

TESIS DOCTORAL

**PROCESOS DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE Y PRODUCCIÓN
DE SERVICIOS EDUCATIVOS: UN ANÁLISIS SOBRE LAS
COMPETENCIAS MATEMÁTICA Y FINANCIERA**

José Antonio Molina Marfil

Licenciado en Ciencias Económicas y Empresariales

Departamento de Análisis Económico II

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

Universidad Nacional de Educación a Distancia



2015

TESIS DOCTORAL

**PROCESOS DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE Y PRODUCCIÓN
DE SERVICIOS EDUCATIVOS: UN ANÁLISIS SOBRE LAS
COMPETENCIAS MATEMÁTICA Y FINANCIERA**

José Antonio Molina Marfil

Licenciado en Ciencias Económicas y Empresariales

Director: Dr. Óscar David Marcenaro Gutiérrez

Codirectora: Dra. Ana Martín Marcos

Departamento de Análisis Económico II

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

Universidad Nacional de Educación a Distancia



2015

A María y Antonio, mis padres,
por su cariño de siempre

A Ana y Óscar,
por su ejemplo de dedicación a la investigación
y su generoso apoyo para culminar este proyecto

ÍNDICE

Índice de tablas	9
Índice de figuras	13
Acrónimos y abreviaturas	15
INTRODUCCIÓN	19
CAPÍTULO 1. PRODUCCIÓN Y EFICIENCIA	27
1.1. Introducción.....	27
1.2. Fronteras de eficiencia y funciones de distancia.....	29
1.3. El análisis de los procesos de producción y de la eficiencia.....	34
1.3.1. Metodologías no paramétricas	35
1.3.2. Metodologías de estimación paramétricas	43
1.4. El proceso de integración metodológica de los enfoques paramétricos y no paramétricos	54
CAPÍTULO 2. PRODUCCIÓN Y EFICIENCIA EN EDUCACIÓN	59
2.1. Introducción.....	59
2.2. La especificación de la función de producción de servicios educativos	60
2.3. Métodos de estimación de la función de producción educativa y análisis de la eficiencia.....	66
2.4. La enseñanza secundaria en España y los estudios sobre producción y eficiencia	71
CAPÍTULO 3. PROCESOS DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE Y PRODUCCIÓN DE SERVICIOS EDUCATIVOS: HACIA UNA VISIÓN INTEGRADA	79
3.1. Introducción.....	79
3.2. Los planteamientos sistémicos sobre el proceso de producción educativa	80
3.3. El alumnado: aprendizaje autorregulado y rendimiento académico	84
3.4. El profesorado: estrategias de enseñanza y producción de servicios educativos	93
3.5. Procesos de enseñanza-aprendizaje y reconsideración de la función de producción educativa.....	99
3.6. Conclusiones.....	106
CAPÍTULO 4. PROCESOS DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE Y PRODUCCIÓN EDUCATIVA: UN ANÁLISIS DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA	109
4.1. Introducción.....	109
4.2. La metodología multinivel.....	110
4.3. Los datos PISA y el análisis de la producción de servicios educativos	115
4.3.1. Datos y diseño muestral	120
4.3.2. La singularidad metodológica de los valores plausibles como <i>outputs</i>	123
4.3.3. La competencia matemática: definición del dominio y de sus grados de desarrollo.....	128
4.3.4. Los <i>outputs</i> del estudio	130
4.4. Procesos de enseñanza-aprendizaje y selección de <i>inputs</i> con datos PISA.....	135
4.5. Estimaciones y análisis de resultados	176
4.5.1. Aplicación I	178
4.5.2. Aplicación II	192
4.6. Conclusiones.....	200

CAPÍTULO 5. PROCESOS DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE Y COMPETENCIA MATEMÁTICA: DIFERENCIAS DE GÉNERO.....	213
5.1. Introducción.....	213
5.2. La competencia matemática y las diferencias de género	214
5.3. La situación española.....	219
5.4. Procesos de enseñanza-aprendizaje y diferencias entre alumnos y alumnas	223
5.4.1. Datos.....	223
5.4.2. Estimaciones y análisis de resultados	228
5.5. Conclusiones.....	242
CAPÍTULO 6. PROCESOS DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE Y NIVELES DE DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA	247
6.1. Introducción.....	247
6.2. Regresión logística multinivel	248
6.3. Niveles elementales y excelentes: el papel de los procesos de enseñanza-aprendizaje	252
6.3.1. Datos.....	253
6.3.2. Estimaciones y análisis de resultados	259
6.4. Conclusiones.....	267
CAPÍTULO 7. ENSEÑANZA, VARIABLES INSTITUCIONALES Y RENDIMIENTO ESCOLAR: EL CASO DE LA COMPETENCIA FINANCIERA	271
7.1. Introducción.....	271
7.2. La competencia financiera en PISA 2012.....	273
7.2.1. Definición del dominio y caracterización de los <i>outputs</i>	275
7.2.2. Diferencias en los grados de desarrollo de la competencia financiera en la OCDE	283
7.3. Variables institucionales y desarrollo de la competencia financiera en la OCDE	289
7.3.1. Muestra y variables utilizadas.....	289
7.3.2. Modelos estimados y análisis de los resultados	296
7.4. Conclusiones.....	306
CAPÍTULO 8. CONCLUSIONES	309
BIBLIOGRAFÍA	319

Índice de tablas

Tabla 1.1: Métodos para el análisis de la producción y la eficiencia.....	35
Tabla 3.1: Variables relevantes para un análisis integral de la producción educativa.....	104
Tabla 4.1: Dominios evaluados en PISA: 2000-2012.....	117
Tabla 4.2: Características de los dominios de Matemáticas, Lectura y Ciencias PISA 2012.....	118
Tabla 4.3: Niveles de los grados de desarrollo de la competencia matemática en PISA 2012.....	129
Tabla 4.4: Estadísticos de Valores Plausibles en Matemáticas del alumnado español (<i>outputs</i>)...	131
Tabla 4.5: Grado de desempeño de los países de la OCDE en Matemáticas (PISA 2012).....	132
Tabla 4.6: Estadísticos descriptivos de las variables explicativas (<i>inputs</i>). Aplicación I.....	161
Tabla 4.7: Distribución por percentiles de las variables índice empleadas.....	162
Tabla 4.8: Distribución de los índices de Experiencia con las Matemáticas Aplicadas y Puras....	162
Tabla 4.9: Distribución de los índices de motivación instrumental e intencional.....	163
Tabla 4.10: Distribución de los índices de grado de compromiso con las Matemáticas.....	164
Tabla 4.11: Distribución de los índices de gestión del aula por el profesorado.....	166
Tabla 4.12: Distribución del índice de grado de uso de las TIC en clase de Matemáticas.....	166
Tabla 4.13: Tamaño de los centros educativos.....	167
Tabla 4.14: VP medio del alumnado por tercil del nivel socioeconómico medio del centro.....	168
Tabla 4.15: Descriptivos de los <i>inputs</i> por terciles ESCSC (efecto <i>peer</i>). Aplicación I.....	169
Tabla 4.16: Estrategias didácticas por orden de relevancia y tercil ESCSC. Aplicación I.....	171
Tabla 4.17: Estadísticos descriptivos de las variables explicativas (<i>inputs</i>). Aplicación II.....	173
Tabla 4.18: Estrategias didácticas por orden de relevancia y tercil ESCSC. Aplicación II.....	176
Tabla 4.19: Modelo nulo. Estimación multinivel de la competencia matemática, Aplicación I....	179
Tabla 4.20: Estimadores multinivel competencia matemática Aplicación I. (Continúa).....	182
Tabla 4.21: Estimadores multinivel competencia matemática Aplicación I. (Continúa).....	183
Tabla 4.22: Estimadores multivinel competencia matemática Aplicación I. (Conclusión).....	184

Tabla 4.23: Modelo nulo. Estimación multinivel de la competencia matemática. Aplicación II...	193
Tabla 4.24: Estimadores multinivel competencia matemática Aplicación II (Continúa).....	196
Tabla 4.25: Estimadores multinivel competencia matemática Aplicación II. (Continúa).....	197
Tabla 4.26: Estimadores multinivel competencia matemática Aplicación II (Conclusión).	198
Tabla 5.1: Desarrollo competencia matemática en España. Niveles y género en PISA 2012.....	220
Tabla 5.2: Valores plausibles competencia matemática por género.....	224
Tabla 5.3: Estadísticos de las variables explicativas (<i>inputs</i>) por género. Aplicación I.....	225
Tabla 5.4: Estadísticos de las variables explicativas (<i>inputs</i>) por género. Aplicación II.....	226
Tabla 5.5: Modelos nulos para hombres y mujeres. Aplicación I.	229
Tabla 5.6: Estimadores multinivel por género. Aplicación I. (Continúa).....	230
Tabla 5.7: Estimadores multinivel por género. Aplicación I. (Conclusión).	231
Tabla 5.8: Modelos nulos para hombres y mujeres. Aplicación II.....	237
Tabla 5.9: Estimadores multinivel por género. Aplicación II. (Continúa).	238
Tabla 5.10: Estimadores multinivel por género. Aplicación II. (Conclusión).....	239
Tabla 6.1: Estadísticos de los <i>outputs</i> de las regresiones logísticas multinivel.....	253
Tabla 6.2: Descriptivos por niveles de competencia PISA baja y alta.	256
Tabla 6.3: Alumnado por niveles competencia, nivel socioeconómico medio y tipo de centros... 257	257
Tabla 6.4: Modelos nulos logísticos multinivel por grado de desarrollo de la competencia.....	260
Tabla 6.5: Estimadores logísticos multinivel por grado de desarrollo de la competencia.....	262
Tabla 7.1: Principios para el diseño de programas de Educación Financiera de alta calidad.....	276
Tabla 7.2: Dimensiones de la competencia financiera evaluada en PISA 2012.....	278
Tabla 7.3: Definición de los niveles de grado de desarrollo de la competencia financiera.....	281
Tabla 7.4: Puntuación media en competencia financiera y distribución por percentiles.....	284
Tabla 7.5: Porcentaje de alumnado por grado de desarrollo de la competencia financiera.....	285
Tabla 7.6: Correlación de logros en EF con los de Matemáticas (MAT) y Lectura (LEC).....	286
Tabla 7.7: Disponibilidad de Educación Financiera en los centros educativos.....	288
Tabla 7.8: Estadísticos descriptivos de los valores plausibles medios de la competencia financiera en los países de la OCDE con desempeño inferior a la media (500).....	290

Tabla 7.9: Estadísticos descriptivos de los valores plausibles medios de la competencia financiera en los países de la OCDE con desempeño superior a la media (500).	291
Tabla 7.10: Estadísticos variables explicativas o <i>inputs</i> : medias (y desviaciones estándares).	294
Tabla 7.11: Estimadores multinivel competencia financiera OCDE-13. (Continúa).	298
Tabla 7.12: Estimadores multinivel competencia financiera OCDE-13. (Continuación).	299
Tabla 7.13: Estimadores multinivel competencia financiera OCDE-13. (Continuación).	300
Tabla 7.14: Estimadores multinivel competencia financiera OCDE-13. (Conclusión).	301
Tabla 7.15: Diferencias de los CCI de los modelos estimados.	302

Índice de figuras

Figura 1.1: Función de Distancia de Producto.	31
Figura 1.2: Función de Distancia de Factor.	32
Figura 3.1: Modelo sintetizado de Investigación sobre Eficacia Escolar.....	83
Figura 4.1: Países participantes en PISA 2012.	117
Figura 4.2: Cambios anualizados 2003-12 en la competencia matemática según PISA.....	134
Figura 4.3: Cuestión PISA ST53, estrategias de control, elaboración y memorización.	147
Figura 5.1: Diferencias de género en la competencia matemática según PISA 2012.	221
Figura 7.1: Relaciones entre las competencias matemática y financiera en PISA 2012.....	280

Acrónimos y abreviaturas

- AED: Análisis Envolvente de Datos.
- AUS: Australia.
- BOE: Boletín Oficial del Estado.
- BRR: *Balanced Repeated Replication Method*.
Método de Replicación Repetida y Equilibrada.
- Coef.: Coeficiente estimado.
- CE: Consejo Europeo.
- CCE: Comisión de las Comunidades Europeas.
- CCI: Coeficiente de Correlación Intraclase.
- COLS: *Corrected Ordinary Least Squares*.
Mínimos Cuadrados Ordinarios Corregidos.
- CFB: Comunidad Flamenca (Bélgica).
- CZE: República Checa.
- CULTPOS: *PISA Index of Cultural Possessions at Home*.
Índice de Posesiones Culturales del Hogar elaborado por PISA.
- DMU: *Decision Making Unit*.
Unidad de Toma de Decisiones.
- DEA: *Data Envelopment Analysis*.
- D.E.: Desviación Estándar.
- EER: *Educational Effectiveness Research*.
Investigación sobre Eficacia Escolar.
- EF: Educación Financiera.
- ESCS: *PISA Index of Economic, Social and Cultural Status*.
Índice de Estatus Económico, Social y Cultural elaborado por PISA.
- ESP: España.
- EST : Estonia.
- FD : Función de Distancia.
- FDF: Función de Distancia de Factor.
- FDP: Función de Distancia de Producto.
- FRA: Francia.
- HEDRES: *PISA Index of Home Educational Resources*.
Índice de Recursos Educativos del Hogar elaborado por PISA.
- HOMEPOS: *PISA Index of Home Possessions*.
Índice de Posesiones del Hogar elaborado por PISA.
- HISEI: *PISA Index of Highest Occupational Status of Parents*.
Índice de Mayor Estatus Ocupacional de los Padres elaborado por PISA.

- ICCS: *International Civic and Citizenship Education Study.*
Estudio Internacional sobre Educación Cívica y para la Ciudadanía.
- IEA: *International Association for the Evaluation of Educational Achievement.*
Asociación Internacional para la Evaluación del Desempeño Educativo.
- INEE: Instituto Nacional de Evaluación Educativa.
- ISCED: *International Standard Classification of Education.*
Clasificación Internacional Estandarizada de Niveles Educativos.
- ISEI: *International Socio Economic Index of Occupational Status.*
Índice Socioeconómico Internacional de Estatus Ocupacional.
- ISR: Israel.
- ITA: Italia.
- LASSI: *Learning and Study Strategies Inventory.*
Inventario de Estrategias de Estudio y Aprendizaje.
- LEC: Lectura o Competencia Lectora.
- LOMCE: Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa.
- Máx.: Máximo.
- MAT: Matemáticas o Competencia Matemática.
- MCO: Mínimos Cuadrados Ordinarios.
- MCG: Mínimos Cuadrados Generalizados.
- MCOC: Mínimos Cuadrados Ordinarios Corregidos.
- MEC: Ministerio de Educación y Ciencia.
- MECD: Ministerio de Educación, Cultura y Deportes.
- Med.: Media.
- Mín.: Mínimo.
- MOCM: Mínimos Cuadrados Ordinarios Modificados.
- MOLS: *Modified Ordinary Least Squares.*
Mínimos Cuadrados Ordinarios Modificados.
- MSLQ *Motivated Strategies for Learning Questionnaire.*
Cuestionario de Estrategias Motivadas para el Aprendizaje.
- NEE: Necesidades Educativas Especiales.
- NZL: Nueva Zelanda.
- OCDE: Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico.
- OECD: *Organisation for Economic Cooperation and Development.*
- PARED: *Index of Highest Parental Education.*
Índice de Mayor Nivel Educativo de los Padres.
- PE: Parlamento Europeo.
- PV: *Plausible Values.*
Valores Plausibles.
- PIAAC: *Programme for International Assessment of Adult Competencies.*
Programa Evaluación Internacional de las Competencias de las Personas Adultas.

-
- PIRLS: *Progress in International Reading Literacy Study.*
Estudio sobre el Progreso de la Alfabetización Lectora a nivel Internacional.
- PISA: *Programme for International Student Assessment.*
Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes.
- POL: Polonia.
- RR.HH.: Recursos Humanos.
- SRL: *Self Regulated Learning.*
Aprendizaje Autorregulado.
- SRLIS *Self-Regulated Learning Interview Scale.*
Escala de Entrevistas sobre Aprendizaje Autorregulado.
- SVK: República Eslovaca.
- SVN: Eslovenia.
- TALIS: *Teaching and Learning International Survey.*
Estudio Internacional sobre Enseñanza y Aprendizaje.
- TIC: Tecnologías de la Información y la Comunicación.
- TIMSS: *Trends in International Mathematics and Science Study.*
Estudio sobre Tendencias Internacionales en Matemáticas y Ciencias.
- UNESCO: *United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization.*
Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura.
- USA: Estados Unidos de América.
- UTD: Unidades de Toma de Decisiones.
- UNESCO United Nations Educational Scientific and Cultural Organization.
Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura.
- VP: Valores plausibles.
- WEALTH *PISA Index of Family Wealth Possessions.*
Índice de Posesiones relacionadas con la Riqueza Familiar elaborado por PISA.

INTRODUCCIÓN

La configuración de la denominada sociedad globalizada¹ ha alterado el paradigma de gestión del conocimiento, repercutiendo sobre la producción de servicios educativos y trasladando al debate público aspectos como su eficiencia, su contribución a la equidad o su eficacia en el desarrollo de las funciones que tiene atribuidas en el seno del sistema social. La alta intensidad tecnológica de los nuevos procesos productivos, las nuevas estructuras organizativas en torno a redes tanto institucionales como empresariales o personales, los procesos de deslocalización productiva y la movilidad asimétrica de los factores productivos, que afecta especialmente al trabajo menos cualificado, han dado lugar a una puesta en cuestión de unos sistemas educativos que se enfrentan al reto de contribuir a gestionar esta nueva realidad.

El papel central del capital humano y su cualificación para lograr el crecimiento económico no es ninguna novedad en el Análisis Económico en general ni en la Economía de la Educación o la del Crecimiento en particular, que vienen estudiándolo históricamente². Sin embargo, el acelerado ritmo de los cambios derivados de este proceso de revolución tecnológica y de globalización ha vuelto a poner de manifiesto su importancia clave en el contexto histórico actual y viene siendo objeto de creciente interés. La razón esencial de este nuevo protagonismo es la existencia de relaciones contrastadas entre la eficiencia y la equidad de los sistemas educativos y los niveles de crecimiento económico y bienestar³. Así, el grado de desarrollo de las competencias básicas y el nivel educativo conseguidos por las personas afectan a variables tan importantes como la posibilidad de encontrar empleo y la tipología del mismo o su remuneración, la productividad -de los individuos, las empresas y otras instituciones sociales-, y al crecimiento económico potencial.

Desde el punto de vista de la equidad y la participación activa de las personas en la vida de las sociedades democráticas, la educación también es crucial para explicar la posibilidad de la movilidad entre clases sociales por la vía meritocrática, los asuntos de género, la situación de las minorías y su grado de integración, así como la intensidad de la participación política o de la implicación en las instituciones sociales propias del ejercicio pleno de la ciudadanía democrática.

¹ Entre las obras de referencia en este ámbito que ofrecen análisis globales sobre estos aspectos se encuentran los trabajos de Castells (2006) respecto de los cambios económicos y sociales generados por el nuevo paradigma tecnológico, así como los de Esteve (2003) o Hargreaves (2003) para la consideración de su impacto en los sistemas educativos.

² Algunas aproximaciones introductorias se pueden consultar, por ejemplo, en Grao e Ipiña (1996), Sala (2000) o San Segundo (2001).

³ Entre otros, aportan datos en este sentido los trabajos de Temple (2001), Tyler (2004), Cunha y Heckman (2009), Vignoles, De Coulon y Marcenaro-Gutiérrez (2011) o Hanushek y Woessmann (2011).

Por tanto, este nivel de fracaso escolar supone una pérdida de capital humano y un deterioro a medio y largo plazo tanto de la competitividad como de la capacidad de la sociedad para lograr un mayor crecimiento económico y mejoras de su bienestar social. Además, esta realidad aparece a menudo asociada a externalidades negativas como la marginalidad, la exclusión social y el desempleo, o vinculada a distribuciones desiguales de renta y riqueza personales y territoriales, así como a bajos niveles de participación en la vida social y política.

Finalmente, las decisiones de reconsiderar el gasto público en contextos presupuestarios muy restrictivos o en el diseño de políticas económicas orientadas a replantear el alcance del Estado del Bienestar también han impulsado la necesidad de disponer de datos objetivos para contribuir al diseño de políticas, entre ellas las educativas, y evaluar su alcance.

Los resultados de las evaluaciones internacionales realizadas para el caso español evidencian el bajo rendimiento relativo en el grado de desarrollo de las competencias básicas, tanto del alumnado en edad escolar como de las personas adultas. Por citar sólo algunos ejemplos recientes, la publicación de los datos PISA (*Programme for International Student Assessment*) 2012, revela que persiste el retraso relativo del alumnado adolescente español en relación al de los países con mejores resultados (OECD, 2014). Así, en Matemáticas el rendimiento educativo de España, con una media de 484 puntos, está por debajo de la media de la OCDE, situada en 500. También obtiene resultados por debajo de la media en lectura, logrando 488 puntos. Finalmente, España se sitúa justo por debajo de la media en ciencias, con 496 puntos. Existen problemas adicionales relacionados con el hecho de que el porcentaje de alumnos excelentes está por debajo de la media, de modo que sólo un 8% del alumnado obtiene un rendimiento excelente en Matemáticas, frente a un 13% de la media de la OCDE; la cifra se mantiene prácticamente invariable desde los estudios de 2003.

De modo similar, pero respecto a las personas adultas, la publicación del informe PIAAC (*Programme for International Assessment of Adult Competencies*; MECD, 2013) ha venido a extender este resultado al conjunto de la población, incluida la universitaria, que muestra grados de desarrollo de las competencias analizadas inferiores a la media de la OCDE o a los niveles que corresponden a sus titulaciones por comparación con sus homólogos en otros países participantes en estos estudios. Aunque las cifras son mejores entre los más jóvenes que entre los más mayores, el país se mantiene aún por debajo de la media de la OCDE tanto en la competencia matemática como en la lectora.

Finalmente, el informe *Education at a Glance* 2014 (OECD, 2014b) ha señalado, entre otros muchos datos, que aunque aproximadamente uno de cada tres adultos en España posee una titulación terciaria, lo que sitúa al país en la media de los países de la OCDE, casi dos de cada cuatro no ha terminado la segunda etapa de la Educación Secundaria y ello a pesar del gran avance intergene-

racional producido. Según los datos de este trabajo, el gran problema sigue siendo el abandono escolar temprano en esa etapa secundaria, que en España se sitúa en un 25% mientras que en el resto de los países se encuentra por debajo del 10%.

Estos hechos pueden tener una fuerte repercusión sobre el crecimiento potencial del país al afectar a la empleabilidad presente y futura de la población, lo que es tanto como decir a su grado de integración social, a la productividad y competitividad del conjunto del país (Dolado, 2009; Villar, 2012) y a la equidad del sistema social.

Por consiguiente, en la actualidad, las administraciones educativas tienen como desafío prioritario la reducción del fracaso escolar y la mejora de los resultados académicos. Para ello será necesario llevar a cabo un análisis en profundidad de la eficacia, la eficiencia y la equidad en la prestación de este servicio público preferente, así como la adopción de medidas para asegurar el aprendizaje permanente (*lifelong learning*). Dada la importancia que el conjunto de la sociedad atribuye a estos temas, resulta necesario profundizar en el papel que el Análisis Económico puede jugar para mejorar sus logros, contribuyendo al conocimiento científico que viene generándose en este campo para dar fundamento adecuado a las medidas de política educativa que los gobiernos puedan plantearse.

Como se detalla más adelante, buena parte de los estudios efectuados para el caso español han intentado realizar una primera aportación a la explicación al análisis del grado de desarrollo de las competencias evaluadas empleando variables relacionadas con el estatus socioeconómico de las familias y de los compañeros de clase, el carácter público, privado o privado-concertado de los centros educativos, la condición de repetidor, el género, la condición de inmigrante o las infraestructuras educativas disponibles.

Sin embargo, las variables relacionadas con los procesos de enseñanza y aprendizaje, en las que se implican docentes y alumnado para configurar la dimensión tecnológica de este proceso productivo en particular, aún no han sido consideradas suficientemente y ofrecen posibles sinergias entre el Análisis Económico y las Ciencias de la Educación que es necesario explorar. El objetivo central del presente trabajo de investigación será precisamente ese.

En ese sentido, respecto del aprendizaje es necesario tener presente que los sujetos difieren fuertemente en sus capacidades para controlar sus motivaciones y sus procesos cognitivos y metacognitivos. Determinar las variables que afectan a estas disparidades y establecer en qué grado estas circunstancias puedan influir sobre el desarrollo de las diferentes competencias, contribuirá a reformular la función de producción educativa y a profundizar en su comprensión.

Desde una perspectiva complementaria, los denominados *Human Capability Formation Models*⁴ vienen configurando todo un ámbito del Análisis Económico centrado en el estudio de los procesos de formación de las capacidades de las personas y en su influencia sobre las desigualdades sociales resultantes. Más allá del análisis de las funciones de producción de las instituciones educativas, estos modelos aspiran a explicar el grado de desarrollo de competencias de un sujeto determinado a lo largo de su vida. Con ese fin, formulan modelos en los que se incluyen variables que evalúan el papel de las habilidades cognitivas y no cognitivas, así como otras tanto de tipo socioeconómico como institucionales, y analizan sus interacciones.

Por otra parte, respecto del profesorado y su responsabilidad en los procesos de enseñanza, la mayor parte de los estudios hasta ahora realizados no tienen en cuenta el hecho de que los docentes pueden ser considerados como los directores técnicos de los procesos de producción de los servicios educativos. Este protagonismo es central, tanto dentro del aula, al atender directamente al alumnado aplicando un conjunto de recursos a contextos y estudiantes concretos, como fuera de ella en cuanto que responsables de la gestión de los diferentes niveles de las estructuras organizativas de producción en el seno de los centros educativos (departamentos didácticos, equipos directivos, proyectos y programas, etc.). La razón fundamental de esta carencia ha sido la insuficiencia de datos con propiedades estadísticas adecuadas para afrontar estos estudios con el rigor propio del Análisis Económico.

La disponibilidad de nuevas fuentes de información como los mencionados estudios PISA, o TALIS -*Teaching and Learning International Survey*- (OECD, 2014e), elaborados por la OCDE, y que facilitan una cantidad creciente de datos para realizar análisis que vinculen rendimiento y condiciones de alumnado y docentes, permiten plantear una profundización en estos aspectos del proceso de producción de servicios educativos. Las limitaciones en la práctica profesional derivadas de formación insuficiente o de la falta de adaptación de la misma a aspectos socioeconómicos, tecnológicos u organizativos del contexto educativo en que se trabaja son particularmente problemáticas ya que afectan al proceso productivo que se analiza.

Así, las investigaciones sobre la efectividad de los centros para lograr mejorar las capacidades de su alumnado sugieren que, en contraste con las variables socioeconómicas de los estudiantes y sus familias que obedecen a cuestiones sociales mucho más complejas, el ambiente de aprendizaje de los centros educativos, las características profesionales del profesorado y las técnicas

⁴ Los trabajos que describen los aspectos más relevantes para la configuración de esta línea de investigación se deben a Cunha y Heckman (2007, 2008 y 2009), Cunha, Heckman y Schennach (2010) y Heckman, Sitxrud y Urzua (2006).

pedagógicas empleadas sí que son factores muy relevantes realmente modificables mediante las políticas adecuadas y con impacto sobre el alumnado y sobre el desarrollo de sus competencias⁵.

La continuada omisión de variables relevantes para los análisis de esta función de producción puede afectar a las conclusiones obtenidas, de modo que se hace necesario avanzar en la configuración de una función de producción que incorpore adecuadamente aspectos que sean relevantes para la comprensión del proceso y la fundamentación de las políticas que se adopten.

En ese sentido, en el trabajo presentado para obtener el Diploma de Estudios Avanzados (Molina, 2013) se empleó una metodología jerárquica lineal para analizar el caso particular del desarrollo de la competencia científica. Se utilizaron los datos PISA 2009 para España y se estimaron diferentes modelos que exploraron el potencial de las estrategias de control, elaboración y memorización empleadas por los alumnos y alumnas durante el aprendizaje como variables explicativas de los resultados obtenidos en la competencia científica. Se adoptó así una perspectiva no incluida hasta ese momento en ninguno de los estudios que emplean datos de España de esa oleada para esa competencia.

En el presente trabajo se realiza una extensión de aquel estudio inicial, pero referido ahora a las competencias matemática y financiera con el fin de explotar la gran cantidad de nuevos indicadores facilitados por los datos PISA 2012 en relación a las mismas. En particular, se pretende contribuir a determinar el papel que juegan las estrategias de aprendizaje del alumnado y las de enseñanza de los docentes en el desarrollo de estas competencias y en la función de producción educativa correspondiente. Estas estrategias constituyen expresiones concretas de la dimensión tecnológica del proceso productivo analizado y hasta ahora han sido poco tenidas en cuenta en los modelos de función de producción educativa de modo que su análisis contribuirá a completar las aportaciones ya existentes en el campo.

Además, se empleará la nueva información sobre la puesta en práctica de iniciativas de Educación Financiera para subrayar la relevancia de los factores regulatorios e institucionales en el grado de desarrollo de competencias por el alumnado.

Por tanto, los objetivos de la presente Tesis Doctoral se concretan en los siguientes:

⁵ Por ejemplo, Harris y Chrispeels (2006) recopilan diferentes trabajos comparativos en niveles nacionales e internacionales que ponen de manifiesto el papel destacado de las prácticas profesionales del profesorado y de las modalidades de organización de los centros educativos en la mejora de los resultados escolares. En otro sentido, los trabajos de Barber y Mourshed (2007) y Mourshed, Chijioko y Barber (2010) han ilustrado sobre la relevancia del proceso de selección de los docentes, así como de variables vinculadas al estatus social de los mismos para explicar los mejores grados de desarrollo de las competencias del alumnado en los sistemas educativos con mejores resultados relativos en las evaluaciones internacionales.

- a) Realizar una revisión de la literatura sobre producción y eficiencia, así como sobre sus aplicaciones al ámbito específico del análisis de la producción de servicios educativos.
- b) Determinar la viabilidad de incorporar nuevas variables caracterizadoras de la especificidad técnica de la producción educativa a los modelos empleados para analizarla. Se trata de explorar las posibilidades de aprovechar las sinergias potenciales derivadas del tratamiento conjunto de los avances de la Psicología, las Ciencias de la Educación y el Análisis Económico. El fin último es llevar a cabo un tratamiento integrado de sus diferentes aportaciones para completar la especificación de la función de producción educativa y contribuir a mejorar las estimaciones de los modelos correspondientes.
- c) Proponer y estimar modelos econométricos para determinar en qué medida las variables educativas características de los procesos de enseñanza y aprendizaje pueden resultar significativas para explicar el grado de desarrollo de la competencia matemática, determinando así si este conjunto de nuevas variables pueden ser empleadas para explicar adecuadamente el desempeño académico del alumnado y si las mismas son incorporables de modo explícito a las funciones de producción que la estudian.
- d) Analizar las diferencias en los grados de rendimiento en la competencia matemática derivadas del género de los alumnos y alumnas, así como de las estrategias de enseñanza y aprendizaje empleadas durante los procesos productivos.
- e) Profundizar en el conocimiento de las variables vinculadas con los procesos de enseñanza y aprendizaje en los diferentes grados de desarrollo de la competencia matemática, de modo que sea posible analizar con mayor precisión las posibles disparidades en la distribución del rendimiento del alumnado.
- f) Estudiar en qué medida la diferente organización institucional del tratamiento didáctico de las enseñanzas conducentes al desarrollo de la competencia financiera influyen sobre los resultados obtenidos por el alumnado.

En cuanto a la estructura del trabajo que se presenta, la investigación se inicia con el Capítulo 1 que realiza una revisión de los planteamientos del Análisis Económico respecto a la producción, la especificación de su función, así como sobre las metodologías para su estimación y el análisis de la eficiencia.

A continuación el Capítulo 2 examina de los trabajos de investigación realizados en el caso particular de la producción de servicios educativos que, como cualquier proceso productivo, presenta particularidades que es necesario considerar y que vienen generando un cuerpo muy importante de aportaciones que incluyen diferentes perspectivas. Seguidamente, se describirán los

hallazgos de los trabajos empíricos para el caso español, considerando tanto los enfoques metodológicos empleados como las principales variables consideradas y resultados obtenidos.

El análisis del estado de la cuestión continuará con el Capítulo 3. El mismo incluye un estudio de aspectos específicos de la producción educativa aun no abordados con profusión por el Análisis Económico, como las estrategias de aprendizaje y el papel de los docentes en cuanto que agentes gestores de la producción de servicios educativos. Con ese fin, se considerarán las aportaciones de las Ciencias de la Educación, que son susceptibles de suministrar enfoques y planteamientos relevantes para completar la especificación de la función de producción de servicios educativos y avanzar en el conocimiento en este campo. La consideración conjunta de este enfoque y del aportado por el Análisis Económico, conducirá a una propuesta de enriquecimiento de la función de producción educativa del caso español.

A partir de la misma se llevará a cabo un trabajo empírico para el caso concreto de la competencia Matemática que empleará datos de PISA 2012 e incluirá varias fases. La primera, recogida en el Capítulo 4, utilizará una metodología multinivel para analizar la viabilidad de considerar con amplitud, junto a variables ya acreditadas como relevantes en estudios realizados para oleadas anteriores de PISA, otras específicamente relacionadas con las estrategias de aprendizaje del alumnado y con los procedimientos de enseñanza empleados por los docentes. En ese contexto, se indagarán las dificultades asociadas a la estimación de modelos que incorporen estas dimensiones y se propondrán estimaciones de los mismos. En segundo lugar, en el Capítulo 5 se estudiará si existen disparidades en la relevancia de las variables vinculadas a los procesos de enseñanza-aprendizaje que pudieran estar relacionadas con el género del alumnado.

Para concluir este bloque del trabajo, el Capítulo 6 empleará una metodología logística multinivel con el fin de profundizar en la investigación de las relaciones entre las ya mencionadas variables caracterizadoras de los procesos de enseñanza-aprendizaje y el grado de desarrollo de la competencia en el que se ubique el alumnado, prestando atención singular a quienes presentan los valores extremos de rendimiento académico. En este caso el objetivo es determinar si los estudiantes con muy bajo rendimiento o con muy elevada competencia presentan circunstancias o patrones diferenciados que puedan estar relacionados con los procesos de enseñanza-aprendizaje en los que participan.

Seguidamente, el Capítulo 7 se refiere al análisis de los factores institucionales y de su influencia sobre los procesos de enseñanza-aprendizaje en los centros y en los sistemas educativos. Para profundizar en este aspecto y en su relevancia en el seno de la función de producción que se analiza, se estudiará el caso particular de la Educación Financiera. Esta competencia es considerada por primera vez en PISA 2012 y presenta singularidades organizativas marcadamente distintas de

las restantes, ya que se diferencia de las competencias tradicionales (matemática, lectora y científica) en su dispar y heterogénea implantación en los distintos sistemas educativos de la OCDE. Este hecho permitirá ilustrar la relevancia de esta dimensión, que se mostrará mediante un estudio comparativo internacional sobre el tratamiento de la misma en distintos sistemas educativos y sobre los resultados logrados por alumnos y alumnas cuando sus procesos de enseñanza-aprendizaje vienen definidos por marcos regulatorios muy dispares.

El trabajo finaliza con una síntesis de las principales conclusiones obtenidas y lleva a cabo diferentes recomendaciones de política educativa, así como propuestas de nuevas vías de investigación que pueden resultar de interés para análisis futuros.

