tilde{\mu} \left( \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} \right) & \tilde{\mu} \left( \frac{\partial \tilde{u}}{\partial z} + \frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} \right) \\ \tilde{\mu} \left( \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} \right) & 2\tilde{\mu} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} + \tilde{\lambda} \nabla \tilde{v} & \tilde{\mu} \left( \frac{\partial \tilde{v}}{\partial z} + \frac{\partial \tilde{w}}{\partial y} \right) \\ \tilde{\mu} \left( \frac{\partial \tilde{u}}{\partial z} + \frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} \right) & \tilde{\mu} \left( \frac{\partial \tilde{v}}{\partial z} + \frac{\partial \tilde{w}}{\partial y} \right) & 2\tilde{\mu} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial z} + \tilde{\lambda} \nabla \tilde{v} \end{pmatrix} \quad (II-15)$$

Con la hipótesis de Stokes:  $\tilde{\lambda} = -\frac{2}{3}\tilde{\mu}$ . Y el vector de flujos de calor es:  $\bar{Q} = -\frac{C_p}{Pr} \cdot \tilde{\mu} \cdot \nabla \bar{T}$ .

Aparecen dos términos adicionales en las ecuaciones de cantidad de movimiento y energía relacionados con las fluctuaciones de velocidad o temperatura. Estos términos adicionales son los denominados ‘tensor de esfuerzos de Reynolds’ y ‘vector de flujo de calor de Reynolds’.

Estos términos han de ser modelizados para cerrar las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas (RANS).

En el caso LES (Large Eddy Simulation) se llega a ecuaciones con términos adicionales también, que hay que modelizar a su vez.

Las ecuaciones RANS son válidas para flujos compresibles y continuos a regímenes hasta flujo hipersónico ( $Mach < 5$ ) en los que se cumple la hipótesis de Morkovin que establece que:  $\overline{\rho'^2} \ll \bar{\rho}$ .

## IV. Modelización de la turbulencia en las ecuaciones RANS

Para poder cerrar las ecuaciones RANS es necesario especificar los esfuerzos de Reynolds  $-\left(\overline{\rho \cdot u_i'' \cdot u_j''}\right)$  y el flujo de calor de Reynolds  $-\overline{C_p \rho \cdot T'' \cdot u_j''}$ . Esto se puede hacer de muchas maneras, dando lugar a diferentes niveles de complejidad. Ciertos flujos muy complejos no pueden abordarse con cualquier modelo de turbulencia. El problema que nos ocupa en esta tesis ha demostrado estar en un nivel de complejidad alto, que sólo los modelos de turbulencia muy avanzados de RANS pueden abordar, sin pasar a otros métodos de resolver las ecuaciones de Navier-Stokes, como es LES (‘Large Eddy Simulation’).

Existen básicamente dos aproximaciones para cerrar el problema:

- A. Hipótesis de Bousinessq: los esfuerzos de Reynolds son proporcionales al tensor de deformación.
- B. Los esfuerzos de Reynolds se modelizan con expresiones algebraicas o se resuelven con ecuaciones de transporte.

Todos los modelos basados en la primera aproximación se denominan modelos de ‘eddy viscosity’ o de viscosidad turbulenta, mientras que los otros son modelos de esfuerzos de Reynolds.

### A. Modelos de ‘Eddy Viscosity’: Aproximación de Bousinessq

Los esfuerzos de Reynolds son:  $-\overline{\rho u_i u_j} = -2\bar{\rho}k$ . La variable  $k$  es la energía cinética turbulenta por unidad de masa.

La aproximación de Bousinessq establece que los esfuerzos de Reynolds son proporcionales al tensor de deformación.

En dos dimensiones, para la capa límite turbulenta:

$$-\overline{\rho u'' v''} = \mu_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad (II-16)$$

En los que  $\mu_t$  es la denominada ‘eddy viscosity’ o viscosidad turbulenta, a semejanza del coeficiente de viscosidad laminar. Esta viscosidad turbulenta tiene las dimensiones del coeficiente de viscosidad  $\mu$  pero no es una propiedad fluida, sino que varía con las condiciones del flujo y la geometría.

De este modo, el esfuerzo cortante total es:  $\tau_{total} = (\mu + \mu_t) \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$ . Se puede definir análogamente

una ‘eddy conductivity’ o conductividad turbulenta tal que:

$$C_p \cdot \overline{\rho \cdot T'' \cdot v''} = -k_t \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \quad (II-17)$$

y  $q_{total} = (k + k_t) \frac{\partial \bar{T}}{\partial y}$ . Tampoco  $k_t$  es una propiedad fluida pero se puede construir una relación

llamada número de Prandtl turbulento definido como:

$$\text{Pr}_t = \frac{C_p \mu_t}{k_t} \quad (II-18)$$

Se define el coeficiente de conductividad total tal que:

$$\frac{k}{C_p} = \frac{\mu}{\text{Pr}} + \frac{\mu_t}{\text{Pr}_t} \quad (II-19)$$

Reynolds postuló que el flujo de cantidad de movimiento turbulento y el flujo de calor son fenómenos equivalentes y de ahí que el número de Prandtl debe ser de orden unidad. En general, se asume que este valor es constante o al menos una función del número de Prandtl. Para el aire, se asume en la mayoría de los casos que  $\text{Pr}_t = 0.9$ .

En 3 dimensiones, la aproximación de Bousinessq quedaría de la siguiente forma:

$$-\overline{\rho u_i u_j} = \mu_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

Por analogía con el tensor de esfuerzos laminar esto queda:

$$-\overline{\rho u_i u_j} = 2\mu_t \left( S_{ij} - \frac{1}{3} \Delta \delta_{ii} \right) \quad (II-20)$$

en los que  $S_{ij}$  es el tensor de deformación y  $\Delta = \frac{\partial u_i}{\partial x_i}$  es la dilatación (divergencia de la velocidad). Con esta asunción, para resolver las ecuaciones RANS sólo es necesario modelizar la viscosidad turbulenta o ‘eddy viscosity’  $\mu_t$ .

Para esto, existen desde los llamados modelos de cero ecuaciones, en los que la viscosidad turbulenta se define a partir de expresiones algebraicas, o bien modelos de una ecuación, en los que ésta se calcula con una ecuación de transporte. Este es el caso de modelos como el de Johnson-King o el modelo de Spalart-Allmaras (referencia [22]).

Pero, existe una aproximación de los esfuerzos de Reynolds que generaliza la aproximación de Bousinessq de la forma:

$$-\overline{\rho u_i u_j} = 2\mu_t \left( S_{ij} - \frac{1}{3} \Delta \delta_{ii} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ii} \quad (II-21)$$

Aparece la energía cinética turbulenta  $k$  en el término. Hay una nueva variable a resolver por tanto.

Se han desarrollado muchos modelos de ‘eddy viscosity’ de dos ecuaciones, en los que una de ellas es relativa a la energía cinética turbulenta y la otra no es normalmente relativa a la viscosidad turbulenta. Los modelos más conocidos y con muchas variantes, son los denominados  $k - \varepsilon$  y los  $k - \omega$ . En los primeros se resuelven dos ecuaciones de transporte para la energía cinética turbulenta  $k$  y para el grado de reducción de la energía cinética turbulenta  $\varepsilon$ . La viscosidad turbulenta es función de estas dos variables:

$$\mu_t \sim \frac{\rho \cdot k^2}{\varepsilon} \quad (II - 22)$$

En los modelos  $k - \omega$  se añaden dos ecuaciones para esas dos variables, siendo  $\omega = \frac{\varepsilon}{k}$  el grado de disipación específico para la turbulencia. En estos modelos:

$$\mu_t \sim \frac{\rho \cdot k}{\omega} \quad (II - 23)$$

Los términos adicionales de la ecuación de la energía son:

$$-C_p \overline{\rho T'' u_i''} = k_t \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_i} = \left( \frac{\mu_t C_p}{Pr_t} \right) \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_i} \quad (II - 24)$$

Resolviendo la viscosidad turbulenta –función de las otras dos variables- queda resuelto el flujo de calor turbulento.

En el siguiente apartado se hace un resumen del modelo de ‘eddy viscosity’,  $k - \omega$  SST que tiene muy buenos resultados en gran parte de los flujos para aeronaves y a régimen no estacionario.

## 1) Modelo de dos ecuaciones: k- $\omega$ SST

Existen muchos modelos de dos ecuaciones. Pero el modelo  $k - \omega$  es uno de los de mayor aplicación para diferentes tipos de flujos.

La primera formulación de este método es debida a Kolmogorov, en los que se resuelven la energía cinética turbulenta  $k$  y el grado de disipación específico  $\omega = \frac{\varepsilon}{k}$  siendo  $\varepsilon$  el grado de reducción de energía cinética turbulenta por unidad de tiempo. La viscosidad turbulenta queda como:  $\mu_t = \rho \cdot \frac{k}{\omega}$ . Se usa la formulación completa de Bousinessq para los esfuerzos de Reynolds.

En la versión de Wilcox [20] las dos ecuaciones de transporte quedan:



$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho k u_i)}{\partial x_i} = -\overline{\rho u_i u_j} \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta^* \cdot \rho \cdot k \cdot \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \sigma^* \cdot \mu_t \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (II-25)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \omega u_i)}{\partial x_i} = -\overline{\rho u_i u_j} \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \cdot \left( \frac{\alpha \omega}{k} \right) - \beta \cdot \rho \cdot \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \sigma \cdot \mu_t \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (II-26)$$

Las constantes  $\sigma = \sigma^* = 0.5$  y  $\alpha = \frac{5}{9}$ . Tenemos dos funciones de la forma:

$$\beta = \beta_0 - \beta_0^* \cdot \xi^* \cdot F(M_t) \quad \text{con las constantes} \quad \beta_0 = \frac{3}{40}, \beta_0^* = \frac{9}{100}, \xi^* = \frac{3}{2} \text{ y la función}$$

$$F(M_t) = (M_t^2 - M_{t0}^2) \cdot H(M_t - M_{t0}). \quad H \text{ es la función de Heavyside y la constante } M_{t0} = \frac{1}{4} \text{ y}$$

la variable  $M_t = \frac{\sqrt{2k}}{a}$  es el número de Mach de la turbulencia y  $a = \sqrt{\gamma RT}$  es la velocidad del sonido local.

En el código utilizado (*ANSYS FLUENT*<sup>®</sup>, referencia [22]) se implementa la versión de este modelo desarrollado por Menter *-k- $\omega$  SST-* que tiene en cuenta además el transporte de los esfuerzos cortantes turbulentos en la definición de la viscosidad turbulenta  $\mu_t$ .

El modelo queda así:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho k u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] - \overline{\rho u_i u_j} \cdot \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \rho \cdot \beta^* \cdot k \cdot \omega \quad (II-27)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \omega u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \alpha \frac{\alpha^*}{\nu_t} G_k - \rho \cdot \beta \cdot \omega^2 \quad (II-28)$$

El primer término del lado derecho es el de difusión, el segundo de producción y el tercero de disipación.

Las difusividades efectivas  $\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}$  y  $\Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega}$  utilizan la viscosidad turbulenta

definida como  $\mu_t = \alpha^* \frac{\rho k}{\omega}$  donde el coeficiente  $\alpha^* = \alpha_\infty^* \left( \frac{\alpha_0^* + \frac{Re_t}{R_k}}{1 + \frac{Re_t}{R_k}} \right)$  es un factor de

corrección de bajo número de Reynolds que amortigua la viscosidad turbulenta y

$$Re_t = \frac{\rho k}{\mu \omega}, R_k = 6, \alpha_0^* = \frac{\beta_i}{3}, \beta_i = 0.072.$$

Los valores  $\sigma_k$  y  $\sigma_\omega$  son los números de Prandtl turbulentos para  $k$  y  $\omega$  respectivamente. Se definen como:

$$\sigma_k = \frac{1}{\frac{F_1}{\sigma_{k,1}} + (1-F_1) \frac{1}{\sigma_{k,2}}} \text{ y } \sigma_\omega = \frac{1}{\frac{F_1}{\sigma_{\omega,1}} + (1-F_1) \frac{1}{\sigma_{\omega,2}}} \text{ con una función de ajuste tal que:}$$

$$F_1 = \tanh(\Phi_1^4) \text{ con } \Phi_1 = \min\left(\max\left(\left(\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}\right), \left(\frac{500\mu}{\rho y^2 \omega}\right)\right), \frac{4\rho k}{\sigma_{\omega,2} D_\omega^+ y^2}\right) \text{ siendo}$$

$$D_\omega^+ = \max\left[2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega,2}} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-10}\right]. \text{ Las constantes valen}$$

$$\sigma_{k,1} = 2.0, \sigma_{k,2} = 1.0, \sigma_{\omega,1} = 2.0, \sigma_{\omega,2} = 1.168. \text{ y es la distancia a la siguiente superficie.}$$

En cuanto a los términos de producción, para la energía cinética turbulenta éste es:

$$G_k = -\overline{\rho u_i'' u_j''} \cdot \frac{\partial u_j}{\partial x_i} = \mu_t S^2 \text{ siendo } S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \text{ el módulo del tensor de deformación. Para el}$$

grado de disipación específico  $\omega$  el término de producción es:  $G_\omega = \frac{\alpha\alpha^*}{\nu_t} G_k$  con

$$\alpha = \frac{\alpha_\infty}{\alpha^*} \left( \frac{\alpha_0 + \frac{Re_t}{R_\omega}}{1 + \frac{Re_t}{R_\omega}} \right). \text{ La constante } R_\omega = 2.95. \text{ El valor } \alpha_\infty \text{ se define en este modelo como:}$$

$$\alpha_\infty = F_1 \alpha_{\infty,1} + (1-F_1) \alpha_{\infty,2} \text{ con los valores } \alpha_{\infty,1} = \frac{\beta_{i,1}}{\beta_\infty^*} = \frac{\kappa^2}{\sigma_{\omega,1} \sqrt{\beta_\infty^*}} \text{ y } \alpha_{\infty,2} = \frac{\beta_{i,2}}{\beta_\infty^*} = \frac{\kappa^2}{\sigma_{\omega,2} \sqrt{\beta_\infty^*}}$$

$$\text{con las constantes } \kappa = 0.41, \beta_{i,1} = 0.075, \beta_{i,2} = 0.0828, \beta_\infty^* = 0.09.$$

Finalmente, para el término de disipación se tiene:

$$Y_k = \rho \beta^* k \omega \text{ para la energía cinética turbulenta y } Y_\omega = \rho \beta \omega^2 \text{ para el grado de disipación}$$

específico. Las funciones  $\beta, \beta^*$  son tales que:

$$\beta^* = \beta_i^* \left[ 1 + \zeta^* F(M_t) \right] \quad \text{con} \quad \beta_i^* = \beta_\infty^* \left( \frac{\frac{4}{15} + \left( \frac{\text{Re}_t}{R_\beta} \right)^4}{1 + \left( \frac{\text{Re}_t}{R_\beta} \right)^4} \right) \quad \text{con} \quad \text{las} \quad \text{constantes}$$

$$R_\beta = 8, \zeta^* = 1.5, \beta_\infty^* = 0.09.$$

$\beta = \beta_i \left[ 1 - \frac{\beta_i^*}{\beta_i} \zeta^* F(M_t) \right]$  con  $\beta_i = F_1 \beta_{i,1} + (1 - F_1) \beta_{i,2}$ . La función del número de Mach turbulento es:

$$F(M_t) = \begin{cases} 0 & M_t \leq M_{t0} \\ (M_t^2 - M_{t0}^2) & M_t > M_{t0} \end{cases} \quad M_t = \frac{2k}{a^2} = \frac{2k}{\gamma RT} \text{ y la constante vale } M_{t0} = 0.25$$

La descripción de la viscosidad turbulenta definida antes es la original del modelo estándar  $k-\omega$  pero en la versión  $k-\omega$  SST se tiene el transporte de esfuerzos viscosos turbulentos. Esto se resume en una limitación de la viscosidad turbulenta en la forma:

$$\mu_t = \left( \frac{\rho k}{\omega} \right) \left[ \frac{1}{\max \left( \left( \frac{1}{\alpha^*} \right), \left( \frac{SF_2}{a_1 \omega} \right) \right)} \right] \quad \text{donde } S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \text{ es el módulo del tensor de}$$

$$\text{deformación, } \alpha^* = \alpha_\infty^* \left( \frac{\alpha_0^* + \frac{\text{Re}_t}{R_k}}{1 + \frac{\text{Re}_t}{R_k}} \right) \text{ la constante } a_1 = 0.31 \text{ y la función } F_2 = \tanh(\Phi_2^2) \text{ siendo}$$

$$\Phi_2 = \max \left( 2 \frac{\sqrt{k}}{0.09 \omega y}, \frac{500 \mu}{\rho y^2 \omega} \right).$$

El modelo estándar sobrepredice la producción de viscosidad turbulenta y no determina bien el comienzo de la separación en superficies suaves.

Estas modificaciones al modelo estándar han hecho que este modelo sea más preciso en flujos que envuelvan ondas de choque o gradientes adversos de presión. Es un modelo ampliamente usado en el cálculo de flujos sobre alas, hasta el comienzo de la pérdida.

## B. Modelos de esfuerzos de Reynolds: Ecuaciones de transporte.

La aproximación de Bousinesq establece que los esfuerzos de Reynolds son proporcionales al tensor de deformación. Esto implica la hipótesis de isotropía. Pero se pueden determinar los esfuerzos de Reynolds de manera distinta. Esto requiere resolver seis incógnitas más (los esfuerzos de Reynolds) que aparecen en la ecuación de cantidad de movimiento. A cambio, se ha demostrado que una aproximación así tiene en cuenta mucho mejor los efectos de curvatura, rotación o cambios rápidos de los grados de deformación y por tanto, pueden resolver los flujos complejos con mayor grado de precisión.

Originalmente, se desarrollaron modelos algebraicos para estos esfuerzos pero posteriormente se han definido modelos que resuelven ecuaciones de transporte para los esfuerzos. Estas ecuaciones llevan a su vez a la aparición de nuevas incógnitas y finalmente a la modelización de algunos de sus términos, por lo que siguen siendo modelos muy empíricos y heurísticos.

Las ecuaciones de estos esfuerzos de Reynolds son de modo general (referencia [20]):

$$\frac{\partial(\overline{\rho u_i'' u_j''})}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{\rho u_i'' u_j''})}{\partial x_k} \cdot \tilde{u}_k = A_{ij} + B_{ij} + C_{ij} - D_{ij} \quad (II-29)$$

Donde los coeficientes  $A_{ij}$  indican el término de difusión,  $B_{ij}$  el de producción,  $C_{ij}$  el término de grado de deformación de presión y el término  $D_{ij}$  el de disipación.

El término de difusión es:

$$A_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ -\overline{\rho u_i'' u_j'' u_k''} + \overline{u_j'' \tau_{ik}} + \overline{u_i'' \tau_{jk}} - \overline{p u_i''} \delta_{jk} - \overline{p u_j''} \delta_{ik} \right] \quad (II-30)$$

El término de producción debido a la acción de los gradientes de velocidad media es:

$$B_{ij} = -\overline{\rho u_j'' u_k''} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_k} - \overline{\rho u_i'' u_k''} \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_k} \quad (II-31)$$

El de grado de deformación de presión:

$$C_{ij} = p \overline{\left( \frac{\partial u_i''}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j''}{\partial x_i} \right)} \quad (II-32)$$

Y el término de disipación –cuadrático en los gradientes de presión- es:

$$D_{ij} = \overline{\tau_{ik} \frac{\partial u_j''}{\partial x_k}} + \overline{\tau_{jk} \frac{\partial u_i''}{\partial x_k}} \quad (II - 33)$$

Estas seis ecuaciones introducen a su vez términos adicionales –por ejemplo  $\overline{\rho u_i'' u_j'' u_k''}$ -. Es necesaria pues, la modelización también en estas ecuaciones.

Todo esto ha dado lugar a que existan muchos modelos de esfuerzos de Reynolds. Además, todos ellos dependen de ecuaciones de escala ( $\varepsilon$  u  $\omega$ ) y arrastran deficiencias heredadas de esa modelización. Más adelante, cuando se explique el modelo SAS (‘Scale Adaptive Simulation’) se expondrá la diferencia importante que ocurre derivada de una mejora de la modelización de la ecuación del grado de disipación específico  $\omega$

Los principales términos a modelizar son el de difusión  $A_{ij}$  y el del grado de deformación de presión  $C_{ij}$ .

En el código *ANSYS FLUENT*<sup>®</sup> (referencia [22]) están implementados varios modelos de esfuerzos de Reynolds, que se dividen en dos grandes subgrupos: los que necesitan resolver la ecuación del grado de reducción de energía cinética turbulenta por unidad de tiempo  $\varepsilon$  o los que resuelven el grado de disipación específico  $\omega$ .

Nos vamos a centrar en los segundos, dado que el modelo SAS es una variante mejorada de estos métodos.

Esto implica que se añaden 7 ecuaciones adicionales a las ecuaciones RANS para poder cerrar el sistema, además de las relaciones termodinámicas.

El término de difusión se puede descomponer en dos:

$$A_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ -\overline{\rho u_i'' u_j'' u_k''} - \overline{p u_i''} \delta_{jk} - \overline{p u_j''} \delta_{ik} \right] + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \overline{u_j'' \tau_{ik}} + \overline{u_i'' \tau_{jk}} \right] \quad \text{correspondientes a difusión}$$

turbulenta y molecular respectivamente.

El primer término se modeliza como:

$$\frac{\partial}{\partial x_k} \left[ -\overline{\rho u_i'' u_j'' u_k''} - \overline{p u_i''} \delta_{jk} - \overline{p u_j''} \delta_{ik} \right] = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \mu_t \frac{\partial u_i'' u_j''}{\partial x_k} \right] \quad \text{donde la viscosidad turbulenta se}$$

modeliza como  $\mu_t = \alpha^* \frac{\rho k}{\omega}$  definida en el modelo  $k-\omega$  explicado arriba.

En cuanto al término de grado de deformación de presión se modeliza como:

$$p \left( \frac{\partial u_i''}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j''}{\partial x_i} \right) = \varphi_{ij,1} + \varphi_{ij,2} \text{ en los que:}$$

$$\varphi_{ij,1} = -C_1 \frac{\rho \varepsilon}{k} \left[ \overline{u_i'' u_j''} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right] \text{ con } C_1 = 1.8 \text{ y } \varphi_{ij,2} = -C_2 \left[ (B_{ij} - C_{ij}) - \frac{2}{3} \delta_{ij} (B - C) \right] \text{ en}$$

los que  $C_2 = 0.60$  y el término  $B_{ij}$  es el término de producción de esfuerzos y

$C_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \rho \tilde{u}_k \overline{u_i'' u_j''} \right)$  es el término de convección (segundo término de la izquierda de la ecuación

de transporte). Los términos  $B = \frac{1}{2} B_{kk}$  y  $C = \frac{1}{2} C_{kk}$ .

La combinación de los términos  $\varphi_{ij,1} + \varphi_{ij,2}$  da lugar finalmente a:

$$\varphi_{ij} = -C_1 \rho \cdot \beta_{RSM}^* \cdot \omega \left[ \overline{u_i'' u_j''} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right] - \hat{\alpha}_0 \left[ B_{ij} - \frac{1}{3} B_{kk} \delta_{ij} \right] - \hat{\beta}_0 \left[ D_{ij} - \frac{1}{3} B_{kk} \delta_{ij} \right] - k \hat{\gamma}_0 \left[ S_{ij} - \frac{1}{3} S_{kk} \delta_{ij} \right]$$

en los que:

$$D_{ij} = -\rho \left\{ \frac{\partial u_m}{\partial x_j} \overline{u_i'' u_m''} + \frac{\partial u_m}{\partial x_i} \overline{u_j'' u_m''} \right\}$$

Los valores de las constantes son:  $\hat{\alpha}_0 = \frac{8+C_2}{11}$   $\hat{\beta}_0 = \frac{8C_2-2}{11}$   $\hat{\gamma}_0 = \frac{60C_2-4}{55}$  siendo a su vez

las constantes  $C_1 = 1.8$  y  $C_2 = 0.52$ . El término  $S_{ij}$  es el tensor de deformación y  $\beta_{RSM}^* = \beta^* f_\beta$

. El primer término fue definido ya en las ecuaciones del modelo k- $\omega$  SST como:

$$\beta^* = \beta_i^* \left[ 1 + \zeta^* F(M_t) \right] \text{ con } \beta_i^* = \beta_\infty^* \left( \frac{\frac{4}{15} + \left( \frac{Re_t}{R_\beta} \right)^4}{1 + \left( \frac{Re_t}{R_\beta} \right)^4} \right) \text{ con las constantes}$$

$$R_\beta = 8, \zeta^* = 1.5, \beta_\infty^* = 0.09.$$

Y el segundo término es:

$$f_\beta = \begin{cases} 1 & \chi_k \leq 0 \\ \frac{1+680\chi_k^2}{1+400\chi_k^2} & \chi_k > 0 \end{cases} \text{ siendo } \chi_k = \frac{1}{\omega^3} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}.$$

Existen modificaciones para añadir funciones de amortiguamiento viscoso para resolver la capa viscosa cercana a la pared. En este caso los coeficientes  $\hat{\alpha}_0$ ,  $\hat{\beta}_0$ ,  $\hat{\gamma}_0$  se sustituyen por otras expresiones  $\hat{\alpha}$ ,  $\hat{\beta}$ ,  $\hat{\gamma}$ .

Como se ve en la expresión  $\varphi_{ij}$  de arriba, aparece el grado de disipación específico, que en estos modelos se resuelve de forma similar al modelo  $k-\omega$ .

La energía cinética turbulenta se obtiene entonces como la traza del tensor de esfuerzos de Reynolds:

$$k = \frac{1}{2} \overline{u_i u_i} \quad (II-34)$$

Y si queremos obtener la viscosidad turbulenta, ésta se define de acuerdo al modelo  $k-\omega$  clásico:

$$\mu_t = \alpha^* \frac{\rho k}{\omega} \quad (II-35)$$

Con las modelizaciones, tenemos un sistema adicional de 7 ecuaciones.

Estos modelos de esfuerzos de Reynolds basados en  $\omega$  se han demostrado efectivos para flujos sobre superficies curvadas y flujos rotatorios.

## **V. Modelización de la turbulencia en las ecuaciones RANS: Flujos no estacionarios**

Los métodos RANS han demostrado ser precisos en la modelización de flujos estacionarios. Pero en flujos no estacionarios, la capacidad de éstos para modelizar el flujo es más limitada, incluso usando los modelos de alto nivel. La razón es que los modelos URANS (Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes) no reproducen el espectro correcto de escalas turbulentas [23], incluso con suficiente resolución de la malla de cálculo y de los pasos de tiempo. Para flujos de pared, los métodos RANS funcionan bien, dado que se han calibrado con la ley de la pared [21]. Pero para flujos libres (chorros, estelas, etc.) existen más dificultades con los métodos RANS. Los modelos de turbulencia estándar para RANS suelen ser muy difusivos, pues proporcionan una longitud de escala proporcional al espesor de la capa cortante y no se ajustan a las características del flujo local [21], [23], [24], [25].

Con los modelos LES reproducir el espectro correcto de escalas turbulentas es posible. Pero como se mostró en la Tabla 1 (referencia [21]) estos modelos distan de ser eficientes para flujos a altos números de Reynolds. Por ello surgieron modelos mixtos, el primero de ellos denominado DES (Detached Eddy Simulation). En principio, este modelo actúa tal que se resuelven las ecuaciones RANS en la zona adherida de la capa límite y se cambia a LES en las zonas de flujo separado [24]. El método se basa en comparar las longitudes de escala por el modelo de turbulencia y el tamaño del espaciado de malla. Si este tamaño es suficientemente menor que la longitud de escala calculada, se utiliza el espaciado de malla como la longitud de escala [23]. Originalmente, DES se concibió para flujos con una clara separación de zonas de flujo adherido y separado, para flujos de pared. RANS sería activo en la capa límite adherida y LES en las zonas de flujo separado.

Pero DES adolecía de problemas numéricos importantes. Uno de ellos es que DES exige la aplicación de reglas estrictas en la generación de malla. Si el paso de RANS a LES se produce en la capa límite, puede dar lugar a separación prematura, efecto de la malla [21], [23], [24]. Puede ocurrir separación inducida por la malla (GIS, 'Grid-Induced Separation'). La capa límite se separa a localizaciones arbitrarias basadas en el tamaño de malla. También ocurre que el limitador de DES se active en zonas donde la malla no es capaz de resolver el flujo con calidad LES. Esto produce 'zonas grises', aquellas zonas del flujo donde el flujo no está en modo RANS ni en modo LES. Esto ha dado lugar a mejoras muy importantes del método, tales como DDES (Delayed-DES), SDES, o a modelos mixtos también como WMLES, etc. (referencia [22]).

Desde un punto de vista práctico, el uso de modelos DES o LES no es posible actualmente para el estudio de flujos a altos números de Reynolds y no estacionarios. Por tanto, es necesario valorar



adecuadamente los modelos de turbulencia existentes usando las ecuaciones RANS y en particular los de alto nivel.

## **A. Modelo SAS (Scale-Adaptive Simulation): alternativa a simulación LES**

En los apartados anteriores se ha explicado que existen dos grandes aproximaciones a los modelos de turbulencia para RANS:

- Modelos de ‘eddy-viscosity’: Hipótesis de Bousinessq
- Modelos de esfuerzos de Reynolds

Estos últimos modelos en principio son más precisos y abandonan la hipótesis de isotropía; así tienen en cuenta mucho mejor los efectos de curvatura, rotación o cambios rápidos de los grados de deformación y por tanto, pueden resolver los flujos complejos con mayor grado de precisión. Pero en estos modelos, también ha de resolverse una ecuación de escala ( $\omega$  o  $\varepsilon$ ).

Existe un modelo tal que, resuelve de manera diferente estas ecuaciones de escala, y llega a obtener soluciones más precisas para flujos no estacionarios. Este modelo ha sido bautizado como SAS (‘Scale-Adaptive Simulation’) por sus autores Menter y Egorov (referencias [21], [23], [24], [25], [26]).

De acuerdo a Menter *et al.* (referencia [24]) la diferencia entre LES y RANS radica en la posibilidad de predecir estructuras turbulentas y en ambos casos, radica en el nivel de ‘eddy viscosity’ que proporciona el modelo. La mayoría de los modelos de turbulencia de RANS son muy difusivos pues proporcionan una longitud de escala proporcional al espesor de la capa cortante y no se ajustan a las características del flujo local (referencias [21], [23], [24], [25]). Si el modelo de turbulencia de URANS proporciona una viscosidad turbulenta tal que los esfuerzos de Reynolds dentro de un torbellino primario (en el caso de separación de un torbellino) se reproducen correctamente, entonces el modelo por definición permite la ruptura de estos ‘eddies’ o paquetes turbulentos y la formación de otros ‘eddies’ más pequeños; en un proceso que continúa hasta que se alcanza el límite del tamaño de malla. No existe una razón por la que un modelo URANS no sea capaz de resolver las estructuras turbulentas (referencia [24]).

El modelo de turbulencia SAS introduce una longitud de escala –longitud de escala de von Kármán– que ayuda a resolver la longitud de escala local del campo fluido. Esta longitud de escala de von Kármán es proporcional al tamaño de los ‘eddies’ resueltos (referencia [25]). Este modelo puede ajustar la ‘eddy viscosity’ o viscosidad turbulenta a las escalas resueltas de tal manera que

puede mejorar incluso a modelos LES estándares basados en la hipótesis de Smagorinsky, en los que la viscosidad turbulenta es proporcional al tamaño de malla:  $\nu_t = (c \cdot \Delta)^2 \cdot S$  donde  $c$  es una constante empírica,  $\Delta$  es el tamaño de la celda de la malla y  $S$  es el módulo del tensor de deformación (referencia [21]).

Por tanto, este modelo es un modelo que proporciona un cálculo más preciso de la viscosidad turbulenta y es menos difusivo, permitiendo resolver mejor el espectro de turbulencia. Los modelos clásicos de turbulencia, como  $k-\varepsilon$  o  $k-\omega$ , pero también los de esfuerzos de Reynolds basados en  $\varepsilon$  u  $\omega$ , resuelven frecuencias mucho más bajas que las de las fluctuaciones turbulentas. Esto ocurre por ejemplo, en los cuerpos romos donde aparece desprendimiento de torbellinos y estos modelos solamente reproducen la frecuencia simple de desprendimiento pero no el contenido espectral (referencia [25]).

SAS es pues un modelo más avanzado de turbulencia, que es muy aplicable al problema de los misiles a altos ángulos de ataque y baja velocidad, en los que el desprendimiento de torbellinos es muy importante en la definición del flujo alrededor de este cuerpo.

A continuación, se describen los modelos desarrollados por Menter y Egorov (referencia [25]).

### 1) Modelos de dos ecuaciones: $k-k \cdot L$ y $k-\sqrt{k} \cdot L$

Para la formulación teórica, seguimos a Menter y Egorov (referencia [25]).

La idea básica sobre el nuevo modelo es que los modelos de dos ecuaciones se basan en la idea de que para modelizar los efectos de la turbulencia en el flujo medio, se necesitan dos escalas independientes. El problema radica en que los modelos basados en  $\varepsilon$  (o el derivado de  $\omega = \frac{\varepsilon}{k}$ ) se han desarrollado en formulaciones de las ecuaciones análogas a la de la energía cinética turbulenta  $k$  con argumentos dimensionales e intuitivos. Y esto tiene desventajas importantes sobre todo en los flujos inestables o no estacionarios.

Rotta desarrolló una formulación exacta de una ecuación de transporte para la variable  $k \cdot L$ ,

siendo  $k$  la energía cinética turbulenta y  $L = \frac{3}{16} \int_{-\infty}^{\infty} R_{ii}(\vec{x}, r_y) \cdot dr_y$  una longitud de escala integral

de la turbulencia, en las que  $R_{ij}(\vec{x}, r_y) = \overline{u_i''(\vec{x}) \cdot u_j''(\vec{x} + r_y)}$  que contiene las velocidades de

fluctuación medidas en un punto  $\vec{x}$  y a una distancia  $r_y$ . El valor  $R_{ii}$  es la suma de la diagonal

del tensor de correlación  $R_{ij}$ . El problema de la formulación original de Rotta es que en este modelo aparecía una derivada tercera de la velocidad en las ecuaciones como término principal, que daba lugar a problemas en los flujos de pared, ya que no se cumplía la ley logarítmica en la pared. Esto dio lugar a que durante un tiempo no se avanzara en esta formulación, al obtener peores resultados que los modelos estándar.

Menter y Egorov han reformulado esta ecuación de forma que el término principal está relacionado con la derivada segunda de la velocidad.

El modelo  $k-k \cdot L$  de Menter y Egorov se modifica a un modelo  $k-\sqrt{k} \cdot L$  por razones prácticas ya que  $\Phi = \sqrt{k} \cdot L$  es directamente proporcional a la viscosidad turbulenta.

Las ecuaciones son:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho k U_j)}{\partial x_j} = P_k - C_\mu^{\frac{3}{4}} \cdot \frac{\rho k^2}{\Phi} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) \quad (II-36)$$

$$\frac{\partial(\rho \Phi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \Phi U_j)}{\partial x_j} = \frac{\Phi}{k} P_k \left( \varsigma_1 - \varsigma_2 \left( \frac{L}{L_{vk}} \right)^2 \right) - \varsigma_3 \cdot \rho k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\mu_t}{\sigma_\Phi} \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} \right) \quad (II-37)$$

$$\mu_t = C_\mu^{\frac{1}{4}} \cdot \rho \cdot \Phi$$

$$L_{vk} = \kappa \left| \frac{U'}{U''} \right| \quad U' = S = \sqrt{2S_{ij} \cdot S_{ij}} \quad U'' = \sqrt{\frac{\partial^2 U_i}{\partial x_k^2} \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j^2}}$$

En las que  $S$  es el módulo del tensor de deformación y  $L_{vk}$  es una generalización a tres dimensiones de la longitud de von Kármán en la capa límite.

El término  $P_k = -\overline{\rho u_i'' \cdot u_j''} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$  y aparecen unas constantes  $C_\mu^{\frac{3}{4}}$ ,  $\varsigma_1$ ,  $\varsigma_2$ ,  $\varsigma_3$  y  $\sigma_k$ ,  $\sigma_\Phi$ .

De acuerdo a Menter, la novedad más importante de este modelo es que proporciona una longitud de escala adicional en relación a la de otros modelos de dos ecuaciones. Esta escala es  $L_{vk}$  en la que aparecen los términos de la derivada segunda. En los modelos clásicos la longitud de escala será proporcional al espesor de la capa límite ( $L \sim \delta$ ) que es adecuado para flujos estacionarios, pero para flujos no estacionarios elimina la formación de escalas turbulentas.

En el modelo anterior la longitud de escala es proporcional a la longitud de von Kármán.

$$L = \sqrt{\frac{\zeta_1 - \frac{\zeta_3}{3}}{C_\mu^4}} \cdot L_{vk} \quad (II-38)$$

Es independiente del espesor de la capa límite. Esto es una mejora muy importante para la resolución de flujos no estacionarios, pues permite la formación de estructuras turbulentas no observadas con otros métodos.

## 2) Modelo de dos ecuaciones: $k-\omega$

Lo expuesto arriba se puede trasladar a los modelos  $k-\varepsilon$  o  $k-\omega$ . Menter ha modificado el modelo  $k-\omega$  SST de tal forma que la ecuación para el grado de disipación específico queda (referencia [22]):

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho\omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\omega U_j)}{\partial x_j} = & -\alpha \frac{\omega}{k} \overline{\rho u_i^* u_j^*} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \rho\beta\omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) \\ & + (1-F_1) \frac{2\rho}{\sigma_{\omega,2}} \left( \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + Q_{SAS} \end{aligned} \quad (II-39)$$

En los que  $\alpha, \beta, F_1, \sigma_\omega$  fueron definidas anteriormente y  $\sigma_\omega = 2$ .

Hay un término adicional que se define como:

$$Q_{SAS} = \max \left[ \rho\eta_2\kappa S^2 \left( \frac{L}{L_{vk}} \right)^2 - C \frac{2\rho k}{\sigma_\Phi} \max \left( \frac{1}{\omega^2} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, \frac{1}{k^2} \cdot \frac{\partial k}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial k}{\partial x_j} \right), 0 \right] \quad (II-40)$$

Las constantes valen  $\eta_2 = 3.51$ ,  $\sigma_\Phi = \frac{2}{3}$ ,  $C = 2$  y la longitud de escala  $L = \frac{\sqrt{k}}{C_\mu^{\frac{1}{4}} \cdot \omega}$  mientras

que la longitud de von Kármán es:

$$L_{vk} = \max \left[ \kappa \left| \frac{U'}{U^*} \right|, C_S \cdot \sqrt{\frac{k\eta_2}{\left( \frac{\beta}{C_\mu} \right) - \alpha}} \cdot (\Omega)_{vc}^{\frac{1}{3}} \right] \quad (II-41)$$

$C_s$  es una constante,  $\kappa = 0.41$  es la constante de von Kármán y  $\Omega$  es el volumen de control.

La razón de imponer el máximo en  $Q_{SAS}$  entre el primer término y 0 (evitar valores negativos) y la derivada de  $k$  está en evitar un cambio en la funcionalidad RANS del modelo en flujos de capa límite. Y la razón de imponer un limitador para la longitud de von Kármán  $L_{vk}$  radica en que con la definición estándar, es posible que se determinen escalas turbulentas por debajo del límite de resolución, lo que no permite el amortiguamiento, dando lugar a una resolución numérica no correcta del espectro a altos números de onda.

En flujos no estacionarios, el término  $Q_{SAS}$  es dominante, y permite la activación de la funcionalidad de SAS, diferente a la de los modelos clásicos RANS y que permiten una solución de precisión similar a LES.

Este modelo permite la formación del espectro turbulento hasta el límite de resolución de la malla y el paso de tiempo (referencia [25]).

Esto es muy importante y una ventaja frente a DES. El modelo SAS permite que si la malla de cálculo es basta y el paso de tiempo es alto, obtiene soluciones estándar RANS; pero si se reducen la malla y el paso de tiempo suficientemente, se obtienen soluciones tipo LES. Y esto es independiente de la malla a diferencia de DES y son posibles los cálculos a números de Reynolds altos sin las necesidades tan grandes de recursos numéricos de LES (referencia [21]).

### 3) Modelo de esfuerzos de Reynolds basados en $\omega$

Dado que en *ANSYS-FLUENT*<sup>®</sup> están implementados modelos de esfuerzos de Reynolds basados en  $\omega$ , existe la variante SAS para estos modelos, al igual que para el modelo  $k - \omega SST$  (referencia [22]).

Tanto estos modelos últimos de esfuerzos de Reynolds, como los de ‘eddy-viscosity’ con la variante SAS, se han utilizado en los trabajos de esta tesis, al igual que el modelo de turbulencia más estándar  $k - \omega SST$ .



## **Parte III: Definición del modelo físico-matemático**





## 1. Simulación numérica

Existen multitud de códigos de simulación para resolver los problemas fluido-dinámicos. Pero uno de los más completos existentes es el código *FLUENT*<sup>®</sup> de ANSYS (referencia [22]) pues está concebido para multitud de problemas fluidos, a diferentes regímenes y con efectos de radiación, gases reales, gases de varios componentes, etc. En nuestro caso, nuestro fluido es aire y está modelizado como gas perfecto; sin efectos de radiación, flujo adiabático en la pared y en ausencia de fuerzas de volumen.

Las ecuaciones de continuidad, Navier-Stokes y energía en su formulación URANS expuestas en la Parte II, se discretizan por medio de volúmenes finitos, y el sistema algebraico de ecuaciones se resuelve iterativamente. En estos métodos las variables se determinan en los nodos de las celdas y hay varias maneras de determinar los flujos en las caras de éstas. Para los flujos convectivos se emplean esquemas centrales o esquemas ‘upwind’. Para la discretización temporal se emplean esquemas explícitos como el método Runge-Kutta o implícitos como ‘dual time stepping’.

El dominio de cálculo se discretiza dando lugar a una malla de cálculo. La elección del tamaño del dominio y de las condiciones de contorno en el exterior influye en la solución.

El cálculo depende de muchos parámetros y factores. En primer lugar, y de forma muy determinante, depende de la malla de cálculo; cuánta más basta sea la malla, más errores de discretización hay y menos precisión en el resultado. Por otro lado, ya se definió en la Tabla I cómo las necesidades de densidad de malla de cálculo varían en función del problema a resolver y el método de aproximación de las ecuaciones de Navier-Stokes.

Los esquemas de discretización de los flujos (convectivos y viscosos) influyen en la convergencia de la solución y también en la precisión. No existe un solo esquema universal, sino que depende en parte de los problemas a abordar.

La discretización temporal y el paso de tiempo elegido en un problema no estacionario son también factores importantes.

Asimismo, los modelos de turbulencia empleados influyen decisivamente en los resultados. Pues es necesario que estos modelos sean precisos en el problema abordado, y no eliminen efectos importantes en su modelización.

Las ecuaciones de continuidad, cantidad de movimiento y energía se resuelven junto con otras adicionales relativas a las cantidades turbulentas.

Los cálculos se han realizado en un cluster HPC-Gaia: 20 nodos de cálculo en total, con 24 núcleos por nodo, modelo de nodos bl460 Gen9; nodos con 2 procesadores Xeon E5-2680 v3 @ 2.50 GHz y 5 GB de memoria RAM por núcleo, Red de baja latencia Infiniband FDR 56 Gbps; sistema de ficheros de alta disponibilidad de acceso paralelo LUSTRE con 56 Tb.

Se usaron de 4 a 8 nodos en los cálculos. Los tiempos de cálculo para un caso no estacionario típico eran del orden de 48 horas.

En los siguientes apartados vamos a explicar con detalle cómo se ha abordado la discretización del dominio de cálculo y se valoraron los diferentes parámetros y características que influyen en el cálculo y se necesitan tener dentro de un determinado rango de valores para tener confianza en los resultados teóricos.

## I. Esquemas numéricos

El código *ANSYS FLUENT*<sup>®</sup> permite utilizar dos métodos diferentes para resolver el sistema de ecuaciones: el denominado ‘density based’ y el denominado ‘pressure based’.

Con el primer esquema (‘density based’) las ecuaciones de continuidad, cantidad de movimiento y energía se resuelven simultáneamente, junto con otras adicionales relativas a las cantidades turbulentas.

En cada iteración se hace la secuencia siguiente:

- Actualizar las propiedades basadas en la solución actual.
- Resolver las ecuaciones de continuidad, cantidad de movimiento y energía simultáneamente.
- Resolver las ecuaciones necesarias para la turbulencia usando los valores actualizados de las otras variables.
- Comprobar los niveles de convergencia.

Esto se realiza hasta llegar a los niveles de convergencia requeridos. Los criterios de convergencia son variables y dependen del problema. En algunos casos es suficiente con exigir un orden de reducción del residuo de la ecuación de continuidad, pero en otros casos un criterio sobre las fuerzas globales o el valor de presión en alguna zona puede ser mejor.

El algoritmo denominado ‘pressure based’ usa un método de proyección: La restricción de conservación de la masa (ecuación de continuidad) se alcanza resolviendo una ecuación de

presión (o de corrección de presión). Esta ecuación de presión se deriva de las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento tal que el campo de velocidades, corregido por la presión, satisface la ecuación de continuidad (referencia [22]).

Este esquema se desarrolló inicialmente para flujos en los que los efectos de compresibilidad eran pequeños. Si existe fuerte acoplamiento entre las ecuaciones de cantidad de movimiento y continuidad, puede degradarse o ralentizarse la convergencia e incluso producir la divergencia. La forma de resolver esto fue mejorar el algoritmo de forma que se tienen dos variantes de éste: el método desacoplado ('segregated') en el que las ecuaciones de cantidad de movimiento se resuelven separadas, y el método acoplado ('coupled') en el que se resuelven simultáneamente.

Para el esquema desacoplado o segregado, en cada iteración se hace lo siguiente:

- Actualizar las propiedades basadas en la solución actual.
- Resolver las ecuaciones de cantidad de movimiento una a una (en cada eje) usando los valores actualizados de presión y flujos máxicos en las caras.
- Resolver la ecuación de corrección de presión usando el campo fluido anterior y los flujos máxicos.
- Corregir los flujos máxicos en las caras, la presión y el campo de velocidades obtenidos del paso anterior.
- Resolver las ecuaciones necesarias para la turbulencia usando los valores actualizados de las otras variables.
- Comprobar los niveles de convergencia.

El esquema acoplado resuelve en un solo paso el segundo y tercer pasos del esquema anterior. Resuelve un sistema de ecuaciones basados en las ecuaciones de cantidad de movimiento y de corrección de presión.

Este algoritmo es más robusto y puede aplicarse para flujos con efectos de compresibilidad grandes. Requiere más memoria pero normalmente su grado de convergencia es mayor.

Inicialmente, se hicieron cálculos con los dos métodos mencionados arriba, pero los resultados con el primer método han convergido peor y los tiempos de cálculo han sido mayores. Se ha evitado hacer un estudio comparativo de los dos métodos y solamente se han realizado cálculos con el método 'pressure based' que ha proporcionado resultados convergidos y soluciones estables.

No se ha hecho un estudio de posibles efectos numéricos en función de diferentes algoritmos.

## A. Discretización espacial

Existen varias opciones para la discretización de los flujos convectivos. Esto lleva a diferentes niveles de viscosidad artificial por ejemplo, y diferente tratamiento en caso de existir ondas de choque.

Esto puede ser importante, según se manifiesta en la referencia [15]. Usando un esquema Roe de primer orden del flujo convectivo con el modelo de turbulencia Spalart-Allmaras, no se obtenía fuerza lateral; lo que indica flujo simétrico. Mientras que usando este esquema Roe de tercer orden, con menos viscosidad artificial, se llegaba a una solución estable de flujo asimétrico. Los efectos numéricos debidos a las diferentes discretizaciones pueden ser importantes, y activar una inestabilidad que lleve a soluciones diferentes, según se use un algoritmo u otro.

### 1. Esquema ‘upwind’ de segundo orden

En general se ha usado un método de segundo orden ‘upwind’ para la discretización.

En este método los valores en las caras de las celdas o volúmenes de cálculo se determinan como:

$$\varphi_{face} = \varphi_{cell} + \nabla \varphi \cdot \vec{r} \quad (III - 1)$$

en donde  $\varphi_{cell}$  es el valor en el nodo de la celda,  $\nabla \varphi$  es el gradiente en la celda aguas arriba (calculado por un método de Green-Gauss o mínimos cuadrados) y  $\vec{r}$  es el vector desplazamiento del centroide de la celda aguas arriba al centroide de las caras.

### 2. Esquema central acotado

Cuando se ha usado el modelo de turbulencia SAS se utiliza un esquema central modificado.

El esquema central clásico se define tal que:

$$\varphi_{face} = \frac{1}{2}(\varphi_0 + \varphi_1) + \frac{1}{2}(\nabla \varphi_0 \cdot \vec{r}_0 + \nabla \varphi_1 \cdot \vec{r}_1) \quad (III - 2)$$

en donde los subíndices 0 y 1 denotan las celdas que comparten la cara  $\nabla \varphi_0, \nabla \varphi_1$  son los gradientes en las celdas respectivas y  $\vec{r}$  es el vector desplazamiento del centroide de la celda al centroide de las caras.

Estos esquemas pueden producir oscilaciones no físicas y soluciones no limitadas que pueden llevar a problemas de estabilidad.

Por ello se corrige este esquema en los métodos LES o SAS tal que se usa un esquema que es una combinación de este esquema central con un esquema ‘upwind’ de primer orden.

Este esquema sólo está implementado en el algoritmo ‘pressure based’. En los cálculos con el modelo de turbulencia SAS se ha utilizado.

## B. Discretización temporal

Hay dos maneras de abordar estos cálculos:

- Esquema explícito: Runge-Kutta de 3, 4 o 5 pasos
- Esquema implícito: ‘Dual time stepping’

Para soluciones estacionarias, en los que se utiliza un pseudo-tiempo para resolver un esquema iterativo, los esquemas implícitos son mucho más eficientes, dado que permiten utilizar pasos de tiempo mucho mayores que los explícitos sin llegar a divergencia.

En los cálculos no estacionarios los esquemas implícitos pueden ser más eficientes también; pero hay que valorar el número de Courant (*CFL*) en el dominio fluido. Esto se explica más abajo.

El segundo esquema –dual time stepping– es el esquema que se ha utilizado para los cálculos no estacionarios. Este esquema es debido a Jameson (referencia [27]). El esquema obedece a lo siguiente:

Con una formulación de volúmenes finitos para la discretización espacial, se tiene un sistema de ecuaciones diferenciales de la forma:

$$\frac{d}{dt}(\vec{U}_{i,j,k} \cdot \Omega_{i,k,k}) + R_{i,k,k} = 0 \quad (III - 3)$$

para una malla estructurada; donde están las variables  $\vec{U}$  definidas en los centros de las celdas  $(i,j,k)$  y  $R_{i,j,k}$  son los residuos, que incluyen las aproximaciones de los flujos convectivos y viscosos, viscosidad artificial y términos adicionales en casos de un sistema de coordenadas rotatorio. Un esquema implícito general es de la forma:

$$\frac{\beta_1 \cdot (\Omega_{i,j,k} \cdot \vec{U}_{i,j,k})^{n+1} + \beta_0 \cdot (\Omega_{i,j,k} \cdot \vec{U}_{i,j,k})^n + \beta_{-1} \cdot (\Omega_{i,j,k} \cdot \vec{U}_{i,j,k})^{n-1} + \beta_{-2} \cdot (\Omega_{i,j,k} \cdot \vec{U}_{i,j,k})^{n-2}}{\Delta t} + \gamma_1 \cdot R_{i,j,k}^{n+1} + \gamma_0 \cdot R_{i,j,k}^n + \gamma_{-1} \cdot R_{i,j,k}^{n-1} = 0 \quad (III - 4)$$

La selección de los coeficientes  $\beta_i$  y  $\gamma_j$  influye en la precisión de la discretización temporal.

Esquema de integración temporal	Orden de aproximación	$\beta_1$	$\beta_0$	$\beta_{-1}$	$\beta_{-2}$	$\gamma_1$	$\gamma_0$	$\gamma_{-1}$
Euler	Primer orden	1	-1	0	0	1	0	0
Diferencias retrasadas	Segundo orden	3/2	-2	1/2	0	1	0	0
Diferencias retrasadas	Tercer orden	11/6	-3	3/2	-1/3	1	0	0

Tabla 2. Diferentes esquemas implícitos: primer, segundo y tercer orden de precisión.

La Tabla 2 muestra las posibilidades en función de los valores que tienen esos coeficientes. En el código utilizado (*ANSYS FLUENT*<sup>®</sup>) sólo se implementan las dos primeras opciones: de primer y segundo orden de precisión.

La idea es tratar la ecuación anterior como un problema estacionario modificado a ser resuelto usando un tiempo ficticio  $t^*$  tal que:

$$\frac{d}{dt^*} (\vec{U}_{i,j,k} \cdot \Omega_{i,j,k}) + R_{i,j,k}^* = 0 \quad (III - 5)$$

El residuo modificado  $R_{i,j,k}^*$  es definido como:

$$\frac{\beta_1 \cdot (\Omega_{i,j,k} \cdot \vec{U}_{i,j,k})^{n+1} + \beta_0 \cdot (\Omega_{i,j,k} \cdot \vec{U}_{i,j,k})^n + \beta_{-1} \cdot (\Omega_{i,j,k} \cdot \vec{U}_{i,j,k})^{n-1} + \beta_{-2} \cdot (\Omega_{i,j,k} \cdot \vec{U}_{i,j,k})^{n-2}}{\Delta t} + \gamma_1 \cdot R_{i,j,k}^{n+1} + \gamma_0 \cdot R_{i,j,k}^n + \gamma_{-1} \cdot R_{i,j,k}^{n-1}$$

Y se puede reordenar como:

$$R_{i,j,k}^* = \frac{\beta_1 \cdot (\Omega_{i,j,k} \cdot \vec{U}_{i,j,k})^{n+1}}{\Delta t} + \gamma_1 \cdot R_{i,j,k}^{n+1} + \frac{(\beta_0 \cdot (\Omega_{i,j,k} \cdot \vec{U}_{i,j,k})^n + \beta_{-1} \cdot (\Omega_{i,j,k} \cdot \vec{U}_{i,j,k})^{n-1} + \beta_{-2} \cdot (\Omega_{i,j,k} \cdot \vec{U}_{i,j,k})^{n-2})}{\Delta t} + \gamma_0 \cdot R_{i,j,k}^n + \gamma_{-1} \cdot R_{i,j,k}^{n-1}$$

Por tanto, existe un término fuente fijo –obtenido de los pasos de tiempo real previos ( $n, n-1, n-2$ )– y el residuo evaluado en el paso de tiempo actual.

$$R_{i,j,k}^* = \frac{\beta_1 \cdot (\Omega_{i,j,k} \cdot \vec{U}_{i,j,k})^{n+1}}{\Delta t} + \gamma_1 \cdot R_{i,j,k}^{n+1} + S_{i,j,k}(n, n-1, n-2) \quad (III - 6)$$

Se resuelve dentro de cada paso de tiempo real  $\Delta t$  el problema estacionario modificado usando un esquema multipaso de Runge-Kutta en el paso ficticio de tiempo  $t^*$ .

Una ventaja es que las técnicas de aceleración de convergencia para casos estacionarios –como uso de paso de tiempo local, método multimalla, promediado de residuos, etc- se pueden utilizar.

Debido al término fuente adicional en el residuo, la estabilidad del esquema de Runge-Kutta se ajusta por el factor  $\frac{\beta_1}{\Delta t}$ . Hay una condición adicional en el paso de tiempo local y el factor  $\gamma_1$  causará un ajuste del paso de tiempo local (referencia [28]).

El paso de tiempo local ficticio  $\Delta \tau_{i,j,k}^*$  es:

$$\Delta \tau_{i,j,k}^* = \min \left( \frac{\Delta t_{i,j,k}^*}{\gamma_1}, \frac{\Delta t}{\left( \frac{CFL}{CFL^*} \right) \beta_1} \right) \quad (III - 7)$$

Donde  $\Delta t_{i,j,k}^*$  es el paso de tiempo ficticio original,  $\Delta t$  es el paso de tiempo real, y  $\left( \frac{CFL}{CFL^*} \right)$  es el cociente del número de Courant del esquema suavizado en relación al número de Courant del esquema sin suavizar. Este esquema de discretización es completamente implícito, pero cuando se resuelve avanzando en el tiempo artificial  $t^*$ , pueden ocurrir problemas de estabilidad cuando el paso de tiempo en el tiempo artificial excede del paso de tiempo real  $\Delta t$ . Esto suele ocurrir en celdas mucho mayores que las cercanas a la capa cortante o capa límite. Los análisis de estabilidad del esquema Runge-Kutta determinan que  $\Delta \tau_{i,j,k}^*$  debe ser menor que  $\beta_1 \cdot CFL^* \cdot \Delta t$  (referencia [29]).

En mallas estructuradas, en las que se utiliza un método multimalla de aceleración de convergencia usando mallas más bastas que la inicial eliminando una celda de cada dos, este límite de paso de tiempo debe ser modificado para cada malla.

El paso de tiempo ficticio local  $\Delta \tau_{i,j,k}^*$  es definido finalmente como:

$$\Delta \tau_{i,j,k}^* = \min \left( \frac{\Delta t_{i,j,k}^*}{\gamma_1}, \frac{\Delta t}{\beta_1 \cdot \left( \frac{CFL}{CFL^*} \right)^{n_{mul}-1}} \right) \quad (III - 8)$$

$nmul$  define el número total de mallas a usar en el proceso multimalla (referencia [29]).

En cada paso de tiempo real se resuelve el siguiente problema:

$$\frac{d}{dt^*}(\vec{U}_{i,j,k} \cdot \Omega_{i,j,k}) + R_{i,j,k}^* = 0 \quad t^* \rightarrow \infty \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt^*}(\vec{U}_{i,j,k}) = 0 \\ R_{i,j,k}^* = 0 \\ (\vec{U}_{i,j,k})^* = (\vec{U}_{i,j,k})^{n+1} \end{array} \right. \quad (III-9)$$

En realidad, y para ahorrar tiempo de cálculo también, se elige un número fijo de iteraciones en el tiempo artificial o un determinado nivel de reducción del residuo (normalmente dos órdenes de magnitud) en cada paso de tiempo real para resolver el problema estacionario del bucle interior.

En el código *FLUENT*<sup>®</sup> se suele elegir un número fijo de iteraciones, que oscila típicamente entre 20-30 en cada bucle interior.

La forma más simple de inicialización del problema es:

$$(\vec{U}_{i,j,k})^* (\Omega_{i,j,k})^{n+1} = (\vec{U}_{i,j,k} \cdot \Omega_{i,j,k})^n \quad (III-10)$$

Algunos autores recomiendan usar información de los pasos de tiempo previos, esto es, usar extrapolación en el tiempo. Una expansión de Taylor lleva a:

$$(\vec{U}_{i,j,k})^* (\Omega_{i,j,k})^{n+1} = (\vec{U}_{i,j,k} \cdot \Omega_{i,j,k})^n + \frac{\partial}{\partial t} (\vec{U}_{i,j,k} \cdot \Omega_{i,j,k})^n + O(\Delta t^2)$$

Lo que da una estimación de la nueva solución inicial:

$$(\vec{U}_{i,j,k})^* (\Omega_{i,j,k})^{n+1} = (\vec{U}_{i,j,k} \cdot \Omega_{i,j,k})^n + \beta_1 \cdot (\vec{U}_{i,j,k} \cdot \Omega_{i,j,k})^n + \beta_0 \cdot (\vec{U}_{i,j,k} \cdot \Omega_{i,j,k})^{n-1} + \beta_{-1} \cdot (\vec{U}_{i,j,k} \cdot \Omega_{i,j,k})^{n-2} + \beta_{-2} \cdot (\vec{U}_{i,j,k} \cdot \Omega_{i,j,k})^{n-3}$$



## II. Dominio de cálculo y sistemas de referencia

El cuerpo axisimétrico formado por ojiva-cilindro está definido en el capítulo 2 de la parte I, con diámetro  $D = 1$  m en la zona cilíndrica y esbeltez  $L/D = 15$ . Se establece un dominio de cálculo en el que el cuerpo está embebido.

El problema se resuelve en un sistema de referencia cartesiano con origen en el morro del cuerpo, tal que el eje  $x$  es paralelo al eje longitudinal del cuerpo y las coordenadas positivas se definen aguas abajo, el eje  $y$  es normal al plano  $x$ - $z$  y el eje  $z$  es normal al eje  $x$  en el plano de simetría y  $= 0$ . La velocidad incidente se define en el plano  $x$ - $z$  (para ángulo de orientación nulo) apuntando aguas abajo. El dominio de cálculo es finito, tal que sus límites están definidos por un cilindro exterior que tiene un eje longitudinal de 225 diámetros (75 aguas arriba y 150 aguas abajo, medidos desde el origen) y un eje radial de 75 diámetros. Esta distancia, con las condiciones de contorno establecidas (condiciones de no reflexión de ondas) garantizan que el exterior está suficientemente alejado para no perturbar el campo cercano al cuerpo y mantener las condiciones de flujo uniforme.

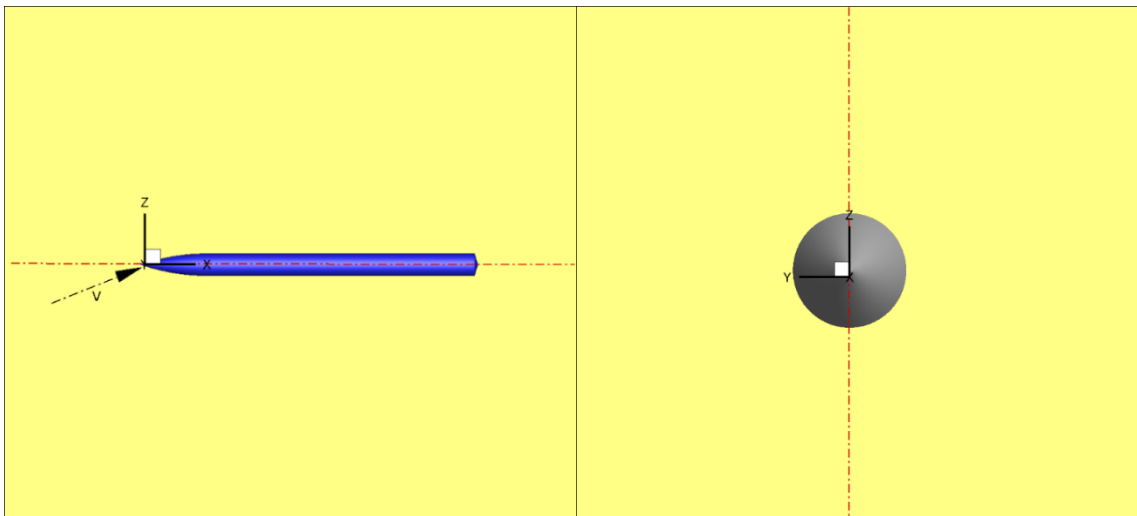


Figura 12. Esquema de los ejes y origen de referencia: Izquierda: plano  $x$ - $z$ . Derecha: plano transversal, ejes  $y$ - $z$ .

En otros tipos de cálculo (mallas no estructuradas), el infinito del eje  $x$  está a -45 diámetros aguas arriba y aguas abajo a 100 diámetros (145 diámetros en el eje longitudinal), mientras que en las direcciones  $y$  y  $z$  se recorta a 50 diámetros. Se imponen las mismas condiciones de no reflexión de ondas.

En la Figura 12 se muestra un esquema con el plano definido por los ejes  $x-z$  y el plano transversal definido por los ejes  $y-z$  y la velocidad incidente, que tiene componentes solamente en el plano de simetría  $y = 0$ , siendo el ángulo de ataque  $\alpha = \text{atan} \left( \frac{w}{u} \right)$  definidas  $u, w$  como las componentes cartesianas de la velocidad incidente en los ejes  $x-z$ . Así pues,  $u = v_\infty \cdot \cos \alpha$ ,  $w = v_\infty \cdot \sin \alpha$ . La componente  $v$  es nula.

Pero es interesante realizar estudios tal que la velocidad incidente está en otro plano de simetría de esta configuración axisimétrica. La relación entre ese plano y el plano de simetría  $x-z$  la define el ángulo de orientación: es el ángulo de azimut medido desde el plano de simetría  $x-z$  con origen abajo y medido en dirección contraria a las agujas del reloj. En este caso, si la velocidad está en un plano  $\Phi = \text{cte}$  la definición de ángulo de ataque es:

$$\alpha = a \tan \left( \frac{\left( \sqrt{v_n^2 (\sin^2 \Phi + \cos^2 \Phi)} \right)}{u} \right) \quad (III-11)$$

siendo  $v_n = v_\infty \cdot \sin \alpha$  la componente normal de velocidad en el plano  $\Phi = \text{cte}$  y  $u = v_\infty \cdot \cos \alpha$  es la componente axial.