Capítulo 1. PRODUCCIÓN Y EFICIENCIA

1.1. Introducción

La literatura de referencia en el ámbito de la producción y de la medición de la eficiencia procede del Análisis Económico neoclásico y sus desarrollos econométricos. Se refiere a lo que la literatura denomina *Unidades de Toma de Decisiones* (UTD) o *Decision Making Units* (DMU) y fue desarrollada inicialmente para el caso de las empresas aunque es extensible, con las precisiones adecuadas, a la producción de cualquier bien o servicio por parte de organizaciones o instituciones.

El estudio de esta cuestión supone enfrentar dos retos principales. En primer lugar, determinar instrumentos para definir y estimar los máximos volúmenes de producción alcanzables con la dotación de factores y el grado de desarrollo tecnológico existentes. En segundo lugar, establecer una metodología de evaluación de la medida en que cada una de las unidades de decisión o producción dista de alcanzar esos máximos niveles. En este contexto, un concepto esencial es el de eficiencia de la que se afirma que está integrada por dos componentes: la eficiencia técnica y la eficiencia asignativa. La primera se define como la capacidad de una unidad económica para alcanzar la máxima producción dada una dotación de factores y un grado de desarrollo tecnológico. Por su parte, la eficiencia asignativa es la capacidad de una unidad de decisión de igualar el valor de su producto marginal a su coste marginal.

La medida de la eficiencia se ha configurado como una cuestión relevante por, al menos, tres razones: en cuanto que medida en sí misma, ya que facilita las comparaciones entre unidades de toma de decisión similares y permite evaluar su eficiencia relativa; como instrumento para identificar los factores que originan esas diferencias y, finalmente, porque es posible utilizarla para fundamentar adecuadamente la adopción de medidas que corrijan las ineficiencias detectadas.

Aunque el concepto de eficiencia técnica es uno de los tópicos de la Microeconomía neoclásica, los trabajos que profundizan en su evaluación son relativamente recientes y han sido desarrollados porque los estudios empíricos realizados ponen de manifiesto que en la práctica las unidades de producción no necesariamente alcanzan siempre la eficiencia técnica, lo que genera un impacto negativo sobre la eficiencia asignativa y un efecto acumulativo negativo sobre la eficiencia global. En consecuencia, cuando se evalúa la ineficiencia técnica de una empresa o de una institución en un proceso productivo se están estableciendo procedimientos cuyo fin es precisamente intentar medir esas diferencias entre el máximo nivel de producción teóricamente posible y el observado realmente.

El punto de partida para llevar a cabo esa tarea es la definición de la frontera de producción de una unidad de decisión i -ésima cualquiera, que utiliza m factores dado un grado de desarrollo tecnológico T disponible en un sector, y que podría definirse así:

$$y_i^* = f(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im}, T) \quad [1.1]$$

En esta ecuación, y_i^* es el máximo volumen de producción alcanzable por la empresa i -ésima con la tecnología T y las cantidades de los m factores productivos utilizados $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im}$. Además, si se considera una situación en la cual la unidad analizada no está alcanzando su máximo nivel de producción debido a problemas derivados de circunstancias organizativas, de tipo socioeconómico u otras no relacionadas con los precios y costes, recogidas en la variable u_i , la función de producción que indica los niveles de producción observados o reales sería:

$$y_i = f(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im}, T) \exp(u_i) \quad [1.2]$$

Esta función refleja la capacidad de la i -ésima DMU para producir con eficiencia técnica. Los valores que adopta u dependen de la situación real a la que se enfrenta la unidad i : cuando no hay limitaciones de tipo socioeconómico u otras que le afecten, u toma el valor 0, mientras que si la unidad se enfrenta a limitaciones, u presenta valores menores que cero. Una medida de la eficiencia técnica de la unidad i -ésima puede definirse así.

$$\exp(u_i) = \frac{y_i}{y_i^*} \quad [1.3]$$

La ecuación [1.3] recoge una expresión de la idea básica subyacente en los procedimientos para evaluar la eficiencia técnica. En ella, el numerador es observable pero el denominador no lo es. En consecuencia, es necesario realizar dos tareas fundamentales. En primer lugar, determinar por algún procedimiento el denominador de esta expresión y establecer cuál es la máxima producción alcanzable. En la literatura se han propuesto varios métodos que utilizan diferentes supuestos para estimar el denominador y por tanto $\exp(u_i)$: los modelos determinísticos, los modelos estocásticos y los modelos bayesianos. En segundo lugar, medir mediante las denominadas funciones de distancia que se analizarán a continuación esa diferencia entre la conducta eficiente y la no eficiente para cada DMU.

Como recogen Kumbhakar y Knox Lovell (2000), las definiciones sobre eficiencia en la literatura económica presentan enfoques diferentes. Una primera aportación se debe a Koopmans (1951) quien se centró en la eficiencia técnica, afirmando que una combinación factible de *inputs* y *outputs* es técnicamente eficiente, si es tecnológicamente imposible aumentar algún *output* y/o reducir algún *input* sin reducir simultáneamente al menos otro *output* y/o aumentar al menos otro *input*.

Esta definición permite diferenciar situaciones eficientes e ineficientes, pero no aporta ningún procedimiento para determinar si el grado de eficiencia de una combinación de factores es máximo ni para identificar un vector o combinación de vectores eficientes con los que comparar el ineficiente. Con el fin de salvar esa limitación desde el punto de vista teórico, Debreu (1951) aportó la primera medida de la eficiencia productiva con su *coeficiente de utilización de los recursos*, basado en un enfoque radial o de función de distancia y que definió como la unidad menos la máxima reducción equiproporcional en todos los *inputs*, consistente con el mantenimiento de la producción de los *outputs*: un resultado igual a uno refleja eficiencia técnica máxima y un resultado inferior a uno cierto grado de ineficiencia. Este coeficiente no depende de las unidades de medida empleadas, lo cual facilita la medición práctica de la eficiencia.

Siguiendo la vía abierta por Debreu (1951), Farrell (1957) incorporó a la eficiencia técnica el concepto de eficiencia asignativa suponiendo que la empresa persigue minimizar costes. Según Farrell, la eficiencia asignativa consiste en elegir, de entre las combinaciones de factores y productos técnicamente eficientes, aquella que implica incurrir en unos costes menores. La eficiencia total se obtendría mediante el producto de la eficiencia económica y la eficiencia asignativa. El enfoque Debreu-Farrell supuso un primer paso para la medición empírica de la eficiencia que complementó el enfoque teórico neoclásico, ya que considera como referencia eficiente la mejor práctica observada de entre la muestra de unidades de decisión objeto de estudio que se establece como frontera de producción de referencia. Además define una función de distancia de cada unidad de decisión individual respecto a esa frontera de producción y calcula así los índices de eficiencia de cada una por comparación con aquella o aquellas que presentan una mejor conducta obteniendo una medida de eficiencia que tiene carácter relativo, es decir, que depende de la muestra utilizada. Una característica destacada de las medidas basadas en las definiciones de Debreu y Farrell es que no coinciden con la de Koopmans, ya que la segunda es más restrictiva de modo que los supuestos de Debreu-Farrell son una condición necesaria pero no suficiente para alcanzar la eficiencia técnica de Koopmans.

1.2. Fronteras de eficiencia y funciones de distancia

La historia de la estimación de las funciones de producción y de la medida de la eficiencia tiene un inicio habitualmente citado en el trabajo de Farrell (1957) ya mencionado. Su enfoque implicaba realizar un análisis desde una perspectiva centrada en los factores. Estableció como referencia la función de producción, asumiendo que sería necesario determinar procedimientos para estimarla, y elaboró un método para analizar la eficiencia de las empresas tomándola como referencia.

Un conjunto de instrumentos importantes para caracterizar un proceso productivo y estudiar su eficiencia son las Funciones de Distancia (FD), que permiten describir tecnologías asociadas a procesos productivos en los que se utilizan más de un factor y/o se obtienen más de un producto. Pueden definirse tanto respecto a los productos obtenidos (Funciones de Distancia de Producto, FDP), como respecto de los factores empleados (Funciones de Distancia de Factores, FDF). Fueron introducidas de modo independiente por Malmquist y Shephard en 1953.

Una utilidad central de este concepto es su virtualidad para poner de manifiesto el carácter dual que puede adoptar el estudio de los procesos productivos (Coelli, 2005), el hecho de que, bajo ciertas condiciones, el análisis de la función de producción para un solo producto mantiene un carácter dual respecto del estudio del mismo problema utilizando como referencia la función de costes correspondiente. Por otra parte, las FD tienen un papel relevante en las estimaciones econométricas ya que aportan medidas de la eficiencia técnica cuando los productores emplean múltiples factores para obtener múltiples productos. Una descripción de sus rasgos esenciales será de utilidad.

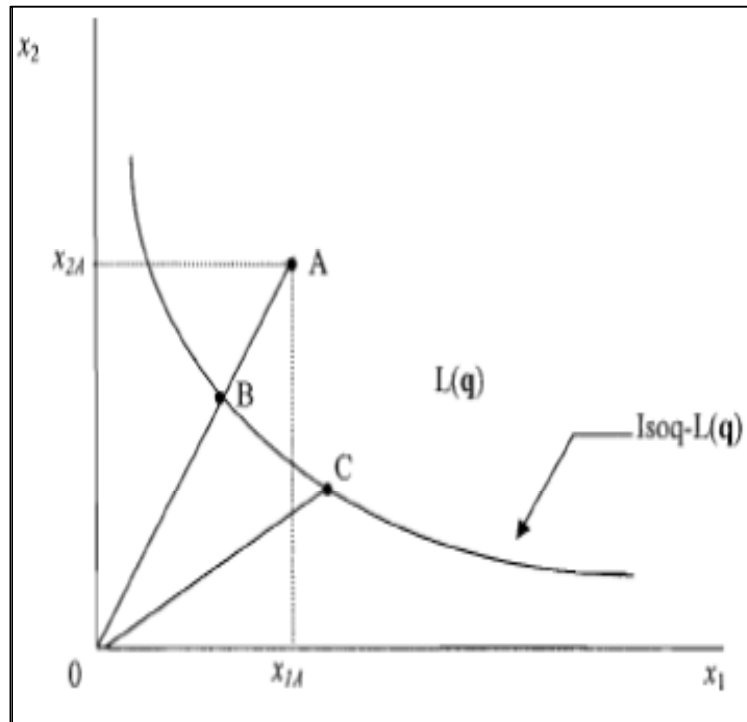
Comenzando por la FDP, es una función del tipo $D_p(x,y) = \min\{\delta: (y/\delta) \in P(x)\}$, donde $P(x)$ es el conjunto de posibilidades de producción del proceso productivo dado un grado de desarrollo tecnológico determinado correspondiente a un vector x de n factores productivos de valor real no negativo. Además y representa un vector de m productos constituido por números también reales no negativos. La FDP mide la distancia desde cualquier punto del conjunto de posibilidades de producción $P(x)$ hasta la frontera de ese conjunto para un proceso productivo.

Una primera consecuencia interesante y directamente derivada de esta definición es que la función de producción se caracteriza porque $FDP=1$ y corresponde a combinaciones de factores que, dada la tecnología existente, dan lugar a la obtención de la máxima cantidad de producto posible y, en consecuencia, son técnicamente eficientes. En segundo lugar, las combinaciones de productos y/o los niveles de producción por debajo de la frontera de posibilidades de producción y/o la función de producción, respectivamente, son técnicamente ineficientes. Por tanto, también es posible definir el conjunto de posibilidades de producción $P(x)$ como el conjunto de puntos que verifican que su $FDP < 1$ y que corresponden a situaciones de ineficiencia técnica por no pertenecer a la frontera del conjunto de posibilidades de producción y/o a situaciones de eficiencia ($=1$), cuando se analiza la función de producción del proceso productivo. Además, para cierto nivel de producción, la FDP mide la inversa de la proporción δ en la que podría incrementarse la cantidad de producto con los factores disponibles hasta alcanzar la producción máxima o técnicamente eficiente.

Es útil ilustrar el concepto de una FDP utilizando el ejemplo de una DMU que elabora sólo dos productos q_1 y q_2 empleando un vector de factores x . Para cualquier vector de factores podemos

Es también ilustrativo describir el concepto de una FDF utilizando un ejemplo sencillo en el que dos factores x_1 y x_2 se utilizan para obtener un único producto q . Para un factor de producción cualquiera se puede representar la tecnología de producción en el diagrama bidimensional de la Figura 1.2.

Figura 1.2: Función de Distancia de Factor.



Fuente: Coelli *et al.* (2005: 50).

En este caso el conjunto de factores $L(q)$ es el área comprendida por debajo de la isocuanta $Isoq-L(q)$. El punto A es el volumen de producción para el cual la empresa utiliza una cantidad x_{1A} del factor 1 y x_{2A} del factor 2, para producir el vector de producción q . Para A, el valor de la FDF viene dado por el ratio $\rho=OA/OB$.

Esta forma de estudiar la eficiencia implica aceptar que la función de producción es conocida. En la práctica, sin embargo, hay que establecer un procedimiento para estimarla a partir de cierta muestra de datos de un sector productivo. Farrell (1957) sugirió dos posibilidades. La primera de ellas sería construir una línea isocuanta con las características apropiadas. Así, suponiendo la existencia de rendimientos constantes a escala y considerando dos factores, propuso representar los ratios x_1/y y x_2/y en una nube de puntos. Cada uno de los puntos del diagrama resultante representa la combinación de los *inputs* x_1 y x_2 empleados para producir una unidad de producto y . Si se unen

con una línea los puntos más bajos de esta nube de puntos, se obtendría la función de producción de la empresa eficiente del sector que se utilizaría como referencia.

La segunda posibilidad consistiría en suprimir el supuesto de partida y considerar el caso de que no existan rendimientos constantes a escala, con lo que se tendría que especificar una forma funcional concreta para la función de producción, a partir de los puntos más bajos de las nubes de puntos representadas y utilizando una especificación adecuada en el contexto de la Microeconomía como, por ejemplo, la Cobb-Douglas. Farrell ilustró estos procedimientos utilizando datos del sector agrícola de 48 estados de EE.UU. Es interesante observar que la medida de la eficiencia técnica que se acaba de describir utiliza en realidad la inversa de la función de distancia de factores o inputs (FDF) ya comentada, de modo que los instrumentos son similares en sus concepciones.

En este mismo contexto también hay que destacar que, además de este enfoque centrado en los *inputs* y en intentar determinar la medida en la cual puede reducirse el uso de los mismos sin reducir la producción, el Análisis Económico ha adoptado otras perspectivas complementarias. Así, otros referentes han sido la determinación de fronteras de eficiencia vinculadas a los costes, los ingresos o el beneficio. En el primer caso se trataría de establecer el mínimo coste en el que sería necesario incurrir para producir una determinada cantidad de producto, dados los precios de los *inputs* utilizados en su producción y una tecnología disponible, de modo que serían consideradas como eficientes las DMU situadas sobre esta frontera de costes e ineficientes las que se situaran sobre la misma.

De modo similar, una frontera basada en los ingresos caracteriza el máximo ingreso obtenible con un determinado conjunto de inputs, dados los precios de los *outputs* producidos y un nivel de la tecnología; las DMU situadas en su frontera de ingresos serían consideradas como eficientes y las ubicadas por debajo como ineficientes.

Finalmente, también es posible considerar el máximo beneficio obtenible con un determinado volumen de producción, dados los precios de los *inputs* empleados y de los *outputs* obtenidos y un grado de desarrollo tecnológico; en este caso las DMU situadas sobre su frontera de beneficio son consideradas como eficientes y las situadas por debajo como ineficientes.

Cada una de estos puntos de vista presenta singularidades metodológicas propias y respecto de algunos de ellos es posible establecer relaciones de dualidad con determinadas condiciones. No se desarrolla ninguna de estas otras perspectivas porque no se emplearán durante el presente trabajo. Exposiciones detalladas de los supuestos de las mismas y de sus interrelaciones puede encontrarse, por ejemplo, en Kumbhakar y Knox Lovell (2000) o en Coelli *et al.* (2005).

Los siguientes apartados de esta sección se refieren a los principales procedimientos existentes para abordar en la práctica la estimación de las funciones de producción y, a partir de las mismas, el grado de eficiencia de los procesos productivos. El siguiente capítulo explorará como se han aplicado estos enfoques en el caso de la producción de servicios educativos.

1.3. El análisis de los procesos de producción y de la eficiencia

Aunque el Análisis Económico neoclásico y sus desarrollos ya comentados establecen definiciones realmente “elegantes” de la producción y la eficiencia productiva, la determinación empírica de ambas presenta dificultades.

Una primera aproximación a la evaluación de esta eficiencia fueron los índices de productividad total de los factores (*multifactor* o *total factor productivity*, MFP o TFP), basados en el enfoque de Hicks-Moorsteen, los ratios de rentabilidad, las aportaciones de Malmquist o combinaciones de estos planteamientos para factores, productos, ingresos u otras variables. Las limitaciones de estos enfoques dieron lugar a nuevos desarrollos con planteamientos fundamentados en la Teoría de la producción desarrollada por el Análisis Económico. Así, a partir del trabajo de Farrell (1957), aparecen diferentes estudios empíricos que intentan medir la eficiencia utilizando dos puntos de vista diferentes: la programación matemática y las técnicas econométricas de estimación.

Respecto al primer caso, el Análisis Envolvente de Datos (AED) o *Data Envelopment Anaylisis* (DEA) según la terminología anglosajona, es la metodología no paramétrica más habitualmente utilizada. Esta técnica se fundamenta en la programación matemática para encontrar el conjunto de observaciones que delimitan la frontera, sin que ésta tenga que quedar reflejada necesariamente en una forma funcional específica.

En el segundo caso, se encuentran las fronteras de producción, un conjunto de métodos paramétricos cuyo procedimiento básico consiste en suponer una forma funcional específica para la frontera y, mediante estimación econométrica, emplear la información de la muestra para obtener los parámetros de la función. Por comparación con la frontera estimada se calculan los índices de eficiencia de las empresas. A su vez, en este caso, es posible diferenciar entre las fronteras determinísticas y las estocásticas.

La literatura con enfoque integral sobre estas metodologías puede seguirse en obras recopilatorias como las de Fried, Knox Lovell y Schmidt (2008) o Coelli *et al.* (2005). Por su parte, los trabajos de referencia para la metodología DEA son los de Färe, Grosskopf y Knox Lovell (1994) y Färe y Grosskopf (2012). Una revisión exhaustiva de las fronteras estocásticas puede

seguirse en Kumbhakar y Knox Lovell (2000). Simar y Wilson (2011) han sintetizado las principales aportaciones realizadas para establecer conexiones entre los enfoques paramétricos y los no paramétricos.

A partir de estas referencias, los epígrafes siguientes describen brevemente las principales metodologías empleadas para estimar funciones de producción y analizar la eficiencia productiva. Además, la Tabla 1.1 recoge un esquema básico de estos métodos.

Tabla 1.1: Métodos para el análisis de la producción y la eficiencia.

ENFOQUE	METODOLOGÍA		
Números índice	Índices globales MFP y TFP:	- Índice Hicks-Moorsteen - Índices de variación de la rentabilidad - Índices Malmquist - <i>Component Based Approach Indexes</i> de Balk	
	Índices parciales		
Fronteras de producción	No paramétricas	DEA	General
			CRS y VRS
			Con variables ambientales
			Con FD direccionales
			DEA Aditivos
		FDH	
	Paramétricas	Determinísticas	<i>Goal programming</i>
			Máxima verosimilitud
			COLS
		Estocásticas	MOLS
			Máxima verosimilitud
			Con FD Empleando datos de panel
	Integradas	Análisis de las propiedades estadísticas de los estimadores no paramétricos DEA y FDH	
Fronteras parciales de orden $-m$			
Fronteras cuantílicas de orden $-\alpha$			

Fuente: Elaboración propia a partir de la revisión bibliográfica.

1.3.1. Metodologías no paramétricas

El DEA es el método no paramétrico más frecuentemente utilizado para analizar fronteras de producción. Se trata de una técnica de optimización diseñada para medir la eficiencia relativa de un grupo de DMU. Tiene su origen en el trabajo de Charnes, Cooper y Rhodes (1978) que reformularon los planteamientos realizados por Koopmans (1951) y Farrell (1957) a partir de un enfoque basado en la programación matemática. Posteriormente, Banker, Charnes y Cooper (1984a y 1984b), adaptaron la técnica al caso de un modelo de rendimientos variables a escala. Estos dos artículos originaron el desarrollo actual de la técnica.

Las características básicas de esta metodología se encuentran descritas en Fried, Knox Lovell y Schmidt (2008), Coelli *et al.* (2005) y Cooper, Seiford y Tone (2007). Una revisión de la literatura muy sintetizada puede consultarse en Cook y Seiford (2009). Por otra parte, Emrouznejad, Parker y Tavares (2008) y Liu *et al.* (2013) han realizado estudios exhaustivos sobre la presencia del uso de esta metodología en la literatura científica desde su aparición.

El DEA engloba un conjunto de técnicas de programación matemática para seleccionar, de entre una muestra, aquellas DMU que son eficientes y, a partir de ellas, construir una envolvente de las observaciones; de ahí el nombre de la técnica. Además, obtiene una medida de eficiencia para cada unidad, comparándola con dicha envolvente. Se podría afirmar también que se trata de un procedimiento de programación matemática para comparar la eficiencia sin el conocimiento de la función de producción o, lo que es equivalente, sin estimar la relación entre cantidad de *output* y grado de uso de los factores productivos.

Si se suponen n DMU, cada una con m factores productivos y s productos, la eficiencia relativa de una DMU de referencia DMU_0 , se obtiene resolviendo el siguiente problema de optimización:

$$\begin{aligned} \text{Max } h_0 &= \frac{\sum_{r=1}^s v_r y_{r0}}{\sum_{i=1}^m u_i x_{i0}} \\ \text{S. A.: } \frac{\sum_{r=1}^s v_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m u_i x_{ij}} &\leq 1; \quad j = 1, \dots, n \\ v_r, u_i &\geq 0; \quad r=1, \dots, s; \quad i=1, \dots, m \end{aligned} \quad [1.4]$$

En este modelo tanto y_{rj} como $x_{ij} \geq 0$ son constantes que, respectivamente, representan las cantidades observadas para el r -ésimo producto y el i -ésimo factor productivo de la DMU j . Las variables $v_r, u_i \geq 0$, son ponderaciones que permiten obtener una medida escalar de la eficiencia de la unidad analizada. El valor h_0 pertenece al intervalo $[0,1]$ e indica el resultado de eficiencia alcanzado, de modo que en el extremo en el que $h_0=1$ la eficiencia es máxima, mientras que si $h_0 \leq 1$, la DMU estudiada es ineficiente. Además, h_0 es invariante a las unidades de medida empleadas en las variables que miden el grado de uso de los factores empleados y las cantidades de producto obtenidas.

Hay que destacar que si v^* y u^* son soluciones del problema, entonces también lo son γv^* y γu^* , para cualquier $\gamma > 0$. Por otra parte el modelo puede no tener una solución, dado que los deno-

minadores pueden hacerse cero dando lugar a una indefinición de las cantidades. Para excluir las múltiples soluciones, puede introducirse la condición:

$$\sum_{i=1}^m u_i x_{ij}; j = 1, \dots, n \quad [1.5]$$

Incorporando esta condición adicional, el modelo puede reescribirse:

$$\begin{aligned} \text{Max } h_0 &= \sum_{r=1}^s v_r y_{r0} \\ \text{S. A.: } & \sum_{r=1}^s v_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m u_i x_{ij} \leq 0; j = 1, \dots, n \\ & \sum_{i=1}^m u_i x_{i0} = 1 \quad v_r, u_i \geq 0 \quad ; r=1, \dots, s; i=1, \dots, m \end{aligned} \quad [1.6]$$

La solución de este modelo proporciona las ponderaciones correspondientes al grado de uso de factor y producto obtenido que maximizan el resultado de eficiencia de la DMU₀ analizada. Para encontrar el resultado de todas las DMU, el problema [1.6] debe resolverse n veces. Además, la solución de [1.6], satisface la condición de optimalidad de Koopmans, puesto que cualquier aumento de la eficiencia máxima puede realizarse sólo si se aumenta el grado de uso de alguno de los factores x_{ij} o si se reduce la cantidad de alguno de los productos y_{rj} . El modelo así formulado tiene una orientación a la producción, dado que la búsqueda de eficiencia se realiza determinando las ponderaciones que maximizan la cantidad de producto obtenida por la DMU estudiada manteniendo fija la cantidad total de factores con la imposición de la ecuación [1.5].

Utilizando la misma técnica, es posible plantear un modelo DEA con orientación a los factores productivos que compruebe la cantidad de factores utilizados para obtener cierto volumen de producción, para lo cual la condición a imponer sería:

$$\sum_{i=1}^m v_r y_{rj} = 1; j = 1, \dots, n \quad [1.7]$$

Se obtendría así el modelo:

$$\begin{aligned} \text{Max } h_0 &= \sum_{i=1}^m u_i x_{r0} \\ \text{S.A.: } & \sum_{r=1}^s v_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m u_i x_{ij} \leq 0; j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

$$\sum_{r=1}^s v_r y_{r0} = 1 \quad v_r, u_i \geq 0 \quad ; r=1, \dots, s \quad ; i=1, \dots, m \quad [1.8]$$

Al utilizar DEA también pueden realizarse comparaciones ya que identifica a las DMU más eficientes resolviendo el dual de los problemas [1.6] o [1.8]. Para el caso del enfoque orientado a los productos, el dual de [1.6] es:

Min. θ_0

$$\begin{aligned} \text{S.A.: } \theta_0 x_{i0} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} &\geq 0; i=1, \dots, m \\ -y_{r0} + \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} &\geq 0; r=1, \dots, s \quad \lambda_j \geq 0, j=1, \dots, n \end{aligned} \quad [1.9]$$

En este problema la unidad productiva analizada se compara con todas las restantes o, lo que es equivalente, con la combinación lineal de entradas y salidas que produzcan lo mismo o más que DMU_0 consumiendo menos o lo mismo respectivamente que ella. Si DMU_0 es eficiente, el modelo de programación no encontrará entre las otras unidades una combinación de cantidades de grado de uso de factores y productos obtenidos con las que se produzca lo mismo o más y se use lo mismo o menos que en la DMU_0 y $\theta_0=1$. Por el contrario, si la DMU de prueba es ineficiente, el modelo identifica un conjunto de unidades productivas cuya combinación de entradas y salidas componen una DMU ficticia que produce lo mismo o más y usa lo mismo o menos que la de referencia. Así, las unidades implicadas en la construcción de la DMU compuesta ($\lambda_j > 0$), pueden utilizarse como máximos para definir mejoras en la eficiencia de DMU_0 .

Estos modelos proporcionan una medida de la eficiencia de la DMU analizada, ponderando cada entrada o salida por la misma cantidad. Así, resulta posible que como resultado de estos modelos aparezcan unidades catalogadas como eficientes ($\theta_0=1$) que, sin embargo, podrían utilizar menores cantidades de algún factor o dar lugar a mayor cantidad de algún producto en comparación a su DMU compuesta óptima. Esta situación se conoce como condición de eficiencia débil y ocurre porque para que el modelo DEA determine que una DMU sea eficiente basta con que ésta utilice la cantidad eficiente en sólo una de sus entradas. Para evitar estas dificultades, Charnes, Cooper y Rhodes (1978) propusieron que el problema podría reformularse imponiendo que u_r y v_i fuesen positivas para obtener la denominada condición de eficiencia fuerte. La adición de esta condición en [1.8], da lugar a que sea necesario agregar un término adicional a la función objetivo de su dual [1.9], que implica a las variables de holgura. La reformulación del problema [1.9] se conoce como modelo de eficiencia fuerte:

$$\begin{aligned}
\text{Min. } \theta_0 - \varepsilon & \left(\sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right) \\
\text{S.A.: } & \theta_0 x_{i0} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} - s_i^- = 0; i = 1, \dots, m \\
& -y_{r0} + \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+ = 0; r = 1, \dots, s \quad \lambda_j, s_i^-, s_r^+ \geq 0, j = 1, \dots, n \quad [1.10]
\end{aligned}$$

En [1.10], además de reducir al mínimo θ_0 , también se maximiza la suma de las variables de holgura s_i^- , s_r^+ . Estas variables de holgura proporcionan la diferencia entre los factores o productos ponderados de la DMU de referencia respecto de los valores óptimos de la DMU compuesta. Si DMU_0 presenta sólo una eficiencia débil, entonces la suma de las holguras en la función objetivo será positiva. Los modelos expuestos anteriormente suponen tácitamente la existencia de rendimientos constantes a escala (CRS, *Constant Returns to Scale*) y empresas que operan con una dimensión óptima. Sin embargo, ese supuesto parece poco realista dado que la competencia imperfecta, las regulaciones gubernamentales y las dificultades financieras, entre otros factores, pueden hacer que esa escala óptima no se produzca en la realidad. Varios autores, entre ellos Banker, Charnes y Cooper (1984), propusieron como solución añadir una restricción adicional al modelo CRS para considerar las situaciones de rendimientos variables a escala (VRS, *Variable Returns to Scale*). El modelo resultante se conoce como modelo DEA con VRS:

$$\begin{aligned}
\text{Min. } \theta_0 \\
\text{S.A.: } & \theta_0 x_{i0} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \geq 0; i = 1, \dots, m \\
& -y_{r0} + \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq 0; r = 1, \dots, s \\
& \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \quad \lambda_j \geq 0, j = 1, \dots, n \quad [1.11]
\end{aligned}$$

En este último modelo, si se toma el óptimo, μ indica las posibilidades de rendimientos a escala en que se encuentra operando la unidad. Así para $\lambda < 0$, la unidad evaluada opera con rendimientos crecientes a escala, si $\lambda = 0$, lo está haciendo con rendimientos constantes a escala y si $\lambda > 0$, los rendimientos serán decrecientes a escala. La ventaja de conocer estos dos modelos estriba en la

posibilidad de separar los dos tipos de ineficiencias a fin de evaluar ineficiencias sólo técnicas envolventes.

Finalmente, para completar una visión de conjunto del estudio de la eficiencia técnica, es necesario tener presentes, aunque sea brevemente, algunas extensiones básicas de los modelos DEA:

- a) Variables ambientales, entendidas como aquellas que afectan a la producción de la unidad pero están fuera de su control. Se trata de analizar el impacto sobre la eficiencia técnica de aspectos tales como la regulación gubernamental, la geografía, la demografía, etc. En estos casos, la literatura sugiere no considerar estas variables como a las demás, no ponderarlas y no considerar sus variables de holgura en el cálculo de la eficiencia. El modelo así considerado permite que la DMU compuesta tenga, como mucho, la misma cantidad de variables de tipo ambiental que la DMU en evaluación. Esto asegura que la DMU compuesta no sea mejor por las condiciones no controlables de la empresa. En Coelli *et al.* (2005), por ejemplo, se describen diferentes metodologías de tipo DEA para afrontar problemas relacionados con este tipo de variables. El modelo de eficiencia fuerte con z variables ambientales, es:

$$\begin{aligned} \text{Min. } \theta_0 - \varepsilon & \left(\sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right) \\ \text{S.A.: } & \theta_0 x_{i0} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} - s_i^- = 0; i = 1, \dots, m \\ & x_{i0} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} - s_i^- = 0; r = 1, \dots, z \\ & -y_{r0} + \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+ = 0; r = 1, \dots, s \quad \lambda_j, s_i^-, s_r^+ \geq 0, j = 1, \dots, n \quad [1.12] \end{aligned}$$

- b) Funciones de distancia direccionales. En la línea de asociar la eficiencia técnica con una medida de distancia radial, es posible determinar la eficiencia técnica como el porcentaje de un potencial incremento simultáneo del vector de productos y una disminución del vector de factores productivos. Si consideramos la tecnología con rendimientos variables a escala el modelo general de distancia direccional es:

Min. θ_0

$$\text{S.A.: } (1 - \theta_0)x_{i0} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \geq 0; i = 1, \dots, m$$

$$\begin{aligned}
& -(1 + \theta_0)y_{r_0} + \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq 0; r = 1, \dots, s \\
& \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \quad \lambda_j \geq 0, j = 1, \dots, n
\end{aligned} \tag{1.13}$$

- c) Modelos DEA aditivos. Este tipo de enfoque busca maximizar la diferencia entre la cantidad de producto obtenida y los factores utilizados debidamente ponderados. Se podría decir que se trata de una medida que cuantifica la máxima suma de mejoras absolutas (reducción del grado de uso de los factores/aumentos en las cantidades de producto). Es un modelo que no tiene una orientación definida y está sujeto a las mismas restricciones de eficiencia relativa para cada DMU. Con este enfoque, una DMU de referencia será eficiente cuando el valor de la función objetivo sea cero, es decir, cuando la holgura entre la DMU obtenida mediante combinación lineal y la de prueba sea cero. En presencia de tecnología con rendimientos variables a escala o VRS el modelo aditivo es:

$$\begin{aligned}
& \text{Min. } -\varepsilon \left(\sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right) \\
& \text{S.A.:} \quad x_{i_0} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} - s_i^- = 0; i = 1, \dots, m \\
& \quad \quad -y_{r_0} + \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+ = 0; r = 1, \dots, s \quad \lambda_j, s_i^-, s_r^+ \geq 0, j = 1, \dots, n
\end{aligned} \tag{1.14}$$

- d) Supereficiencia. Andersen y Petersen (1993) presentaron una extensión de la metodología básica DEA, que tiene la particularidad de categorizar no sólo a las DMU ineficientes, sino también a las DMU eficientes. Convencionalmente, los modelos DEA evalúan la eficiencia de una DMU en relación con una DMU compuesta resultante de una combinación lineal y referencia de la eficiencia máxima en el cual ella misma está incluida. La alternativa de este tipo de modelos es que excluye cada DMU de su propio grupo de referencia, con lo cual es posible obtener magnitudes de eficiencia que exceden la unidad.
- e) Modelos FDH (*Free Disposal Hull*). Como describen Deprins, Simar y Tulkens (1984) su principal característica es que no imponen el supuesto de convexidad a la tecnología, sino que únicamente consideran disponibilidad gratuita de factores y productos. Tienen en cuenta así el hecho de que frecuentemente es difícil hallar una justificación teórica o empírica que avale el postulado de convexidad en los conjuntos de posibilidades de

producción. Estos modelos han sido criticados por Thrall (1999) argumentando que no llevan asociados vectores de precios virtuales para los *inputs* y *outputs* que permitan evaluar la eficiencia económica. Sin embargo, Cherchye, Kuosmanen y Post (2000) han rebatido estos argumentos afirmando que los modelos FDH poseen mayor sentido económico que los DEA en caso de que los precios estén fijados endógenamente.

Finalmente, conviene destacar que DEA proporciona las medidas de eficiencia sin hacer ninguna consideración respecto de la exactitud de los datos correspondientes a la información sobre grado de uso de los factores y cantidad de producto obtenida, cuando en la práctica pueden existir errores de medida en esas variables. Por tanto, es importante tener presente que los resultados de eficiencia obtenidos son sólo estimaciones de la eficiencia verdadera y, como tales, muy sensibles a los errores o a valores muy dispares en los datos, así como a la influencia de factores externos fuera del control de las DMU analizadas.