La matriz de transformación para los ejes a diferentes ángulos de orientación es:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Phi & -\sin \Phi \\ 0 & \sin \Phi & \cos \Phi \end{pmatrix}. \text{ Así pues, el eje axial } l \text{ es el mismo que el eje longitudinal } x \text{ del sistema}$$

cartesiano y los ejes  $s$  (lateral) y  $n$  (normal) están relacionados con los ejes  $y$  y  $z$  cartesianos.

Las componentes cartesianas de velocidad para la velocidad incidente en un plano  $\Phi = \text{cte}$  son:

$$\begin{aligned} u &= v_\infty \cdot \cos \alpha \\ v &= v_\infty \cdot \sin \alpha \cdot \sin \Phi \\ w &= v_\infty \cdot \sin \alpha \cdot \cos \Phi \end{aligned} \quad (III-12)$$

En la Figura 13 se muestra un esquema de los ejes cartesianos  $x-y-z$ ;  $l-s-n$  cuando la velocidad entra por el plano  $\Phi = \text{cte}$ . El origen para el ángulo de orientación está abajo del cuerpo y se mide en sentido contrario a las agujas del reloj.

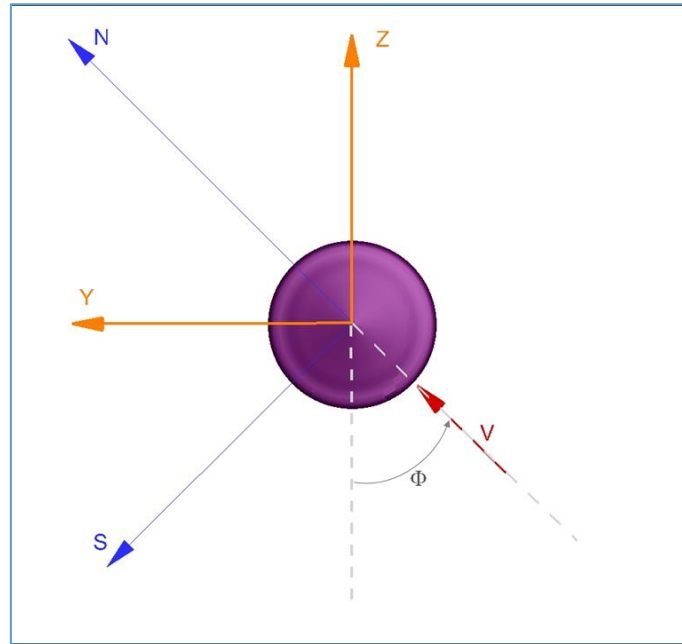


Figura 13. Sistemas de referencia cartesiano y basado en el ángulo de orientación.

### III. Fuerzas, Momentos y Coeficientes

Los cálculos se realizan en el sistema internacional de unidades (SI).

En general, las fuerzas sobre el cuerpo, en sus componentes cartesianas son  $F_x, F_y, F_z$ . Igualmente los momentos son:  $M_x, M_y, M_z$ . Pero para el trabajo se usan generalmente coeficientes adimensionales. La forma habitual en aerodinámica es trabajar con coeficientes adimensionales, en los que las longitudes características o fuerzas de referencia varían según el problema a estudiar.

En este problema, los valores de referencia que se usan son:

- La longitud de referencia es  $l = D$  definida como el diámetro del cilindro del cuerpo.
- El área de referencia es  $S = \frac{\pi \cdot D^2}{4}$ .
- La presión de referencia es la presión dinámica  $q = \left( \frac{1}{2} \cdot \rho_\infty \cdot v_\infty^2 \right)$  siendo  $\rho_\infty$  la densidad en el infinito y  $v_\infty$  la velocidad del fluido en el infinito aguas arriba. Pero también se ha

utilizado a veces  $q_{cf} = \left( \frac{1}{2} \cdot \rho_{\infty} \cdot v_{\infty}^2 \cdot \sin^2 \alpha \right)$  definida como la presión dinámica de flujo

cruzado, pues se usa como referencia la velocidad de flujo cruzado  $v_c = v_{\infty} \cdot \sin \alpha$  siendo  $\alpha$  el ángulo de ataque o incidencia.

## A. Coeficientes de fuerzas y momentos globales

Los coeficientes de fuerzas se definen como:

$$C_x = \left( \frac{F_x}{q \cdot S} \right), C_y = \left( \frac{F_y}{q \cdot S} \right), C_z = \left( \frac{F_z}{q \cdot S} \right) \quad (III-13)$$

De forma similar, los coeficientes de momento son:

$$C_{mx} = \left( \frac{M_x}{q \cdot S \cdot D} \right), C_{my} = \left( \frac{M_y}{q \cdot S \cdot D} \right), C_{mz} = \left( \frac{M_z}{q \cdot S \cdot D} \right) \quad (III-14)$$

En este trabajo no se han estudiado los momentos globales, dado que se disponía de resultados experimentales de la distribución de fuerzas laterales y longitudinales. Esta información es más amplia que el simple valor integral que proporciona el momento global. Con la información de distribuciones de fuerzas y presiones en determinadas secciones se puede estudiar con detalle la estructura del flujo.

Si la corriente entra en un plano con ángulo de orientación  $\Phi = cte$  entonces nos interesan en el estudio los coeficientes de fuerza longitudinal ( $l$ ), normal ( $N$ ) y lateral ( $S$ ) o fuera de plano, que están relacionados con los coeficientes cartesianos de la forma siguiente:

$$\begin{aligned} C_l &= C_x \\ C_S &= C_y \cdot \cos \Phi - C_z \cdot \sin \Phi \\ C_N &= C_y \cdot \sin \Phi + C_z \cdot \cos \Phi \end{aligned} \quad (III-15)$$

En los estudios donde se estudia el efecto del ángulo de orientación entrando la corriente sobre distintos planos de simetría  $\Phi = cte$  se usan estos coeficientes en lugar de los cartesianos, dado que lo importante es determinar la fuerza normal en el plano de la velocidad y la fuerza lateral o fuera del plano; es decir, perpendicular al plano de la velocidad.

## B. Coeficientes de fuerzas locales

Se define  $f_Y(x, \phi, t)$  como la fuerza por unidad de área (presión y esfuerzo cortante) en la dirección  $Y$  ejercida por el fluido en la superficie del cuerpo. La fuerza lateral local por unidad de longitud actuando sobre un anillo de anchura  $dx$  en forma adimensional se define como:

$$\frac{dC_Y}{dx}(x, t) = \frac{1}{q_{cf} D} \int_0^{2\pi} f_Y(x, \phi, t) r(x) d\phi \quad (III-16)$$

De la misma forma, para la dirección  $Z$  del cuerpo se define:

$$\frac{dC_Z}{dx}(x, t) = \frac{1}{q_{cf} D} \int_0^{2\pi} f_Z(x, \phi, t) r(x) d\phi \quad (III-17)$$

Si hay cálculos a ángulo de orientación no nulo, los correspondientes coeficientes de fuerzas locales lateral y normal están relacionados de la misma forma que los globales.

## C. Coeficientes de presiones

Las presiones se suelen dar en forma de coeficiente de presiones ( $C_p$ ), definido normalmente

como:  $C_p = \left( \frac{p - p_\infty}{q} \right)$  siendo  $p_\infty$  la presión en el infinito. Pero es útil a veces utilizar la presión

dinámica de la corriente de flujo cruzado, y en ese caso definimos el coeficiente de presión como:

$$C_p^* = \left( \frac{p - p_\infty}{q_{cf}} \right) = \left( \frac{p - p_\infty}{0.5 \cdot \rho_\infty \cdot v_\infty^2 \cdot \sin^2 \alpha} \right) \quad (III-18)$$

Muchos de los resultados experimentales están dados en forma adimensional con las definiciones utilizadas arriba. A la hora de comparar resultados, es pues conveniente utilizar coeficientes en lugar de valores de fuerzas.

## IV. El problema de la malla

La malla de cálculo es fundamental en la precisión de los resultados. Estos cuerpos son muy simples geoméricamente hablando, pero se ha mencionado antes que hay efectos muy importantes en la punta de la nariz del cuerpo que pueden ser determinantes para la asimetría del flujo. Y al tratarse de un flujo con separación masiva y no estacionario, la zona de capa límite debe tener bastantes celdas de malla para capturar bien esa zona de gradientes de velocidad y flujo separado. Los efectos del flujo de base pueden tener también importancia en la parte trasera del cuerpo. En la Tabla 1 se exponía que para un determinado problema usando las ecuaciones RANS el número de celdas es de orden del millón. Este problema requiere mayor precisión y los órdenes de magnitud se han incrementado paulatinamente desde mallas de  $3 \cdot 10^6$  hasta  $15\text{-}20 \cdot 10^6$  de celdas. Con las mallas más densas se ha comprobado una precisión adecuada. Pero, no se ha incrementado más la densidad de malla debido a importantes problemas de tiempo de cálculo. No se disponían de recursos computacionales suficientes para ir a mallas de órdenes mayores (hasta  $50 \cdot 10^6$  de celdas) que hubieran sido necesarias por ejemplo en los problemas de giro a velocidades de rotación altas ( $> 5$  Hz).

### A. Mallas estructuradas versus no-estructuradas

Existen dos tipos de mallas: estructuradas y no-estructuradas. Las primeras se generaron originalmente para cuerpos de dos dimensiones (2D) o 3D simples, hasta que geometrías complejas llevaron a la generalización de mallas multi-bloque. Para resolver de forma más sencilla algunos de estos problemas surgieron las mallas no estructuradas. Primeramente, un dominio de tetraedros, y posteriormente, surgieron las mallas híbridas, una combinación de prismas y tetraedros. En las regiones de capa límite conviene tener una zona prismática y en las de gradientes menores, se puede tener la malla tetraédrica. Estas mallas son inherentemente asimétricas y también bastante más disipativas. Por tanto, para cuerpos sencillos como la ojiva-cilindro –cuerpo axisimétrico- la malla estructurada es más adecuada a priori. Un detalle del plano de simetría  $y = 0$  y el cuerpo se ve en la Figura 14. Por otro lado, se dispone de métodos de generación de mallas no estructuradas bastante estandarizados que permiten generar con facilidad varias mallas de este tipo a partir de modificar algunos parámetros, como la densidad de malla en la punta o en la superficie; o bien, para generar las mallas necesarias para los problemas con giro, que exigen una malla deslizante sobre otra.

Se ha explicado anteriormente que irregularidades muy pequeñas –del orden de la rugosidad y de tamaño muy inferior al espesor de capa límite- y excentricidades en la punta de la nariz sobre

todo, pueden producir un efecto importante del ángulo de orientación sobre las fuerzas locales y globales. Esto llevó a valorar crear los dos tipos de malla. Por tanto, se generó en primer lugar una malla 2D estructurada en el plano de simetría; girando esta malla sobre el eje longitudinal se obtuvo una malla axisimétrica estructurada. Y en segundo lugar, se generaron diversas mallas no estructuradas con distintas densidades y diferentes formas de generar la punta. Y mallas preparadas para ser deslizantes en los casos de giro del cuerpo alrededor de su eje longitudinal.

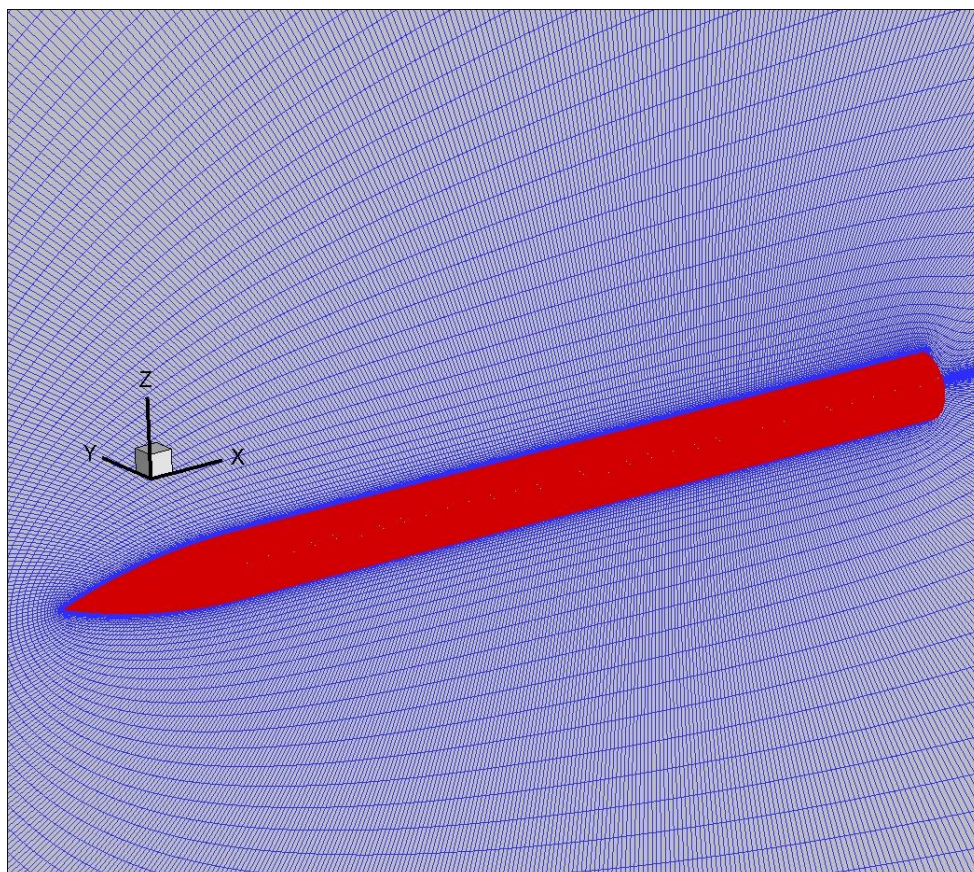


Figura 14. Vista de la malla estructurada. Plano  $y = 0$  y malla de superficie del cuerpo.

## B. El problema de la punta de la nariz

Hay una diferencia muy importante con relación al mallado de la punta de la nariz del cuerpo si es una malla estructurada o no estructurada.

Con relación a la primera, se genera una malla estructurada en el plano de simetría  $x-z$  y luego se gira alrededor del eje longitudinal  $x$  para crear una malla estructurada axisimétrica. El giro se puede hacer cada  $n$  grados, y el número total de celdas  $N$  en un plano transversal es  $N = \frac{360}{n}$ . Si



$n = 1.5$  tenemos  $N = 240$  y si  $n = 1$  tenemos  $N = 360$ . Se han elegido ambos casos, de forma que  $N$  es siempre un número par.

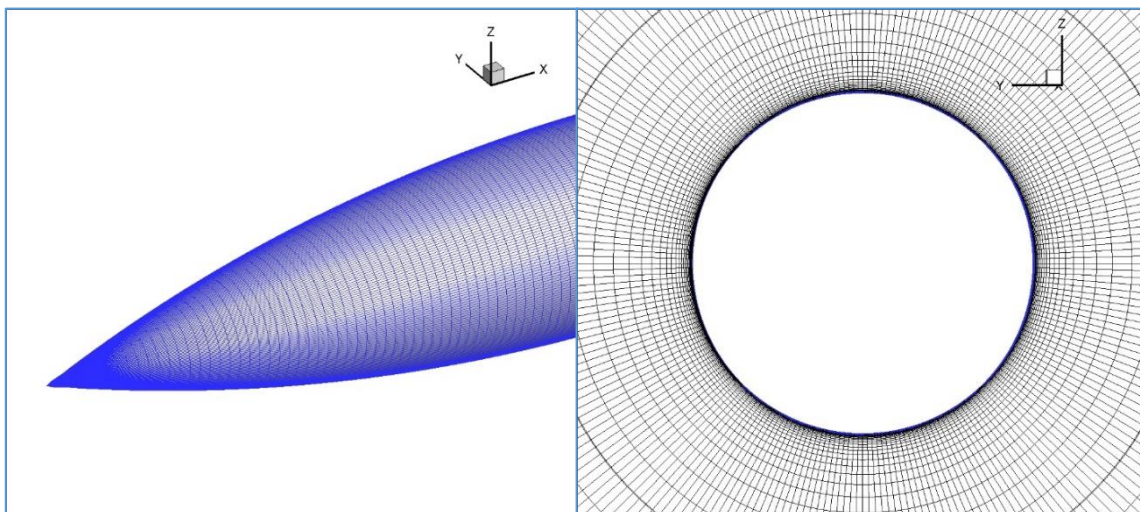


Figura 15. Vista de la malla estructurada. Izquierda: detalle de la malla de superficie en el morro. Derecha: malla en un plano transversal (y-z).

Un detalle de la malla estructurada está en la Figura 15.

En la punta, todos los puntos de malla colapsan en uno solo. A una distancia muy pequeña, correspondiente a las siguientes celdas en dirección  $x/D$ , se tiene ya un plano similar al de la vista, con  $N$  celdas. La circunferencia que define a la ojiva se discretiza como un polígono de  $N$  lados equi-espaciados. A medida que crece el radio de la circunferencia de la ojiva el tamaño de los lados crece; hasta que se llega a la zona cilíndrica en el que en estos lados ya se conserva su tamaño hasta  $x/D = 15.0$  (zona de la parte trasera del cilindro).

Sin embargo, para la malla no estructurada se tiene un método tal que se genera una malla de superficie de una parte del cuerpo de ángulo  $\Theta = \frac{360}{m}$  siendo  $m$  un número entero que varía desde  $m = 3$  hasta  $m = 8$ . En realidad, este valor puede subir más pero se han hecho variaciones hasta  $m = 8$ . Esto tiene una implicación muy importante en la malla resultante. En la estación  $x/D$  siguiente a la punta (donde todos los punto de malla colapsan) se tiene en la sección transversal un octógono si  $m = 8$  y un triángulo si  $m = 3$ . Y a medida que aumenta la densidad de malla de superficie, se tienen polígonos de más y más lados hasta un valor muy grande, superior a  $N = 240$  o  $N = 360$ , que son los valores de la malla estructurada.

Pero estos polígonos no tienen sus lados de igual tamaño. Esto significa que la malla de superficie en la zona cilíndrica es más densa que la estructurada y está definida la circunferencia de la sección por un polígono de más lados (pero no uniformes) que la estructurada. Pero -y esto es



muy importante- en las zonas definidas por un octógono (si  $m = 8$ ) se generan ajustes para definir la malla de superficie tal que cada  $(360/m)$  grados hay “irregularidades” en la malla de superficie que posteriormente al generar la capa prismática creará una malla de volumen no simétrica. La malla de superficie es no simétrica, y en los ángulos de orientación relacionados con  $\Theta = \frac{360}{m}$  puede haber celdas de diferentes tamaños, lo que lleva a irregularidades adicionales ahí, y distintas según el ángulo de orientación. Un detalle de la malla de superficie no estructurada se observa en la Figura 16.

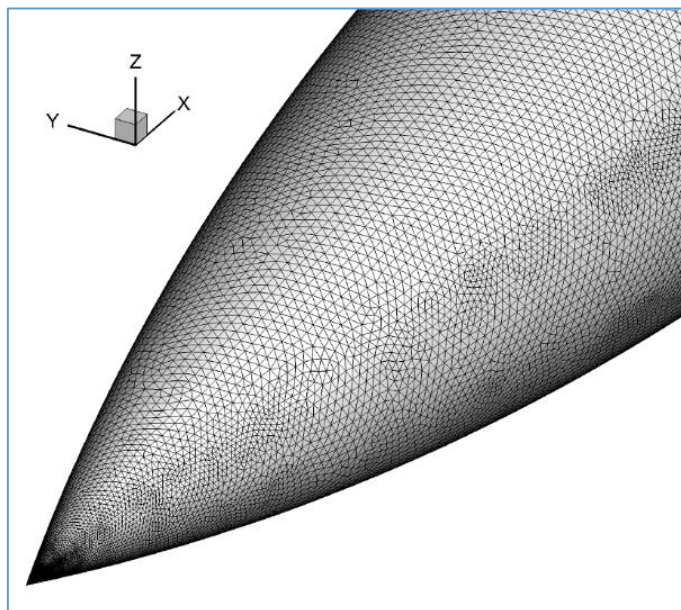


Figura 16. Vista de la malla no estructurada: detalle de la malla de superficie en el morro.

Y el problema de la punta se ve de la siguiente forma en la Figura 17.

En la primera malla (izquierda), que tiene una densidad baja y  $m = 3$ , la punta generada es muy irregular. Esto tiene implicaciones importantes para el cálculo, si atendemos a la idea de inestabilidad global a altos ángulos de ataque explicada en el Capítulo 1 de la Parte I. La siguiente malla (centro), generada con  $m = 8$  (8 elementos) parece mucho más simétrica. Pero una observación a diferentes ángulos de orientación mostraba grandes irregularidades de la superficie. Con la tercera malla (derecha), también generada con 8 elementos básicos pero mucho más densa, se tenía una punta de la nariz mucho más uniforme y que puede representar mejor un cuerpo bien fabricado para un ensayo.

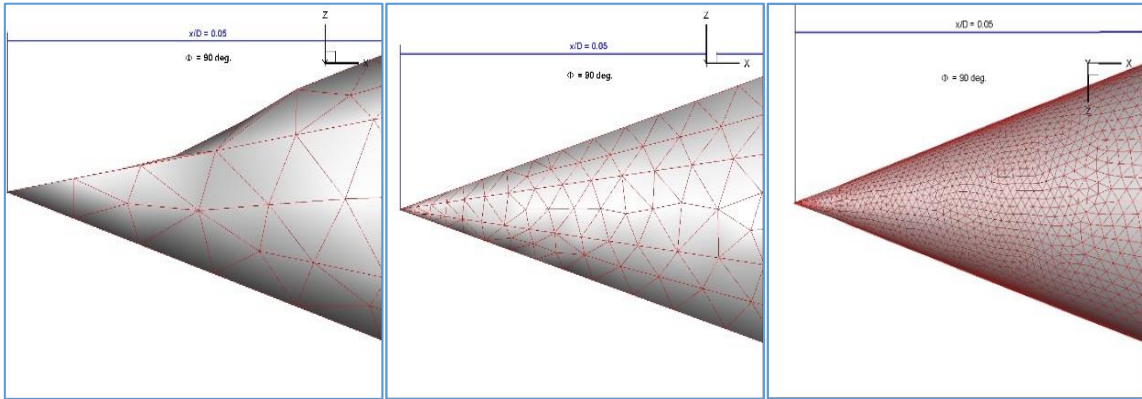


Figura 17. Vista de una malla no estructurada a una distancia  $x/D < 0.05$ . Izquierda: malla generada con tres elementos ( $m = 3$ ). Centro: malla generada con ocho elementos ( $m = 8$ ). Derecha: malla generada con 8 elementos con gran densidad de superficie ( $m = 8$ ).

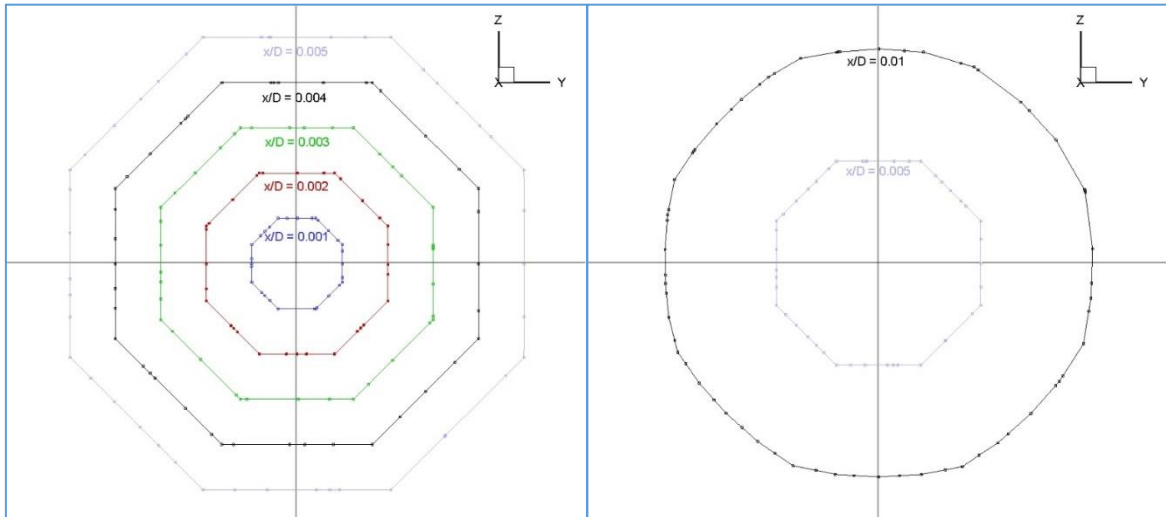


Figura 18. Secciones de la malla de superficie de la malla no estructurada. Izquierda: secciones entre  $x/D = 0.001$  hasta  $x/D = 0.005$ . Derecha: secciones  $x/D = 0.005$  y  $x/D = 0.01$ .

En la Figura 18 se pueden ver secciones de la malla no estructurada fina usada en los cálculos entre las posiciones  $x/D = 0.001$  hasta  $x/D = 0.01$ . Hasta  $x/D = 0.005$  estas secciones son octógonos con diferente números de elementos de los nodos de las celdas, que están definidos por puntos. Entre  $x/D = 0.005$  y  $x/D = 0.01$  hay un cambio gradual tal que en la sección  $x/D = 0.01$  ésta se compone de un polígono de mucho más lados irregulares.

Entre las secciones  $x/D = 0.01$  hasta  $x/D = 0.05$  (ver Figura 19) la evolución es más uniforme hacia secciones más cercanas al círculo ideal, con polígonos de muchas caras pero irregulares sus lados.

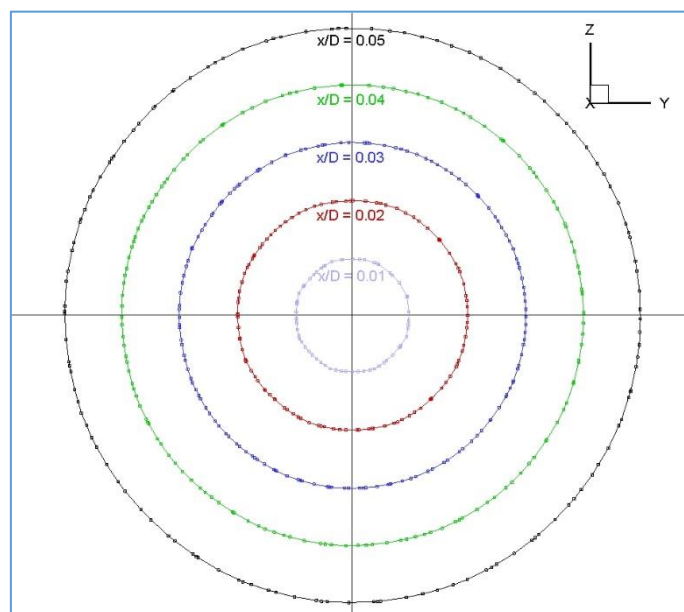


Figura 19. Secciones de la malla de superficie de la malla no estructurada: secciones entre  $x/D = 0.01$  hasta  $x/D = 0.05$ .

En la *Figura 20* se representa la zona  $x/D < 0.05$  de la malla de superficie de esta tercera malla no estructurada, generada con  $m = 8$  elementos. Se muestran a diferentes ángulos de orientación; cada 45 grados. Se puede ver a simple vista que la malla de superficie no es simétrica. Luego, la malla prismática que se genera a partir de la malla de superficie tampoco lo será. La malla no estructurada es no-simétrica, aunque está representando a un cuerpo axisimétrico. Esto conlleva que la superficie calculada tiene inherentemente unas irregularidades geométricas que habrá que valorar si son del orden de la rugosidad de un cuerpo real en túnel de viento. Y si eso conlleva efectos importantes en las fuerzas, relacionados con el ángulo de orientación. Hay que tener en cuenta que es imposible obtener una nariz de una maqueta de ensayo absolutamente axisimétrica, debido a las tolerancias del mecanizado.

Más adelante (Parte IV, capítulo II) se cuantifican las irregularidades de superficie de la malla no estructurada.

Finalmente, el redondeo es muy importante en la forma de generar también la punta de la malla y toda la malla de superficie por ende. Pero, si bien se hicieron estudios con redondeos diferentes de la punta de la ojiva, nos hemos centrado en una configuración puntiaguda, tal como se define la ensayada en el túnel de viento de ONERA F1 y que es nuestra configuración de referencia.

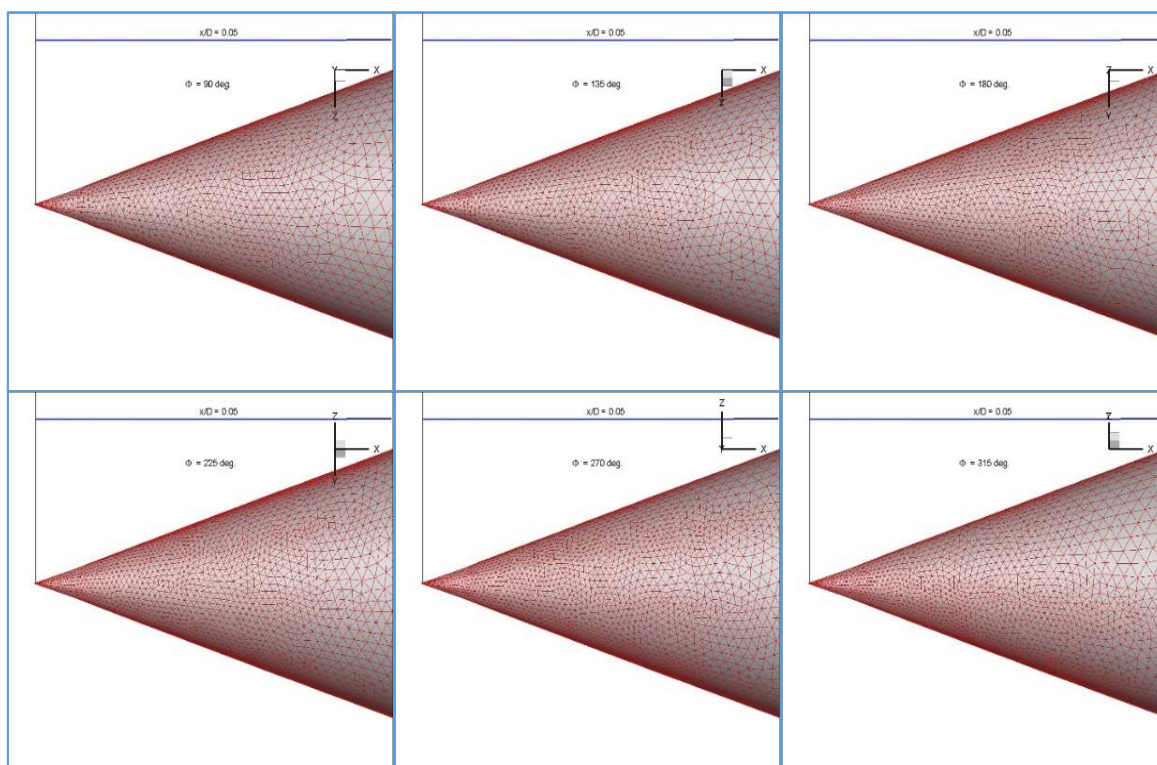


Figura 20. Vista de una malla no estructurada a una distancia  $x/D < 0.05$ . Se representan las vistas a diferentes ángulos de orientación: 90, 135, 180, 225, 270 y 315 grados.

### C. Mallas deslizantes

Para poder realizar los cálculos con giro en balance, en los que el cuerpo rota con una velocidad angular constante  $p$  alrededor del eje longitudinal  $x$ , un método adecuado es resolver este movimiento en un sistema de referencia no inercial. Para ello se usa el sistema de mallas deslizantes. Se generan dos cilindros de mallas; tal que el primero envuelve al cuerpo en el campo cercano, en la zona de gradientes altos. Este cilindro interior desliza sobre el cilindro exterior. Hay que definir por tanto una ‘interface’ o superficie frontera entre los dos, de forma que las celdas interiores se mueven girando sin invadir el cilindro exterior.

En este cilindro interior que gira a la velocidad  $p$  se resuelven las ecuaciones en el sistema de referencia no inercial y en el exterior se usa un sistema de referencia inercial. La malla interior desliza sobre la exterior y se interpolan los flujos en la zona de ‘interface’.

En la Figura 21 se muestra un detalle de una de las mallas no estructuradas más densas, tanto en el plano  $(x-z)$  como en el plano transversal  $(y-z)$ . Se observa la gran densidad de malla cerca del



cuerpo, con 48 capas prismáticas, y además la malla deslizante (un cilindro que rota sobre el eje longitudinal con velocidad  $p$  constante).

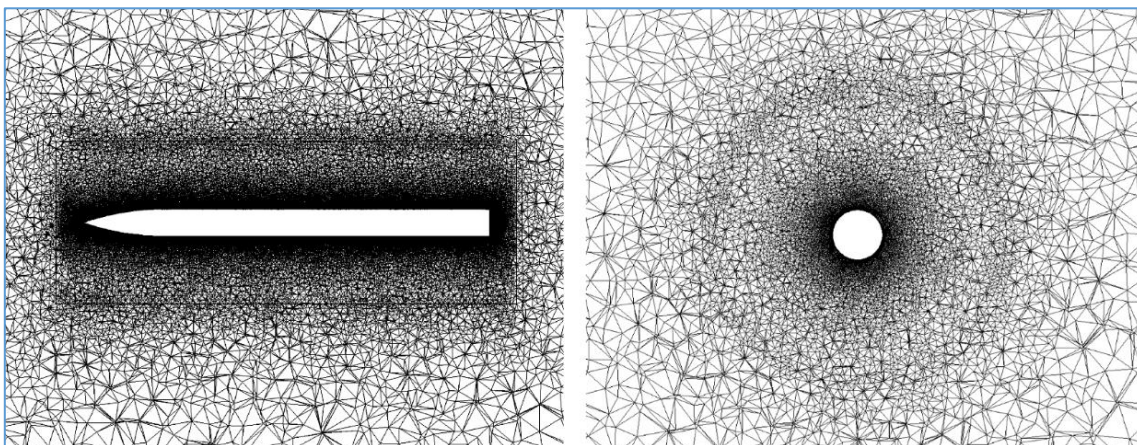


Figura 21. Vista de la malla no estructurada. Izquierda: detalle de la malla cercana al cuerpo en el plano x-z. Derecha: malla en un plano transversal y-z.

#### D. Densidad de malla

Se generaron varias mallas estructuradas y varias mallas no estructuradas. Se hicieron cálculos con ellas, y finalmente se tomaron dos de ellas como configuraciones de referencia para los cálculos aquí expuestos.

En la Tabla 3 se muestran diferentes mallas de cálculo. Las primeras 9 son mallas no estructuradas. El número de elementos de superficie ha ido subiendo hasta llegar al máximo de 222286 elementos en la malla 9. El número de capas prismáticas es importante. Este número, junto a la altura de la primera capa (en la mayoría de valor  $10^{-5}$  m), define con un parámetro la altura de esta capa prismática. Lo ideal es que la capa límite esté contenida en esta capa prismática. Pero esta capa prismática tiene un espesor similar en la nariz al de la parte trasera del cuerpo; la capa límite tiene mayor espesor atrás que la capa prismática. Por tanto, ha habido una degradación de la precisión del cálculo de la capa límite a medida que se avanza longitudinalmente. Pero conseguir que toda la capa límite esté contenida obligaba a generar un número muy grande de capas prismáticas y ello supone finalmente una malla volumétrica muy densa. Los costes computacionales se disparan. Por ello, se ha tenido que sacrificar esa precisión en la parte trasera del misil. La malla con 72 capas prismáticas y de mayor densidad de superficie (Grid 9) tenía más de 23 millones de celdas. Es un número muy grande para los cálculos viables. Por ello, se eligió una malla anterior (Grid 7) como la malla no estructurada base para realizar los cálculos. Además, estaba generada tal que era deslizante y se podía utilizar también para los cálculos con giro en

balance. Con relación a la malla estructurada sólo se muestra una de ellas en la tabla, la usada como referencia (Grid 10).

La Figura 22 muestra un plano transversal ( $x/D = 2.75$ ) de la malla ‘Grid 9’. Se observan las capas prismáticas y una densidad de malla grande en el campo cercano al cuerpo.

En cuanto a la malla estructurada se generó una malla de  $450 \cdot 140 \cdot 240$  celdas. Inicialmente, la altura de la primera celda era de  $5 \cdot 10^{-5}$  m pero luego se redujo a  $10^{-5}$  m, tal como en la malla no estructurada. La malla de superficie es bastante menos densa que la correspondiente de la malla no estructurada, pero más uniforme. Y en dirección normal al cuerpo se genera una ley de crecimiento del tamaño de la celda tal que aumenta progresivamente, y el cálculo de la capa límite (los gradientes en dirección normal) es más preciso. Por tanto, se podrán tener mejores soluciones de la capa límite en la parte trasera del cuerpo. Con un tamaño similar de malla a otras mallas no estructuradas (15 millones de celdas) la malla estructurada es mucho menos disipativa además. El número de caras sin embargo es mayor que para una malla no estructurada de tamaño similar: esta malla ‘Grid 10’ tiene 45114720 caras.

Esto se ha tenido en cuenta a la hora de estudiar la evolución de los torbellinos desprendidos a altos ángulos de ataque. En principio, la malla estructurada es mucho mejor para determinar la evolución aguas abajo de estos torbellinos.

Malla	Elementos de superficie	Capas prismáticas	Altura de la primera capa	Número total de celdas
<i>Grid 1</i>	60624	30	$1 \cdot 10^{-5}$	3368980
<i>Grid 2</i>	60624	48	$2 \cdot 10^{-6}$	6970442
<i>Grid 3</i>	166680	48	$1 \cdot 10^{-5}$	10573001
<i>Grid 4</i>	184898	48	$1 \cdot 10^{-5}$	11661239
<i>Grid 5</i>	197366	48	$1 \cdot 10^{-5}$	12448354
<i>Grid 6</i>	196832	48	$1 \cdot 10^{-5}$	12416892
<i>Grid 7</i>	196612	48	$1 \cdot 10^{-5}$	16240213
<i>Grid 8</i>	197774	48	$1 \cdot 10^{-5}$	16093301
<i>Grid 9</i>	222286	72	$1 \cdot 10^{-5}$	23159277
<i>Grid 10</i>	78720	estructurada	$1 \cdot 10^{-5}$	15012000

Tabla 3. Diferentes mallas de cálculo: características.

En la Tabla 4 se muestra la relación de tamaño de las mallas. Es proporcional básicamente al tiempo de cálculo necesario. La malla ‘Grid 1’ se usa como referencia.

Se puede observar que a partir de la malla ‘Grid7’ la relación con la malla inicial de referencia está en torno a 5, llegando a cerca de 7 para la malla ‘Grid 9’. Esto implica un esfuerzo computacional muy alto ya, mayor aún que esa relación; dado que al aumentar la densidad de malla el número de iteraciones para obtener un grado de convergencia similar es mayor. Además, el tiempo de cálculo depende también en parte del número de caras, ya que es necesario determinar los flujos en las caras, aunque las variables conservativas y de turbulencia se calculan en los nodos y por tanto el tiempo es principalmente proporcional al número de celdas.

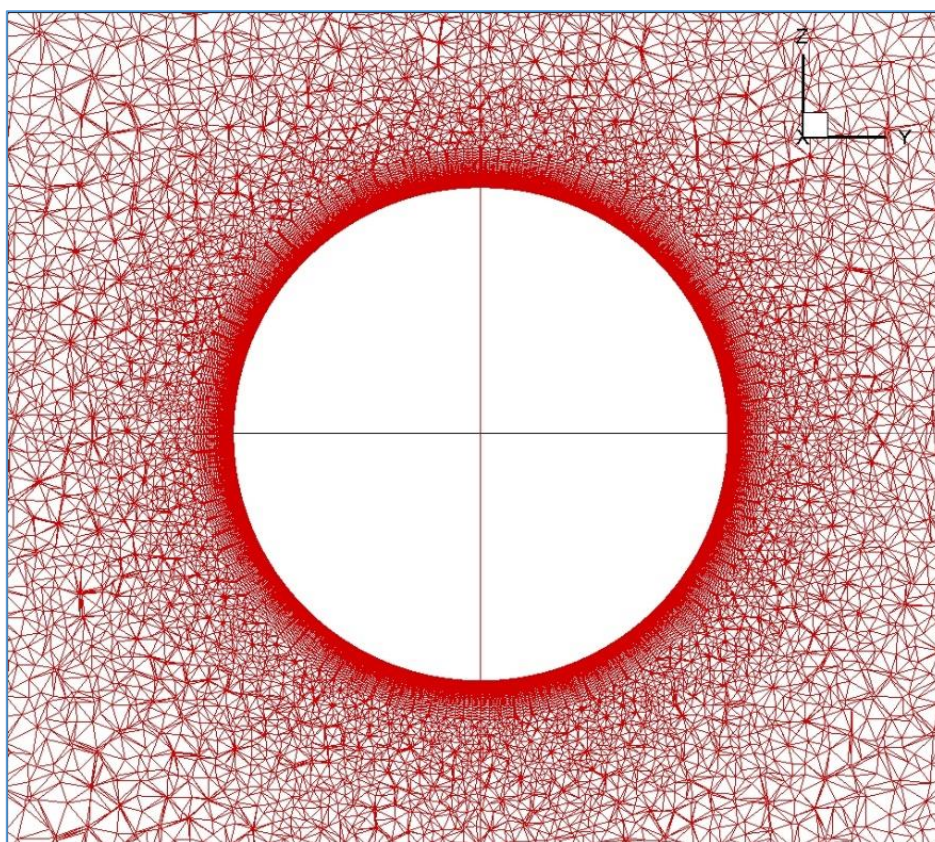


Figura 22. Detalle de la malla ‘Grid 9’ (con 72 capas prismáticas) en un plano transversal (y-z): estación  $x/D = 2.75$ .

La Tabla 5 muestra el resumen de las dos mallas de cálculo finalmente utilizadas en la mayor parte de los cálculos, y sobre las que se derivaron las principales conclusiones del estudio; si bien, se han usado otras mallas a veces para verificar tendencias o comparar soluciones.

<i>Malla</i>	<b>Relación de tamaño</b>
<b><i>Grid 1</i></b>	<b>1.0</b>
<b><i>Grid 2</i></b>	<b>2.069</b>
<b><i>Grid 3</i></b>	<b>3.138</b>
<b><i>Grid 4</i></b>	<b>3.461</b>
<b><i>Grid 5</i></b>	<b>3.695</b>
<b><i>Grid 6</i></b>	<b>3.685</b>
<b><i>Grid 7</i></b>	<b>4.820</b>
<b><i>Grid 8</i></b>	<b>4.776</b>
<b><i>Grid 9</i></b>	<b>6.874</b>
<b><i>Grid 10</i></b>	<b>4.455</b>

Tabla 4. Diferentes mallas de cálculo: relación de tamaños y tiempos de cálculo.

La malla no estructurada ‘Grid 7’ tiene un número de celdas algo mayor que la estructurada; pero la estructurada ‘Grid 10’ tiene más caras. El esfuerzo computacional de las dos es similar y en torno a 5 veces el esfuerzo necesario con la malla de referencia inicial.

Malla	elementos de superficie	de Capas prismáticas	Número total de caras	Número total de celdas
<i>Grid 7</i>	196612	48	37346792	16240213
<i>Grid 10</i>	78720	estructurada	45114720	15012000

Tabla 5. Mallas de cálculo utilizadas: características.

Como se mencionó anteriormente, un caso de análisis no estacionario con periodos de unos 2 segundos de tiempo y pasos de tiempo característicos  $\Delta t = 5 \cdot 10^{-4} s$  requerían unas 48 horas de tiempo de cálculo. La malla más densa (‘Grid 9’) llevaba a incrementos del 50% de este tiempo. Por lo que se establecieron estas dos mallas como mallas de referencia, pues su densidad era ya alta y la calidad de la malla estructurada muy buena.



## E. Resolución de la capa límite

La capa límite es una región de grandes gradientes normales, donde los perfiles de velocidad varían. Resolver la capa límite en un flujo turbulento implica que se capturen bien los perfiles de velocidad, cumpliendo la ley de la pared.

Sean  $\bar{y}$  la distancia normal a la pared y  $\bar{u}$  la velocidad media y  $v^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$  es la denominada velocidad de fricción en la pared. Se definen las variables adimensionales siguientes:

$y^+ = \bar{y} \cdot \left( \frac{\rho v^*}{\mu} \right)$  y  $u^+ = \frac{\bar{u}}{v^*}$  que definen una distancia a la pared adimensionalizada y una velocidad del perfil de capa límite adimensional.

Los perfiles de velocidad turbulentos siguen una ley (referencia [16]) en la que:

$$u^+ = y^+ \quad \text{para } y^+ \leq 5 \quad (\text{subcapa viscosa}) \quad (III-19)$$

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + B + \frac{2\Pi}{\kappa} \cdot f\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad 5 \leq y^+ \leq 1000 \quad (\text{capa de ajuste y capa exterior})$$

Siendo  $\kappa = 0.41$ ,  $B = 5.0$  y  $\Pi$  es el parámetro de estela de Coles que vale  $\Pi = \kappa \frac{A}{2}$  y este último

valor  $A$  varía con los gradientes de presión  $\xi = \frac{\delta}{\tau_w} \frac{dp_e}{dx}$  y otros parámetros, siendo  $x$  la dirección de avance de la corriente (referencia [16]).

En la subcapa viscosa predominan los esfuerzos de viscosidad molecular y en la capa exterior predominan los esfuerzos viscosos turbulentos, mientras que en la zona de acoplamiento los dos esfuerzos son del mismo orden. En la subcapa viscosa o laminar:  $\tau_w = \mu \frac{\bar{u}}{y}$ . El espesor de esta

subcapa laminar es  $\delta_{sub} = 5 \left( \frac{\mu}{\rho \cdot v^*} \right)$ . La cantidad  $\left( \frac{\mu}{\rho \cdot v^*} \right)$  es la denominada longitud de escala

viscosa. Para resolver adecuadamente la capa límite, en primer lugar se debe tener un tamaño de malla tal que haya al menos una celda en la subcapa laminar o viscosa. Y conviene tener un número de celdas importante, no menor de 24 o 36 para la zona intermedia y exterior. De esa forma podrá capturarse bien el perfil de velocidades.

Un primer chequeo de una buena definición de malla es por tanto, determinar el valor de  $y^+$  en la primera celda y comprobar que es de orden 1 o menor, y no mayor que 5. De este modo, el cálculo de los esfuerzos en la pared será más preciso. Y la captura del perfil de velocidades mejor.

En la Figura 23 se muestran los contornos de  $y^+$  en la primera celda del cuerpo normal a la pared para un cálculo de la configuración de referencia a las condiciones definidas, y usando la malla estructurada.

Lo anteriormente establecido es válido siempre y cuando la capa límite se encuentre adherida. En la zona de sotavento del cuerpo (ángulo de orientación  $90 < \Phi < 270$  grados medido nulo con la corriente incidente) ésta se separa a ángulos de azimut u orientación mayores que 90 en este caso. Pero los valores en la zona de flujo adherido nos dan una buena medida del grado de resolución de la malla en la zona cercana al cuerpo.

Para la malla no estructurada se tienen valores similares de este parámetro  $y^+$ .

También es necesario que haya bastantes celdas en la zona de capa límite para tener buena resolución y capturar bien los gradientes.

Además de valorar los valores de  $y^+$ , que sólo nos indican si se captura bien la subcapa laminar, hay que ver si se captura bien la capa límite. En el caso de la malla no estructurada se definieron 48 capas prismáticas con una ley de crecimiento tal que su espesor se espera que sea del orden o superior al espesor medio de la capa límite. Dado que ésta crece en dirección de la corriente y además hay zonas grandes de flujo desprendido, generar una malla que capture con mucha precisión la capa límite en todo el cuerpo es muy difícil a no ser que la densidad de malla se dispare y haya un número muy elevado de capas prismáticas.

Con relación a la malla estructurada, más isotropa y axisimétrica, en dirección normal se genera una ley de alargamiento de los nodos, tal que el número cada vez mayor de celdas en dirección normal determinará también un mayor número de celdas dentro de la capa límite.

A continuación, se exponen resultados de perfiles de capa límite en dos secciones del cuerpo,  $x/D = 3.00$  y  $x/D = 9.0$  utilizando resultados de la malla no estructurada.

La primera sección está definida justo en el morro o nariz, donde termina la ojiva. Hasta ahí el área de las secciones crece hasta ser constante a partir de ahí, por lo que hay mayores gradientes en dirección axial. Por el contrario, en la zona trasera donde el flujo es no estacionario y la capa límite engorda, la resolución de la capa límite puede degradarse y pierde precisión necesariamente. La segunda sección  $-x/D = 9.0$  se encuentra, en los cálculos realizados a altos ángulos de ataque, en una región no estacionaria. Hay ligeras oscilaciones del flujo. Veremos una

solución instantánea y valoramos la captura de la capa límite en esta región más compleja en cuanto a la estructura del flujo.

Se han determinado a diferentes ángulos de orientación -cada 45 grados- los valores de las velocidades en esa dirección, medida como distancia a la pared en dirección normal al cuerpo. También se ha calculado el espesor de desplazamiento y el de cantidad de movimiento, y por tanto, el factor de forma.

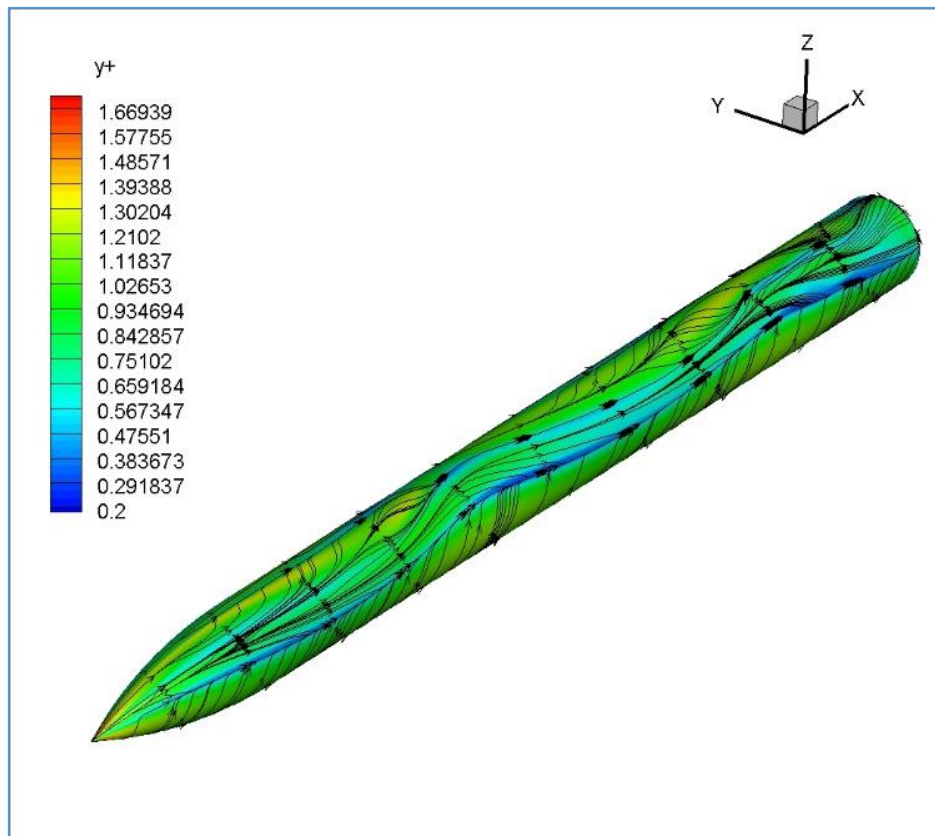


Figura 23. Contornos de  $y^+$  y líneas de fricción para un cálculo a Mach = 0.2,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados. Malla estructurada.

Para poder definir aproximadamente el espesor de capa límite, se hace el cálculo de los espesores de desplazamiento y cantidad de movimiento integrando cada vez en valores más altos de distancia a la pared. En las zonas donde la capa límite está adherida y no hay torbellinos, es decir, en barlovento por debajo de unos 90 grados en el ángulo de orientación, el espesor de capa límite será aproximadamente aquel en el que el factor de forma alcance una asíntota horizontal. El espesor de desplazamiento se define entonces como:

$$\delta^* = \int_0^R \left( 1 - \frac{u(r)}{U_R} \right) \cdot dr \quad (III - 20)$$

$u(r)$  es el módulo de la velocidad,  $U_R = u(R)$  y  $R$  es la distancia radial a la pared y  $R$  se determina iterativamente. El espesor de cantidad de movimiento es:

$$\theta = \int_0^R \frac{u(r)}{U_R} \left( 1 - \frac{u(r)}{U_R} \right) \cdot dr \quad (III - 21)$$

En la Figura 24 se muestran los perfiles de velocidad azimutal ( $v_\phi = \sqrt{v^2 + w^2}$  con  $v, w$  las componentes cartesianas de la velocidad en el plano  $y-z$ ) en función de la distancia normal a la pared a diferentes ángulos de orientación. Estos resultados corresponden a la sección  $x/D = 3.0$ . Hemos de indicar que en estas gráficas la corriente incide por  $\Phi = 180$  grados (barlovento), ya que hemos usado la solución correspondiente a ese ángulo de orientación. Un valor negativo de la velocidad azimutal indica sentido contrario a las agujas del reloj (mirando desde el morro). En la Figura 25 se muestran los perfiles de velocidad total ( $v_m = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$ ) para esta primera sección  $x/D = 3.0$ .

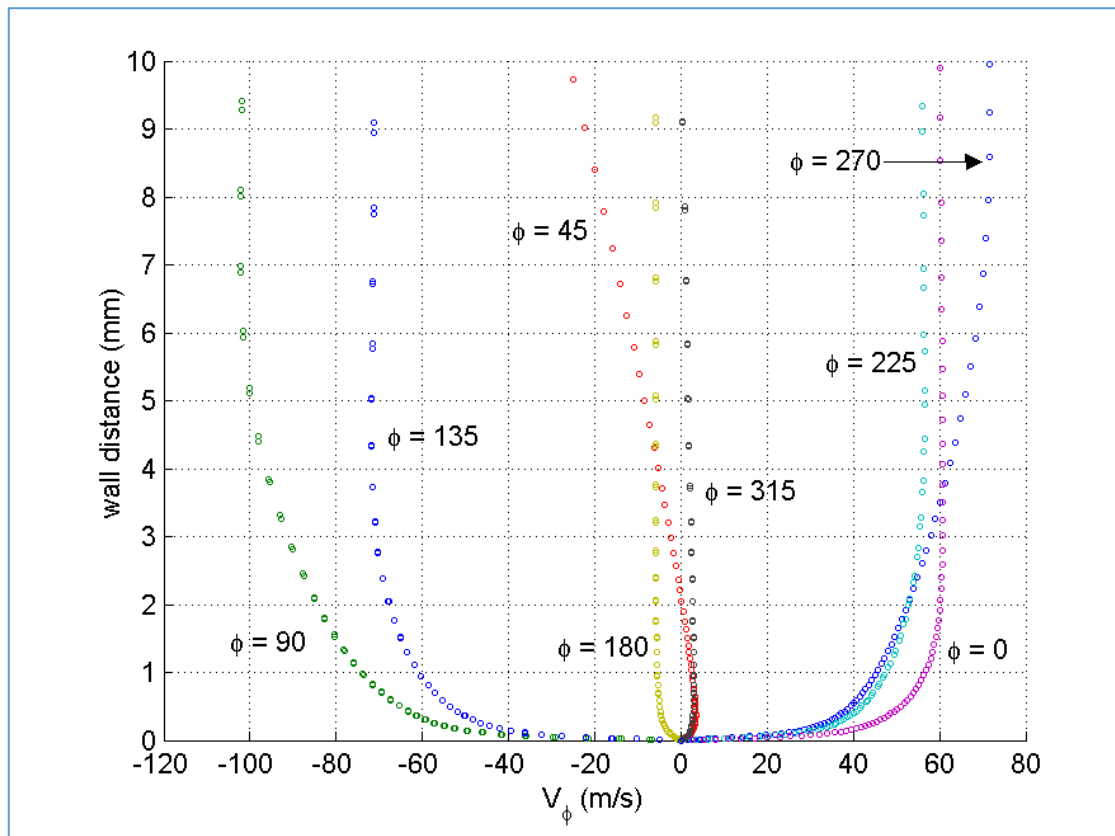


Figura 24. Perfiles de velocidad azimutal a diferentes ángulos de orientación para un cálculo a Mach = 0.2,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados en la sección  $x/D = 3.00$ . Malla no estructurada.

En la gráfica se observa lo siguiente:  $\Phi = 180$  grados está cercano al punto de remanso –barlovento- donde la capa límite está poco desarrollada y  $\Phi = 0$  está en sotavento en el plano de simetría. Es importante observar que se ha visto en el análisis del flujo que existe en sotavento un torbellino dominante cuyo centro está cercano al plano x-z, pero en el eje de simetría la capa límite parece adherida.

Se puede ver la asimetría del flujo: los perfiles de velocidad son diferentes a  $\Phi = 90$  respecto los de  $\Phi = 270$  en las zonas donde el flujo está adherido pero la velocidad azimutal tiende a ser máxima. El punto de remanso está desplazado entre 3 y 5 grados respecto al plano x-z. Debido a eso, no son simétricos los perfiles ni la distribución de presiones en toda la zona de barlovento de flujo adherido, que se ha comprobado que contribuye mucho más a la fuerza lateral resultante que la zona de sotavento.

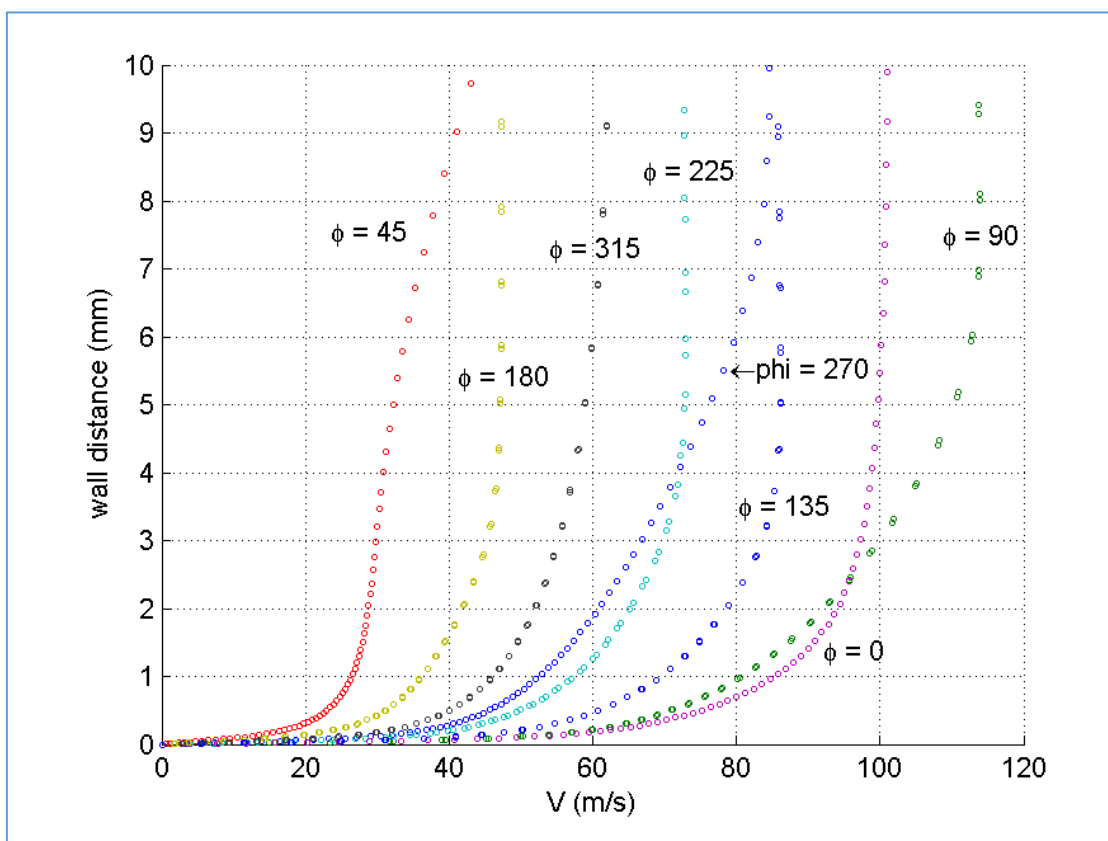


Figura 25. Perfiles de velocidad a diferentes ángulos de orientación para un cálculo a Mach = 0.2,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados en la sección  $x/D = 3.00$ . Malla no estructurada.

En los valores de sotavento, a  $\Phi = 45$  grados parece observarse la presencia de un torbellino secundario en la pared y a  $\Phi = 315$  grados se ve claramente la presencia del torbellino principal. El factor de forma se define como:

$$H = \frac{\delta^*}{\theta} \quad (III - 22)$$

En análisis simplificados de la capa límite, estos valores pueden estar entre 1.3 y 2.4 para capa límite turbulenta (referencia [18]) dependiendo del gradiente de presión. A valores de 2.4 la capa límite está desprendida.

Si se representa el factor de forma en función de la distancia radial a la pared, vemos que al ángulo de orientación  $\Phi = 0$  grados (sotavento, ver Figura 26) y al ángulo de orientación  $\Phi = 180$  grados (cercano al punto de remanso, ver Figura 27) el espesor de capa límite puede estar en torno a 5 mm. Ambos factores de forma valen 1.50 y los valores de perfiles de velocidad indican que hay apenas gradiente de velocidad a partir de 5 mm. El diámetro del cilindro es  $D = 1$  m, luego este espesor es  $\frac{\delta}{D} = 5 \cdot 10^{-3}$ .

Hemos de recordar que en la zona de sotavento se genera una estructura de torbellinos. Más adelante se muestra la estructura, en la que existe a esa sección un torbellino dominante cuyo centro está cerca del plano x-z. La capa límite es delgada.

En las estaciones  $\Phi = 135$  grados y  $\Phi = 225$  grados (ver Figura 28 y Figura 29), que se encuentran en la zona de barlovento, en las que el flujo es adherido (ver Figura 25) el espesor de capa límite parece similar y su factor de forma es muy parecido a los anteriores.

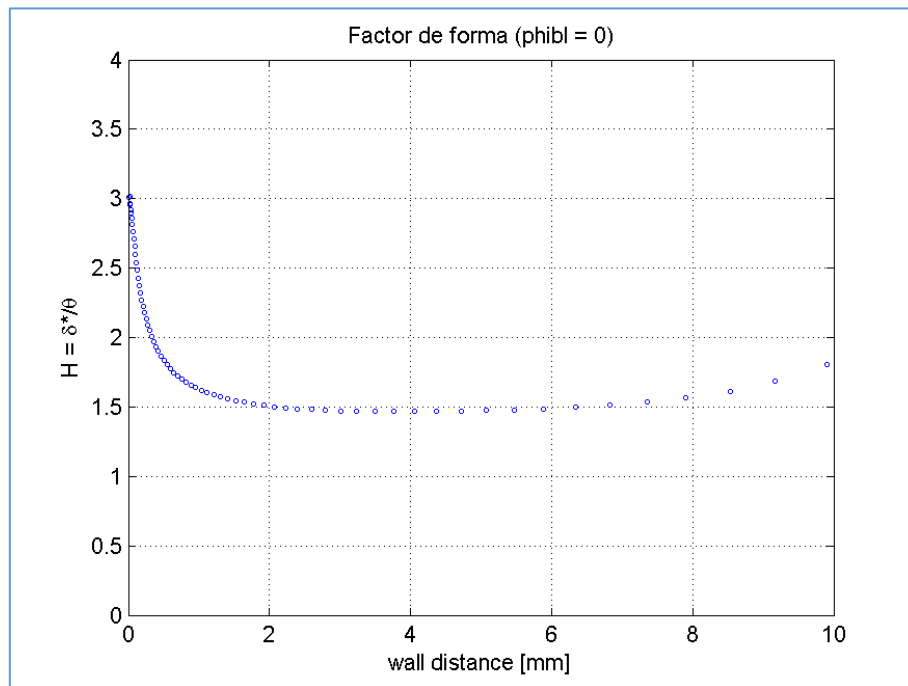


Figura 26. Factor de forma al ángulo de orientación  $\Phi = 0$  grados para un cálculo a Mach = 0.2,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados en la sección  $x/D = 3.00$ . Malla no estructurada.