Se han desarrollado diferentes procedimientos para analizar la sensibilidad y la robustez de los resultados de esta metodología. En general, todos ellos usan los mismos datos de las DMU para evaluar por algún procedimiento las variaciones de la eficiencia DEA. El análisis de sensibilidad tiene como objetivo comprobar la robustez de los resultados con respecto a desviaciones de los datos utilizados. Estos procedimientos suelen centrarse en determinar condiciones suficientes, es decir, se basan en limitar los cambios posibles a cantidades que conservarán el resultado de eficiencia. Si bien son muy útiles para obtener una primera aproximación de la fiabilidad de los resultados, no proporcionan un análisis riguroso del impacto de los errores. Esto se debe a que, por un lado, están generalmente centradas en perturbaciones parciales de datos seleccionados y, por otro, no explican la distribución estadística del error, de modo que es difícil interpretar las medidas de sensibilidad de modo estadísticamente significativo.

Cazals, Florens y Simar (2002) han propuesto procedimientos para mejorar las limitaciones estadísticas tradicionales de los modelos DEA-FDH mediante un tratamiento de los valores extremos o *outliers* que utiliza el concepto de función de *inputs* mínimos esperados o, lo que es equivalente, el de función de producción máxima esperada de orden “m” para obtener estimadores más robustos.

Una alternativa distinta es analizar las propiedades estadísticas de las estimaciones DEA mediante una metodología que permite generar datos factibles adicionales, con los cuales es posible aproximar la distribución del estimador mediante la distribución del estimador *bootstrap* u otras técnicas de replicación (Simar y Wilson, 2011). Estas y otras vías de integración metodológica se describen al final de este capítulo.

1.3.2. Metodologías de estimación paramétricas

Los modelos paramétricos utilizados con el fin de estimar fronteras de producción pueden clasificarse en fronteras determinísticas y fronteras estocásticas (Muro, 1984; Greene, 2008). Las fronteras determinísticas se caracterizan por ser modelos causales construidos sobre la hipótesis de que el proceso de producción de la unidad de decisión analizada es de naturaleza determinista en el sentido de que todas las DMU de la muestra observada comparten una familia común de fronteras de producción y, en consecuencia, todas las variaciones observadas en el resultado de una DMU individual se atribuyen a ineficiencia con respecto a la familia común de fronteras. Representan, por tanto, de modo fiel el contenido teórico de una función de producción microeconómica neoclásica. La imposibilidad de que las observaciones superen el máximo representado por la frontera de producción queda reflejada en estos modelos en la forma de la distribución del término de error, que se especifica como una perturbación aleatoria.

En contraste, como se comprobará más adelante, las fronteras estocásticas no sostienen la naturaleza estrictamente determinística del proceso productivo ya que consideran la existencia de un conjunto de factores que escapan al control de la DMU. Entre las variables que no se consideran como constitutivas de ineficiencia estarían tanto las totalmente fuera del control de la unidad de producción (demografía, cambios normativos, etc.), como el denominado ruido estadístico que incluye los errores de medida y los de especificación de la relación formulada. En los modelos estocásticos, la frontera puede variar aleatoriamente para las unidades incluidas en la muestra que, por consiguiente, no tienen por qué compartir necesariamente una familia común de fronteras.

Por tanto, una DMU será o no eficiente en relación con su propia frontera y no con respecto a una común que represente la norma de la muestra. Los supuestos establecidos se plasman en la especificación del componente aleatorio de la frontera como suma de dos perturbaciones aleatorias independientes: una simétrica que recoge los elementos no constitutivos de ineficiencia y otra de una sola cola que recoge los efectos de la ineficiencia. En la exposición de las principales características de las fronteras deterministas se sigue a Muro (1984), Kalirajan y Shand (1999) y Kumbhakar y Knox Lovell (2000). Seguidamente se resumen las principales metodologías de estimación.

Un primer enfoque es afrontar las estimaciones de fronteras deterministas mediante programación. En su trabajo pionero, Aigner y Chu (1968) postularon una función de producción de tipo Cobb-Douglas, a la que añadieron un término de error no positivo con el que pretendían garantizar que ninguna observación se situara por encima de la frontera, reflejando así las situaciones de ineficiencia de las DMU:

$$y_i = f(x_i, \beta)e^{-u_i}, u_i \geq 0 \quad [1.15]$$

En esta ecuación, y_i es la producción de la unidad i -ésima, mientras que $f(x_i, \beta)$ es la función que se va a suponer de tipo Cobb-Douglas, x_i el vector de n factores productivos utilizados por la DMU i -ésima, β un vector de parámetros y u_i , es una perturbación aleatoria no negativa. Con todos estos supuestos y tomando logaritmos se obtiene:

$$\ln y_i = \beta_0 + \sum_n \beta_n \ln x_{ni} - u_i, u_i \geq 0 \quad [1.16]$$

Es importante resaltar que la exigencia de que $u_i \geq 0$ garantiza que $y_i \leq f(x_i, \beta)$. Además, también es relevante constatar que la expresión [1.16] es un modelo de regresión lineal con una perturbación no negativa. Este enfoque persigue dos objetivos. El primero es obtener estimaciones del vector de parámetros β que describe la estructura de la frontera de producción, mientras que el segundo es lograr estimaciones de u_i que puedan ser empleadas para estimar la eficiencia técnica de cada DMU calculando e^{-u_i} .

Por otra parte, una implicación importante del supuesto de que $u_i \geq 0$ es que esta restricción debe ser considerada al establecer la estrategia de estimación ya que no respeta el supuesto característico de los Mínimos Cuadrados Ordinarios que requieren una perturbación de media cero. Considerando esa circunstancia, Aigner y Chu (1968) estimaron los parámetros de la función de producción utilizando dos procedimientos basados en la programación por objetivos o *goal programming*: una técnica de programación lineal y una técnica de programación cuadrática resumidos en Khumbakar y Knox Lovell (2000):

- El enfoque de programación lineal tiene como objetivo calcular un vector de parámetros β para el cual la suma de las desviaciones ponderadas de la producción observada de cada unidad por debajo de la frontera sea mínima. Las desviaciones obtenidas pueden emplearse como medidas de la eficiencia técnica de cada productor:

$$\begin{aligned} & \text{Min } \sum_i u_i \\ & \text{S.A. } \left[\beta_0 + \sum_n \beta_n \ln x_{ni} \right] \geq \ln y_i \end{aligned} \quad [1.17]$$

- El modelo de programación cuadrática plantea calcular un vector de parámetros β para el cual la suma del cuadrado de las desviaciones ponderadas de la producción observada de cada DMU por debajo del máximo nivel de producción posible sea mínima:

$$\begin{aligned} & \text{Min } \sum_i u_i^2 \\ & \text{S.A. } \left[\beta_0 + \sum_n \beta_n \ln x_{ni} \right] \geq \ln y_i \end{aligned} \quad [1.18]$$

En ambos casos, la frontera de producción permite estudiar la eficiencia técnica (ET), que se mide mediante la expresión:

$$ET_i = \frac{y_i}{f(x, \beta)} = \frac{f(x_i, \beta)e^{-u_i}}{f(x_i, \beta)} = e^{-u_i} \quad [1.19]$$

Con ET_i se dispone de una medida que viene orientada hacia el *output* y evalúa la proporción que representa la producción actual respecto a la que se obtendría si la unidad de producción utilizara sus recursos con eficiencia técnica.

Independientemente de si se usa el enfoque lineal o el cuadrático, las fronteras así obtenidas pueden calificarse de paramétricas en cuanto que queda plasmada en una expresión matemática concreta, función de unos parámetros. Además, son determinísticas en cuanto que no se especifica el ruido aleatorio y cualquier perturbación que lleve a las unidades fuera de la frontera se interpreta en términos de eficiencia, lo que supone la principal limitación de este enfoque. Finalmente, al utilizar técnicas de programación matemática, los valores encontrados para los parámetros carecen de propiedades estadísticas, por lo que no son aplicables contrastes de hipótesis ni intervalos de confianza. En definitiva, vendrían a presentar todos los inconvenientes de los análisis envolventes de datos o DEA y la limitación añadida por la especificación de una forma funcional.

Una segunda posibilidad es realizar estimaciones de fronteras determinísticas mediante máxima verosimilitud. El trabajo de Aigner y Chu (1968) dio lugar a una serie de extensiones destinadas a salvar las dificultades descritas. Afriat (1972) consideró que la perturbación aleatoria seguía una distribución gamma y empleó el método de Máxima Verosimilitud. Richmond (1974) utilizó el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios Modificados. Schmidt (1976) mostró como los parámetros obtenidos por Aigner y Chu coinciden con los estimadores máximo-verosímiles cuando se supone una distribución exponencial para los errores del modelo si el enfoque es de programación lineal y al considerar una normal truncada en programación cuadrática.

Los estimadores así obtenidos no poseen las propiedades de consistencia y eficiencia asintótica características de los estimadores máximo-verosímiles que se obtienen en los modelos con una perturbación simétrica. Greene (1980) expuso que esas dificultades podrían salvarse utilizando distribuciones como la Gamma, la Chi-cuadrado o la Log-normal y realizó estudios aplicados concretos. En definitiva, la estimación por máxima verosimilitud está afectada por la elección de la

distribución de los residuos. Además, los modelos basados en el enfoque de Aigner y Chu, presentan problemas adicionales en presencia de heteroscedasticidad, por otra parte frecuente en los datos que empleados en este tipo de análisis (Banker, Charnes y Cooper, 1984).

Esa dificultad puede omitirse empleando otras técnicas basadas en una estimación mínimo-cuadrática, corregida mediante el desplazamiento hacia arriba en la cuantía adecuada de la función de producción de modo que las observaciones permanezcan siempre por debajo de la frontera así estimada. Las dos técnicas fundamentales son la Estimación por Mínimos Cuadrados Ordinarios Corregidos, MCOC (*Corrected Ordinary Least Squares*, COLS en inglés) y la estimación por Mínimos Cuadrados Ordinarios Modificados, MOCM (*Modified Ordinary Least Squares*, MOLS en inglés).

En consecuencia, un tercer grupo de metodologías se basan en estimaciones MCOC-COLS, introducidas por Winsten en 1957 y ampliadas por Afriat (1972) y Richmond (1974) para dar lugar a las estimaciones MOLS, una variante de la primera. El punto de partida del análisis es un modelo de frontera de producción que puede formularse como:

$$y_t = \beta X_t + \eta_t; t=1, 2, \dots T. \quad [1.20]$$

En la expresión [1.20] Y_t representa el producto de la observación t ; X_t es el vector ($k \times 1$) de variables explicativas, β el vector ($k \times 1$) de parámetros de la frontera, η_t una única perturbación aleatoria (que no considera separadamente ni errores de medida, ni factores situados al margen del control de la DMU ni variaciones relacionadas con la eficiencia), y T el tamaño de la muestra.

La parte sistemática o exacta del modelo facilita el valor máximo de Y_t para un vector dado X_t . La esperanza matemática del término de error del modelo es distinta de cero, ya que éste recoge tanto los efectos de los factores que escapan del control de la DMU, que pueden considerarse de media nula, como la ineficiencia productiva. Con esta formulación del modelo de frontera se consideran tanto las fronteras deterministas como las estocásticas, diferenciadas únicamente por el término η_t . En el caso de las primeras, $\eta_t = u_t$ con $u_t \geq 0$ y u_t se especificaría como una distribución de una sola cola. Sin embargo, en el caso de las fronteras estocásticas $\eta_t = u_t + v_t$, con $u_t \geq 0$ y donde η_t es la suma de dos términos aleatorios: uno, análogo al anterior, con distribución de una cola y, el otro, simétrico con media nula.

Las perturbaciones representativas de la ineficiencia serán siempre del mismo signo, negativas, en el caso de funciones de producción. Si se supone que las perturbaciones η_t se distribuyen idéntica e independientemente para cualquier t y, adicionalmente, se exige la independencia entre η

y X_t , el modelo [1.20] cumple todas las hipótesis del modelo de regresión lineal clásico, excepto en lo que concierne a la esperanza de las perturbaciones aleatorias, que no es nula y que se designa como μ para formular [1.21]. Dado que el modelo contiene un término independiente, es posible demostrar que la estimación mínimo cuadrática del mismo proporciona un estimador no sesgado y consistente del conjunto de parámetros β , a excepción del término independiente. El error estándar de estas estimaciones es calculable y puede mantenerse la normalidad asintótica de los estimadores. El único parámetro de [1.20] que no puede estimarse consistentemente por mínimos cuadrados es el término independiente.

Con estos supuestos, y transformando [1.20] mediante la suma y la resta de μ y la reagrupación de los términos de la ecuación, se obtiene [1.21]. Esta nueva expresión sí permite calcular una estimación consistente del nuevo término independiente $\beta_0 + \mu$:

$$y_t = \beta_0 + \mu + \beta X_t + (\eta_t - \mu), \text{ con } t=1, 2, \dots, T. \quad [1.21]$$

El método COLS se fundamenta en la estimación mínimo cuadrática de los parámetros de esta frontera de producción, con excepción del término independiente, y en la corrección de ese término independiente a partir de la manipulación de los momentos de los residuos mínimo cuadráticos. Las estimaciones resultantes son consistentes.

No obstante presenta dos limitaciones. La primera es que se puede obtener una estimación consistente de μ y corregir con ella la estimación mínimo cuadrática del término independiente; esta estimación consistente se obtendría a partir de los momentos de los residuos mínimo cuadráticos que depende de la distribución del término de error en la frontera, lo cual supone un inconveniente. La otra dificultad es la presencia de algunos residuos con signo positivo, lo cual es relevante debido a que el cálculo de medidas de eficiencia descansa en la uniformidad de los signos de los residuos. Greene (1980) ha demostrado que esta contrariedad puede ser solucionada estimando la frontera por mínimos cuadrados y corrigiendo el término independiente resultante mediante su desplazamiento en un valor igual al error de mayor cuantía, hasta que todos los residuos resulten del mismo signo y al menos uno de ellos, el correspondiente a la máxima eficiencia, sea nulo. Este método de corrección produce estimaciones consistentes de β_0 y, además no se ve alterado por el problema de las distintas correcciones motivadas por las diversas especificaciones del término de error en la frontera.

En definitiva, el método COLS produce estimaciones consistentes del conjunto de los parámetros de la frontera de producción pero estas estimaciones no son asintóticamente eficientes. La corrección de la estimación mínimo cuadrática del término independiente puede realizarse por dos

procedimientos. El primero, incorpora la información contenida en la forma de la distribución de la ineficiencia, por lo que ocasiona estimaciones diferentes dependiendo de las hipótesis establecidas para la estructura de dicha ineficiencia. El segundo, no introduce información adicional a la suministrada por la muestra y, aunque disminuye las dificultades de estimación, desaprovecha estadísticamente la asimetría del término de error, característica esencial de estos modelos de frontera.

El cuarto grupo de métodos se basa en estimaciones MOLS. Afriat (1972) y Richmond (1974) propusieron esta variante del método COLS. Sugirieron que el modelo determinista de referencia podría ser estimado mediante Mínimos Cuadrados Ordinarios, bajo el supuesto de que sus perturbaciones siguen una distribución determinada como la exponencial o la seminormal. El procedimiento es bastante similar al antes descrito. Tras estimar mediante MCO el modelo, el término independiente es modificado mediante la distribución considerada. Los residuos MCO pueden ser utilizados para obtener estimadores consistentes de la eficiencia técnica de cada unidad de producción, como en el modelo COLS.

El problema de la estimación así obtenida es doble. Por una parte, igual que en máxima verosimilitud, la elección de una u otra distribución para la perturbación nos lleva a distintos resultados al analizar la eficiencia. Por otra, el método no garantiza que todos los errores sean finalmente negativos, es decir, no todas las observaciones resultan por debajo de la frontera, pudiendo entonces obtener para éstas una medida de eficiencia mayor a 1 que resulta incoherente. Además, si suponemos una distribución para los términos de error, resulta más eficiente emplearla desde el principio en la estimación de todos los parámetros y no sólo del término independiente tal y como se hace utilizando el método de máxima verosimilitud.

La técnica de MCOC no presenta estas carencias, pero ambas comparten un origen común que es la estimación mínimo-cuadrática, la cual aporta parámetros medios. Es muy probable, sin embargo, que las unidades de producción más eficientes situadas en la frontera, lo sean por emplear la tecnología de modo diferente a la media: aprovechando economías de escala o posibilidades de sustitución distintas. Esto haría que los parámetros de la frontera fueran diferentes a los que resultan del comportamiento medio de las DMU, y esa posibilidad sólo la contempla la técnica de máxima verosimilitud.

Como indican Kumbhakar y Knox Lovell (2000), todas estas técnicas comparten su simplicidad y sus deficiencias. Cada una de ellas mide la eficiencia técnica respecto a una frontera de producción determinística. Cualquier variación en la producción no asociada a cambios en los factores productivos es atribuida a la ineficiencia técnica sin considerar el impacto que factores aleatorios externos puedan tener sobre la eficiencia, tanto en sentido positivo como negativo. En la evolución lógica del análisis de estos temas se hacían necesarios modelos capaces de separar la ineficiencia

propiamente dicha de otros factores, y esa aportación corresponde a las fronteras de producción estocásticas.

Por otra parte, de acuerdo con lo ya descrito al inicio de este apartado, el segundo bloque de metodologías para la estimación de fronteras de producción está integrado por las denominadas fronteras de producción estocásticas. (SPF, *Stochastic Production Frontiers*), introducidos simultáneamente por Aigner, Lovell y Schmidt (1977) y Meeusen y Van Den Broeck (1977). Su característica fundamental es la incorporación de un error aleatorio adicional v_i al error aleatorio no negativo considerado en el modelo ya descrito para obtener:

$$y_i = f(x_i, \beta) e^{(v_i - u_i)}, u_i \geq 0 \quad [1.22]$$

Aigner *et al.* (1977) suponen que los errores v_i , que recogen los errores de medida y de especificación de la función de producción, son variables aleatorias normales, independientes y que están idénticamente distribuidos con media cero y varianza σ_v^2 , independientes de los errores u_i , que son considerados variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas según una función no negativa y encargados de reflejar las variaciones debidas a ineficiencias técnicas. El modelo es calificado como estocástico porque los valores de la producción tienen una frontera superior determinada por la variable aleatoria (estocástica) v_i que puede ser negativa o positiva lo que hace que los resultados cambien respecto del modelo determinístico.

Se pueden analizar detenidamente las principales características del modelo empleando el caso de una DMU que elabora un único producto q_i utilizando un único factor productivo x_i . Con una función de producción de tipo Cobb-Douglas, la función de producción estocástica puede adoptar cualquiera de estas expresiones:

$$y_i = e^{\beta_0} x_i^{\beta_1} e^{v_i - u_i} \quad [1.23]$$

$$y_i = e^{\beta_0 + \beta_1 \ln x_i} e^{v_i} e^{-u_i} \quad [1.24]$$

$$\ln y_i = \beta_0 + \beta_1 \ln x_i + v_i - u_i \quad [1.25]$$

Las expresiones [1.23] y [1.24] son dos modos equivalentes de definir la función Cobb-Douglas. Por otra parte, [1.25] es el resultado de tomar logaritmos neperianos sobre la ecuación anterior. En [1.24] se pueden diferenciar tres aspectos: un componente determinístico del modelo que sería $\exp(\beta_0 + \beta_1 \ln x_i)$, el ruido estadístico habitual, descrito en $\exp(v_i)$ y, finalmente, el componente que permitirá evaluar la eficiencia o ineficiencia de la unidad estudiada empleando $\exp(-u_i)$.

La conducta así descrita para un producto y un factor puede generalizarse para el caso de varias unidades de decisión que emplean diferentes factores. En concreto, los valores (no observados) aportados por el modelo tienden a distribuirse por encima y por debajo de la parte determinista de la frontera de producción. Sin embargo, los volúmenes de producción reales observados tienden a permanecer por debajo de la parte determinista de la frontera estimada. De hecho, sólo pueden encontrarse por debajo de la parte determinista de la frontera cuando el ruido estadístico resulta ser positivo y mayor que el correspondiente a la perturbación provocada por la ineficiencia, lo que suministra una base para analizar la eficiencia técnica (ET) con el modelo:

$$ET_i = \frac{q_i}{\exp(x_i'\beta + v_i)} = \frac{\exp(x_i'\beta + v_i - u_i)}{\exp(x_i'\beta + v_i)} = \exp(-u_i) \quad [1.26]$$

Esta medida de la eficiencia técnica toma valores entre 0 y 1. Mide la producción de una DMU i -ésima en relación con la producción que podría alcanzarse si se utilizara con total eficiencia el vector de factores. Por tanto, el primer paso para predecir la eficiencia técnica ET_i (que es una variable aleatoria), es estimar los parámetros del modelo SPF enunciado en [1.22].

La estimación de la frontera estocástica requiere tener en cuenta los supuestos introducidos al desdoblarse los errores aleatorios. Así, se ha supuesto que v_i tiene las propiedades del modelo clásico de regresión lineal por MCO, por lo que la singularidad procede de considerar que $u_i \geq 0$. Bajo estos supuestos, se pueden obtener estimadores consistentes de los parámetros utilizando MCO. Sin embargo, este estimador MCO del término independiente está sesgado a la baja. Entre otras cosas, esto supone que no es posible emplear los estimadores MCO para evaluar la eficiencia técnica. Una solución para este problema consiste en corregir con el sesgo ese término obteniendo el estimador COLS. Sin embargo, la mejor solución es realizar algunos supuestos sobre la distribución de los dos términos de error y estimar el modelo usando máxima verosimilitud, ya que los estimadores que se obtengan presentarán propiedades asintóticas mucho mejores.

Aigner, Lovell y Schmidt (1977) obtuvieron estimadores máximo verosímiles bajo el supuesto de que las perturbaciones v_i eran variables aleatorias e idénticamente distribuidas según una normal de media cero y varianza σ_v^2 , mientras que los errores u_i se distribuirían según una normal truncada positiva. Los autores parametrizaron la función de máxima verosimilitud en su versión logarítmica considerando la normal truncada de modo que $\sigma = \sigma_v^2 + \sigma_u^2$ y $\lambda^2 = \frac{\sigma_u^2}{\sigma_v^2} \geq 0$. Con esta transformación, si $\lambda=0$ no existe ineficiencia técnica y todas las desviaciones respecto a la frontera se deben a ruido normal. Utilizando esta transformación, la función de máxima verosimilitud queda:

$$\ln L(y|\beta, \sigma, \lambda) = -\frac{I}{2} \ln\left(\frac{\pi\sigma^2}{2}\right) + \sum_{i=1}^I \ln \Phi\left(-\frac{\varepsilon_i \lambda}{\sigma}\right) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^I \varepsilon_i^2 \quad [1.27]$$

En esta ecuación, y es un vector del logaritmo de las cantidades producidas, $\varepsilon_i = v_i - u_i$ y $\Phi(x)$ es la función de distribución de la normal evaluada en x .

Obtener el máximo de la función de máxima verosimilitud implica calcular la primera derivada de la misma, obtener los valores correspondientes igualando a cero, y verificar después en la segunda que los valores son menores que cero. Sin embargo, el modelo da lugar a que las condiciones de primer orden requieran solucionar ecuaciones no lineales que no pueden resolverse analíticamente para β , σ y λ . Por tanto, hay que resolver el problema de maximización utilizando un procedimiento iterativo.

Es frecuente que los supuestos sobre la distribución de u_i incorporen diferentes funciones. Stevenson (1980) utilizó una normal truncada, Greene (1990) ha empleado la función Gamma. En Kumbhakar y Lovell (2000), se describen estas y otras aproximaciones. Todas ellas también requieren el uso de procedimientos iterativos.

Respecto a la elección de la forma funcional, la misma depende de varios factores. Por un lado, la versatilidad de los datos respecto de los programas informáticos existentes para tratarlos. En otro sentido, desde un punto de vista teórico, algunos investigadores evitan las distribuciones Exponencial y Semi-normal porque alcanzan un valor en cero lo que supone que la mayor parte de las situaciones de ineficiencia pueden estar en un entorno de ese valor; en ese sentido, por ejemplo, la Normal truncada y la Gamma presentan un rango de valores mayores. Estas divergencias dan lugar a diferentes medidas de la eficiencia. En cualquier caso, cuando se ordenan las DMU tomando como base la eficiencia técnica predicha por el modelo, los *rankings* resultantes son frecuentemente robustos y resisten las comparaciones entre diferentes supuestos respecto de la distribución de los errores. Siempre que eso ocurra, el principio de parsimonia favorece los modelos basados en la Exponencial y la Semi-normal por ser más simples.

Coelli *et al.* (2005), así como Kumbakar y Know Lovell (2000) presentan una exposición amplia de estos modelos y de los problemas econométricos asociados a los mismos. Una vez estimados los parámetros y caracterizada la función de producción estocástica, se emplean estos parámetros en [1.22] y se define un estimador de eficiencia de cada DMU para calcular el error compuesto, $\varepsilon_i = v_i - u_i$. El siguiente paso es la separación de los términos de error, que puede realizarse a partir de la esperanza condicional de u dado ε (Kumbakahr y Knox Lovell, 2000). Con las predicciones individuales de u_i se pueden calcular los índices de eficiencia de cada DMU a partir de la expresión [1.26].

Otra forma de estimar funciones de producción estocásticas es utilizar el concepto de función de distancia. Como ya se comentó anteriormente, la eficiencia técnica puede representarse mediante una función de distancia definida sobre el conjunto de posibilidades de producción. La estimación de la eficiencia técnica utilizando una función de distancia D_i^0 de productos se realiza planteando esta función para la DMU i , en términos logarítmicos:

$$\ln D_i^0 = \ln D_i^0(x_i, y_i, \beta) \quad [1.28]$$

Adicionalmente, se exige la propiedad de homogeneidad de grado uno en los productos, con lo que $\sum \alpha_j = 1$. Con ello, la función de distancia cumple con la propiedad $D^0(x, \lambda y) = \lambda D^0(x, y)$ para $\lambda > 0$, lo cual refleja la idea de la función de distancia o expansión equiproporcional, según λ de las salidas de la unidad evaluada. Con el cumplimiento de esta igualdad es posible escoger arbitrariamente un número de productos, por ejemplo s y considerar $\lambda = 1/y_s$ de modo que $D^0(x, y/y_s) = D^0(x, y)/y_s$ y dividiendo [2.29] por el output tomado como referencia, resulta:

$$\ln(D_i^0 / y_s) = \alpha_0 + \alpha_j \sum_{j=1}^s \ln(y_j / y_s) + \beta_k \sum_{k=1}^m \ln x_k, \quad i=1, \dots, n \quad [1.29]$$

La ecuación [2.30] es equivalente a:

$$-\ln y_s = \alpha_0 + \alpha_j \sum_{j=1}^s \ln(y_j / y_s) + \beta_k \sum_{k=1}^m \ln x_k - \ln D_i^0, \quad i=1, \dots, n \quad [1.30]$$

En [1.30], la expresión $-\ln D_i^0$ puede considerarse una variable aleatoria cuyo valor debe cumplir ser mayor o igual que cero. Este es un error que introduce perturbaciones a un solo lado y captura la ineficiencia técnica. Llamando $u_i = -\ln D_i^0$ y agregando la perturbación aleatoria v_i (errores de medición y especificación), que se distribuye independientemente de u_i y confiere carácter estocástico a la frontera, se obtiene:

$$-\ln y_s = \alpha_0 + \alpha_j \sum_{j=1}^s \ln(y_j / y_s) + \beta_k \sum_{k=1}^m \ln x_k + v_i - u_i, \quad i=1, \dots, n \quad [1.31]$$

De este modo, la expresión es apta para aplicarla a un modelo de frontera estocástica con parámetros estimables mediante máxima verosimilitud.

Coelli *et al.* (2005) destacan que la estimación de funciones de distancia no es tan directa como esta exposición del modelo podría hacer pensar. Por un lado, las variables explicativas pueden estar correlacionadas con el error compuesto ε lo que violaría uno de los supuestos básicos del mo-

delo de frontera estocástica y daría lugar a estimadores sesgados. Si esa circunstancia se produjera, se debería estimar el modelo empleando variables instrumentales. Por otra parte, otro hecho preocupante es que las funciones de distancia utilizadas con referencia a los *inputs*, con frecuencia no satisfacen las propiedades de concavidad y cuasiconcavidad sugeridas por el Análisis Económico, lo cual puede pervertir algunas conclusiones respecto del impacto del uso de ciertos factores sobre el crecimiento de la productividad y la eficiencia relativa; en ese caso habría que recurrir a modelos de tipo bayesiano.

Cuando hay datos disponibles, una buena alternativa es emplear modelos econométricos de datos de panel, que se caracterizan por suministrar información de un conjunto de unidades de producción para diferentes periodos sucesivos, lo cual permite combinar análisis referidos a relaciones causales con otros relacionados con efectos dependientes del transcurso del tiempo. Como indican Kumbhakar y Knox Lovell (2000) o Coelli *et al.* (2005), el desarrollo de esta metodología ha permitido obtener estimaciones de eficiencia técnica con mejores propiedades estadísticas que las que se conseguían con datos transversales.

De acuerdo con lo ya expuesto, las fronteras estocásticas estimadas con datos de corte transversal presentan limitaciones importantes ya que requieren supuestos restrictivos sobre la distribución de los dos tipos de errores considerados y la robustez de la inferencia realizada con estos supuestos es limitada.

Los datos de panel permiten salvar esas dificultades. Schmidt y Sickles (1984) destacan sus virtudes en este sentido. En primer lugar, no es necesario realizar supuestos especiales respecto de la distribución específica de la parte de la perturbación referida a la eficiencia para estimar consistentemente los parámetros. En segundo lugar, permiten relajar el supuesto de independencia entre ineficiencia y vector de *inputs*.

Finalmente, diferencian con mayor claridad el componente de la perturbación originado por la ineficiencia técnica del precedente de la perturbación aleatoria ordinaria de cada unidad de producción al observar T veces a la DMU en vez de una sola. Una aplicación de este tipo en el contexto empresarial español puede consultarse, por ejemplo, en Martín y Suárez (2000).

En el caso de la producción educativa en España, en la actualidad no son públicos los datos de panel sobre alumnado, centros educativos, docentes y contexto socioeducativo de los que las administraciones públicas disponen en sus bases de datos y que permitirían la aplicación de estas metodologías, y no se emplearán ni referirán en este trabajo, por lo que no procede extender más su exposición.

1.4. El proceso de integración metodológica de los enfoques paramétricos y no paramétricos

Las ventajas y limitaciones de los procedimientos antes descritos han conducido a investigar procedimientos para intentar configurar mejoras metodológicas en las estimaciones de las fronteras y en los correspondientes análisis de eficiencia fundamentados en ellas. Simar y Wilson (2011) facilitan una visión integrada de los principales avances logrados en este ámbito y su trabajo se ha convertido en referente para describir las interrelaciones existentes y los resultados obtenidos. El objetivo esencial de esta labor de establecer vínculos entre ambos planteamientos ha sido superar el hecho de que los estimadores no paramétricos no permitían, con los enfoques clásicos, la realización de inferencia estadística. El trabajo de Cazals, Florens y Simar (2002), luego extendido por Daraio y Simar (2005) y Dauia *et al.* (2010), entre otros, han permitido obtener alternativas con propiedades estadísticas adecuadas que superan las limitaciones iniciales del enfoque Debreu-Farrell y sus desarrollos primeros.

Así, la reformulación de los problemas de producción y eficiencia en términos probabilísticos para aplicar la Teoría de los valores extremos y de la convergencia en probabilidad, así como sus diferentes modalidades, han permitido establecer las propiedades estadísticas de los estimadores de eficiencia obtenidos mediante DEA y FDH. A partir de estas aportaciones, se han desarrollado también nuevos estimadores robustos en relación a los valores atípicos o *outliers* que, además, evitan los problemas de dimensionalidad y permiten nuevos tratamientos de las variables ambientales y de la medida de la eficiencia condicional. A continuación se describen brevemente los rasgos básicos de estos avances.

En primer lugar, una línea de investigación muy relevante para avanzar en la convergencia metodológica ha sido el tratamiento del problema de la consistencia de los estimadores no paramétricos y el establecimiento de las condiciones bajo las cuales los mismos podrían adquirirla. Los análisis de este tipo consideran tanto el número de *inputs* y *outputs* analizados, que condicionan la denominada dimensionalidad del problema, como el tamaño muestral empleado, los dos elementos esenciales para determinar la viabilidad de que esa consistencia se produzca y establecer el número de observaciones que permiten la convergencia hacia la misma. Con los supuestos habituales, los estimadores paramétricos típicamente logran un ratio de convergencia de $n^{1/2}$, mientras que la mayoría de los no paramétricos presentan ratios de convergencia más lentos, dados por la expresión $n^{1/(p+q)}$, donde q denotaría el número de *outputs*, p el de *inputs* y n sería el tamaño de la muestra. La consecuencia es inmediata: los estimadores paramétricos convergen con mayor rapidez y, por tanto, es posible obtener estimadores significativos con un menor número de observaciones.

Sin embargo, esta afirmación es válida sólo en los modelos paramétricos que reflejan correctamente el conjunto de posibilidades de producción; si se produce algún error de especificación la pretendida consistencia no será tal. En contraste, estos problemas de especificación son más fácilmente evitables con modelos no paramétricos, que podrían ser muy adecuados si los tamaños muestrales fueran suficientemente grandes. Por desgracia, como subrayan Simar y Wilson (2011), buena parte de los estudios que han venido empleando DEA no utilizan tamaños muestrales suficientemente grandes como para que los estimadores obtenidos resulten ser significativos, pero la puerta está abierta para los nuevos trabajos que se emprendan.

No obstante, lograr la consistencia en ciertas condiciones no es suficiente si se pretende realizar inferencias respecto de los niveles reales de eficiencia o ineficiencia y es necesario conocer también la medida en que puedan existir diferentes tipos de sesgo a corregir o la posibilidad de construir intervalos de confianza. Los estudios realizados¹ sugieren que los estimadores de eficiencia DEA tienen propiedades limitadas de modo que no pueden emplearse directamente para realizar inferencia, aunque sí establecen la existencia de distribuciones estables que permiten emplear metodologías *bootstrap* corregidas para realizar inferencia empleando los estimadores DEA y FDH.

Una segunda línea de investigación complementaria de la anterior, que ha permitido establecer vínculos entre los enfoques paramétricos y no paramétricos y presenta gran impacto en los trabajos empíricos más recientes, ha sido la que ha abordado el tratamiento del problema de los casos atípicos u *outliers*. El trabajo de referencia es el realizado por Cazals, Florens y Simar (2002), quienes introducen una caracterización estocástica del conjunto de posibilidades de producción empleando el concepto de frontera de orden $-m$ y definen sus propiedades. Demuestran que está relacionada directamente con los estimadores FDH o DEA tradicionales, pero que es más robusta a los valores extremos u otras fuentes de ruido estadístico. Los estimadores resultantes son calculables fácilmente y presentan propiedades asintóticas, ya que convergen a un ratio de $n^{1/2}$ hacia los estimadores poblacionales. Eligiendo un tamaño de m adecuado, en cuanto que se trabaja con una función de la muestra de tamaño n , los estimadores obtenidos mantienen las propiedades asintóticas de los estimadores FDH y, para conjuntos convexos, de DEA².

Este planteamiento de fronteras parciales también se ha ampliado a las fronteras cuantílicas de orden α , revisando así los planteamientos de Koenker y Bassett (1978), que en el caso de las fun-

¹ Entre otros, los de Park, Jeong y Simar (2010), Simar y Vanhems (2012), Kneip, Simar y Wilson (2008 y 2011) o Wilson (2011).