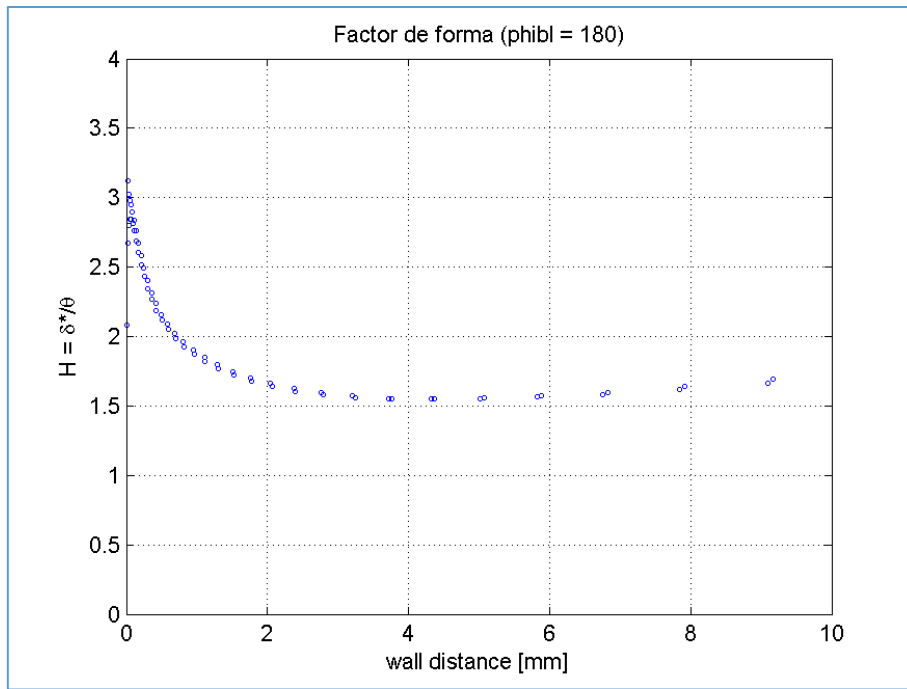


Figura 27. Factor de forma al ángulo de orientación  $\Phi = 180$  grados para un cálculo a Mach = 0.2,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados en la sección  $x/D = 3.00$ . Malla no estructurada.

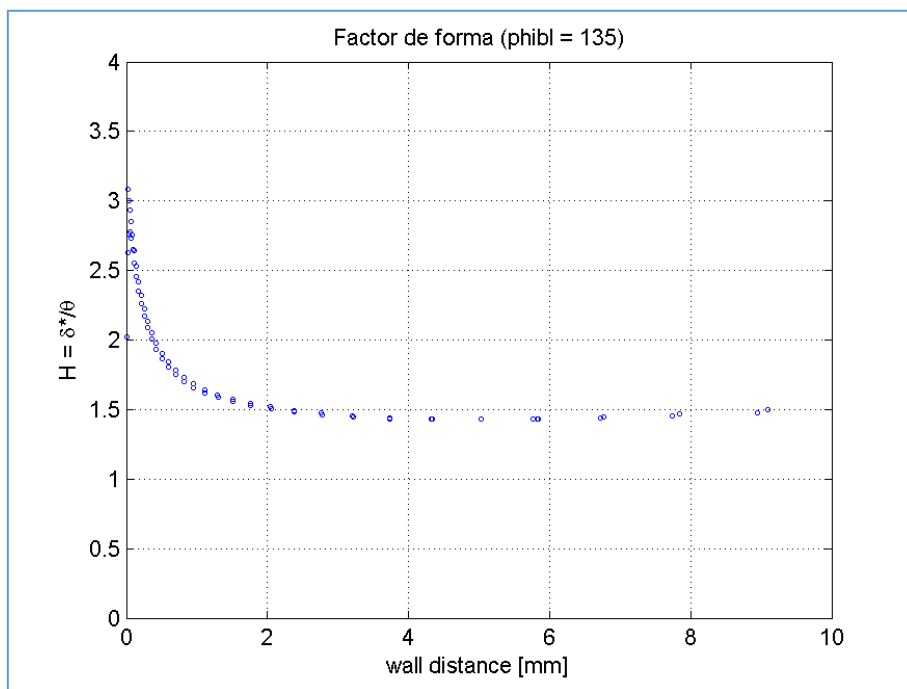


Figura 28. Factor de forma al ángulo de orientación  $\Phi = 135$  grados para un cálculo a Mach = 0.2,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados en la sección  $x/D = 3.00$ . Malla no estructurada.

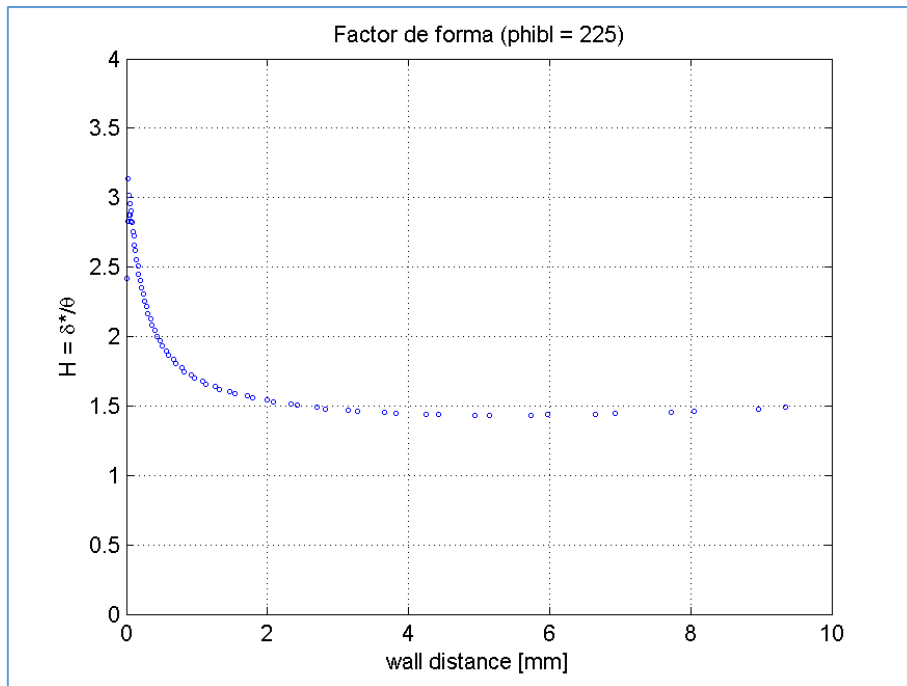


Figura 29. Factor de forma al ángulo de orientación  $\Phi = 225$  grados para un cálculo a Mach = 0.2,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados en la sección  $x/D = 3.00$ . Malla no estructurada.

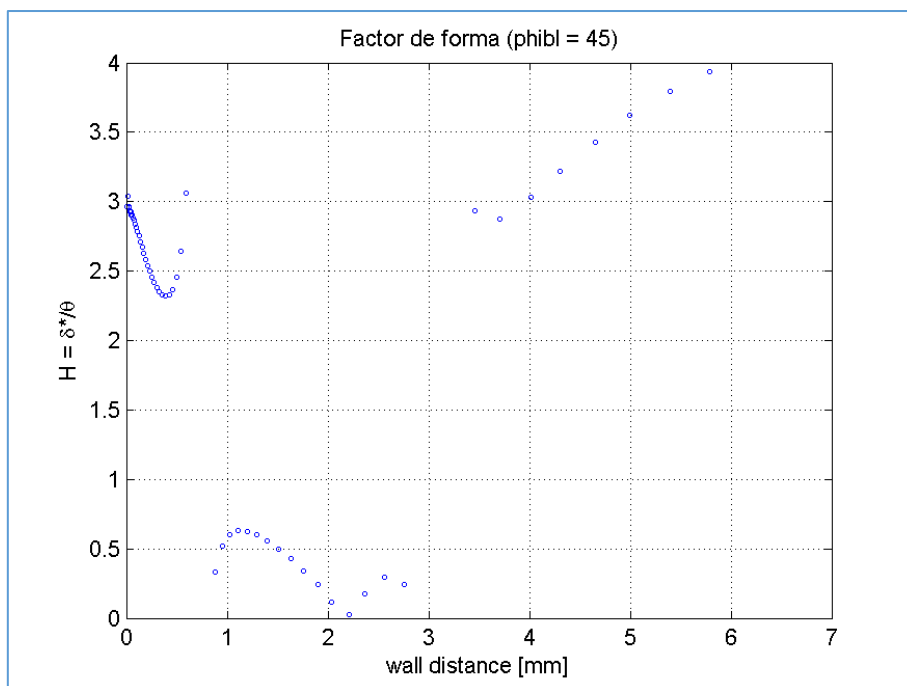


Figura 30. Factor de forma al ángulo de orientación  $\Phi = 45$  grados para un cálculo a Mach = 0.2,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados en la sección  $x/D = 3.00$ . Malla no estructurada.



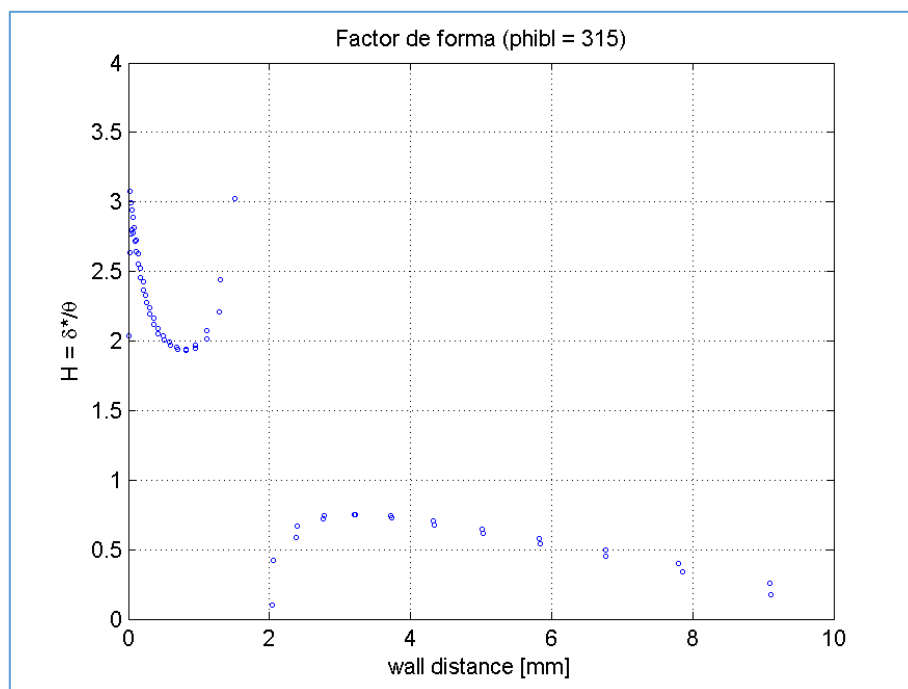


Figura 31. Factor de forma al ángulo de orientación  $\Phi = 315$  grados para un cálculo a Mach = 0.2,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados en la sección  $x/D = 3.00$ . Malla no estructurada.

Los valores a  $\Phi = 45$  grados y  $\Phi = 315$  grados (ver Figura 30 y Figura 31) indican posible separación muy cerca de la pared, debido a la presencia de los torbellinos principal y secundario. Véase además la Figura 24 en la que se ve un cambio de signo de la velocidad azimutal en el ángulo  $\Phi = 45$  grados y unos valores muy pequeños de ésta en  $\Phi = 315$  grados.

La distancia radial que se ha cubierto, hasta 10 mm, esto es,  $R = 10^{-2} \cdot D$ , está definida por unas 60 celdas. Las primera 48 celdas están definidas por capas prismáticas, hasta una distancia de 5 mm aproximadamente. Esto nos dice que la capa límite está contenida aproximadamente en la capa prismática, con un número no muy grande pero sí suficiente para poder capturar la capa límite en las zonas de flujo adherido.

En las zonas de flujo desprendido sería mejor un número mayor de celdas que cubra una zona de campo cercano mayor, pero esto nos lleva a mallas de cálculo muy densas con valores de más de 20 millones de celdas que disparan los tiempos de cálculo.

En estudios que requieran un análisis muy fino y muy preciso de la capa límite y de la estructura de torbellinos cercana a la pared será necesario ir a estas mallas mucho más densas.

En cuanto a la sección trasera, situada a  $x/D = 9.0$  y en una zona donde existen fluctuaciones del flujo al ángulo de ataque de referencia de 45 grados, se muestran resultados a continuación.

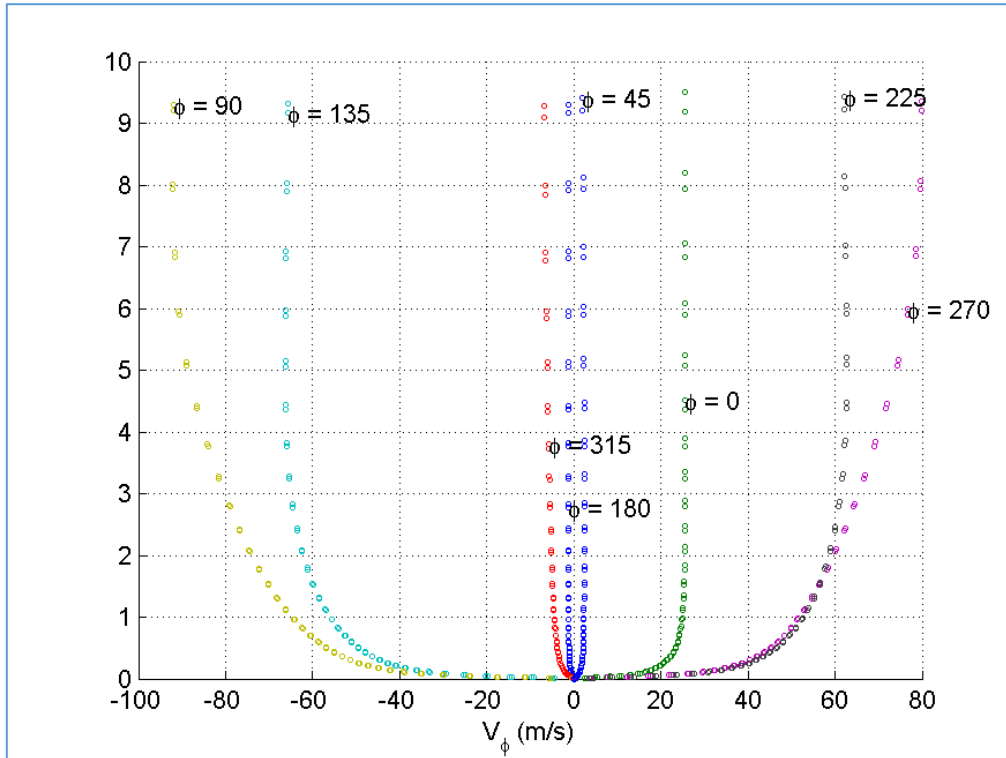


Figura 32. Perfiles de velocidad azimutal a diferentes ángulos de orientación para un cálculo a Mach = 0.2,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados en la sección  $x/D = 9.00$ . Malla no estructurada.

En la Figura 32 se muestran los perfiles de velocidad azimutal ( $v_\phi = \sqrt{v^2 + w^2}$  con  $v, w$  las componentes cartesianas de la velocidad en el plano  $y-z$ ) en función de la distancia normal a la pared a diferentes ángulos de orientación. 0. En la Figura 33 se muestran los perfiles de velocidad total ( $v_m = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$ ).

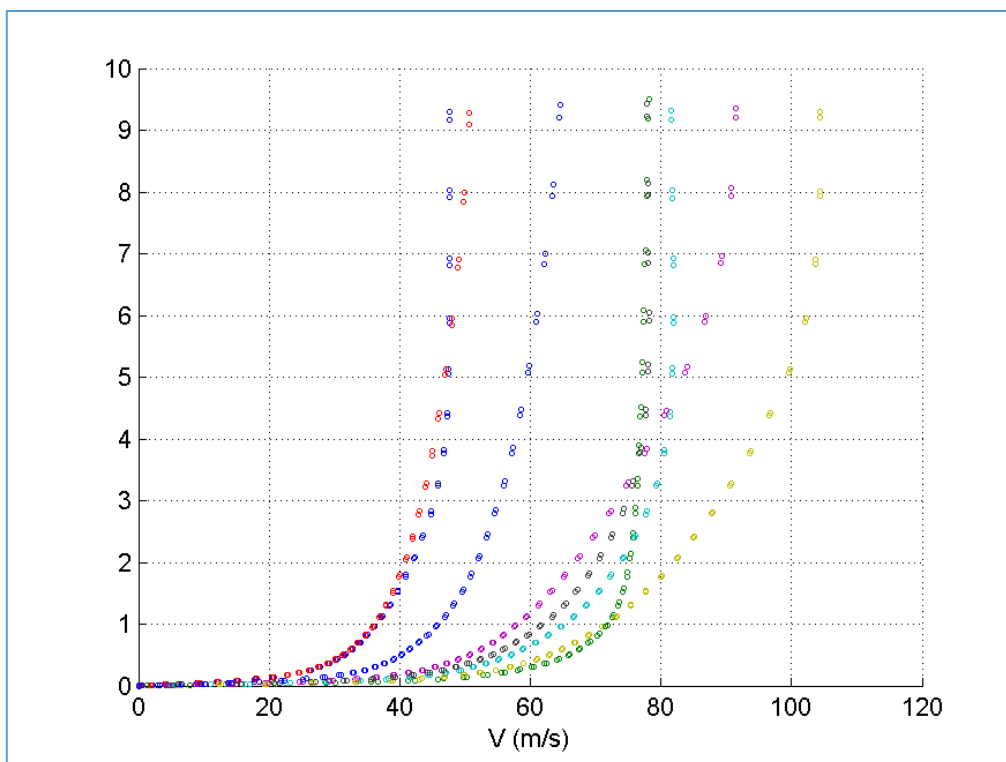


Figura 33. Perfiles de velocidad a diferentes ángulos de orientación para un cálculo a Mach = 0.2,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados en la sección  $x/D = 9.00$ . Malla no estructurada.

El espesor de capa límite parece ser mayor en esta sección; en torno a 6-7 mm. Se corrobora con la siguiente figura. En la Figura 34 se muestran los espesores de desplazamiento y cantidad de movimiento en función de la distancia radial a la pared para una sección radial al ángulo de orientación  $\Phi = 90$  grados. Esto nos indica un espesor de capa límite de aproximadamente 6-7 mm también. A partir de ahí, la relación de espesores de desplazamiento y cantidad de movimiento apenas varía. El factor de forma en función de la distancia llega a una asíntota también a valores entre 6-8 mm, según se observa en la Figura 35. Esto significa que la capa límite está contenida en menos de 60 celdas, de las que las 48 primeras están formadas por capas prismáticas, hasta una distancia de unos 5 mm.

Por tanto, la definición del exterior de la capa límite es algo menos precisa que para la sección de  $x/D = 3.0$  analizada antes, pues toda la capa límite parecía estar contenida en la zona prismática.

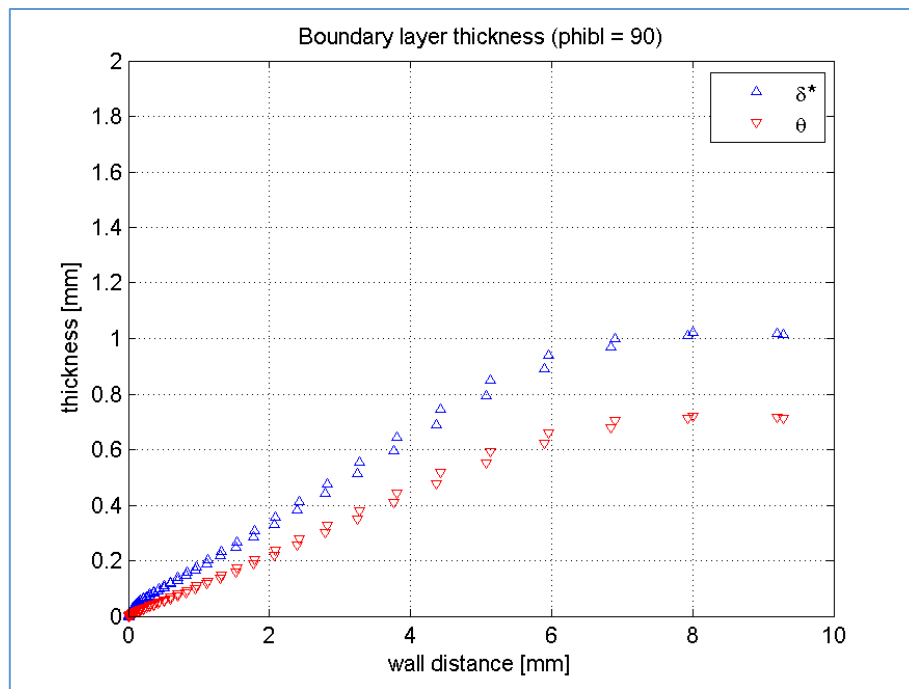


Figura 34. Espesores de desplazamiento y de cantidad de movimiento al ángulo de orientación  $\Phi = 90$  grados para un cálculo a Mach = 0.2,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados en la sección  $x/D = 9.00$ . Malla no estructurada.

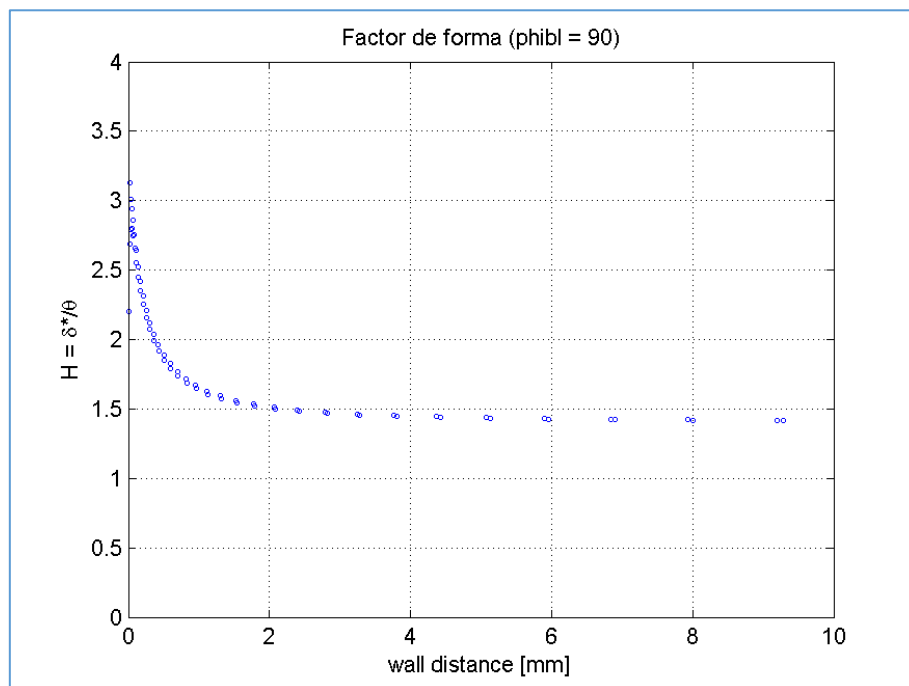


Figura 35. Factor de forma al ángulo de orientación  $\Phi = 90$  grados para un cálculo a Mach = 0.2,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados en la sección  $x/D = 9.00$ . Malla no estructurada.

Esta sección  $x/D = 9.0$  está en lo que más adelante se definirá como la región 2 no estacionaria. En esa zona el flujo es no estacionario, teniendo oscilaciones en la zona de sotavento. En la zona de flujo adherido en barlovento, ya hay oscilaciones del punto de separación cerca de  $\Phi = 90$  o  $\Phi = 270$  grados y en secciones más atrás hay oscilaciones del punto de remanso. Por lo que los cálculos son más complejos y la precisión de los resultados menor que en la zona delantera, estacionaria. La presencia de torbellinos en sotavento requiere también una definición del campo cercano con un número de celdas grande y con crecimiento suave de la distancia normal. Esto está mejor resuelto en la malla estructura, mucho menos difusiva que la no estructurada.

En la malla estructurada se usa una ley de alargamiento progresivo de las celdas en dirección normal en todo el dominio. A 5 mm de distancia normal hay unas 32 celdas y a 8 mm unas 48 celdas. La capa límite de las secciones delanteras está definida en 32 celdas aproximadamente y la de las zonas traseras en unas 48 celdas. A diferencia de la malla no estructurada, la resolución y precisión no se degrada pues esta malla es más uniforme y de mejor calidad, formada por hexaedros. A la hora de estudiar el campo cercano y la estructura de flujo se han usado generalmente los resultados de la malla estructurada. Se comprobó además que los valores globales de la malla no estructurada en relación a la estructurada varían por efecto del ángulo de orientación, que hace tener un abanico de soluciones distintas, dentro de una envolvente.

## V. Precisión temporal

Los cálculos del flujo se han hecho tanto estacionarios (flujo no dependiente del tiempo) como no estacionarios ('time marching'). Se ha comprobado que este tipo de flujo requiere cálculos no estacionarios, ya que es un flujo no estacionario además de asimétrico, a moderados y altos ángulos de ataque.

El esquema implícito denominado 'dual time stepping' y descrito arriba es el método de integración temporal que se ha utilizado para resolver los problemas no estacionarios.

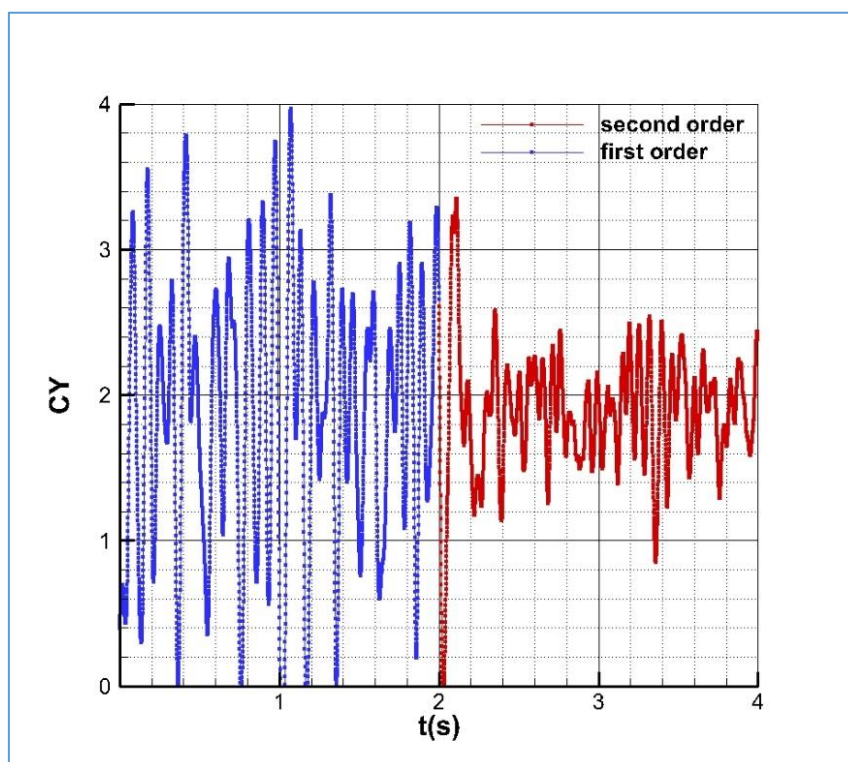


Figura 36. Historia del coeficiente de fuerza lateral para un cálculo a Mach = 0.2,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados. Esquemas de primer y segundo orden de precisión: Malla no estructurada (Grid 6).

Inicialmente, se utilizó el esquema de primer orden para los cálculos con dos modelos de turbulencia  $k-\omega$  SST y de esfuerzos de Reynolds, RSM- diferentes. El número de iteraciones interiores está fijado en 25. Con el modelo SAS, se utilizó siempre el esquema de segundo orden, más preciso. El número de pasos del bucle interior se mantuvo en 25 para ahorrar tiempo computacional, si bien es posible que esto fuera a costa de reducir un poco la precisión. Sería mejor establecer un orden de reducción del residuo.

Una muestra del efecto del esquema se puede ver en la *Figura 36*. Se realizó un cálculo no estacionario con un determinado paso de tiempo; la primera parte del cálculo con un esquema de

primer orden, y la segunda con un esquema de segundo orden. En ambos casos se pueden observar soluciones no estacionarias, pero con el esquema de segundo orden las amplitudes de la oscilación del coeficiente de fuerza lateral se reducen con relación al valor medio estimado, que es similar en ambas soluciones.

Realizar cálculos no estacionarios con segundo orden de precisión es importante, y así se ha realizado cuando se ha utilizado el modelo de turbulencia *RSM-SAS*, más avanzado que otros modelos de turbulencia implementados en el código y usados en algunos casos.

Un parámetro importante a tener en cuenta en los cálculos no estacionarios es el paso de tiempo de integración.

Por un lado, el paso de tiempo define el valor de frecuencias que puede capturar el método. La frecuencia máxima es la inversa del paso de tiempo, esto es  $f_{\max} = \frac{1}{\Delta t}$ . Además, si existe un fenómeno periódico de oscilación o vibración con una frecuencia característica, capturar esto requiere un número de pasos de tiempo ( $N$ ) suficiente, de orden 20 o más. Luego la frecuencia máxima característica puede ser:  $f_c = \frac{1}{N \cdot \Delta t}$ .

Según cálculos *DDES* realizados para el caso que nos ocupa (ver referencia [15]), el flujo de base introduce una no estacionaridad del flujo con una frecuencia distinta a la observada en el espectro de fuerzas laterales; y mucho mayor. Esta frecuencia es de un orden de magnitud superior y de valor  $f=180 \text{ Hz}$  (referencia [15]).

Para un valor  $N$  de orden 20 esto requiere pasos de tiempo de tamaño  $\Delta t = \frac{1}{N \cdot f} \approx 2.7 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ . En

la mayor parte de los casos se ha utilizado el paso de tiempo  $\Delta t = 5 \cdot 10^{-4} \text{ s}$  lo que nos da idea de capturar frecuencias no mayores de 100 Hz aproximadamente. Pero las frecuencias observadas en las fuerzas laterales en cálculos previos son bastantes menores que ella, de orden de 10 Hz.

Unas estimaciones previas, con un modelo de turbulencia *k- $\omega$  SST* usando dos pasos de tiempo diferentes indicó la posible existencia de efectos espúreos con el paso de tiempo mayor.

En la *Figura 37* se muestra la historia del coeficiente de fuerza lateral con los pasos de tiempo  $\Delta t = 5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$  y  $\Delta t = 10^{-3} \text{ s}$  para un cálculo con la malla no estructurada.

En ambos casos existe oscilación de la frecuencia lateral a una frecuencia de orden de 10 Hz y un valor medio similar en un período característico, pero con diferentes amplitudes de oscilación dependiendo del paso de tiempo. Se redujo aún a la mitad ese paso y se comprobó una reducción

de las oscilaciones. Este paso de tiempo  $\Delta t = 5 \cdot 10^{-4}$  s es el paso de tiempo de referencia y con soluciones más precisas.

Pero aún es necesario determinar el grado de precisión de los cálculos atendiendo al número de Courant o *CFL*.

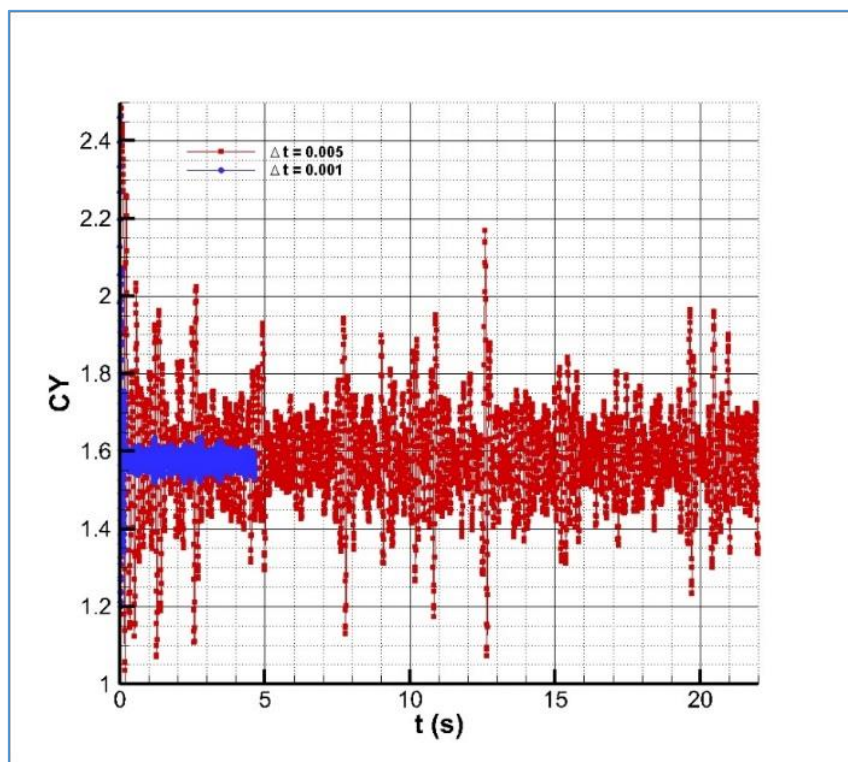


Figura 37. Historia del coeficiente de fuerza lateral para un cálculo a Mach = 0.2, Re =  $2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados. Dos pasos de tiempo diferentes: Malla no estructurada (Grid 7).

En la ecuación de onda unidimensional  $u_t + au_x = 0$  la discretización con un esquema explícito indica que el esquema es estable solamente si  $0 < CFL = \frac{a\Delta t}{\Delta x} \leq 1$ . *CFL* es el número de Courant o bien número de Courant-Friedrichs-Levy. Esto expresa que la distancia cubierta durante el paso de tiempo  $\Delta t$  por las perturbaciones que se propagan a velocidad  $a$  no puede ser mayor que la distancia entre dos puntos de malla. El dominio de dependencia de la ecuación diferencial debe estar contenido en el dominio de dependencia de la ecuación discretizada (referencia [17]).

En los esquemas explícitos y para cálculos estacionarios con métodos de aceleración de convergencia, como promediado de residuos, se puede conseguir que este valor sea mayor que 1, hasta órdenes de 10. En los métodos implícitos estos valores pueden ser mucho mayores, contribuyendo en los casos estacionarios a poder acelerar la convergencia del esquema iterativo mucho.



En 3D, el valor generalizado del número de Courant es:

$$CFL_{i,j,k} = \left( \frac{(\lambda_\xi + \lambda_\eta + \lambda_\varsigma)_{i,j,k} \cdot \Delta t}{\Omega_{i,j,k}} \right) \quad (III - 23)$$

donde los términos  $\lambda_\xi, \lambda_\eta, \lambda_\varsigma$  son los radios espectrales de la matriz jacobiana de los flujos en las tres coordenadas curvilíneas y  $\Omega_{i,j,k}$  es el volumen de la celda (volumen de control).

$$\begin{aligned} \lambda_\xi &= J \Delta \eta \Delta \varsigma \left( |q_\xi| + a \sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2} \right) \\ \lambda_\eta &= J \Delta \xi \Delta \varsigma \left( |q_\eta| + a \sqrt{\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2} \right) \\ \lambda_\varsigma &= J \Delta \xi \Delta \eta \left( |q_\varsigma| + a \sqrt{\varsigma_x^2 + \varsigma_y^2 + \varsigma_z^2} \right) \end{aligned} \quad (III - 24)$$

$J$  es el Jacobiano de la transformación de coordenadas curvilíneas y  $q_\xi, q_\eta, q_\varsigma$  son las componentes contravariantes de la velocidad en el sistema de coordenadas curvilíneo  $\xi, \eta, \varsigma$  mientras que  $a$  es la velocidad de sonido local.

$$\begin{aligned} q_\xi &= \xi_x (u - u_\Sigma) + \xi_y (v - v_\Sigma) + \xi_z (w - w_\Sigma) \\ q_\eta &= \eta_x (u - u_\Sigma) + \eta_y (v - v_\Sigma) + \eta_z (w - w_\Sigma) \\ q_\varsigma &= \varsigma_x (u - u_\Sigma) + \varsigma_y (v - v_\Sigma) + \varsigma_z (w - w_\Sigma) \end{aligned} \quad (III - 25)$$

Para que los cálculos de flujos no estacionarios sean precisos numéricamente con un método implícito, los valores del número de Courant en las regiones de interés deben ser de orden 1 (referencia [15]). Valores de  $CFL \gg 1$  llevan a errores de aproximación de  $\frac{\partial u}{\partial t}$  mayores que la propia derivada aproximada (referencia [30]). En la referencia [21] se muestra la importancia de esto: para resolver un flujo se ha utilizado el modelo de turbulencia *SAS* con un paso de tiempo  $\Delta t$  típico de soluciones *LES*, esto es,  $CFL \leq 1$ , y se ha resuelto también con otro paso de tiempo 4 veces superior a éste. Con el último paso de tiempo, se resuelven menos escalas turbulentas y con mayor viscosidad turbulenta. La relación de viscosidad turbulenta y molecular  $\left( \frac{\mu_t}{\mu} \right)$  es 30-50 para este paso de tiempo, mientras que para el paso de tiempo menor, ésta es de orden 5-10. Si se sigue aumentando el paso de tiempo, el método *SAS* daría una solución *RANS* estacionaria, al no poder resolver el espectro de escalas turbulentas adecuadamente.

Es evidente que cuanto más densa sea la malla de cálculo, menor ha de ser el paso de tiempo también para mantener esta condición. Los valores más altos se prevén en zonas con celdas muy pequeñas, es decir, en la zona de capa límite.

Con las dos mallas de cálculo utilizadas, en la mayor parte de los casos a la condición de vuelo requerida y con el paso de tiempo  $\Delta t = 5 \cdot 10^{-4}$  s, se tienen valores de  $CFL \leq 5-6$  para la malla no estructurada y  $CFL \leq 2-3$  para la malla estructurada (ver *Figura 38* y *Figura 39*) salvo en la punta de la nariz.

Básicamente los valores mayores que 1 se detectan en la zona de capa límite. Esto nos dice que con las mallas utilizadas, estamos en un límite superior en cuanto al paso de tiempo para resolver con precisión usando el modelo de turbulencia SAS.

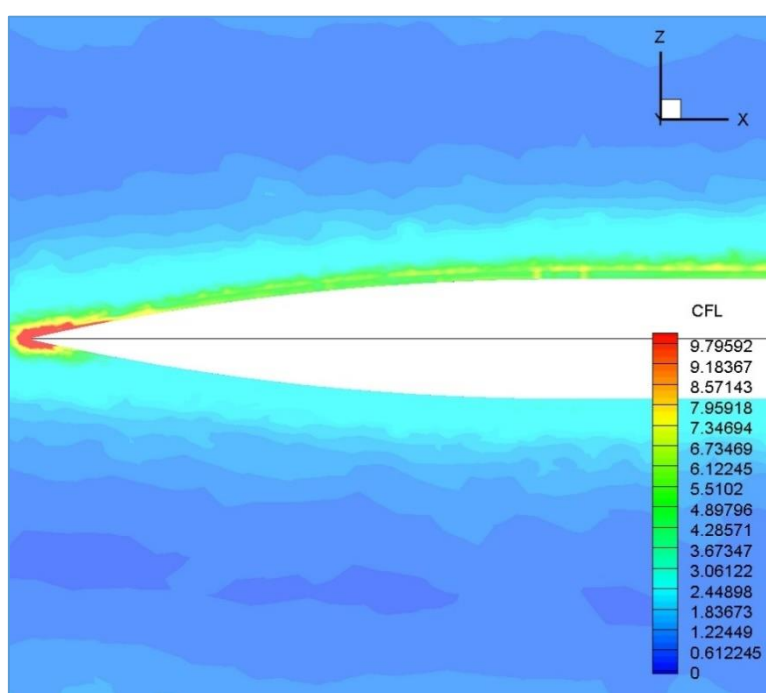


Figura 38. Contornos del número de Courant en el plano de simetría x-z para un cálculo a Mach = 0.2,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados. Paso de tiempo  $\Delta t = 5 \cdot 10^{-4}$  s. Malla no estructurada.

En algunos casos se ha utilizado un paso de tiempo menor, esto es,  $\Delta t = 10^{-4}$  s, lo que supone un paso 5 veces menor que el normalmente utilizado. En ese caso, se puede ver en la *Figura 40* que  $CFL \leq 1$ .

Este paso de tiempo es más adecuado para resolver el problema que el anterior, pero los costes computacionales –subir 5 veces más el tiempo de cálculo– eran demasiado grandes dados los recursos muy limitados en cuanto a disponibilidad de procesadores y potencia de cálculo. Hemos de recordar que un caso no estacionario, con dos segundos de período tenía un tiempo de cálculo

característico de unas 48 horas con el número habitual de procesadores disponible. Reducir 5 veces este paso supone tiempos excesivos para poder realizar barridos en ángulo de ataque o de ángulo de orientación. Luego, la mayor parte de los cálculos se hicieron con el paso de tiempo  $\Delta t = 5 \cdot 10^{-4}$  s y sólo en algunos casos se hicieron casos con pasos de tiempo menores para verificar los resultados.

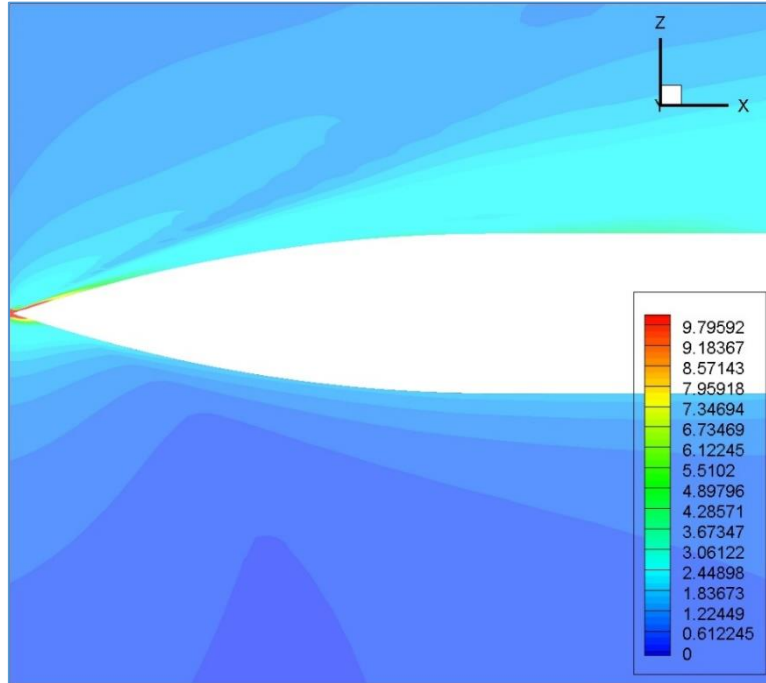


Figura 39. Contornos del número de Courant en el plano de simetría x-z para un cálculo a Mach = 0.2,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados. Paso de tiempo  $\Delta t = 5 \cdot 10^{-4}$  s. Malla estructurada.

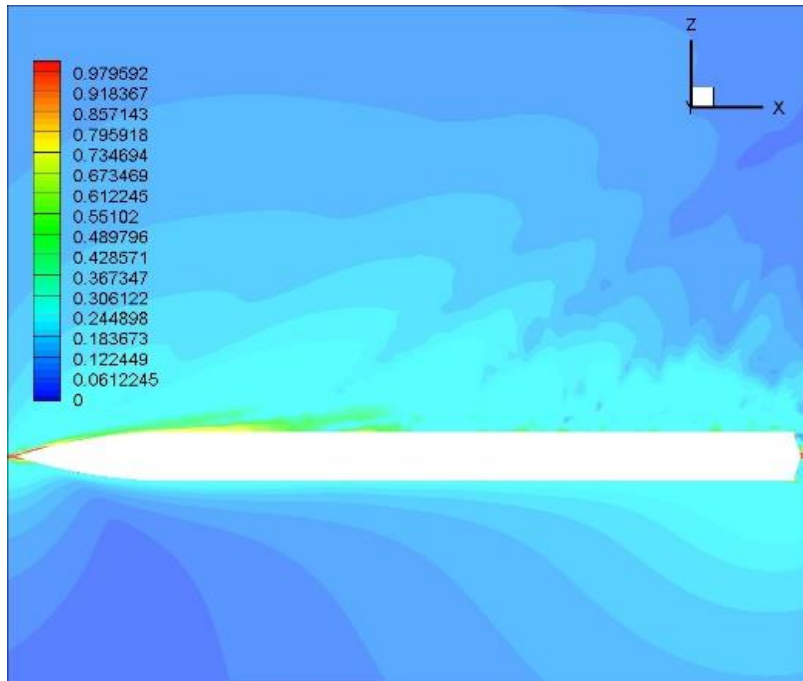


Figura 40. Contornos del número de Courant en el plano de simetría x-z para un cálculo a Mach = 0.2,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados. Paso de tiempo  $\Delta t = 10^{-4}$  s. Malla estructurada.

De todas formas, y a efectos de las fuerzas y presiones, se hizo una comparación de las fuerzas globales a la condición de  $Mach = 0.2$ ,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados, usando los dos pasos de tiempo. En la Figura 41 se pueden ver las fuerzas normal y lateral en función del tiempo y para los dos pasos de tiempo. Los valores medios y la amplitud de las oscilaciones no varían mucho; si bien, no se compararon los espectros de energía de ambas y puede diferir la frecuencia principal.

Por tanto, la reducción del paso de tiempo mejora la precisión de los cálculos; pero el paso elegido captura los efectos de no estacionaridad del flujo más relevantes y elimina oscilaciones espúreas observadas con los pasos mayores de  $\Delta t = 5 \cdot 10^{-3}$  por ejemplo. Sólo se ha utilizado el paso menor de  $\Delta t = 1 \cdot 10^{-4}$  s para determinados casos, en los que se ha comparado su solución con la del paso estándar para tener más confianza en la precisión de los resultados.

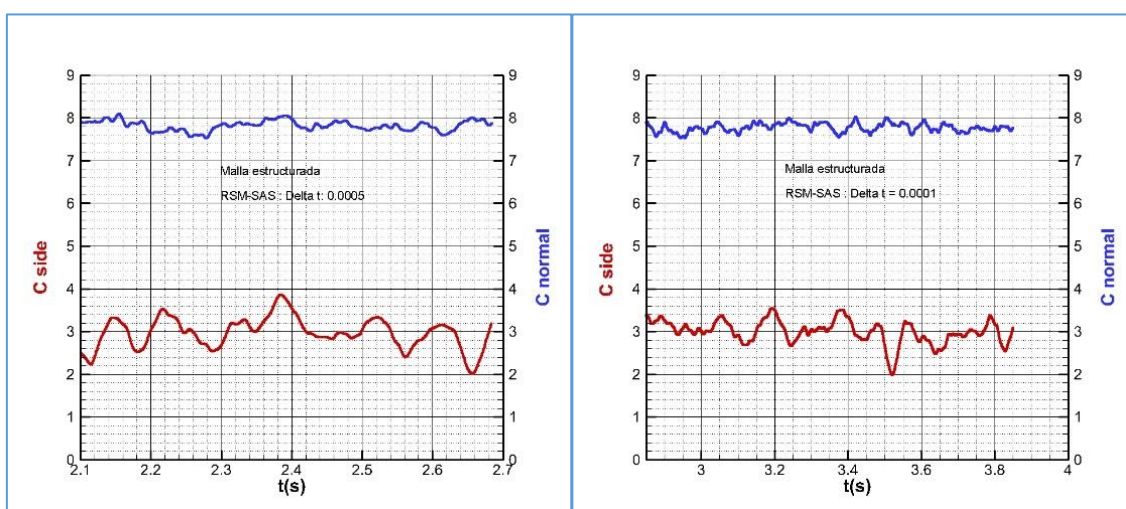


Figura 41. Historia de las fuerzas globales normal y lateral para un cálculo a  $Mach = 0.2$ ,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados. Pasos de tiempo  $\Delta t = 5 \cdot 10^{-4}$  s (izquierda) y  $\Delta t = 10^{-4}$  s (derecha). Malla estructurada.

## VI. Modelización de la turbulencia

Los estudios teóricos realizados dentro del grupo ‘*GARTEUR AG-42 Missile Aerodynamics*’, detallados en la referencia [15] por Prananta *et al.* son muy importantes para este estudio, pues proporcionaron datos valiosos sobre los diferentes resultados obtenidos con varias mallas de cálculo y varios modelos de turbulencia. Estos modelos eran, o bien modelos de una o dos ecuaciones de ‘eddy viscosity’ usando RANS, o bien ya métodos LES o DES.

Un primer resultado claramente observado es que el modelo de turbulencia de una ecuación de Spalart-Allmaras no parece válido, pues en ninguna de sus variantes parece obtener flujo asimétrico –con la excepción cuando se usa un esquema Roe de tercer orden-, y por tanto fuerzas laterales. El modelo de dos ecuaciones  $k-\omega$  SST proporciona flujo asimétrico, aunque en general valores más bajos de fuerza lateral y normal. Incluso los modelos LES o DES no aproximan bien las fuerzas normales globales.

Así pues, debido probablemente a mallas de cálculo poco finas, la aproximación de las fuerzas globales no era buena, y tampoco la de las fuerzas locales en la parte trasera, salvo el método LES que capturaba la tendencia de amortiguamiento observada en los resultados experimentales.

Teniendo en cuenta que en estos estudios iniciales no se emplearon modelos de turbulencia más avanzados para los cálculos RANS, como los modelos de esfuerzos de Reynolds (*RSM*) y sobre todo *SAS* -tanto en su variante  $k-\omega$  SST-*SAS* como *RSM-SAS*- lo primero que se realizó fue un estudio de varios modelos de turbulencia, desechando Spalart-Allmaras, para comprobar la captura o no de las principales características del flujo sin subir a LES, dada la imposibilidad de realizar cálculos a esa condición de vuelo por el exceso de tiempos de cálculo que conlleva, impracticable absolutamente.

Esto se estudia en el siguiente capítulo, en el que se detallan los resultados obtenidos y las conclusiones.



## 2. Valoración de diferentes modelos de turbulencia: la superioridad de SAS

Se ha referido anteriormente que existen varios modelos de turbulencia posibles implementados en el código *ANSYS FLUENT*<sup>®</sup> y que la información teórica disponible en la referencia [15] nos daba idea de la superioridad aparente del modelo  $k-\omega$  SST frente a otros modelos de ‘eddy viscosity’.

Por otro lado, los modelos de esfuerzos de Reynolds (*RSM*) abandonan la hipótesis de isotropía y tienen en cuenta mejor los efectos de curvatura o de rotación de estructuras o de cambios rápidos de los grados de deformación; justo el tipo de flujo que se presenta a altos ángulos de ataque en configuraciones tipo misil y a baja velocidad: grandes zonas de flujo separado y torbellinos desprendidos. Es previsible una mejora en la precisión de los cálculos usando este tipo de modelos de turbulencia.

Por tanto, la primera comparación realizada ha sido entre el modelo de ‘eddy viscosity’ de dos ecuaciones  $k-\omega$  SST y un modelo de esfuerzos de Reynolds (*RSM*). Existen varios modelos de esfuerzos de Reynolds, uno de ellos denominado ‘ $\omega$ -based’ dado que se ha de resolver una ecuación adicional del grado de disipación específico  $\omega$  junto a las seis ecuaciones del modelo.

### I. Cálculos estacionarios: $k-\omega$ SST y $RSM-\omega$

En primer lugar, se ha llevado a cabo a un cálculo estacionario usando el modelo de turbulencia  $k-\omega$  SST a las condiciones de referencia de número de Mach 0.2, número de Reynolds  $2.0 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque de 45 grados para la ojiva-cilindro AG04 de ONERA.

A continuación, se hizo un cálculo con el modelo de esfuerzos de Reynolds  $RSM-\omega$  usando la solución del caso anterior como solución inicial.

Los valores experimentales de las fuerzas son:  $C_Y = -3.37$  (coeficiente de fuerza lateral) y  $C_Z = 9.22$  (coeficiente de fuerza normal) obtenidos de la referencia [15].

La historia de convergencia de los coeficientes de las fuerzas normal y lateral se muestra en la Figura 42. De entrada, se observa que con el primer modelo de ‘eddy viscosity’ (línea roja) la fuerza normal converge a un valor estacionario cercano a 7.0 mientras que usando el modelo de esfuerzos de Reynolds (línea azul) este valor sube a niveles cercanos a 9.0; esto es, crece más de un 25%. Pero existen oscilaciones grandes de este valor, que indican un posible flujo no estacionario. Algo parecido ocurre con la fuerza lateral; con el añadido de que además de

incrementarse el valor absoluto de la fuerza ocurre un cambio de signo de ésta, indicando una solución imagen. Por otro lado, se observa que ambas fuerzas se aproximan más a los valores experimentales usando el modelo  $RSM-\omega$ . La fuerza normal tiene un valor similar al experimental y es superior a todos los resultados teóricos mostrados en la referencia [15].

Parece evidente que este último modelo es superior; pero además, las oscilaciones en los valores globales de las fuerzas inducen a pensar en la existencia de flujo no estacionario; por tanto, el siguiente paso fue realizar cálculos no estacionarios y valorar las soluciones.

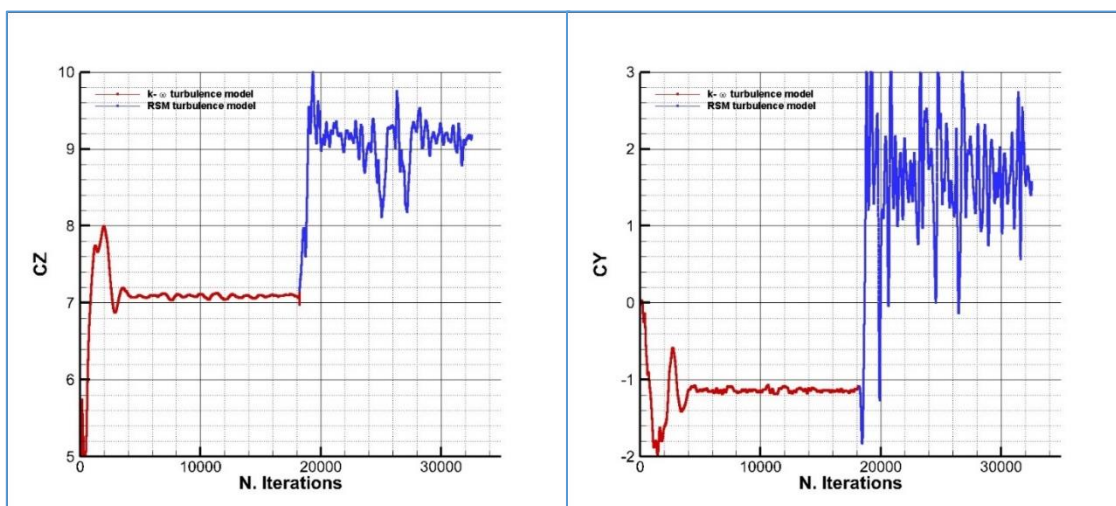


Figura 42. Historia de la fuerzas globales para un cálculo estacionario a Mach = 0.2,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados. Modelos de turbulencia  $k-\omega$  SST (línea roja) y  $RSM-\omega$  (línea azul).

## II. Cálculos no estacionarios: $k-\omega$ SST-SAS, $RSM-\omega$ y $RSM-\omega$ -SAS

A la vista de los resultados estacionarios y de las mejores potencialidades de los modelos de esfuerzos de Reynolds ( $RSM$ ) parecía más adecuado realizar los cálculos no estacionarios con este tipo de modelos. Pero, dado que el método SAS (‘Scale Adaptive Simulation’) está implementado también en el modelo de eddy-viscosity  $k-\omega$  SST se procedió a un cálculo con este método y los otros dos:  $RSM-\omega$  y  $RSM-\omega$ -SAS. Una ventaja de SAS es que permite ajustarse dinámicamente a las estructuras resueltas, lo que resulta en un comportamiento tipo LES en las regiones no estacionarias del flujo (referencia [22]). Menter *et al.* (referencias [23], [24]) muestran que la formulación  $k-\omega$  SST-SAS mejora significativamente la solución teórica del flujo cruzado sobre un cilindro -esto es, a ángulo de ataque 90 grados- en comparación con la clásica  $k-\omega$  SST. Por tanto, se realizaron los tres tipos de cálculo y se procedió a comparar los resultados con los datos experimentales.



En primer lugar, con el método *RSM- $\omega$*  se comprobó que empleando un método no estacionario ('time marching') se llegaba a una solución básicamente estacionaria. Esto se observa en la *Figura 43* para el caso de la malla estructurada. Las oscilaciones de fuerzas globales son muy pequeñas después de dos segundos de tiempo de cálculo, utilizando el paso de tiempo típico de  $\Delta t = 5 \cdot 10^{-4}$  s. Se observó un pequeño contenido de energía a una frecuencia cercana a 10 Hz. Es decir, un período característico de 0.1 s.

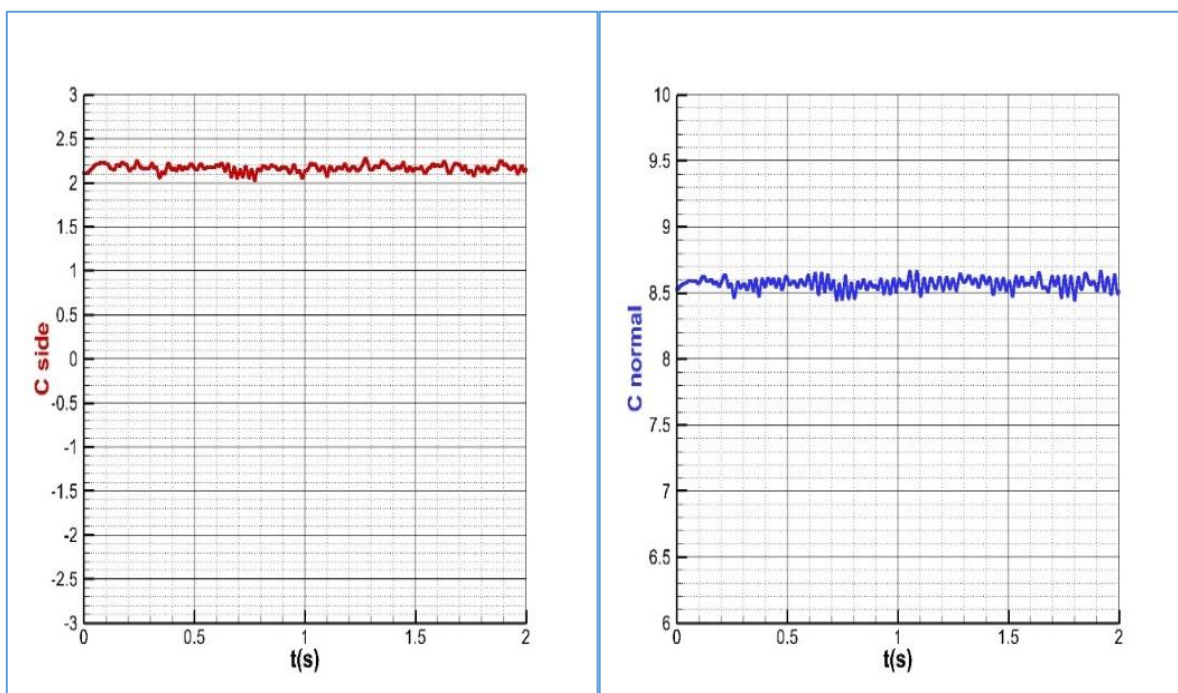


Figura 43. Historia de los coeficientes de las fuerzas globales para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2, Re =  $2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados. Modelo de turbulencia *RSM- $\omega$* . Malla estructurada.

En la *Figura 44* se muestran los coeficientes de las fuerzas locales lateral y normal durante un período de 0.1 s, comparadas con las fuerzas experimentales (círculos azules).

Se observa que la solución es completamente estacionaria en la primera mitad del misil, aproximadamente desde el morro hasta  $x/D = 7.0$ . Después existe una pequeña oscilación de las fuerzas indicando un flujo no estacionario, pero las oscilaciones son muy pequeñas y el resultado en las fuerzas globales indica una solución casi-estacionaria. El amortiguamiento observado experimentalmente en la fuerza lateral no se captura. La fuerza normal se subestima y hay un pico espúreo en la parte trasera.

Algo similar ocurre con las soluciones del modelo  $k-\omega$  SST SAS. Más detalles sobre estos resultados se dan abajo.

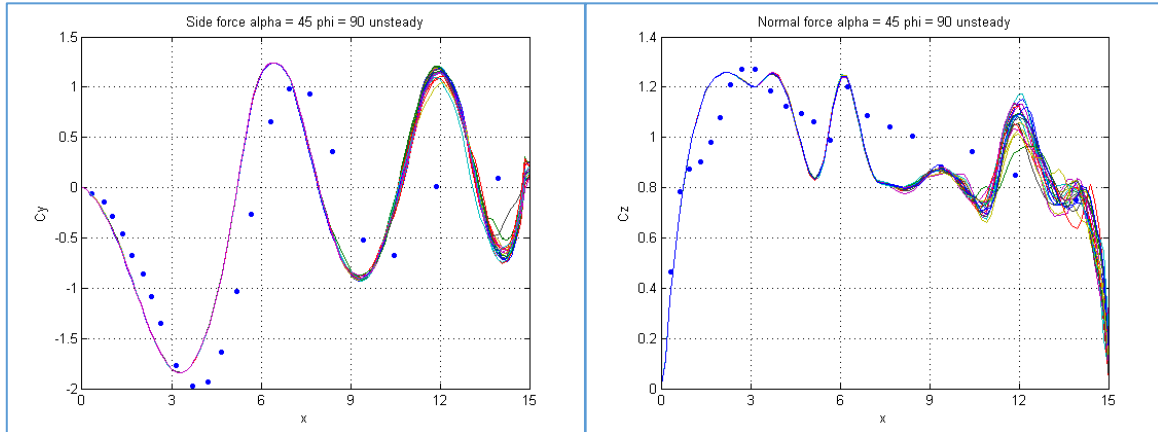


Figura 44. Coeficientes de las fuerzas locales para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados en un período de  $T=0.1$  s. Modelo de turbulencia RSM- $\omega$  y resultados experimentales. Malla estructurada.

Sin embargo, si utilizamos el modelo  $RSM-\omega$ -SAS el resultado es cualitativamente muy diferente. La historia de los coeficientes de las fuerzas globales lateral y normal se representa en la Figura 45 para la solución obtenida con este modelo. Se utilizó la solución previa como solución inicial y se hizo un cálculo con un período mayor,  $T = 4$  segundos. Se observa una solución periódica con una frecuencia dominante en el caso de la fuerza lateral cercana a 10 Hz y casi doble para el caso de la fuerza normal.

La transformada rápida de Fourier (FFT) permite calcular la transformada de Fourier de una señal utilizando un número finito de muestras. Con  $N$  puntos de señal  $f_k(t_k)$   $k = 0, \dots, N-1$  los valores de la transformada de Fourier son:

$$\varphi_n(\omega_n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} f_k(t_k) \cdot e^{-2\pi i k n / N} \quad n = 0, \dots, N-1 \quad (III - 26)$$

$\omega$  es la frecuencia. La densidad espectral de potencia (PSD) proporciona la distribución de la potencia de la señal en el dominio de frecuencias y está relacionada con el cuadrado de la magnitud de la señal.

Un análisis de la densidad espectral de potencia (PSD) de los coeficientes de fuerza lateral y normal se hizo con esta herramienta para un período largo. El resultado se muestra en la Figura 46. En la fuerza lateral hay tres picos a varias frecuencias: 4.8, 7.3 y 13 Hz. Sólo hay contenido de energía en el rango 2-20 Hz. Algo similar ocurre con la fuerza normal. Pero con picos menores en un orden de magnitud.

El tiempo convectivo característico para el flujo cruzado es:

$$t_c = \frac{D}{u_\infty \cdot \sin \alpha} \quad (III - 27)$$

El número de Strouhal para el flujo cruzado se define como:

$$St = f \cdot \left( \frac{D}{u_\infty \cdot \sin \alpha} \right) \quad (III - 28)$$

El número de Strouhal para la calle de torbellinos de von Kármán sobre un cilindro en flujo cruzado es aproximadamente  $St = 0.2$  (ver referencia [16]). Esto nos da una frecuencia de 9.6 Hz. La frecuencia dominante que vemos en la fuerza lateral está en torno a 7.3 Hz lo que corresponde a un número de Strouhal de 0.150 aunque existen otras frecuencias con contenido de energía a 4.8 y 13 Hz. Hunt y Dexter distinguieron un número de Strouhal dominante en la parte trasera de cuerpos alargados, donde el flujo se asume que tiene el carácter del de un cilindro infinito inclinado (referencia [10]). Por otro lado, en el trabajo del grupo de *GARTEUR* de la referencia [15] sobre el misil que estudiamos, se determinó experimentalmente un número de Strouhal de 0.160.

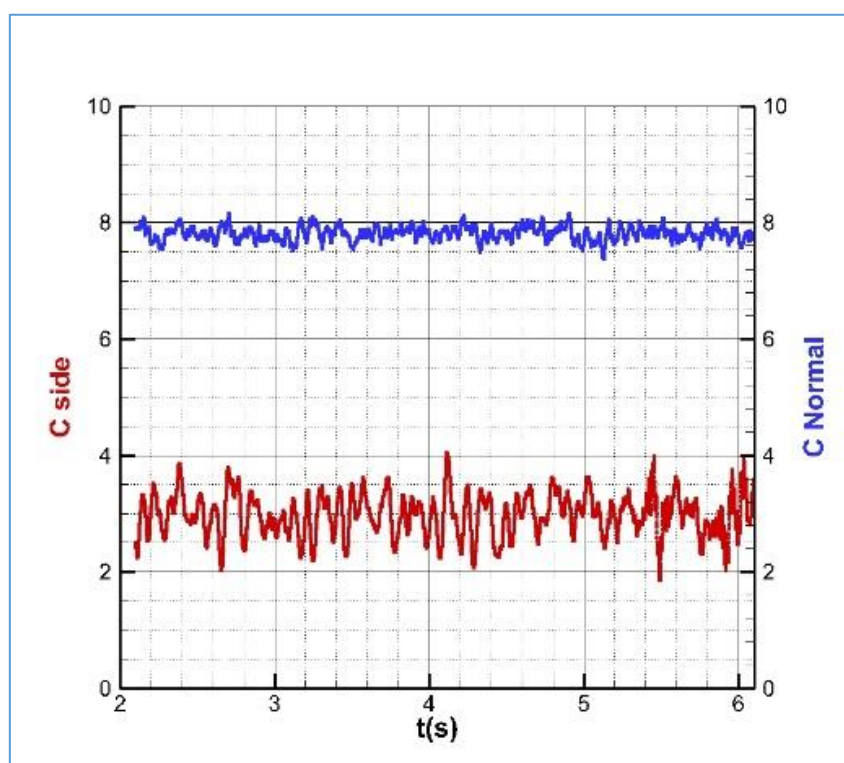


Figura 45. Historia de los coeficientes de las fuerzas globales para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2, Re =  $2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados. Modelo de turbulencia RSM- $\omega$ -SAS. Malla estructurada.

Si representamos las fuerzas locales en un período de  $T = 0.1$  s se observa algo importante. En la Figura 47 y en la Figura 48 se muestran los coeficientes de fuerzas locales lateral y normal para las mallas estructurada y no estructurada, respectivamente. Se muestran 20 soluciones en un período de  $T = 0.1$  s, tomadas cada  $5 \cdot 10^{-3}$  segundos.

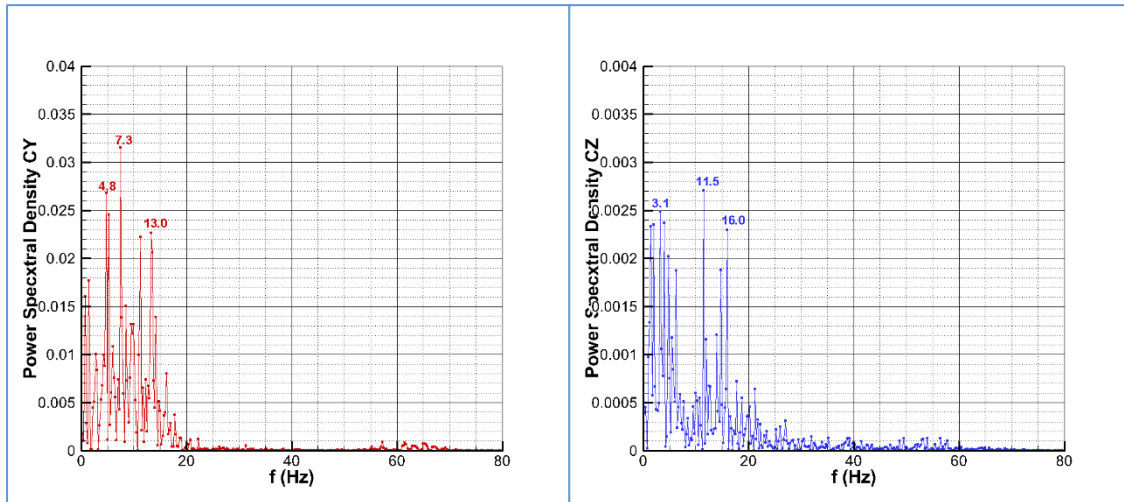


Figura 46. Densidad espectral de potencia de los coeficientes de fuerzas lateral y normal para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados en un período de  $T = 4$  s. Modelo de turbulencia RSM- $\omega$ -SAS. Malla estructurada.

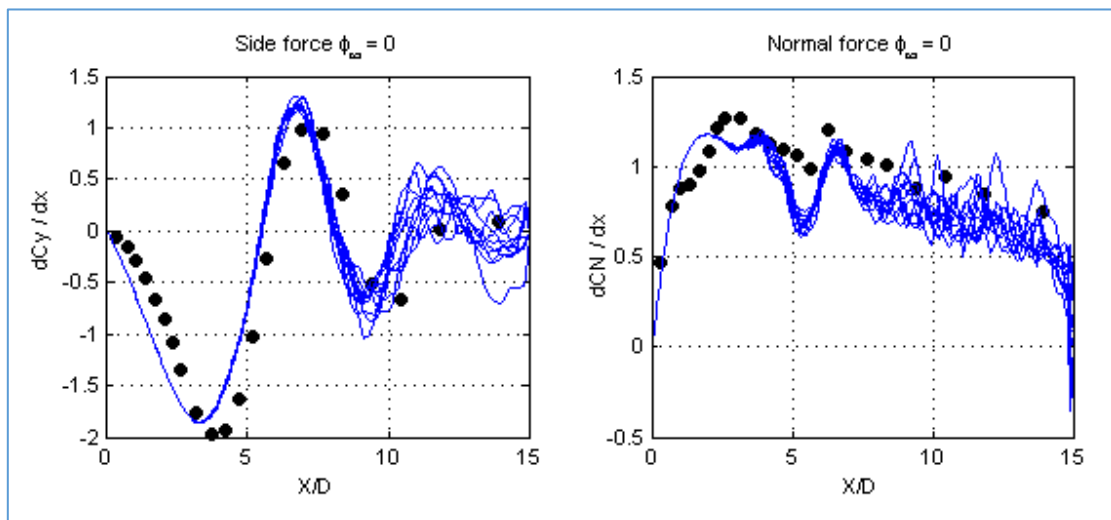


Figura 47. Coeficientes de fuerzas locales lateral y normal para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados en un período de  $T = 0.1$  s. Modelo de turbulencia RSM- $\omega$ -SAS. Malla estructurada.

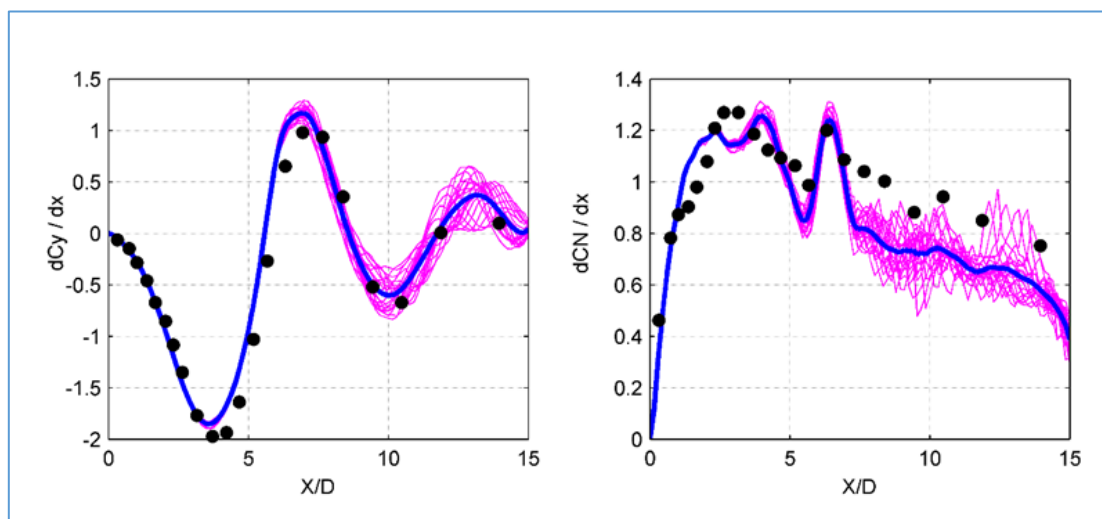


Figura 48. Coeficientes de fuerzas locales lateral y normal para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados en un período de  $T = 0.1$  s. Modelo de turbulencia RSM- $\omega$ -SAS. Malla no estructurada.

En la parte del cuerpo más influenciada por la nariz, hasta  $x/D \approx 7.0$  todas las soluciones son muy similares, mientras que hay variaciones significativas en la parte trasera. En el caso de la malla no estructurada, la línea azul indica el valor promediado de la fuerza en ese período. Si atendemos a los resultados experimentales de Ramberg, y a la frecuencia de Strouhal dominante de 0.150 estimada, el flujo teórico responde a un flujo donde existen dos regiones diferenciadas: una estacionaria en la parte delantera del misil, y una no estacionaria en la parte trasera. Estas regiones corresponderían a las regiones 2 y 3 definidas por Ramberg (referencia [8]) y Degani *et al.* (referencias [6], [7]). El cuerpo tiene alargamiento  $L/D = 15$ , demasiado corto para la existencia de la región 1, que debería tener números de Strouhal dominantes de 0.2.

Es interesante destacar cómo las fuerzas en la zona de la ojiva se han capturado muy bien con la malla no estructurada, mientras que hay algo de mayor discrepancia con la malla estructurada. La densidad de malla superficial es mayor con la malla no estructurada. Pero más adelante mostraremos que a otros ángulos de orientación de la malla no estructurada ( $\Phi = 90$  grados en el caso mostrado en la Figura 48) el ajuste es peor. Lo que indica la enorme sensibilidad en la captura de la estructura de los torbellinos de la definición de la malla en la punta de la nariz.

En un capítulo posterior se explicará que los estudios con una configuración similar de alargamiento mucho mayor ( $L/D = 30$ ) nos han indicado la aparición de esta región 1 no estacionaria y un número de Strouhal de 0.20.

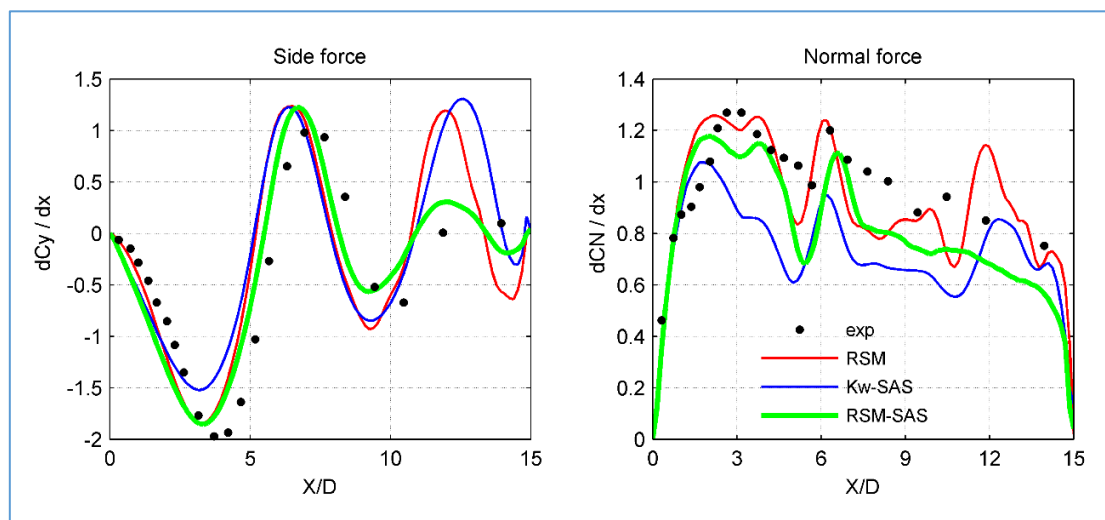


Figura 49. Coeficientes de fuerzas locales lateral y normal para un cálculo no estacionario a  $Mach = 0.2$ ,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados promediados en un período de  $T = 0.1$  s y comparados con datos experimentales. Malla estructurada.

Los coeficientes de las fuerzas locales de los resultados teóricos, promediados en  $T = 0.1$  s, obtenidos con los tres modelos de turbulencia empleados se representan comparados con los resultados experimentales en la Figura 49. Estos resultados son de la malla estructurada.

En primer lugar, hemos de decir que en los ensayos experimentales estos valores se obtuvieron por integración de presiones; y no sabemos la frecuencia de muestreo y el tipo de integración empleado. La primera conclusión es que con relación al modelo  $RSM-\omega$  se observa la falta de precisión de éste en la parte trasera, que responde a la falta de captura del flujo no estacionario en esa zona, como sí ocurre con el modelo  $RSM-\omega-SAS$ , que captura la disminución de fuerza lateral en la zona, que anticipa la evolución a una región 1, en la que la oscilación de la fuerza lateral lleva a valores nulos de ésta en la región 1. Igualmente, el pico de fuerza normal en torno a  $x/D = 12$  que se observa con el modelo  $RSM-\omega$  no aparece con los resultados de  $RSM-\omega-SAS$  que calcula valores de la fuerza normal de menor intensidad pero la tendencia en la parte trasera es más ajustada a la medida experimentalmente.

Así pues, emplear el método  $SAS$  en el modelo de esfuerzos de Reynolds ( $RSM$ ) lleva a una mejora importante en los resultados al compararse con las observaciones experimentales, al haber capturado un fenómeno no estacionario que el modelo clásico no capturaba.

Pero existe un hecho algo desconcertante que indica las enormes dificultades que existen aún para capturar adecuadamente un flujo no estacionario tan complejo como éste. Los resultados empleando la formulación SAS junto al modelo de eddy-viscosity  $k-\omega$  SST son descorazonadores y algo paradójicos. De acuerdo a lo que se mencionó antes, utilizar la formulación SAS en algunos problemas no estacionarios como el del cilindro en flujo cruzado antes mencionado (referencias [21], [23]) llevaba a obtener una mejora muy importante con respecto a utilizar  $k-\omega$  SST.

En la *Figura 50* se muestran los resultados obtenidos por Menter *et al.* de iso-superficies de  $(\omega^2 - S^2) = 10^5$  para el problema del cilindro en flujo cruzado a  $Re = 3.6 \cdot 10^6$ , usando un modelo URANS y usando SAS.  $\omega$  es el módulo del vector vorticidad y  $S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$  es el módulo del tensor de deformación. La escala de colores representa la longitud de escala turbulenta, que con SAS se llega hasta una resolución por debajo del límite del tamaño de malla (referencia [23]).

Las iso-superficies anteriores están relacionadas con la función Q ('Q-function'), que se puede expresar en una forma que se relaciona con el módulo de la vorticidad y con el grado de deformación:

$$Q = \frac{1}{2}(\omega^2 - S^2) \quad (III - 29)$$

El criterio de Q es un balance entre la rotación y la deformación. Valores positivos significan que son zonas donde la intensidad de la rotación supera a la deformación. Por tanto, iso-superficies de 'Q-function' positivas se pueden elegir como envolventes de torbellinos (referencia [31]).

Es importante observar los contornos de 'Q-function' constantes que se muestran en la *Figura 51* para los resultados de los dos modelos SAS:  $k-\omega$  SST-SAS y RSM- $\omega$ -SAS. En este caso, hasta valores de 5000. A diferencia de la gráfica anterior (*Figura 50*), los contornos se colorean con los valores de la relación de viscosidades turbulenta y laminar ('viscosity ratio') definida como  $\frac{\mu_t}{\mu_l}$ .

En este caso no ha ocurrido lo que se muestra en los resultados del cilindro en flujo cruzado. Los resultados utilizando  $k-\omega$  SST, RSM- $\omega$  y  $k-\omega$  SST-SAS son muy similares. Ni siquiera en la zona estacionaria del morro se captura adecuadamente el valor de las fuerzas locales (ver *Figura 49*), llevando a soluciones con una reducción significativa tanto de la fuerza lateral como normal. Y no se captura flujo no estacionario en la zona trasera del cuerpo.



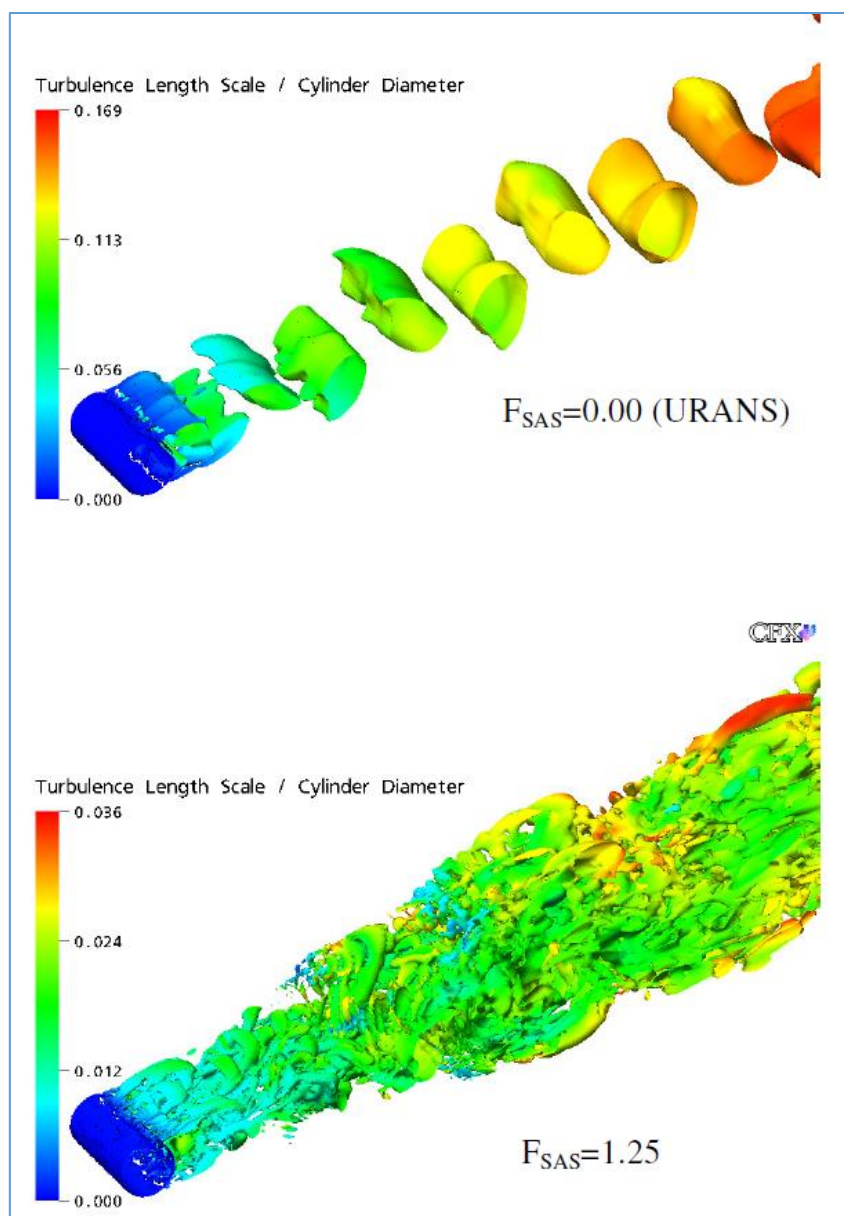


Figura 50. Estructuras resueltas para un cilindro en flujo cruzado usando un modelo URANS y SAS. Extraído de la referencia [23].

En la Figura 51 se comparan solamente ya los dos modelos que utilizan SAS, uno de ellos un modelo de ‘eddy viscosity’ de dos ecuaciones ( $k-\omega$  SST-SAS) y el otro de esfuerzos de Reynolds de 7 ecuaciones ( $RSM-\omega$ -SAS).

Estas soluciones son soluciones a un tiempo fijo: no son promedios. Lo primero que se observa es el carácter continuo de las envolventes en toda la zona del misil cuando se observa la solución del modelo  $k-\omega$  SST-SAS; que es estacionaria. Sin embargo, en la solución obtenida con el modelo  $RSM-\omega$ -SAS se observa en la zona trasera un conjunto de torbellinos de diferentes escalas, que es



diferente según el tiempo al que se obtengan, y no tienen el carácter estacionario de los tubos de torbellinos de la zona del morro.

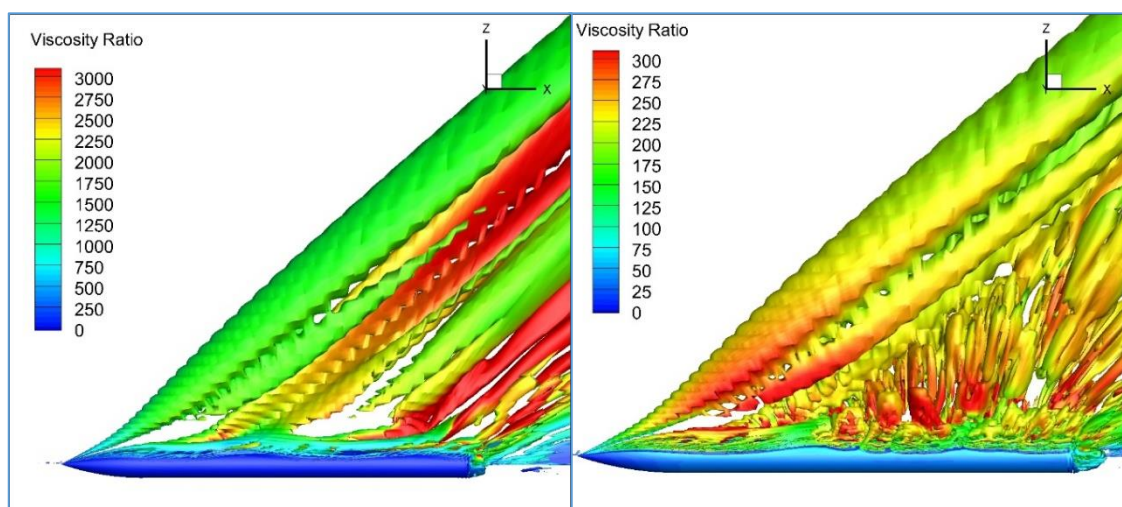


Figura 51. Iso-superficies de función  $Q$  positiva (hasta 5000) para un cálculo no estacionario a  $Mach = 0.2$ ,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados para dos modelos de turbulencia. Izquierda:  $k-\omega$  SST-SAS. Derecha: RSM- $\omega$ -SAS. Malla estructurada.

Pero hay algo muy importante a destacar en la zona del morro: si bien es la zona estacionaria para los dos modelos, y se desprenden dos torbellinos en el morro y después detrás de la ojiva ( $X/D > 3$ ) más un tercero detrás de  $x/D = 7.0$  antes de entrar en la zona no estacionaria, la viscosidad turbulenta calculada es muy diferente entre un modelo y otro. Esto puede explicar la menor fuerza normal en la zona del morro que refleja el modelo  $k-\omega$  SST-SAS frente a RSM- $\omega$ -SAS (ver Figura 49).

Se ha demostrado que el uso de una segunda longitud de escala basada en la longitud de von Kármán  $L_{vk}$  permite al modelo ajustarse a las estructuras turbulentas sin disiparlas como hacen los modelos RANS clásicos (referencias [21], [23]). Esto permite la reducción de la ‘eddy-viscosity’. Pero, el modelo SAS por sí solo no ha sido capaz de resolver esto si se usa el modelo de dos ecuaciones  $k-\omega$  SST como base, en lugar de usar RSM- $\omega$ ; con el que se obtiene una región no estacionaria y además, la ‘eddy-viscosity’ es mucho menor que la determinada con el otro modelo. En la Figura 51 se puede ver que los valores de ‘viscosity ratio’ son de un orden mayor para el primer modelo ( $k-\omega$  SST-SAS).

En resumen, la mejora del modelo de ‘eddy-viscosity’  $k-\omega$  SST al introducir SAS no ha sido suficiente para activar lo que Menter denomina el ‘modo de resolución de escalas’ (‘Scale

Resolving Simulation’). Mientras que el uso del modelo no isotrópico de esfuerzos de Reynolds (*RSM- $\omega$* ) sí lo ha permitido.

La respuesta a esta discrepancia la da el propio autor del método *SAS* –Menter- que menciona lo siguiente en la referencia [25]: “*the limitation of SAS is that it will not switch into scale-resolving mode if the flow is not sufficiently unstable*”. Es decir, *k- $\omega$  SST-SAS* ha dado una solución RANS estacionaria en lugar de una solución tipo LES. No así el método *RSM- $\omega$ -SAS*.

Es posible que exista un ángulo de ataque para este problema en el que la inestabilidad del flujo sea suficientemente alta; en el caso del modelo *RSM- $\omega$ -SAS* debe estar por debajo de 45 grados para este tipo de configuración y malla, mientras que para el modelo *k- $\omega$  SST-SAS* debe ser mayor que 45 grados, pero menor que a 90, con el que Menter *et al.* (referencias [23], [24]) obtuvieron resultados precisos para un cilindro de gran alargamiento. Pero en la referencia [25] se mencionan otros problemas en los que hay dificultad del método *SAS* para activar el modo de resolución de escalas. Menter atisba la posibilidad de introducir mecanismos numéricos que ayuden a introducir inestabilidades en el flujo de la corriente libre o justo en la zona inicial, delante del morro, para que *SAS* se active en el denominado modo de resolución de escalas. Una posibilidad que menciona Menter es a través de la “generación de turbulencia sintética” (referencia [25]). Más adelante, cuando se muestren los resultados a diferentes ángulos de ataque de esta configuración de referencia ojiva-cilindro de ONERA, se explicarán las dificultades de *SAS* en obtener algunas soluciones.

No hay que olvidar que la malla de cálculo utilizada tiene unos límites de resolución y el paso de tiempo empleado ( $\Delta t = 5 \cdot 10^{-4}$  s) es un poco alto, pero dados los límites de capacidad de cálculo se utilizó en la mayoría de los casos. Si bien, este paso de tiempo es muy similar al usado en el problema del cilindro cruzado expuesto en la referencia [23] a un número de Reynolds parecido, y que era 1/30 de la escala de tiempo hidrodinámica, definida por  $t_h = \left( \frac{D}{u_\infty} \right)$ . Se ha comprobado

que con mallas bastas y tiempos cada vez mayores, las soluciones obtenidas tienden a ser soluciones estándar RANS (referencia [21]).

Pero, a la vista de los resultados del modelo *RSM- $\omega$ -SAS*, se han obtenido soluciones ‘LES-like’ y se ha podido capturar una región de flujo no estacionario, que no mostraban otros modelos teóricos. Y los resultados de fuerzas locales son más precisos, en particular en la zona trasera, donde ocurre una caída apreciable de las fuerzas.

Se dispone además de información experimental de las presiones en varias secciones del misil AG-04 de ONERA. A continuación se comparan las presiones en varias secciones del misil. Sólo se usan los resultados del modelo *RSM- $\omega$ -SAS* y para la malla estructurada.

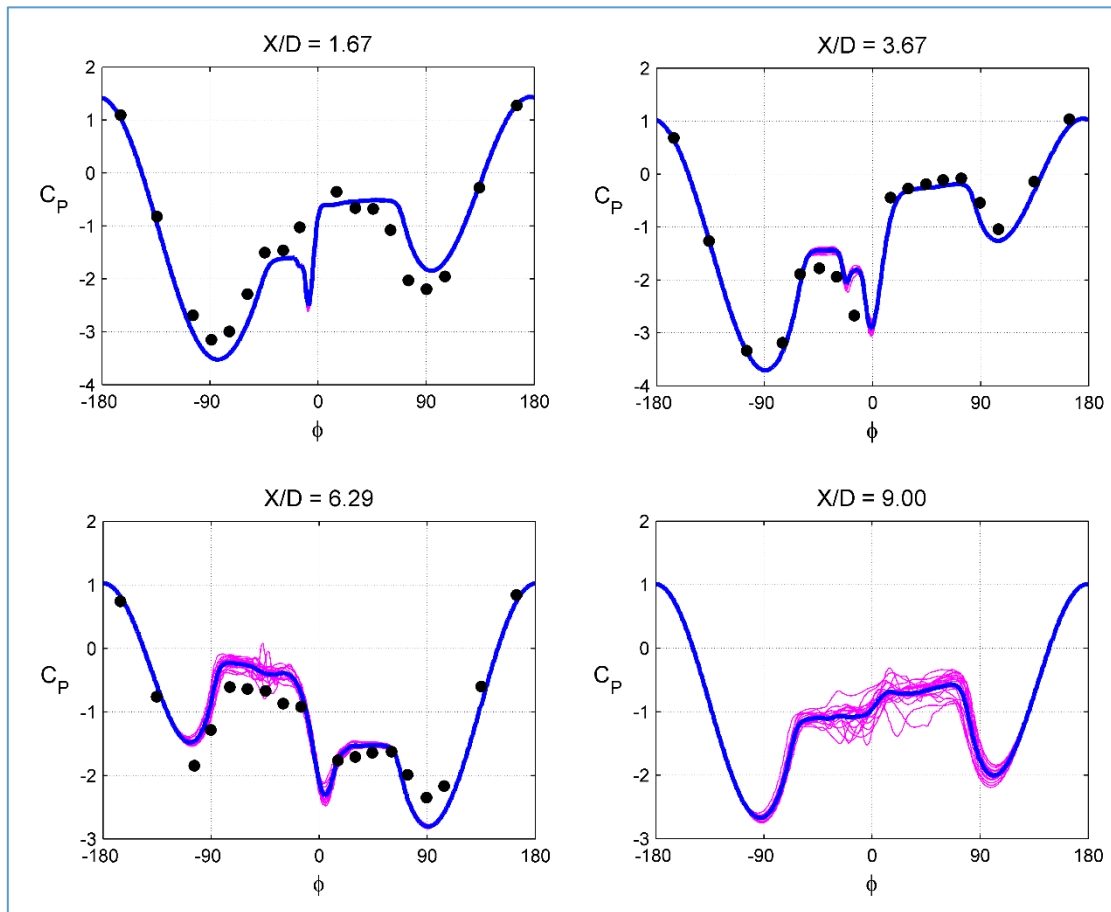


Figura 52. Coeficientes de presión en varias secciones del misil para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2, Re =  $2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados en un período de T = 0.1 s. Valores teóricos y experimentales. Malla estructurada.

El coeficiente de presión se basa en la presión dinámica de la corriente del flujo cruzado y se define como:

$$Cp^* = \frac{(p - p_\infty)}{(0.5 \cdot \rho_\infty \cdot v_\infty^2 \cdot \sin^2 \alpha)} \quad (III - 18)$$

La solución en 20 pasos de tiempo en un intervalo de tiempo T = 0.1 s (líneas magenta) así como el valor medio (línea azul) de este coeficiente de presión se muestra en la Figura 52 para cuatro secciones, junto a los resultados experimentales (círculos negros). En la última sección no había información experimental.

Los resultados se muestran en función del ángulo de azimut u orientación  $\Phi$ . Pero con la convención siguiente: de acuerdo a los datos experimentales  $\Phi = 0$  corresponde al origen en el plano de simetría  $Y = 0$  y en sotavento; los valores positivos denotan una localización en estribor mientras que los valores negativos corresponden a la zona de babor.

Hay algo importante a observar en los resultados teóricos de las dos primeras secciones  $x/D = 1.67$  y  $x/D = 3.67$ , que se corresponde con los resultados de las fuerzas locales. La solución es prácticamente de flujo estacionario: los valores medios coinciden con los instantáneos, con una desviación típica muy pequeña. En la tercera sección se observa una mayor variación de las presiones solamente en la zona de flujo desprendido en la zona de sotavento, mientras que el flujo en la zona adherida es estacionario. Esta sección está muy cerca de la sección de fuerza lateral máxima ( $x/D = 6.67$ ) y donde las fuerzas locales comienzan a oscilar. Es decir, la transición de la región estacionaria (región 3) a la no estacionaria (región 2). En la última sección no hay resultados experimentales. Las soluciones teóricas indican ya una oscilación de la presión mínima ( $\Phi \sim \pm 90$  grados), en la zona de flujo adherido, si bien no se observa aún una oscilación del punto de remanso; y hay mayores oscilaciones sobre el nivel medio en la zona de sotavento. Esta sección  $x/D = 9.0$  ya pertenece claramente a la región 2 de flujo no estacionario.

La comparación de los valores medios del coeficiente de presión en las tres primeras secciones con los datos experimentales es buena. En la sección  $x/D = 6.29$  se captura un poco peor el valor mínimo de presión en ambos lados, indicando diferencias en los puntos de separación de la capa límite.

En las secciones localizadas en la parte trasera del cuerpo –  $x/D > 7.00$  aproximadamente- hay una dependencia con el tiempo de los valores mínimos de presión. En la zona de sotavento, el coeficiente de presión tiende a formar una zona plana de presión en la zona desprendida; lo que explica la reducción de las fuerzas locales, en particular la fuerza normal; pues esa zona contribuye más a la fuerza normal.

*Como conclusión, se ha comprobado al comparar los resultados teóricos con los experimentales, que el modelo de turbulencia RSM- $\omega$ -SAS es mucho más adecuado para capturar las características del flujo a altos ángulos de ataque de la configuración mencionada. Con las mallas utilizadas, y pasos de tiempo pequeños que mantienen el número de Courant por debajo de 5, los resultados de fuerzas locales y globales permiten tener confianza en haber capturado de forma teórica las características principales del flujo, en el que se adivinan dos regiones diferenciadas, una estacionaria en la parte delantera, y otra no estacionaria en la parte trasera del misil. Esto está en consonancia con algunos ensayos de otras configuraciones tipo misil, si bien realizados a bajos números de Reynolds.*

## **Parte IV: Características del flujo de una ojiva-cilindro en régimen subsónico**



En esta parte IV, se van a estudiar las características del flujo a altos ángulos de ataque, tomando como referencia el ángulo de ataque de 45 grados, y usando el modelo de turbulencia *RSM- $\omega$ -SAS* como modelo de referencia. Se investigará la captura del flujo asimétrico y las inestabilidades global y convectiva, que pueden estar en el origen del flujo asimétrico. También se harán estudios del efecto del alargamiento o esbeltez en la inestabilidad del flujo y la aparición de la región 1 no estacionaria en los cuerpos de gran esbeltez. Después, se estudian los efectos del ángulo de ataque y el comienzo del flujo asimétrico y se proseguirá con el análisis de la estructura del flujo y la topología de éste en el campo cercano al cuerpo. Por último, se estudian las fuerzas Magnus debidas a giro alrededor del eje longitudinal a varias velocidades de giro.

## **1. Inestabilidades global y convectiva: Efectos del ángulo de orientación**

En el capítulo 1 de la Parte I se mencionó la existencia de dos posibles mecanismos –inestabilidades global y convectiva- que activan la aparición de flujo asimétrico. La idea está reflejada por varios autores, como Champigny (referencia [1]), Bridges (referencia [9]) o Bao-Feng Ma (referencia [13]).

Según Champigny (referencia [1]), la solución simétrica es inestable, y una pequeña perturbación (flujo no homogéneo, pequeño defecto geométrico, etc.) la lleva a un estado estable asimétrico. Existen en este caso dos posibles soluciones, una imagen de la otra; lo que se traduce en fuerzas laterales de la misma magnitud y diferente signo. Bao-Feng Ma (referencia [13]) alude a una “bi-estabilidad temporal” causada por una inestabilidad global, como pueden ser perturbaciones iniciales del flujo o fluctuaciones turbulentas.

Hemos mencionado previamente que se han generado dos mallas de cálculo para los estudios numéricos: una malla estructurada y otra no estructurada.

Vamos a estudiar por separado los posibles efectos debidos a la existencia de inestabilidad global y convectiva dependiendo de la malla utilizada, pues pueden reproducir diferencias cualitativamente importantes. Esto se analiza en detalle en los siguientes capítulos.

## I. Malla estructurada: Inestabilidad global

La malla estructurada fue generada primero como una malla de dos dimensiones (2D) en el plano de simetría  $x$ - $z$ , para posteriormente generar una malla axisimétrica, girando esta malla 2D sobre el eje longitudinal  $x$  cada  $N$  grados. Para este valor  $N$  se ha utilizado 1 ó 1.5 grados. Es decir, hay 240 o 360 celdas en la dirección azimutal.

Cualquier irregularidad de la malla inicial 2D se reproduce también en cada plano radial. Por tanto, se tienen unas irregularidades de la malla, tanto de superficie como de volumen, uniformes y axisimétricas.

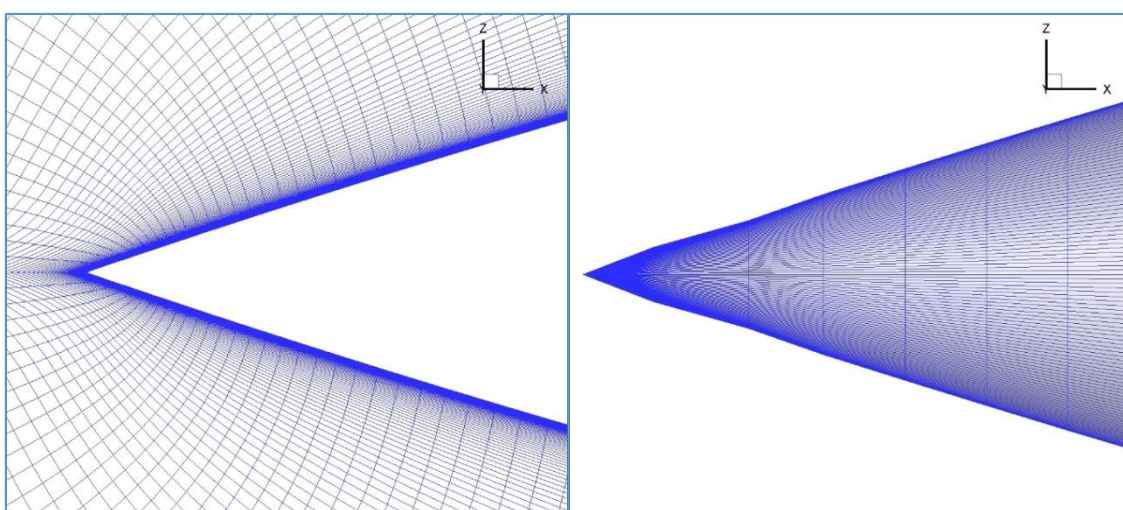


Figura 53. Detalles de la punta del ala con dos mallas estructuradas. Izquierda: malla 1 en el plano de simetría. Derecha: malla 2 de superficie.

Esto se observa en la Figura 53, donde se muestra un detalle de la malla estructurada en la punta del ala. En la izquierda se muestra la malla en el plano de simetría  $x$ - $z$  con una definición más densa de la punta. La primera celda siguiente a la nariz está a  $x/D \approx 0.015$ . En la derecha se muestra la malla de superficie para una malla con menor densidad en la punta, donde la primera celda está a  $x/D \approx 0.045$ . En la segunda malla, esto genera un cambio de curvatura en la zona de la punta que no ocurre con la primera. Pero esta oscilación de curvatura es la misma en cualquier estación a otros ángulos de orientación, pues las dos mallas se generan axisimétricas. Así pues, cualquier irregularidad es vista de la misma forma si el ángulo de la corriente libre coincide con

$$\text{un ángulo } \Phi = n \cdot N \begin{cases} n = 1, \dots, 240 \text{ para } N = 1.5 \\ n = 1, \dots, 360 \text{ para } N = 1.0 \end{cases}$$

Si la corriente entra a ángulos no múltiplos de  $N$ , podría haber una ligera asimetría.



Así pues, es de esperar que el efecto de irregularidades geométricas debidas a la malla sea pequeño. Por tanto, no se esperan cambios importantes en las fuerzas con el ángulo de orientación. Pero, en cualquier caso se procedió a hacer cálculos del flujo a diferentes ángulos de orientación con la malla estructurada.

### A. Modelo RSM- $\omega$

Si bien los resultados más fiables son los obtenidos con el modelo *RSM- $\omega$ -SAS*, se muestran aquí los resultados obtenidos con el modelo clásico *RSM- $\omega$*  ya que son ilustrativos también sobre la inestabilidad global que produce la aparición de dos posibles soluciones asimétricas estables.

Como se explicó antes, con este modelo de turbulencia se obtuvieron soluciones casi-estacionarias. Las oscilaciones de fuerzas existen pero son de amplitud muy pequeña. Pero se obtenían soluciones asimétricas, con un valor importante de la fuerza lateral.

Se procedió a realizar cálculos en las siguientes condiciones:

- Cálculo estacionario con un gran número de iteraciones.
- Cálculo no estacionario con solución inicial la obtenida en el cálculo previo.

El tiempo total fue de  $T = 2 \text{ s}$  tomando como paso de tiempo  $\Delta t = 5 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ .

La historia de convergencia para los cálculos no estacionarios ('time marching') está reflejada en la Figura 54.

Con respecto a la fuerza normal, los resultados son muy similares. Algo parecido puede decirse de la fuerza lateral, con una excepción. Al ángulo de orientación  $\Phi = 90$  grados, la fuerza lateral toma un valor positivo, mientras que para los otros tres ángulos, este valor es similar en valor absoluto; pero de distinto signo.

Es importante recalcar que el signo de las soluciones finales de la fuerza lateral coincide en todos los casos con el de la solución inicial. Luego la solución estacionaria para  $\Phi = 90$  grados tenía diferente signo a las otras. La solución inicial para todas las soluciones estacionarias era la misma –flujo uniforme- y el número de iteraciones también era similar. La conclusión es que alguna perturbación inicial llevó a una solución asimétrica de signo diferente para  $\Phi = 90$  grados. El cálculo no estacionario llevó a una pequeña reducción del valor medio de la fuerza lateral pero no modificó la estructura del flujo. Se obtiene pues, el llamado 'bi-stable pattern' (referencias [1], [13]).

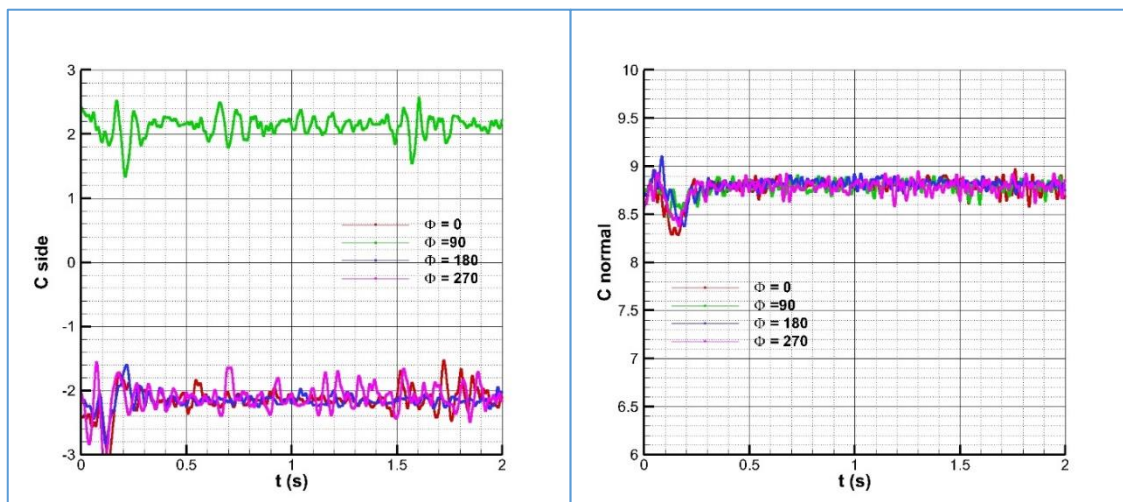


Figura 54. Historias de convergencia de los coeficientes de las fuerzas globales a diferentes ángulos de orientación a Mach = 0.2,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados. Modelo de turbulencia RSM- $\omega$ . Izquierda: coeficiente de fuerza lateral. Derecha: coeficiente de fuerza normal. Malla estructurada.

	CS	CN
<b>Experiment</b>	<b>-3.37</b>	<b>9.22</b>
$\Phi = 0$	-2.120	8.800
$\Phi = 90$	2.133	8.792
$\Phi = 180$	-2.154	8.822
$\Phi = 270$	-2.096	8.788

Tabla 6. Coeficientes de las fuerzas lateral y normal a diferentes ángulos de orientación a Mach = 0.2,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados comparadas con los resultados experimentales. Valores medios en  $T = 2$  s. Modelo de turbulencia RSM- $\omega$ . Malla estructurada.

Las soluciones globales se muestran en la Tabla 6 y se visualizan en la Figura 55. Los valores teóricos son valores promediados en un intervalo de tiempo  $T = 2$  s. Los símbolos rojos corresponden a la fuerza lateral (C side) y los azules a la normal (C normal).

Los valores absolutos de los dos coeficientes son muy similares para los cuatro ángulos de orientación calculados, indicando que todas las soluciones son muy parecidas. Pero además, esto

está corroborado por las soluciones de las fuerzas lateral y normal locales mostradas en la Figura 56.

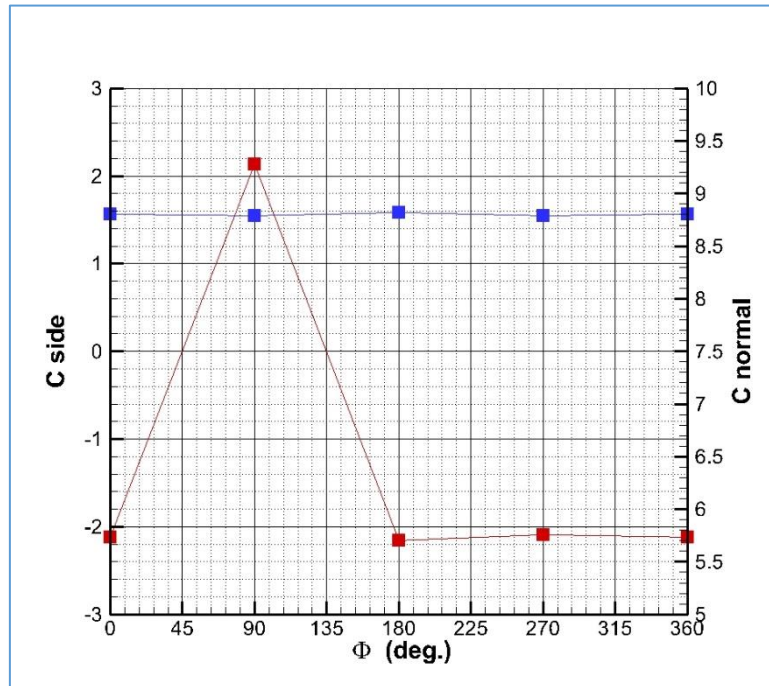


Figura 55. Coeficientes de las fuerzas globales a Mach = 0.2,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados en función del ángulo de orientación. Modelo de turbulencia RSM- $\omega$ . Malla estructurada.

Se puede tener la confianza en que la solución teórica es la misma e independiente del ángulo de orientación, llegando en cada caso, y en función de las condiciones iniciales, a una de las dos soluciones estables asimétricas posibles: una espejo de la otra.

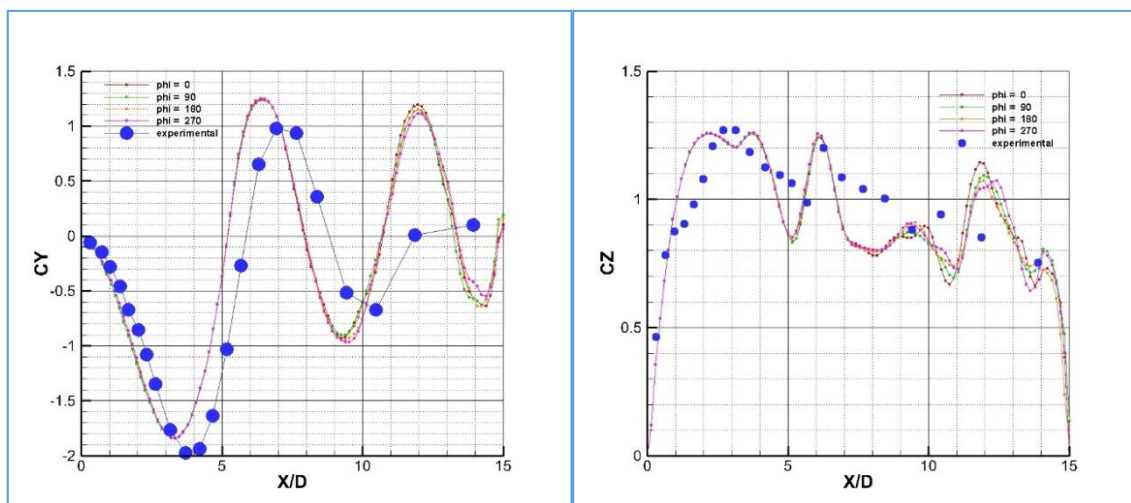


Figura 56. Coeficientes de las fuerzas locales a Mach = 0.2,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados para varios ángulos de orientación. Modelo de turbulencia RSM- $\omega$ . Malla estructurada.

Para reforzar esta idea, se procedió a realizar cálculos adicionales a ocho ángulos de orientación:  $\Phi = 0, 45, 90, 135, 180, 225, 270$  y  $315$  grados. Es importante recalcar que a estos ángulos la corriente incidente entra por una línea de malla en dirección azimutal. En este caso se procedía de la manera siguiente:

- Cálculo estacionario con un número muy pequeño de iteraciones.
- Cálculo no estacionario con solución inicial la obtenida en el cálculo previo. El tiempo total es de  $T = 3$  s y el paso de tiempo  $\Delta t = 5 \cdot 10^{-4}$  s.

De forma parecida a los cálculos previos, los valores absolutos de todas las soluciones de las fuerzas globales eran similares para todos los ángulos de orientación; pero hay dos ángulos,  $\Phi = 0$  y  $\Phi = 270$  grados en los que la solución nueva de la fuerza lateral tiene signo distinto a la anterior. Esto se resume en la Tabla 7.

Para  $\Phi = 0$  grados, la nueva solución partiendo de una solución estacionaria poco convergida, llega a un valor similar de fuerza lateral que en el caso anterior, pero ahora es positiva. Con relación a  $\Phi = 270$  grados, ocurre algo similar.

Pero hay una diferencia que hemos de hacer notar, sobre todo en la solución de ángulo nulo de orientación.

	C Side (caso 1)	C Side (caso 2)
<b>Experimental</b>	<b>-3.37</b>	<b>-3.37</b>
$\Phi = 0$	-2.120	2.128
$\Phi = 270$	-2.096	2.143

Tabla 7. Coeficientes de las fuerzas lateral y normal orientación a Mach = 0.2, Re =  $2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados a dos ángulos de orientación comparadas con los resultados experimentales. Valores medios en T= 2 y 3 s. Modelo de turbulencia RSM- $\omega$ . Malla estructurada.

La historia de convergencia del coeficiente de fuerza lateral para  $\Phi = 0$  grados en los dos cálculos realizados se muestra en la Figura 57.

La solución marcada con línea roja muestra la solución obtenida después de un número muy alto de iteraciones en modo estacionario. La solución inicial es negativa, y la final también lo es. Hay una variación del valor absoluto del coeficiente. La solución azul sin embargo, muestra que la solución inicial es negativa pero hay un salto a valores positivos. Después de un transitorio, la

solución se estabiliza en la fuerza lateral de valor absoluto similar a la de la solución anterior, pero con signo positivo.

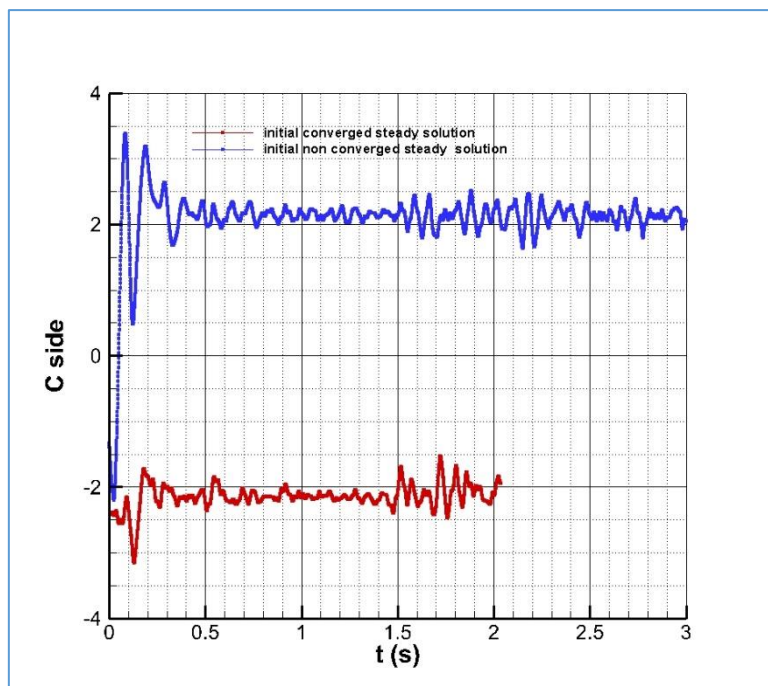


Figura 57. Historia de convergencia de los coeficientes de fuerzas globales a Mach = 0.2,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados a ángulo de orientación  $\Phi = 0$  grados, a dos condiciones iniciales diferentes. Modelo de turbulencia RSM- $\omega$ .

Es decir, al mismo ángulo de orientación se obtienen las dos soluciones asimétricas predichas por el patrón bi-estable. Las diferentes condiciones iniciales parecen ser las causantes de este cambio, no así irregularidades geométricas que no cambian al mantener fijo el ángulo de orientación.

Con respecto al ángulo de orientación  $\Phi = 270$  grados, la historia del coeficiente de fuerza lateral para las dos soluciones se muestra en la Figura 58.

En este caso, las condiciones iniciales son de una fuerza negativa en el primer caso, y una positiva en el segundo –si bien de pequeño valor absoluto– y las soluciones finales mantienen el signo de las iniciales.

Estos cálculos se realizaron con el modelo de turbulencia RSM- $\omega$  que no capturaba adecuadamente la zona de flujo no estacionario en la parte trasera del cuerpo, si bien es la nariz del cuerpo la parte fundamental a la hora de valorar los efectos en las fuerzas cuando varía el ángulo de orientación.

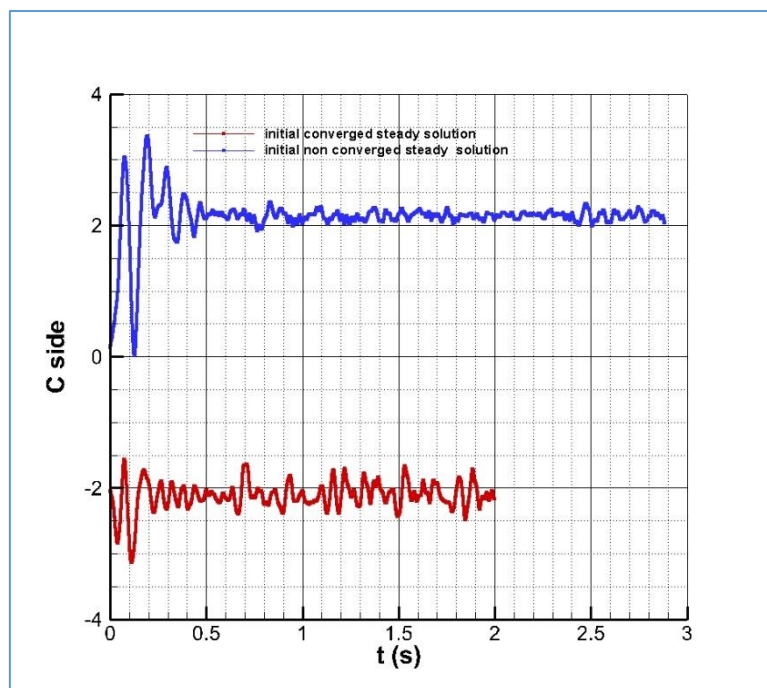


Figura 58. Historia de convergencia de los coeficientes de fuerzas globales a Mach = 0.2,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados a ángulo de orientación  $\Phi = 270$  grados, a dos condiciones iniciales diferentes. Modelo de turbulencia RSM- $\omega$ .

Así pues, existe un mecanismo numérico que hace que en función de la intensidad y sentido de las perturbaciones iniciales, emula oscilaciones del flujo o de la turbulencia, suficientes para llevar a obtener una solución estable asimétrica, cuyo signo viene marcado por esas perturbaciones. Pequeñas fluctuaciones numéricas actúan como origen motor de la inestabilidad. No parece haber un mecanismo de irregularidades geométricas, que si fuera dominante, llevaría a una solución del mismo signo siempre. Bao-Feng Ma (referencia [13]) realizó experimentos en los que se introduce una perturbación geométrica grande no simétrica justo en la punta de un cuerpo ojiva-cilindro de esbeltez  $L/D = 6$  para abordar el efecto de inestabilidad global y convectiva. Mahadevan *et al.* (referencia [11]) introdujeron también imperfecciones de orden menor al espesor de la capa límite del flujo cruzado para valorar los efectos en la asimetría.

*La conclusión es que con una malla suficientemente simétrica -tanto de superficie como de volumen- no existen efectos del ángulo de orientación, dado que las irregularidades geométricas que puedan emularse están axisimétricamente distribuidas. Pero existe un mecanismo de inestabilidad global tal que a partir de una determinada incidencia, se obtiene una solución bi-estable asimétrica, en la que la estructura final depende de perturbaciones iniciales del flujo.*

## II. Malla no estructurada: Inestabilidad global y convectiva

Kumar *et al.* (referencias [11], [12], [32], [33], [34]) han hecho trabajos en los que, tanto a nivel experimental como numérico, introducen perturbaciones de orden menor que el espesor de la capa límite para valorar los efectos del ángulo de orientación en las fuerzas laterales, fruto por tanto de irregularidades geométricas. En la referencia [11] se menciona la diferente respuesta de un cono pulido, en el que la rugosidad es  $Ra \sim 1 \mu m$  frente al mismo modelo pero rugoso, en el que  $Ra > 6 \mu m$ . Para ángulos de ataque altos, el cono pulido da una respuesta bi-estable de la fuerza lateral en función del ángulo de orientación, que indica una inestabilidad global; el cono rugoso muestra una respuesta sinusoidal continua hasta valores ya muy altos de ángulo de ataque, en los que aparece de nuevo la respuesta bi-estable. A esos ángulos el flujo es básicamente no estacionario y tiene un patrón ‘wake-like’ por lo que los efectos de las imperfecciones son menores. Los valores máximos de la fuerza son similares a los del cono pulido. Luego, la respuesta de fuerza lateral está dentro de unos valores límite que definen una envolvente.

En el capítulo 1 de la parte III, se explicó cómo se habían generado dos mallas diferentes, una de ellas no estructurada, cuya naturaleza, así como la manera de generarla, llevaban a una malla inherentemente no simétrica.

En la referencia [11] se habla de irregularidades de una micra para un cuerpo pulido de diámetro  $D = 0.1 m$  aproximadamente; la rugosidad adimensionalizada es  $Ra/D = 1.5 \cdot 10^{-5}$ . El espesor local de capa límite de flujo cruzado en las cercanías de la separación era del orden de  $250-300 \mu m$ ; esto es,  $\delta/D \approx 0.0025$ . Para el experimento el número de Reynolds era  $Re_D = 0.3 \cdot 10^6$ . Se introdujeron imperfecciones del orden de la capa límite  $\delta$  ( $h/\delta = 0.5, 1, 2, 3$ ) y en un estudio numérico (referencia [33]) imperfecciones aleatorias en la punta de la nariz de orden  $h/D = 0.004$  mostraron incrementos de la asimetría del flujo.

Por tanto, una primera evaluación que se hizo con respecto a la malla no estructurada generada para los cálculos, fue estimar las diferencias entre la malla de superficie –formada por triángulos– y una geometría ideal axisimétrica del cuerpo ojiva-cilindro de referencia. Se hizo esto por secciones  $x/D = \text{constantes}$ . Los resultados se muestran en la Figura 59 en función del ángulo de orientación o azimut. Los valores azules indican los resultados en la zona de babor y los rojos en la zona de estribor.

Debido al método de generación, las diferencias a múltiplos de 45 grados son pequeñas entre babor y estribor. Pero a otros ángulos de orientación hay diferencias importantes entre uno y otro lado. Estas diferencias pueden ser del orden de  $h = 100 \mu m$ , eso es,  $h/D \approx 10^{-4}$ . En este trabajo se denomina ‘rugosidad numérica’ a lo siguiente:

Primero se ha estimado el radio medio en cada sección  $x/D = cte.$  (siendo el cuerpo de revolución)

de forma que:  $r_{medio}(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N r_i(x).$  Después la ‘*rugosidad numérica*’ sería:

$$\bar{r}_n(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |r_i(x) - r_{medio}(x)|.$$

Con esta medida, hecha para diversas estaciones, tenemos un

valor de ‘*rugosidad numérica*’ de  $r_n/D = 40-60 \cdot 10^{-6}$  en las distintas estaciones. Mahadevan (referencia [11]) nos define su maqueta de ensayo rugosa con valores de rugosidad de  $Ra > 6 \mu m,$  esto es,  $Ra/D > 50 \cdot 10^{-6}.$

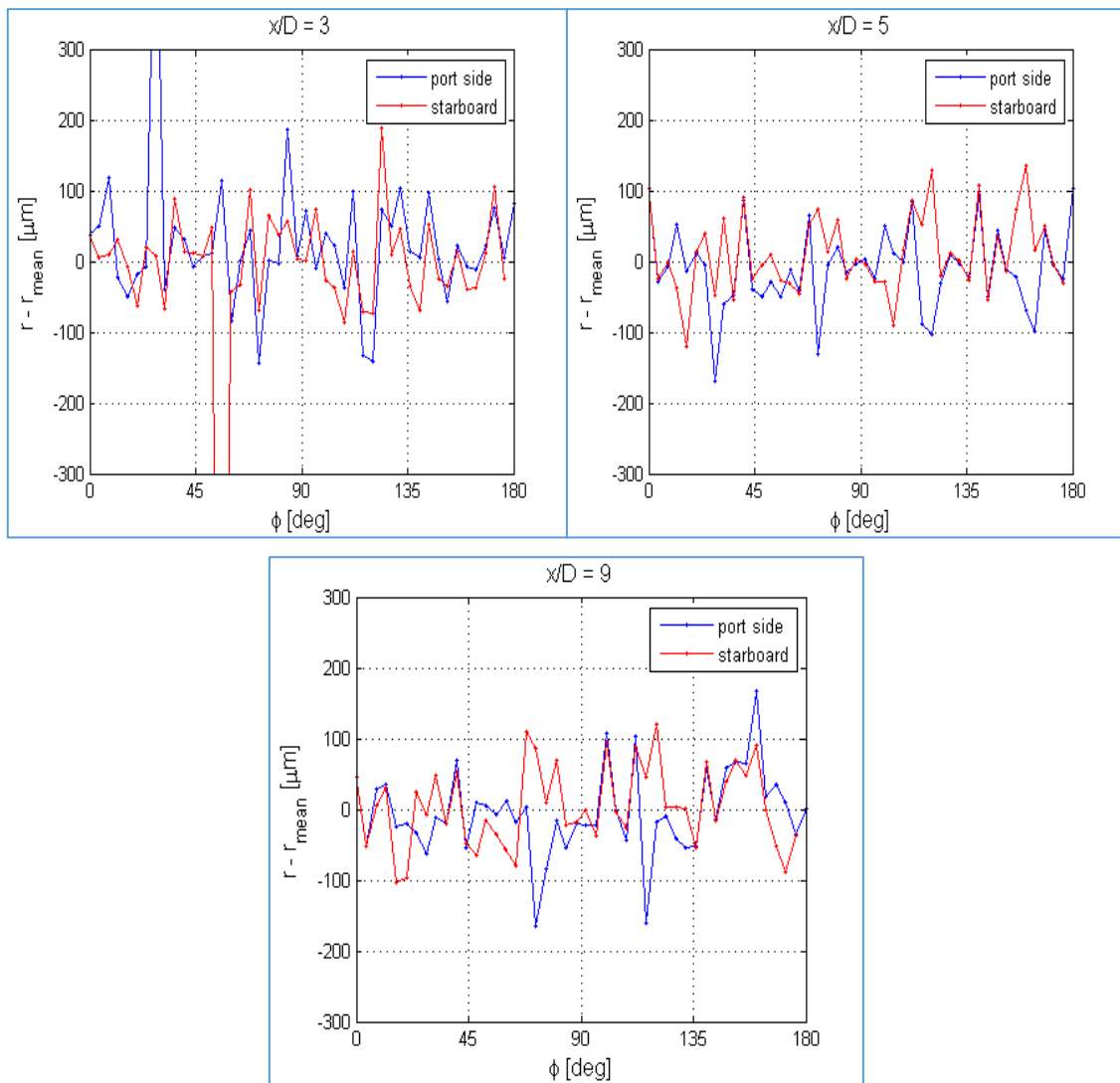


Figura 59. Diferencias entre el radio real y el ideal en diferentes secciones longitudinales  $x/D = cte.$  en función del ángulo de orientación o azimut. Malla no estructurada.