² Desarrollando este enfoque, Daraio y Simar (2005), Aragón, Gaouia y Thomas-Agnan (2005), Daouia y Simar (2005), Wheelock y Wilson (2008), Wilson (2011), Simar y Vanhems (2012) y Simar, Vanhems y Wilson (2012) han propuesto alternativas robustas a los estimadores FDH y DEA tradicionales en diferentes casos adicionales, como las fronteras hiperbólicas o las funciones de distancia direccional, obteniendo estimadores robustos.

ciones de producción presentaban dos problemas serios. Por una parte, los posibles errores de especificación derivados de la necesidad de enunciar paramétricamente la función condicional cuantílica y, por otra, el hecho de que aparentemente no es posible limitar las estimaciones de la función cuantílica a ser monótonas en conjuntos multivariantes, lo que sugería una pérdida de eficiencia estadística y problemas de interpretación de los estimadores obtenidos. La actualización ha sido realizada, entre otros, por Aragón *et al.* (2005) para el caso univariante, Daouia y Simar (2007) en el multivariante, Wheelock y Wilson (2008) con la orientación hiperbólica y Simar y Vanhems (2012) adoptando el enfoque direccional.

Hay que destacar que los estimadores no paramétricos obtenidos por procedimientos de frontera parcial resultan tener propiedades mucho mejores que los estimadores tradicionales obtenidos por DEA o FDH. Así, no se ven afectados por el problema de la dimensionalidad y, además, los estimadores de estas fronteras parciales son también estimadores consistentes de la frontera total si se permite que el orden de la frontera (m o α) crezca a una tasa adecuada a medida que aumenta el tamaño de la muestra. Estos nuevos estimadores de la frontera total comparten las mismas propiedades asintóticas de los estimadores FDH. Sin embargo, en muestras finitas, los nuevos estimadores no consideran todos los datos y por tanto son mucho más robustos respecto a los *outliers* de las muestras que los estimadores FDH o DEA convencionales. Además, estas fronteras de orden parcial y sus estimadores presentan el beneficio adicional de suministrar herramientas muy útiles para detectar esos *outliers*.

Un asunto tópico y polémico en los análisis de eficiencia es el de las denominadas variables ambientales, que intentan afrontar el problema de distinguir entre los factores directamente relacionados con la DMU analizada y aquellos derivados del entorno en el cual realiza sus actividades. Si se introducen de modo categórico es posible realizar comparaciones entre grupos de DMU de modo que, por ejemplo, es posible analizar el impacto de diferentes tecnologías o, en el caso de los bienes preferentes, aspectos como la producción privada o pública de los servicios sanitarios o educativos; sin embargo la teoría estadística necesaria para dar rigor a los análisis es aún muy insuficiente.

Por otra parte, cuando se consideran variables ambientales continuas, los dos enfoques fundamentales son la regresión en dos etapas y el análisis de la eficiencia condicional. El primer método, en dos etapas, consiste fundamentalmente en clasificar las DMU en eficientes o no empleando DEA o FDH para, a continuación, incluir como regresores a los indicadores así construidos en modelos de tipo paramétrico que utilizan mínimos cuadrados ordinarios o funciones tipo *tobit* y aplican inferencia convencional. Simar y Wilson (2011), han criticado estos procedimientos, que según indican frecuentemente no habrían sido suficientemente rigurosos. Proponen que si se quiere utilizar este método es necesario imponer supuestos de separabilidad, que permitan diferenciar y con-

trastar la influencia de las variables ambientales consideradas, y aplicar un algoritmo que en la segunda etapa del procedimiento se base en métodos *bootstrap*. En caso contrario, las conclusiones sobre los parámetros y su significatividad no estarían fundamentadas correctamente.

En cuanto a la eficiencia condicional (Daraio y Simar, 2005), la necesidad de esta alternativa surge precisamente cuando no es sostenible el supuesto de separabilidad al analizar variables ambientales. En este caso una vía para el tratamiento de las mismas se basa en una extensión de los planteamientos de frontera parcial tanto de orden $-m$ como de orden $-\alpha$ propuestos por Cazals, Florens y Simar (2002).

El camino contrario, desde los modelos paramétricos hacia los no paramétricos, también ha sido abordado. Por citar dos ejemplos, Kumbhakar *et al.* (2007) proponen una aproximación no paramétrica para estimar fronteras estocásticas empleando técnicas de máxima probabilidad local, mientras que Simar, van Keilegom y Zelenyuk (2014), desarrollan una versión semiparamétrica de MOLS.

Como subrayan Simar y Wilson (2011), es necesario resaltar que los métodos paramétricos y no paramétricos no deben considerarse como opciones incompatibles, dados los vínculos descritos. Así, los métodos FDH y DEA facilitan estimadores de fronteras desconocidas o de niveles de eficiencia en el mismo sentido en el que los métodos de mínimos cuadrados o de máxima verosimilitud intentan estimar parámetros desconocidos en los modelos completamente paramétricos. Tanto en unos como en otros, es necesario exigir ciertos supuestos para establecer las propiedades asintóticas de los estimadores y emplear tamaños adecuados de muestras o modalidades de métodos *bootstrap* si se quiere obtener parámetros con adecuadas propiedades estadísticas.

Las grandes ventajas de los estimadores no paramétricos residirían en su flexibilidad y sus propiedades de consistencia, menos exigentes que los supuestos tradicionales de los estimadores paramétricos. Sus desventajas se sitúan en el problema de dimensionalidad, que ralentiza la convergencia de sus estimadores con las de los paramétricos, y en su sensibilidad a los valores extremos, pero pueden tratarse utilizando fronteras parciales como ya se ha descrito. En cualquier caso, a pesar de la elegancia teórica de los modelos paramétricos, los errores de especificación conducen a estimaciones inconsistentes que pueden desvirtuar claramente el sentido de su aplicación.

En definitiva, se hace necesario aplicar estos métodos a cada caso considerando la disponibilidad de datos, las características del proceso productivo analizado y la necesidad de complementar otros enfoques para hacer progresar la línea de investigación a la que se desea contribuir.

Capítulo 2. PRODUCCIÓN Y EFICIENCIA EN EDUCACIÓN

2.1. Introducción

El análisis sobre producción y eficiencia educativa es un tema realmente complejo porque en los trabajos realizados confluyen diferentes tradiciones investigadoras, con perspectivas dispares, y que requieren de un proceso de integración conceptual, metodológico y terminológico para aprovechar las posibles sinergias existentes entre ellas. Las aportaciones esenciales al tema proceden de la Economía, la Psicología y la Pedagogía, pero todavía distan de estar suficientemente armonizadas. El presente capítulo analizará las contribuciones de la primera disciplina y a lo largo del siguiente se realizará una exposición de las aportaciones procedentes de las Ciencias de la Educación para proponer, finalmente, una visión coordinada y actualizada de ambos enfoques que sirva de apoyo al análisis cuantitativo que se realizará posteriormente.

Desde el punto de vista del Análisis Económico, como ya se ha indicado, la relación entre capital humano y crecimiento económico ha sido profusamente abordada desde los años cincuenta del siglo XX hasta la actualidad. Tras el modelo de crecimiento económico de Solow (1957), que reintrodujo el tema en la agenda investigadora después de haber sido largamente omitido a pesar del protagonismo del que gozó en la etapa clásica, se sucedieron los análisis para determinar qué parte del crecimiento no explicado en el mismo y atribuidos en general al progreso técnico podrían deberse a factores más concretos como las economías de escala o el grado de cualificación del factor trabajo. En las primeras investigaciones empíricas realizadas el papel de la educación resultó muy relevante; así, por ejemplo, Denison (1962) determinó que el 23% del crecimiento anual de la economía norteamericana durante el periodo 1909-29 estaba explicado por la mejora en el nivel educativo de la fuerza laboral de ese país, mientras que la cifra ascendería al 42% para el periodo 1929-57.

Por otra parte, ya en los años ochenta Lucas (1988) vuelve a incluir el capital humano y la educación como variables fundamentales en los modelos explicativos del crecimiento económico. En un sentido complementario Romer (1989) y Mankiw, Romer y Weil (1990) postulan los denominados *modelos de crecimiento endógeno*, que consideran el papel de la investigación y el desarrollo en el crecimiento económico y los vinculan al capital humano acumulado en una sociedad.

Finalmente, el desarrollo de la sociedad del conocimiento a partir de finales del siglo XX ha terminado de consolidar la relevancia del estudio del papel de la educación desde esta perspectiva. En general, los trabajos empíricos desarrollados en este campo ponen de manifiesto la existencia de

relaciones directas entre el grado de desarrollo de habilidades obtenidas a través del acceso a la educación en diferentes niveles y edades y el crecimiento económico de los países que se pueden constatar a lo largo del tiempo y en diferentes países¹. En consecuencia, acreditan la necesidad de profundizar en el análisis de los procesos de producción vinculados a la educación.

Por otra parte, en un contexto crecientemente tecnificado como el contemporáneo, el acceso a la educación tiene una dimensión claramente vinculada a la equidad ya que el desarrollo de competencias, que permiten acceder en mejores condiciones relativas al mercado de trabajo, se configura como uno de los mecanismos que afectan esencialmente a la movilidad social, a la participación de los sujetos en el proceso de distribución de la renta (Hanushek y Woessmann, 2008) y al ejercicio de la ciudadanía plena. Por tanto, las sociedades deben gestionar adecuadamente sus limitados recursos para lograr una adecuada provisión de los servicios educativos que contribuya a la mejora del bienestar individual y social y es necesario establecer mecanismos de evaluación para establecer cuáles son los procedimientos óptimos para la producción de este bien público preferente.

En este sentido, la Teoría de la Producción aplicada al caso particular de la educación será el referente en este capítulo y en el estudio empírico que se aborda más adelante. El enfoque tiene una larga tradición investigadora y aporta una gran diversidad de recursos metodológicos para el análisis de la función de producción y de la eficiencia. Además, con las adaptaciones necesarias, permite aprovechar los avances metodológicos procedentes de estudios aplicados sobre otras actividades económicas al caso particular de la educación.

Este capítulo se inicia, precisamente, revisando el punto de vista económico y las diferentes aportaciones metodológicas empleadas. A continuación, se revisa el caso particular de la literatura relativa al caso español.

2.2. La especificación de la función de producción de servicios educativos

Una primera opción que podría considerarse para abordar el problema de la especificación de la función de producción de servicios educativos sería establecer una analogía entre institución educativa y DMU para, seguidamente, aplicar las aportaciones del Análisis Económico descritas en el capítulo anterior. Sin embargo, los rasgos característicos diferenciales de la producción de servicios educativos han hecho que la literatura haya acabado desistiendo mayoritariamente de este enfoque y considere que la unidad de análisis de referencia es el alumnado, configurándose así un enfoque específico que es necesario caracterizar adecuadamente.

¹ Por ejemplo, los analizan en diferentes momentos históricos recientes los trabajos de Griliches (1970), Psacharopoulos y Patrinos, (2004) o Hanushek *et al.* (2008).

Comenzando con los *outputs* escolares, es posible constatar la complejidad inicial de su medición ya que presentan un carácter intangible y múltiple que incluye aspectos como las habilidades cognitivas, las actitudes o el grado de desarrollo de diferentes competencias y su aplicación en contextos académicos y sociales potencialmente muy diversos, lo que requiere asumir, desde el principio, que se emplearán variables *proxy* apoyadas en los resultados logrados por el alumnado en pruebas estandarizadas. Además, el proceso de aprendizaje humano tiene naturaleza acumulativa, de modo que sería necesario tener en cuenta la influencia de variables que también están presentes en momentos pasados y conocer su evolución futura, lo que dificulta realmente una especificación completa de la función de producción y requiere un enfoque referido al aprendizaje a lo largo de la vida o asumir que el estudio del problema es parcial. En el mismo sentido, en el transcurso del mismo interactúan multitud de estímulos externos (Sammons, Thomas y Mortimore, 1997) que constituyen la denominada educación informal, desarrollada en otras instituciones sociales como la familia o el grupo de amigos, que impide atribuir los cambios observados exclusivamente a la actuación de la actividad educativa dirigida por los centros educativos, cuya aportación se configura así como una más de entre diferentes influencias recibidas por las personas.

Por otra parte, un rasgo esencial del proceso es que el alumnado es el *input* fundamental del proceso productivo y, además, las modificaciones en sus capacidades son el *output* obtenido durante el proceso. En consecuencia, respecto de los *inputs* presentes, junto a los elementos materiales y humanos aportados por los centros educativos y sus modalidades organizativas o las técnicas pedagógicas adoptadas por los docentes, concurren también las características individuales del alumnado, incluyendo sus patrones de aprendizaje y su percepción de las instituciones y los procesos educativos, así como los rasgos de su entorno socioeconómico.

Además, las circunstancias anteriores también han limitado históricamente las posibilidades de emplear el enfoque de la eficiencia asignativa para analizar los problemas de producción de servicios educativos. Como describe Mancebón (1999), dado que el mismo requiere disponer de información sobre los costes de todos los factores productivos, el problema es realmente complejo ya que *inputs* como los rasgos familiares, la experiencia educativa previa, las cualidades personales individuales de los estudiantes, la modalidad de proceso de enseñanza adoptada por los docentes o los rasgos de las estrategias de aprendizaje del alumnado presentan rasgos propios difícilmente modelizables ni cuantificables por la vía de los costes en un sentido convencional habitual en cualquier DMU de tipo empresarial. La razón fundamental es que no existen ni mercados ni criterios de imputación aceptables que los sustituyan para estimar los costes de los factores productivos en este proceso de producción específico. La consecuencia es que la literatura en

este campo se ha centrado en el estudio de la producción y, en menor medida, de la eficiencia técnica y ha omitido el enfoque de la eficiencia asignativa.

Otro aspecto relevante es que, la posible consideración de los centros educativos como DMU presenta problemas de agregación, fundamentalmente derivados de que el uso de la tecnología educativa puede no ser el mismo para diferentes tipos de alumnos y alumnas. Esta circunstancia puede conducir a la denominada *falacia ecológica*, al inferir erróneamente que resultados de los sujetos corresponden a las instituciones en las que están integrados durante el proceso de producción (Robinson, 1950). Estos argumentos han sido detenidamente descritos para defender las virtudes de los modelos multinivel; Snijders y Bosker (2012), por ejemplo, revisan la literatura en este caso. Finalmente, el carácter de bien público preferente y las relaciones singulares del proceso de producción con precios y costes en un contexto de masiva provisión pública y producción parcialmente pública y parcialmente privada, añaden elementos adicionales de complejidad que marcan la diferencia con los estudios de producción y eficiencia en otros sectores.

En definitiva, se trata de un proceso productivo heterogéneo y no completamente estandarizado (Mancebón, 1999; Mancebón y Bandrés, 1999) de modo que la analogía entre empresa o institución que configura la DMU, típica del Análisis Económico, tiene que ser reformulada en este caso para considerar como referente al alumnado. La disponibilidad masiva de datos estadísticos individuales procedentes de estudios internacionales, que han pasado a ser los habitualmente empleados por encima de los microdatos recopilados por los investigadores de las primeras etapas de estos estudios, también ha contribuido a la consolidación del enfoque basado en los sujetos.

Así, el enunciado de la función de producción educativa que ha venido imponiéndose es el definido por Levin (1974) y Hanushek (1979). Su formulación básica puede expresarse de la siguiente manera:

$$C_{ij}^t = f(B_{ij}^t, S_j^t, P_j^t, I_{ij}^t) \quad [2.1]$$

Donde C_{ij}^t es un vector multidimensional que representa el *output* del proceso educativo del alumno o alumna i en la escuela j , evaluado a través del grado de desarrollo de la competencia analizada en el instante t . El nivel alcanzado en la misma por un sujeto depende de un conjunto de factores representados por sus características socioeconómicas o, lo que es equivalente su *background* familiar (B_{ij}^t), de los *inputs* escolares a los que ha tenido acceso, que incluyen tanto la dotación material de recursos como sus rasgos organizativos (S_j^t), de las influencias de sus compañeros

y compañeras de clase o efecto *peer group*, (P_j^t) y de las capacidades innatas del alumno o alumna (I_{ij}^t).

Una función de producción tipo frontera así enunciada relaciona el máximo nivel de *output* que se puede obtener dados unos *inputs* y una determinada tecnología en un determinado momento del tiempo. En el ámbito de la educación, la función de producción educativa representa la máxima puntuación que puede alcanzarse teniendo en cuenta los recursos disponibles y sirve de referencia para calcular la ineficiencia de aquéllos que no logran alcanzarla. El origen de la ineficiencia es diverso y responde a diferencias tanto en el esfuerzo y la motivación de los agentes implicados (alumnos, profesores y otros integrantes de los centros educativos con responsabilidad en el proceso), como a aspectos institucionales, organizativos y materiales relacionados con los anteriores y con sus centros educativos.

La estimación empírica de estos modelos presenta dos problemas principales: la dotación intelectual obtenida genéticamente por el alumnado, que forma parte de sus capacidades individuales, es inobservable y la información sobre *inputs* es incompleta, tanto respecto del momento del estudio como en relación al pasado. Así, este planteamiento considera únicamente un instante del tiempo determinado, lo que supone implícitamente que sólo las variables contemporáneas con el momento de la toma de datos son relevantes, que los *inputs* no se han modificado a lo largo del tiempo de modo que los actuales capturan la trayectoria de los anteriores y que las capacidades individuales del alumnado son independientes del resto de las variables. Por tanto, el término de error que requeriría la estimación de esta función incluiría la totalidad de los factores omitidos, incluyendo la historia anterior de las variables y niveles previos en las capacidades individuales, así como los errores de medida. Todos estos supuestos son bastante restrictivos.

A esto hay que unir el hecho de que es muy probable la existencia de una correlación entre la capacidad individual del alumnado y el resto de las variables (por ejemplo por la correlación entre coeficiente intelectual y características tanto genéticas como socioeconómicas de las familias), por lo que los problemas de endogeneidad, su tratamiento y las dificultades correspondientes a la hora de especificar y realizar estimaciones son otra cuestión muy relevante sobre la que ha tratado la literatura correspondiente (Todd y Wolpin, 2003; Ding y Lehrer, 2010).

Un primer tipo de soluciones propuestas para el tratamiento de estas dificultades han pasado por la especificación de modelos de valor añadido, que relacionan la medida del desarrollo de la competencia en un momento determinado con datos de periodos anteriores sobre el grado de desarrollo de capacidades empleando variables *proxy*. Así, si se comparan dos instantes de tiempo t y t^* , y se incluye un vector que represente el nivel de logros iniciales, C_{it^*} (por ejemplo, la nota media

del curso anterior o similar) y se considera una determinada capacidad intelectual en el momento de la evaluación I_{ij}^t , la variación en las variables restantes entre los dos periodos analizados permite obtener la siguiente función:

$$C_{ij}^t = f(B_{ij}^{t-t^*}, S_j^{t-t^*}, P_j^{t-t^*}, I_{ij}^t, C_{ij}^{t^*}) \quad [2.2]$$

No obstante, este enfoque también tiene sus limitaciones ya que supone establecer supuestos restrictivos sobre la tecnología productiva empleada y presenta problemas de sesgo por endogeneidad si parte de los *inputs* relevantes no son conocidos. Además, requiere realizar supuestos claros sobre la consideración de las capacidades innatas y las adquiridas como consecuencia del proceso productivo. La razón, habitualmente mencionada en la literatura ya referida, es que existen factores inobservables como la motivación o la determinación que desempeñan un papel importante en los resultados alcanzados en cursos previos y pueden ser también explicativos de los logrados en el presente.

Otra alternativa explorada en el caso de la educación ha sido especificar funciones de producción basadas en la ya mencionada regresión cuantílica (Koenker y Bassett, 1978), que obtiene una regresión para cada cuantil definido para la distribución condicional de calificaciones o de otros instrumentos de medida del rendimiento escolar. De este modo permite determinar si el efecto de las variables explicativas es significativo a lo largo de los distintos puntos de la distribución condicional de rendimientos del estudiante y si la cuantía del efecto es homogénea a lo largo de esa distribución. En la medida en que se consiga identificar con más precisión la significatividad y amplitud de ese efecto para distintos grupos de estudiantes, se podrán ofrecer, sobre la base de los resultados obtenidos, recomendaciones de política educativa más precisas.

Esta metodología tiene, además, otros aspectos ventajosos respecto a la estimación por MCO. Por una parte, las estimaciones mediante regresión cuantílica conceden menos peso a los valores extremos de la variable explicada, debilitando así el impacto de éstos sobre los resultados. Por otra parte, al no imponer la constancia a las estimaciones de los parámetros, puesto que se les permite diferir entre cuantiles, los coeficientes obtenidos serán robustos respecto a problemas de heteroscedasticidad. Finalmente, otra cualidad relevante del enfoque es que en presencia de términos de perturbación que no se distribuyan normalmente los estimadores cuantílicos serán más eficientes que los resultantes de aplicar MCO. En definitiva, al tratarse de un método de estimación de naturaleza semiparamétrica permite relajar la restricción impuesta por MCO de constancia de los parámetros a lo largo de la distribución de valores de la variable dependiente.

El último gran grupo de enfoques para especificar las funciones de producción es de tipo acumulativo, lo que requiere datos tanto contemporáneos como históricos del alumnado, de sus familias y de sus centros educativos. Este planteamiento es completamente coherente con desarrollos recientes en el ámbito del Análisis Económico centrados en postular modelos para explicar los procesos de formación de las capacidades de las personas y su influencia sobre las desigualdades sociales resultantes en los denominados *Human Capability Formation Models*².

Estos modelos aspiran a explicar el grado de desarrollo de competencias de un sujeto determinado a lo largo de su vida. La aportación esencial de este enfoque es que aspira a analizar los procesos de conformación de la tecnología facilitadora de la generación de las competencias necesarias para el desarrollo personal en el ámbito profesional trasladando el énfasis desde las instituciones a los individuos. Su otro rasgo distintivo es que también analiza sus implicaciones en el resto de las dimensiones de la vida social y la integración de las personas (salud, marginalidad, minorías, género, etc.).

Así, se modifica el enfoque tradicional de la función de producción fundamentada en el desarrollo de competencias específicas vinculadas al mundo académico y a los centros educativos como sus unidades de producción de referencia, para realizar un planteamiento centrado en los individuos. Respecto de los mismos profundiza en el conocimiento de la tecnología del proceso de configuración de sus habilidades cognitivas y no cognitivas, en sus condicionantes socioeconómicos e institucionales, así como en las conexiones entre habilidades desarrolladas, empleabilidad y grado de integración social.

Esta nueva perspectiva tiene serias repercusiones metodológicas, ya que sugiere el empleo de nuevas variables explicativas y requiere un seguimiento continuado de los individuos a lo largo de su vida o, al menos, en algunas de sus etapas cruciales como su paso por las diferentes etapas del sistema educativo y su inserción laboral, para analizar los procesos de toma de decisiones implicados y los resultados logrados.

No obstante, la obtención de los datos de panel necesarios para realizar las estimaciones relacionadas con este tipo de modelos teóricos es compleja y sólo se encuentra disponible en algunos países. Así, en los Estados Unidos a partir de la información obtenida por una base de datos construida en el contexto de los estudios NLS, *National Longitudinal Surveys*, Todd y Wolpin (2007) analizan resultados en Lectura y Matemáticas vinculando rasgos del hogar, de los centros educativos y características raciales del alumnado. Constatan la relevancia para explicar el rendimiento en

² Los trabajos de referencia desde esta perspectiva son los de Heckman, Sitxrud y Urzua (2006), Cunha y Heckman (2008 y 2009) y Cunha, Heckman y Schennach (2010).

ambas competencias, tanto de las capacidades intelectuales de las madres como de algunos aspectos de la dotación material de los hogares. Estudios similares empiezan a realizarse en el Reino Unido a partir de diferentes bases de datos longitudinales³.

Por el momento, la información disponible en otros países europeos sobre los rasgos individuales y las trayectorias educativas y profesionales de las personas es muy limitada, pero el planteamiento teórico y los primeros estudios han puesto ya de manifiesto que el Análisis Económico tiene instrumentos para enunciar y estudiar empíricamente la complejidad tecnológica de los procesos de configuración de las competencias individuales y la interacción de variables cognitivas y no cognitivas con otras de tipo institucional y socioeconómico y da idea de la necesidad de considerar estas dimensiones, en la medida en que se disponga de información sobre las mismas, con el fin de mejorar los modelos existentes empleando los datos actualmente disponibles para los investigadores en nuestro contexto.

La incorporación de variables relacionadas con las estrategias de aprendizaje del alumnado y de enseñanza de los docentes para explicar el rendimiento escolar que se realizará en esta investigación, aunque será en un modelo de sección cruzada, viene justificada en parte por el desarrollo de estos modelos y por la constatación empírica de su relevancia para explicar los resultados del alumnado.

2.3. Métodos de estimación de la función de producción educativa y análisis de la eficiencia

Los principales procedimientos empleados para la estimación de funciones de producción de servicios educativos y los estudios de eficiencia realizados en relación a este tema pueden ser divididos, como en el caso general, también aquí en tres grandes grupos: los métodos no paramétricos basados en modelos de programación matemática, los métodos paramétricos que proponen formas funcionales e implican aplicar planteamientos econométricos y, finalmente, los semiparamétricos, resultado de la búsqueda de puntos de encuentro entre ambas metodologías en el sentido ya descrito en el capítulo anterior.

Empezando por la perspectiva no paramétrica, desde los trabajos pioneros⁴ hasta otros relativamente más recientes⁵, los planteamientos DEA y, en menor medida, el FDH han sido

³ Los trabajos de Vignoles y Meschi (2010), Vignoles, De Coulon y Marcenaro-Gutiérrez (2011), Jerrim y Vignoles (2013) o Jerrim *et al.* (2015) son ejemplos recientes de investigaciones que emplean este tipo de datos.

⁴ Por ejemplo los de de Bessent y Bessent (1980), Charnes, Cooper y Rhodes (1981) o Bessent *et al.* (1982).

⁵ Entre otros, los de Thanassoulis (1999), Mancebón y Molinero (2000) o Silva Portela y Thanassoulis (2001). Worthington (2001) recopila aportaciones de este enfoque para el caso de la producción de servicios educativos. En el mismo sentido, Emrouznejad, Parker y Tavares (2008) actualizan la revisión exhaustiva hasta la fecha de la publicación de su

aplicados para la medición de la eficiencia técnica en educación, ya que incluso estuvieron vinculados al origen mismo de la metodología. Esta opción fue la inicialmente preferida por la mayoría de los autores, debido a la dificultad de acceder a datos a gran escala para realizar los análisis que caracterizó las primeras aproximaciones al tema.

Además, jugaron a su favor otros factores de tipo metodológico. Entre ellos hay que destacar su flexibilidad, ya que la metodología DEA no asume ninguna forma funcional acerca de la tecnología que relaciona factores productivos y resultados, y con supuestos relativamente poco restrictivos, como convexidad, isotonicidad, libre disposición de *inputs* y *outputs* e imposición de rendimientos a escala, es capaz de establecer la frontera de producción. Finalmente, también es resaltable que este enfoque permite incorporar el carácter multidimensional característica del proceso de producción educativa, considerando distintos indicadores de resultados.

En cualquier caso, como se ha descrito en el capítulo anterior, sus inconvenientes permanecen cuando se analiza la producción educativa: sus propiedades estadísticas son muy limitadas, se presentan problemas de dimensionalidad, sus resultados son muy sensibles a los *outliers* y no es posible estimar la significación estadística de las variables ni estudiar elasticidades o realizar generalizaciones.

Los análisis de eficiencia DEA están en el mismo origen de la metodología y han sido aplicados en diferentes niveles educativos. La primera perspectiva fue considerar los centros educativos como unidad de análisis⁶. Sin embargo, el replanteamiento de los análisis DEA para utilizar como referente al alumnado es más reciente. El trabajo inicial de referencia es el de Thanassoulis (1999), quien emplea datos de estudiantes para estudiar su rendimiento escolar identificando componentes separados relacionados, por una parte, con su esfuerzo y, por otra, con los centros educativos a los que asisten. Silva Portela y Thanassoulis (2000), amplían el análisis para considerar también el tipo de centro educativo y sus posibles efectos sobre el rendimiento escolar y emplean una descomposición de eficiencia radial tipo Farrell. Los mismos Thanassoulis y Silva Portela (2002) también emplean DEA para centrar el análisis de eficiencia en el alumnado a partir de estimaciones previas de tipo multinivel. Estas investigaciones han tenido gran trascendencia en la literatura al establecer mecanismos de conexión metodológica entre los enfoques DEA y los paramétricos, que han cobrado relevancia creciente a medida que se han desarrollado metodologías semiparamétricas, tal y

artículo citando 42 estudios DEA relacionados con la educación. Más recientemente, Liu *et al.* (2013), han completado un examen detallado de la literatura publicada subrayando el hecho de que las últimas aportaciones que emplean el DEA tradicional se han referido fundamentalmente a la educación superior, mientras que su presencia ha decaído en el caso de la educación primaria y la secundaria a favor de los otros enfoques.

⁶ En este sentido, son relevantes los trabajos de Bessent *et al.* (1982), Mayston y Jesson (1988), Thanassoulis y Dunstan (1994) o Thanassoulis y Silva Portela (2002).

como se describe más adelante. Por citar un ejemplo cercano y reciente, con esta misma orientación a los estudiantes y la metodología DEA en dos etapas, Santín y Sicilia (2014) han analizado datos de enseñanza primaria obtenidos de la Evaluación General de Diagnóstico 2009 (MEC, 2009).

El segundo punto de vista metodológico para la estimación de las funciones de producción es el de tipo paramétrico. Estos enfoques, basados en análisis de regresión, tienen por objeto determinar si existe algún tipo de relación estadística significativa entre los resultados de los alumnos y los diferentes factores que participan en el proceso educativo. Desde la publicación del trabajo de Coleman *et al.* (1966), este punto de vista cuenta con una notable tradición dentro de la literatura⁷.

Todd y Wolpin (2003) han descrito las dificultades esenciales para su estimación. Así, la opción de estimación paramétrica más sencilla sería utilizar MCO, pero como ya se ha indicado, presenta carencias serias fundamentalmente por problemas de potencial endogeneidad.

En los modelos de valor añadido una alternativa ha sido el uso de variables instrumentales para lograr estimadores consistentes (Greene, 1999). Adicionalmente, incluso si el mencionado supuesto de ortogonalidad no fuera violado, la estimación por MCO mantendría cierto sesgo si no se introducen los supuestos de que esas capacidades individuales inobservadas no se modifican en el tiempo, que su efecto es el mismo en todas las edades y que el impacto de los *inputs* sobre el desarrollo de competencias es independiente de la edad del alumno o alumna. Estos supuestos son restrictivos ya que la adquisición de competencias tiene una evolución progresiva con la edad y variable según la competencia analizada y el género del estudiante, de acuerdo con lo que viene estableciendo recientemente la literatura sobre Psicología de la Educación que se describe más adelante.

Otra limitación importante, es que esta opción no proporcionará errores estándares adecuados si los y alumnas pertenecientes a la misma escuela presentan valores similares en las variables escolares, de modo que la correlación promedio entre variables de los alumnos de un mismo centro, será superior a la existente entre alumnos de diferentes escuelas (Hox, 1995) y los estimadores resultantes estarán sesgados a la baja, conduciendo a conclusiones erróneas sobre la significatividad estadística de los parámetros.

Una solución habitualmente empleada para salvar esta limitación concreta, muy relevante en el caso de los análisis de la función de producción educativa que aspiran a diferenciar entre el papel del alumnado y el de las instituciones escolares, es la planteada por los denominados modelos

⁷ Por citar algunos ejemplos, han sido utilizados en los trabajos de Sengupta (1987), Callan y Santerre (1990), Barrow (1991), Deller y Rudnicki (1993), Marcenaro (2002) o Marcenaro y Navarro-Palenzuela (2011). Lietz (2009) o Hanushek y Woessmann (2011) realizan revisiones exhaustivas de su presencia en la investigación con información más reciente.

jerárquicos lineales o modelos multinivel (*Hierarchical Linear Models*, HLM). Aunque con diferentes modalidades son aplicables a cualquier unidad de producción, esta metodología es especialmente adecuada para el análisis de las actividades educativas ya que considera expresamente el hecho de que los datos de las DMU escolares se encuentran organizados jerárquicamente por las propias características del proceso productivo. La formalización y las propiedades de estos modelos se encuentran detenidamente descritas en los trabajos de Raudenbush *et al.* (2004), De Leeuw, Meijer y Goldstein (2008) o Snijders y Bosker (2012).

La estrategia más común en este tipo de estudios en el ámbito educativo consiste en el uso de un enfoque aditivo en el que, a partir de una especificación básica de partida, se van incorporando, sucesivamente, los diferentes bloques de variables explicativas. Así, los HLM consideran expresamente en su formulación, empleando el método de mínimos cuadrados generalizados, el hecho de que el alumnado se agrupa, jerárquicamente ordenado, en clases, centros educativos y zonas geográficas. De este modo, la estimación no calcula una única recta de regresión, como ocurre en un análisis de regresión lineal simple por MCO, sino múltiples rectas, una para cada nivel estudiado. En consecuencia, permiten conocer no sólo el valor promedio de los efectos de las variables explicativas sobre la dependiente, es decir, el valor correspondiente al conjunto de unidades de los niveles superiores (escuelas, distritos, países, etc.), sino también la variación de los efectos en dichos niveles.

Los HLM permiten análisis de eficiencia en al menos dos sentidos. En primer lugar, bajo ciertos supuestos, el estudio de sus residuos hace viable estudiar disparidades, tanto entre centros educativos como entre sujetos más o menos eficientes; no obstante, este planteamiento no ha sido muy utilizado en la literatura. La otra alternativa consiste en utilizar métodos de frontera estocástica asumiendo un error compuesto, en el nivel del alumnado, por componentes: uno estaría normalmente distribuido con media cero y reflejaría el ruido aleatorio y el otro representaría la distancia restante a la frontera estocástica. Suponiendo una determinada distribución para el componente evaluador de la ineficiencia (por ejemplo, una seminormal), es posible estimar para cada alumno o alumna su valor esperado condicional sobre el residuo agregado observado que contiene el ruido aleatorio y la ineficiencia existente en los diferentes niveles. Seguidamente, habría que construir una frontera de práctica educativa óptima directamente tomando como referencia las estimaciones del modelo HLM y a partir de ahí obtener mediciones de la eficiencia (De Witte y Verschelde, 2010).

Dentro del enfoque paramétrico por MCO, también se han utilizado métodos de descomposición como el denominado Oaxaca-Blinder (Oaxaca, 1973; Blinder, 1973), que explica diferencias

entre grupos empleando sus medias y los parámetros de estimaciones lineales, intentado detectar así diferencias derivadas de la dispar eficiencia del alumnado o de los centros educativos⁸.

Otra alternativa para la estimación paramétrica es utilizar procedimientos de estimación por máxima verosimilitud justificando la elección de una especificación *a priori* de la función de producción⁹. Una de las principales ventajas del enfoque es la posibilidad de realizar un análisis de sensibilidad de los resultados obtenidos y de calcular las elasticidades *output-input*. Por su parte, las críticas fundamentales proceden de la estrecha relación entre la estimación de la eficiencia y la forma funcional seleccionada.

La tercera modalidad metodológica, de orientación semiparamétrica, es la de más reciente desarrollo y pretende traducir al ámbito educativo los avances en la literatura general sobre estimación de funciones de producción y análisis de eficiencia. Un primer referente de los trabajos en este campo es el ya referido enfoque de fronteras parciales de orden *m* elaborado por Cazals, Florens y Simar (2002), para tratar las principales limitaciones de los métodos no paramétricos, singularmente los problemas de dimensionalidad y existencia de *outliers*.