A la condición de referencia de Mach = 0.2, número de Reynolds  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque de 45 grados, se midió la capa límite de flujo cruzado cerca del punto de separación en tres



estaciones  $x/L = 0.2, 0.46$  y  $0.60$ , esto es,  $x/D = 3.0, 6.9$  y  $9.0$  respectivamente, y el valor era de orden  $\frac{\delta}{D} \approx 0.006 - 0.008$ . Este valor es mayor que el del cono del experimento mencionado, medido en  $x/L = 0.2$ . Pero el experimento era a menor velocidad y número de Reynolds menor que en nuestro caso.

Esto nos indica que la malla no estructurada generada, con una densidad de malla de superficie alta -pero no suficientemente fina- y una malla de volumen no simétrica, parece emular a un cuerpo rugoso. Y por tanto, es posible que los efectos del ángulo de orientación en las fuerzas sean apreciables, como se ha verificado en multitud de experimentos a diferentes condiciones y diferentes configuraciones. Muy pequeñas irregularidades pueden llevar a generar cambios importantes en la estructura del flujo debido a una diferente separación del flujo y a un desarrollo diferente de los torbellinos generados, que tienen una evolución asimétrica, terminando en diferencias apreciables en las fuerzas.

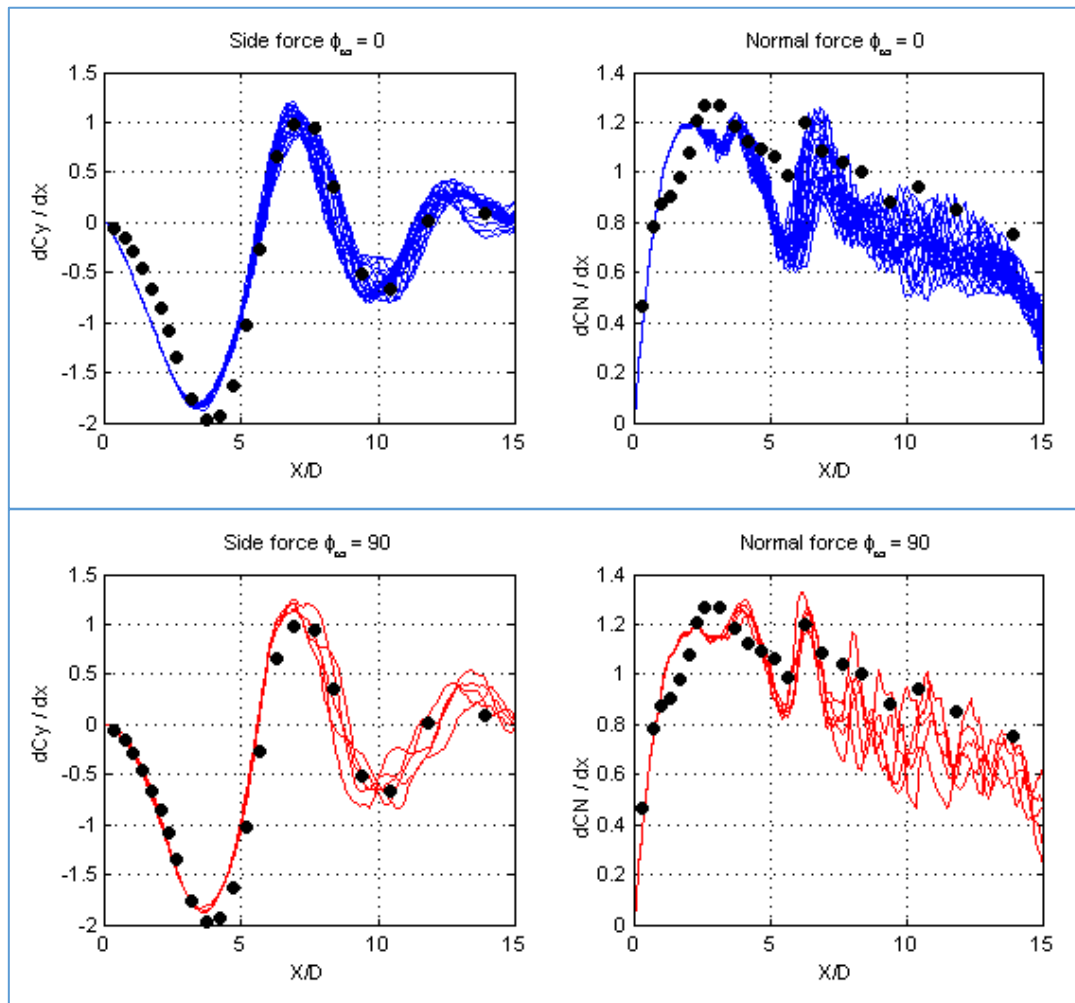


Figura 60. Coeficientes de fuerza local lateral y normal a dos ángulos de orientación para un cálculo no estacionario a  $Mach = 0.2$ ,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados. Arriba:  $\Phi = 0$  grados. Abajo:  $\Phi = 90$  grados. Malla no estructurada.

Para valorar lo anterior, se utilizó el modelo de turbulencia *RSM- $\omega$ -SAS* para los cálculos a diferentes ángulos de orientación, cada 45 grados. Los resultados en 4 de ellos, en el período de  $T = 0.1 s$ , se muestran en la *Figura 60* y en la *Figura 61*.

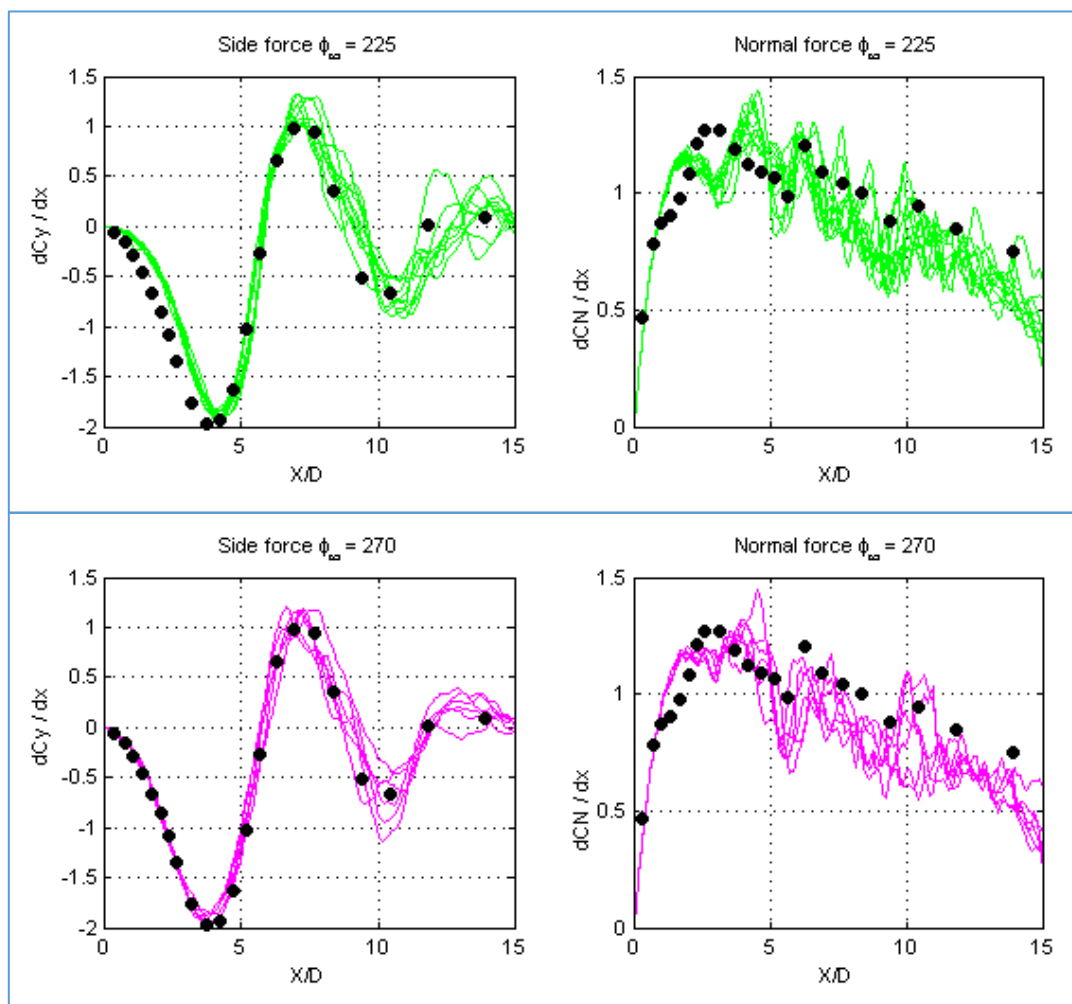


Figura 61. Coeficientes de fuerza local lateral y normal a dos ángulos de orientación para un cálculo no estacionario a  $Mach = 0.2$ ,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados. Arriba:  $\Phi = 225$  grados. Abajo:  $\Phi = 270$  grados. Malla no estructurada.

Como se mostró ya para la malla estructurada en el capítulo 2 de la Parte III, se observan las dos regiones del flujo, estacionaria y no estacionaria. Si bien, es importante remarcar que a todos los ángulos de orientación excepto  $\Phi = 90$  grados, hay ligeras variaciones de la fuerza lateral en la zona delantera (hasta  $x/D \approx 7.0$ ), correspondiente a la región 3 del flujo de acuerdo a los resultados de la malla estructurada; más estables. Además, el ajuste de la fuerza lateral con los resultados experimentales en la zona de ojiva es bueno a  $\Phi = 90$  y  $\Phi = 270$  grados mientras que a  $\Phi = 0$  grados la pendiente de la fuerza lateral en la punta de la nariz es mayor, dando lugar a valores

más negativos que los experimentales en la zona de la ojiva, mientras que a  $\Phi = 225$  grados es al revés, llevando a valores más positivos más intensos.

Hay que indicar algo importante también. Los valores de la fuerza lateral para todos los ángulos excepto  $\Phi = 270$  grados son positivos y por tanto, en las figuras se han representado los valores de la solución imagen, que de acuerdo a la idea del patrón bi-estable existe. La fuerza lateral experimental medida es negativa.

$\Phi$ (deg.)	$C_Y$	$C_N$
0	$3.22 \pm 0.35$	$7.80 \pm 0.12$
45	$-1.94 \pm 0.57$	$8.11 \pm 0.22$
90	$2.42 \pm 0.50$	$8.20 \pm 0.15$
135	$2.87 \pm 0.45$	$7.79 \pm 0.11$
180	$2.19 \pm 0.52$	$8.42 \pm 0.18$
225	$2.01 \pm 0.60$	$8.44 \pm 0.17$
270	$-2.63 \pm 0.48$	$8.12 \pm 0.16$
315	$2.50 \pm 0.52$	$8.21 \pm 0.16$
<i>Structured</i>	$2.99 \pm 0.27$	$7.77 \pm 0.10$
<i>Experimental</i>	-3.37	9.22

Tabla 8. Fuerzas lateral y normal a varios ángulos de orientación a Mach = 0.2, Re =  $2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados comparadas con los resultados experimentales. Valores medios en T = 0.1 s. Modelo de turbulencia RSM- $\omega$  SAS. Mallas no estructurada y estructurada.

Así pues, estos resultados parecen indicar un efecto importante en las fuerzas de las irregularidades de la configuración, expresadas en forma de una malla asimétrica con un nivel alto de ‘rugosidad numérica’, y que se suma a la inestabilidad global del flujo a ese alto ángulo de ataque, en la que perturbaciones iniciales del flujo de la corriente llevan a una solución positiva o negativa de la fuerza lateral, dependiendo de la estructura asimétrica de torbellinos que aparece en la nariz.

Los valores globales de los coeficientes de las fuerzas lateral y normal, tanto el promedio como la desviación típica, calculados en el período de  $T = 0.1$  s se muestran en la Tabla 8. El valor obtenido de forma similar con la malla estructurada y con el modelo RSM- $\omega$ -SAS también –que prácticamente no depende del ángulo de orientación- se muestra también.

Los resultados que se muestran en la tabla para la malla no estructurada se reflejan en la Figura 62. Como hay dos valores negativos de la fuerza lateral, se han representado también los valores absolutos para valorar la variación de magnitud de ésta.

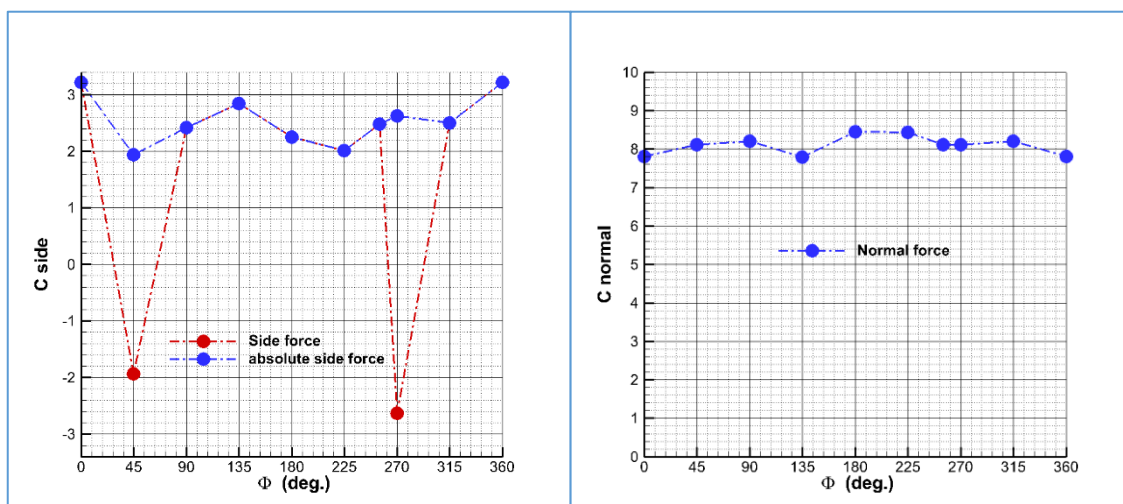


Figura 62. Coeficientes de fuerzas globales lateral y normal en función del ángulo de orientación para un cálculo no estacionario a  $Mach = 0.2$ ,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados. Malla no estructurada.

Se puede ver que la fuerza normal varía poco, si bien el mínimo vale 7.79 y el máximo 8.44. La variación es 0.65. Con relación al valor medio (8.13) es una diferencia cercana al 8 %. Este valor medio de la fuerza normal es algo mayor (5% aproximadamente) que el de la malla estructurada. Sin embargo, la oscilación de fuerza lateral es muy grande, con un valor promedio mínimo de 1.94 y un máximo de 3.22. Respecto al valor medio de 2.58 la variación es del 25.6 %. Los ensayos de diferentes cuerpos realizados por diversos experimentalistas informan de variaciones de fuerza lateral incluso del 100 % (referencias [1], [10]). Vemos que el valor máximo de fuerza lateral, que indica el extremo de la envolvente de fuerza lateral, es un 7 % mayor aproximadamente que el valor de fuerza lateral obtenido con la malla estructurada. Hay un pequeño incremento de estas fuerzas promediadas si la solución se obtiene con la malla no estructurada. Vemos pues, una tendencia a aumentar la fuerza normal y lateral en torno a valores de 5-7% más, pero con oscilaciones grandes de la fuerza lateral. Este puede ser el efecto de la inestabilidad convectiva, fruto de las irregularidades geométricas.

Estas diferencias de fuerza lateral ocurren en todo el cuerpo, pues en la propia región estacionaria correspondiente a la parte delantera del cuerpo ya hay diferencias importantes en función del ángulo de orientación. Esto está en consonancia con los resultados de Kruse, Keener y Chapman (referencia [4]), en los que se observaban efectos importantes en las fuerzas laterales girando el cuerpo entero, pero también girando solamente el morro, o bien solamente la parte cilíndrica del cuerpo. Algo parecido se menciona en el experimento de Kumar *et al.* (referencia [12]) en los que

girando el cono manteniendo la parte cilíndrica fija, llevaba a variaciones periódicas de la fuerza lateral.

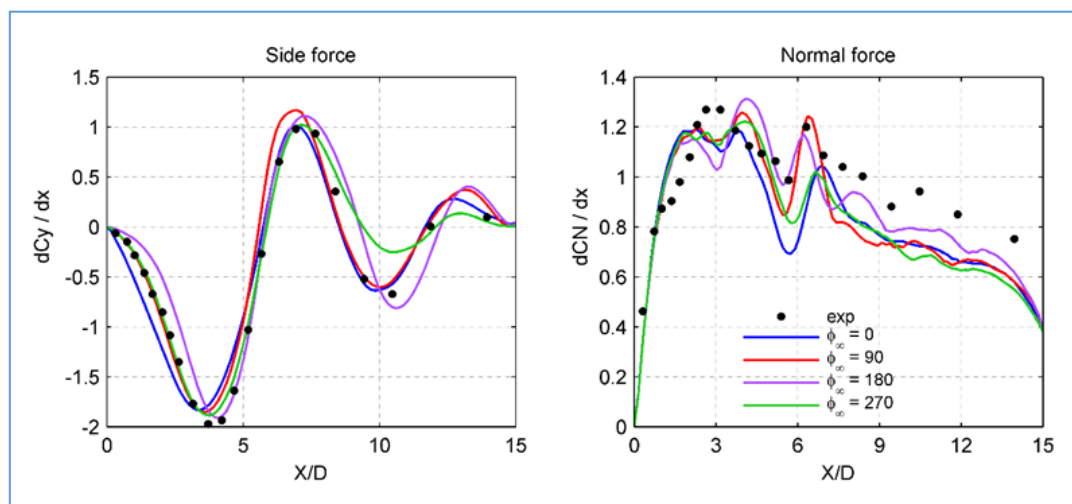


Figura 63. Coeficientes de fuerzas locales lateral y normal a cuatro ángulos de orientación para un cálculo no estacionario a  $Mach = 0.2$ ,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados. Malla no estructurada.

Se deben mencionar también los resultados de Champigny para la ojiva-cilindro de ONERA, obtenidos a un número de Mach mayor ( $Mach = 0.5$ ) y un número de Reynolds más bajo, de  $0.3 \cdot 10^6$  (referencia [1]). La configuración suave ensayada ( $Ra/D = 5 \cdot 10^{-6}$ ) tenía un patrón bi-estable de la fuerza lateral, oscilando el coeficiente de fuerza lateral entre 3 y -3 aproximadamente. Mientras que la configuración rugosa ( $Ra/D = 4 \cdot 10^{-5}$ ) tenía un patrón más aleatorio, con valores máximos mayores que 4 y mínimos de 2, dependiendo del ángulo de orientación. Es decir, variaciones de 100 % de la fuerza según el ángulo. En nuestra estimación, la malla no estructurada puede emular a un cuerpo rugoso con una rugosidad de ese orden.

Esto indica que existe un efecto de inestabilidad convectiva (inestabilidad espacial de acuerdo a Bao-Feng Ma, referencia [13]) provocada por unas irregularidades suficientemente altas, que producen efectos importantes en la estructura del flujo, alterando el lugar de desprendimiento y el desarrollo e intensidad de los torbellinos que se producen en la zona de sotavento.

En la Figura 63 se muestran los coeficientes de las fuerzas locales lateral y normal (promediadas en  $T = 0.1$  s) a los ángulos de orientación de  $\Phi = 0, 90, 180$  y  $270$  grados. Se tomaron muestras cada  $5 \cdot 10^{-3}$  s. Los valores de la fuerza lateral se han cambiado de signo en los tres primeros ángulos, dado que la solución imagen es la que se obtenía, con valores positivos.

Se pueden observar las importantes diferencias en la zona de la nariz, no achacables a la inestabilidad global o hidrodinámica, y también en la parte trasera del cuerpo, que corresponden

a una zona no estacionaria en la que el contenido principal de energía en el espectro estaba a frecuencias en torno a 10 Hz. Con la malla estructurada, no sólo se tenían los mismos valores de fuerzas globales a diferentes ángulos de orientación, sino también las mismas fuerzas locales, lo que indicaba las mismas presiones y una estructura similar de la capa de torbellinos.

*Por tanto, podemos decir que la malla de cálculo tiene un papel decisivo en los cálculos del flujo de una configuración tipo misil si nos encontramos a altos ángulos de ataque, con una estructura de torbellinos muy compleja y desprendimiento masivo.*

*Una malla estructurada suficientemente fina y axisimétrica parece emular a un cuerpo suave. El resultado es una solución bi-estable asimétrica del flujo a un ángulo de ataque suficientemente alto, en la que una solución o su solución imagen dependen de perturbaciones iniciales del flujo de la corriente libre. Numéricamente, pueden añadirse perturbaciones debidas al método de discretización y del modelo de turbulencia.*

*Una malla con irregularidades tales que emula a un cuerpo rugoso –como la malla no estructurada generada- permite cuantificar efectos debidos a inestabilidad convectiva, que se añaden a la inestabilidad hidrodinámica o global; efectos muy importantes que llevan a grandes variaciones de las fuerzas globales sobre el cuerpo con dependencia del ángulo de orientación o azimut.*

*El modelo de turbulencia de esfuerzos de Reynolds con el método de dos escalas SAS (RSM- $\omega$ -SAS), permite capturar dos regiones del flujo, una estacionaria y otra no estacionaria con contenido de energía en frecuencias por debajo de 20 Hz, que parecen responder a lo observado experimentalmente en este tipo de cuerpos con alargamientos moderados y a esos regímenes de vuelo.*

## 2. Efecto de la esbeltez en el flujo asimétrico

Los trabajos de Ramberg (referencia [8]) y estudiados por Degani *et al.* (referencias [6], [7]) o Bridges (referencia [9]) muestran la importancia de la esbeltez o alargamiento del cuerpo en la aparición de diferentes regiones del flujo, dos de ellas no estacionarias si el ángulo de ataque es suficientemente alto. Por otro lado, hay muchas evidencias empíricas sobre la influencia de la nariz en la aparición de flujo simétrico, y la correlación para cuerpos de esbeltez pequeña del ángulo de comienzo de asimetría con el ángulo de la nariz (referencias [1], [10]). En el caso de la ojiva de la configuración de referencia este ángulo es  $\alpha_{onset} \approx 37.84$  grados. Pero los efectos de esbeltez reducen este ángulo. En el capítulo siguiente se hablará sobre esto.

Estudiar el efecto de la esbeltez en la estructura del flujo manteniendo la nariz del cuerpo es el objeto de este capítulo.

La configuración de referencia tiene una esbeltez moderada ( $L/D = 15$ ), justo en el límite para las que en los experimentos de Ramberg no existe apenas la denominada región 1. De acuerdo a Bridges (referencia [9]) para una configuración de ojiva-cilindro de esbeltez  $L/D = 16$  existía poco contenido en el espectro de frecuencias para bajos ángulos de ataque ( $\alpha$  hasta 30 grados). El flujo era básicamente estacionario. Pero a altos ángulos de ataque (hasta  $\alpha = 60$  grados) había un pico a baja frecuencia asociado a la correspondiente frecuencia de Strouhal (teniendo como velocidad característica la componente normal). Y otro pico a alta frecuencia resultado del enrollamiento de las capas cortantes separadas. Se detectó un tercer pico a una frecuencia intermedia entre esas dos.

Así pues, se ha considerado reducir la esbeltez a la mitad ( $L/D = 7.5$ ) y también aumentarla al doble ( $L/D = 30$ ). Pero la nariz del cuerpo, formada por una ojiva tangente se mantiene en todos los casos. Tan sólo se modifica la esbeltez del cuerpo cilíndrico del misil. El análisis que se obtuvo con el modelo de turbulencia *RSM- $\omega$ -SAS* para la configuración de referencia –de esbeltez  $L/D = 15$ – indicaba que existían dos zonas del flujo, una dominada por el efecto de la nariz y de flujo estacionario; y la otra de flujo no estacionario con contenido en energía a frecuencias por debajo o en torno de 10 Hz (número de Strouhal = 0.15).

Haremos un cálculo al mismo ángulo de ataque y se estudiarán las regiones de flujo que aparecen.

## I. Efecto de la esbeltez en las fuerzas globales

Al mismo ángulo de ataque de  $\alpha = 45$  grados para el que se hicieron análisis del flujo de la configuración de referencia se hicieron cálculos de las otras dos configuraciones adicionales; con esbeltez  $L/D = 7.5$  y  $L/D = 30.0$ , respectivamente.

Para estas configuraciones se generaron mallas estructuradas con parámetros similares. Esto significa que se tiene un número similar de celdas (15 millones), también en la malla de superficie. Luego la longitud de las celdas en la dirección del eje longitudinal es menor para la configuración corta, y mayor para la larga. Eso significa que los alargamientos de las celdas en la región cercana al cuerpo son diferentes para una u otra configuración, siendo mayores en la configuración larga. Así pues, la configuración corta tiene una malla algo mejor que las otras.

Se hicieron los cálculos con el paso de tiempo  $\Delta t = 5 \cdot 10^{-4}$  s y varios segundos de tiempo de cálculo en el procedimiento transitorio ('time marching').

Las historias de los coeficientes de las fuerzas globales se representan en la Figura 64. Para la primera configuración, la corta de esbeltez  $L/D = 7.5$  se hizo un cálculo de 5 segundos; para la segunda el tiempo de cálculo es de 6.1 segundos, aunque se representan los últimos 4 segundos. Y para la configuración de esbeltez larga, se hicieron cálculos durante 9.4 segundos.

En la Tabla 9 se muestran los valores medios y la desviación típica de las fuerzas laterales y normales para las tres configuraciones.

Una primera observación que se ve es que todas las configuraciones producen fuerza lateral a ese ángulo de ataque. Para la corta, el ángulo de comienzo de asimetría debe ser cercano a 38 grados, y en las otras debe ser menor por efecto de la esbeltez.



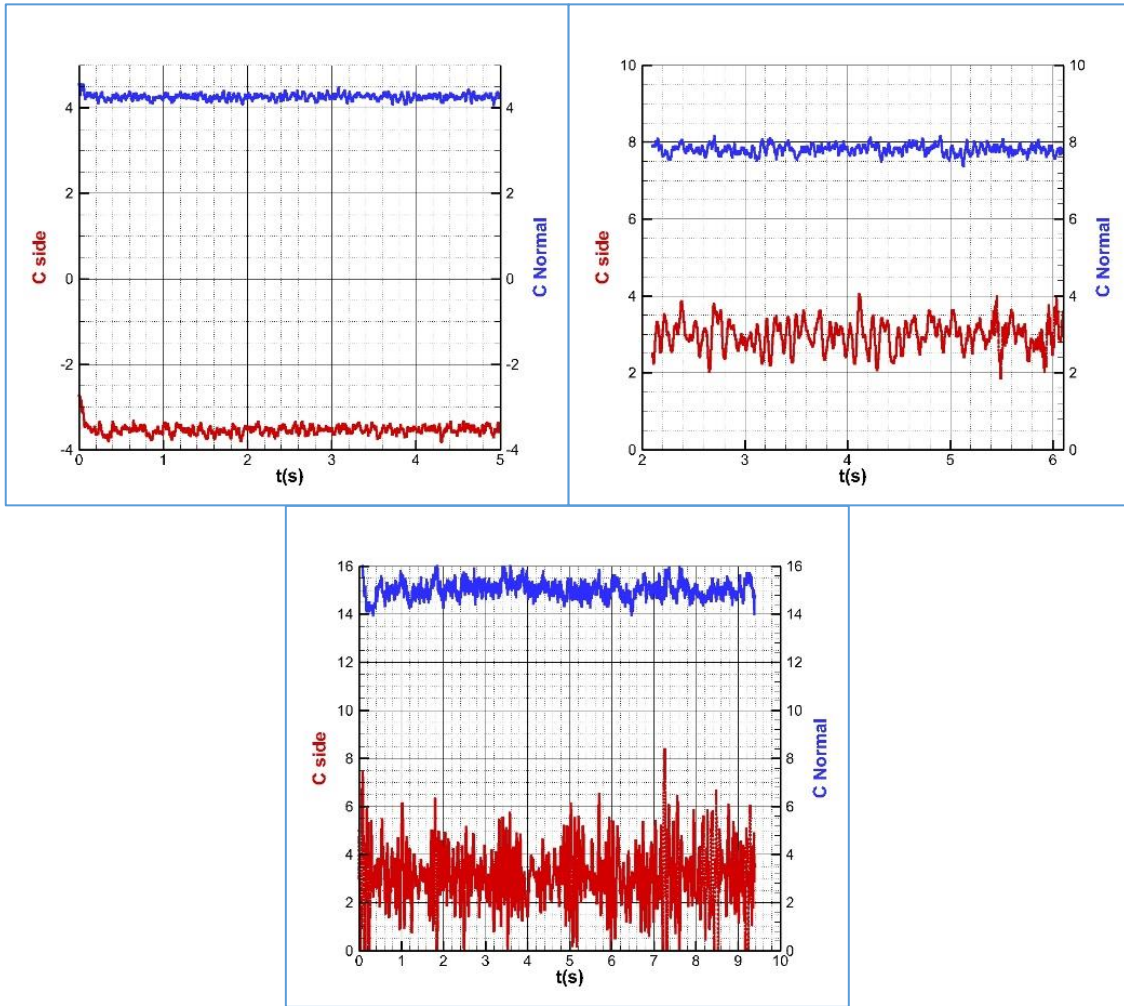


Figura 64. Historia de los coeficientes de fuerzas globales lateral y normal para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2, Re =  $2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados. Arriba Izquierda: esbeltez 7.5. Arriba derecha: esbeltez 15. Abajo centro: esbeltez 30.

$L/D$	$C_Y$	$C_N$
7.5	$-3.53 \pm 0.1048$	$4.25 \pm 0.063$
15	$2.97 \pm 0.366$	$7.80 \pm 0.118$
30	$3.075 \pm 1.336$	$15.02 \pm 0.371$

Tabla 9. Coeficientes de fuerzas lateral y normal a Mach = 0.2, Re =  $2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados en función de la esbeltez. Valores medios y desviación. Modelo de turbulencia RSM- $\omega$  SAS. Malla estructurada.

Otra cosa que se observa es que para la configuración corta el flujo es casi estacionario: las desviaciones típicas son pequeñas. A medida que aumenta la esbeltez la desviación típica aumenta mucho, lo que indica una región mayor de flujo no estacionario. En la configuración de esbeltez

grande, el valor medio de la fuerza lateral es similar al de la configuración de referencia de esbeltez 15. Esto anticipa la región 1 de flujo no estacionario como se observó en experimentos. El valor promedio de esta fuerza en esa región es nulo, pero las oscilaciones son mayores. Se observa que la fuerza normal sí depende de la esbeltez y casi de forma lineal; siendo en torno a 4 para la configuración corta, 8 para la intermedia y algo menor de 16 (vale 15) para la larga.

## II. Análisis de la configuración de esbeltez $L/D = 7.5$

Los coeficientes de fuerzas locales lateral y normal se representan en la Figura 65 en un intervalo de  $T = 0.5$  segundos. Los resultados experimentales de la configuración intermedia ( $L/D = 15$ ) se dibujan también (círculos negros) como referencia. La línea azul indica el valor promediado. La ojiva tiene una esbeltez  $L/D = 3$ . Los valores de fuerza local no varían mucho respecto a los de la configuración de referencia indicando que el efecto de la nariz es el principal. Se observa cómo la zona estacionaria llega hasta  $x/D \sim 3.5-4.0$  (mitad de la longitud total) mientras que en la de referencia, la denominada región 3 llegaba hasta  $x/D \sim 6.5$  (también la mitad de la longitud total). En este caso, la influencia de la base se extiende aguas arriba, dando lugar a un flujo 3-D muy complejo.

Los valores calculados de máximos y mínimos de fuerza lateral son a  $x/D \approx 0.0, 3.33$  y  $6.67$ . Los máximos de  $x/D = 0.0$  y  $3.33$  corresponden a la región 3 estacionaria, y el otro en la región 2 no estacionaria. Sin embargo, al ser un cuerpo corto la influencia de la base es clara al introducir fluctuaciones, pero éstas son débiles.

Los valores de contornos iso-Q coloreados con 'viscosity ratio' se muestran en la Figura 66. La estructura de flujo parece similar a la de la configuración de referencia (ver Figura 51). El primer máximo de fuerza lateral ocurre a la misma localización, eso es,  $x/D = 3.33$ . Es el efecto de la nariz el predominante. El torbellino principal se desprende entre las secciones  $x/D = 4.50$  y  $x/D = 4.75$ . En la configuración de referencia ocurre en una localización similar. En general, la estructura parece similar a la de la configuración de referencia, pero con una región 2 (no estacionaria) menos fluctuante. Los efectos de la nariz son predominantes.

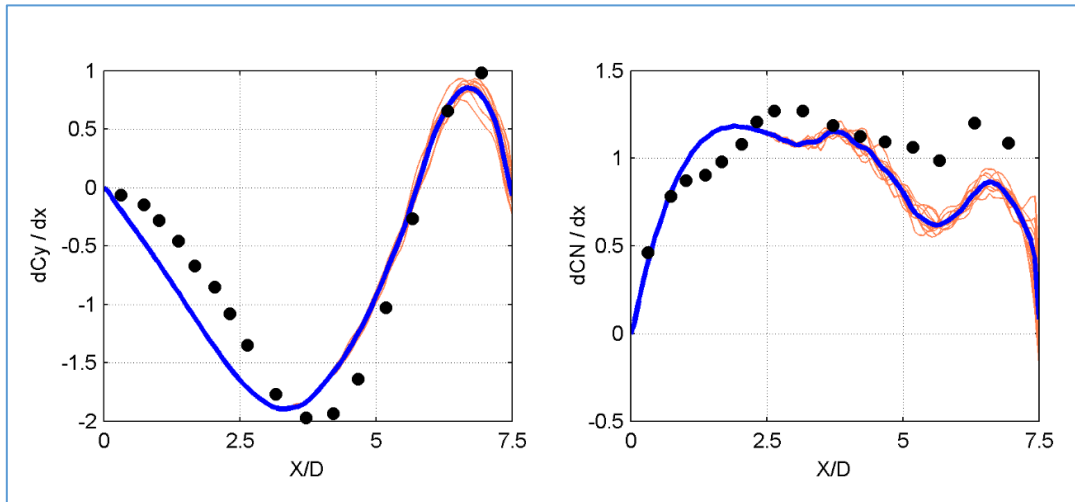


Figura 65. Coeficientes de fuerzas locales lateral y normal para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados. Esbeltez 7.5. Período  $T = 0.5$  s.

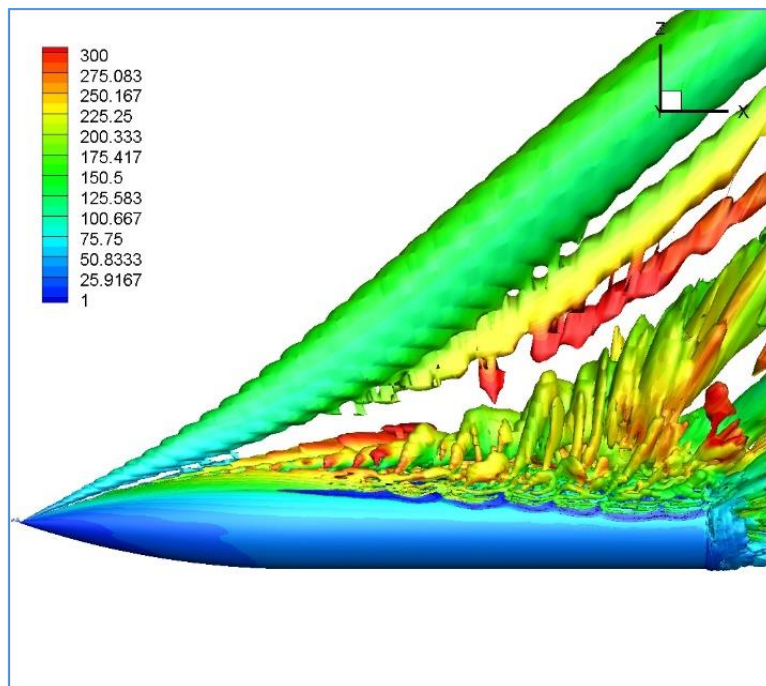


Figura 66. Contornos de iso-Q positivos coloreados con 'viscosity ratio' para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados. Esbeltez 7.5.

Hay un nuevo máximo de fuerza lateral a  $x/D = 6.67$ . Este máximo ocurre cuando el torbellino se aleja y un nuevo torbellino se adhiere. Esto es parecido a lo que ocurre en la configuración de referencia, indicando el efecto principal de la nariz. En este caso, hay fluctuaciones por el efecto del flujo de base. Aunque son oscilaciones pequeñas. Las curvas de la densidad espectral de

potencia de los coeficientes de las fuerzas se muestran en la Figura 67. Para la fuerza lateral, hay dos picos de baja frecuencia en las dos fuerzas (1.9 y 7.8 Hz) y uno mayor a 20 Hz con menor valor. En la fuerza normal hay un pico a 20 Hz también, y otro a 16.5 Hz, aproximadamente el valor doble que el de la fuerza lateral (7.8 Hz). Pero hay poco contenido de energía en el espectro de frecuencias, que indica un flujo básicamente estacionario (Véase el espectro de la configuración de referencia de la Figura 46).

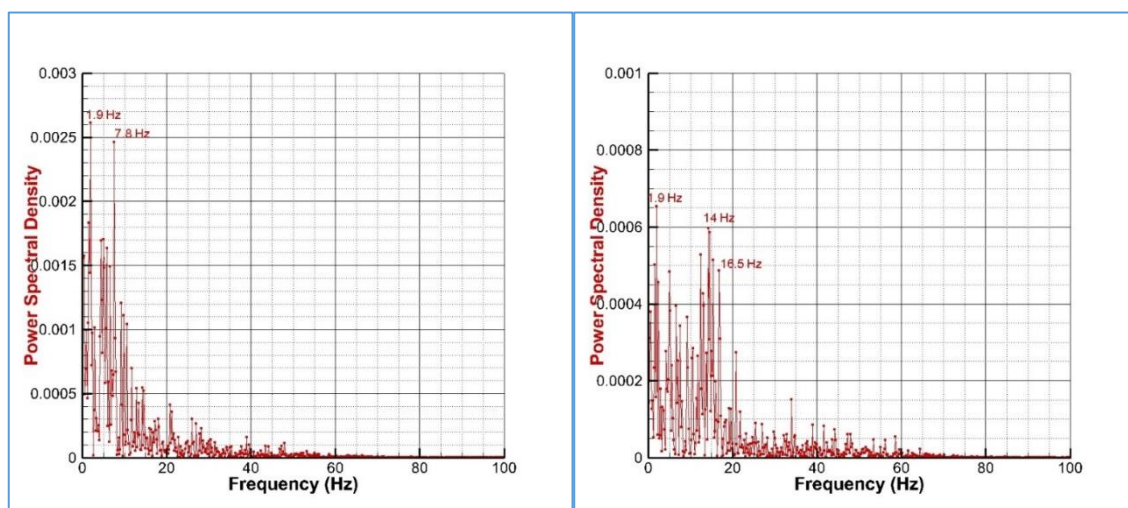


Figura 67. Densidad espectral de potencia de las fuerzas para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados. Esbeltez 7.5. Período  $T = 5$  s. Izquierda: Coeficiente de fuerza lateral. Derecha: Coeficiente de fuerza normal.

### III. Análisis de la configuración de esbeltez $L/D = 30$

La configuración con esbeltez grande tiene grandes oscilaciones en las fuerzas globales, según se veía claramente en la historia de las fuerzas (véase Figura 64).

Los coeficientes locales de fuerza lateral y normal se representan en la Figura 68 para un período de  $T = 0.1$  s. Los resultados experimentales de la configuración de referencia ( $L/D = 15$ ) se dibujan también (círculos negros) como referencia. La línea azul indica el valor promediado. Es interesante observar cómo los cálculos hasta  $x/D \approx 10$  son parecidos a los resultados experimentales de la configuración de referencia de esbeltez  $L/D = 15$ , lo que indica que la influencia de la nariz es predominante hasta ahí. A partir de ahí, y dado que la esbeltez es mucho mayor las fuerzas varían y la curva de fuerza lateral nos indica claramente una zona con valor promedio nulo, pero las curvas instantáneas muestran oscilación positiva y negativa ahí y flujo no estacionario con fluctuaciones fuertes.

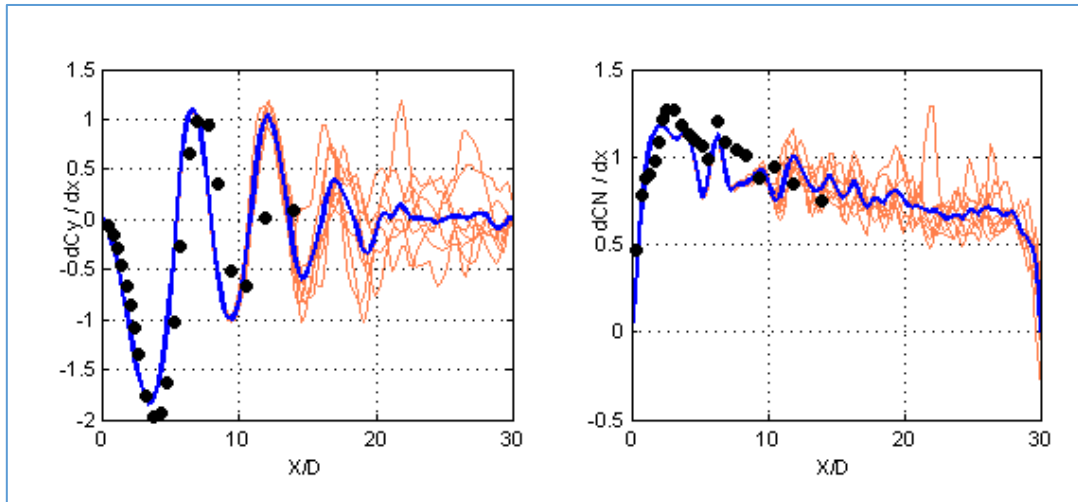


Figura 68. Coeficientes de fuerzas locales lateral y normal para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados. Esbeltez 30. Período  $T = 0.1$  s.

Acorde con las fuerzas, hay una zona estacionaria que se extiende hasta valores de  $x/D \sim 11$ . Posteriormente una región donde se va amortiguando la fuerza lateral media. Y finalmente una región donde las fluctuaciones son mayores y el valor medio de la fuerza lateral es nulo y la fuerza normal se estanca.

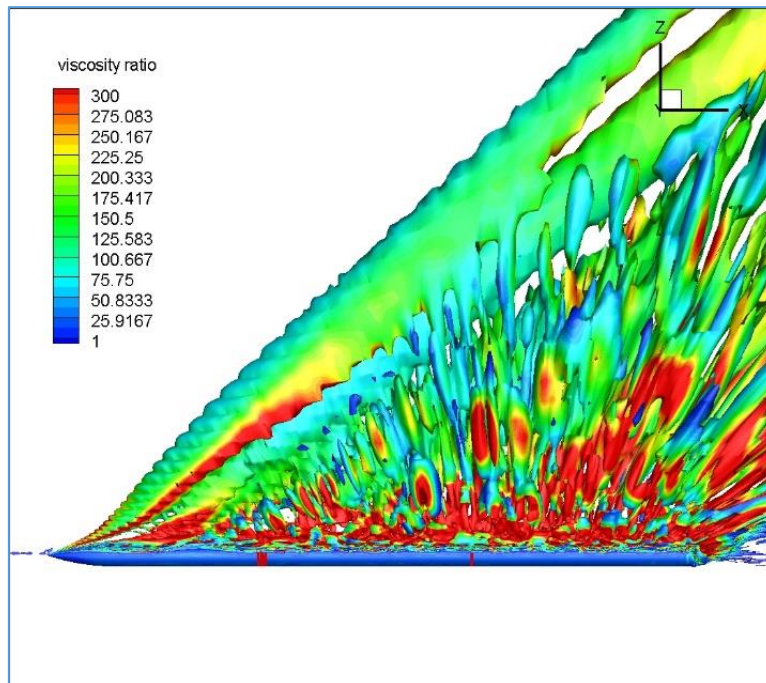


Figura 69. Contornos de iso-Q positivos (hasta 5000) coloreados con 'viscosity ratio' para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados. Esbeltez 30.

Los valores de máximos y mínimos de fuerza lateral se dan en  $x/D \approx 0.0, 3.33, 6.67, 9.39, 12.12, 14.55, 16.97$  y  $19.39$ . Después de  $x/D = 20.00$  la fuerza lateral media es nula. Pero las fuerzas actuales son positivas o negativas alternando, lo que emula a una calle de torbellinos de von Kármán sobre un cilindro en flujo cruzado. En esa zona predominan los efectos del flujo cruzado. Aunque existe una velocidad axial de valor igual a la componente cruzada. Comparando los contornos de iso-Q positivos (hasta 5000) con los datos de la fuerza lateral (ver Figura 69), se puede observar que aproximadamente a  $x/D \sim 20.0$  el ángulo de las estructuras de torbellinos con la vertical es cercano a cero. En la derecha este ángulo se inclina a un lado (derecho); mientras que en la región a la izquierda (a  $x/D < 20.0$ ) se inclina a la izquierda. De acuerdo a los experimentos de Ramberg (referencia [8]) para cuerpos alargados cilíndricos a altos ángulos de ataque ( $\alpha > 50$  grados), el ángulo de los filamentos de torbellinos respecto a la vertical corresponde con dos frecuencias de separación de torbellinos de dos modos de separación. Estos experimentos se realizaron a muy bajos números de Reynolds, en régimen laminar.

Las tres regiones identificadas por Ramberg (referencia [8]) y caracterizadas por Degani *et al.* (referencias [6], [7]) están presentes en esta configuración alargada; mientras que en la configuración de referencia con alargamiento  $L/D = 15$  sólo están presentes la región 2 y la región 3.

La región 3 estacionaria se extiende desde el morro hasta  $x/D = 11.0$ . La región 2 es no estacionaria con las capas de torbellinos inclinadas. Se extiende desde  $x/D = 11.0$  hasta  $x/D = 20.0$ . Hay influencia del flujo no estacionario atrás que se extiende hacia delante. El ángulo de los torbellinos es negativo (respecto la vertical). La fuerza lateral media no es nula, pero se va amortiguando. Hay oscilaciones de la fuerza. Y la región 1 no estacionaria se extiende desde ahí hasta casi el final del cuerpo, y se identifica por los valores nulos de fuerza lateral media y un ángulo positivo de la capa de torbellinos. Los valores se promediaron en un tiempo de  $T = 0.1$  s. El análisis de la densidad espectral de potencia de las fuerzas indica una frecuencia dominante de 9.7 Hz para la fuerza lateral, según se ve en la Figura 70. El pico de 9.7 Hz (número de Strouhal 0.2) está claro, añadiendo otro de 11.6 Hz que puede corresponder a la región 2 y un tercer pico a la frecuencia 33.7 Hz que es aproximadamente  $\pi$  veces la frecuencia dominante, por lo que debe estar ligado con la longitud característica del cilindro ( $\pi \cdot D$ ). Pero este pico es muy inferior a los otros dos anteriores.



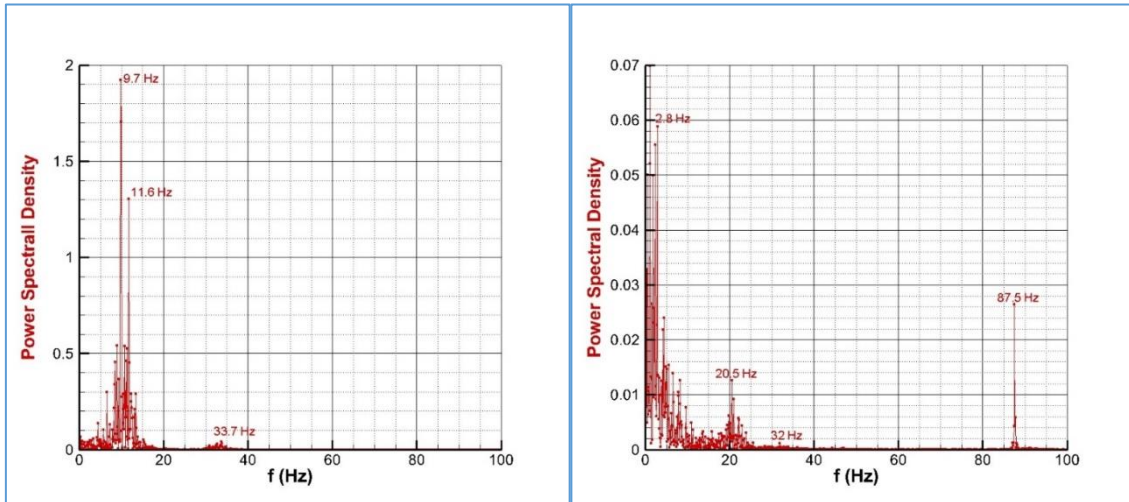


Figura 70. Densidad espectral de potencia de las fuerzas para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados. Esbeltez 30. Período  $T = 9$  s. Izquierda: Coeficiente de fuerza lateral. Derecha: Coeficiente de fuerza normal.

La identificación de la región 3 no estacionaria, que reproduce la calle de torbellinos de von Kármán se puede ver en la Figura 71. El coeficiente de presión en la estación  $x/D = 25$  y en el tiempo  $t = 2.55$  s cambia su patrón respecto al coeficiente de presión en  $t = 2.50$  s. En este último caso, el mínimo de presión y el torbellino dominante están en estribor, mientras que a  $t = 2.55$  s están en babor. La frecuencia dominante es casi 10 Hz, luego el período de oscilación es 0.1 segundo.

Con respecto a la fuerza normal, hay un pico a baja frecuencia (2.8 Hz) y otro mayor a 20.5 Hz, relacionado con el doble del pico de fuerza lateral (9.7 Hz). La mayor oscilación de la fuerza normal es debida a que ésta no depende de la orientación derecha o izquierda de la asimetría (referencia [10]). La frecuencia de 33 Hz también tiene contenido en energía, aunque pequeño. Pero existe otra frecuencia más alta donde la densidad espectral es alta y no aparece en la curva de la fuerza lateral. Esta frecuencia es 87.5 Hz.

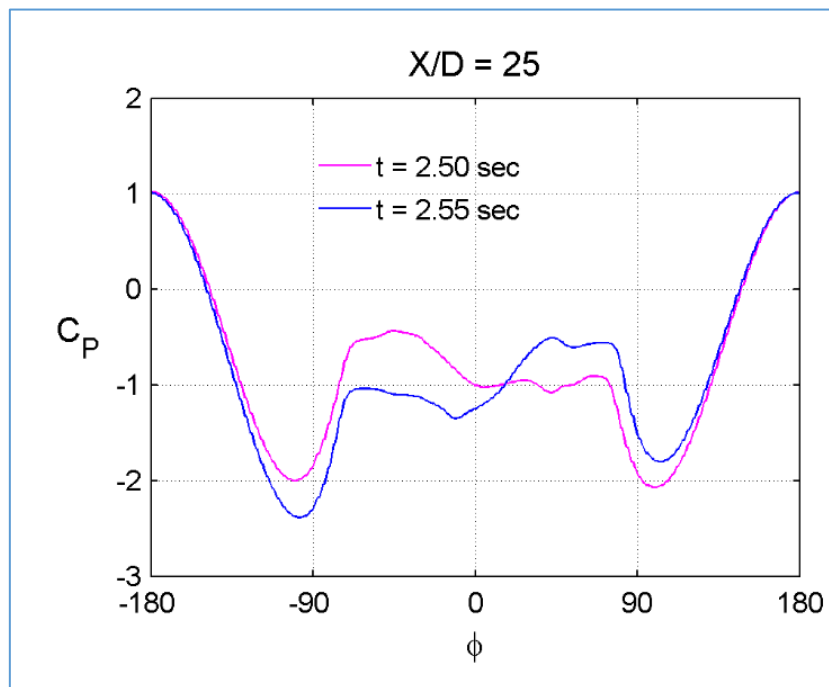


Figura 71. Coeficiente de presión en la sección  $x/D = 25.0$  para un cálculo no estacionario a  $Mach = 0.2$ ,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados. Esbeltez 30. Dos instantes de tiempo.

Para obtener información adicional, se procedió a coleccionar las historias de la presión a cuatro ángulos de azimut y en cuatro secciones de  $x/D$  constante. Estas secciones son  $x/D = 6.0, 12.0, 18.0$  and  $24.0$ . La primera está en la región 3 (estacionaria), las dos siguientes pertenecen a la región 2 no estacionaria, y la última a la región 1 no estacionaria, donde la frecuencia dominante corresponde a un número de Strouhal de 0.2, similar al de un cilindro infinito a flujo cruzado.

El primer ángulo de azimut es  $\Phi = 0$  grados, en el plano  $x-z$  en la zona de barlovento. Eso es, cerca de la línea de adherencia. Es muy importante señalar que el ángulo está medido en ese caso de forma diferente al utilizado para los gráficos de coeficiente de presión. La referencia es en el corte del plano  $x-z$  con  $y-z$  y se mide en sentido contrario a las agujas del reloj. El siguiente ángulo de  $\Phi = 180$  grados corresponde a la zona de sotavento. Y los ángulos de  $\Phi = 90$  y  $\Phi = -90$  grados corresponden a babor y estribor respectivamente. Estos valores están cerca de los puntos de separación de la capa límite.



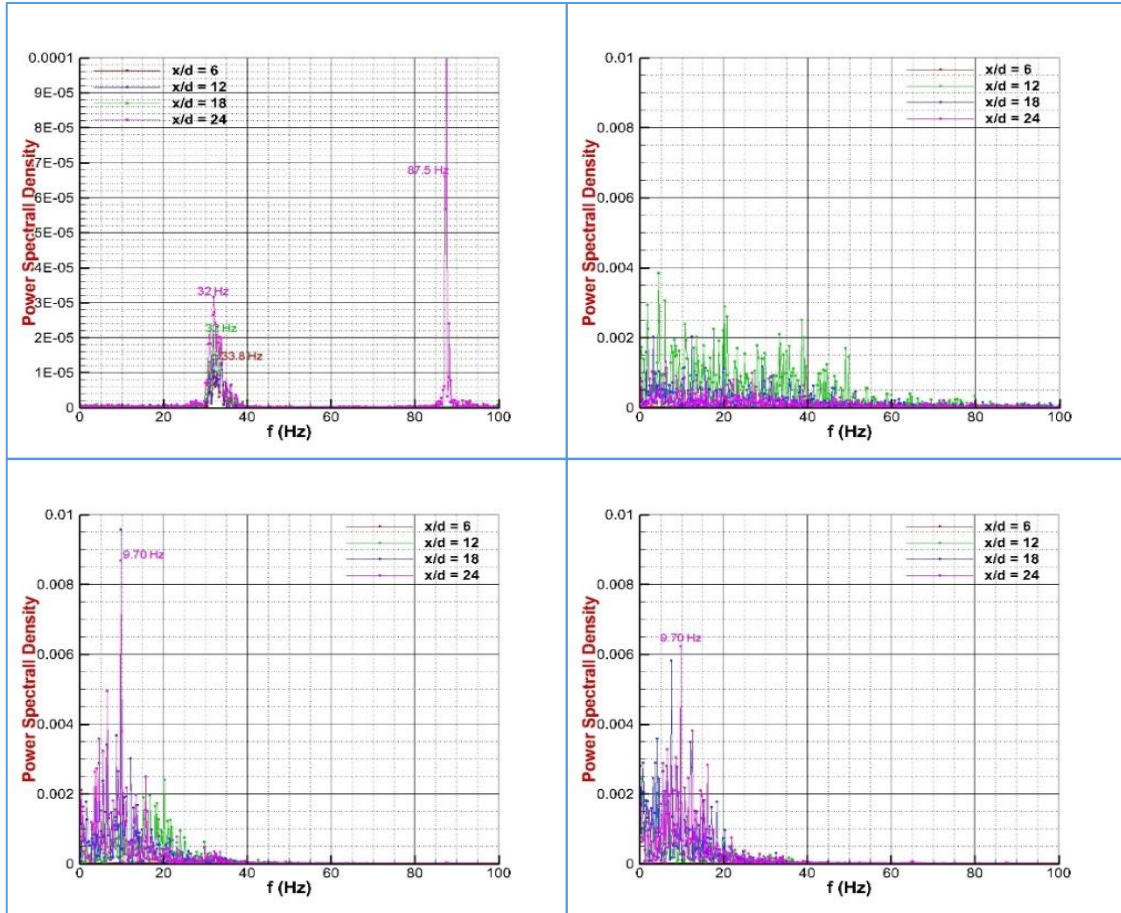


Figura 72. Densidad espectral de potencia de las presiones para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados. Esbeltez 30. Período  $T = 9$  s. Cuatro secciones. Arriba:  $\Phi = 0$  grados (izquierda) y  $\Phi = 180$  grados (derecha). Abajo:  $\Phi = 90$  grados (babor) y  $\Phi = -90$  grados (estribor).

La densidad espectral de potencia de las presiones en las secciones definidas y a esos ángulos de azimut se muestra en la Figura 72. Se puede observar algo importante: la oscilación de la fuerza normal con pico de frecuencia a 87.5 Hz (ver Figura 70) es debida a la oscilación del punto de remanso en la región 1. Esta oscilación aparece en el último segundo del período evaluado. Hay otra oscilación del punto de remanso en todas las secciones a 33 Hz (aproximadamente  $\pi$  veces la frecuencia dominante de 9.7 Hz) y que tiene que ver con la longitud característica de la longitud de arco de una sección del cilindro. Esta oscilación se refleja en una pequeña oscilación de la fuerza lateral y normal. Se puede ver también que para  $\Phi = 90$  y  $-90$  grados está la frecuencia dominante de 9.7 Hz en la región 1.

El tiempo hidrodinámico es  $t_h = \frac{D}{u_\infty \cdot \sin \alpha}$ . El número de Strouhal de la calle de torbellinos de

von Kármán sobre un cilindro infinito en flujo cruzado es aproximadamente 0.2 (ver referencia

[1]):  $St = f \cdot \frac{D}{u_\infty \cdot \sin \alpha} = 0.2$ . Esto da una frecuencia de 9.6 Hz, muy similar a la de 9.7 Hz

observada en el espectro de potencia de las fuerzas y las presiones en babor y estribor de la zona de la región 1 (parte trasera del cuerpo).

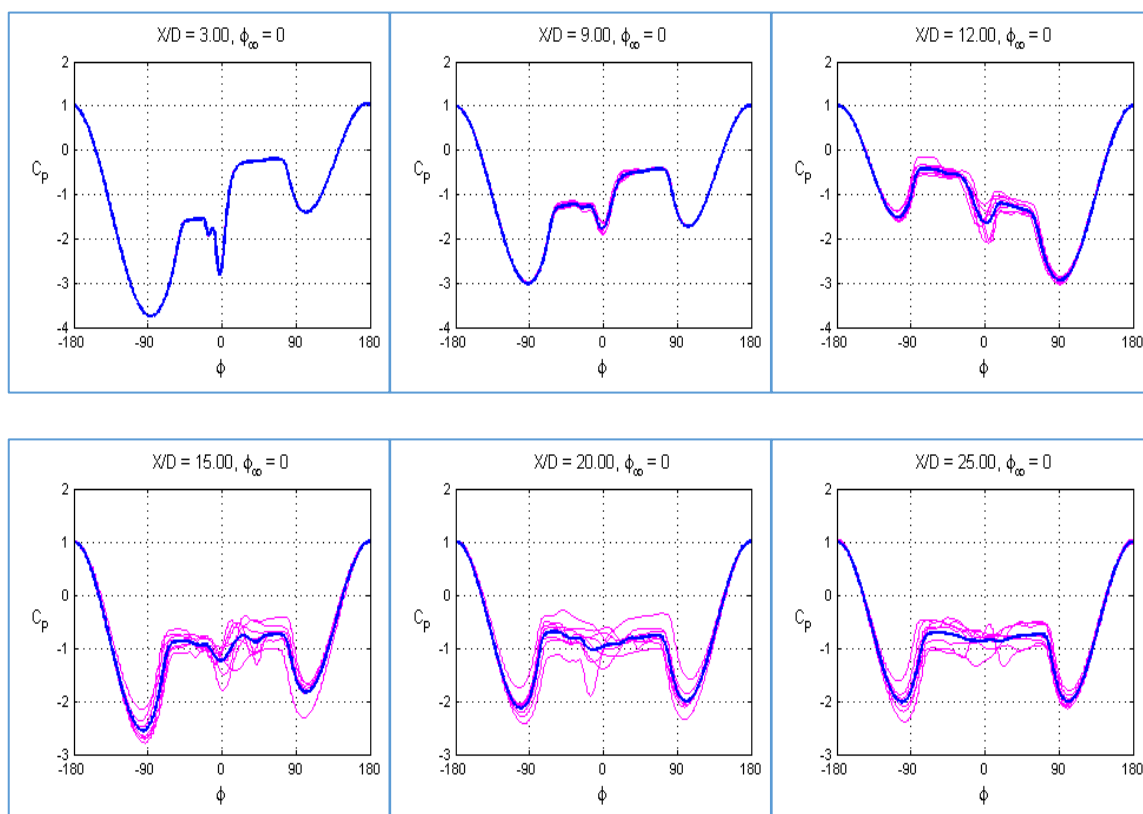


Figura 73. Coeficientes de presión en diferentes secciones para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados. Esbeltez 30. Período  $T = 0.1$ .

Los coeficientes de presión en diferentes secciones  $x/D$  para un período de  $T = 0.1$  s se muestran en la Figura 73. Los valores medios corresponden a la línea azul. Se pueden distinguir bien las tres regiones: región 3 (estacionaria hasta  $x/D = 10$ ), región 2 (no estacionaria desde  $x/D = 10$  hasta  $x/D = 20$ ) y región 1 (no estacionaria, desde  $x/D = 20$  hasta  $x/D = 30$ ). En la región 2 en las primeras secciones solamente oscila la presión en la zona de sotavento, en la región donde predominan los torbellinos, pero hay una ligera oscilación de los valores mínimos de la presión relacionada con la separación. En la región trasera (región 1) se puede ver la zona plana de presión en sotavento. Los coeficientes de presión muestran un cambio en el valor mínimo de una lado a otro (babor a estribor) en el período de 0.1 segundos, indicando la calle de torbellinos de von Kármán ahí. La curva de densidad espectral de potencia de la fuerza lateral (Figura 70) muestra la frecuencia cercana a 10 Hz correspondiente a un número de Strouhal de 0.2. También existe una oscilación a frecuencia más baja, que puede ser la dominante en la región 2. La curva de

densidad espectral de potencia de la fuerza normal (Figura 70) muestra una frecuencia más alta (87.5 Hz) debida al cambio del punto de remanso en la región 1.

*Como conclusión, se ha podido observar de forma teórica que un cuerpo con similar nariz (ojiva tangente de alargamiento 3) y diferente esbeltez, a un ángulo de ataque alto muestra la existencia de hasta 3 regiones del flujo características; incluso una región adicional cercana a la base. Estas regiones fueron observadas experimentalmente para misiles de esbelteces altas y a valores bajos del número de Mach y del número de Reynolds (ver referencia [8]).*

*La existencia de las tres regiones está condicionada a la esbeltez del cuerpo. Para valores de esbelteces pequeñas, el efecto de la nariz es predominante y aunque el flujo puede ser asimétrico debido a una inestabilidad global con origen en la punta, éste es estacionario. La región estacionaria predomina y la región no estacionaria es pequeña y tiene oscilaciones pequeñas. A esbelteces moderadas o altas la aparición y extensión de las regiones no estacionarias (1 y 2) hace que el flujo sea no estacionario, limitándose el incremento de fuerzas laterales con la esbeltez, debido a que la fuerza lateral promedio es nula en la zona trasera, más alejada de la punta y con menor efecto de ésta.*



### 3. Efecto del ángulo de ataque

Se ha mencionado en capítulos anteriores que el comienzo del flujo asimétrico depende de varios factores: número de Mach, número de Reynolds, esbeltez, redondeo de la punta, ángulo de la nariz, etc.