El otro, viene dado por los enfoques de metafrontera¹⁰ que permiten evaluar a cada estudiante tanto en relación con la frontera que refleje la mejor práctica de su grupo (en el que todo el alumnado se supone sometido a variables ambientales similares), como respecto de la metafrontera constituida por la mejor de las prácticas de la totalidad de los grupos. El trabajo pionero en este proceso de integración es el de Witte *et al.* (2010), quienes exponen la posibilidad de conectar los enfoques FDH con los análisis HLM, demostrando la viabilidad de establecer conexiones metodológicas entre ambos para definir una metodología del análisis de eficiencia de orientación radial para el caso educativo. Thieme, Prior y Tortosa-Ausina (2013), también han aplicado estos avances de modo conjunto para el caso chileno en la enseñanza primaria diferenciando entre tipos de centro educativo según su modalidad de gestión. De Witte y Kortelainen (2013) los han utilizado para el estudio del caso holandés con datos PISA, aunque sin analizar diferencias de eficiencia entre centros y alumnado.

⁸ Con este procedimiento se han realizado, entre otras, comparaciones internacionales (Ammermüller, 2004), entre diferentes tipos de centros (Krieg y Storer, 2006; Duncan y Sandy, 2007), inter-temporales (Barrera-Osorio *et al.*, 2011; Valenzuela, Gómez y Sotomayor, 2015) y por género (Sohn, 2012) para analizar el grado de desarrollo de diferentes competencias por el alumnado.

⁹ Han sido empleadas, por ejemplo la *Cobb-Douglas* o la traslogarítmica (Callan y Santerre, 1990; Deller y Rudnicki, 1993; Chakraborty, Biswas y Lewis, 2001). Marcenaro (2002) utiliza una función lineal y una *Cobb-Douglas* obteniendo resultados similares por ambas vías.

¹⁰ Battese y Rao (2002), Battese, Rao y O'Donnell (2004) y O'Donnell, Prasada Rao y Battese. (2008), entre otros, han llevado a cabo investigaciones con este enfoque.

2.4. La enseñanza secundaria en España y los estudios sobre producción y eficiencia

El análisis de la producción de servicios educativos y de su eficiencia en el caso de España ha seguido un camino paralelo al de la literatura descrita en el caso internacional. Una revisión especialmente exhaustiva de los trabajos anteriores a PISA puede encontrarse en Seijas (2004). Santín (2006), Cordero, Crespo y Pedraja (2013) y Marcenaro (2013) han realizado trabajos similares para las investigaciones realizadas más recientemente.

La primera gran oleada de estudios sobre eficiencia educativa con datos españoles, que empleaba metodología DEA, utilizaba datos recopilados por los propios investigadores en los centros educativos o a partir de los resultados de las Pruebas de Acceso a la Universidad (PAU-Selectividad). Esta circunstancia daba lugar a que los trabajos realizados se refirieran a ámbitos territoriales muy específicos o a grupos de centros muy reducidos. Seijas (2004) describe detalladamente el enfoque y recopila buena parte de estas aportaciones.

Una segunda etapa se ha iniciado con la proliferación de estudios que, empleando diferentes metodologías, hacen uso del progresivo acceso libre a los datos internacionales sobre rendimiento educativo producido a partir de los inicios del presente siglo¹¹. Además de la participación en los mismos para el caso español se dispone de las Evaluaciones Generales de Diagnóstico realizadas por el Ministerio de Educación (MEC, 2009) y por diferentes comunidades autónomas en el ámbito de sus competencias educativas, así como de los datos generados por la progresiva informatización de los registros académicos y personales del alumnado. Todo ello también ha dado lugar al desarrollo de una amplia literatura sobre el caso español en los últimos quince años.

A continuación se revisan algunas publicaciones en el caso de la enseñanza secundaria, que son representativas de las diferentes metodologías empleadas y de los resultados más relevantes logrados hasta el momento.

Empezando por DEA, utilizando los datos de PISA, se han desarrollado aplicaciones de la técnica que permiten evaluar la posible influencia de otros factores sobre los que el evaluador no tiene suficientes conocimientos *a priori*. Ese camino ha sido el seguido por los trabajos de Cordero, Crespo y Santín (2010) y Jorge y Santín (2010). En el primero, se utiliza la información para España de PISA 2006 en las tres materias evaluadas, distinguiendo entre las distintas regiones que participen con muestra representativa; mientras que en el segundo se utilizan datos de PISA 2003 para 18 países de la UE considerando también los resultados en las tres dimensiones disponibles. En

¹¹ Los estudios ICCS (*International Civic and Citizenship Education Study*), TIMSS (*Trends in International Mathematics and Science Study*), PISA (*Programme for International Student Assessment*), PIRLS (*Progress in International Reading Literacy Study*) y PIAAC (*Programme for International Assessment of Adult Competencies*), han supuesto la disponibilidad de un volumen elevado de datos al servicio de los investigadores.

ambos estudios se confirma la positiva influencia sobre el resultado académico de los alumnos y alumnas del índice socioeconómico elaborado por los técnicos de PISA, así como del efecto compañeros, medido a través de la media de dicha variable en cada centro educativo. Sin embargo, asistir a una escuela privada o concertada, la condición de inmigrante- tanto de primera como de segunda generación- y ser repetidor, en mayor grado si el alumno o alumna repite más de un curso, repercute negativamente sobre su capacidad para desarrollar las competencias evaluadas en el estudio.

Jorge y Santín (2010) incorporan además otras características del alumnado y del centro como pertenecer a una familia nuclear, la cual tiene un efecto negativo, la condición de varón y un indicador de la disciplina en el aula, siendo estas dos últimas favorables para la eficiencia educativa. Por su parte, los alumnos pertenecientes a todas las regiones españolas que participan con muestra representativa en PISA 2006, con la excepción de Cataluña y el País Vasco, resultan desarrollar niveles relativamente más altos de las competencias que los que forman parte del conjunto de regiones que participan sin muestra representativa (Cordero, Crespo y Santín, 2010).

Finalmente, ambos estudios realizan un análisis ANOVA de descomposición de la varianza del término error (componente de la ineficiencia), siendo el resultado en ambos casos que la ineficiencia no explicada se debe fundamentalmente al alumno o la alumna, excepto en Austria y los Países Bajos, donde la elección de la escuela es más relevante (Jorge y Santín, 2010). Sin embargo, a la luz de los resultados obtenidos por Cordero, Crespo y Santín (2010) la elección de escuela en España no condiciona el éxito o fracaso de los estudiantes, ya que la ineficiencia media atribuible a la escuela es tan solo del 15%.

En el caso de los trabajos que han optado por enfoques paramétricos multinivel para analizar el rendimiento educativo del alumnado españoles en PISA, se pueden distinguir entre aquellos que utilizan la información relativa a la totalidad de los alumnos que componen la muestra para la oleada del 2003 (Calero *et al.*, 2007; Rendón y Navarro, 2007), del 2006 (Escardíbul, 2008; López *et al.*, 2009) o del 2012 (Verdú, Neira y García, 2013) y los que centran el análisis en grupos específicos de estudiantes, como por ejemplo, inmigrantes (Calero, Choi y Waisgrais, 2009; Calero y Escardíbul, 2013) o aquellos alumnos más propensos al fracaso escolar empleando un modelo logístico multinivel (Calero, Choi y Waisgrais, 2010).

Un primer resultado de estos trabajos es que la variación del *output* atribuible a las escuelas es relativamente pequeña si se compara España con el conjunto de países de la OCDE. En efecto, mientras que en el último caso se sitúa alrededor del 35% en los distintos años, para nuestro país está en torno al 20% en PISA 2003 (Calero y Escardíbul, 2007; Rendón y Navarro, 2007) y el 15%

en PISA 2006 (López *et al.*, 2009). En definitiva, las desigualdades en los resultados académicos de los alumnos se pueden atribuir más a las características propias de los estudiantes que a las de los centros en los que cursan sus estudios y esa diferencia es más acusada en el caso español.

Entre los factores individuales que tienen una mayor repercusión sobre el rendimiento educativo destacan las variables socioeconómicas, tanto educativas como culturales, sociales o de origen familiar, así como la notable incidencia negativa de la condición de inmigrante, especialmente de primera generación, es decir, nacido en el extranjero y con padres extranjeros (Calero, Choi y Waisgrais, 2010), que se hace mucho más evidente cuando la proporción de inmigrantes en el centro es elevada (más del 20% según Calero y Escardíbul, 2007 y Calero, Choi y Waisgrais, 2009).

En cuanto a las características personales, sobresalen los efectos positivos de la edad, estar motivado en el aprendizaje, tener conocimientos respecto a las tecnologías de la información y la comunicación y esforzarse en el estudio (Calero y Escardíbul, 2007 o Calero *et al.* 2007). Asimismo, el género tiene un efecto distinto dependiendo de la competencia evaluada. Los varones logran mayor desarrollo de las competencias científica y matemática, mientras que las chicas obtienen mejores resultados en comprensión lectora (Luque, Marcenaro y López-Agudo, 2015).

Mención especial merece el hecho de estar realizando un curso inferior al que corresponde por edad en el momento de la realización de las pruebas, con un impacto altamente significativo y muy negativo sobre el rendimiento de los alumnos, más aún para aquéllos que han repetido más de un curso escolar (Calero, Choi y Waisgrais, 2009; Marcenaro y López-Agudo 2015).

En el ámbito escolar, la titularidad del centro no parece tener una influencia significativa, una vez consideradas las variables socioeconómicas y culturales asociadas a las familias y los centros (Escardíbul, 2008). Además, debe destacarse el hecho de que la mayoría de las variables relacionadas con los recursos de los que disponen las escuelas resultan no significativas. Este fenómeno, además de estar en línea con otros trabajos a nivel comparado y asumiendo la necesaria cautela derivada de la calidad de esa información en la base de datos, parece estar relacionado con la homogeneidad existente en las escuelas en nuestro país.

Con el marco metodológico de las técnicas paramétricas, también se han realizado análisis de regresión cuantílica. Calero *et al.* (2007), con datos de PISA 2003, estudiaron el efecto de distintas variables sobre los cuantiles que agrupaban al 10% de alumnos con peores y mejores resultados en relación al punto medio de la distribución (50%), llegando a la conclusión de que apenas se detectan diferencias estadísticamente significativas entre los distintos segmentos. En otro estudio, González-Betancor y López-Puig (2006) destacan el efecto negativo que tiene sobre los peores

alumnos el hecho de que la madre sea inmigrante o tenga un bajo nivel educativo, factores que dejan de ser relevantes para los alumnos del cuantil más elevado.

También se han empleado planteamientos paramétricos que combinan una especificación de la función de producción con enfoque de valor añadido y un análisis cuantílico. Empleando esta metodología, Marcenaro y Navarro-Palenzuela (2011) analizan las relaciones entre género y rendimiento escolar en Andalucía a partir de datos PISA 2000 y 2009. En el mismo sentido, Marcenaro (2013) analiza la función de producción educativa de Andalucía usando datos procedentes del sistema informático de la Consejería de Educación (*Séneca*) y de PISA que le permiten realizar comparaciones entre 2006 y 2009. Los resultados permiten constatar valores similares con ambas fuentes y contrastar la robustez metodológica de PISA al presentar coherencia las conclusiones obtenidas con las logradas a partir del análisis de las calificaciones formales asignadas por los docentes en las evaluaciones académicas oficiales. Además las variables significativas halladas son también las mismas ya descritas en la literatura en relación con las variables explicativas relevantes. Finalmente, el estudio cuantílico permite profundizar en diferencias de interés derivadas de la pertenencia del alumnado a diferentes niveles de rendimiento escolar, lo que es singularmente importante para los casos de más bajo logro clasificables como de fracaso escolar.

Otra alternativa es la técnica conocida como *Switching Regression Model*, un procedimiento en dos etapas que permite controlar la posible endogeneidad en la estimación de la función de producción educativa, haciendo posible la comparación entre individuos pertenecientes a diferentes colectivos a partir de la consideración en el análisis de la posible existencia de sesgos por selección (Heckman, 1979). Salinas y Santín (2010) la han utilizado para comparar el rendimiento de los alumnos inmigrantes y nacionales en PISA 2006, teniendo en cuenta las probabilidades de que cursen sus estudios en una escuela pública o concertada mediante un modelo *probit* que permite determinar la selección de la titularidad de la escuela a partir de determinantes socioeconómicos. Posteriormente, estiman por separado la ecuación de rendimiento en escuelas concertadas y públicas y concluyen que la probabilidad de asistir a un centro privado-concertado está directamente relacionada con el nivel de ingresos familiar e inversamente vinculada con la condición de inmigrante.

Más recientemente, García-Pérez, Hidalgo-Hidago y Robles-Zurita (2014) utilizan datos PISA 2009 para analizar el problema de la repetición de curso proponiendo la misma metodología y concluyendo que arroja resultados similares a otro *probit*. Emplean este último para estimar la probabilidad de repetición y, seguidamente, realizan una estimación por MCO separadamente para los grupos de repetidores y no repetidores, ya sin el sesgo por autoselección y los problemas de endo-

geneidad subyacentes. Verifican así el hecho ya descrito en la literatura de que la repetición de curso está vinculada a bajos niveles de rendimiento en las pruebas estandarizadas. Cuantifican el sesgo derivado de la consideración conjunta de repetidores y no repetidores en los análisis del rendimiento escolar en un 15%, con lo que concluyen que las diferencias observadas en otros estudios entre el rendimiento de los repetidores y el de los no repetidores podrían estar sobreestimadas.

Por otra parte, Mancebón *et al.* (2014) han analizado las relaciones entre las competencias financiera y matemática a partir de datos PISA 2012, subsanando el potencial sesgo de selección derivado de acudir a un centro público o no público con una metodología *Propensity Score Matching* que implica el uso de una ecuación *logit* inicial y un enfoque multinivel posterior. Según los resultados que presentan, la conformación de las habilidades financieras de los estudiantes españoles de 15 años estaría condicionada por sus conocimientos matemáticos y la titularidad del centro escolar al que acuden no ejercería ningún efecto sobre el grado de desarrollo de las dos competencias estudiadas.

Dentro de los enfoques paramétricos que emplean fronteras estocásticas pueden destacarse los trabajos de Perelman y Santín (2011b) y Cordero, Crespo y Santín (2010) quienes emplean la forma funcional traslogarítmica para estimar la función distancia. Perelman y Santín (2011b) estiman la función de producción educativa tras tratar con variables instrumentales el posible sesgo de selección de la asistencia a centros concertados con datos PISA 2003. Cordero *et al.* (2011) realizan un análisis regional con datos PISA 2006 para las tres competencias analizadas. Entre los resultados más relevantes que se alcanzan en estos estudios destaca la ausencia de influencia de la titularidad de la escuela sobre la eficiencia del alumnado.

Por otra parte, en relación a los factores individuales que generan un mayor impacto positivo sobre el resultado académico de los alumnos españoles destacan el entorno socioeconómico del alumnado y el efecto compañeros, aproximado nuevamente a través de la media del índice socioeconómico, especialmente para la disciplina de comprensión lectora (Cordero, Crespo y Santín, 2010). En Perelman y Santín (2011a) se pone de manifiesto la escasa relevancia que tienen los recursos escolares, representados por los ratios de ordenadores por estudiante o profesorado por alumnos y alumnas, en la explicación de la existencia de diferencias en el rendimiento escolar, probablemente por la elevada homogeneidad de esas dotaciones de factores en el sistema educativo español. En un trabajo posterior (Perelman y Santín, 2011b), estos mismos autores señalan que factores de diverso tipo como la pertenencia a una familia nuclear, haber asistido a clases de preescolar y otros relacionados con los centros educativos como el mantenimiento de la disciplina en el aula mejoran el resultado académico.

En relación al componente regional examinado en el trabajo de Cordero *et al.* (2011), se observan diferencias en la eficiencia media de los alumnos entre las Comunidades Autónomas que participan con muestra representativa en PISA 2006. De modo complementario, ambos trabajos deducen que esas divergencias en eficiencia se explican fundamentalmente por las características del alumnado no siendo determinantes, en ese sentido, las divergencias existentes entre escuelas en España. Aun así, los autores aclaran que la composición de los centros en cuanto a las características socioeconómicas y culturales de los alumnos sí puede condicionar en gran medida la elección de escuela por parte de los padres.

Crespo, Pedraja y Santín (2014) han combinado una función de distancia estocástica traslogarítmica con un tratamiento del sesgo por autoselección basado en la metodología *Propensity Score Matching* para analizar la diferencias de eficiencia en el rendimiento escolar en centros públicos y concertados con datos PISA 2006 a lo largo de las diferentes comunidades autónomas del país. Los resultados obtenidos sugieren que sería recomendable establecer políticas educativas que condujeran a una asignación aleatoria de los estudiantes entre los diferentes tipos de centro educativo ya que el sistema español se viene configurando como altamente segregado en relación con el estatus socioeconómico de las familias, que acuden en una proporción elevada a centros concertados cuando tienen mayor estatus y esa estructura repercute sobre el rendimiento del alumnado.

Finalmente, las metodologías semiparamétricas también han sido incorporadas a los últimos estudios referidos a la enseñanza secundaria en España. Mancebón *et al.* (2012) utilizan datos PISA 2006 de modo integrado en el sentido sugerido por De Witte (2010) para, combinando DEA y HLM, comparar la eficiencia de centros públicos y concertados. Además de confirmar la relevancia de las variables habituales en el rendimiento (estatus familiar, género y recursos educativos en el hogar), subrayan la relevancia del *efecto compañeros* para explicar las diferencias de rendimiento entre ambos tipos de centro.

En este mismo contexto semiparamétrico y abordando el mismo problema, Cordero, Crespo y Pedraja (2013) han analizado los datos de PISA 2009 con la ya referida técnica que combina FDH y la aplicación de fronteras de orden $-m$ y el marco de referencia de la teoría sobre metafronteras ya descrito. Concluyen que la ineficiencia observada, de casi un 18%, tiene un fuerte componente (12 de los 18 puntos porcentuales) atribuible a circunstancias relacionadas con el alumnado, especialmente con el denominado *efecto peer*.

Otro resultado interesante procede del análisis de los centros concertados frente a los públicos: mientras que la eficiencia total es muy similar, el efecto compañeros es extremadamente mayor en

los centros concertados que en los públicos, lo que resulta coherente con los referidos resultados de Crespo, Pedraja y Santín (2014).

Más recientemente, esta nueva oleada de información viene empezando a configurar una literatura incipiente sobre el papel de las prácticas docentes y su repercusión sobre el rendimiento estudiantil. En el caso español, Hidalgo-Cabrillana y López-Mayan (2015) han analizado el caso de la enseñanza primaria empleando datos de la Evaluación General de Diagnóstico. Sus resultados sugieren mayor efectividad de las prácticas innovadoras y mejores resultados de las chicas.

En el caso de la enseñanza secundaria, Méndez (2015) ha empleado datos de PISA 2012 y TALIS 2013 para analizar el impacto sobre el rendimiento escolar de diferentes prácticas didácticas en ocho países, incluyendo España, obteniendo resultados que indican disparidades entre los efectos producidos por las prácticas consideradas más innovadoras de modo que algunas como el trabajo en pequeños grupos o el uso de las TIC presentan parámetros positivos y otras como el trabajo por proyectos de larga duración o el grado de atención individualizada a la diversidad de capacidades de los estudiantes los arrojan negativos. Como es posible comprobar, los trabajos son aún muy recientes y las conclusiones distan de ser definitivas, tanto en relación al papel de parte de las variables analizadas como respecto de las metodologías más adecuadas para el análisis de este proceso productivo.

Según se ha venido describiendo, el catálogo de variables y de metodologías utilizadas empleando datos PISA es realmente variado. A pesar de ello, según se ha subrayado, muy pocos estudios incluyen entre sus variables explicativas las correspondientes a una detallada consideración de los procesos de enseñanza y aprendizaje, sobre los cuales, por otra parte, la información estadística disponible ha sido muy limitada. Dado que los modos de enseñar los docentes y de aprender los alumnos y alumnas podrían contribuir a explicar los logros académicos alcanzados, y otros factores institucionales u organizativos podrían estar afectando también al proceso productivo, se hace necesario explorar procedimientos para incluir estos aspectos en los estudios que se realicen y caracterizar más exactamente la función de producción educativa y los estudios de eficiencia correspondientes.

El siguiente capítulo revisará los rasgos esenciales de los marcos teóricos que pueden ayudar a configurar más adecuadamente esta dimensión tecnológica de los procesos educativos, tanto desde el punto de vista del alumnado como de los docentes y de las instituciones educativas en las que ambos interactúan durante los procesos de producción de servicios educativos, y a seleccionar las variables adecuadas para realizar estudios cuantitativos con ese fin.

Además, se plantea llevar a cabo una reconsideración de la dimensión tecnológica de la producción de servicios educativos que, pese a resultar esencial como en cualquier análisis de un proceso productivo, no se encuentra suficientemente abordada en la literatura. Con ese fin, en primer lugar se considerarán las estrategias de aprendizaje del alumnado como variable relevante no expresamente considerada en buena parte de los estudios realizados. En segundo lugar, se procederá de modo similar con la dimensión tecnológica de la práctica educativa resultante del ejercicio profesional de los docentes en el aula, habitualmente analizada con la categoría de procesos de enseñanza y que resulta de la mayor relevancia al ser los docentes agentes esenciales del proceso productivo estudiado. En tercer lugar, se abordará la consideración de dimensiones institucionales de tipo organizativo.

El fin último será completar un recorrido por aspectos de fuerte connotación tecnológica, habitualmente poco abordados por las investigaciones realizadas, que hasta ahora se han centrado mayoritariamente en variables contextuales tales como la titularidad del centro o en otras de carácter individual, fundamentalmente referidas al nivel socioeconómico del alumnado y de sus familias.

De este modo quedará enmarcado el trabajo de investigación que se emprende seguidamente y que se refiere precisamente a evaluar en los casos concretos de las competencias matemática y financiera en qué medida estas dimensiones referidas al aprendizaje por el alumnado, a la enseñanza impartida por los docentes y a los factores institucionales, junto a las habitualmente ya utilizadas, podrían mejor explicar el desempeño de alumnado y centros en la enseñanza secundaria española y fundamentar así posibles medidas de política educativa posteriores.

Capítulo 3. PROCESOS DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE Y PRODUCCION DE SERVICIOS EDUCATIVOS: HACIA UNA VISIÓN INTEGRADA

3.1. Introducción

Cualquier proceso productivo presenta rasgos propios que es necesario analizar para poder profundizar en las variables que deben ser incluidas en la especificación de su función de producción y en los análisis de eficiencia que se planteen. En ese sentido, un aspecto esencial para avanzar en el conocimiento de esa “caja negra” es la consideración de la singular dimensión tecnológica de los procesos de enseñanza y aprendizaje, en la que se han producido aportaciones importantes por parte de las Ciencias de la Educación.

Así, junto al planteamiento del Análisis Económico ya comentado en apartados anteriores, es necesario indicar que la Pedagogía¹ y la Psicología de la Educación han abordado este tema también en profundidad y de un modo paralelo. La primera ha aportado visiones y trabajos empíricos sobre las estructuras de los sistemas educativos y de los centros escolares, sus procesos internos, el rendimiento del alumnado y sus relaciones con el entorno. La segunda, ha analizado los mecanismos que operan en los procesos de enseñanza-aprendizaje y ha definido constructos que permiten describir variables potencialmente explicativas de los resultados logrados por los estudiantes.

Este conjunto de variables han sido limitadamente empleados en los análisis de orientación cuantitativa típicos de la Economía por falta de datos a gran escala con las propiedades estadísticas adecuadas o por ausencia de conexiones entre ambas tradiciones científicas. Las investigaciones educativas han sido, por su parte, mayoritariamente cualitativas o cuantitativas con pequeñas mues-

¹ Sandín (2003), McMillan y Sumacher (2006) o Tójar (2006) facilitan visiones de conjunto de los enfoques metodológicos característicos de la investigación en Ciencias de la Educación. El estudio de casos, los métodos etnográficos o la investigación biográfico-narrativa se encuentran entre las técnicas cualitativas frecuentemente utilizadas. El fuerte peso relativo de esa tradición cualitativa en este ámbito de conocimiento ha dado lugar a una discusión histórica sobre la viabilidad de obtener conclusiones genéricas a partir de metodologías centradas en casos concretos o de muestras particulares de carácter no aleatorio. Se trata de un problema epistemológico de fondo profusamente discutido, ya que apela a la viabilidad científica de la investigación realizada en este campo y a su estatus dentro de las Ciencias Sociales. Además, dificulta la integración de sus resultados con los de otras disciplinas como la Economía, con una tradición metodológica marcadamente cuantitativa.

La respuesta más frecuente es apelar a la denominada *triangulación metodológica* (Denzin, 1970 y 2012; Bericat, 1998) de acuerdo con la cual la complejidad de los fenómenos sociales, y los educativos entre ellos, requeriría una combinación de los planteamientos cuantitativos y cualitativos, complementados con análisis axiológico-normativos, de modo que las diferentes modalidades de contribución permitan contrastar por varias vías, considerando diferentes marcos teóricos, así como con metodologías y datos distintos los resultados obtenidos en los diferentes temas objeto de estudio.

tras y significatividad problemática. Sin embargo, los ya mencionados estudios impulsados por la OCDE y otras instituciones internacionales empiezan a facilitar gran cantidad de datos con continuidad en el tiempo, abriendo nuevas vías a la investigación y a la integración de ambos puntos de vista.

El presente capítulo hace un recorrido por esas aportaciones procedentes tanto del Análisis Económico como de las Ciencias de la Educación con el fin de fundamentar adecuadamente el trabajo empírico posterior en el sentido de explorar vías de conexión entre ambas perspectivas que resulten más completas. Se inicia con la descripción de las variables relacionadas con los procesos de aprendizaje del alumnado y con las aportaciones que tienen en cuenta la dirección técnica que los docentes hacen de este proceso productivo al establecer sus estrategias de enseñanza. A continuación se presentan los modelos que analizan los determinantes del rendimiento escolar desde una perspectiva sistémica, es decir, ofreciendo una visión global de los procesos de enseñanza-aprendizaje y estableciendo catálogos de variables e interrelaciones a considerar durante los análisis de los mismos que consideren esta perspectiva institucional. Finalmente, se propone una visión integrada de la especificación de la función de producción educativa que incluye las variables vinculadas a los procesos de enseñanza-aprendizaje con el resto de las habitualmente empleadas por los estudios que tienen como referente los modelos de función de producción característicos de la Economía.

En los capítulos siguientes se procederá a realizar un estudio empírico referido a la competencia matemática en el que se estimará una función de producción educativa para discutir la relevancia de estas nuevas variables incorporadas al estudio. Finalmente, se llevará a cabo una investigación referida al caso de la competencia financiera, que por su singularidad permite contribuir a ilustrar cómo las diferencias institucionales y organizativas en los sistemas educativos pueden provocar diferencias relevantes en el rendimiento escolar.

3.2. Los planteamientos sistémicos sobre el proceso de producción educativa

En el capítulo anterior ha quedado descrito como el Análisis Económico modificó históricamente su perspectiva sobre el análisis de la producción educativa para considerar como DMU de referencia al alumnado y no a los centros educativos. No obstante, como se ha venido relatando, la mayor parte de los trabajos empíricos efectuados consideran parcialmente los aspectos relacionados con los procesos de enseñanza y aprendizaje, que constituyen la dimensión técnica del proceso productivo y que podrían contribuir a explicar las disparidades en los resultados y en la eficiencia de los procesos, complementando así las aportaciones ya conocidas relacionadas con aspectos como las

condiciones socio económicas de las familias, el género o la influencia de los compañeros de clase para explicar los logros en las diferentes competencias que son el resultado de proceso de producción educativo.

En este sentido, un avance en este campo requiere conocer qué aportaciones procedentes de las Ciencias de la Educación pueden contribuir a completar una visión integral del proceso, que contribuya a determinar las variables relevantes para avanzar en la configuración de modelos integrales de análisis de la producción de servicios educativos. Tener presentes estas perspectivas es también relevante para comprender en profundidad la estructura de los datos facilitados por la OCDE en el ámbito educativo, ya que se fundamentan en estos enfoques.

Desde el punto de vista de las Ciencias de la Educación, el paradigma de referencia para analizar globalmente la producción de servicios educativos es el autodenominado movimiento EER, *Educational Effectiveness Research* (Townsend, 2007; Reynolds *et al.*, 2014). Su denominación habitual en castellano ha sido la de *Investigación sobre Eficacia Escolar* (Murillo, 2005 y 2007). Los planteamientos EER tuvieron su origen en un conjunto de respuestas al trabajo de Coleman *et al.* (1966) sobre el aparente limitado efecto de los centros educativos sobre el rendimiento académico, por comparación con otros factores como las características socioeconómicas o los rasgos individuales del alumnado. Han tenido diferentes fases incluyendo, para algunos de sus autores, el énfasis sobre planteamientos metodológicos cualitativos y análisis de casos de escuelas o sistemas excelentes, característicos de las Ciencias de la Educación.

No obstante también supuso, desde mediados de los ochenta del siglo XX, el desarrollo de metodologías cuantitativas de tipo multinivel específicamente orientadas al ámbito educativo (Aitkin y Longford, 1986). Las mismas aportaron una mayor sofisticación metodológica e implicaron realizar análisis sobre diferentes dominios científicos o competencias académicas, rasgos del alumnado, ratios escolares o permanencia de los efectos de las actuaciones de los sistemas educativos a lo largo del tiempo. Ya en los años noventa (Scheerens y Bosker, 1997), el enfoque se hizo más elaborado y pasó de un análisis *input-output* a otro *input-proceso-output*, que describió detalladamente las variables presentes en los procesos de producción de servicios educativos y sus interrelaciones. Estas aportaciones fundamentaron teóricamente la configuración de los estudios internacionales impulsados tanto por la IEA como por la OCDE, de modo que conocer sus antecedentes resulta relevante para identificar los marcos teóricos subyacentes en los datos estadísticos que estos organismos facilitan y que se utilizan habitualmente en las investigaciones en este campo.

Murillo (2005) y Reynolds *et al.* (2014) facilitan un recorrido por la evolución cronológica de estos modelos y sus aportaciones principales. Entre las más relevantes se encuentran la *Teoría del*

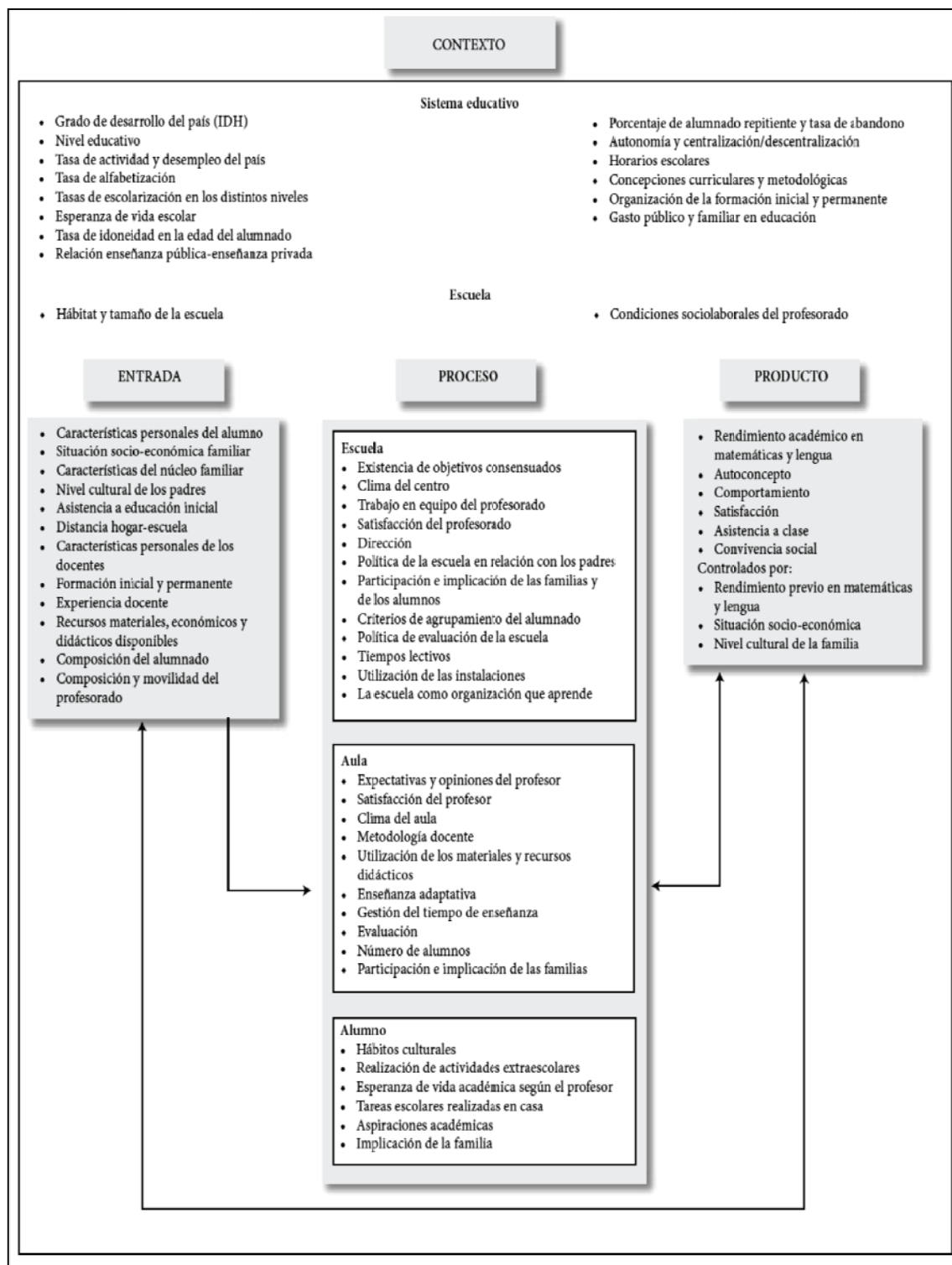
Aprendizaje Escolar (Carroll, 1963 y 1989), el *Modelo de Productividad Educativa* (Walberg, 1984), el Modelo *Quality, Appropriateness, Incentive and Time* o QAIT (Slavin, 1987 y Stringfield y Slavin, 1992), los *Modelos de Eficacia Escolar Integral* (Scheerens, 1990), los *Modelos de Dinámica de Eficacia Escolar* (Slater y Teddlie, 1992) y el *Modelo de Eficacia Docente* (Creemers, 1994). Algunos autores se han centrado específicamente en la enseñanza secundaria para contemplar separadamente sus características (Sammons, Thomas y Mortimore, 1997). En ese ámbito específico de la secundaria y de los datos que se emplearán en el proceso de investigación aplicada que sigue en los capítulos siguientes, una aportación que resulta una propuesta de síntesis de todas las anteriores es la aportada por Lee y Shute (2010), quienes han aplicado este tipo de marcos teóricos generales al caso particular del alumnado evaluado precisamente en los estudios PISA y han propuesto el denominado modelo PSCF (*Personal and Social-Contextual Factors in K-12 Level*).

En un sentido muy similar Murillo (2007) ha descrito una síntesis de los modelos EER que recoge estos enfoques y realiza una propuesta de marco teórico integrado para el contexto iberoamericano. Aunque está formulado para la enseñanza primaria y con el fin de analizar el desarrollo de las competencias en Lengua y Matemáticas, por su generalidad también es extensible a la secundaria y a otras competencias ya que recoge los elementos esenciales de contexto, proponiendo también un modelo *inputs-proceso-outputs* que es característico de estos enfoques. La Figura 3.1 lo sintetiza.