Con respecto a la configuración en estudio, la ojiva-cilindro de esbeltez  $L/D = 15$ , en la que la ojiva es puntiaguda, la correlación empírica dada en la Figura 7 puede ayudar a dar un ángulo por debajo del cual el flujo es simétrico. Para una ojiva tangente de arco circular con esbeltez  $L/D$ , el semi-ángulo en la punta viene dado por:

$$\delta_n = \tan^{-1} \left( \frac{L/D}{(L/D)^2 - 1/4} \right) \quad (IV - 1)$$

En nuestro caso, la ojiva tiene una esbeltez de 3. Por tanto, ese ángulo es: 18.92 grados.

Con la expresión empírica que determina un ángulo de ataque de comienzo de asimetría doble al semi-ángulo anterior, el resultado es:  $\alpha_{onset} \approx 37.84$  grados. Esto se ve corroborado por los datos de Hunt (referencia [10]) en los que para ojivas puntiagudas tangentes se cumple esta correlación (ver Figura 7, izquierda).

Para cuerpos de nariz grande ( $L_N/D \geq 3$ ) la nariz es la principal causa de asimetría si el cuerpo cilíndrico trasero es corto. Pero este ángulo de comienzo se reduce si aumenta la esbeltez (ver Figura 7, derecha). Se comprobó que la añadidura de un cuerpo cilíndrico reduce este ángulo, dado que puede producirse asimetría ahí (según mencionaron Keener, Kruse y Chapman, referencia [4]). Con esbelteces de  $L_A/D \geq 10$  puede reducirse este ángulo de comienzo de asimetría. Este es el caso de nuestra ojiva-cilindro y en la Figura 7 (derecha) se adivinan valores por debajo de 30-35 grados para este cuerpo de esbeltez tan elevada ( $L/D = 15$ ).

Pero hay un resultado experimental obtenido en el túnel de ONERA F1 de nuestra configuración, que es muy importante para este estudio y está reflejado en la *Figura 74*, extraída de las referencias [1] y [14]. Este ángulo es inferior en régimen turbulento que laminar, y para cuerpos rugosos frente a cuerpos pulidos. Hay una dependencia con el número de Reynolds y con la rugosidad del modelo, que afecta mucho a la aparición de efectos de asimetría debidos a inestabilidad convectiva, como se explicó anteriormente.

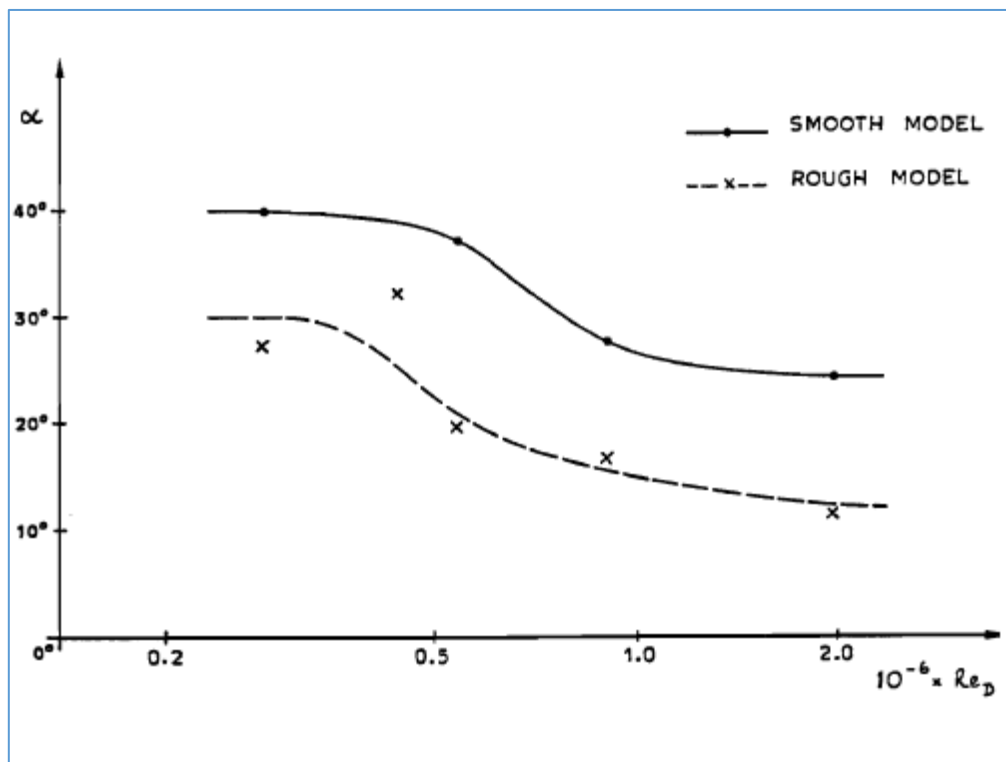


Figura 74. Ángulo de ataque para el comienzo de asimetría en la configuración de ojiva-cilindro de referencia, ensayada en el túnel de ONERA F1 (extraída de las referencias [1] y [14]). Efecto del número de Reynolds.

Se ha comprobado anteriormente que los cálculos teóricos están realizados a los mismos números de Mach y Reynolds que los experimentales; y además, el número de Strouhal a la condición de ángulo de ataque de 45 grados era 0.160 para los datos experimentales (referencia [15]) mientras que vale 0.150 para los teóricos. Un valor similar.

La diferente rugosidad relativa de los modelos de ensayo da lugar a diferentes valores de fuerzas, y se comprobará aquí ese efecto en los modelos teóricos, para las mallas estructurada y no estructurada.

Según los resultados medidos a diferentes números de Reynolds y reflejados en la *Figura 74*, el modelo rugoso tiene un ángulo de comienzo de asimetría de  $\alpha_{onset} \approx 12 - 15$  grados mientras que el modelo pulido lo tiene a  $\alpha_{onset} \approx 25$  grados (los cálculos de nuestro modelo están hechos a número de Reynolds de  $2 \cdot 10^6$ ). El modelo pulido es el original, mientras que el rugoso es el modelo pintado y con las tomas de presiones en diferentes estaciones, como se muestra en la *Figura 10*. Este efecto está corroborado por la información siguiente, disponible en la *Figura 75* para el coeficiente de fuerza lateral. Se puede ver que el efecto de la rugosidad (a mismo número de Reynolds) es muy importante. También es muy importante este efecto en el coeficiente de

fuerza normal (ver *Figura 76*). La mayor sustentación a altos ángulos de ataque ocurre en régimen laminar para ambos modelos. Y después para régimen turbulento. El rango de valores para el que se observa el régimen transicional es más estrecho.

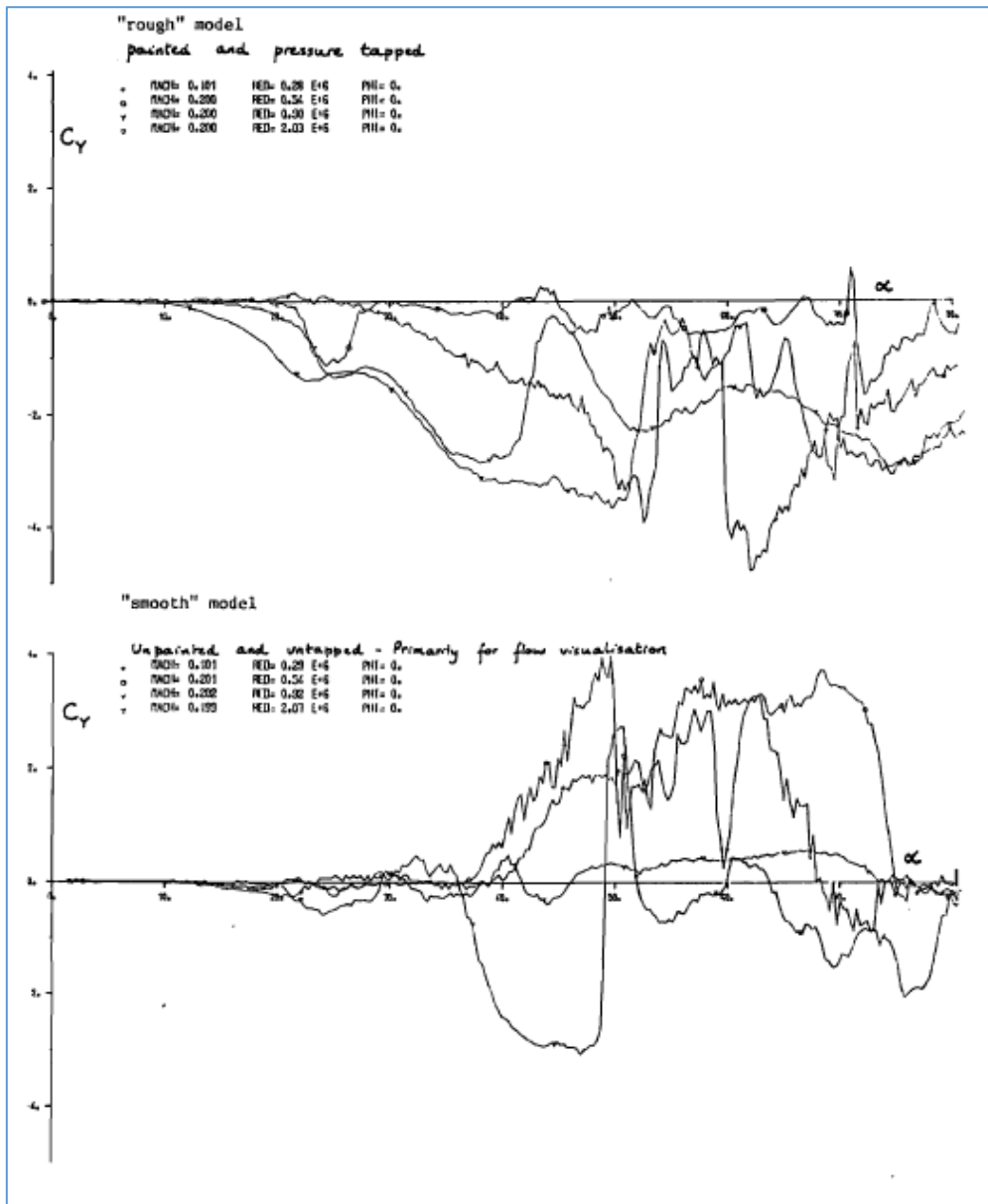


Figura 75. Efecto de la calidad del modelo en la fuerza lateral en función del ángulo de ataque a varios números de Reynolds para la configuración ojiva-cilindro de referencia, ensayada en el túnel de ONERA F1 (extraída de la referencia [14]). Arriba: modelo rugoso. Abajo: modelo pulido.

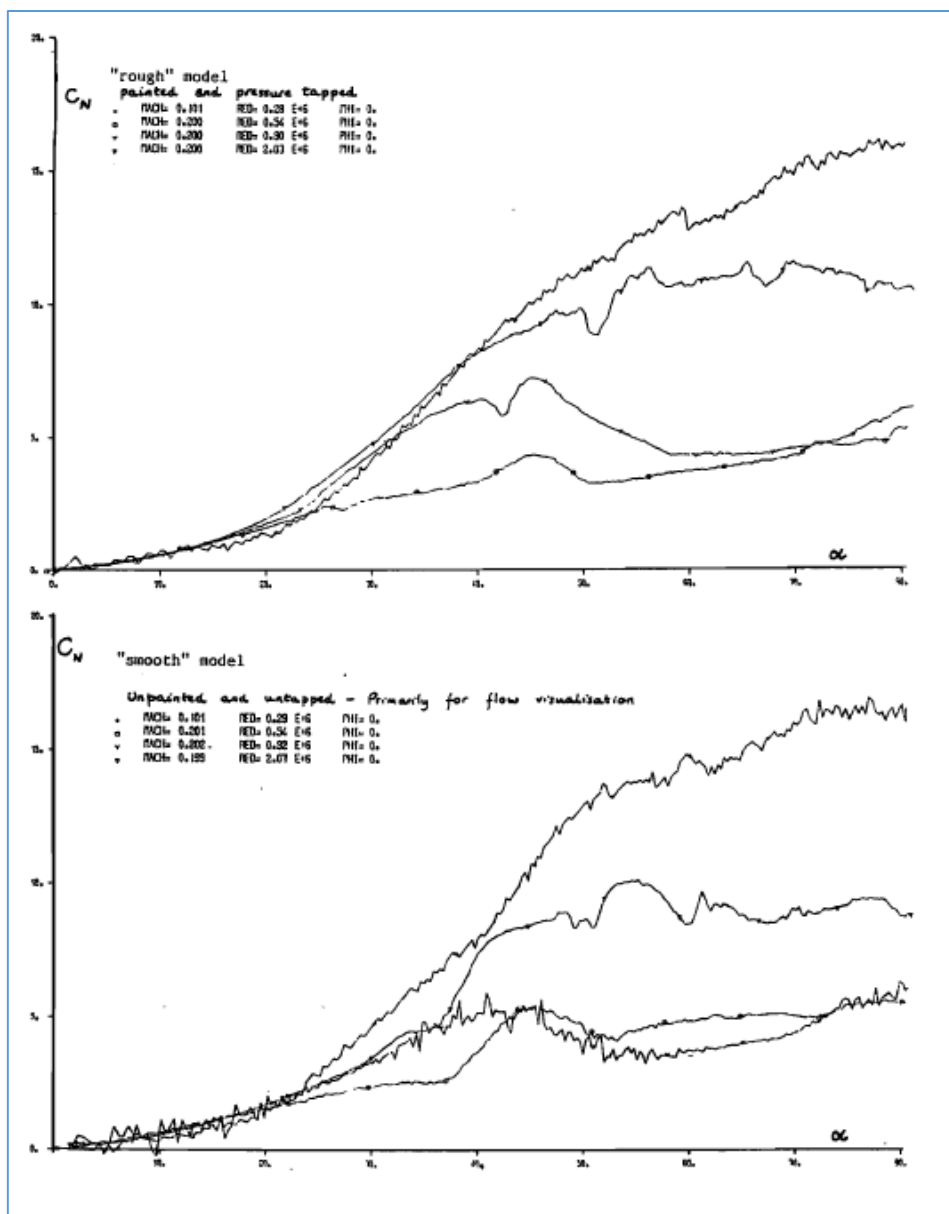


Figura 76. Efecto de la calidad del modelo en la fuerza normal en función del ángulo de ataque a varios números de Reynolds para la configuración ojiva-cilindro de referencia, ensayada en el túnel de ONERA F1 (extraída de la referencia [14]). Arriba: modelo rugoso. Abajo: modelo pulido.

Por tanto, cuando se estudie el efecto de ángulo de ataque esta información experimental ha de tenerse muy en cuenta, dada las diferencias significativas en las fuerzas globales, y por tanto en las fuerzas locales, entre un modelo rugoso u otro pulido de la misma configuración a las mismas condiciones de régimen de vuelo. Ya se mostró en la Figura 3 la variabilidad de la magnitud de fuerza lateral en un modelo rugoso.



Extrayendo los datos de las gráficas anteriores para el número de Reynolds de nuestro caso de referencia y los dos modelos de ensayo, el resultado se muestra en la Figura 77 para el coeficiente de fuerza normal y en la Figura 78 para el coeficiente de fuerza lateral.

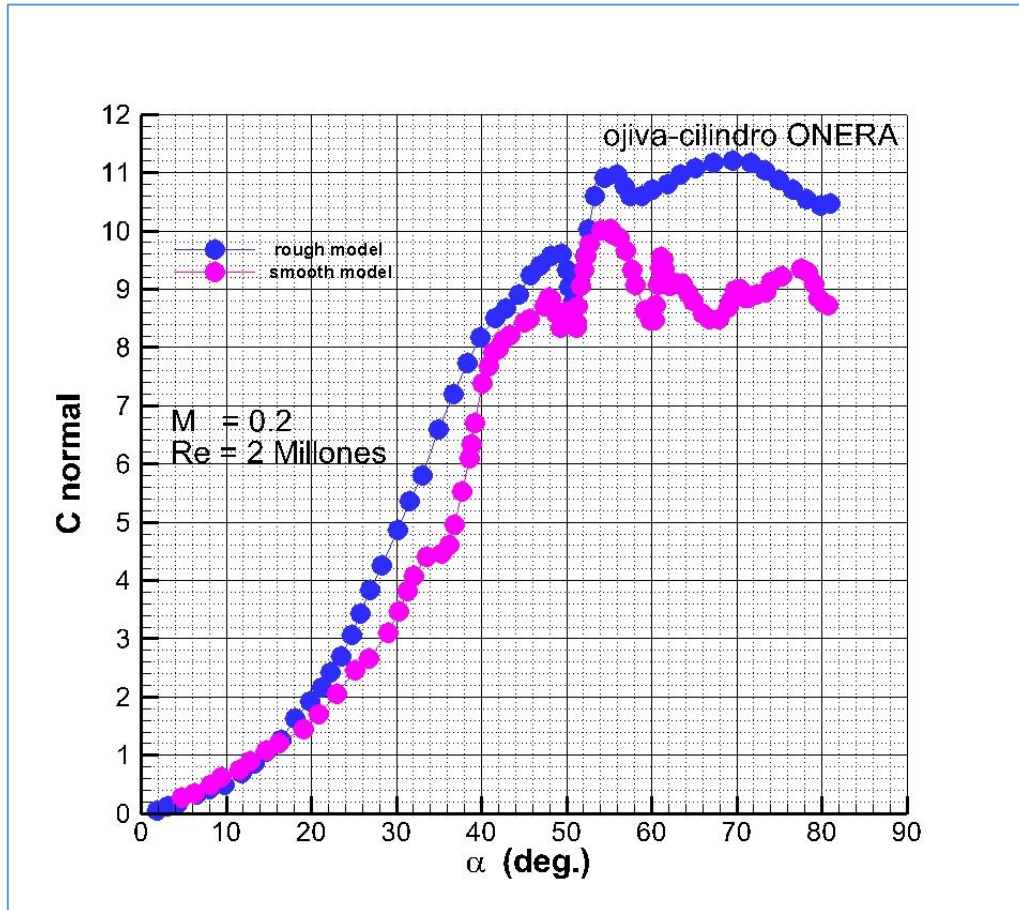


Figura 77. Coeficiente de fuerza normal en función del ángulo de ataque a número de Mach = 0.2 y número de Reynolds  $2 \cdot 10^6$  para la configuración ojiva-cilindro de referencia, ensayada en el túnel de ONERA F1 (extraída de la referencia [14]).

De acuerdo a estos resultados, se puede ver que la fuerza lateral no empieza a crecer significativamente hasta ángulo de ataque mayor de 30 grados si se trata del modelo pulido, pero hay algún valor negativo de fuerza lateral a 25 grados y es ligeramente positiva a 35 grados, lo que indica una cierta inestabilidad entre 25 y 35 grados. De acuerdo a la Figura 74 el comienzo de asimetría está en torno a 25 grados, pero de esta gráfica se deduce que hay transición hasta 35 grados aproximadamente, inferior pero no muy lejos del valor empírico para la ojiva, estimado en unos 38 grados.

Entre 45 y 50 grados hay un salto de fuerza lateral en signo, pero no en valor absoluto, lo que puede ser debido a un cambio en las condiciones que llevaron a obtener la solución imagen. A partir de 50 grados, la fuerza lateral se reduce bastante en magnitud.

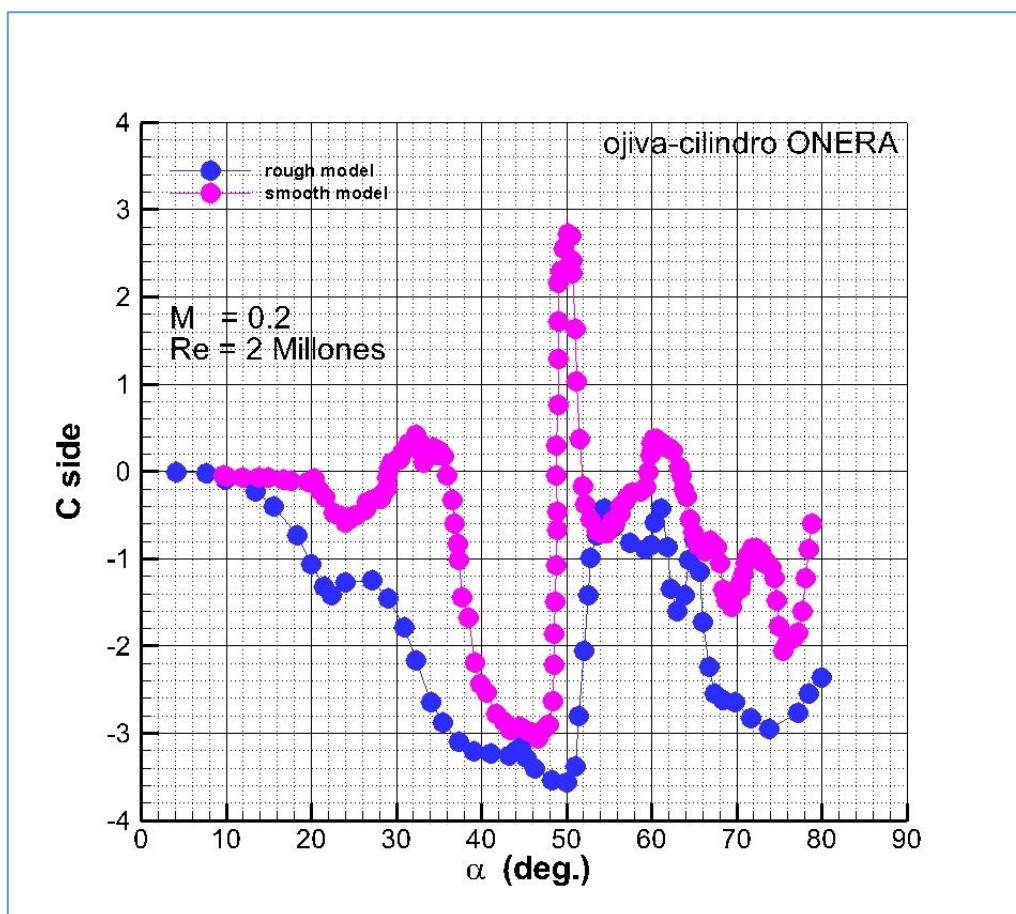


Figura 78. Coeficiente de fuerza lateral en función del ángulo de ataque a número de Mach = 0.2 y número de Reynolds  $2 \cdot 10^6$  para la configuración ojiva-cilindro de referencia, ensayada en el túnel de ONERA F1 (extraída de la referencia [14]).

El modelo rugoso tiene valores algo más altos de fuerza lateral y también de fuerza normal en el rango de 15-45 grados respecto el pulido. A partir de 45-50 grados hay cambios muy fuertes en la fuerza lateral y la fuerza normal se estabiliza indicando un incremento de la zona no estacionaria a lo largo del cuerpo que avanza hacia el morro.

Con esta información disponible se procedió a realizar un barrido en ángulo de ataque usando las dos mallas de cálculo, la estructurada y la no estructurada, y solamente con el modelo de turbulencia *RSM- $\omega$ -SAS*. Todos los cálculos realizados eran no estacionarios.

## I. Cálculos iniciales

En el capítulo 1 de esta parte IV, se vio que la malla estructurada, axisimétrica, emulaba a un modelo “pulido”, en los que no se percibían efectos del ángulo de orientación; y por tanto, la asimetría del flujo parecía estar gobernada por una inestabilidad global o temporal (referencias [9], [13]). Se verificó que se obtenían las dos soluciones asimétricas posibles (fuerza lateral positiva o negativa) con condiciones iniciales diferentes.

Un barrido en ángulo de ataque con esta malla y con los mismos parámetros numéricos, a varios ángulos de 10 en 10 grados, mostró que a 30 grados la solución era simétrica y a 40 grados asimétrica. El cálculo adicional a 35 grados también indicaba asimetría. Por tanto, la solución a 30 grados parecía ser importante para la determinación del ángulo de comienzo de asimetría, como también se deduce de las soluciones experimentales expuestas anteriormente.

F. R. Menter y Y. Egorov explican en la referencia [25] lo siguiente: “the limitation of SAS is that it will not switch into scale-resolving mode if the flow is not sufficiently unstable”.

Es interesante por tanto, explorar mecanismos numéricos que en algunos casos ayuden a introducir en el flujo libre inestabilidades para activar el modo de resolución de escalas de SAS sin alterar mucho el flujo inicial. Una posibilidad es la generación de turbulencia sintética (referencia [25]). Otra opción es la introducción de oscilaciones en cabeceo armónicas, emulando a vibraciones de un modelo anclado a un ‘sting’ en el túnel de viento.

Por otro lado, podría haber efectos numéricos importantes también asociados a la malla o el paso de tiempo, que conviene explorar. A continuación, se muestran resultados de algunos estudios.

### A. Influencia del paso de tiempo

De acuerdo a los cálculos realizados anteriormente, a 30 grados apenas hay fuerza lateral –indicando flujo simétrico- mientras a 35 grados la fuerza lateral es significativa, del orden del 50 % de la normal.

Hay un cambio importante en esa región de ángulo de ataque: [30,35]. Para valorar si hay algún cambio en las características del flujo por influencia numérica, se hizo un estudio reduciendo el paso de tiempo.

La escala de tiempo hidrodinámico, basada en el diámetro del cilindro y la velocidad incidente en flujo cruzado ( $\alpha = 90$  grados) es:  $T_h = \frac{D}{U_\infty} = 0.0147$  segundos. Un paso de tiempo de  $\Delta t = \left(\frac{1}{30}\right) \cdot T_h = 4.9 \cdot 10^{-4}$  segundos es el valor que se ha utilizado normalmente. Con este valor, el número de Courant no era superior a 3 excepto en la punta del morro.

Se realizaron cálculos en esta condición de ángulo de ataque a un valor menor de paso de tiempo ( $\Delta t = 1.25 \cdot 10^{-4}$  s) -y por tanto de número de Courant- dado que SAS es muy sensible a este valor, y valores altos de paso de tiempo pueden no activar el modo de resolución de escalas (referencias [21], [23], [24], [25]).

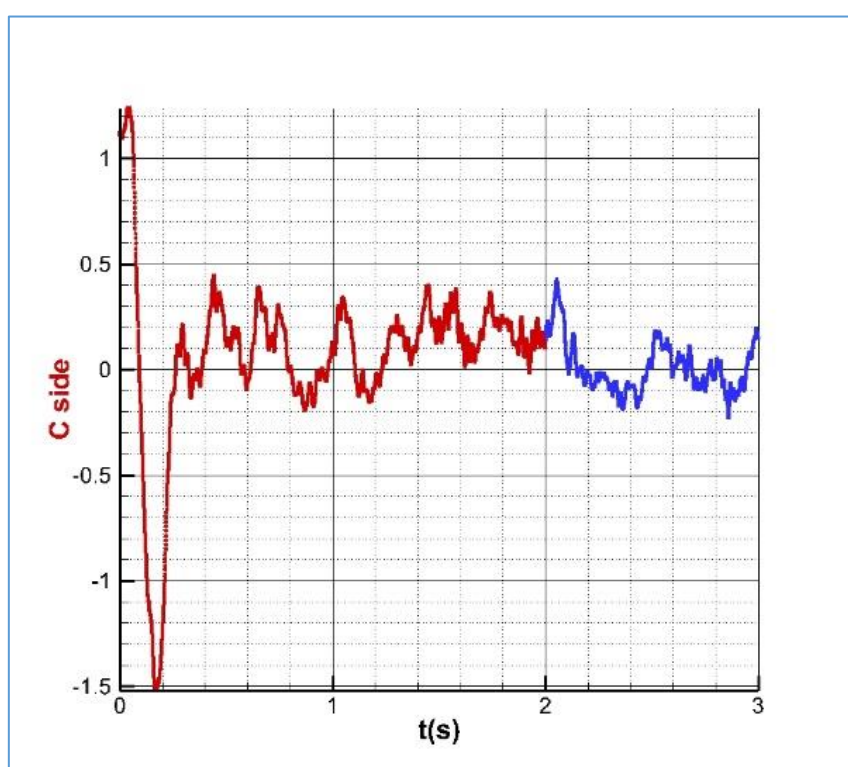


Figura 79. Historia del coeficiente de fuerza lateral para la configuración ojiva-cilindro de referencia a número de Mach = 0.2 y número de Reynolds  $2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 30 grados usando dos pasos de tiempo. Línea roja:  $\Delta t = 5 \cdot 10^{-4}$  s. Línea azul:  $\Delta t = 1.25 \cdot 10^{-4}$  s.

Se utilizó la solución anterior como solución inicial. La historia del coeficiente de la fuerza lateral se muestra en la Figura 79 para los dos valores de paso de tiempo. En rojo, los valores al paso de tiempo mayor, y en azul los resultados al paso de tiempo más pequeño.

El valor promediado de las fuerzas no varía mucho. Y ambas soluciones son casi simétricas. El número de Courant con el paso menor de tiempo ( $\Delta t = 1.25 \cdot 10^{-4}$  s) se representa en el plano de simetría x-z en la Figura 80.

Este valor está por debajo de 1 en la zona de capa límite y campo cercano al cuerpo.

Por tanto, la reducción de paso de tiempo no parece producir un cambio cualitativo en la solución.

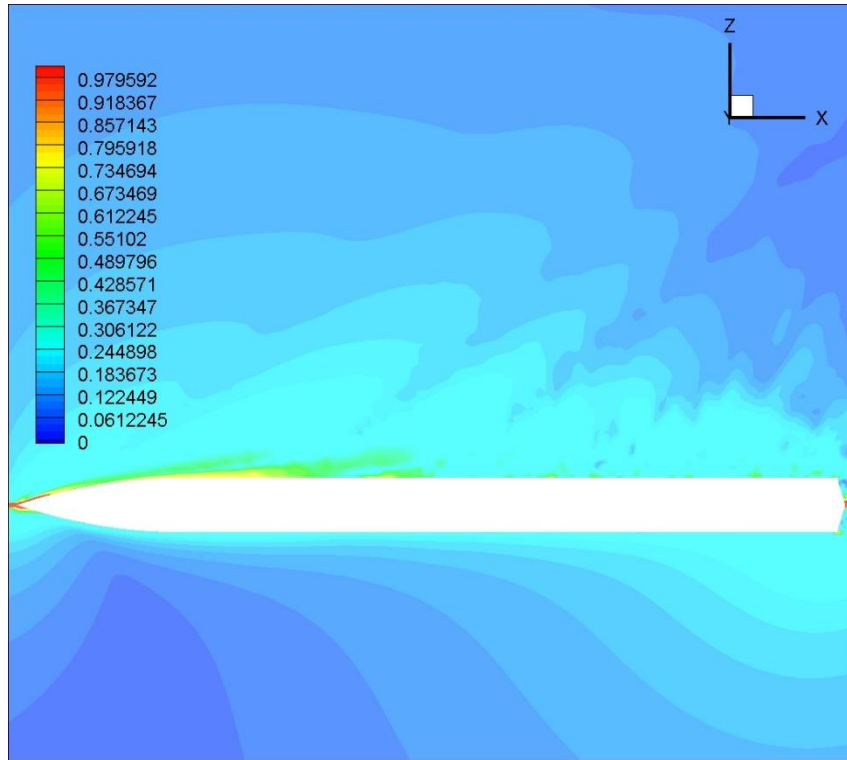


Figura 80. Contornos de número de Courant en el plano de simetría x-z para la configuración ojiva-cilindro de referencia a número de Mach = 0.2 y número de Reynolds  $2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 30 grados usando como paso de tiempo  $1.25 \cdot 10^{-4}$  s.

## B. Influencia de la densidad de malla

Otro aspecto a tener en cuenta en la precisión de los resultados es la densidad de malla; el tamaño de las celdas influye en la solución, dado que el modelo *RSM- $\omega$ -SAS* utiliza una segunda longitud

de escala, que está limitada por el tamaño de la celda:  $L_{vk} > C(\Omega)^{\frac{1}{3}}$  siendo  $C$  una constante y

$\Omega$  el volumen de la celda de control. De esta forma se controla el amortiguamiento de las fluctuaciones turbulentas resueltas más finas (referencias [22], [24]). En la referencia [24] para un problema de flujo sobre un cubo en un canal, se muestra un diagrama de relación de la longitud

de von Karman  $L_{vk}$  versus el tamaño de malla  $(\Omega)^{\frac{1}{3}}$  y existe un pequeño grupo de celdas en el que el primer valor es menor. Aunque es un grupo de celdas muy pequeño. Por lo que el limitador

influye poco en ese problema. Pero es necesario que se limite la longitud de escala calculada:

$$L_{vk} = \max \left( \kappa \left| \frac{U'}{U''} \right|, C(\Omega)^{\frac{1}{3}} \right) \quad (IV - 2)$$

(ver ecuación ( II-41) también).

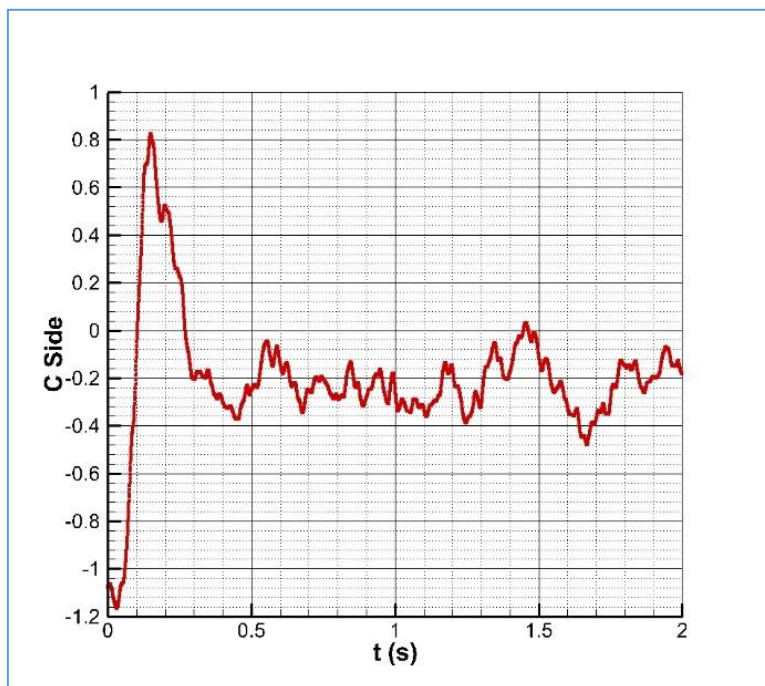


Figura 81. Historia del coeficiente de fuerza lateral para la configuración ojiva-cilindro de referencia a número de Mach = 0.2 y número de Reynolds  $2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 30 grados usando una malla refinada en dirección normal al cuerpo:  $y^+ \leq 0.3$ .

Otra prueba que se realizó, para valorar un posible cambio cualitativo en la solución, fue proceder a un refinado de malla en el área cercana al cuerpo, dado que podría haber más cambios en el cálculo de la longitud de escala y por tanto en las escalas turbulentas resueltas. Se redujo la altura de la primera celda normal al cuerpo 3 veces comparada con el valor de la malla original. Y la malla se modificó en la zona cercana al cuerpo. Se obtienen valores de  $y^+ \leq 0.3$ . En las direcciones de corriente y azimutal, se mantuvo la malla con respecto a la original. A diferencia del resultado con la malla original y dos pasos diferentes de tiempo, hay una ligera fuerza lateral (ver Figura 81), pero cercana a cero en valor absoluto. Luego, este refinado para capturar mejor la zona de capa límite influye algo en el resultado, pero la solución que se obtiene es casi simétrica, similar a la obtenida con la malla original.



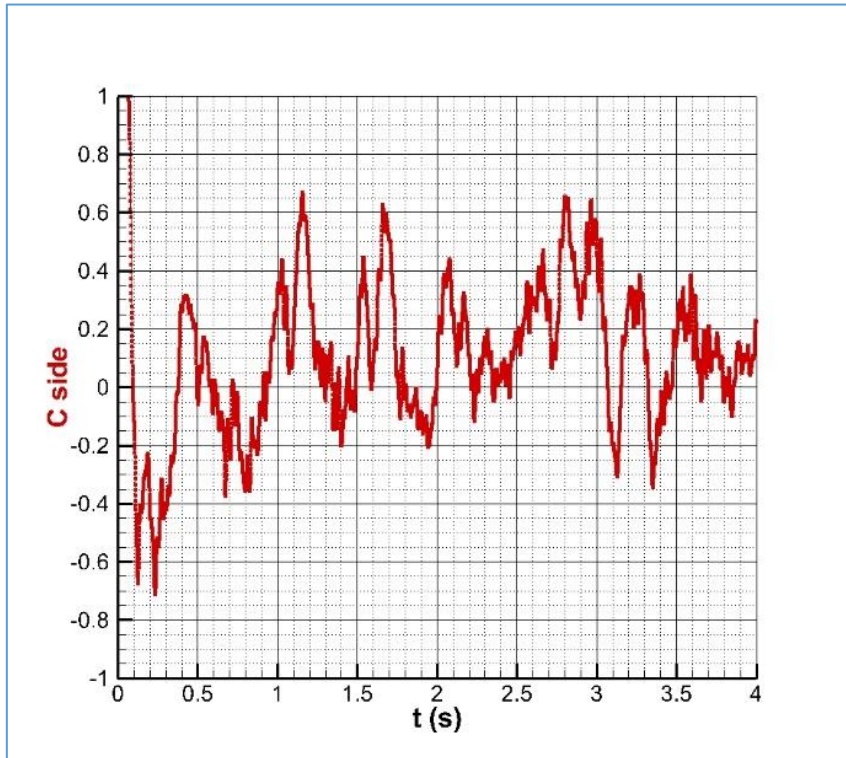


Figura 82. Historia del coeficiente de fuerza lateral para la configuración ojiva-cilindro de referencia a número de Mach = 0.2 y número de Reynolds  $2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 30 grados usando una malla refinada en dirección azimutal.

Finalmente, se hizo otra malla tal que era más densa en dirección azimutal y algo menos densa en dirección de la corriente. La malla 2D original se rota cada 1.0 grados en lugar de cada 1.5 grados; por lo que había 360 celdas en la dirección azimutal en lugar de 240. Y un número algo menor de celdas en dirección de corriente. Dado que hay gradientes fuertes en la dirección de flujo cruzado y desprendimiento de capa límite, puede haber influencia en la determinación de los puntos de separación y en capturar la línea de adherencia.

La historia de convergencia de la fuerza lateral para  $T = 4$  segundos usando esta malla de cálculo se muestra en la *Figura 82*. Las oscilaciones del coeficiente son mayores que para las otras dos soluciones de las dos mallas anteriores, indicando una oscilación en el cálculo de la línea de adherencia y/o los puntos de separación. Pero el valor promediado es cercano a cero, indicando nuevamente una solución casi simétrica.

### C. Efectos de las oscilaciones de cabeceo armónicas

Otra opción estudiada, siguiendo la idea de Menter de producir excitación de la solución inicial, es producir movimientos oscilatorios del ángulo de ataque ('plunging') o bien, oscilaciones de cabeceo alrededor de un eje paralelo en el plano normal y con origen atrás, emulando a un 'sting' de túnel de viento.

Se hicieron cálculos con la primera opción.

Se introduce una velocidad vertical –en dirección del eje z- de la forma:

$$v_z = v_0 \cdot \cos(\omega t) \quad (IV-3)$$

siendo  $\omega = 2\pi f$  ( $f$  es la frecuencia). Los incrementos de la ordenada z tienen la expresión:

$$\Delta z = \frac{v_0}{\omega} \sin(\omega t) \quad (IV-4)$$

mientras que el ángulo de ataque adicional en función del tiempo es:  $\Delta\alpha = \arcsin\left(\frac{v_z}{v_\infty}\right)$ .

Se hicieron estudios al ángulo de ataque de 30 grados, usando en este caso la malla no estructurada, modificando tanto la frecuencia de excitación, como la amplitud de la velocidad vertical. Se usaron  $v_0 = 0.25, 0.50, 1.00 \text{ ms}^{-1}$ . El ángulo de ataque estaba en un rango de  $\alpha = 30 \pm 0.84 \text{ deg}$ .

Los resultados para la frecuencia de  $f = 50 \text{ Hz}$  -mayor que las frecuencias con contenido de energía- se muestran en la Figura 83 para dos amplitudes diferentes:  $A = v_0 = 0.25$  y  $1.0 \text{ ms}^{-1}$ . Se comparan con la de referencia, esto es, amplitud nula ( $A = 0$ ). Una excitación con amplitud 1.0 es muy alta. El efecto sobre la fuerza normal es muy significativo, pero tiene poco efecto global en la fuerza lateral. Si bien, el valor medio tiende a variar respecto la solución inicial, no parece haber variaciones importantes en relación a la solución inicial; máxime cuando las amplitudes elegidas son relativamente altas, incluso la más baja de  $v_0 = 0.25 \text{ ms}^{-1}$ .



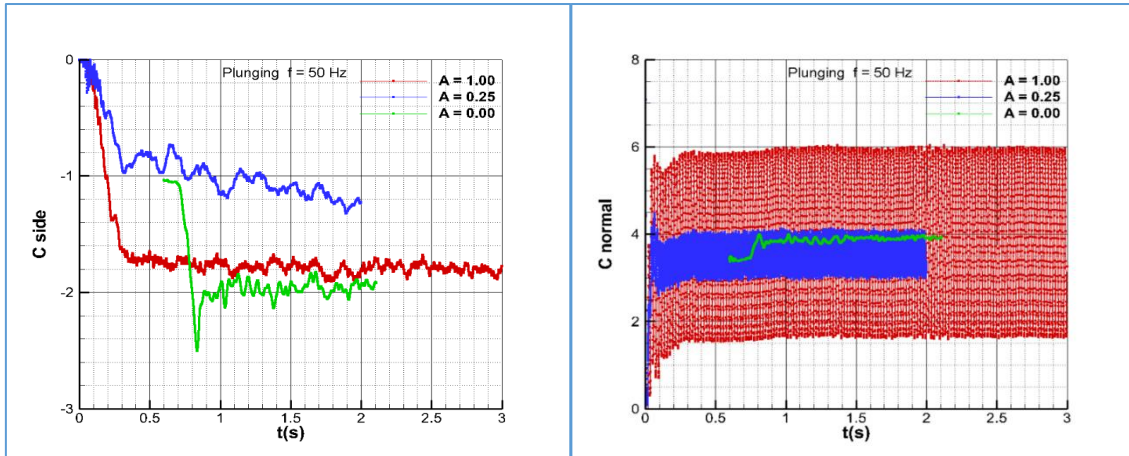


Figura 83. Coeficientes de fuerza globales para la configuración ojiva-cilindro de referencia a número de Mach = 0.2 y número de Reynolds  $2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 30 grados con oscilaciones de ángulo de ataque a frecuencia  $f = 50$  Hz. Izquierda: fuerza lateral. Derecha: fuerza normal.

Es evidente que hay un efecto de la excitación debida a las oscilaciones de ángulo de ataque, pero no parecen producir un cambio significativo en las soluciones en lo que respecta a fuerza lateral (fuera de plano).

Todos los cálculos realizados, tanto con mallas más densas en alguna de las direcciones como con pasos menores de tiempo, nos dan soluciones cercanas a flujo simétrico en el caso de la malla estructurada; con algún pequeño valor de fuerza lateral, lo que está dentro de la incertidumbre de los resultados, que muestran que en este ángulo y los cercanos es donde se produce el inicio de la asimetría del flujo. Y en el caso de la malla no estructurada las oscilaciones de ángulo no parecen producir cambios cualitativos en los valores medios, si bien algunos cuantitativos con amplitudes altas de la velocidad vertical.

## II. Cálculos de la malla estructurada

Teniendo en cuenta las conclusiones obtenidas con la información adicional reflejada en el capítulo anterior, se procedió a realizar los cálculos en ángulo de ataque, con los parámetros y malla usados para la solución de 45 grados, teniendo más confianza en que los efectos numéricos debidos a una malla más densa o pasos de tiempo menores, eran menos significativos.

Un barrido en ángulo de ataque para la malla estructurada dio con la siguiente solución, referida en la Tabla 10.

$\alpha$ (deg.)	$C_Y$	$C_N$
10	$-0.0006 \pm 0.13$	$0.57 \pm 0.027$
20	$-0.0005 \pm 0.17$	$1.71 \pm 0.019$
30	$0.13 \pm 0.14$	$3.33 \pm 0.065$
32.5	$-0.039 \pm 0.24$	$3.83 \pm 0.150$
33.5	$0.038 \pm 0.24$	$4.06 \pm 0.165$
34.0	$0.136 \pm 0.31$	$4.36 \pm 0.122$
34.5	$-2.92 \pm 0.43$	$5.66 \pm 0.190$
35	$2.79 \pm 0.23$	$5.69 \pm 0.076$
40	$2.81 \pm 0.29$	$6.85 \pm 0.09$
45	$2.99 \pm 0.27$	$7.77 \pm 0.10$

Tabla 10. Coeficientes de fuerzas lateral y normal a Mach = 0.2, número de Reynolds  $2 \cdot 10^6$  y a varios ángulos de ataque. Valores promediados. Modelo de turbulencia RSM- $\omega$ -SAS. Malla estructurada.

Hay algo importante en los cálculos según se ve en la tabla. Hasta 34 grados la fuerza lateral obtenida es pequeña, oscilando entre valores positivos y negativos. Y a 34.5 grados da un salto brusco y tiene valores incluso algo mayores que a 35 o 40 grados, anunciando un ‘plateau’ que se aprecia en los ensayos incluso.

De acuerdo a la expresión empírica  $\alpha_{onset} \approx 2 \cdot \delta_n$  (siendo  $\delta_n$  la expresión dada en la ecuación IV-1), este valor debe ser  $\alpha_{onset} \leq 37.84$  deg. acorde también con la información de la Figura 7 para cuerpos con esbeltez moderada. Vemos pues, que el valor numérico se aproxima a este valor empírico. Pero la rugosidad –como se verá en el próximo apartado- adelanta mucho este valor.

Los resultados de la tabla, comparados con los datos experimentales del modelo pulido se muestran en la Figura 84 y en la Figura 85. Hay algo importante a destacar en la Figura 84 y es que para comparar adecuadamente con los datos experimentales se han usado los valores medios negativos; una solución positiva o negativa es básicamente la misma, sólo dependiendo el signo de pequeñas perturbaciones en las condiciones iniciales. Se demostró que no había efecto del ángulo de orientación en la fuerza lateral.

Acorde con la definición de ‘rugosidad numérica’ (parte IV, capítulo II) ésta es prácticamente nula para la malla estructurada. Y de acuerdo a la Figura 3 el modelo pulido de ojiva-cilindro tiene una  $Ra/D = 5 \cdot 10^{-6}$ .

La tendencia en la fuerza lateral de los cálculos experimentales es que hay un salto a flujo asimétrico entre 35-40 grados y en los cálculos teóricos se encuentra bruscamente ese salto a 34.5 grados. El salto a flujo asimétrico provoca un cambio en la pendiente de la fuerza normal, que en

los ensayos se produce algo más tarde. Pero, es importante señalar que se captura adecuadamente este cambio en el flujo en torno al ángulo de ataque de 35 grados. En el rango de 30-40 grados ocurren grandes cambios, pasando el flujo de ser simétrico y estacionario básicamente, a ser asimétrico no estacionario. Los datos experimentales dejan traslucir otros grandes cambios en el flujo después de 50 grados, en los que presumiblemente la zona no estacionaria -la región 2- sea amplia, y la tendencia es a valores menores de fuerza lateral y a reducir la pendiente de fuerza normal. En los ensayos se observa un salto de una solución negativa de fuerza lateral a otra positiva de valor absoluto similar, para después de 50 grados decaer bastante en valor absoluto.

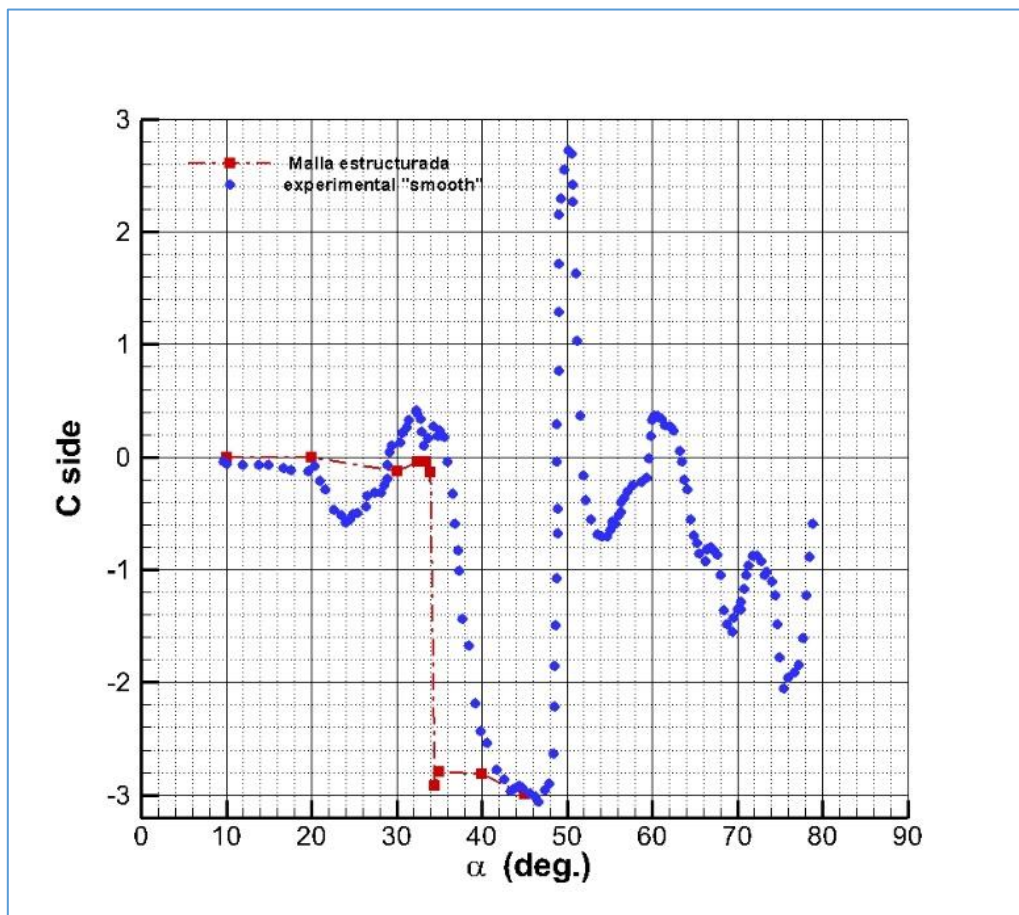


Figura 84. Coeficiente de fuerza lateral en función del ángulo de ataque a número de Mach = 0.2 y número de Reynolds  $2 \cdot 10^6$  para la configuración ojiva-cilindro de referencia, comparados con datos experimentales de cuerpo pulido (extraídos de la referencia [14]).

Los valores de contornos de iso-Q coloreados con la relación de viscosidades ('viscosity ratio',

esto es,  $\frac{\mu_t}{\mu}$ ) se muestran en la Figura 86 para la condición de ángulo de ataque 30 grados. Estos

valores se pueden comparar con los de la Figura 51 correspondientes al ángulo de ataque de 45

grados; en esta condición el flujo no es simétrico, y tiene una región no estacionaria atrás. A ángulo de ataque de 30 grados, el flujo es casi simétrico y estacionario.

Es en la zona de 30 a 40 grados, y entre 34 y 35 grados estrictamente hablando, donde se produce un salto brusco desde una solución casi simétrica y estacionaria, a una región en la que el flujo no es simétrico y además hay una zona no estacionaria en la parte trasera del cuerpo.

Se puede decir que desde un punto de vista teórico se reproduce bien el salto de una solución simétrica estable y estacionaria, a otra solución asimétrica y con una región no estacionaria. La causa debe ser la inestabilidad global de naturaleza no viscosa apuntada en múltiples referencias ya mencionadas, y que la simulación captura de forma brusca.

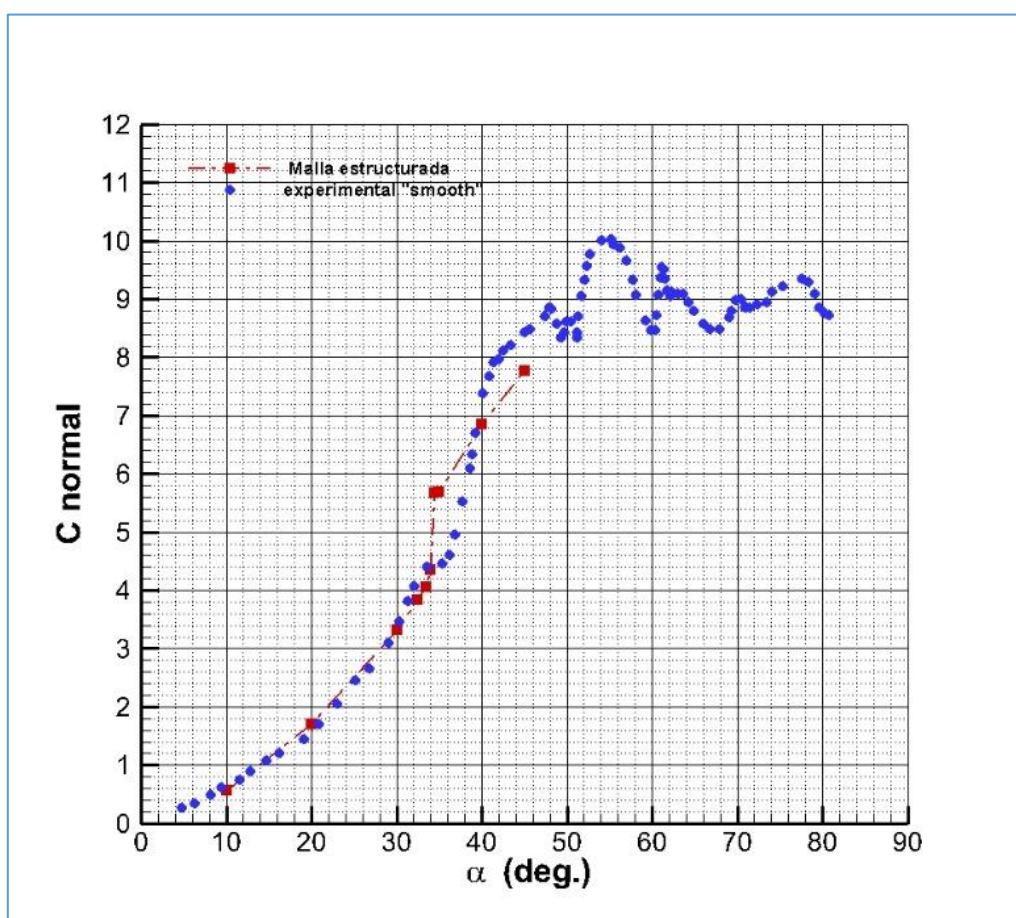


Figura 85. Coeficiente de fuerza normal en función del ángulo de ataque a número de Mach = 0.2 y número de Reynolds  $2 \cdot 10^6$  para la configuración ojiva-cilindro de referencia, comparados con datos experimentales de cuerpo pulido (extraídos de la referencia [14]).

En la Figura 87 se representan las curvas locales teóricas de fuerza lateral para los ángulos de 20, 30, 40 y 45 grados. Las curvas de 20 y 30 grados indican la simetría del flujo. También es casi simétrico a esos ángulos en las curvas experimentales (ver Figura 84) pero ya hay oscilaciones de fuerza atrás a ángulo de ataque 30 grados.

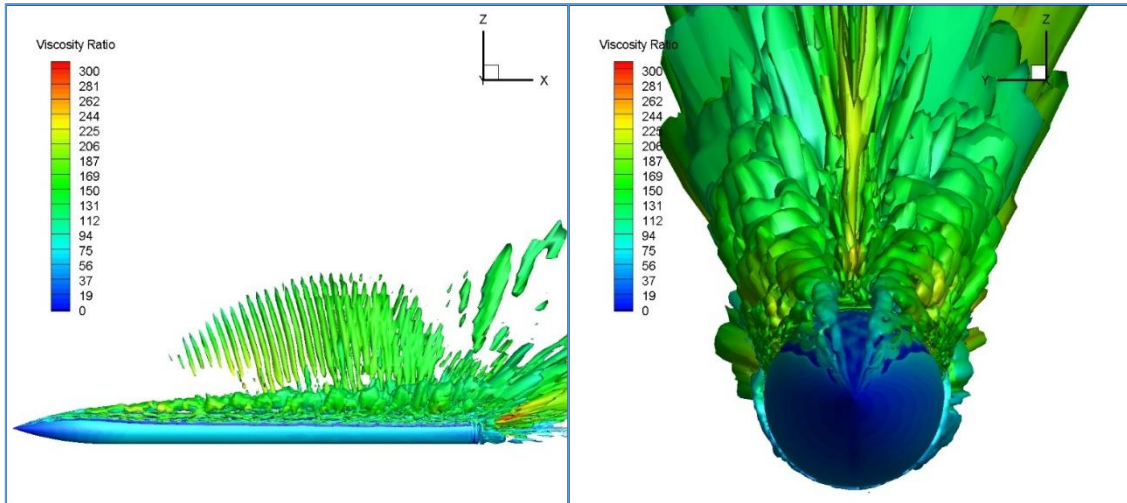


Figura 86. Iso-superficies de función Q positiva (coloreadas con 'viscosity ratio') para un cálculo no estacionario a Mach = 0.2,  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 30 grados. Malla estructurada.

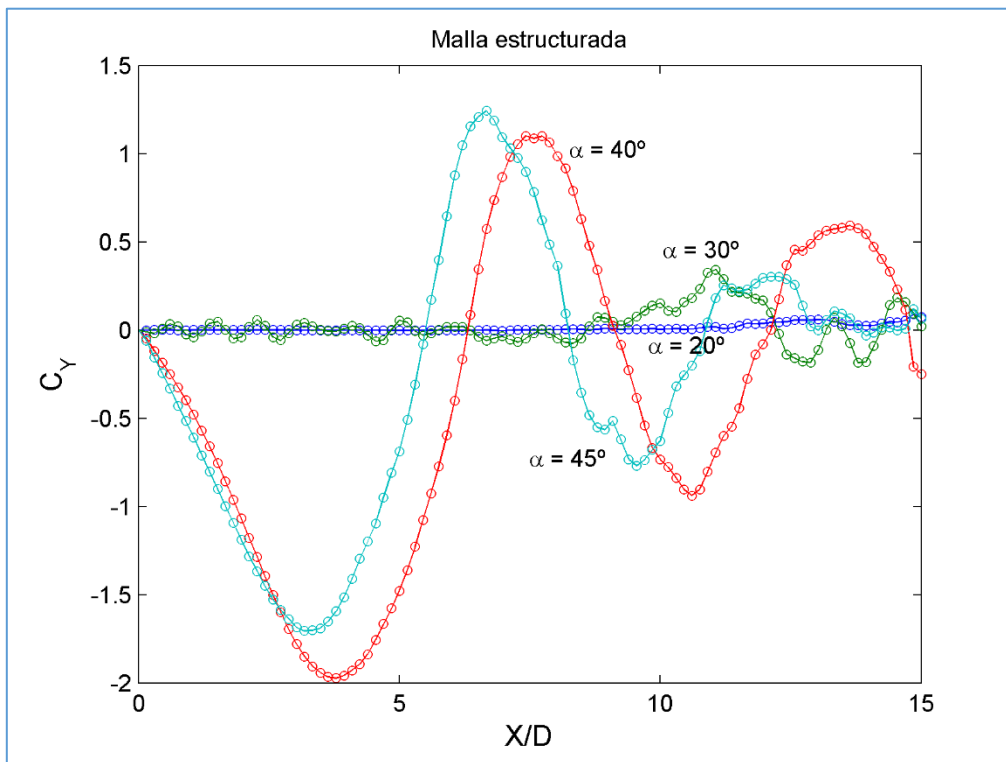


Figura 87. Coeficientes teóricos de fuerza local lateral a varios ángulos de ataque a número de Mach = 0.2 y número de Reynolds  $2 \cdot 10^6$  para la configuración ojiva-cilindro de referencia. Malla estructurada.



### III. Cálculos de la malla no estructurada

El capítulo 1 de esta Parte IV indicaba que existía en los resultados obtenidos a ángulo de ataque de 45 grados una influencia clara del ángulo de azimut en la fuerza lateral cuando se utilizaba una malla no estructurada, cuyas irregularidades emulan a un cuerpo con rugosidad suficiente para activar el mecanismo de inestabilidad convectiva (o espacial) que se superpone a la inestabilidad global observada con la malla estructurada, que emula a un cuerpo pulido, de rugosidad muy baja.

Los ensayos de ONERA con las configuraciones rugosa y pulida dan como resultado diferencias importantes en las fuerzas lateral y normal, reduciendo el ángulo de comienzo de asimetría para el caso de modelo rugoso.

Con la malla no estructurada, el resultado obtenido en los cálculos a diferentes ángulos de ataque se muestra en la Tabla 11.

Estos resultados se comparan con los experimentales del cuerpo rugoso y la solución se ve en la Figura 88 y la Figura 89. Para los valores de fuerza lateral, se cambia el signo de los valores teóricos, y se eligen los negativos, dado que la solución experimental en el rango de comparación solamente daba valores negativos.

$\alpha$ (deg.)	$C_Y$	$C_N$
20	$-0.07 \pm 0.09$	$1.73 \pm 0.010$
25	$-1.80 \pm 0.05$	$2.69 \pm 0.014$
30	$-1.96 \pm 0.06$	$3.89 \pm 0.050$
35	$1.32 \pm 0.28$	$5.90 \pm 0.090$
40	$2.19 \pm 0.42$	$7.31 \pm 0.120$
45	$3.22 \pm 0.35$	$7.80 \pm 0.120$

Tabla 11. Coeficientes de fuerzas lateral y normal a Mach = 0.2, número de Reynolds  $2 \cdot 10^6$  y varios ángulos de ataque. Valores promediados. Modelo de turbulencia RSM- $\omega$ - SAS. Malla no estructurada.

Los valores de ‘rugosidad numérica’ (definida en la Parte IV, capítulo II) para las diferentes secciones de la malla estructurada oscilan en valores de  $40-60 \cdot 10^{-6}$ , mientras que acorde al modelo rugoso (ver Figura 3) ensayado por ONERA el valor de rugosidad es  $Ra/D = 40 \cdot 10^{-6}$ .

Vemos que a diferencia de la solución de la malla estructurada, el ángulo de comienzo de la asimetría para la malla no estructurada se adelanta a  $\alpha = 20$  grados frente al valor de 34 estimado antes, y corroborado por los resultados experimentales. De acuerdo a la Figura 74 este ángulo era de unos 12 grados para el cuerpo rugoso, frente al valor de 20 que obtenemos teóricamente.

Al igual que para el modelo pulido, a 50 grados hay un cambio importante en el flujo, cayendo la fuerza lateral en valor absoluto y también la fuerza normal, indicando posiblemente un incremento de la región 2 no estacionaria. Pero no tenemos resultados teóricos a esos valores tan altos.

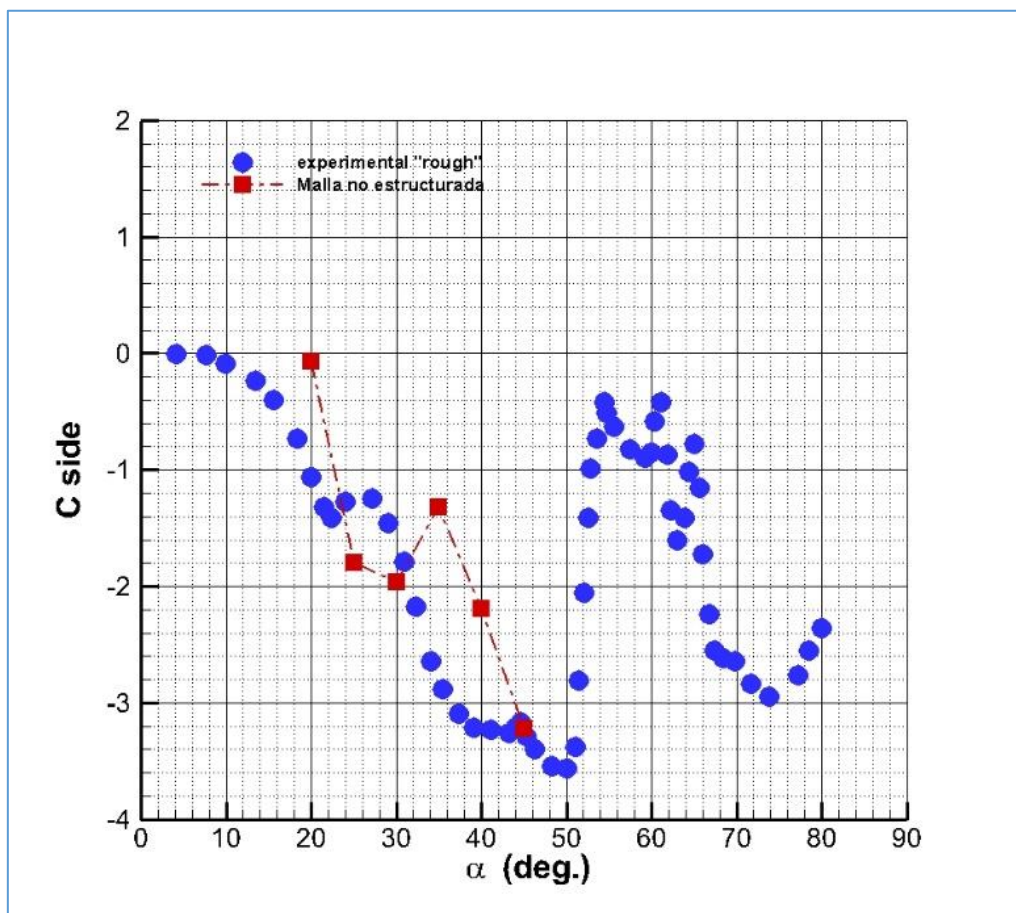


Figura 88. Coeficiente de fuerza lateral en función del ángulo de ataque a número de Mach = 0.2 y número de Reynolds  $2 \cdot 10^6$  para la configuración ojiva-cilindro de referencia, comparados con datos experimentales de cuerpo rugoso (extraídos de la referencia [14]).

Hay un hecho importante en los resultados experimentales que los teóricos parecen adivinar, pero a un ángulo mayor: si se observa el coeficiente de fuerza lateral, el valor absoluto es mayor a 20 grados que a 25. A partir de ahí decrece hasta aproximadamente 50 grados. Para valores mayores el flujo es básicamente no estacionario.

La razón del comportamiento del coeficiente de fuerza lateral se observa en la Figura 90, donde se muestra el coeficiente de fuerza lateral local a diferentes ángulos de ataque, entre 20 y 60 grados para la condición de Mach = 0.2 y número de Reynolds  $Re = 2.0 \cdot 10^6$ . Esto son resultados del modelo rugoso. Se puede ver que a 20 grados la forma de la curva de fuerza lateral es de una onda con un pico máximo en la parte trasera del cuerpo, donde posiblemente hay una separación

y desprendimiento de torbellino. El incremento de ángulo de ataque hace que a 30 grados se observen dos picos máximos, pero la condición de contorno de la base del cuerpo exige el ajuste de la fuerza lateral con un número entero de picos que indican un desprendimiento alternado. El balance es tal que a 25 grados (no mostrado en estas curvas) la fuerza global es menor que a 20, puesto que hay zonas de fuerza lateral negativa y positiva frente a valores solo negativos a 20 grados. A 30 grados hay valores negativos y positivos pero la intensidad de la fuerza local es mayor y por tanto la fuerza global ya es mayor en valor absoluto que a 20 grados. A 40 grados hay tres picos de fuerza local y la condición de base trunca un cuarto pico, que sí aparece a 45 grados; pero en la zona trasera hay un amortiguamiento grande, debido al flujo no estacionario.

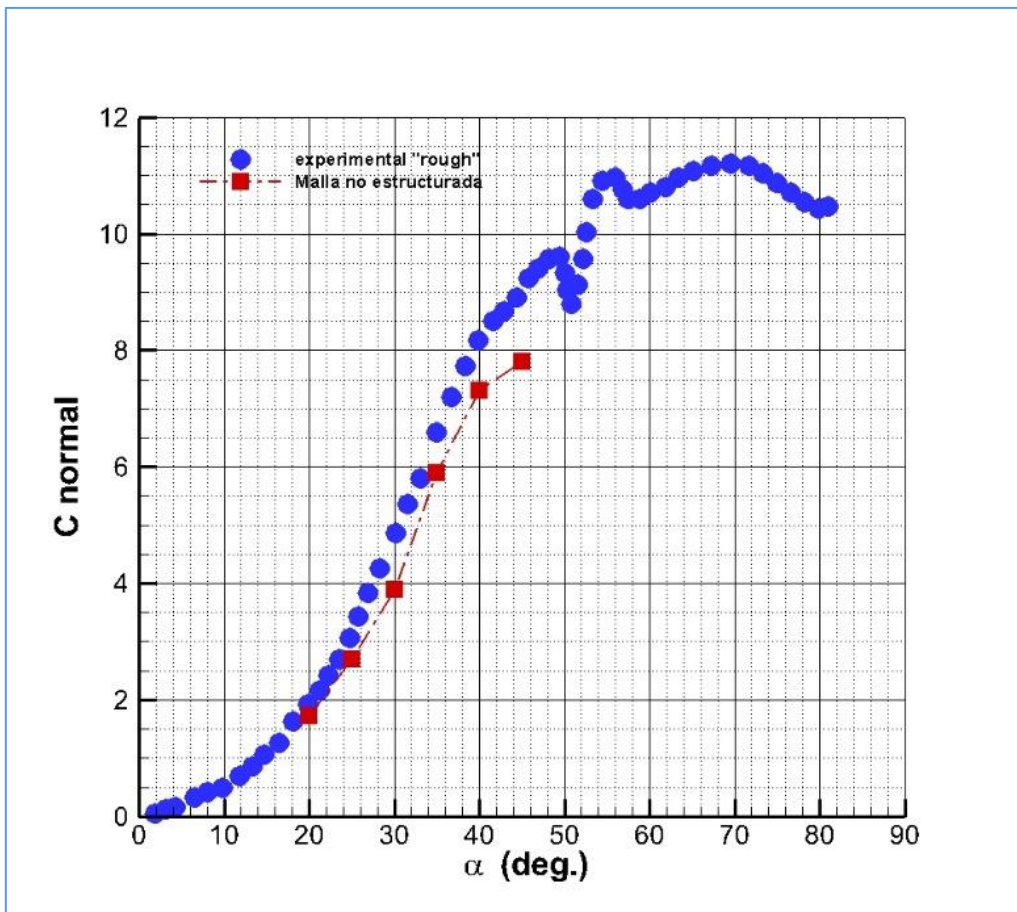


Figura 89. Coeficiente de fuerza normal en función del ángulo de ataque a número de Mach = 0.2 y número de Reynolds  $2 \cdot 10^6$  para la configuración ojiva-cilindro de referencia, comparados con datos experimentales de cuerpo rugoso (extraídos de la referencia [14]).

El resultado es una fuerza lateral muy parecida a 40 grados frente a 45 grados. A 50 grados vemos que la forma de la curva lateral es similar a 45 grados, con 4 picos pero más amortiguados, lo que indica un avance de la región 2 no estacionaria. A 55 grados hay 5 picos ya y el flujo debe ser básicamente no estacionario, salvo en el morro. Hay una caída ya de fuerza normal también y la



fuerza lateral es casi nula en el rango de 50-65 grados, a cuyos ángulos se debe tener un flujo no estacionario con fuerzas locales alternadas, como corresponde a la calle de torbellinos de von Kármán, en la que los valores promediados son nulos. La contribución del morro es la principal para la aparición de fuerza lateral.

En el caso de los resultados teóricos vemos que a 30 grados el valor de la fuerza lateral es mayor (en términos absolutos) que a 35; algo parecido a lo que ocurre experimentalmente entre 20 y 25 grados.

Así pues, los resultados teóricos emulan a los experimentales pero con un retraso en el ángulo de ataque de comienzo de la asimetría. En lugar de comenzar el flujo asimétrico a unos 12-15 grados comienza teóricamente después de 20 grados y se observa el cambio debido al pasar de una fuerza lateral de un pico máximo a dos, y luego algo parecido ocurre experimentalmente entre 40 y 45 grados al pasar de 3 a 4 picos. Pero eso no es reproducido del todo teóricamente porque la curva de fuerza lateral a 40 grados se parece a la de 45 grados.

En la Figura 91 se representan las curvas locales teóricas de fuerza lateral para los ángulos de 20, 30, 40 y 45 grados. La curva de 30 grados se asemeja más a la de 20 experimental; posiblemente a la de 25 grados más pero no hay información de ésta. Y la curva teórica de 40 grados se parece a la experimental de 30 (con 3 picos).

Una comparación de los coeficientes de fuerza lateral a ángulo de ataque 30 grados y los correspondientes experimentales a ángulos de ataque 20 y 30 grados se representan en la Figura 92. La curva teórica se ve intermedia entre las dos, indicando el desfase en el ángulo de ataque de comienzo de asimetría, que luego se traslada a los demás ángulos.

Los resultados teóricos de fuerza normal reproducen bien la pendiente de ésta hasta 40 grados. A 45 grados decae la fuerza y la pendiente también. Estos cálculos, comparados con los experimentales, nos hacen ver que existen dos tipos de inestabilidades, una global de naturaleza no viscosa, y otra debida a las irregularidades del cuerpo, de tal tamaño que producen un incremento de la asimetría del flujo y de la intensidad de la fuerza lateral, adelantando el comienzo de la asimetría que se produce por la inestabilidad convectiva.

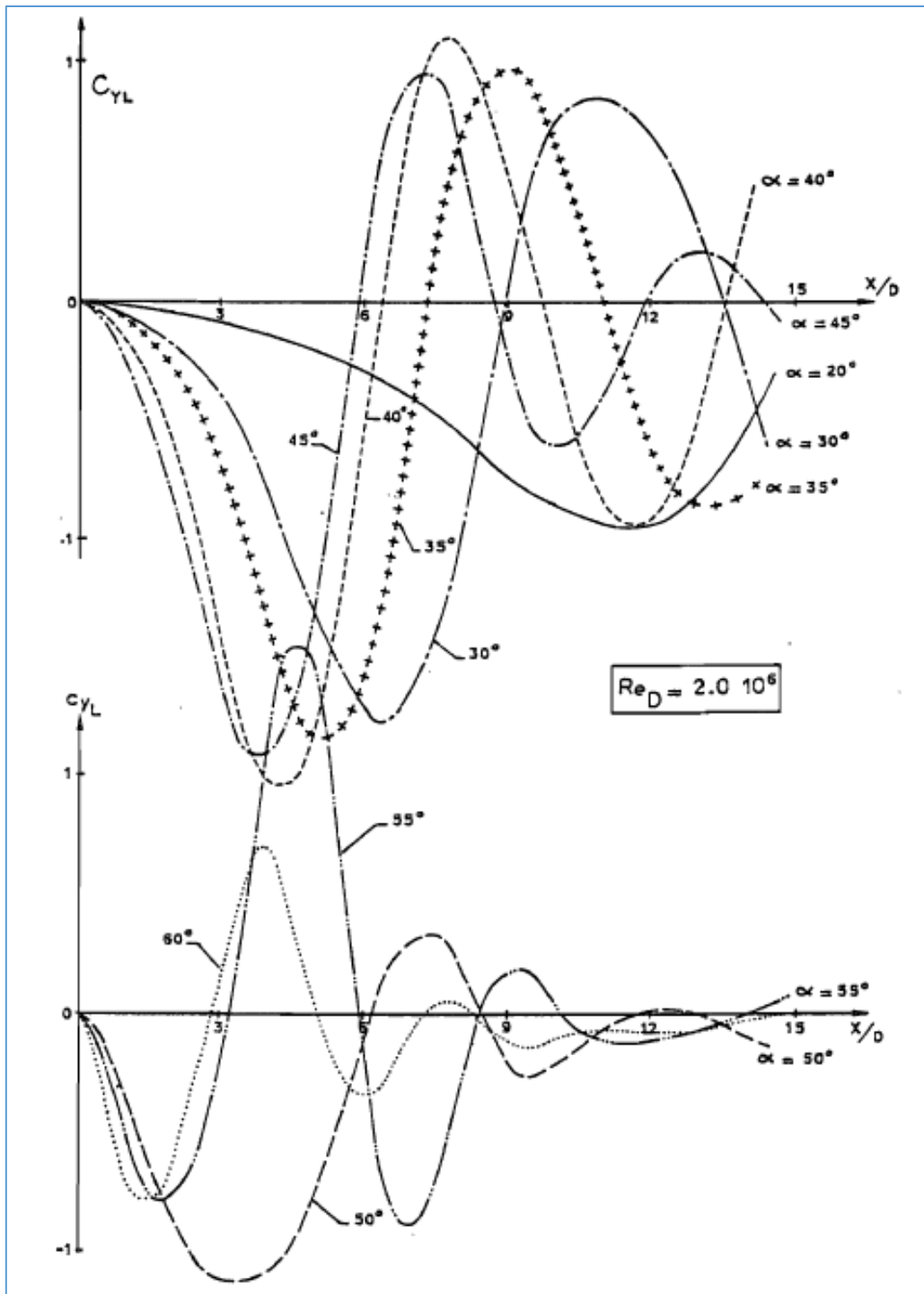


Figura 90. Coeficientes experimentales de fuerza local lateral a varios ángulos de ataque a número de Mach = 0.2 y número de Reynolds  $2 \cdot 10^6$  para la configuración ojiva-cilindro de referencia (extraídos de la referencia [14]).

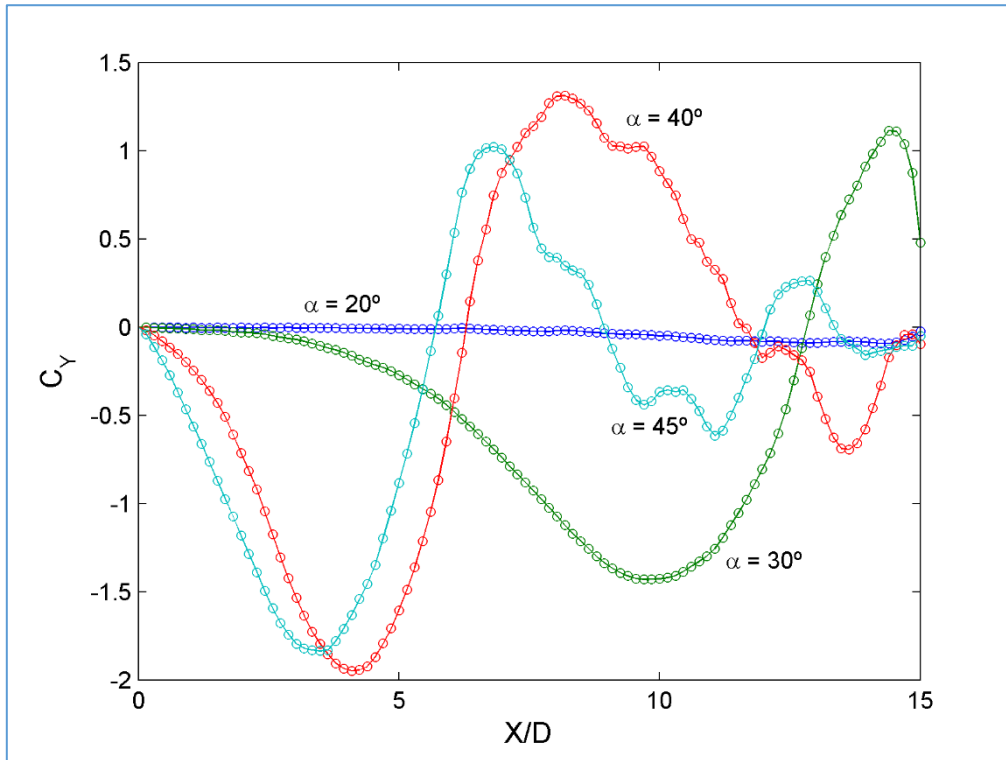


Figura 91. Coeficientes teóricos de fuerza local lateral a varios ángulos de ataque a número de Mach = 0.2 y número de Reynolds  $2 \cdot 10^6$  para la configuración ojiva-cilindro de referencia. Malla no estructurada.

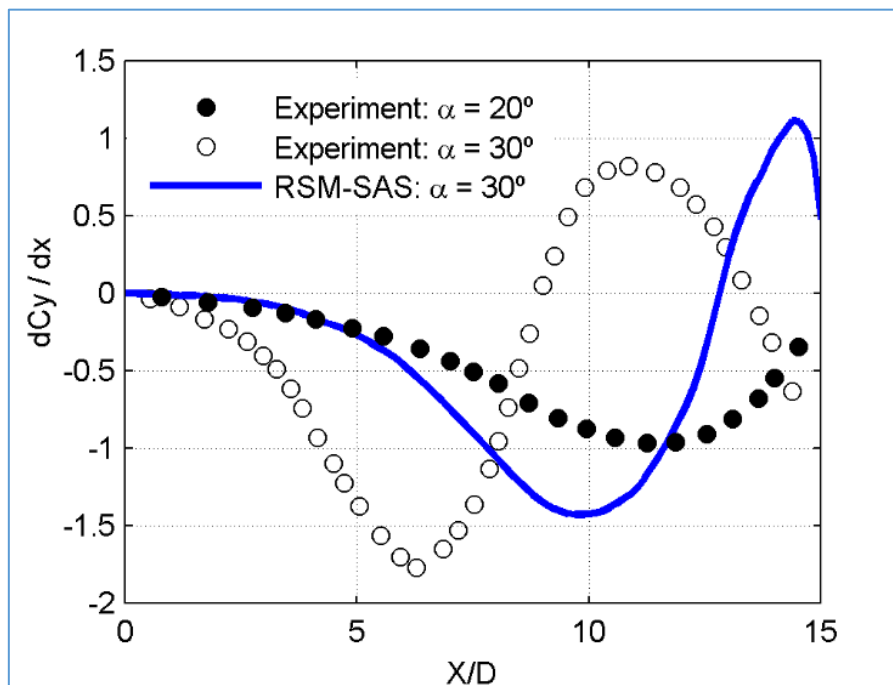


Figura 92. Coeficientes experimentales de fuerza local lateral a ángulos de ataque 20 y 30 grados versus el coeficiente teórico a ángulo de ataque 30 grados; a número de Mach = 0.2 y número de Reynolds  $2 \cdot 10^6$  para la configuración ojiva-cilindro de referencia. Malla no estructurada.

## IV. Resumen: Efecto del ángulo de ataque

Los resultados obtenidos parecen confirmar la idea de que la malla estructurada emula a un cuerpo pulido en el que los efectos del ángulo de orientación no existen, y a partir de un cierto ángulo de ataque existe una inestabilidad global (o temporal) que genera dos posibles soluciones asimétricas iguales y espejo una de la otra. Aparecen dos regiones, una estacionaria y otra no estacionaria, avanzando esta última a medida que crece el ángulo de ataque. Llega un momento en que predomina esta región sobre la región estacionaria, dependiente del morro y cuya influencia depende también de la esbeltez del modelo.

La malla no estructurada parece emular -dadas las irregularidades que tiene- a un cuerpo con cierta rugosidad, de tamaño suficiente para que exista una inestabilidad convectiva (o espacial) cuyo efecto es adelantar el ángulo de ataque de comienzo de asimetría y producir variaciones del valor de la fuerza lateral dependiendo del ángulo de azimut u orientación, existiendo por tanto un efecto de la dirección de las perturbaciones originadas, que deben producirse en todo el cuerpo; pero el efecto de las irregularidades en la nariz debe ser predominante. El modelo de turbulencia *RSM- $\omega$ -SAS* es el único modelo que ha capturado estos fenómenos, dado que es un modelo que abandona la hipótesis de isotropía y permite resolver mejor el espectro de turbulencia sobre todo a números de onda mayores, en los que otros modelos más difusivos no resuelven. Los resultados obtenidos parecen indicar que con mallas densas y pasos de tiempo que permiten números de Courant cercanos a 1 en las zonas cercanas al cuerpo, es posible capturar la estructura del flujo de estos cuerpos hasta ángulos altos, del orden de 45-50 grados.

## 4. Estructura del flujo a altos ángulos de ataque

En este capítulo se va a analizar la estructura del flujo a dos ángulos de ataque distintos: uno a condición de flujo casi simétrico y estacionario ( $\alpha = 30$  grados) y otro donde el flujo es asimétrico y tiene dos zonas diferenciadas del flujo: una estacionaria y otra no estacionaria ( $\alpha = 45$  grados).

Dado que con la malla estructurada no existe influencia del ángulo de orientación, así como su naturaleza mucho menos disipativa, que la hace más adecuada para capturar la evolución de los torbellinos desprendidos y separados, se utilizaron sus resultados. Además, con la malla no estructurada, a 30 grados de ángulo de ataque ya existe una fuerza lateral importante debida a la inestabilidad convectiva fruto de las irregularidades que emulan a un cuerpo rugoso.

### I. Estructura del flujo a ángulo de ataque 45 grados

El buen ajuste de las presiones en la región 3 –zona estacionaria- del flujo a altos ángulos de ataque, nos da confianza en que las características esenciales del flujo en el campo cercano han sido capturadas. Por otro lado, el amortiguamiento de la fuerza lateral indica también un ajuste aceptable en la región 2 no estacionaria, si bien no se disponía ahí de información experimental de las presiones. El análisis en esta zona trasera es más difícil debido al flujo no estacionario y las diferentes escalas turbulentas observadas.

La solución de la malla estructurada es la que se utiliza aquí para el análisis (ver referencia [35]). El plano de la velocidad coincide con el plano  $y = 0$ , esto es, el ángulo de orientación  $\Phi$  es nulo. La solución de la malla no estructurada era similar en términos de presiones o fuerzas locales; pero la evolución de los torbellinos es algo diferente, dado el carácter más disipativo de este tipo de mallas.

Para explicar la estructura de flujo, asumimos que un torbellino está adherido cuando las pseudo-líneas de corriente provenientes de la capa límite se enrollan sobre el centro del torbellino. El torbellino está desprendido cuando esto no ocurre. La separación de un torbellino ocurre cuando el centro del torbellino empieza a alejarse del cuerpo. El desprendimiento puede ser simultáneo o anterior a la separación. Para apreciar tanto el desprendimiento como la separación se ha hecho una inspección visual de flujo resultante; no se ha utilizado un criterio cuantitativo.

De acuerdo a Champigny (referencias [1], [2]) hay un par de torbellinos asimétricos estacionarios en cada sección del cuerpo, cuando se está a altos ángulos de ataque o incidencia. La estructura que se ha obtenido numéricamente en la región 3 estacionaria es algo más compleja. En la *Figura*

93 se muestran contornos iso-Q coloreados con la vorticidad a la condición de referencia de Mach = 0.2, número de Reynolds  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque de 45 grados. Observando la *Figura 93* en la parte del morro, hasta la distancia  $x/D \approx 7.00$  se pueden ver tres torbellinos coherentes. Hay uno que se separa justo en la punta ( $x/D \approx 0.30$ , con etiqueta 1), un segundo que se desarrolla en el lado opuesto hasta  $x/D \approx 4.50$ , en donde se separa. Y un tercero, que se separa en  $x/D \approx 7.00$  (etiqueta 3). Las líneas verticales en la figura indican las estaciones aproximadas en las que se producen las sucesivas separaciones. El tercer torbellino se separa justo en la zona de transición entre las regiones estacionaria (región 3) y no estacionaria (región 2). Las oscilaciones de las fuerzas locales así lo corroboran (ver *Figura 47*). Las envolventes de líneas iso-Q de la *Figura 93* no son continuas en esa región.

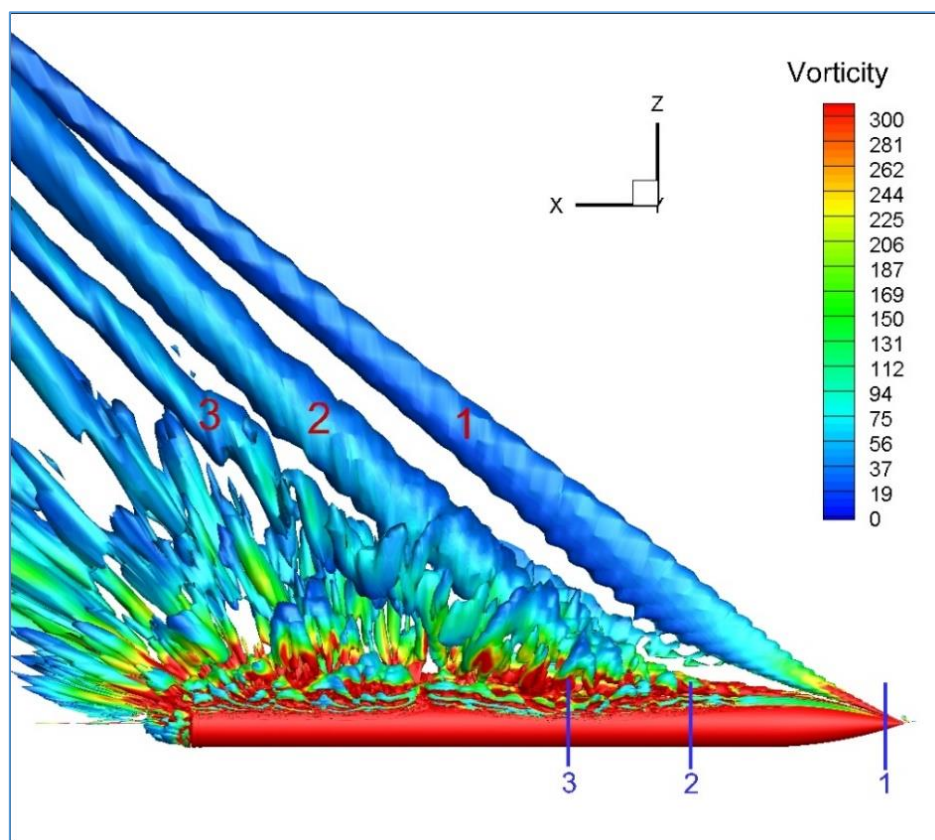


Figura 93. Iso-superficies de función Q positiva (500-5000) coloreadas con la vorticidad en el paso de tiempo  $t = 6.1$  s a número de Mach = 0.2, número de Reynolds  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque de 45 grados. Malla estructurada.

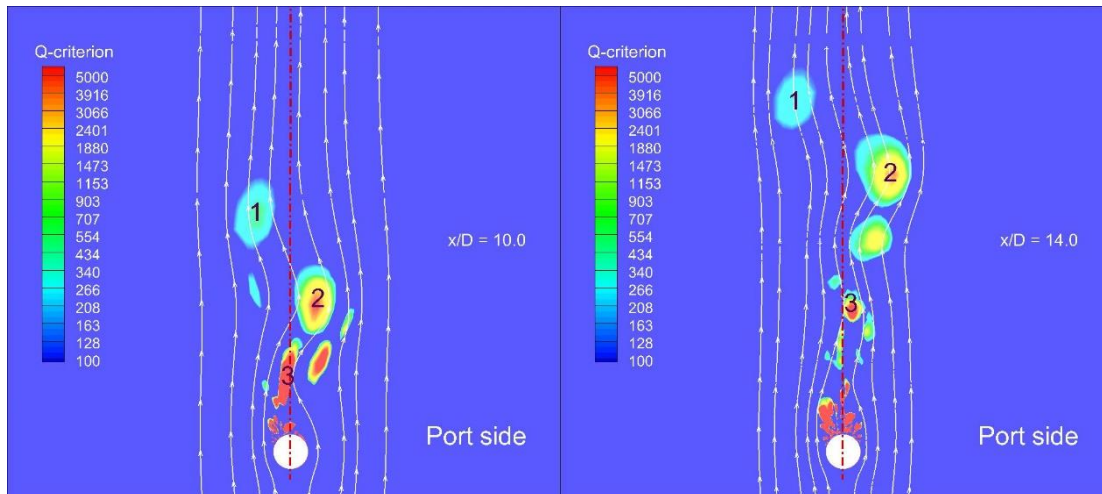


Figura 94. Contornos de función  $Q$  positiva en las secciones  $x/D = 10.0$  (izquierda) y  $x/D = 14.0$  (derecha) en el paso de tiempo  $t = 6.1$  s a número de Mach = 0.2 y número de Reynolds  $2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque de 45 grados.

Las huellas de estos torbellinos se pueden ver en la Figura 94 que representa los contornos de función  $Q$  positiva y las pseudo líneas de corriente en las secciones  $x/D = 10.0$  y  $x/D = 14.0$ . La disipación de estos torbellinos es pequeña comparada con otros formados en la región 2 no estacionaria de otras escalas turbulentas.

De acuerdo a Champigny (referencia [1]) cada máximo o mínimo de la fuerza lateral corresponde a separación y/o desprendimiento de un torbellino.

Los valores máximo y mínimo de la fuerza lateral a la condición de diseño de número de Mach 0.2, número de Reynolds  $2.0 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque de 45 grados, se localizan a  $x/D \approx 0.0, 3.33, 6.67, 9.24, 11.97, 14.1$  (ver Figura 49). Sin embargo, la separación del segundo torbellino está a  $x/D \approx 4.50$  y no en la sección donde ocurre el segundo pico de fuerza lateral, esto es, a  $x/D \approx 3.33$ . La separación del torbellino 3 sí ocurre cerca del correspondiente tercer pico de fuerza lateral ( $x/D \approx 6.67$ ).

Los contornos de función  $Q$  positiva junto a las pseudo-líneas de corriente en varias secciones  $x/D$  constantes en la región 3 básicamente, se muestran en la Figura 95. Si se pone el foco en el torbellino 2, etiquetado así en la figura, vemos que se origina en babor en la nariz, y crece aguas abajo, contribuyendo a aumentar la fuerza lateral. Entre las secciones  $x/D \approx 3.00-3.40$  (ver Figura 95, arriba) la fuerza lateral alcanza un mínimo. El centro del torbellino está muy cerca del plano de simetría  $y = 0$ . Y no hay torbellino en la zona de estribor. El flujo en sotavento (lomo del cuerpo) de la zona de estribor está restringido y condicionado por la presencia en babor -cerca del

centro de la sección- del torbellino 2 y por las líneas de corriente de estribor que vienen de la zona de barlovento debidas a la separación de la capa límite de estribor. El resultado es una zona de líneas de corriente muy retorcidas. En las subsiguientes secciones  $x/D \approx 3.80-4.20$  estas líneas de corriente se retuercen más formándose un incipiente torbellino 3 (etiquetado así en las figuras) subsidiario del anterior -el torbellino 2- a través del cual se alimenta. A partir de ahí, este torbellino crece en intensidad a expensas del anterior, teniendo como balance una disminución de la fuerza lateral. El torbellino 2 se queda anclado en el plano de simetría  $y = 0$  y la capa límite de babor alimenta el conjunto de torbellinos de la zona de sotavento ( $90 \leq \Phi \leq 270$ ).

Los coeficientes de presión de las secciones  $x/D = 2.80-4.00$  mostrados en la Figura 96 (arriba, izquierda) nos indican una estructura de flujo similar en la región del morro, definida por la ojiva y la zona cilíndrica cercana. El centro del torbellino está muy cerca del plano de simetría  $y = 0$ , llevando a un pico de succión (véase la figura) en el lomo a ángulo de orientación  $\Phi^* = 0$  (medido desde el lomo y plano de simetría y sentido de las agujas del reloj en este caso para los coeficientes de presión); en tanto, el punto de separación en la zona de babor se va moviendo -al avanzar en dirección longitudinal- hacia valores de  $\Phi^* = -90$  grados. La presencia de un torbellino secundario es visible en la zona de babor (ver la Figura 96). La localización de la fuerza lateral mínima está a  $x/D \approx 3.20$ . Se puede ver que en esa sección la diferencia de presiones mínimas entre babor y estribor es máxima. Existe un torbellino dominante en babor (torbellino 2) más un torbellino secundario, y un incipiente torbellino 3 en estribor, contra-rotatorio respecto el torbellino 2.

Como se puede observar en la Figura 95 en una sección intermedia entre  $x/D \approx 4.20-4.60$  las pseudo-líneas de corriente de estribor se enrollan y el torbellino 3 se adhiere a su lado (estribor). A partir de ese momento, la capa límite de estribor alimenta al torbellino 3, que se intensifica, mientras que el torbellino 2 de babor se mantiene adherido. Pero llega un momento en que parte del flujo que proviene del enrollamiento de estribor entra en la región del torbellino 2, dando lugar a un desprendimiento incipiente. Hay una entrada de flujo desde el torbellino 3 al 2 en la región  $x/D \approx 4.20-4.60$ . De acuerdo a los valores del coeficiente de presión (ver Figura 96, arriba derecha) la influencia del torbellino 2 se reduce en la sección  $x/D \approx 4.40$ . El torbellino 2 se desprende de la zona de babor aproximadamente en  $x/D \approx 4.60$ . Cerca de la sección  $x/D \approx 5.40$  se observa claramente la separación del torbellino 2 (ver Figura 95); mientras que el torbellino 3 evoluciona aumentando su intensidad y moviendo su centro hacia el plano de simetría  $y = 0$ .



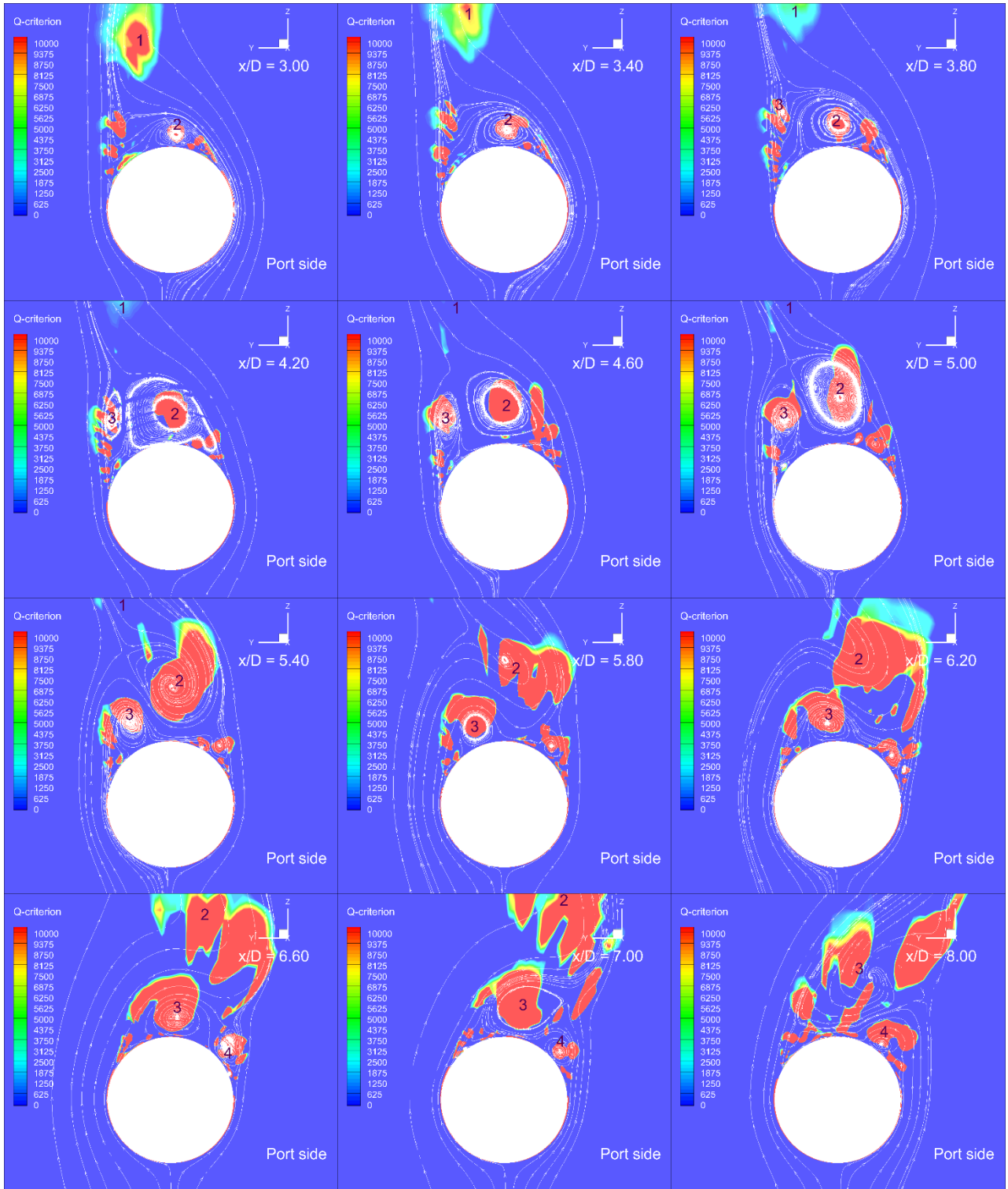


Figura 95. Contornos de función Q positiva en diferentes secciones en el paso de tiempo  $t = 6.0 s$  a número de Mach = 0.2 y número de Reynolds  $2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque de 45 grados.

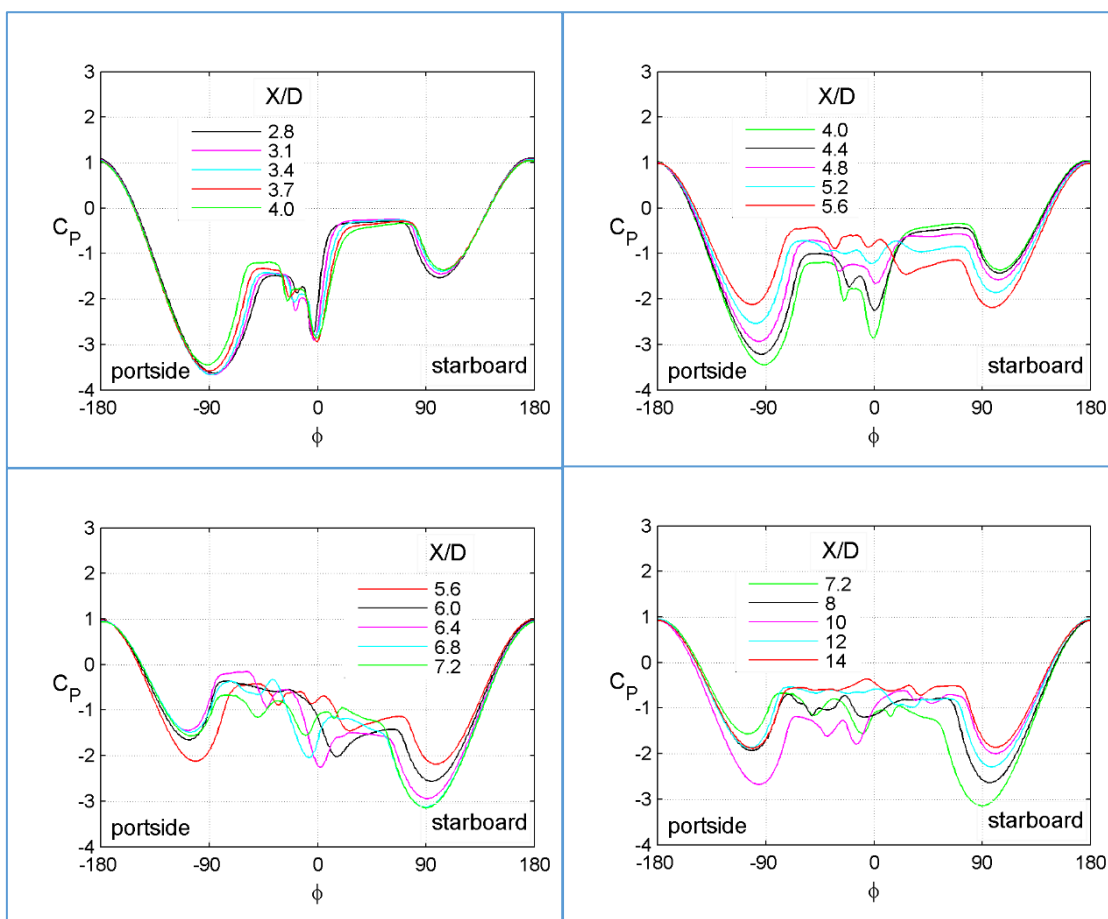


Figura 96. Coeficientes de presión en dirección circunferencial en diferentes secciones y en el paso de tiempo  $t = 6.0$  s a número de Mach = 0.2 y número de Reynolds  $2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque de 45 grados.

Una explicación detallada del cambio en la evolución de los dos torbellinos 2 y 3 sigue a continuación. En la sección  $x/D \approx 3.80$  (ver Figura 95) se puede comprobar que el torbellino principal 2, localizado en babor, y la capa cortante de estribor alimentan al torbellino subsidiario 3, cuyo centro está lejos del cuerpo. La evolución de este torbellino es tal que aumenta su intensidad y su centro se acerca al cuerpo, hasta que se adhiere en estribor a la altura de la sección  $x/D \approx 4.30$  (ver Figura 97). En esa localización, ambos torbellinos están adheridos. Y el torbellino 2 tiene su centro muy cerca del eje de simetría y = 0, en el lomo del cuerpo. En la sección  $x/D \approx 4.40$  se observa entrada de flujo desde el torbellino 3 sobre el torbellino 2. Así pues, este torbellino 2 primario inicia su desprendimiento entre las secciones  $x/D \approx 4.40-4.60$ ; a partir de ahí, el anterior torbellino subsidiario 3 empieza a ser dominante y mueve la localización de su centro hacia el eje de simetría y = 0 de forma parecida a como lo hizo en las secciones anteriores el torbellino 2 en su evolución. La presión en el cuerpo cambia rápidamente entre las secciones  $x/D \approx 4.00-5.60$  según se aprecia en la Figura 96. Los mínimos de presión en cada lado tienden a

igualarse, y eso hace que la fuerza lateral sea nula en una sección comprendida entre  $x/D \approx 5.20-5.60$ . La entrada de flujo desde el torbellino 3 en el torbellino 2 es visible a través del incremento de presión en el lomo al ángulo de azimut  $\Phi^* = 0$  grados, esto es, en el plano de simetría  $y = 0$ .

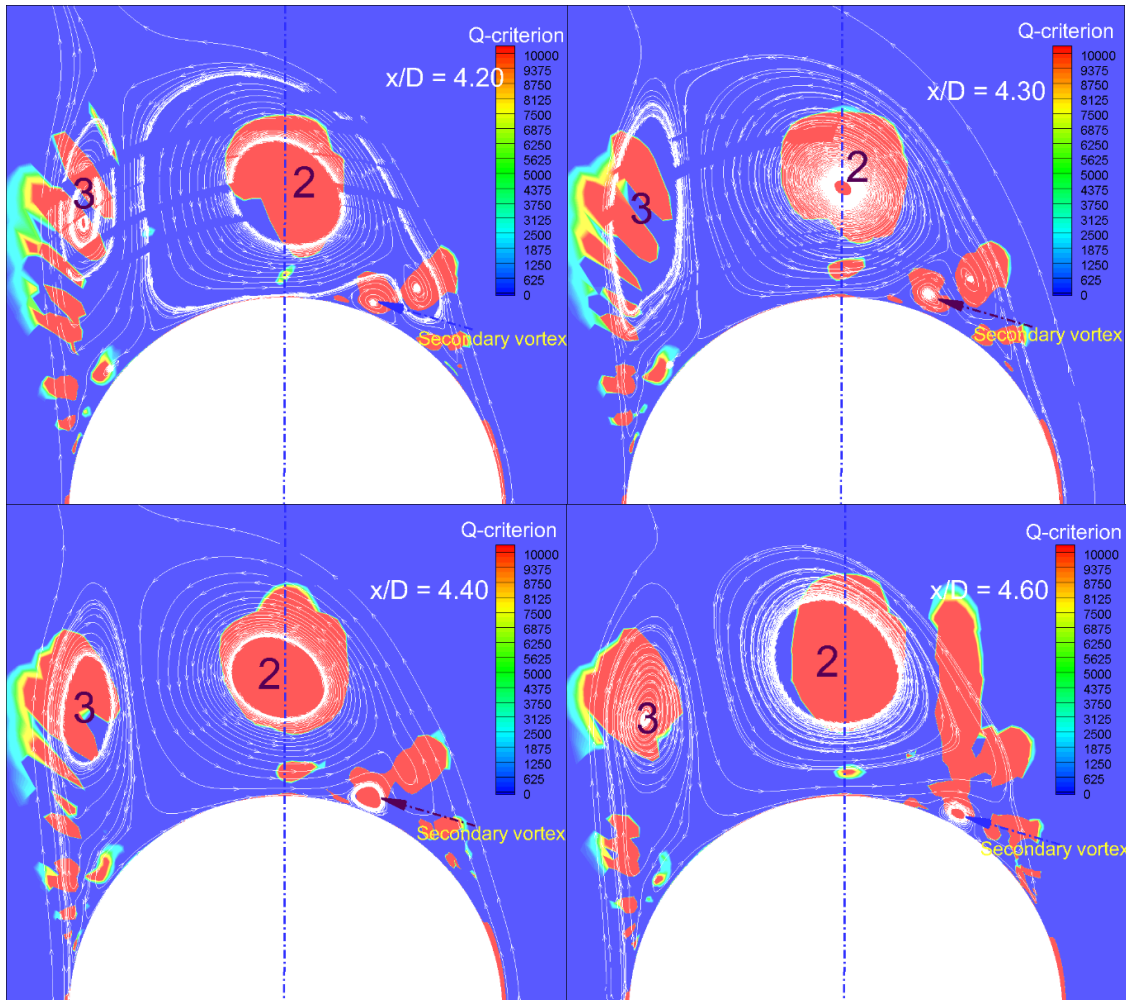


Figura 97. Contornos de función Q positiva y pseudo-líneas de corriente en cuatro secciones y en el paso de tiempo  $t = 6.0$  s a número de Mach = 0.2 y número de Reynolds  $2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque de 45 grados.

Esta estructura de torbellinos que se observa en la sección  $x/D \approx 4.60$  es similar a la observada en visualizaciones con la técnica ‘Particle Image Velocimetry’ (PIV) en el experimento de un cuerpo cónico a la velocidad de  $40 \text{ ms}^{-1}$ , número de Reynolds  $\text{Re} = 2.2 \cdot 10^5$  y ángulo de ataque  $\alpha = 40$  grados. Su esbeltez es de  $L/D = 2.35$ . (ver referencia [34]).

La situación a partir de la estación  $x/D \approx 6.20$  es en parte similar a la anterior. Existe un torbellino de capa cortante 4 (ver Figura 95, abajo) localizado más cerca de la superficie ahora que anteriormente el torbellino 3 en relación al 2. Este torbellino 4 es subsidiario del torbellino 3 y

está en la zona de babor. Ambos están adheridos y entre las secciones  $x/D \approx 6.60-7.00$  el torbellino 3 se desprende. Ambos torbellinos (etiquetados como 3 y 4) tienen intensidades similares en la sección  $x/D \approx 7.00$ . La diferencia de mínimos de presión se reduce a partir de la sección  $x/D \approx 6.80$  donde se alcanza aproximadamente otro pico de fuerza lateral (ver Figura 96, abajo y Figura 48). Este pico es de menor intensidad que el anterior. A partir de ahí, ocurre la transición entre la región 3 estacionaria a la región 2 no estacionaria.

La estructura formada por los torbellinos 3 y 4 es parecida a la anterior de los torbellinos 2 y 3, pero evoluciona en una distancia longitudinal menor. Esto puede ser debido a que en el primer caso, el torbellino subsidiario comenzaba a formarse lejos del cuerpo (sección  $x/D \approx 3.80$ ) y además a la influencia de la ojiva. El cuerpo cambia su área transversal desde la nariz hasta  $x/D = 3.00$ , con lo que hay gradientes longitudinales y normales adicionales.

Los coeficientes de presión en la zona trasera del cuerpo (Figura 96, abajo) muestran una estructura más compleja de las presiones en el cuerpo. Se va formando un ‘plateau’ de la presión media en la zona de sotavento. El flujo es no estacionario; se forman más estructuras de torbellinos de diferentes escalas. La densidad espectral de potencia mostraba una frecuencia dominante de 7.3 Hz, correspondiente a un número de Strouhal de 0.150. El número de Strouhal experimental (ver referencia [15]) es de 0.160. Aunque existen otras frecuencias como 4.8 y 13.0 Hz con algún contenido de energía. La fuerza lateral media decae en intensidad en esa región 2 no estacionaria al avanzar en dirección axial. En las secciones  $x/D \approx 9.24, 12.00, 14.00$  hay otros máximos o mínimos de fuerza lateral. La distancia entre dos picos se reduce respecto a la que había en la zona delantera (región 3). Esta reducción de la fuerza lateral se confirmaba también en los estudios de esbeltez (ver capítulo 2 de la parte IV), tal que con esbelteces muy grandes ( $L/D = 30$ ) se tienen una región 1 de fuerza lateral media nula, correspondiente a una calle de torbellinos de von Kármán, con número de Strouhal de 0.20.

## II. Estructura del flujo a ángulo de ataque 30 grados

A ángulo de ataque  $\alpha = 30$  grados se ha comprobado, para la malla estructurada, que apenas existe fuerza lateral, por lo que estamos en una región donde el flujo parece ser básicamente simétrico. Para comprobar esto, hemos determinado las fuerzas locales. En la *Figura 98* se muestran los coeficientes de fuerza lateral y normal para las mallas estructurada y no estructurada. En el caso del coeficiente de fuerza lateral, se comparan además con resultados experimentales (círculos negros). Hay que recordar que los datos experimentales corresponden al llamado modelo rugoso. Como se desprendería ya de los resultados globales, se puede ver que la malla no estructurada predecía un valor importante de fuerza lateral, pero con retraso respecto a los resultados experimentales. Esto se traduce en que la forma de la curva presenta dos picos, pero el segundo en la parte trasera muy cerca de la base, más parecido a lo que ocurre experimentalmente a 20 grados. Se puede ver que no existe apenas fuerza local en ninguna sección del cuerpo en el caso de la malla estructurada, salvo en la parte cercana a la base del cuerpo.

Esto hace pensar que para el caso de la malla estructurada y a ese ángulo de ataque de 30 grados, existe una estructura bastante simétrica del flujo; como se observa también en la *Figura 99* que representa contornos de iso-Q (coloreados con el módulo de la vorticidad), y que dan medida de las estructuras coherentes de torbellinos formada cerca del cuerpo.

Se han hecho cortes en diferentes planos longitudinales, y se representan en ellos valores de función Q junto a las pseudo-líneas de corriente, que pueden indicar, como en el caso anterior para ángulo de ataque de 45 grados, la estructura del flujo cercano al cuerpo. Se muestra esto en la *Figura 100*.

Un aspecto a destacar es que no se tiene un par de torbellinos de igual intensidad -uno contra rotatorio al otro- aunque sí claramente similar, y que existe uno dominante, tal que hay entrada de flujo proveniente de uno de ellos sobre el otro. Bridges (referencia [9]) menciona cómo Keener y Chapman describían el patrón de flujo asimétrico como resultado de una inestabilidad no viscosa en el que uno de los torbellinos se desprende y el otro se mueve debajo de éste. Es lo que describen como “vortex crowding” cerca de la punta que origina la asimetría. Un ángulo mayor de la nariz lleva al retraso de la asimetría. Según el ángulo de un cono u ojiva o redondeo de la punta que aumenta el ángulo efectivo en la nariz, se tiene un comienzo de la asimetría más tardío o adelantado en términos de ángulo de ataque o incidencia. En este caso, estamos un poco antes del ángulo de comienzo de asimetría -cifrado en torno a 34 grados- pero el mecanismo de inestabilidad parece ser éste.

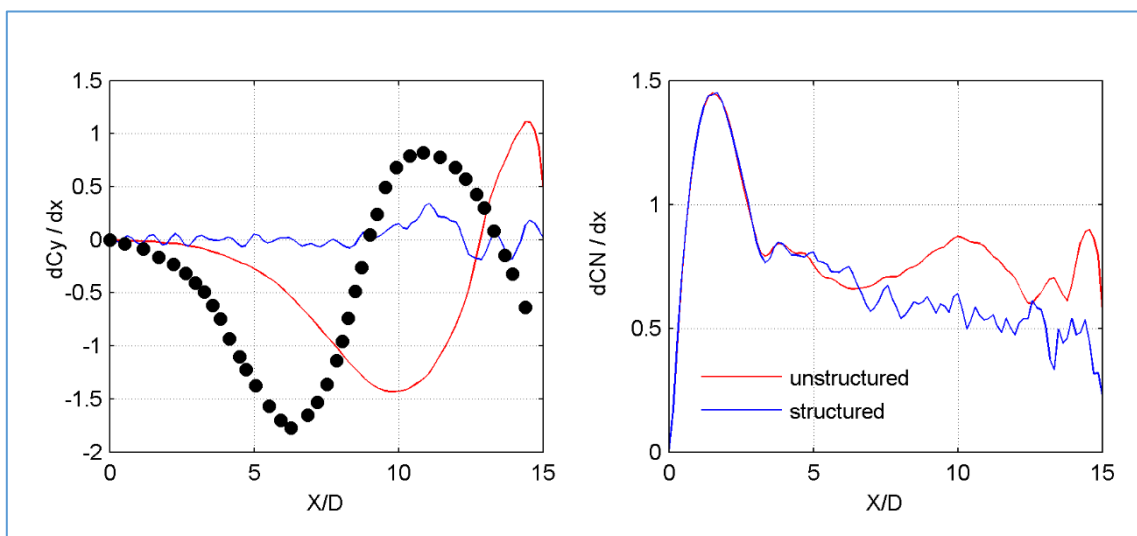


Figura 98. Coeficientes de fuerzas locales lateral y normal a número de Mach = 0.2, número de Reynolds  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque de 30 grados. Mallas estructurada y no estructurada y datos experimentales (círculos negros).

Este patrón de los torbellinos cambia de una sección a otra, y a medida que se avanza en dirección longitudinal, la estructura es más compleja por la aparición de más torbellinos secundarios, o incluso terciarios; indicando una inestabilidad mayor, y algo de flujo no estacionario. La influencia de la base debe ser mayor pero no está cuantificada. Se observan en la curva de fuerza local lateral (ver *Figura 98*) oscilaciones de esta fuerza entre valores ligeramente positivos o ligeramente negativos, aumentando la intensidad sólo en la zona trasera del cuerpo a partir de  $x/D \approx 12.0$ .

Por tanto, si bien existe una fuerza local casi nula a esta condición, la estructura del flujo no es simétrica en ninguna de las secciones del cuerpo y anticipa cambios grandes al subir la incidencia.

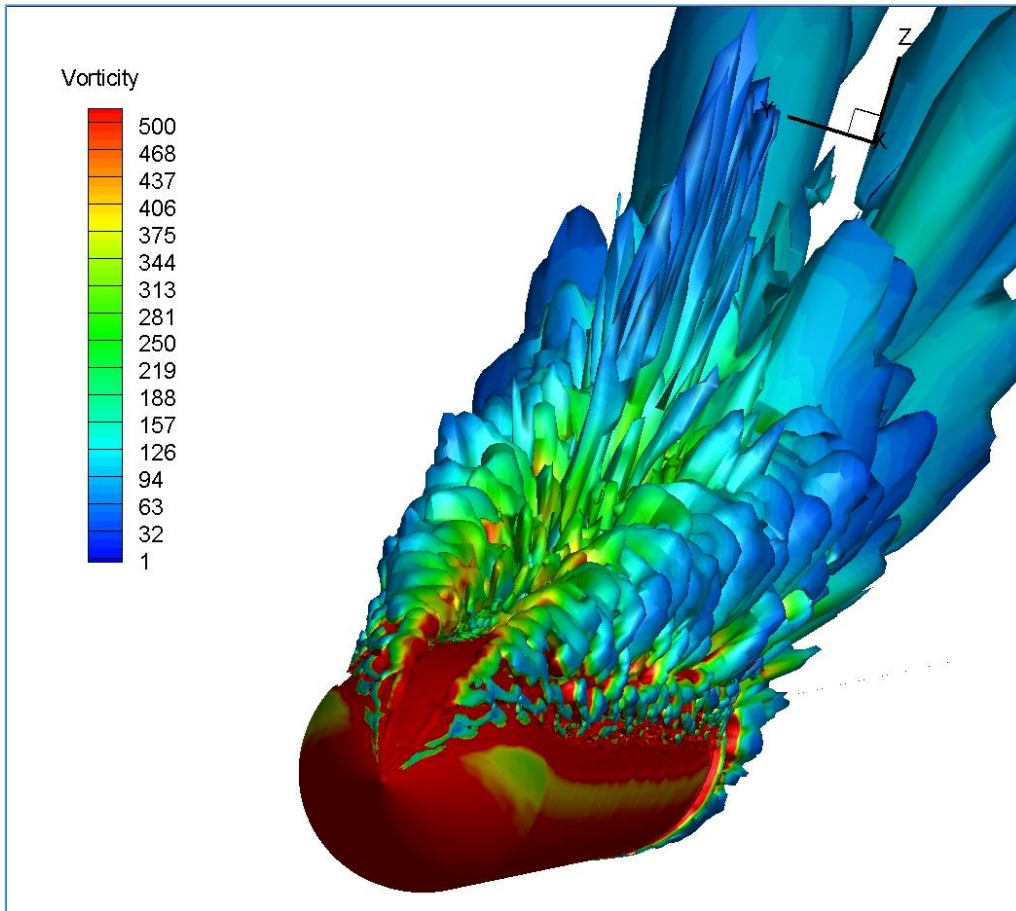


Figura 99. Iso-superficies de función Q positiva coloreadas con la vorticidad en el paso de tiempo  $t = 3.0$  s a número de Mach = 0.2, número de Reynolds  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque de 30 grados. Malla estructurada.



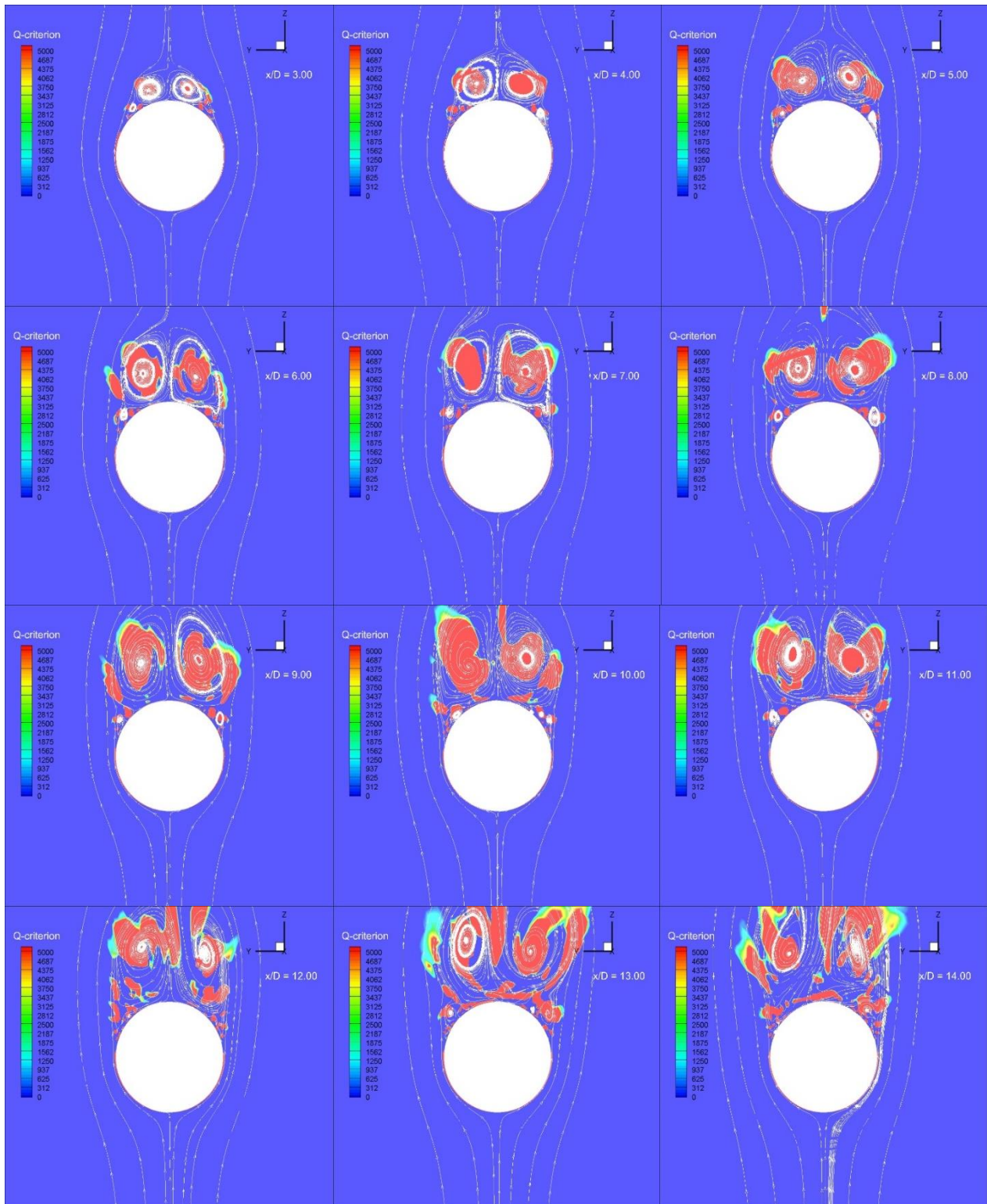


Figura 100. Contornos de función Q positiva en diferentes secciones en el paso de tiempo  $t = 3.0$  s a número de Mach  $= 0.2$  y número de Reynolds  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque de 30 grados.



## 5. Giro con velocidad constante sobre el eje longitudinal: Fuerza Magnus

Un estudio final que se ha realizado es analizar el efecto del giro en balance con velocidad angular constante. Se gira la configuración alrededor del eje longitudinal  $x$  con velocidad angular  $p$ .

Como se ha visto en los capítulos anteriores, la estructura del flujo a altos ángulos de ataque y a  $p = 0$  Hz (sin giro en balance) es muy compleja, debido a los efectos importantes de la inestabilidad global y de la rugosidad en la aparición de fuerzas laterales elevadas y una estructura de torbellinos muy compleja. Es de esperar que el giro en balance introduzca más complejidad. A medida que se vaya a velocidades de giro altas, es necesario ir a pasos de tiempo cada vez más pequeños, lo que implica tiempos de cálculos muy altos; y dado que son necesarios estudios a distintas velocidades y ángulos, la base de datos necesaria es de costosa obtención.

No es el propósito de esta tesis el estudio de giro en balance. Tan sólo se han realizado algunos cálculos para que ayuden a vislumbrar los efectos adicionales debidos a éste.

Se ha utilizado en este caso la malla no estructurada como malla de cálculo, ya que se construyó de tal forma que permite el uso de mallas deslizantes.

Para poder realizar este estudio la mejor opción es utilizar el concepto de mallas dinámicas deslizantes. Si tenemos un cuerpo que gira a velocidad constante, es necesario dividir el modelo en dos zonas fluidas con una frontera entre ellas. La zona interior se resuelve en un sistema de referencia no inercial, que gira a la velocidad del cuerpo. Y en la zona exterior -en la que la malla de cálculo permanece fija- se plantean las ecuaciones en un sistema de referencia inercial. Existe una zona frontera, tal que las celdas de la zona interior deben “deslizar” sobre las de la zona exterior; de ahí el término de “mallas deslizantes”. No debe haber movimiento normal en la frontera de los dos dominios. Para un caso como éste, se requiere entonces tener dos zonas cilíndricas, tal que el cilindro interior desliza sobre el exterior. En la frontera se deben establecer métodos para establecer el intercambio de flujos (referencia [22]).

En la Figura 101 se muestra un plano de corte a  $x = \text{cte.}$  en la que se ven las dos zonas definidas para el cálculo: un cilindro interior en el que la malla gira a la velocidad angular definida y en el que se resuelven las ecuaciones en un sistema de referencia no inercial; y la malla exterior fija: cilindro exterior, en el que las ecuaciones se resuelven en un sistema de referencia inercial.

Siempre hay errores numéricos en la frontera de ambas zonas, Y es necesario evitar cálculos que exijan que la solución inicial parta de otra anterior, dado que se van acumulando errores. Conviene

realizar un cálculo no estacionario en un solo período de tiempo. Y el paso de tiempo debe relacionarse con el giro de la malla.

El cilindro exterior se ha elegido a varios radios de distancia del cilindro, tal que la zona de frontera esté ya en una región donde las perturbaciones y los gradientes sean pequeños.