En cualquier caso todos estos modelos EER, que en realidad son el resultado de la progresiva incorporación de elementos y relaciones por avances de la investigación en este campo o por consideración de hipótesis de trabajo adicionales, coinciden en establecer una distinción entre tres grandes grupos de variables relacionadas con el rendimiento escolar. El primero estaría enfocado en las características sociales y familiares del alumnado y sus familias. El segundo incluiría el modo en el que los estudiantes desarrollan su proceso de aprendizaje, dadas las capacidades dispares entre individuos o incluso en un mismo individuo ante el desarrollo de competencias diferentes, su trayectoria académica, así como las estrategias que emplea durante el proceso.

Finalmente, el tercer grupo de variables tendría que considerar el papel de las instituciones educativas, desde el sistema en su conjunto al establecer los marcos curriculares y de requisitos formativos de los docentes para acceder al ejercicio profesional, pasando por los centros educativos con sus dotaciones de recursos, estructuras organizativas, mecanismos de gestión de la diversidad del alumnado por su origen socioeconómico o sus capacidades, hasta llegar al nivel de aula para analizar el papel de los docentes y sus rasgos o sus prácticas didácticas o de enseñanza.

Figura 3.1: Modelo sintetizado de Investigación sobre Eficacia Escolar.



Fuente: Murillo (2007: 92).

Otros paradigmas de menos recorrido en la literatura, como el de la *Teoría de la Administración de Centros Educativos* (Marzano, 2003 y 2007), realizan planteamientos muy similares.

Coinciden todos estos enfoques, en este sentido, con la perspectiva general adoptada por el Análisis Económico. Sin embargo, sus detenidas taxonomías, referidas tanto a los rasgos de los procesos de enseñanza-aprendizaje como a los contextos en los que se producen, así como algunos de sus resultados empíricos, pueden contribuir a fundamentar la inclusión de variables específicas no consideradas habitualmente en los estudios económicos.

La única discrepancia importante en todos estos planteamientos procede del tratamiento dado a ciertas variables. Así, por ejemplo, las competencias metacognitivas juegan un papel complejo al actuar como recursos empleados durante los procesos de enseñanza aprendizaje y, simultáneamente, mejorar y desarrollarse como consecuencia de los mismos. En un sentido parecido también ofrecen dificultades otras variables como la motivación para los procesos de aprendizaje a lo largo de la vida o la conducta en el ámbito de las organizaciones sociales, que algunos modelos consideran como *inputs* y otros como *outputs* y respecto de las cuales es necesario profundizar (Creemers y Kyriakides, 2008).

En este caso, esta disparidad al progresar en la construcción de los modelos es coherente con la evolución más reciente de la literatura económica de funciones de producción, ya mencionada, de los *Human Capability Formation Models* (Cunha y Heckman, 2009) que plantea adoptar un enfoque acumulativo para analizar estos procesos de producción y considerar como *outputs* tanto las habilidades cognitivas medidas por dominios tradicionales (Lectura o Matemáticas, por ejemplo), como las habilidades no cognitivas, que condicionan el aprendizaje a lo largo de la vida y la integración social de los sujetos. Como ya se ha descrito, estos enfoques requieren contrastes empleando datos longitudinales y no serán desarrollados en este trabajo.

Los siguientes apartados profundizan en la posibilidad de incorporar variables referidas a los procesos de aprendizaje protagonizados por los alumnos y alumnas y de enseñanza dirigidos por los profesores y profesoras, que puedan enriquecer tanto los modelos de producción educativa como los futuros análisis sobre eficiencia de los mismos.

3.3. El alumnado: aprendizaje autorregulado y rendimiento académico

Los sujetos difieren fuertemente en sus capacidades, motivaciones y estrategias para controlar sus conductas y su grado de participación en los procesos que llevan a cabo durante su aprendizaje. Los factores que explican las diferencias individuales y las consecuencias de esta capacidad para lograr

mejores resultados académicos o desarrollar mejor sus competencias son, por tanto, un elemento esencial de la dimensión tecnológica de la educación en cuanto que proceso productivo.

Una característica de los modelos de función de producción educativa es el supuesto de que parte de las variables que participan en el proceso de producción y que se refieren a los rasgos individuales del alumnado son inobservables y, por tanto, omitidas en la consideración de las estimaciones con los correspondientes problemas para las propiedades de los modelos resultantes. Por tanto, en la medida en que se incorporen a la especificación de los modelos habituales aquellas variables que caractericen a los sujetos durante el proceso de producción, si sean observables y reúnan los requisitos adecuados, las propiedades de las estimaciones realizadas mejorarán.

Los estudios internacionales que se han descrito (PISA entre ellos), facilitan datos referidos a aspectos relacionados con estas conductas de los sujetos durante el proceso productivo analizado y su análisis permitirá fundamentar su posible repercusión en los modelos de frontera productiva con una función así reformulada y en los modelos de análisis de eficiencia que puedan llevarse a cabo.

Los fundamentos teóricos y empíricos en los que se apoyan estos estudios proceden de la denominada *Teoría del Aprendizaje Autorregulado* (*Self Regulated Learning*, SRL en la literatura anglosajona). La Teoría del SRL es un planteamiento complejo, configurado por la aportación de diferentes autores² y que se refiere a la capacidad de las personas para comprender y controlar sus entornos de aprendizaje. Así, un aprendizaje autorregulado requiere establecer objetivos, seleccionar estrategias que contribuyan a lograrlos, implementar esas estrategias y controlar el progreso personal hasta alcanzarlos. En consecuencia, es posible afirmar que se trata de una perspectiva vinculada directamente con las nociones económicas de producción y eficiencia abordadas en este trabajo, ya que aquellos estudiantes con mejores competencias para la autoregulación aprenderían más con menos esfuerzo y obtendrían mayores niveles de logro académico.

Además, la perspectiva del SRL se ha mostrado potencialmente relevante para analizar los cambios producidos en las actividades educativas por la modificación del paradigma tecnológico y por el desarrollo de la sociedad de la información. Como ha descrito Hargreaves (2003), este proceso viene teniendo repercusiones sobre el papel de los centros escolares en un contexto de dilución del poder sobre el control de la información, antes centralizado en las instituciones educativas, y ahora universalmente disponible por el acelerado cambio tecnológico. Ante esta nueva situación, además, se ha cuestionado el paradigma tecnológico de la producción educativa tradicional orien-

² Una revisión del proceso histórico de configuración del enfoque y de sus planteamientos puede realizarse a partir de los textos de Bandura (1986), Zimmerman (1990, 2000 y 2008), Pintrich (2000), Schunk y Zimmerman (2003), Schraw, Crippen y Hatley (2006); Zimmerman y Moylan (2009) o Efklides y Misailidi (2010).

tado a atender las necesidades de la sociedad industrial, lo que incluye también las funciones de los docentes y las metodologías que emplean en el nuevo contexto postindustrial a la hora de dirigir los procesos de aprendizaje de alumnos y alumnas. En este sentido, su importancia también reside en que se ha venido consolidando como paradigma de referencia en el ámbito de las Ciencias de la Educación para analizar los procesos educativos en este nuevo marco histórico y ha conformado la teoría sobre competencias y aprendizaje a lo largo de la vida recogida en los diferentes documentos que enmarcan las políticas educativas de los países desarrollados (PE y CE, 2006) y los sistemas de indicadores promovidos por la OCDE y por otras organizaciones internacionales (Purves, 1987; Peschar, 1999; Artelt *et al.*, 2003).

Entrando en la descripción de los aspectos esenciales del modelo, es necesario advertir que, aunque las taxonomías sobre los elementos que integran el SRL han sido variadas por su proceso de configuración histórica³, finalmente se ha consolidado dentro del enfoque un paradigma de análisis de los procesos de enseñanza-aprendizaje en torno a tres dimensiones esenciales: las estrategias cognitivas, la metacognición y la motivación. Las agrupaciones de algunas destrezas en una u otra de estas tres categorías difieren entre autores dependiendo de aspectos muy concretos de sus líneas de investigación. Se describen seguidamente sus aspectos esenciales y sus vínculos con los análisis de la producción de servicios educativos.

Empezando por el concepto de estrategia cognitiva Schraw, Crippen y Hartley (2006) lo describen como un constructo que estudia las habilidades necesarias para codificar, memorizar y reutilizar la información. Tiene tres aspectos esenciales de complejidad creciente. El primero se refiere a las denominadas estrategias cognitivas elementales e incluye tácticas sobre cómo gestionar el tiempo para llevar a cabo tareas muy concretas (por ejemplo, completar actividades o resolver exámenes), establecer relaciones entre el tema abordado y el entorno, elaborar tablas o gráficos, realizar operaciones básicas hasta saber cómo resolver pruebas de evaluación, saber tomar notas, gestionar la organización temporal de los deberes en casa y su entrega en los plazos establecidos o conocer mecanismos para buscar apoyo escolar. Un segundo elemento serían las estrategias para la resolución de problemas combinando los elementos anteriores y constituyen un nivel más avanzado y orientado al estudio de situaciones concretas. Finalmente, el desarrollo del pensamiento crítico supone desarrollar una serie de habilidades que incluyen la identificación individual y autónoma de las fuentes de información, el análisis de su credibilidad, la reflexión sobre su consistencia con conocimientos anteriores y la obtención de conclusiones coherentes mediante razonamientos argumentados.

³ Dinsmore, Alexander y Loughlin (2008) o Zimmerman (2008) los describen detalladamente.

El segundo componente del SRL es la *metacognición*⁴, entendida como la capacidad de un individuo para establecer objetivos autónomamente, detectar discrepancias entre los mismos o con los recursos disponibles y ser consciente de su dominio inicial de alguna materia, de controlar continua y adecuadamente el proceso de aprendizaje y de iniciar procesos regulatorios para mejorar las nuevas tareas que conducen al desarrollo de capacidades. Aunque la definición del concepto y la nomenclatura de sus componentes presenta multitud de versiones con diferentes matices, se ha acabado configurando un consenso general respecto de sus dimensiones básicas (Venman, 2012).

En este sentido, suelen desglosarse dos aspectos esenciales de la metacognición. El primero, es el conocimiento metacognitivo sobre personas, tareas y estrategias que requiere que los sujetos sean conscientes expresamente de su conocimiento de habilidades concretas para el aprendizaje y sus limitaciones (por ejemplo, saber hasta dónde puede confiarse en la propia memoria para recordar datos), que tengan un abanico de estrategias y procedimientos de aprendizaje expresamente determinados (toma de apuntes de modo selectivo, selección de información, aplicación de reglas nemotécnicas, capacidad para sintetizar, autoevaluación periódica, etc.) y que dispongan de criterios para aplicarlos discriminadamente en diferentes contextos. El segundo aspecto es la autorregulación del control metacognitivo mediante tareas de planificación, control, y evaluación. La planificación requiere ser capaz de establecer objetivos y asignar adecuadamente estrategias y recursos, activar conocimientos relevantes y administrar el tiempo en situaciones concretas. El control implica disponer de habilidades para dirigir todo el proceso de aprendizaje. La evaluación supone disponer de criterios para establecer objetivamente el grado de consecución de los objetivos de aprendizaje planteados y consolidar los avances intelectuales finales que sean consecuencia de los procesos de enseñanza-aprendizaje.

El tercer constructo relevante para definir el SRL es el componente motivacional e incluye dos grandes grupos de aspectos: las concepciones individuales respecto a las propias capacidades para aprender o autoeficacia y las creencias epistemológicas. Empezando por la autoeficacia, estas concepciones del alumnado sobre su propia capacidad y sus posibilidades de conseguir los objetivos del proceso de enseñanza-aprendizaje tienen un fuerte componente emocional y son fundamentales en esta perspectiva ya que afectan a la medida en la cual quienes aprenden se comprometen en tareas de aprendizaje y son constantes cuando las mismas presentan dificultades. De acuerdo con la literatura (por ejemplo, Bandura, 1986; Pintrich, 2000 o Usher y Pajares, 2008), altos niveles de

⁴ La definición de metacognición y la caracterización de sus dimensiones ha experimentado un laborioso proceso de configuración a partir de los trabajos de Flavell (1979). Un recorrido cronológico del mismo puede realizarse a partir de la lectura de las aportaciones de, entre otros, Kuhn (1999 y 2000), Borkowski, Chan y Muthukrishna (2000), Dawson (2008), Winne y Hadwin (1998 y 2008), Efklides (2008 y 2011), Efklides y Misailidi (2010), Lai (2011) o Zohar y Dori (2012).

eficacia autopercebida están positivamente relacionados con el rendimiento escolar y con la autoestima. Además, esa percepción está fuertemente influida por tres variables principales: los hábitos de aprendizaje vicario o por imitación, que reducen la ansiedad ante el proceso de enseñanza-aprendizaje, los modelos tanto de profesor como de compañeros de grupo o *peers* y la modalidad de retroalimentación que los docentes facilitan a los estudiantes durante los procesos. Por su parte, las creencias epistemológicas se refieren al grado en el que determinados ámbitos científicos son percibidos como más difíciles o sencillos o como vinculados a determinadas habilidades innatas que se poseen o de las que se carece.

No obstante, la motivación es una temática realmente extensa y compleja en esta literatura. Su análisis incluye, además de la caracterización de sus componentes y su taxonomía, otros aspectos habitualmente vinculados a los procesos educativos y que han sido abordados también en el contexto del SRL, ya que este enfoque se ha configurado históricamente como una meta teoría que ha aspirado a incorporar aportaciones diferentes para proponer un modelo integral que permita explicar la generación de competencias por los estudiantes. En ese último sentido, una primera cuestión esencial es establecer si la motivación es un resultado del proceso equiparable al desarrollo de la competencia analizada o, si como se considerará en el caso de la especificación de la función de producción y en las estimaciones subsiguientes de este trabajo de investigación, es una variable más de las que explican el mismo (Lee y Shute, 2010). Además, si se consideran sus modalidades (Fredricks, Blumenfeld y Paris, 2004), un asunto relevante es el de la distinción entre la motivación intrínseca o extrínseca, que permitiría distinguir entre disposiciones diferentes en el alumnado según si la tarea que se le propone es más abstracta o si está aplicada a un caso concreto.

Otro tema de interés es la conexión entre la motivación y el sentido práctico presente y futuro que el alumnado atribuye a la propia actividad educativa, atribuyéndole o no valor para continuar su formación a lo largo de su vida o para encontrar empleo cuando alcance la etapa adulta. Adicionalmente, también es necesario considerar la regulación emocional de la motivación y su interacción con la disposición al aprendizaje y el grado de ansiedad que el mismo produce en el alumnado durante los procesos educativos.

Cada uno de los tres componentes descritos (cognición, metacognición y motivación) sería necesario, pero no suficiente de modo aislado, para lograr un buen desarrollo de las competencias. Así, por ejemplo, una persona con habilidades cognitivas pero desmotivada para emplearlas no logrará el mismo nivel de desempeño que otra que sí se encuentra motivada. Del mismo modo, quienes se encuentren muy motivados pero no dispongan de las habilidades cognitivas y metacognitivas necesarias, a menudo no logran niveles elevados de aprendizaje autorregulado. En definiti-

va, el enfoque SRL analiza la medida en la que los estudiantes emplean activamente determinados procesos o respuestas para mejorar su rendimiento. Los estudiantes con habilidades básicas y motivados tienden a desarrollar hábitos relacionados con el aprendizaje autorregulado y se muestran dispuestos a emplear un abanico de estrategias de aprendizaje, a evaluar su eficacia, a controlar el progreso de su aprendizaje y a modificar sus hábitos si no han logrado sus objetivos (Shunk, 2001; Zimmerman, 2000 y 2001; Efklides, 2011).

Además, el enfoque del SRL incluye un análisis de la dinámica de los procesos de enseñanza y aprendizaje, de sus etapas y de las relaciones con el contexto social en el que el alumnado aprende dentro de los centros educativos, interactuando con compañeros y docentes. Se han analizado así las fases del proceso (Zimmerman y Campillo, 2003), los estilos de aprendizaje y su ambiente diferenciando entre los que son competitivos y los que son colaborativos (Johnson y Johnson, 1989), así como la influencia que las relaciones entre el alumnado, y de éste con el profesorado, pueden tener sobre el aprendizaje al configurar las actitudes hacia la escuela y hacia el proceso de enseñanza-aprendizaje (Radel *et al.*, 2010).

Desde que a finales de los años ochenta comenzó a fraguarse el planteamiento del SRL, una cuestión esencial fue determinar mecanismos para evaluar empíricamente la relevancia de estos conceptos y sus interrelaciones a partir de diferentes cuestionarios diseñados con ese fin⁵. Los trabajos empíricos realizados con los mismos pusieron de manifiesto la existencia de vínculos directos entre las variables ya descritas y los resultados académicos del alumnado y contribuyeron a consolidar la relevancia científica del SRL.

De acuerdo con sus resultados, en relación a cada uno de los componentes del SRL existen evidencias empíricas respecto a que mantienen estrechas relaciones con el grado de desarrollo de las competencias básicas y, en consecuencia, con los niveles de eficiencia logrados en la producción de los servicios educativos y con las posibilidades del desarrollo de competencias para el aprendizaje a lo largo de la vida⁶.

⁵ Zimmerman (2008) indica que en los instrumentos esenciales inicialmente empleados fueron el *Self-Regulated Learning Interview Scale* (SRLIS; Zimmerman y Martínez-Pons, 1986), el *Learning and Study Strategies Inventory* (LASSI; Weinstein, Palmer y Schulte, 1987) y el *Motivated Strategies for Learning Questionnaire* (MSLQ; Printich *et al.*, 1993). Todos ellos evalúan las categorías ya descritas de acuerdo con la definición del SRL aunque incluyen matices derivados de discrepancias conceptuales en los marcos teóricos. Así, por ejemplo, tanto el LASSI como el MSLQ evaluaban la ansiedad como componente de la motivación, mientras que el SRLIS lo hacía como uno de los aspectos relevantes en los procesos de autoevaluación. Por otra parte LASSI y MSLQ eran instrumentos retrospectivos, mientras que SRLIS planteaba respuestas prospectivas respecto de contextos de aprendizaje hipotéticos.

⁶ Entre otros, Schraw, Crippen y Hartley (2006), Zimmerman y Moylan (2009), Lee y Shute, (2010), Zohar y Dori (2012) o Lee y Stankov (2013) revisan la literatura que describe estos vínculos, dimensión a dimensión, habitualmente con muestras que presentan limitadas propiedades estadísticas. Peschar, Moskowitz y Stephens (2004) han relatado como se trasladaron estos enfoques a los estudios internacionales impulsados por la OCDE.

Como quiera que aspectos como las estrategias cognitivas y metacognitivas durante el aprendizaje o la motivación y sus vínculos con el rendimiento académico ya venían siendo analizados desde hace tiempo por su gran importancia, la aportación más innovadora del enfoque SRL a la literatura ha sido, además de la visión integrada de los procesos de enseñanza-aprendizaje en los que participan los estudiantes, la consideración de la metacognición como variable de especial importancia en el nuevo contexto histórico de la sociedad de la información, en el que el alumnado accede libremente a gran cantidad de datos y debe desarrollar habilidades y procesos de reflexión para gestionarla integradamente y desarrollar sus competencias en contextos sometidos a cambios muy dinámicos.

Los estudios sobre los efectos de estas estrategias en el desarrollo de habilidades metacognitivas se refieren fundamentalmente a la investigación experimental (Willoughby y Wood, 1994), al entrenamiento para la adquisición de estrategias (Rosenshine y Meister, 1994) o a la observación sistemática del alumnado mientras está aprendiendo (Roebbers *et al.*, 2012), incluyendo a aquellos a los que se les pide expresamente que reflexionen sobre los procesos de aprendizaje. La mayor parte de los trabajos empíricos establecen que la metacognición influye directa y sustancialmente sobre los resultados académicos del alumnado analizado. Además, las aportaciones más actuales incorporan el hecho de que la autopercepción de la competencia personal en la gestión de los procesos de aprendizaje es un factor relevante para explicar los logros del alumnado a largo plazo⁷.

Un problema adicional para los procesos de estimación es el hecho de que las dimensiones descritas mantienen determinadas interrelaciones entre ellas y con las capacidades innatas de los sujetos (Artlett *et al.*, 2003). Así, por ejemplo, Veenman y Spaans (2005) han constatado que las habilidades metacognitivas y la inteligencia presentan una correlación moderada de modo que, en media, la inteligencia individual únicamente explicaría el 10% de la variancia en el aprendizaje, las habilidades metacognitivas en torno a un 17% de la misma, mientras que ambas juntas compartirían otro 20% de la variancia en estudiantes de diferentes edades y bagajes, en diferentes tipos de tareas y en diferentes dominios. La implicación esencial sería, de acuerdo con Veenman, Van Hout-Wolters y Afflerbach (2006), que un adecuado entrenamiento en tareas metacognitivas podría compensar las limitaciones cognitivas derivadas de los rasgos innatos del alumnado lo que resulta de especial relevancia para el análisis de la producción educativa.

⁷ Algunas revisiones recientes de estos resultados pueden consultarse en Hacker, Keener y Kircher (2009), Hacker, Dunlosky y Graesser (2009), Roebbers *et al.* (2009), Schneider y Artelt (2010), Efklides y Misailidi (2010) o Zohar y Dori (2012).

En este mismo sentido, a título de ejemplo, diferentes investigaciones ponen de manifiesto que para los adolescentes entre 12 y 15 años se presentaría un modelo denominado mixto en el cual la correlación entre capacidad intelectual, uso de estrategias metacognitivas y resultado académico sería limitada y variable por competencias, por edad y por género (Veenman *et al.*, 2014; Van der Steel y Veenman, 2008 y 2014). También viene confirmándose que en los adolescentes de esas edades las habilidades metacognitivas tienen un componente genérico y otro específico de cada competencia. En torno a los 12 años empezarían a configurarse las genéricas (Veenman y Spaans, 2005), mientras que las específicas comenzarían a consolidarse entre los 13 y los 15; la evolución no es en ningún caso lineal y podría variar entre chicos y chicas (Veenman *et al.*, 2014).

Abundando en el mismo sentido, el papel de los docentes para contribuir al desarrollo de estas estrategias podría ser fundamental en cuanto que puede impulsar la auto reflexión del alumnado, la planificación de su trabajo o incluir estas dimensiones entre los ítems que evalúa (Jones, 2007; Moons y Ringdal, 2012), de modo que puede explicar parte de los grados de desarrollo de las competencias logrados por alumnos y alumnas. El apartado siguiente del presente capítulo se extiende sobre este aspecto.

Todos estos resultados deberían ser considerados a la hora de analizar los procesos de enseñanza-aprendizaje y podrían ser relevantes en el proceso de estimación de las funciones de producción educativa. No obstante, diferentes meta análisis realizados⁸ llaman la atención sobre el hecho de que los estudios empíricos específicamente referidos al estudio del desarrollo de habilidades vinculadas al SRL, especialmente las metacognitivas, presentan rasgos singulares que requieren prudencia sobre la valoración de su alcance. En este sentido indican que la mayor parte de las investigaciones realizadas evalúan programas singularmente diseñados para que grupos de alumnos y alumnas determinados logren mejorar sus niveles de aprendizaje autorregulado o son puestos en práctica por grupos reducidos de docentes o bajo la supervisión de investigadores universitarios. En consecuencia, es necesario llevar a cabo investigaciones con datos a gran escala y referidos a la población escolar general.

La intensidad y el sentido de las relaciones entre las dimensiones del SRL y el rendimiento escolar también vienen siendo objeto de investigaciones que consideran otras variables de interés. Así, difieren en función de los dominios o competencias analizados o de aspectos de los mismos, de la dimensión del SRL que se aborde y de los rasgos diferenciales del alumnado por su origen socioeconómico, su género o su nacionalidad. Así, por ejemplo, Chiu, Chow y McBride-Chang

⁸ Por ejemplo, Dignath y Buettner (2008), Hattie (2009) o Muijs *et al.* (2004 y 2014).

(2007) emplearon los datos PISA 2000 para analizar las relaciones entre grados de uso manifestado de las estrategias de memorización, elaboración y control y, entre otros resultados, detectaron la existencia de vínculos significativos entre la intensidad de uso de las mismas y el nivel de renta o los valores sociales más o menos predominantemente individualistas o colectivos de los 34 países analizados.

En el mismo sentido, Lee (2009) describe diferencias nacionales estadísticamente significativas entre 41 países que participan en PISA 2003 respecto del papel de la ansiedad, y los autoconceptos y la autoeficacia percibidos por el alumnado en el aprendizaje de las Matemáticas y sus vínculos con el grado de desarrollo de esta competencia, lo que subraya la relevancia de los valores sociales imperantes en un país para explicar el rendimiento de su alumnado. Crocker *et al.* (2010) o Lee y Stankov (2013) también han constatado esas disparidades nacionales analizando los datos PISA 2003 para el caso de la competencia matemática. Los resultados obtenidos sugieren la necesidad de llevar a cabo estudios individualizados de los sistemas educativos nacionales como consecuencia de singularidades culturales e institucionales de los sujetos, de las sociedades y de los sistemas educativos.

Por otra parte, dado que buena parte de los estudios a partir de los cuales se realizan los análisis se fundamentan en cuestionarios en los que todos los agentes implicados (alumnado, familias, profesorado y miembros de los equipos directivos) realizan declaraciones sobre sus prácticas, también ha sido estudiado el denominado problema de calibración o ajuste (*calibration*), entendido como el grado en el que se corresponden las afirmaciones que los sujetos investigados realizan sobre sus actividades. En el caso particular de los procesos de enseñanza-aprendizaje se trataría de determinar la correspondencia entre las conductas manifestadas y las prácticas reales llevadas a cabo durante los procesos educativos. Bol y Hacker (2012) revisan la literatura en ese campo que viene a dar validez a los fundamentos de los estudios que se realizan basados en estas manifestaciones sobre las actividades realizadas en un contexto de aprendizaje.

Desde el punto de vista del Análisis Económico la incorporación de estas variables vinculadas al SRL en los estudios realizados está en proceso de configuración con avances muy recientes (Almlund *et al.*, 2011). Así, algunos trabajos han llevado a cabo aportaciones referidas a la revisión de las formulaciones de la función de producción para incorporar aspectos relacionados con las

concepciones y actividades de aprendizaje del alumnado, y se han centrado en aspectos como su gestión del tiempo de estudio⁹ o la intensidad de su esfuerzo¹⁰.

En este mismo sentido, una aportación clave con un enfoque muy complementario del adoptado por el SRL, es el ya mencionado de los *Human Capability Formation Models*. Estos modelos incluyen la consideración conjunta de aspectos puramente cognitivos y otros no cognitivos como la perseverancia, la motivación, la gestión del tiempo, la aversión al riesgo, la autoestima, el autocontrol y la preferencia por el ocio, poniendo de manifiesto la relevancia de estas variables en el ámbito de la investigación económica.

Este replanteamiento reciente incorpora la discusión sobre si algunas habilidades metacognitivas son considerables como *inputs* o como *outputs* en algunos casos, abriendo vías para nuevas investigaciones (Snijders y Bosker, 2012). El enfoque se encuentra actualmente en desarrollo y es necesario subrayar que se caracteriza por su mayor complejidad al considerar variables con cambios intertemporales y emplear datos longitudinales, lo que resulta totalmente coherente con su aspiración de analizar el grado de desarrollo de competencias a lo largo de la vida.

3.4. El profesorado: estrategias de enseñanza y producción de servicios educativos

Una cuestión importante en la investigación sobre la producción de servicios educativos es el papel del profesorado en el logro de resultados académicos, en cuanto que agente planificador, organizador y gestor de *inputs* en el aula y, por tanto, como protagonista activo con capacidades técnicas, tanto científicas como didácticas, para influir en dimensiones de la conducta del alumnado.

La literatura sobre Psicología de la Educación describe prolíficamente la existencia de relaciones entre los resultados académicos y variables como el clima en el que se desarrollan las clases y el apoyo científico, didáctico y emocional recibido de los docentes por el alumnado. Entre los factores citados en las investigaciones sobre la importancia de los profesores y profesoras (Saamons y Bakkum, 2011), se encuentran la creación del adecuado clima de clase, la generación de expectativas, el establecimiento de hábitos de gestión del tiempo, la planificación del trabajo, así como la efectividad de determinadas habilidades docentes, prácticas didácticas o estilos de enseñanza.

Ko *et al.* (2013) han llevado a cabo una revisión de las investigaciones recientes en este ámbito de las Ciencias de la Educación constatando que la mayor parte de ellas emplean metodologías

⁹ Entre otros adoptan este enfoque las investigaciones de Dolton, Marcenaro y Navarro (2003), Marcenaro (2002) y Marcenaro y Navarro (2007) respecto a alumnado universitario y, en secundaria, la de Kuehn y Landeras (2012) empleando datos PISA

¹⁰ Por ejemplo Kuehn y Landeras (2013), Villar (2013) o Fernández de Guevara, Serrano y Soler (2014).

cualitativas. Además, advierten de que la evaluación del papel de los docentes y de sus relaciones con el alumnado, así como con el contexto, es especialmente compleja y requiere de análisis más profundos que habitualmente son omitidos por estos trabajos. Tras constatar estas limitaciones, determinan seis factores claves habitualmente considerados por la mayor parte de los trabajos centrados en considerar el papel de los docentes de la enseñanza secundaria durante los procesos de enseñanza-aprendizaje: la capacidad para estructurar la actividad docente estableciendo énfasis en los objetivos académicos en el sentido de hacerlos explícitos y configurar las expectativas del alumnado, organizando exhaustivamente las actividades y las secuencias del currículo de modo coherente con esa planificación; dedicar expresamente tiempo a explicar e ilustrar qué es lo que hay que aprender; corregir sistemáticamente errores a partir de la realización de abundantes ejercicios y prácticas; evaluar regularmente mediante preguntas directas y específicas que permitan controlar que los alumnos y alumnas comprenden y progresan en el sentido adecuado; trabajar con el compromiso del alumnado en el proceso de enseñanza-aprendizaje revisando su trabajo y teniéndolo expresamente en consideración; y, finalmente, mantener mecanismos de retroalimentación cognitiva y afectiva en relación con el proceso y el grado de logro de objetivos. Con las limitaciones ya subrayadas, indican que los centros educativos con mejores resultados serían los que concentran docentes con estas prácticas.

Otro aspecto relevante estudiado desde la perspectiva de la Pedagogía ha sido la gestión del tiempo por los sistemas educativos y por los docentes en el aula, así como su impacto en el rendimiento escolar. Aspectos como la duración de las diferentes actividades educativas durante el proceso de enseñanza, el control del absentismo o el tiempo dedicado a realizar deberes en casa han sido abordados por la literatura. Scheerens y Hendriks (2014) realizan un metanálisis sobre los últimos trabajos desde este punto de vista y concluyen que su impacto en el rendimiento escolar debe ser considerado, aunque es moderado en relación con otras variables. Los factores más relevantes son el modo en que se gestiona el tiempo dedicado a las clases y las diferentes actividades, así como a los deberes en casa y, en una medida mucho más modesta, las actividades educativas en horario no escolar.

Si hubiera que sintetizar el estado de la cuestión en este ámbito es el carácter limitado de las conclusiones que es posible obtener de estos trabajos. La razón esencial es que las propiedades estadísticas de la mayor parte de los mismos son muy limitadas. Así, Goe (2007) y, más recientemente, Muijs *et al.* (2014) han llevado a cabo revisiones exhaustivas de los estudios específicamente centrados en analizar el papel de las prácticas docentes en la mejora del rendimiento escolar constatando estas carencias. Indican que en su mayoría se trata de investigaciones de corte cualitativo, con muestras y metodologías que impiden que puedan considerarse como estadísticamente

significativos para el conjunto de la población escolar y de las prácticas docentes habituales. Por tanto, ponen de manifiesto la necesidad de profundizar en las investigaciones que incluyan estas variables para explicar el desempeño del alumnado.

Por su parte, el Análisis Económico ha abordado aun limitadamente el tema. Las revisiones más extensas de la literatura en este ámbito¹¹ describen que los enfoques adoptados se han dividido en dos grandes grupos. Uno primero, ha estudiado las relaciones entre las características de los docentes y el grado de desarrollo de competencias por el alumnado teniendo en cuenta rasgos individuales de los mismos. Otro segundo, ha considerado la medida en la que el rendimiento académico puede modificarse por la aportación de los docentes, habitualmente mediante enfoques de valor añadido.

Respecto al primer grupo de aportaciones, los resultados todavía distan de ser definitivos por referirse, con algunas excepciones, a pocos países (fundamentalmente Estados Unidos) o no haber incorporado la diversidad metodológica suficiente para permitir obtener conclusiones firmes. En el caso de la experiencia profesional, mantendría una relación positiva con el rendimiento escolar, especialmente en los países desarrollados, mientras que las titulaciones de postgrado no aportarían diferencias relevantes respecto de la posesión de grados universitarios. En cuanto a los salarios, parecen mantener una relación directa con los logros del alumnado (Leigh, 2013). En este sentido, por ejemplo, Dolton y Marcenaro (2011) realizaron una comparación internacional considerando el periodo 1995-2006 y verificaron que los salarios de los docentes, tanto en términos absolutos como en términos relativos en relación con las remuneraciones medias del resto de trabajadores, están asociados positivamente con el desempeño del alumnado. Finalmente, también han sido analizadas las capacidades cognitivas de los docentes (Hanushek, Piopiunik y Wiederhold, 2014), así como la calidad de la formación universitaria recibida (Decker *et al.*, 2004) y se ha establecido la existencia relaciones positivas entre estas variables y el resultado académico del alumnado.

Los estudios con estos enfoques son relevantes para intentar aportar explicaciones de las diferencias internacionales en los resultados de los estudiantes cuando se presentan variaciones importantes en aspectos como el sistema de selección del profesorado, sus remuneraciones o los tipos de titulación de los docentes (Barber y Mourshed, 2007; Mourshed, Chijioke y Barber, 2010). Permiten, por tanto, fundamentar las políticas educativas correspondientes. Sin embargo, con la excepción de las capacidades cognitivas de los docentes o de la calidad de la formación universitaria de los mismos, su alcance es menor cuando se analizan factores relacionados con la eficiencia de un

¹¹ Por ejemplo, los trabajos de Wayne y Youngs (2003), Dolton y Marcenaro (2011) o Hanushek y Rivkin (2006 y 2012).

sistema o de un centro educativo en particular, especialmente si los requisitos de acceso a la profesión docente y las remuneraciones son muy homogéneos como es el caso español.

El otro planteamiento que ha considerado el papel del profesorado desde el punto de vista del Análisis Económico ha llevado a cabo investigaciones sobre variaciones en los resultados en el rendimiento del alumnado analizando en qué medida las mismas son consecuencia de la actuación del docente mediante aproximaciones de valor añadido.

Los análisis empíricos parten de una versión ligeramente modificada de la función de producción educativa ya descrita en capítulos anteriores para diferenciar, dentro de las variables incluidas en el conjunto de las que dependen de los centros educativos, aquellas que corresponderían a la aportación específica de los docentes al proceso productivo. En un estudio comparativo de los trabajos realizados con estos modelos para el caso estadounidense, Hanushek y Rivkin (2012) utilizan la desviación estándar media que produce la actuación del docente expresada en unidades de cambio en la puntuación del alumnado (normalizadas para emplear una desviación estándar de uno) y la estiman en 0,13 en el caso de la lectura y en 0,17 en el caso de las Matemáticas. En consecuencia, estas investigaciones vendrían a mantener que la calidad de las actuaciones docentes es un importante determinante del rendimiento del alumnado. Aunque los trabajos empíricos que utilizan datos procedentes de las grandes encuestas elaboradas por las organizaciones internacionales para analizar el papel de los docentes durante el proceso son aún escasos, empiezan a llevarse a cabo aportaciones para contribuir a esclarecer esta dimensión del proceso. Seguidamente se hace un breve recorrido por los resultados de los más representativos.