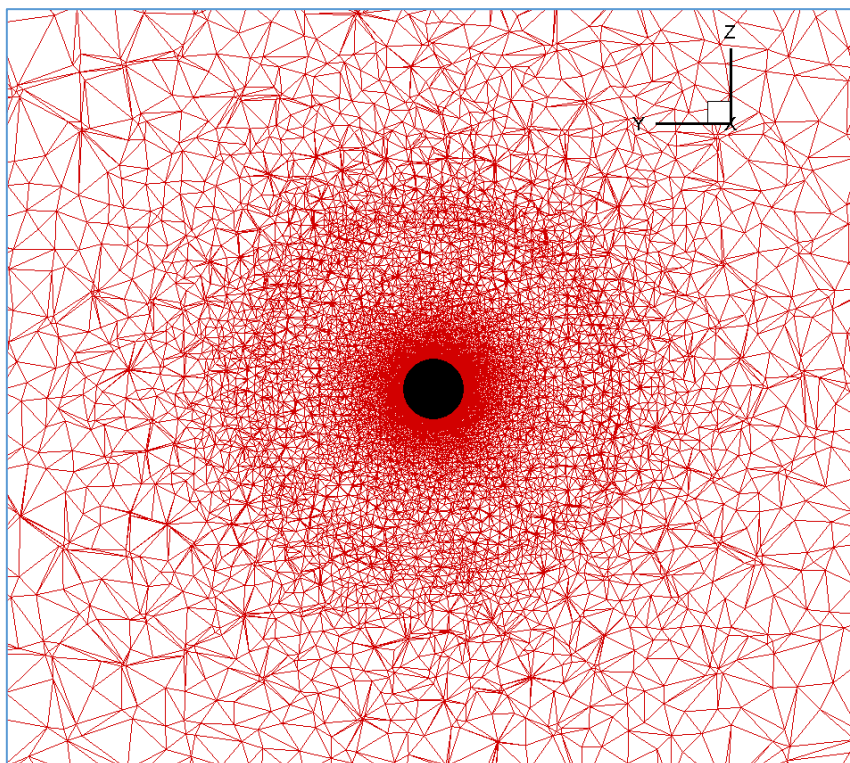


Figura 101. Malla de cálculo en un plano  $x = \text{constante}$ : malla interior deslizante que gira a velocidad angular constante. Y malla exterior fija.

Los cálculos se realizaron al ángulo de ataque de referencia: 45 grados.

Y para seis velocidades angulares distintas:  $p = \pm 1, \pm 5, \pm 10$  Hz. Es decir,  $\omega = \pm 2\pi, \pm 10\pi, \pm 20\pi$  rad / s.

Dado que el ángulo de ataque es alto, y la solución con velocidad de giro nula es no simétrica, el signo de la velocidad de giro puede influir. Que la fuerza lateral sea positiva o negativa depende de la inestabilidad global y la convectiva, debida ésta a la rugosidad. En el primer caso, una perturbación en un sentido u otro puede dirigir la fuerza lateral, pero si existe una asimetría geométrica que produce asimetría en un sentido, sí puede ser diferente el resultado según el sentido de giro. En el capítulo 1, sección II de la parte IV vimos que el valor medio de la fuerza lateral aumentaba un 7% con la malla rugosa (no estructurada) respecto la no rugosa (estructurada). Y que el efecto del ángulo de orientación era muy importante, pudiendo hacer

cambiar el signo de la fuerza lateral según sea éste. Dado que se usa la malla no estructurada para el giro, es conveniente analizar los efectos del sentido de giro.

Para comprobar los cálculos se ha analizado una solución en varios planos de corte del cuerpo. Los valores de contornos de función Q normalizada se muestran en la Figura 102 para dos secciones y en la Figura 103 para otra sección. La figura de la derecha de la primera de ellas (plano  $x/D = 7.0$ ) muestra la huella de uno de los torbellinos desprendidos anteriormente en la zona de cálculo que usa el sistema de referencia inercial. Y otro torbellino justo en la frontera de las dos zonas. Existe una producción de vorticidad espúrea en la frontera de las dos zonas claramente definida en las tres secciones.

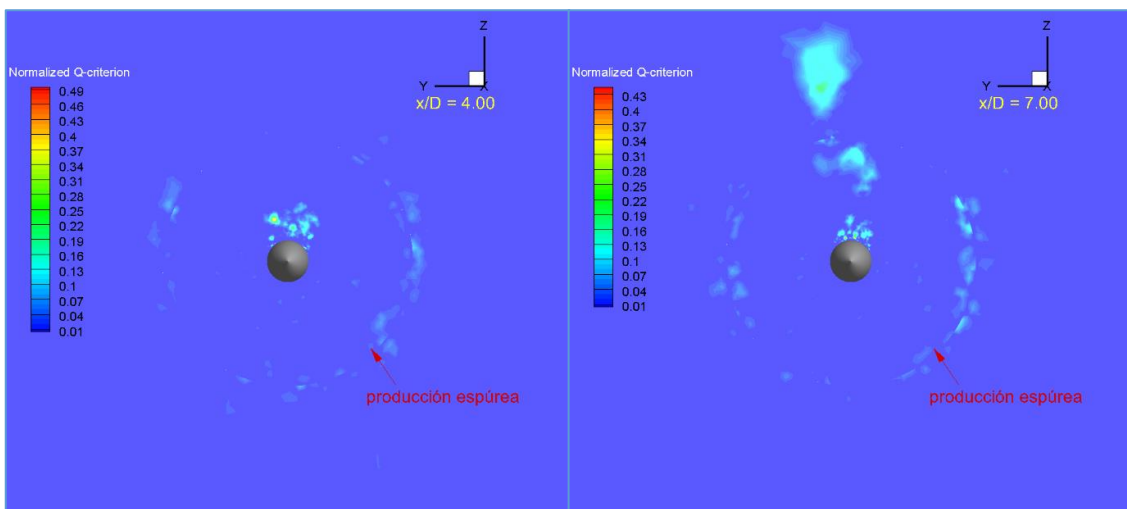


Figura 102. Contornos de la función Q normalizada: Izquierda: plano  $x/D = 4.0$ . Derecha: plano  $x/D = 7.0$ .

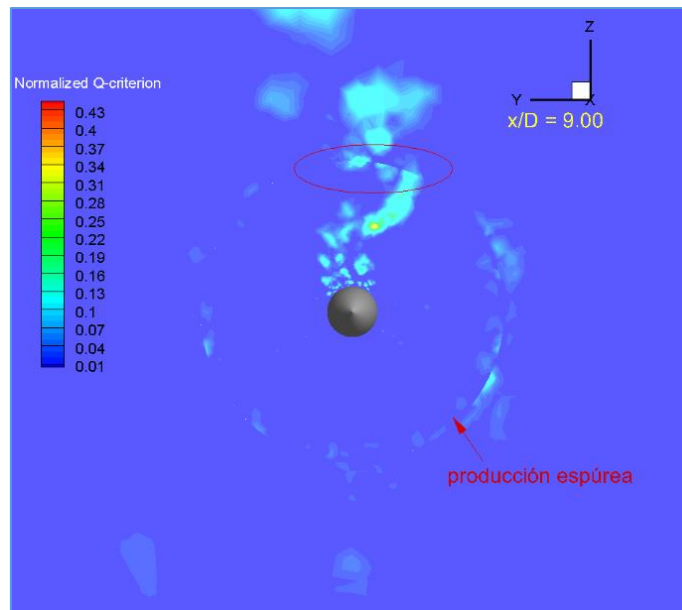


Figura 103. Contornos de la función Q normalizada: plano  $x/D = 9.0$ .

Se observa alguna discontinuidad en el desarrollo de los torbellinos en la zona de frontera ya en la zona trasera del misil y en la región no estacionaria.

Pero si se observa la huella de presiones (ver Figura 104), se ve que los gradientes de presión son pequeños en la zona de frontera entre una región de cálculo y otra. Por lo que parece suficientemente definida la zona de malla giratoria.

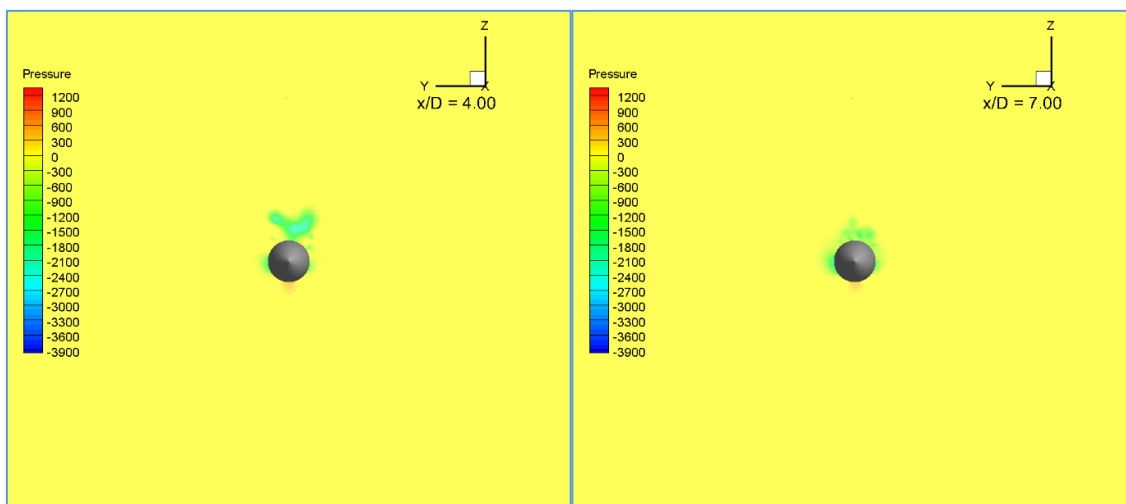


Figura 104. Contornos de presión: Izquierda: plano  $x/D = 4.0$ . Derecha: plano  $x/D = 7.0$ .

$p$ (Hz)	$C_Y$	$C_N$
-10	$-15.16 \pm 5.92$	$7.21 \pm 5.16$
-5	$-6.61 \pm 2.91$	$6.76 \pm 2.86$
-1	$-0.69 \pm 1.96$	$7.39 \pm 2.59$
1	$2.03 \pm 2.00$	$7.38 \pm 2.07$
5	$7.77 \pm 2.76$	$6.79 \pm 2.85$
10	$15.23 \pm 5.84$	$6.76 \pm 4.94$

Tabla 12. Coeficientes de fuerzas lateral y normal a varias velocidades de giro a condición de Mach = 0.2 y número de Reynolds  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque de 45 grados. Valores promediados. Modelo de turbulencia RSM- $\omega$ -SAS. Malla no estructurada.

Los resultados de los cálculos se reflejan en la Tabla 12 en términos de valores medios y desviaciones de las fuerzas lateral y normal en función de la velocidad de giro.

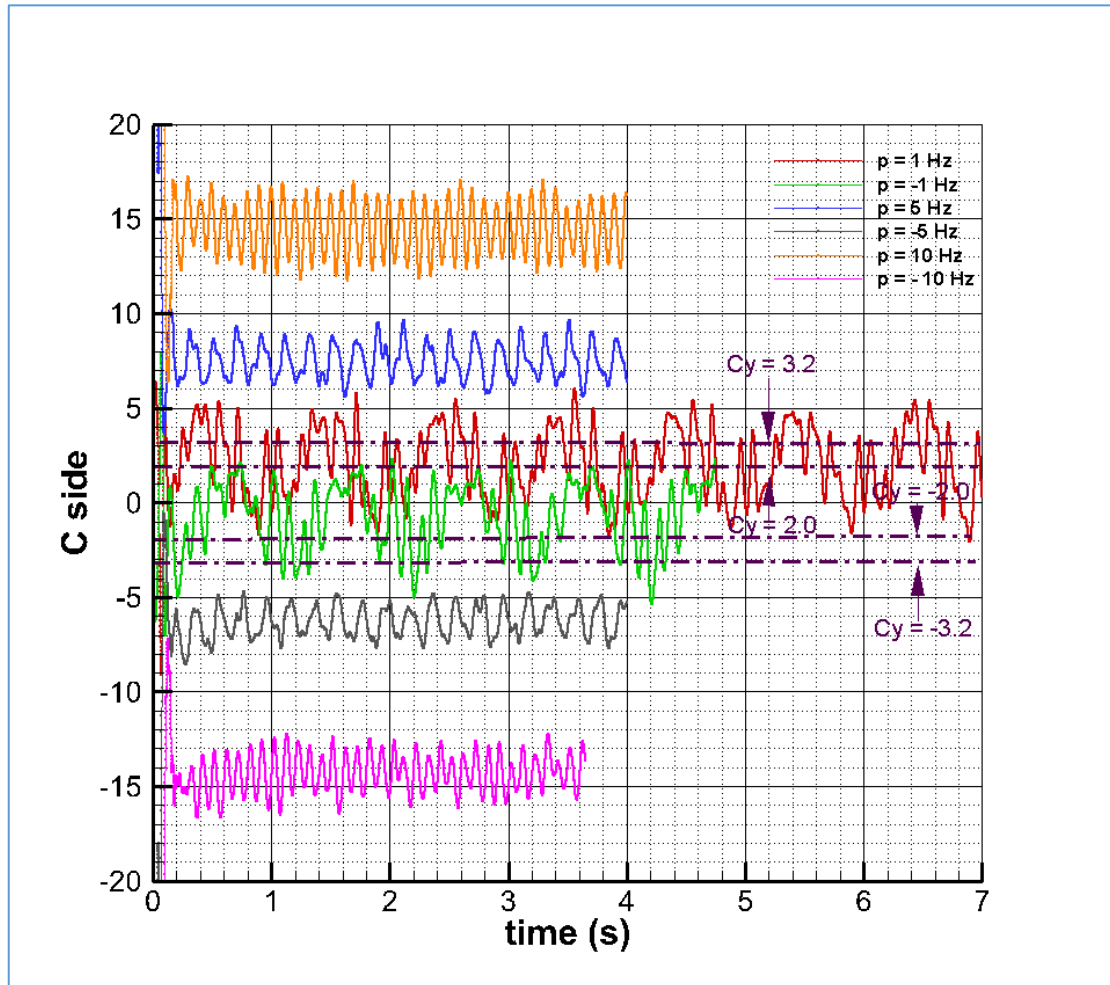


Figura 105. Historia del coeficiente de fuerza lateral a condición de Mach = 0.2 y número de Reynolds  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados. Varias velocidades de giro en balance.

Los cálculos a las diferentes velocidades de giro en la condición de referencia de Mach = 0.20 y número de Reynolds de  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque de 45 grados, se pueden ver en la Figura 105 para el coeficiente de fuerza lateral. Es importante señalar lo siguiente: al haberse utilizado la malla no estructurada, existía un importante efecto del ángulo de orientación en la fuerza lateral, tal que en los cálculos con velocidad de giro nula, a ángulo de orientación nulo ( $\Phi = 0$ ) el valor del coeficiente es 3.2 y a ángulo de orientación  $\Phi = 225$  grados este coeficiente de fuerza lateral es 2.0. Este valor puede ser negativo o positivo dependiendo de las condiciones iniciales. Una banda con los dos valores se ha definido en la curva para tenerla como referencia a la condición de velocidad de giro nula ( $p = 0$  Hz). La historia del coeficiente de fuerza normal se ve en la Figura 106. También se dibuja la banda de valores a condición de giro nula, entre el valor máximo de 8.40 y el mínimo de 7.80. La frecuencia de giro es dominante y se solapa a la frecuencias que

tenían contenido en energía, que eran las bajas frecuencias hasta aproximadamente 10 Hz en el caso de fuerza lateral, y de hasta 20 Hz en la fuerza normal.

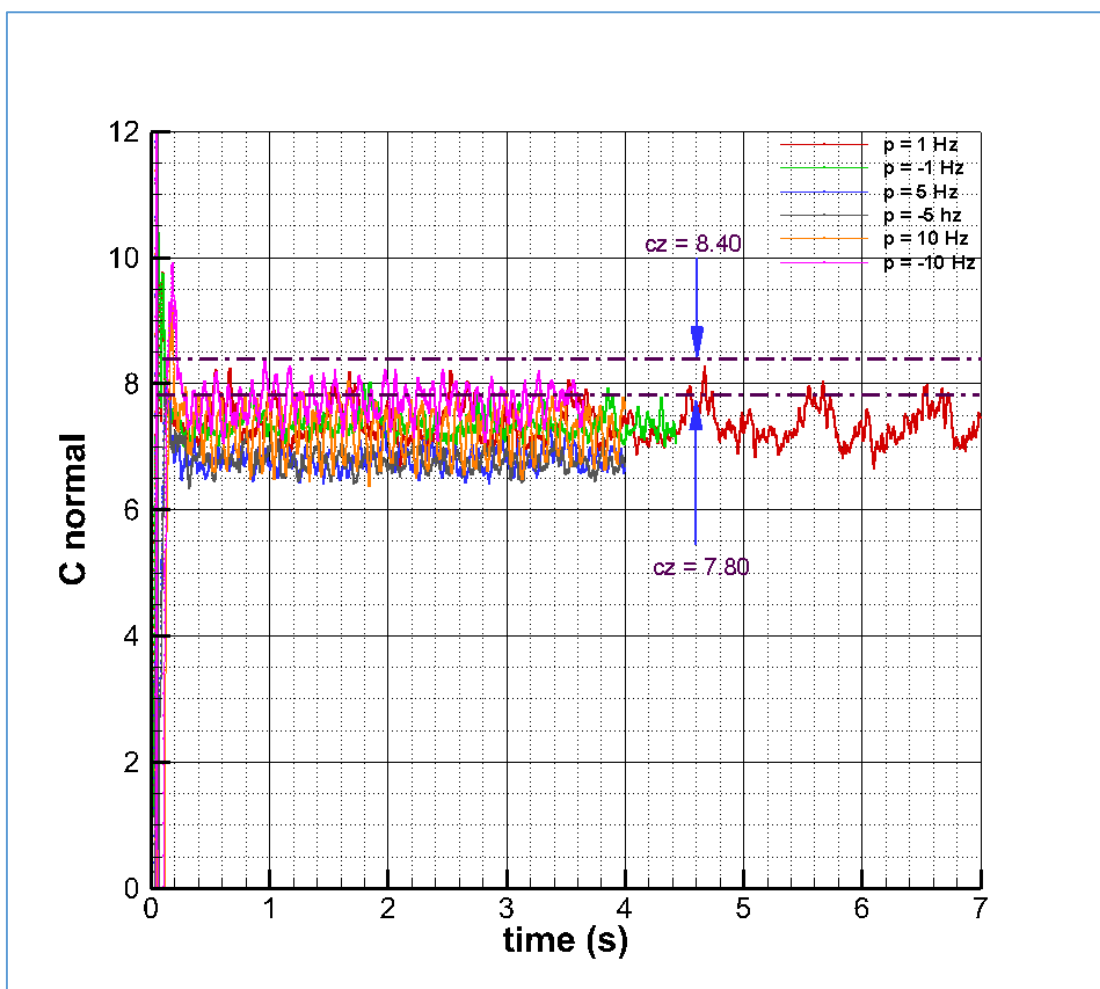


Figura 106. Historia del coeficiente de fuerza normal a condición de Mach = 0.2 y número de Reynolds  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados. Varias velocidades de giro en balance.

Con respecto a la fuerza normal, vemos que ésta se reduce al haber giro en balance, pero esta reducción es diferente en el rango de  $p = 1-5$  Hz en la que se va reduciendo, mientras que entre  $p = 5-10$  Hz aumenta un poco, aunque continúa siendo inferior a la del caso estacionario, sin giro. El efecto del giro es la aparición de una fuerza lateral adicional, tal que a velocidades altas su valor absoluto es muy similar ya sea con giro en sentido de las agujas del reloj o el contrario. Mientras que a bajas velocidades de giro, el efecto de la asimetría intrínseca del flujo hace que el valor absoluto no coincida a un giro o en el sentido contrario. Se puede ver en la Figura 105 que a  $p = 1$  Hz la fuerza lateral es mayor que a  $p = -1$  Hz. Mientras que a 5 Hz o -5 Hz estos valores ya son más parecidos. Si a ello unimos el efecto del ángulo de orientación, se puede verificar la complejidad del flujo a velocidades bajas.

La densidad espectral de potencia tanto para la fuerza lateral  $C_Y$  como para la fuerza normal  $C_Z$  se muestra en la Figura 107 y en la Figura 108 para los casos con velocidad de giro de  $p = \pm 1$  Hz. Se puede ver la frecuencia dominante de 1 Hz en la fuerza lateral, y es el doble para la fuerza normal. El efecto es mucho mayor en la fuerza lateral. Aparece una fuerza de Magnus fuera del plano debida al giro en balance, y en la dirección normal no hay cambios tan importantes.

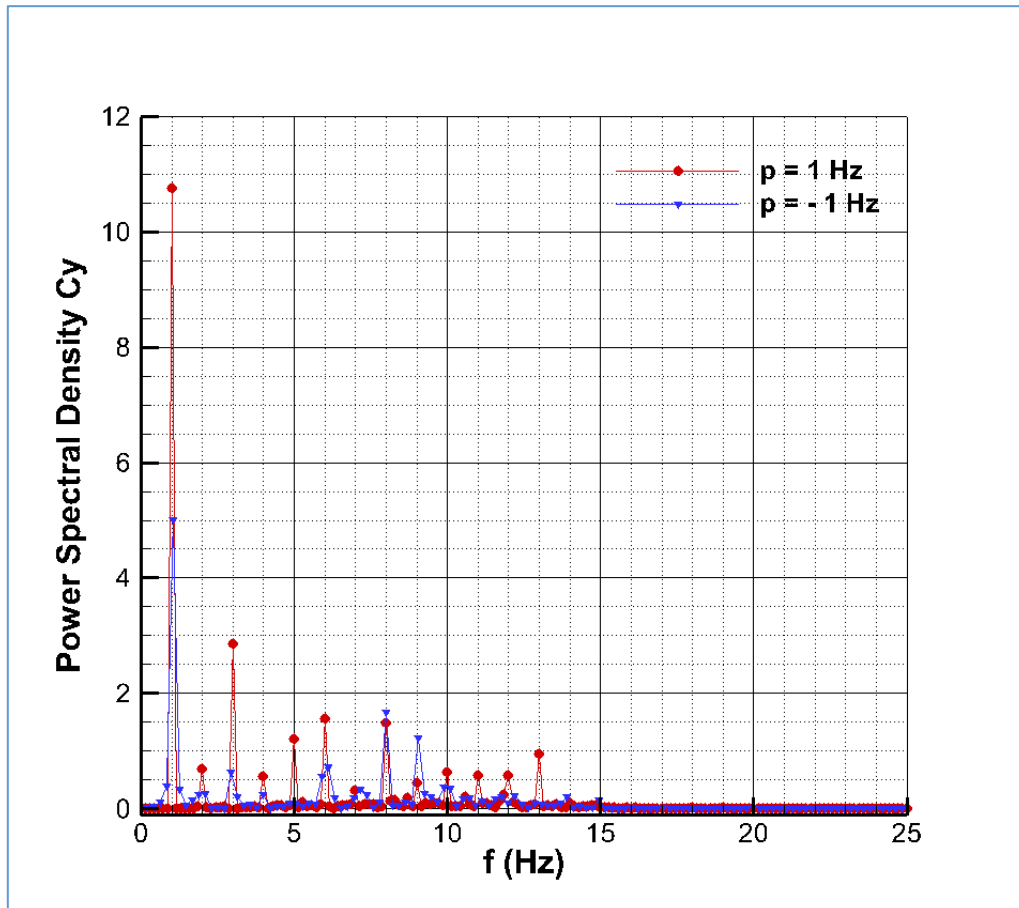


Figura 107. Densidad espectral de potencia para el coeficiente de fuerza lateral a condición de Mach = 0.2 y número de Reynolds  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados con velocidad de giro de  $\pm 1$  Hz.

Debido a que el flujo es no simétrico a condición de giro nulo, se pueden ver diferencias según se gire en sentido de las agujas del reloj o el contrario, dado que existe un patrón de flujo no simétrico anterior con un torbellino dominante en uno de los sentidos. El espectro de la fuerza normal es más continuo. Se debe alterar la estructura del flujo en el lomo y aparecerán más fluctuaciones turbulentas que den lugar a mayor no estacionaridad del flujo.

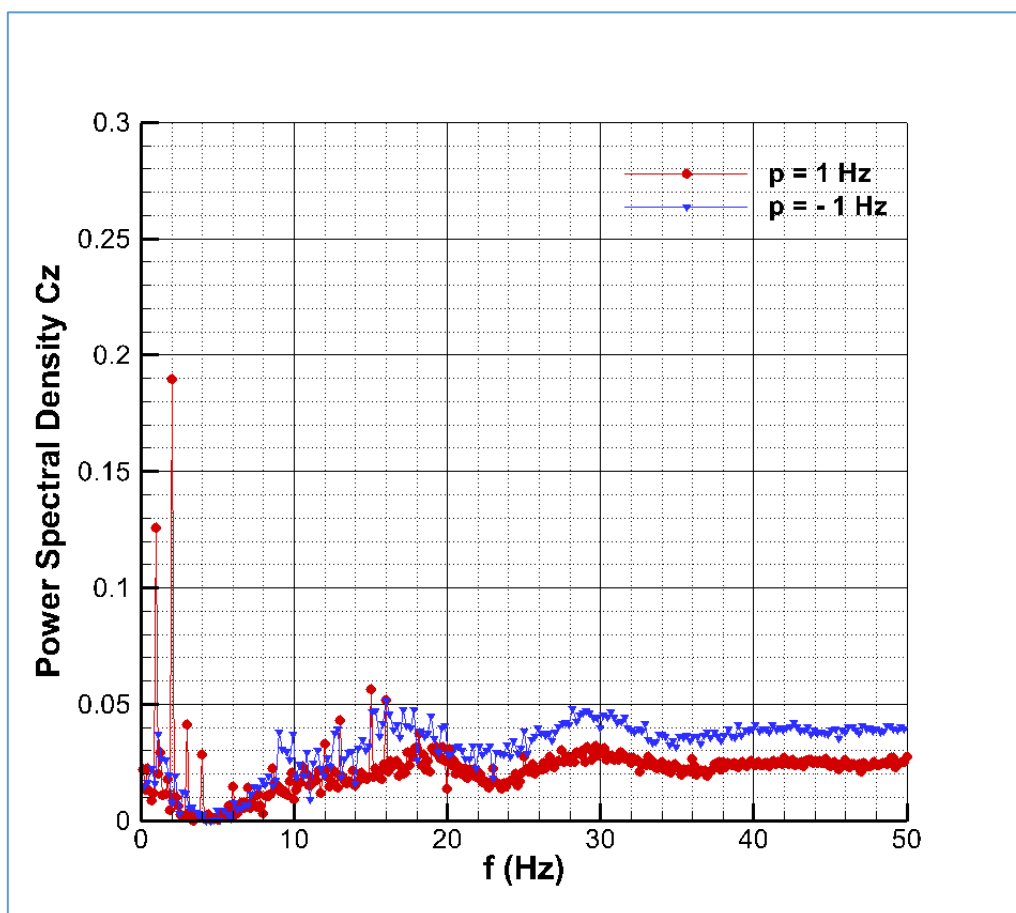


Figura 108. Densidad espectral de potencia para el coeficiente de fuerza normal a condición de Mach = 0.2 y número de Reynolds  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados con velocidad de giro de  $\pm 1$  Hz.

La densidad espectral de potencia tanto para la fuerza lateral  $C_Y$  como para la fuerza normal  $C_Z$  se muestra en la Figura 109 y en la Figura 110 para los casos con velocidad de giro de  $p = \pm 5$  Hz. Es interesante observar que en este caso hay más contenido de energía cuando el giro es negativo ( $p = -5$  Hz), a diferencia del caso de  $p = 1$  Hz. A velocidad de giro  $p = 5$  Hz el espectro es más continuo hasta 10 Hz (frecuencia doble). Con relación a la fuerza normal, en lugar de tener más contenido de energía en la frecuencia doble –como ocurre con  $p = 1$  Hz- hay un espectro más continuo también y un pico que no es a la frecuencia doble (10 Hz) sino a 20 Hz. A diferencia de



la fuerza lateral, hay un pequeño pico a  $p = 5$  Hz que no aparece a  $p = -5$  Hz. Como se ve, no son simétricas las soluciones con respecto a la velocidad de giro.

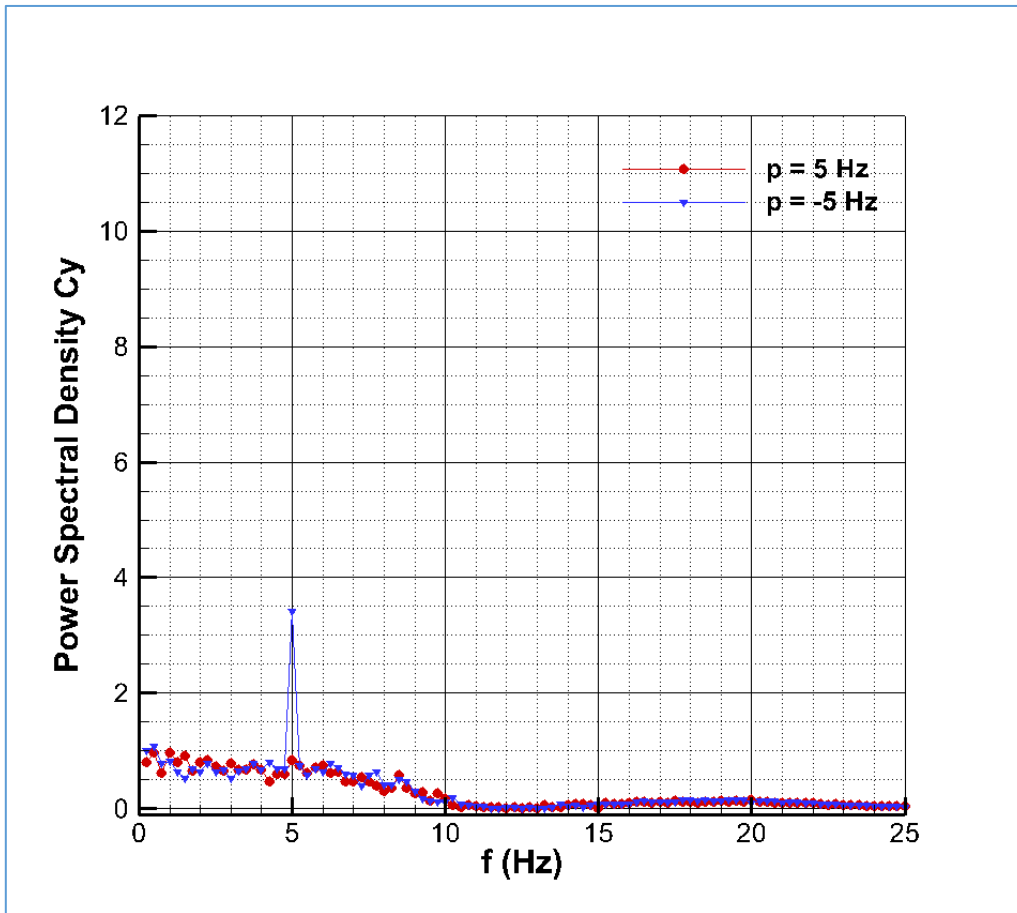


Figura 109. Densidad espectral de potencia para el coeficiente de fuerza lateral a condición de Mach = 0.2 y número de Reynolds  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados con velocidad de giro de  $\pm 5$  Hz.

La densidad espectral de potencia tanto para la fuerza lateral  $C_Y$  como para la fuerza normal  $C_Z$  se muestra en la Figura 111 y en la Figura 112 para los casos con velocidad de giro de  $p = \pm 10$  Hz. En la fuerza lateral aparece un pico asociado a la frecuencia de giro, tanto en sentido contrario a las agujas del reloj como al revés. Mayor a giros positivos como a  $p = 1$  Hz. El espectro de fuerza normal también indica que es más continuo a frecuencias hasta 30 Hz. Y se ve que las dos soluciones son más simétricas ya. Tanto los valores medios o desviaciones típicas como el espectro de densidad de potencia son muy similares a ambas velocidades de giro.

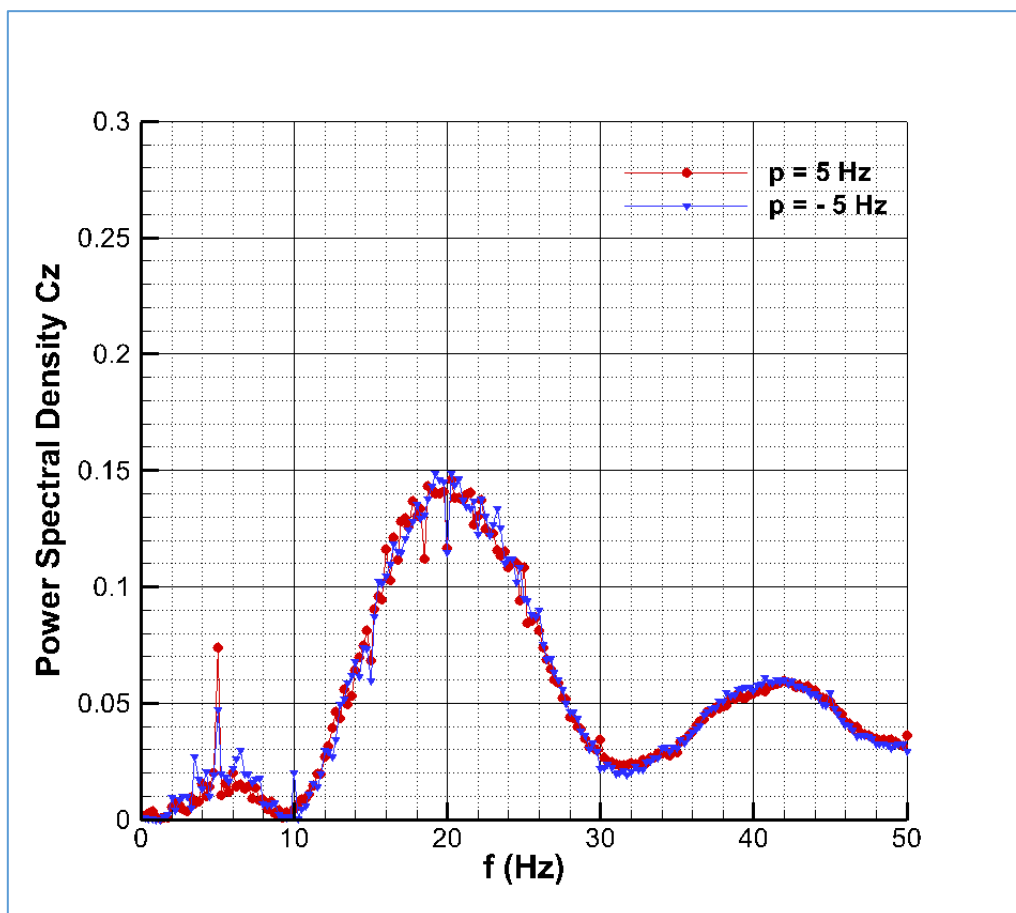


Figura 110. Densidad espectral de potencia para el coeficiente de fuerza normal a condición de Mach = 0.2 y número de Reynolds  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados con velocidad de giro de  $\pm 5$  Hz.

La fuerza lateral dominante es la fuerza de Magnus, que ya es mucho mayor a la debida a la asimetría intrínseca a esa condición de ángulo de ataque. A velocidades inferiores de giro se observa un acoplamiento entre el fenómeno del giro con fluctuaciones del flujo a frecuencias de orden similar y mayor. Hay que recordar que para el caso sin giro ( $p = 0$ ) el número de Strouhal era cercano a 0.15, i.e., la frecuencia principal es 8 Hz aproximadamente, junto a otras más bajas con contenido de energía.

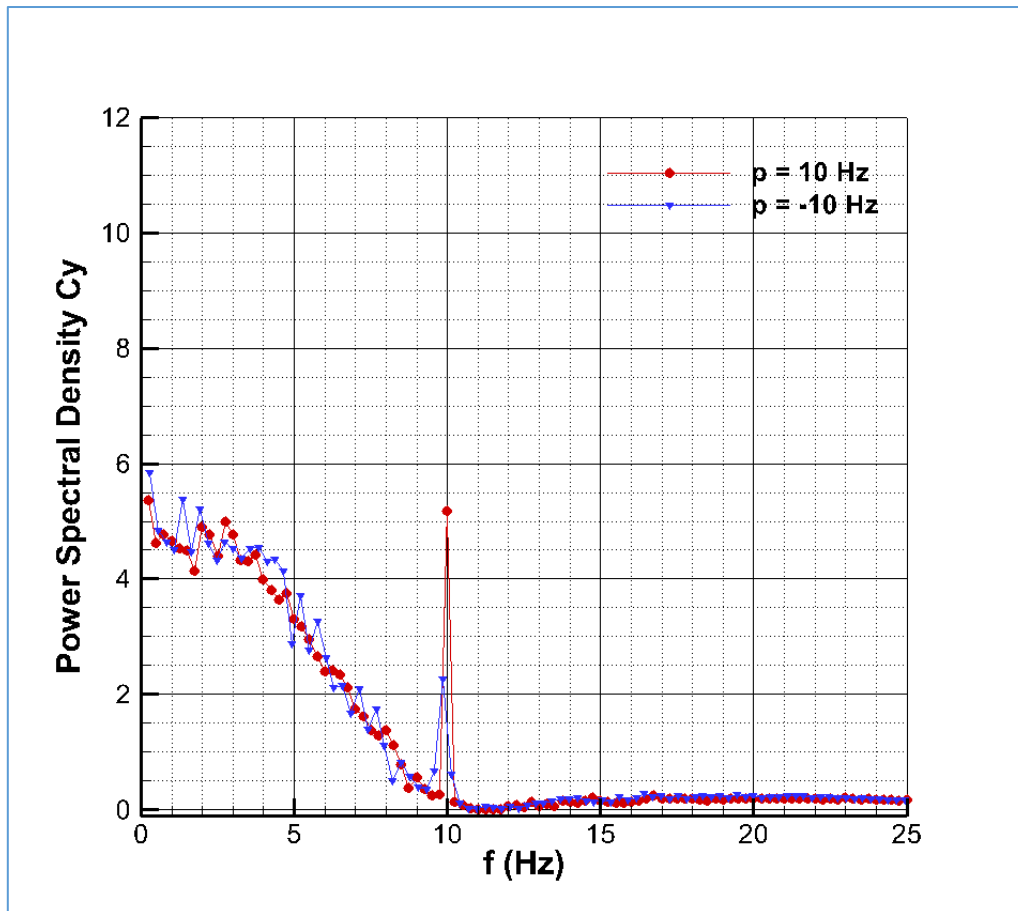


Figura 111. Densidad espectral de potencia para el coeficiente de fuerza lateral a condición de Mach = 0.2 y número de Reynolds  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados con velocidad de giro de  $\pm 10$  Hz.

Los valores de los coeficientes de fuerza lateral y normal promedios, en función de la velocidad de giro se muestran en la Figura 113. Para  $p = 0$ , se han puesto dos valores, el máximo y mínimo que se observaban según el ángulo de orientación. El intermedio entre ambos se puede tomar como valor de referencia. Las dos soluciones son muy similares en valor absoluto, pero una es positiva y la otra negativa.

Las curvas no son del todo simétricas respecto  $p = 0$ . Pero se puede ver que la relación de  $C_Y$  con  $p$  es casi lineal, debida a la fuerza Magnus. La línea discontinua roja de la curva de  $C_Y$  de la Figura 113 está trazada entre -15 y +15 de fuerza lateral, a  $p = 10 \pm \text{Hz}$ . Y la fuerza normal decrece su valor respecto a los de  $p = 0$  (8.11 y 8.44 dependiendo del ángulo de orientación) a valores bajos de velocidad de giro y se acerca al valor de  $p = 0$  para la velocidad de  $p = 10$  Hz.

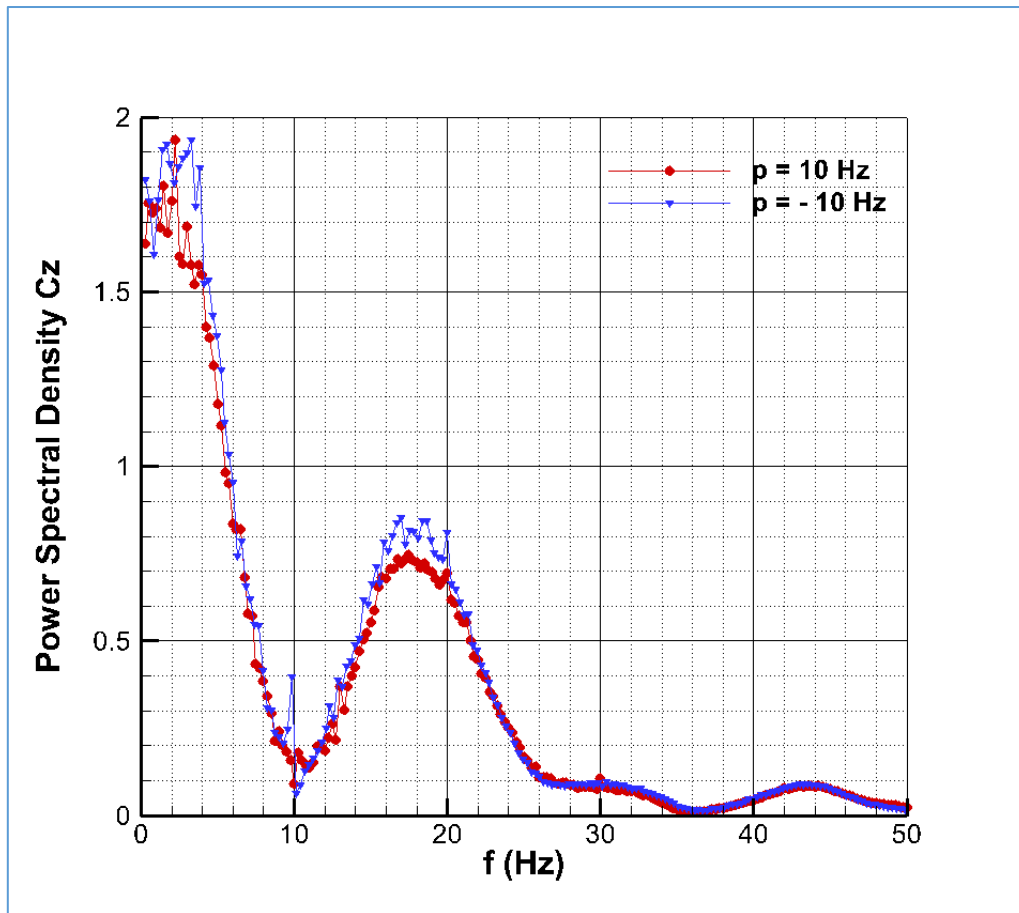


Figura 112. Densidad espectral de potencia para el coeficiente de fuerza normal a condición de Mach = 0.2 y número de Reynolds  $Re = 2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados con velocidad de giro de  $\pm 10$  Hz.

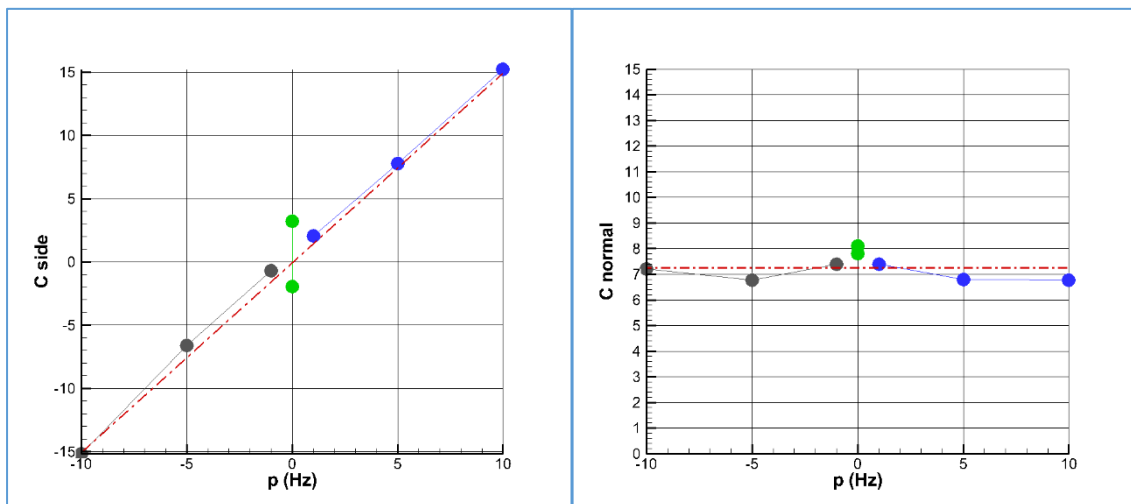


Figura 113. Coeficientes de fuerza globales en función de la velocidad de giro a condición de Mach = 0.2 y número de Reynolds  $2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados. Izquierda: Fuerza lateral. Derecha: Fuerza normal.

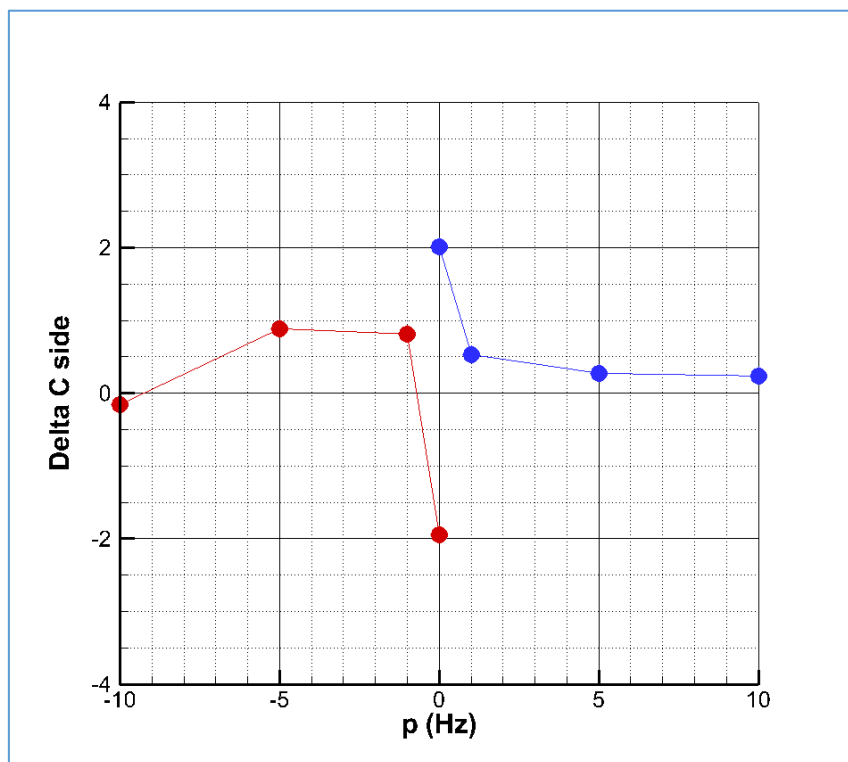


Figura 114. Desviación de fuerza lateral en función de la velocidad de giro a condición de Mach = 0.2 y número de Reynolds  $2 \cdot 10^6$  y ángulo de ataque 45 grados.

La *Figura 114* representa en las ordenadas la diferencia de valor de fuerza lateral calculada respecto a la fuerza lateral que define linealmente la curva roja discontinua de la *Figura 113*, que de algún modo representa la fuerza Magnus. Suponiendo que ésta vale -15 y 15 a las velocidades de giro más altas de  $p = \pm 10$  Hz y toda la fuerza lateral es debida al efecto Magnus. Dado que los giros a velocidades positivas dan fuerzas laterales positivas, la solución positiva a  $p = 0$  Hz se considera la inicial; y la solución negativa -obtenida para otro ángulo de orientación- se considera la inicial cuando los giros son a velocidades negativas.

Se puede observar que las diferencias tienden a cero a las velocidades altas ( $p = \pm 10$  Hz) y que a las velocidades bajas no es simétrica la curva (hay diferencia entre los valores rojos a velocidades negativas y los azules de velocidades positivas).

Estas diferencias deben ser debidas al efecto de la rugosidad, que producía variaciones de la fuerza lateral en función del ángulo de orientación (véase la Tabla 8).

Existe pues, a la vista de estos resultados, la necesidad de realizar más cálculos a velocidades más altas para confirmar la simetría de las dos soluciones –negativa y positiva velocidad de giro- y también a velocidades de giro más bajas que 1 Hz para ver cómo nos acercamos a la solución de

$p = 0$  Hz, que tenía un rango de valores en la fuerza lateral y cuyo signo dependía del ángulo de orientación pero el sentido de giro pueda dirigirla a un signo u otro.

Además, obtener información de la fuerza Magnus a la condición de ángulos más bajos –como el ángulo de 30 grados- es importante. Para ángulos bajos, y de acuerdo a los resultados y ensayos, las soluciones eran casi simétricas y no dependían del ángulo de orientación. Es de esperar sólo el efecto Magnus debido a los giros.

Cálculos al menos a un ángulo de ataque adicional son necesarios para poder estimar en primera aproximación el coeficiente  $C_{Ypa}$ . Más investigación sobre este tema queda pendiente.

# Conclusiones

El movimiento de un fluido a altos números de Reynolds en torno a cuerpos fuselados esbeltos tiene unas características muy complejas, a pesar de la simplicidad geométrica del cuerpo.

En condiciones de régimen subsónico o transónico, solamente a bajos o moderados ángulos de ataque o incidencia permanece el flujo simétrico y estacionario y dependiendo sus fuerzas linealmente con el ángulo. En función de la esbeltez, ángulo de la nariz y número de Reynolds o de las irregularidades geométricas microscópicas, el flujo a moderados y altos ángulos de ataque presenta un patrón asimétrico y con zonas diferenciadas de flujo estacionario y no estacionario. La fuerza normal (en el plano de incidencia) es no lineal con el ángulo de ataque o incidencia. Los torbellinos generados en sotavento contribuyen a la sustentación fuertemente, y el flujo en la zona adherida es no simétrico contribuyendo a generar fuerzas laterales (fuera de plano) muy altas, de orden similar a la normal. Estas fuerzas laterales varían bastante debido a las irregularidades geométricas microscópicas y son de magnitud significativamente diferentes en función de la orientación del cuerpo. Esto afecta de forma muy importante a las superficies de control, con interferencias del flujo del cuerpo sobre ellas. La interacción cuerpo y aletas deriva en un flujo aún más complejo y la aparición de más fuerzas laterales y momentos. Esto genera incertidumbre en el correcto dimensionado de las aletas de control y en la definición adecuada de las maniobras. En una configuración básica de misil, se ha observado una inversión del momento de balance en cierto rango de ángulos de ataque debido a la interacción de torbellinos desprendidos provenientes del cuerpo.

Es por ello por lo que el estudio muy detallado del flujo sobre una configuración de gran esbeltez es muy importante en el diseño de misiles, cohetes e incluso de aviones de combate con morros esbeltos y puntiagudos.

En esta tesis se ha hecho un estudio numérico del movimiento fluido en torno a un cuerpo de revolución a condiciones de baja velocidad. Una configuración axisimétrica de ojiva-cilindro de esbeltez moderada ha sido el cuerpo de referencia para estudiar el movimiento fluido a régimen subsónico y flujo turbulento. Los efectos del ángulo de ataque o incidencia y de la esbeltez se han analizado, así como la fuerza Magnus que aparece en giro en balance a velocidad constante de rotación.

La información experimental disponible así como estudios teóricos anteriores, han sido determinantes para sacar conclusiones sobre la naturaleza del flujo. La simulación está basada en la resolución de las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas, usando modelos de turbulencia avanzados. Para obtener buenos resultados numéricos ha sido necesario generar mallas de cálculo

finas y muy densas en superficie, así como utilizar un modelo de turbulencia de esfuerzos de Reynolds (RSM) con la mejora del método 'Scale Adaptive Simulation' (SAS), que no usa la hipótesis de isotropía y utiliza dos escalas turbulentas, que permiten capturar mejor el espectro de turbulencia, en particular a números de onda altos.

La simulación resuelve adecuadamente la asimetría intrínseca del flujo a partir de un ángulo de ataque determinado, y la existencia de varias zonas de flujo, una estacionaria en la zona de influencia del morro, y otra no estacionaria en la parte trasera. Esta última zona se extiende aguas arriba a medida que crece el ángulo de ataque o incidencia.

Se ha podido observar también de forma teórica que un cuerpo con similar nariz y esbeltez grande, a un ángulo de ataque alto muestra la existencia de hasta tres regiones del flujo características; incluso una región adicional cercana a la base. Estas regiones fueron observadas experimentalmente para misiles de esbelteces altas y a valores bajos del número de Mach y del número de Reynolds. La existencia de las tres regiones está condicionada a la esbeltez del cuerpo. Para valores pequeños de la esbeltez, el efecto de la nariz es predominante y aunque el flujo puede ser asimétrico debido a una inestabilidad global con origen en la punta, éste es estacionario. La región estacionaria predomina y la región no estacionaria es pequeña y tiene oscilaciones pequeñas. A esbelteces moderadas o altas la aparición y extensión de las regiones no estacionarias –denominadas regiones 1 y 2- hace que el flujo sea no estacionario y asimétrico, limitándose el incremento de fuerzas laterales con la esbeltez, debido a que la fuerza lateral promedio es nula en la zona trasera, más alejada de la punta y con menor efecto de ésta.

Con relación al efecto del ángulo de ataque y el ángulo de comienzo de la asimetría, los resultados obtenidos confirman que una malla de cálculo estructurada suficientemente fina y axisimétrica parece emular a un cuerpo suave y pulido en el que los efectos del ángulo de orientación no existen, y a partir de un cierto ángulo de ataque existe una inestabilidad global (o temporal) que genera dos posibles soluciones asimétricas iguales y espejo una de la otra. El resultado es una solución bi-estable asimétrica del flujo a un ángulo de ataque suficientemente alto, en la que la solución o su solución imagen dependen de perturbaciones iniciales del flujo de la corriente libre. Los resultados teóricos van en consonancia con los resultados experimentales del cuerpo pulido.

Una malla de cálculo con irregularidades tales que emula a un cuerpo rugoso –como la malla no estructurada generada- permite cuantificar efectos debidos a la inestabilidad convectiva, que se añaden a la inestabilidad hidrodinámica o global; efectos muy importantes que llevan a grandes variaciones de las fuerzas globales sobre el cuerpo con dependencia del ángulo de orientación o azimut, existiendo por tanto un efecto de la dirección de las perturbaciones originadas, que deben producirse en todo el cuerpo; pero el efecto de las irregularidades en la nariz es predominante. Los resultados experimentales cuantifican este efecto importante de la rugosidad en términos de



mayor fuerza lateral y adelanto del ángulo de comienzo del flujo asimétrico. Los resultados teóricos indican un menor efecto, debido a que la rugosidad intrínseca sea probablemente menor que la del cuerpo ensayado; pero reproducen bien el efecto de la inestabilidad convectiva que se genera y anticipan un adelanto del ángulo de comienzo de la asimetría.

Cálculos realizados con giro en balance no nulo -con velocidades de giro de hasta  $20\pi$  rad/s- indican que la estructura del flujo se hace más compleja. Los efectos de la rugosidad hacen que a giros con baja velocidad, la fuerza lateral tiene una componente adicional a la fuerza Magnus generada, que no es igual dependiendo de velocidades de giro positivas o negativas. A medida que aumenta la velocidad, este efecto se reduce al ser predominante la fuerza Magnus y de igual valor absoluto con independencia del signo de la velocidad.

Los resultados teóricos parecen confirmar pues muchas de las observaciones experimentales, siempre y cuando la simulación utilice mallas de cálculo muy densas que reproduzcan la geometría hasta niveles de rugosidad muy bajos, se utilicen métodos de segundo orden de integración temporal y sea por medio de modelos de turbulencia de alto nivel, como *RSM- $\omega$  SAS*, que es un modelo de esfuerzos de Reynolds que abandona la hipótesis de isotropía y permite resolver mejor el espectro de turbulencia.

Una buena caracterización del problema numérico de este tipo de configuraciones permitirá mayor precisión en el diseño de misiles y anticipar los posibles problemas en el control a determinadas maniobras.

Un avance en la simulación teórica permite el ahorro de recursos y de ensayos experimentales. Un problema que ha estado presente en el estudio realizado como es el excesivo tiempo de cálculo, se irá reduciendo a medida que los recursos computacionales aumenten y la potencia de cálculo mejore.



# Bibliografía

- [1] P. Champigny, “*High Angle of Attack Aerodynamics*”, AGARD R-804 Special Course on Missile Aerodynamics, June 1994, pp 5-1-5-19.
- [2] P. Champigny, “*Reynolds number Effect on the Aerodynamic characteristics of an ogive-cylinder at high angles of attack*”, AIAA No. 84-2176, August 1984. <https://doi.org/10.2514/6.1984-2176>.
- [3] P.J. Lamont, “*The complex asymmetric flow over a 3.5D ogive nose and cylindrical afterbody at high angles of attack*”, AIAA N0. 82-0053, 1982. <https://doi.org/10.2514/6.1982-53>.
- [4] R.L. Kruse, E.R. Keener and G.T. Chapman, “*Investigation on the asymmetric aerodynamic Characteristics of cylindrical bodies of revolution with variations in nose geometry and rotational orientations at angles of attack to 68 degrees and Mach numbers to 2*”, NASA TM-78533, 1979.
- [5] E.R. Keener, G. T. Chapman, “*Similarity on vortex asymmetries over slender bodies and wings*”, AIAA Journal Vol. 15, n0.9, pp 1370-1372, September 1977. <https://doi.org/10.2514/3.60795>.
- [6] D. Degani, M. Tobak, “*Numerical, Experimental and Theoretical Study of convective Instability of flows over pointed bodies at incidence*”, AIAA 91-0291, Reno, Nevada, USA, 7-10 January 1991. <https://doi.org/10.2514/6.1991-291>.
- [7] G. Zilliac, D. Degani, M. Tobak, “*Asymmetric Vortices on a slender body of revolution*”, AIAA Journal Vol. 29, n0.5, May 1991. <https://doi.org/10.2514/3.59934>.
- [8] S.E. Ramberg, “*The effects of yaw and finite length upon the vortex wakes of stationary and vibrating circular cylinders*”, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 128, pp. 81-107, 1983. <https://doi.org/10.1017/S0022112083000397>.
- [9] D.H. Bridges, “*The asymmetric vortex wake problem- Asking the right question*”, AIAA-2006-3553, San Francisco, California, USA, 5-8 June 2006. <https://doi.org/10.2514/6.2006-3553>.
- [10] B. L. Hunt, “*Asymmetric vortex forces and wakes on slender bodies*”, AIAA No- 82-1336, August 1982. <https://doi.org/10.2514/6.1982-1336>.
- [11] S. Mahadevan, J. Rodríguez, R. Kumar, “*Effect of Controlled Imperfections on the Vortex Asymmetry of a Conical Body at high incidence*”, AIAA-2017-3240, Denver, Colorado, USA, 5-9 June 2017. <https://doi.org/10.2514/6.2017-3240>.
- [12] R. Kumar, Tufan Kumar, Rajan Kumar, “*Role of Secondary shear-layer vortices in the development of flow asymmetry on a cone-cylinder body at high angles of incidence*”, Experiments in Fluids (2020), 61:215. <https://doi.org/10.1007/s00348-020-03045-y>.

- [13] Bao-Feng Ma, Yu Huang, Xue-Ying Deng, “*Dynamic Responses of Asymmetric Vortices over slender bodies to a rotating tip perturbation*”, *Exp. Fluids* (2016), 57:54. <https://doi.org/10.1007/s00348-016-2139-3>.
- [14] J.R. Deane, “*An Experimental and Theoretical Investigation into the Asymmetric Vortex Flows Characteristics of Bodies of Revolution at High Angles of Incidence in Low Speed Flow*”, GARTEUR TP-019, Final Report of GARTEUR AG04, July 1984.
- [15] B. B. Prananta, S. Deck, P. d’Espiney, A. Jirasek, A. Kovak, M. Leplat, C. Nottin, K. Petterson, I. Wrisdale “*Numerical Simulation of Turbulent Subsonic and Transonic Flows about Missile Configurations*”, Final Report GARTEUR (AD) AG42 Missile Aerodynamics, NLR-TR-2007-704, 2007.
- [16] Frank M. White, “*Viscous Fluid Flow*”, Second Edition, Mc Graw Hill, Inc., 1991, ISBN 0-07-069712-4.
- [17] C. Hirsch, “*Numerical Computation of Internal and External Flows, Volume 1: Fundamentals of Numerical Discretization*”, John Wiley & Sons, 1988, ISBN 0 471 91762 1 (cased).
- [18] Frank M. White, “*Mecánica de Fluidos*”, Mc Graw Hill, Inc, 1988, ISBN 968-451-581-2 (Ed. Español). ISBN 0-07-069667-5.
- [19] John Anderson, Jr., “*Computational Fluid Dynamics, The Basics with Applications*”, Mc Graw Hill, Inc, 1995, ISBN 0-07-001685-2.
- [20] D. Knight *et al.*, “*Turbulence in Compressible Flows*”, AGARD-R-819, June 1997. ISBN 92-836-1057-1.
- [21] F.R. Menter, J. Schütze, K.A. Kurbatskii, M. Gritskevich and A. Garbaruk, “*Scale-Resolving Simulation Techniques in industrial CFD*”, AIAA 2011-3474, Honolulu, Hawaii, USA, 27-30 June 2011. <https://doi.org/10.2514/6.2011-3474>.
- [22] “*ANSYS FLUENT Theory Guide. Release 19.1*”. ANSYS, Inc. Southpointe 2600 ANSYS Drive. Canonsburg, PA 15317, April 2018.
- [23] F.R. Menter, Y. Egorov, “*A Scale-Adaptive Simulation Model using Two-Equation Models*”, AIAA 2005-1095, Reno, USA, 10-13 January 2005. <https://doi.org/10.2514/6.2005-1095>.
- [24] F.R. Menter, M. Kuntz, R. Bender, “*A Scale-Adaptive Simulation Model for Turbulent Flow Predictions*”, AIAA 2003-0767, Reno, USA, 6-9 January 2003. <https://doi.org/10.2514/6.2003-767>.
- [25] F.R. Menter, Y. Egorov, “*The Scale-Adaptive Simulation Method for Unsteady Turbulent Flow Predictions. Part 1: Theory and Model Description*”, *Flow Turbulence Combustion* (2010) 85:113-138, 2010, <https://doi.org/10.1007/s10494-010-9264-5>.

- 
- [26] Y. Egorov, F.R. Menter, R. Lechner, D. Cokljat, “*The Scale-Adaptive Simulation Method for Unsteady Turbulent Flow Predictions. Part 2*”: Application to Complex Flows, *Flow Turbulence Combustion* (2010) 85:139-165, 2010, <https://doi.org/10.1007/s10494-010-9264-4>.
- [27] A. Jameson, “*Time dependent Calculations using Multigrid, with applications to Unsteady Flows past Airfoils and Wings*”, AIAA 91-1596, June 1991. <https://doi.org/10.2514/6.1991-1596>.
- [28] Peter Elliason, Jan Nordström, “*The Development of an Unsteady Solver for Moving meshes*”, Technical Report FFA TN 1995-39, 1995.
- [29] Andrea Arnone, Meng-Sing Liou and Louis A. Povinelli, “*Multigrid Time-Accurate Integration of Navier-Stokes Equations*”, AIAA-93-3361, 1993. <https://doi.org/10.2514/6.1993-3361>
- [30] S. Bosnyakov, I. Kursakov, S. Mikhaylov and V. Vlasenko, “*Calculations of Unsteady Flows Around High-Lift Configurations based on a Zonal Approach*”, *Progress in Flight Physics, Volume 7, EUCASS Book Series*, Torus Press, 2015, ISBN: 978-5-94588-165-5.
- [31] Yves Dubief, Franck Delcayre, “*On Coherent-vortex Identification in Turbulence*” *Journal of Turbulence*, 1, N11, 2011.
- [32] J. Taligoski, E. Fernández, R. Kumar, “*Experimental Investigation of Vortex Asymmetry on a Conical Forebody at High Angles of Incidence*”, AIAA 2014-0051, 13-17 January 2014, Maryland, USA. <https://doi.org/10.2514/6.2014-0051>.
- [33] J. Taligoski, A. Uzun, R. Kumar, “*Numerical Investigation of Vortex Asymmetry on a Conical Forebody at High Angles of Incidence*”, AIAA 2014-0052, 13-17 January 2014, Maryland, USA. <https://doi.org/10.2514/6.2014-0052>.
- [34] J. Taligoski, E. Fernández, A. Uzun, R. Kumar, “*Study of the Roll Orientation Effects on Vortex Asymmetry on a Conical Forebody at High Angles of Incidence*”, AIAA 2015-0547, 5-9 January 2015, Florida, USA. <https://doi.org/10.2514/6.2015-0547>.
- [35] José Jiménez-Varona, Gabriel Liaño, José L. Castillo, Pedro L. García-Ybarra, “*Steady and Unsteady Asymmetric Flow Regions past an Axisymmetric Body*”, *AIAA Journal*, Vol. 59, No. 9 (2021), pp. 3375-3386, September 2021. <https://doi.org/10.2514/1.J059987>.