Así, Schwerdt y Wupperman (2011), sugieren la relevancia de las prácticas didácticas más convencionales para mejorar el rendimiento escolar en secundaria, frente a las más innovadoras que incluso podrían producir resultados negativos en el caso de alumnado norteamericano de secundaria. Lavy (2011) matiza los resultados anteriores empleando datos de Israel y sugiriendo que esa mejora derivada del empleo de métodos tradicionales se produciría con intensidad relativamente mayor entre el alumnado de menor nivel socioeconómico y más entre las chicas que entre los chicos.

Bientenbeck (2014) también se ha ocupado de analizar estas relaciones. Para ello ha empleado datos estadounidenses en TIMSS 2007 y ha analizado el caso de las competencias matemática y científica y sus relaciones con las estrategias didácticas de los docentes. En primer lugar, indica que el impacto del conjunto de prácticas docentes aplicadas sería diferente dependiendo de la habilidad cognitiva o metacognitiva cuyo desarrollo esté siendo evaluado. Así, según sus resultados, los enfoques didácticos tradicionales permitirían mejores desarrollos de las dimensiones de la competen-

cia matemática vinculados a la resolución de problemas más elementales, mientras que los más innovadores darían lugar a mejoras en los resultados vinculados al razonamiento matemático. En segundo lugar, constata la existencia de grados de complementariedad entre los recursos didácticos convencionales e innovadores que, combinados, serían los más eficientes para el logro del desarrollo global de las competencias. Además, según sus resultados, la pertenencia a una clase cuyo docente emplea prácticas muy intensivamente innovadoras no tiene efecto significativo en el grado de desarrollo de la competencia, lo que sugiere la necesidad de explorar modelos que consideren una composición óptima de recursos didácticos y su correspondiente tratamiento estadístico. Finalmente, una conclusión polémica pero interesante de su investigación es que el impacto negativo que las prácticas más innovadoras arrojan en la literatura descrita se deberían al diseño de los test estandarizados que se emplean en las evaluaciones internacionales, que atribuirían un peso relativamente reducido a la medición de las habilidades vinculadas al razonamiento y a los niveles superiores de desarrollo correspondientes al aprendizaje autorregulado y de competencias metacognitivas.

No obstante, estos trabajos empíricos presentan dificultades todavía no totalmente resueltas (Ishii y Rivkin, 2009) e incluso polémicas metodológicas¹². Algunas son compartidas con el resto del análisis de la función de producción educativa, como los errores de medida, el tratamiento de los sesgos y el grado de independencia entre los *inputs*. Otras son específicas del caso, como la variabilidad de la conducta docente entre grupos de alumnos y alumnas, incluso dentro de un mismo centro educativo, dependiendo de sus capacidades intelectuales, su género o su raza, o a lo largo del transcurso del tiempo como consecuencia de las diferentes etapas de desarrollo profesional del profesorado o del intento de evaluar el impacto de la actuación de los docentes sobre las competencias para el aprendizaje a lo largo de la vida y sus posibilidades de afectar a los ingresos futuros de los estudiantes.

Para salvar estos problemas característicos de las estimaciones paramétricas, también se han adoptado enfoques de tipo no paramétrico, si bien ese planteamiento tiene un desarrollo muy limitado en la literatura. Por ejemplo, Van Klaveren y De Witte (2010), emplean DEA y determinan la existencia de relaciones positivas entre algunos estilos de aprendizaje y el rendimiento escolar empleando conjuntamente tanto características personales de los docentes y tipos de estilos de enseñanza. Así, los alumnos y alumnas de mayor rendimiento en Matemáticas serían aquellos cuyo profesorado ha enfatizado el uno de la resolución de problemas y la realización de deberes.

¹² Son exponente de esas disparidades de criterio, por ejemplo, las investigaciones de Chetty, Friedman y Rockoff (2014a, 2014b y 2014c) y Rothstein (2008 y 2014).

Por otra parte, es necesario resaltar que recientemente se está produciendo una creciente disponibilidad de datos sobre las prácticas de los profesores y profesoras en las aulas que viene dando lugar a una incipiente literatura que considera este tipo de variables. Así, en España, la Evaluación General de Diagnóstico (MEC, 2009), recopila información con una metodología similar a la de PISA e incluye algunos datos sobre las prácticas didácticas del profesorado de cuarto curso de Primaria y 2º de ESO. Con estos datos Hidalgo-Cabrillana y López-Mayan (2015) han analizado el caso de la enseñanza primaria obteniendo datos que sugieren mayor efectividad de las prácticas innovadoras en Lengua y mejores resultados de las chicas, pero ausencia de significatividad en el caso de Matemáticas y de los chicos.

En este mismo ámbito, los estudios *Teaching and Learning International Survey*, TALIS (OECD, 2014e) vienen recopilando, mediante encuestas realizadas a docentes y directivos de los centros educativos, informaciones para analizar las características, concepciones y prácticas del profesorado de primaria y secundaria en 33 países del mundo. La edición de 2013 ha establecido un módulo, en el que han participado voluntariamente algunos países como España, para conectar las informaciones obtenidas con las procedentes de PISA del año 2012. No obstante, su uso implica problemas metodológicos importantes. Entre ellos se encuentran las características dispares de los métodos de replicación *bootstrap* empleados en el caso de docentes y alumnado, la metodología del muestreo que hace que los alumnos que responden no tengan que corresponder necesariamente con los profesores entrevistados y el hecho de que los docentes participantes han elegido autónomamente los grupos-clase en relación con los cuales responden respecto de sus prácticas didácticas aplicadas. Por tanto, el tratamiento de los datos obtenidos y los resultados obtenidos con los mismos deben ser analizados con especial detenimiento. Ofrecen, en cualquier caso, nuevas perspectivas para la investigación integrada de estos asuntos.

Méndez (2015) ha llevado a cabo un estudio internacional con esos datos procedentes de la muestra que vincula TALIS y PISA, mencionada en el párrafo anterior, para ocho países de la OCDE y empleando Mínimos Cuadrados Ordinarios. El estudio presenta singularidades respecto de las pautas habituales de la literatura de producción educativa. Así, en primer lugar considera conjuntamente datos de países con características socioculturales, rasgos institucionales de sus sistemas educativos, estrategias didácticas más habituales de los docentes y niveles de rendimiento muy dispares¹³; en definitiva no realiza una estimación por nación como es habitual, sino una única con-

¹³ Emplea datos de Australia, España, Finlandia, Letonia, México, Portugal, Rumanía y Singapur. Es resaltable el hecho de que Singapur, Finlandia, Australia y, en menor grado, Letonia, puntúan por encima de la media de la OCDE en las evaluaciones PISA 2012 para las tres competencias tradicionales, mientras que España, Portugal, Rumanía y, de modo especial, México, lo hacen por debajo. Los estadísticos de las variables empleadas evidencian diferencias adicionales en la intensidad de uso de determinados recursos didácticos.

siderando los datos de la totalidad de los países. En segundo lugar emplea un modelo de regresión lineal por MCO para un análisis que pone el énfasis en rasgos vinculados a los procesos de enseñanza-aprendizaje que pueden tener relaciones específicas en el seno de los centros educativos, lo que requiere realizar diferentes supuestos restrictivos que se detallan en el trabajo. Finalmente, algunos de sus resultados también difieren de la mayor parte de la literatura revisada al atribuir un impacto positivo al empleo de las TIC durante las clases y del trabajo en pequeños grupos sobre el rendimiento escolar final.

Como es posible comprobar, los trabajos que consideran todos estos aspectos son aún pocos y las conclusiones distan de ser definitivas.

Finalmente, PISA 2012 ha incorporado nuevas variables referidas a las prácticas docentes del profesorado de Matemáticas, plenamente integrados metodológicamente con los resultados de rendimiento escolar del alumnado, que ofrecen un potencial de enriquecimiento de los modelos pre-existentes. Este conjunto de datos será el que se empleará en el trabajo empírico que se desarrolla en los capítulos siguientes.

3.5. Procesos de enseñanza-aprendizaje y reconsideración de la función de producción educativa

Según se ha venido describiendo en los apartados anteriores, la singularidad de los procesos educativos requiere un tratamiento integrado que considere conjuntamente aspectos tecnológicos de las conductas de los agentes que participan más directamente en el proceso productivo y que influyen sobre su resultado.

Un rasgo característico de las investigaciones en la tradición de las Ciencias de la Educación que se vienen refiriendo a lo largo de este trabajo ha sido configurar amplios marcos teóricos sobre los sistemas de relaciones que caracterizan a los procesos de enseñanza y aprendizaje. Sin embargo, la verificación empírica de la relevancia de esos marcos se ha caracterizado por la aplicación de metodologías mayoritariamente cualitativas, frecuentemente basadas en el análisis de casos a partir de la observación de alumnos en contextos educativos concretos, o de tipo cuantitativo pero con rasgos problemáticos en las muestras consideradas que dificulta la generalización de sus conclusiones según la revisión de la literatura ya mencionada¹⁴. Como ejemplo de estas limitaciones en el caso iberoamericano, Murillo (2007) recopila diferentes estudios empíricos dentro del marco teóri-

¹⁴ Entre otras, las de Zimmerman (2008), Efklides y Misailidi, (2010), Zohar y Dori (2012), Ko, Sammons y Bakkum. (2013), Lee y Stankov (2013), Muijs *et al.* (2014) o Reynolds *et al.* (2014),

co EER ya descrito: en la parte cuantitativa de la obra se formula un extenso modelo multinivel internacional en el que los autores previenen en el apartado dedicado a la metodología de que la muestra no es estadísticamente representativa, mientras que el resto del texto describe resultados obtenidos con metodologías cualitativas.

Las mismas dificultades presentan los trabajos aportados por la Psicología. Por ejemplo, las investigaciones empíricas que analizan la conexión de variables relacionadas con el aprendizaje autorregulado y el rendimiento escolar e intentan determinar su variabilidad a lo largo de las edades de la adolescencia, el género o el tipo de competencia analizada, se llevan a cabo con pequeñas muestras situadas en centros educativos concretos y en países muy determinados que es donde se concentra la actividad investigadora en estos campos¹⁵.

Algo similar viene produciéndose, pero en un sentido diferente, cuando el enfoque es el del Análisis Económico aplicado a la producción y la eficiencia en el caso particular de los servicios educativos. En este caso, la mayor parte de los estudios empíricos realizados en España, revisados en el Capítulo 2, han propuesto modelos que utilizan variables referidas a rasgos socioeconómicos de los estudiantes, sus familias o sus compañeros de clases o características estructurales de los centros como su titularidad o sus recursos materiales, pero no los referidos a los procesos de enseñanza-aprendizaje y sus rasgos técnicos específicos.

Esta falta de coordinación e integración ofrece una importante fuente de sinergias para un desarrollo integrado que sea capaz de aprovechar las aportaciones conceptuales y metodológicas procedentes de ambas tradiciones investigadoras. La importancia potencial de las variables relacionadas con las estrategias de enseñanza y aprendizaje no se corresponde con el tratamiento dado a estas variables por la literatura económica, que sí ha desarrollado sin embargo, metodologías avanzadas aprovechando la literatura general sobre producción y eficiencia.

Todo ello da pie a explorar la viabilidad de una especificación más exhaustiva de la función de producción de servicios educativos y a examinar sus posibilidades para llevar a cabo futuros análisis de eficiencia con metodologías actualizadas que consideren estos aspectos. Además, la reciente disponibilidad creciente de datos estadísticos a gran escala, con propiedades muestrales adecuadas, puede apoyar decisivamente el proceso.

Así, en el caso del alumnado, PISA suministra información sobre la base de asumir el enfoque del aprendizaje autorregulado. Los instrumentos empleados para medir la presencia de estas dimensio-

¹⁵ Por ejemplo, los ya descritos trabajos empíricos sobre las relaciones entre las habilidades metacognitivas y el grado de desarrollo de las competencias básicas de Veenman y Spaans (2005), Veenman (2008), Veenman *et al.* (2014) o Van der Stel y Veenman (2008 y 2014).

nes se basan en escalas ya previamente existentes como el inventario Kiel de Estrategias de Aprendizaje, KSI y el Cuestionario de Estrategias de Aprendizaje Motivadas, MLSQ. La mismas fueron adaptadas al planteamiento subyacente de PISA gracias al trabajo de un grupo de expertos que las concretaron en estrategias de control, de elaboración y de memorización y diseñaron cuestiones específicas que han venido siendo recopiladas desde PISA 2000 (Baumert, Fend *et al.*, 1998 y Baumert, Klieme *et al.*, 1998; Peschar *et al.*, 1999).

Los estudios realizados en este campo a partir de los datos así obtenidos son aún limitados. Una breve revisión cronológica de los trabajos empíricos realizados permite ilustrar esta realidad. En este sentido, comenzando por los estudios internacionales sobre estrategias de aprendizaje con datos PISA 2000, en los mismos no se incluyen datos de España¹⁶.

Ya con PISA 2003, Lee (2009) realiza una comparación internacional meramente descriptiva, no causal, para el caso de la competencia matemática en 41 países considerando el autoconcepto, la eficacia autopercibida y la ansiedad en relación con las tareas propias de esa competencia, que sí incluye a nuestro país, pero cuyo objetivo es sólo determinar posibles disparidades derivadas de rasgos sociológicos y de diferencias interculturales. También con datos PISA 2003, Lee y Stankov (2013) han realizado un estudio global para analizar las relaciones entre las variables referidas a las estrategias de aprendizaje y sus vínculos con el grado de desarrollo de la competencia matemática, pero no han diferenciado sus resultados por países; en cualquier caso el estudio no era causal ni adoptaba una perspectiva de función de producción educativa.

Por otra parte, Crocker *et al.* (2010) han llevado a cabo el estudio más completo con las variables facilitadas por PISA 2003 para analizar las estrategias de enseñanza y aprendizaje en el caso de la competencia matemática. Emplearon una metodología multinivel considerando como criterio de elección de variables, además de su significatividad estadística, su relevancia para la posibilidad de realizar comparaciones internacionales de interés en relación con la estructura de los sistemas educativos. El número de variables es limitado, por ceñirse a las más habitualmente relevantes en el conjunto de países analizados, que presentan heterogeneidad asociada a disparidades culturales y organizativas entre los sistemas educativos y los países participantes. En este sentido PISA 2012 ha facilitado multitud de variables adicionales que permiten un mayor enriquecimiento de los modelos y de los análisis subsiguientes.

En algunos estudios realizados en países concretos o grupos de países con características relativamente similares, sí se ha abordado la importancia de algunos grupos de variables que se vienen

¹⁶ Este es el caso de los trabajos de Artelt *et al.* (2003) o Chiu, Chow y McBride-Chang (2007).

mencionando para explicar el rendimiento escolar evaluado a través del grado de desarrollo de las competencias. Así, con datos PISA 2000, Turmo (2005) analiza la correlación entre el estatus socioeconómico del alumnado y el grado de uso de las estrategias de memorización, elaboración y control de los cinco países nórdicos poniendo de manifiesto la necesidad de impulsar su uso entre los estudiantes más desfavorecidos. Con esas mismas tres estrategias, Turmo y Hopfenbeck (2006) han realizado un estudio meramente descriptivo de su grado de uso en el caso específico de la competencia matemática empleando datos PISA 2003 para los cinco países nórdicos. También con datos PISA 2003 Haahr *et al.* (2005) realizan un estudio descriptivo de la presencia de las variables vinculadas a los procesos de aprendizaje del alumnado en los países participantes en PISA.

PISA 2009 se centró en el análisis de la competencia lectora respecto de la cual se aportó una información muy profunda que incluía aspectos relacionados con los procesos de enseñanza-aprendizaje. La propia OCDE (OECD, 2010c) realizó un análisis descriptivo de las relaciones entre variables vinculadas a las estrategias del alumnado y sus resultados. Con estos datos Chuy y Nitulescu (2013) realizan una estimación por MCO y llevan a cabo un análisis Oaxaca-Blinder para relacionar el rendimiento en la competencia lectora, el uso de cinco estrategias cognitivas y metacognitivas y las disparidades observadas entre estudiantes de diferente sexo en el caso de Canadá. Sus conclusiones indican que las estrategias de control y realización de resúmenes contribuirían relevante y positivamente al desarrollo de la competencia, mientras que la aportación de las estrategias de comprensión sería de intensidad menor. Las tres presentan una mayor presencia relativa entre las chicas, que arrojan mejores resultados que los chicos en este ámbito. Adoptar estrategias de memorización explicaría un menor rendimiento. Las estrategias de elaboración no se muestran como estadísticamente significativas en este caso.

En sentido similar, con datos de la edición 2009 para Estonia, Säälík, Nissinen y Malin (2015) han formulado un modelo multinivel que ha considerado diez variables explicativas: el género, el idioma, el índice socioeconómico del hogar y un conjunto de siete variables referidas a las estrategias de aprendizaje del alumnado obteniendo resultados similares respecto al papel de las estrategias de aprendizaje. También con PISA y la misma metodología multinivel Valenzuela, Gómez y Sotomayor (2015) han analizado el caso chileno en competencia lectora utilizando datos de las ediciones 2000 y 2009. Describen la significatividad de un grupo de variables relacionadas con las estrategias de aprendizaje del alumnado que indicarían el impacto negativo de las centradas en la memorización y el positivo de las que representan la aplicación de las de elaboración y control.

Todas estas investigaciones ponen de manifiesto cómo diferentes variables relacionadas con el proceso de aprendizaje y con las prácticas didácticas resultan ser significativas para explicar el

logro de los resultados en las competencias analizadas. Además, varían según aspectos como el género o los tramos de rendimiento del alumnado y los dominios estudiados, y podrían presentar vínculos con las características socioeconómicas de las familias y con el nivel socioeconómico medio de los alumnos y alumnas asistentes a un mismo centro educativo.

En el caso de España, la literatura con esta perspectiva comienza a desarrollarse. Aunque eran citadas por la mayor parte de las propuestas de funciones de producción, hasta ahora estas variables no habían sido consideradas explícita y detalladamente. Aspectos como la motivación, las concepciones o las estrategias de aprendizaje autorregulado han sido habitualmente omitidos o presentan una consideración muy limitada mediante la inclusión puntual de alguna de variable. Asimismo, los procedimientos de enseñanza, los materiales curriculares, los instrumentos de evaluación empleados por los docentes o su grado de desarrollo profesional tampoco se integraban habitualmente en los modelos disponibles para los trabajos empíricos con datos de nuestro país.

En sucesivas ediciones de PISA, progresivamente se han ido incluyendo preguntas específicas en el cuestionario de alumnado para aproximar diferentes aspectos relacionados con los procesos de enseñanza-aprendizaje. Así, en la edición 2012 de esta evaluación internacional se han incorporado variables nuevas referidas, entre otros aspectos, a la motivación y sus modalidades, así como a la experiencia del alumnado con las Matemáticas aplicadas o puras, y a indicadores novedosos sobre su vivencia de la gestión de recursos materiales en el aula, la convivencia o la realización de actividades escolares y extraescolares vinculadas a la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas (OECD, 2014a). Para los datos de 2012, la propia OCDE (OECD, 2013c y d), ofrece una exhaustiva revisión descriptiva que permite comparaciones internacionales. Todo ello ofrece nuevas vías de enriquecimiento para los modelos causales anteriores.

La Tabla 3.1 recoge una propuesta de visión integrada del proceso de producción educativa, elaborada a partir de la revisión de la literatura realizada a lo largo de capítulo, con el fin de fundamentar adecuadamente una propuesta de reformulación de la especificación de la función productiva en el caso de la educación en España. La misma resulta de una síntesis entre el marco teórico de los modelos EER (ver Figura 3.1 para una visión esquemática) y del resto de las variables aportadas por los desarrollos relacionados con el SRL. Incluye, además, las variables empleadas en los modelos de función de producción habituales en el Análisis Económico, habitualmente centrados en un limitado catálogo de las mismas de tipo individual, familiares y de centro. Finalmente, se da un tratamiento diferenciado a los procesos de enseñanza-aprendizaje como elementos esenciales de la “caja-negra” de conjuntos de conocimientos científicos-técnicos aplicados y elementos organizativos que pueden influir sobre el grado de desarrollo de las competencias por el alumnado.

Tabla 3.1: Variables relevantes para un análisis integral de la producción educativa.

FACTORES	VARIABLES EXPLICATIVAS
CARACTERÍSTICAS DEL ALUMNADO:	
Individuales	Sexo. Edad. Capacidad intelectual innata. Educación infantil. Cursos repetidos. Condición de inmigrante de primera o segunda generación. Etnia. Primer idioma en el hogar.
Familiares	Profesión. Estudios y situación laboral del padre y la madre. Número de hermanos y hermanas. Hogar monoparental. Persona que atiende al estudiante en el hogar. Dotación material y cultural del hogar. Tamaño de la ciudad de residencia.
ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE DEL ALUMNADO:	
Cognitivas	Realizar tareas básicas. Toma de notas. Realización de gráficas. Organización de los materiales. Cálculos y operaciones manuales adecuadas a la edad. Asistencia a clase. Organización del tiempo de estudio. Realización de deberes. Seguimiento de las reglas e instrucciones para la participación en actividades escolares y extraescolares. Capacidad para concentrarse durante las clases. Resumir. Inferir. Razonar. Conductas orientadas al logro de ayuda para el aprendizaje.
Metacognitivas	Capacidad para reconocer, controlar y evaluar los propios procesos cognitivos así como las propias fortalezas como debilidades como estudiante. Conocimiento condicional de cuándo, dónde, por qué y cómo utilizar estrategias específicas en tareas cognitivas. Conductas dirigidas a la gestión, control y evaluación de las propias acciones, la motivación, el afecto y el entorno, así como para la preparación y la realización de deberes y exámenes.
Motivacionales y emocionales	Disposición a enfrentar retos. Motivación intrínseca y extrínseca. Reconocimiento del valor del aprendizaje a lo largo de la vida. Auto creencias académicas y personales. Perseverancia. Resiliencia. Relación con entornos de aprendizaje competitivo o colaborativo. Interés y curiosidad. Grado de ansiedad respecto al aprendizaje, la enseñanza, y la evaluación. Expectativas académicas y profesionales individuales y familiares.
ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA DE LOS DOCENTES:	
Rasgos individuales	Edad. Género. Titulación académica. Capacidades cognitivas y metacognitivas. Concepciones científicas y didácticas.
Tipo de estrategia de enseñanza	Materiales curriculares utilizados. Metodologías didácticas aplicadas. Gestión de la atención a la diversidad en el aula. Modalidades de evaluación empleadas. Tipología y profundidad de retroalimentación al alumnado. Organización del tiempo dentro y fuera del aula. Participación en actividades complementarias y extraescolares. Gestión de la convivencia. Relación con el alumnado.
Desarrollo profesional	Experiencia. Remuneración. Relación laboral. Formación específica como docente novel y continua durante la carrera profesional. Autonomía en la selección de materiales curriculares. Incorporación de innovaciones científico-técnicas y didácticas. Pertenencia a círculos de calidad profesional. Participación en actividades de investigación educativa. Disposición a la coordinación. Participación en tareas directivas. Grado de satisfacción profesional. Expectativas de promoción. Implicación con el centro, las familias y el entorno.
CARACTERÍSTICAS DE LOS CENTROS EDUCATIVOS:	
Dotación material	Instalaciones para actividades educativas en diferentes materias. Recursos TIC. Tamaño del centro educativo.
Organización	Ratio. Titularidad de propiedad. Modelo de gestión: autonomía para decidir sobre el currículo, la selección y la gestión del personal o los programas educativos impartidos. Mecanismos de coordinación con las familias y el entorno y efectividad de los mismos. Actividades complementarias y extraescolares. Modalidades de designación de los órganos de dirección. Modelo de gestión de la convivencia. Instrumentos para la evaluación interna y externa.
Entorno social	Efecto compañeros. Sentido de identificación con el centro por los miembros de la comunidad educativa y del entorno.

Fuente: Elaboración propia a partir de la revisión bibliográfica.

Este énfasis en esa dimensión de la producción educativa es un rasgo distintivo del presente trabajo y su concreción en variables *proxy* que permiten ampliar los análisis realizados hasta el momento ha sido posible gracias a la inclusión de parte de las referidas novedades introducidas por PISA 2012 respecto a las competencias matemática y financiera.

La consideración de todos estos aspectos permitiría proponer una reconsideración de la función de producción tradicional recogida ya descrita en la expresión [2.1] para incluir, junto a los demás aspectos relevantes ya habituales, variables expresamente referidas al papel de las estrategias de aprendizaje empleadas por el alumnado y a las estrategias didácticas o de enseñanza empleadas por los docentes:

$$M_{ij}^t = f(B_{ij}^t, S_j^t, P_j^t, E_{ij}^t, A_{ij}^t, I_{ij}^t) \quad [3.1]$$

Con ese fin, la expresión [3.1] recoge una propuesta de especificación de la función de producción que se estudiará en el resto del trabajo. Así, la variable M_{ij}^t representa el *output* del proceso educativo del alumno o alumna i en la escuela j , evaluado a través del grado de desarrollo de la competencia matemática analizado en el instante t , que depende de un conjunto de factores o *inputs*:

- las características socioeconómicas del estudiante y su familia, su *background* según la terminología habitualmente utilizada en la literatura sobre producción educativa (B_{ij}^t).
- los *inputs* escolares materiales e institucionales (S_j^t), que incluyen tanto la dotación material de recursos como aquellos rasgos organizativos no directamente relacionados con los procesos de enseñanza-aprendizaje en los que interactúan alumnado y docentes de modo directo.
- el *efecto compañeros* o, empleando la terminología sajona, *peer effect* que evalúa la influencia de los compañeros de centro educativo sobre el rendimiento escolar (P_j^t),
- los *inputs* escolares relacionados con las estrategias didácticas de los profesores durante el proceso de enseñanza-aprendizaje (E_{ij}^t),
- las estrategias de aprendizaje empleadas por el alumnado durante el proceso de enseñanza-aprendizaje (A_{ij}^t).
- las capacidades innatas del alumno o alumna (I_{ij}^t).

La expresión [3.1] también puede ampliarse para analizar el caso específico del grado de desarrollo de la competencia financiera, (F_{ij}^t). Como se describirá, su presencia curricular es prácticamente irrelevante en el sistema educativo español y no es impartida por docentes especialistas en

ese ámbito, de modo que puede ser empleada como referencia para subrayar la repercusión que decisiones relacionadas con el ámbito regulatorio e institucional pueden producir sobre el rendimiento escolar. Si denominamos (R_j^t) a la modalidad de regulación de la Educación Financiera aplicada en el centro j en el periodo t analizado, y la añadimos a las variables anteriores, obtendremos la expresión:

$$F_{ij}^t = f(B_{ij}^t, S_j^t, R_j^t, P_j^t, E_{ij}^t, A_{ij}^t, I_{ij}^t) \quad [3.2]$$

La única diferencia relevante entre [3.1] y [3.2] consiste en que se han extraído de la variable S_j^t los aspectos específicamente referidos al tratamiento establecido para regular la modalidad de implantación de la Educación Financiera en el centro educativo al que acude el alumnado que quedan recogidos en R_j^t .

3.6. Conclusiones

Los aspectos vinculados con la enseñanza y el aprendizaje son específicos del proceso de producción educativa y podrían caracterizarlo hasta el punto de que resultaran relevantes porque complementarían las aportaciones de investigaciones que consideran habitualmente otras variables ya repetidamente analizadas. Además, podrían estar vinculados a las condiciones socioeconómicas del alumnado y su género, afectando no sólo a la eficiencia sino también a la equidad del sistema educativo. También podrían darse diferencias por tramos de rendimiento educativo y tipos de competencias que fueran significativas. En definitiva, ofrecen un campo suficientemente amplio como para replantear parte de las funciones de producción educativa habitualmente empleadas con el fin de contribuir a fundamentar medidas de política educativa.

Los capítulos siguientes examinarán la viabilidad de proponer modelos con propiedades adecuadas que incluyan estimaciones significativas de la función de producción educativa en el caso de la competencia matemática para España considerando variables referidas a los procesos de enseñanza y aprendizaje y analizarán los correspondientes resultados. Además, se utilizará el caso particular de la competencia financiera para ilustrar la repercusión del marco regulatorio en el rendimiento escolar.

En este sentido, el trabajo empírico que se desarrolla en los siguientes capítulos presenta diferentes aportaciones a la literatura. Por una parte, se centra en la consideración del caso español, hasta ahora no abordado de modo diferenciado con esta perspectiva, empleando los datos más recientes disponibles procedentes de PISA 2012 que facilita nuevas variables para enriquecer los análisis. Por otra par-

te, se trabajará en el análisis de la viabilidad de considerar las variables vinculadas a los procesos de enseñanza-aprendizaje al estimar funciones de producción educativa.

Con ese fin, se realizarán aportaciones en tres sentidos esenciales. En primer lugar, se investigarán las relaciones entre las variables habitualmente empleadas para analizar el rendimiento escolar y las incorporadas en la función de producción para considerar también los procesos de enseñanza-aprendizaje; será posible así verificar el grado de consistencia inter temporal de modelos anteriores al considerar este nuevo grupo de variables y constatar su relevancia. En segundo lugar, se estudiarán las posibles disparidades existentes por nivel de desempeño académico y por sexo del alumnado, para determinar en qué medida las mismas puedan estar vinculadas al empleo de diferentes estrategias de aprendizaje o a la disposición a desarrollar mejor la competencia en función del conjunto de estrategias de enseñanza experimentados.

Finalmente se realizará un trabajo comparativo internacional para verificar la relevancia de los marcos regulatorios en el proceso de enseñanza-aprendizaje y en el grado de desarrollo de las competencias estudiadas, empleando como referencia el caso de la competencia financiera. Esta competencia ha sido muy escasamente analizada hasta fechas recientes por falta de datos, circunstancia que sólo se ha comenzado a paliar con los estudios llevados a cabo a raíz de las informaciones facilitadas por PISA 2012, de modo que su singularidad puede ser empleada para investigar la relevancia de la inclusión de estos aspectos en la estimación de funciones de producción educativa.

Capítulo 4. PROCESOS DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE Y PRODUCCIÓN EDUCATIVA: UN ANÁLISIS DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA

4.1. Introducción

Como se ha venido describiendo, el tratamiento de las variables vinculadas a los procesos de enseñanza-aprendizaje y su inclusión dentro del análisis de la función de producción educativa no ha sido suficientemente abordado en los estudios llevados a cabo hasta ahora.

La razón esencial es la existencia de diferentes disciplinas científicas que abordan el problema del desarrollo de las competencias por el alumnado en las instituciones educativas desde tradiciones investigadoras hasta ahora insuficientemente integradas. Así, dentro del ámbito de la Pedagogía las metodologías de investigación han estado mayoritariamente vinculadas a los paradigmas cualitativos, que presentan serias dificultades para la generalización de sus conclusiones en el proceso de construcción del conocimiento científico según los requisitos exigidos habitualmente por otras ciencias.

Por su parte, la Psicología de la Educación aunque sí tiene una tradición en el ámbito de la investigación cuantitativa, habitualmente ha empleado muestras reducidas y con propiedades estadísticas limitadas, y sólo recientemente ha dado el paso de abordar estudios a gran escala, a partir del desarrollo de los informes internacionales impulsados por la OCDE y otros organismos internacionales. Ha asumido así criterios estadísticos más estrictos en el proceso de toma de datos y en su tratamiento, pero sin incorporar suficientemente los aspectos sociales y económicos presentes en los procesos u omitiendo los avances metodológicos vinculados al análisis de la función de producción educativa.

Finalmente, la Economía se ha venido centrando en variables relacionadas con los rasgos sociodemográficos de los alumnos y alumnas y de sus familias. Adicionalmente, la mayor parte de los trabajos, considerando el papel de los centros, han incluido el nivel socioeconómico medio de quienes se encuentran matriculados en los mismos, la titularidad de su gestión y algunos aspectos vinculados a la dotación material de recursos o al grado de autonomía de gestión, de alcance limitado en el caso español. Por otra parte, se ha omitido habitualmente el tratamiento de las variables relacionadas con los procesos de enseñanza-aprendizaje. Finalmente, como se ha descrito en los capítulos anteriores, sólo muy recientemente se producen avances sobre la toma en consideración

de las habilidades cognitivas y metacognitivas de las personas en el ámbito del Análisis Económico. Por tanto, presenta aún avances muy limitados en el caso de aquellas otras variables vinculadas a los rasgos técnicos caracterizadores del proceso productivo analizado en este trabajo. El resultado ha sido cierto estancamiento del desarrollo del análisis de la producción de servicios educativos que revela la necesidad de explorar vías para aprovechar las sinergias potenciales existentes integrando las diferentes perspectivas y empleando la nueva información facilitada por las evaluaciones internacionales en sus ediciones más recientes.

A lo largo de presente capítulo se desarrolla una contribución en este sentido referida al caso particular de la competencia matemática a partir de los datos facilitados por la edición 2012 de PISA, que incluye importantes novedades sobre diferentes aspectos relacionados con los procesos de enseñanza y aprendizaje en la misma. Se procurará con ello contribuir al desarrollo de los progresos en este ámbito que, como se ha referido detalladamente en el Capítulo 3, son aún escasos a nivel internacional e incluso más limitados en el caso español.

Con ese fin, el capítulo se inicia con la exposición de los principales rasgos de la metodología jerárquica multinivel que se implementará para llevar a cabo el estudio. A continuación se describen los datos que se emplearán en el mismo, con especial detenimiento en la caracterización del procedimiento empleado durante su muestreo y en las implicaciones del mismo para la determinación de los estadísticos de las variables que se utilizarán. Se incluye también una descripción de los rasgos de los valores plausibles que serán considerados como *outputs*, ya que presentan determinadas singularidades a la hora de ser incorporados en el proceso de estimación econométrica. Tras determinar y describir los *inputs* empleados, se presentarán los resultados de las estimaciones realizadas, basadas en dos enfoques complementarios, y se analizarán las conclusiones logradas y su alcance.

4.2. La metodología multinivel

Los procesos productivos con frecuencia presentan estructuras anidadas. En el caso más general, un estudio que intente analizar una empresa con diferentes fábricas o unidades de prestación de servicios repartidas en distintas ubicaciones físicas, incluso cuando elabora un único producto y emplea dotaciones similares de los factores, puede adoptar este enfoque para verificar si cada DMU presenta rasgos diferenciales derivados de características propias susceptibles de generar diferencias en los volúmenes de producción alcanzados y en las diferentes modalidades de eficiencia logradas. Enfoques más amplios pueden extender este planteamiento al estudio de subsectores o sectores

productivos completos integrados por diferentes empresas que a su vez presenten diferentes unidades productivas.

En este sentido, para el caso de los sistemas educativos y de la producción de servicios que se lleva a cabo en los mismos, el planteamiento es especialmente adecuado ya que es posible diferenciar al menos dos niveles. Uno primero, individual, en el que podrían incluirse las circunstancias personales y familiares del alumnado estudiado, y otro segundo referido a los centros educativos en los cuales los mismos reciben las diferentes enseñanzas. De modo similar, es posible realizar análisis de niveles adicionales agrupando centros por unidades administrativas sucesivas: distritos escolares, regionales, nacionales o internacionales. Esta singularidad, por consiguiente, debe ser considerada a la hora de plantear la metodología de estimación a aplicar en cualquier investigación empírica que aborde este proceso productivo en particular.

Como consecuencia de esta circunstancia, la investigación realizada en el presente capítulo emplea una regresión jerárquica multinivel¹ que tiene en consideración esta naturaleza anidada de los datos empleados. Además, como ya se describió en el Capítulo 2, este enfoque también tiene la virtud de aportar un tratamiento del hecho de que las observaciones correspondientes a un mismo centro no serían independientes ya que sus estudiantes pueden compartir gran cantidad de rasgos similares y que es la causa de que no deba estimarse por MCO si no se quiere obtener estimadores sesgados (Hox, 1995). Es relevante mencionar que esta metodología es la que los técnicos de PISA sugieren como idónea para el tratamiento de los datos generados en esta evaluación internacional (OECD, 2014a).

El punto de partida será la función de producción ya descrita en la expresión [3.1], que intentará explicar el grado de desarrollo de la competencia analizada (C_{ij}) del sujeto i en el centro educativo j . Con ese fin se emplean X_{qij} , un vector de q características individuales y familiares del sujeto i en el centro j , así como Z_{sj} , que representa al vector de s características de la escuela j .

Aunque la denominación general de estos modelos los califica como multinivel, el presente trabajo se centrará sólo en dos de ellos. Así, los modelos del Nivel 1 reflejarán las relaciones entre las variables relacionadas con el estudiante, mientras que las del Nivel 2 intentarán capturar la influencia de los factores relacionados con los centros educativos.

Empezando por el Nivel 1, la especificación general de la ecuación sería:

$$C_{ij} = \beta_{0j} + \sum_{q=1}^Q \beta_{qj} X_{qij} + r_{ij} \quad [4.1]$$

¹ Los trabajos de Leeuw y Meijer (2008), Raudenbush *et al.* (2004) o Snijders y Bosker (2012) describen los rasgos esenciales de esta metodología de estimación.

En [4.1] es relevante destacar que:

β_{qj} (con $q = 0, 1, \dots, Q$) son los coeficientes del Nivel 1;

X_{qij} es la variable q del vector de características individuales y familiares del estudiante i en el centro j ;

r_{ij} es el residuo de la estimación de Nivel 1 que se supone que sigue una distribución normal de media 0 y varianza σ^2 : $r_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$.

Respecto al Nivel 2, cada uno de los coeficientes β_{qj} definidos en el Nivel 1 se integran como una variable del Nivel 2, superior:

$$\beta_{qj} = \gamma_{q0} + \sum_{s=1}^{S_q} \gamma_{qs} Z_{sj} + u_{qj} \quad [4.2]$$

Si observamos la ecuación [4.2], comprobamos que:

γ_{qs} (con $q=0, 1, \dots, S_q$) son los coeficientes del Nivel 2;

Z_{sj} es el coeficiente de la variable s en el centro j del Nivel 2;

u_{qj} es el residuo de la estimación de Nivel 2 y se supone que se distribuye como una normal de media cero y la varianza siguiente:

$$\text{Var}(u_{qj}) = \tau_{qq} \quad [4.3]$$

Un rasgo propio de los modelos multinivel así definidos es que permiten conocer no sólo el valor promedio de los efectos de las variables explicativas sobre la dependiente, es decir el valor correspondiente al conjunto de unidades de los niveles superiores (los centros educativos en este caso), sino también la variación de los efectos en dichos niveles. De este modo, la estimación no calcula una única recta de regresión, como ocurre en un análisis de regresión lineal simple, sino múltiples rectas, una para cada centro educativo.

El análisis permite incorporar las variables del Nivel 1 al Nivel 2 de una de las formas generales siguientes:

- Como coeficiente fijo de Nivel 1. Por ejemplo:

$$\beta_{qj} = \gamma_{q0} \quad [4.4]$$

- Como un coeficiente de Nivel 1 que no varíe aleatoriamente. Por ejemplo:

$$\beta_{qj} = \gamma_{q0} + \sum_{s=1}^{S_q} \gamma_{qs} Z_{sj} \quad [4.5]$$

- Como coeficiente de Nivel 1 que varía aleatoriamente. Por ejemplo:

$$\beta_{qj} = \gamma_{q0} + u_{qj} \quad [4.6]$$

- Como un coeficiente de Nivel 1 que incluya unas variables que varían aleatoriamente y otras que no lo hacen:

$$\beta_{qj} = \gamma_{q0} + \sum_{s=1}^{S_q} \gamma_{qs} Z_{sj} + u_{qj} \quad [4.7]$$

A partir de las expresiones generales anteriores es posible concretar, en el caso particular de las estimaciones realizadas, tanto en este Capítulo 4 como en el Capítulo 7, el modelo multinivel que se estimará y que corresponde a las ecuaciones [4.8], [4.9] y [4.10]:

$$C_{ij} = \beta_{0j} + \sum_{q=1}^Q \beta_{qj} X_{qij} + r_{ij} \quad [4.8]$$

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \sum_{s=1}^{S_0} \gamma_{0s} Z_{sj} + u_{0j} \quad [4.9]$$

$$\beta_{qj} = \gamma_{q0} \quad [4.10]$$

Además, la consideración conjunta de las tres ecuaciones anteriores permite presentar todo el modelo en una única ecuación incluyendo la [4.9] y la [4.10] en la [4.8] y obteniendo:

$$C_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{q0} \sum_{q=1}^Q X_{qij} + \gamma_{0s} \sum_{s=1}^{S_0} Z_{sj} + r_{ij} + u_{0j} \quad [4.11]$$

Finalmente, la expresión [4.11] permite diferenciar en el modelo los efectos fijos de los aleatorios:

$$\text{Efectos fijos: } \gamma_{00} + \gamma_{q0} \sum_{q=1}^Q X_{qij} + \gamma_{0s} \sum_{s=1}^{S_0} Z_{sj} \quad [4.12]$$

$$\text{Efectos aleatorios: } r_{ij} + u_{0j} \quad [4.13]$$

Por otra parte, es necesario resaltar que la implementación de las estimaciones de los modelos jerárquicos multinivel sigue habitualmente una estrategia aditiva. Su punto de partida es el cálculo de un modelo sin incluir variables explicativas, al que se denomina *modelo nulo*. El mismo brinda información sobre qué proporción de la desigualdad en los resultados de rendimiento educativo se debe a diferencias entre centros y qué proporción se vincula a desigualdades en su interior:

$$C_{ij} = \beta_{0j} + r_{ij} \quad [4.14]$$

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j} \quad [4.15]$$

$$C_{ij} = \gamma_{00} + u_{0j} + r_{ij} \quad [4.16]$$

Si se analiza la expresión general del modelo nulo resultante, recogido en [4.16], es relevante tener presente que, como en el caso general, también para cuando el valor de las variables explicativas individuales y de centro o *inputs* se consideran iguales a cero, como es el caso del modelo nulo, los términos independientes de cada centro (β_{0j}) son iguales a las medias de los centros y están formados por una parte fija común a todos los centros educativos (γ_{00}) y una parte aleatoria

(u_{0j}) , de media cero y varianza τ_{00}^2 , que representa la desviación de la escuela j respecto de γ_{00} . Además, γ_{00} es el resultado del conjunto de escuelas (promedio) mientras que u_{0j} es la desviación de la escuela j del promedio del conjunto de las escuelas y representa la varianza entre ellas. En cuanto a r_{ij} , es la desviación del resultado del individuo i respecto del promedio de la escuela j a que pertenece y tiene, como ya se ha indicado para el caso general, también media cero y varianza σ^2 .

Este planteamiento permite descomponer la varianza de la variable dependiente u *output* en sus dos componentes a partir de [4.16]:

$$\text{Var}(C_{ij}) = \text{Var}(u_{0j}) + \text{Var}(r_{ij}) = \tau_{00}^2 + \sigma^2 \quad [4.17]$$

La covarianza entre dos estudiantes cualesquiera i e i' que asisten al mismo centro educativo j es igual a la varianza de la contribución de u_{0j} que ambos comparten:

$$\text{Cov}(C_{ij}, C_{i'j}) = \text{Var}(u_{0j}) = \tau_{00}^2 \quad [4.18]$$

La expresión [4.17] es el punto de partida para estudiar la varianza entre centros educativos y se emplea para obtener el Coeficiente de Correlación Intraclase (CCI) cuya definición general es:

$$\text{CCI} = \frac{\tau_{00}^2}{\sigma^2 + \tau_{00}^2} \quad [4.19]$$

Este coeficiente de correlación CCI puede ser interpretado en dos sentidos complementarios. En primer lugar se trata de la correlación entre dos estudiantes aleatoriamente seleccionados de un centro concreto cualquiera; también es la proporción de la variación total que se deriva de la pertenencia a un centro educativo determinado en relación con los restantes.

Además, el CCI resulta de gran utilidad para evaluar si es idónea la aplicación de una metodología multinivel para analizar un grupo de datos. Así, empezando por el modelo nulo, si CCI resultara positivo indicaría la existencia de diferencia entre centros y la idoneidad de la aplicación de estimaciones multinivel. Si fuera cero, no tendría sentido un enfoque de este tipo. Finalmente, el análisis de los cambios de CCI en cada nivel del modelo permitirá analizar la influencia de cada grupo de variables en la explicación de los cambios en el desarrollo de la competencia analizada.

Snijders y Berkhof (2008) y Snijders y Boskers (2012) realizan revisiones exhaustivas de los métodos para analizar la bondad de los ajustes basados en la metodología multinivel. Una aplicación total de sus propuestas requeriría tener en cuenta los aspectos siguientes: analizar la heteroscedasticidad, determinar si las variables se encuentran adecuadamente incluidas en la parte fija o aleatoria del modelo total, verificar si se cumplen todos los supuestos teóricos sobre las distribu-

ciones de los diferentes tipos de residuos en el Nivel 1 y 2 del modelo, así como estudiar la homogeneidad de la varianza en el seno de cada nivel propuesto.

En el presente trabajo se han incorporado la mayor parte de estas sugerencias. Así, con el fin de evitar posibles problemas en los test de significatividad en caso de existir heteroscedasticidad, se calcularán los parámetros de las ecuaciones y sus respectivos errores estándares robustos a la heteroscedasticidad. Se ha analizado la significatividad individual de los parámetros y la conjunta de cada modelo. También se obtendrán los ya descritos CCI para cada uno de los modelos de modo que se evaluará la modificación de la varianza que el uso de unos u otros puedan suponer. Finalmente, también se facilitan *deviance*² y el número de parámetros con el fin de facilitar la comparación de los modelos estimados en relación al nulo y la constatación de que su propuesta es significativa.

El resto del capítulo lleva a cabo una descripción de los *outputs* e *inputs* que se emplearán y expone los resultados de las estimaciones obtenidas.

4.3. Los datos PISA y el análisis de la producción de servicios educativos

PISA es una iniciativa de la OCDE que data de 1997 y fue diseñada para evaluar en qué grado los estudiantes cercanos al final de la educación obligatoria han adquirido algunos de los conocimientos y habilidades necesarios para la participación plena en la sociedad del conocimiento según los criterios definidos por este organismo. En el estudio se incluye tanto a países miembros de la OCDE como a otros asociados.

Los estudiantes son seleccionados a partir de una muestra aleatoria de escuelas públicas y privadas. Son elegidos en función de su edad (entre 15 años y tres meses y 16 años y dos meses al principio de la evaluación) y es requisito que hayan completado al menos seis años de escolarización formal. No se emplea el curso escolar en el que se encuentran porque las diferencias entre países en la naturaleza y extensión de la educación infantil y primaria, en la edad de inicio de la

² El término *deviance* no se ha traducido por no ser habitual el empleo de un vocablo equivalente en castellano. Respecto a su significado, cuando los parámetros de un modelo estadístico se estiman mediante el método de máxima verosimilitud la estimación facilita la probabilidad (*likelihood*). *Deviance* se define como menos el doble del logaritmo natural de esa probabilidad. Esta magnitud puede considerarse como una medida de la falta de ajuste entre el modelo y los datos. La mayor parte de los modelos no permiten una interpretación directa y la emplean como un instrumento para construir tests que permiten evaluar la bondad de los ajustes empleando transformaciones del mismo y dando lugar a los denominados criterios de información para la medición de la bondad del ajuste de Akaike, Schwarz o Hannan-Quinn (Cabrer, Sancho y Serrano, 2001). En el caso de los modelos multinivel (Snijders y Bosker, 2012) su carácter anidado sí permite una interpretación relativamente más directa siempre que se adopte una estrategia de estimación aditiva. Así, si se compara un modelo nulo M_0 con otro alternativo M_1 , la diferencia entre los dos valores de *deviance* de ambos $D_1 - D_0$ puede emplearse para construir una chi-cuadrado con $m_1 - m_0$ grados de libertad y realizar comparaciones entre ambos, ya que M_1 puede considerarse como una extensión de M_0 que ha incorporado $m_1 - m_0$ parámetros.

educación formal, en la estructura del sistema educativo y en la prevalencia del grado de repetición implican que cada uno de los cursos o grados de los diferentes países no sean buenos indicadores del desarrollo cognitivo del alumnado (OECD, 2014a).

Las pruebas de PISA son realizadas cada tres años desde 2000, examinando el rendimiento del alumnado en áreas temáticas clave y facilitando información relativa a una amplia gama de variables educativas. En el pasado, cada una de las evaluaciones de PISA ha abordado sistemáticamente las competencias en lectura, Matemáticas y ciencias. En cada edición se profundiza singularmente en la recopilación de datos de uno de los dominios, que es revisado cada nueve años. La Tabla 4.1 recoge la organización de este calendario; los campos sombreados corresponden al dominio sometido a evaluación en mayor profundidad. La Tabla 4.2 resume los rasgos esenciales de los dominios principales evaluados; en un capítulo separado de este mismo trabajo se analizará el caso de la Educación Financiera. En 2012 han participado los países que aparecen en la Figura 4.1. Además, parte de los estados participantes han añadido módulos específicos con el fin de analizar la competencia financiera, la resolución de problemas y las habilidades del alumnado en el uso de soportes informáticos para resolver cuestiones vinculadas a sus competencias lectora y matemática. En total, cerca de 510.000 alumnos participaron en la evaluación en 2012, representando a cerca de 28 millones de jóvenes de 65 países.

El alumnado no sólo responde a las preguntas vinculadas a las competencias analizadas, sino que también cumplimenta cuestionarios de contexto en los que realizan manifestaciones referidas tanto a las características de sus familias, como a la dotación material de sus hogares o a sus percepciones individuales sobre diferentes aspectos del ámbito escolar, incluyendo sus propios hábitos y prácticas.

El trabajo también incluye cuestionarios a los directivos sobre rasgos organizativos, del personal docente y de los recursos materiales de sus centros educativos, así como cuestiones planteadas a una muestra de las familias respecto a su grado de implicación en los procesos educativos en los que participan los estudiantes.

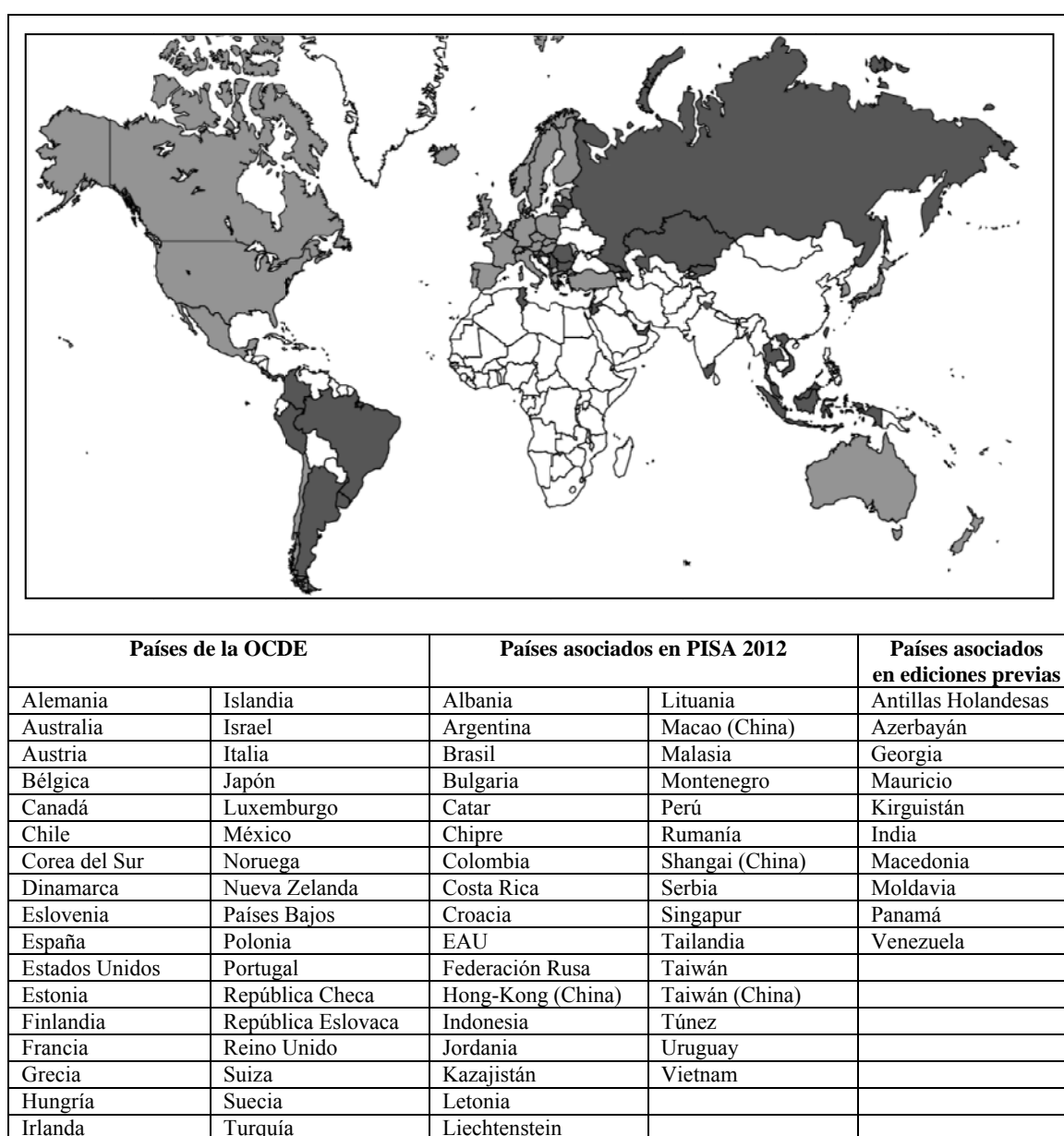
Como describe Schleicher (2006), los gobiernos que impulsan PISA pretenden obtener información sobre cuatro campos temáticos esenciales. El primero vendría a ser la calidad del grado de desarrollo de las competencias para el aprendizaje permanente, entendidas como capacidades de los jóvenes para usar su conocimiento y sus destrezas para afrontar los retos de la vida real. El enfoque implica una conexión aplicada de los referentes curriculares que resulta esencial en el contexto de la educación entendida como proceso permanente a lo largo de la vida en un contexto tecnológico tan dinámico como el que ya se ha descrito.

Tabla 4.1: Dominios evaluados en PISA: 2000-2012.

PISA 2000	PISA 2003	PISA 2006	PISA 2009	PISA 2012
Lectura	Lectura	Lectura	Lectura	Lectura
Matemáticas	Matemáticas	Matemáticas	Matemáticas	Matemáticas
Ciencias	Ciencias	Ciencias	Ciencias	Ciencias
				Educación Financiera

Fuente: Elaboración propia a partir de OECD (2013a).

Figura 4.1: Países participantes en PISA 2012.



Fuente: Elaboración propia a partir de OECD (2013a).

Tabla 4.2: Características de los dominios de Matemáticas, Lectura y Ciencias PISA 2012.

	MATEMÁTICAS	LECTURA	CIENCIAS
DEFINICIONES	Es la capacidad de un individuo para formular, emplear e interpretar las Matemáticas en una variedad de contextos. Incluye el razonamiento matemático y el uso de conceptos, procedimientos, herramientas y hechos matemáticos para describir, explicar y predecir fenómenos. Ayuda a los sujetos a reconocer el papel que las Matemáticas juegan en el mundo y a realizar juicios y tomar las decisiones bien fundadas que los ciudadanos reflexivos, comprometidos y constructivos necesitan.	Es la capacidad de un individuo para comprender, utilizar, reflexionar e interesarse por textos escritos con el fin de lograr sus objetivos, de desarrollar sus conocimientos y potencial y para participar en la sociedad.	Es el conocimiento científico y el uso que se puede hacer de ese conocimiento para identificar preguntas, adquirir nuevos conocimientos, explicar fenómenos científicos, y llegar a conclusiones basadas en pruebas científicas sobre cuestiones de este tipo. Incluye la comprensión de las características de la ciencia como una forma de conocimiento y de investigación. Asimismo, la conciencia de que la ciencia y la tecnología organizan nuestro medio material e intelectual, y la voluntad de interesarse por cuestiones e ideas relacionadas con la ciencia, como ciudadanos reflexivos.
CONTENIDOS	Cuatro áreas relativas a los números, el álgebra, la geometría y la estadística, interrelacionadas de formas diversas: cantidad, espacio y forma, cambio y relaciones, e incertidumbre y datos.	El formato de los materiales de lectura incluye: <ul style="list-style-type: none"> • textos continuos o de prosa, organizados en oraciones y párrafos (p. ej., narrativos, expositivos, argumentativos, descriptivos, instructivos). • <i>textos discontinuos</i>, que presentan la información en forma de listas, gráficos, mapas y diagramas. 	El conocimiento y los conceptos científicos relativos a la física, la química, la biología, la geología y la astronomía, aplicados al contenido de las preguntas, y no solo reproducidos.
PROCESOS	<ul style="list-style-type: none"> • Formulación matemática de las situaciones. • Empleo de conceptos, datos, procedimientos y razonamientos matemáticos. • Interpretación, aplicación y valoración de los resultados matemáticos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Acceder a y recabar la información. • Hacerse una idea general del texto. • Interpretar el texto. • Reflexionar sobre el contenido y la forma del texto. 	<ul style="list-style-type: none"> • Describir, explicar y predecir fenómenos científicos. • Comprender la investigación científica. • Interpretar las pruebas y comprender las conclusiones científicas.
CONTEXTOS	Las situaciones en las que se pueden aplicar las Matemáticas: personal, educativa, social y científica.	El uso para el que se escribe un texto: personal, educativo, social y científico.	Las situaciones en las que se pueden aplicar las ciencias: personal, social y global, así como para algunas aplicaciones concretas: como vida y salud, tierra y medio ambiente o tecnología.

Fuente: Elaboración propia a partir de OECD (2013a: Figura 1.1.2).

Además, PISA no sólo supone revisar la calidad de los resultados del aprendizaje, sino también la distribución de esos resultados entre diferentes grados de desarrollo, desde los más elementales a los excelentes, para facilitar la comprensión de los atributos individuales, institucionales y del sistema que están asociados a diferencias de rendimiento entre individuos, instituciones y países. Con ese fin, esta evaluación internacional emplea escalas de rendimiento para analizar la distribución de logros y los estudia en tres dimensiones: su variación dentro de un mismo centro, por comparación con otros centros educativos y entre sistemas educativos nacionales. Para contrastar mediante una opinión externa estas informaciones, también se realiza un cuestionario para las familias que recoge sus expectativas y valoración en diferentes variables: esperanza de empleabilidad tras el paso por el sistema educativo, influencia sobre la elección de materias de los hijos e hijas, implicación en la vida del centro educativo, etc.

Un segundo bloque de preocupaciones pivota en torno a la equidad en un doble sentido. En primer lugar, entendida como posibilidad de que todos los estudiantes accedan a oportunidades educativas similares. En segundo lugar concebida, adicionalmente, como igualdad en los resultados obtenidos por amplias capas de la población. Con ese fin, PISA incluye diferentes variables e índices que tienen como objetivo describir con detalle suficiente el estatus formativo, profesional, económico, social y cultural de las familias, así como su origen geográfico, su lengua, su estructura familiar y otras variables personales que pudieran interactuar con los logros académicos. Además, PISA profundiza también en dimensiones relacionadas con la equidad al separar aquellos problemas relativos a la heterogeneidad u homogeneidad socioeconómica dentro de cada centro de aquellos relativos a la segregación socioeconómica presente en el propio sistema escolar por la vía del acceso del alumnado al mismo o su titularidad. Esto ha permitido examinar hasta qué punto los sistemas educativos moderan o refuerzan los factores del contexto socioeconómico a través de las diferentes políticas que adoptan.

Una tercera preocupación es la eficiencia de las instituciones educativas al emplear los recursos de los que dispone y la compleja relación de estos aspectos con la eficacia que se espera de los centros educativos y sus profesionales como consecuencia de los objetivos que los sistemas sociales le atribuyen. Los factores esenciales que se han detectado como cruciales en este ámbito son la convivencia escolar, la composición socioeconómica y la interacción entre ambos, así como las relaciones entre las prácticas didácticas de los docentes y las estrategias cognitivas y metacognitivas del alumnado.

Esta aportación se vincula especialmente con el Análisis Económico y una de sus líneas de investigación de las instituciones educativas como unidades de producción de servicios educativos. En este sentido, dado que el educativo es un proceso de generación de servicios, el mismo puede

ser evaluado tanto respecto del grado de aprovechamiento de los diferentes factores productivos en diferentes unidades de producción (eficiencia de centros y sistemas), como el grado en el que contribuyen a lograr los objetivos socialmente deseables (eficacia) de bienestar personal, social y económico. Además, en cualquier caso, los datos facilitados sobre los centros también son compatibles con las perspectivas del Análisis Económico de los procesos de producción educativa que toman como referencia el grado de desarrollo de las competencias por un alumno o alumna, en el sentido planteado por las funciones de producción educativas más habituales en la investigación aplicada en este campo.

Finalmente, la iniciativa de la OCDE intenta facilitar datos que permitan la realización de comparaciones longitudinales en el interior de los países implicados en el proyecto, así como transversales entre sistemas educativos. Por tanto, en este sentido, PISA sacaría a relucir aquellos países que han alcanzado un buen rendimiento y, al mismo tiempo, un reparto equitativo de oportunidades de aprendizaje, ayudando así a establecer metas ambiciosas para otros países y a establecer elementos de juicio para el diseño de sus políticas educativas.

España ha participado, desde su primera edición en el año 2000, en todos los ciclos trienales. En 2012, además de la muestra estatal, diversas comunidades autónomas han ampliado su muestra específica con el fin de recabar datos que sean comparables a nivel internacional. Han adoptado esta iniciativa Andalucía, Aragón, el Principado de Asturias, Islas Baleares, Cantabria, Castilla y León, Cataluña, Extremadura, Galicia, La Rioja, Madrid, Murcia, Navarra y el País Vasco (MECD, 2014a). En total PISA 2012 ha evaluado a 25.313 estudiantes españoles, asistentes a 902 centros educativos de todo el país.

4.3.1. Datos y diseño muestral

Los datos PISA se encuentran completamente liberados. Para realizar la investigación que se incluye en esta tesis se descargaron de la web oficial de la OCDE utilizando el enlace siguiente: <http://pisa2012.acer.edu.au/downloads.php>. En la misma dirección se encuentran disponibles para su descarga los cuestionarios y los códigos de respuesta de todos los colectivos ya mencionados en la descripción del estudio.

Por otra parte, PISA emplea un diseño muestral característico que presenta implicaciones técnicas relevantes para la obtención de estadísticos y para la realización de estimaciones (OECD, 2005a y 2009). En este sentido, es necesario indicar que al elaborar el diseño de las muestras para llevar a cabo investigaciones cuantitativas relacionadas con la educación subyace la preocupación

esencial de evitar sesgos en el procedimiento de selección e intentar alcanzar la máxima precisión teniendo en cuenta los recursos disponibles para financiar la toma de datos.

Consiguientemente, para reducir la incertidumbre y con la intención de minimizar la varianza de la muestra sin modificar el tamaño muestral, las encuestas de educación nacionales e internacionales suelen implementar dos procedimientos fundamentales en el diseño de la muestra. En primer lugar, las unidades primarias se seleccionan en proporción a su tamaño y según un procedimiento sistemático. En segundo lugar, se incluyen características diferenciales que pudieran estar relacionadas con el rendimiento del alumnado tales como, entre otros, el hábitat rural o urbano del lugar de residencia de los mismos, la formación académica o el nivel profesional de los progenitores, así como la titularidad privada o pública de los centros. La reducción de la varianza de la muestra será proporcional al poder de explicación de estas variables de estratificación sobre el rendimiento estudiantil.

En PISA 2012, cada país ha adoptado una combinación concreta de estas variables. A título de ejemplo es posible mencionar el caso español en el que entre esas variables han sido incluidas, junto a otras, la comunidad autónoma de residencia del alumnado, la modalidad de titularidad del centro educativo o el modelo lingüístico aplicado en el centro educativo de asistencia cuando hay más de una lengua cooficial en el territorio.

En coherencia con este enfoque, PISA ha implementado un modelo de muestreo en dos etapas: centro educativo y alumnado (OECD, 2014a). En primer lugar, se selecciona para cada país una muestra de al menos 150 institutos o colegios a partir de una lista completa de los que contengan la población estudiantil de interés previamente definida, con probabilidades proporcionales a su tamaño; si en un ámbito territorial hay menos de 150, se incluyen todos ellos. Luego se toma una muestra aleatoria simple del alumnado o de las aulas dentro de los centros seleccionados que debe incluir normalmente 35 alumnos.

Además, se exige un ratio de respuesta de al menos el 85% para el alumnado de los centros inicialmente exigidos, que puede reducirse a entre el 65% y el 85% con los que los sustituyan en una segunda fase. Si la participación es inferior al 25% tras los sucesivos procesos de sustitución de los centros, los datos no se incluyen en la base de datos.

Una implicación importante de este diseño, es que se hace necesario emplear algún procedimiento de replicación. Los tres tipos de métodos de replicación más habitualmente empleados para muestras en dos etapas son *bootstrap*, *jackknife* y BRR (*Balanced Repeated Replication*: método de replicación repetido equilibrado).

PISA utiliza la opción BRR con una modificación introducida por Fay (Judkins, 1990). Mientras que el método *jackknife*, que sirve de referencia al aplicado, consiste en retirar sólo un centro para cada muestra replicada, con el método BRR se selecciona al azar un centro educativo dentro de cada pseudo estrato, al que se le atribuye un peso de 0, y se doblan los pesos de los restantes centros. Como este método proporciona un gran conjunto de replicaciones posibles, se genera un conjunto equilibrado de muestras replicadas con objeto de evitar cálculos extensos. El número de replicaciones es el múltiplo más pequeño de cuatro, mayor o igual que el número de pseudoestratos. De nuevo, el estadístico de interés se calcula basándose en la muestra completa y después otra vez por cada replicación. Luego, las estimaciones se comparan con la estimación de la muestra completa para calcular la varianza de la muestra:

$$\sigma_{(\hat{\theta})}^2 = \frac{1}{G(1-k)^2} \sum_{i=1}^G (\hat{\theta}_i - \hat{\theta})^2 \quad [4.20]$$

Con este método de replicación cada muestra replicada sólo usa la mitad de las observaciones disponibles. Por tanto, esta reducción de la muestra podría ser problemática para estimar un estadístico en una subpoblación que presente que sea singular y presente valores lejanos de las medias. Es más, el número de observaciones restantes podría ser tan pequeño, incluso igual a 0, que fuera imposible estimar el parámetro poblacional para una muestra replicada en particular. Para superar esta desventaja, Fay desarrolló una variante del método BRR. En lugar de multiplicar los pesos de los centros por un factor de 0 o de 2, sugirió multiplicar los pesos por un factor k de deflación entre 0 y 1, con un segundo factor de inflación igual a 2 menos k .

Como ocurre con todos los métodos de replicación, el estadístico de interés se calcula a partir de considerar la muestra completa y, después, de nuevo a partir de cada replicación. Según puede observarse en la ecuación [4.20], las estimaciones replicadas se comparan entonces con la estimación de la muestra entera para obtener la varianza de la muestra.

PISA utiliza el método de Fay con un factor de corrección en 0,5. Además, en PISA, se decidió generar 80 muestras replicadas y, por tanto, 80 pesos replicados. De este modo, la expresión recogida en la ecuación [4.20] se convierte en:

$$\sigma_{(\hat{\theta})}^2 = \frac{1}{G(1-k)^2} \sum_{i=1}^G (\hat{\theta}_i - \hat{\theta})^2 = \frac{1}{80(1-0.5)^2} \sum_{i=1}^G (\hat{\theta}_i - \hat{\theta})^2 = \frac{1}{20} \sum_{i=1}^G (\hat{\theta}_i - \hat{\theta})^2 \quad [4.21]$$

Este método de replicación implica cierta complejidad técnica, incluso para calcular estadísticos elementales como la varianza o las medias de las variables analizadas, y ha sido considerado tanto en la obtención de los estadísticos que se describen más adelante como en las estimaciones llevadas a cabo.

4.3.2. La singularidad metodológica de los valores plausibles como *outputs*

Un asunto esencial en la obtención de estimaciones sobre la producción de servicios educativos es la determinación de la variable o conjunto de variables que puedan ser empleados como indicadores del producto obtenido. Como ya se indicó al revisar la literatura sobre análisis de la producción educativa, a lo largo de la historia se han utilizado, entre otros, calificaciones medias de materias o conjuntos de materias, así como resultados logrados en evaluaciones externas, entre las cuales la más usual ha sido la Prueba de Acceso a la Universidad (Selectividad), o en otras específicamente diseñadas para el estudio abordado por los investigadores que han emprendido esta labor.

Sin embargo, más recientemente, se ha producido una ubicación del foco de estos análisis en la definición de las competencias para el aprendizaje permanente y en su grado de desarrollo, lo que ha modificado totalmente el punto de vista de estos estudios. No obstante, el grado de desarrollo de la competencia que se estudie también tendrá que concretarse en algún indicador o conjunto de los mismos de modo que sea en relación a ellos que se determinen el sentido y la intensidad de las relaciones con las variables explicativas empleadas de acuerdo con la expresión de la función de producción asumida y de la metodología adoptada para su estimación.

En el caso específico de los modelos apoyados en datos obtenidos a partir de PISA se hace necesario considerar que los mismos han sido recogidos empleando una perspectiva que no evalúa las capacidades o competencias mediante una única puntuación, sino que cada alumno o alumna recibe una puntuación en cada prueba en una escala continua. De esta forma, se pretende recoger el efecto de determinados condicionantes externos y que escapan al control del alumno o la alumna en el momento de realizar la prueba y entre los cuales se encuentra su extensión por el gran número de preguntas que recogen los cuestionarios.

Este procedimiento está basado en una generalización de la *Teoría de la respuesta al ítem* desarrollada por Rasch (1960). Se trata de un modelo *logit* multinomial de coeficientes mixtos (Adams, Wilso y Wang, 1997; Adams y Wu, 2002; OECD, 2014a). El mismo analiza un conjunto determinado de parámetros desconocidos ξ , que describen la competencia real del alumnado, evaluada a través de una variable aleatoria latente θ . Si consideramos I preguntas ordenadas tales que $i=1, \dots, I$, cada una de las cuales admite $K_i + 1$ categorías de respuestas ordenadas $k=0, 1, \dots, K_j$, entonces es posible definir el vector de respuestas aleatorias $\mathbf{X}_i = (X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{ik_i})^T$, donde para recoger las $K_i + 1$ posibles respuestas al ítem i se define:

$$X_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si la respuesta al ítem } i \text{ está en la categoría } j \\ 0, & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad [4.22]$$

Un vector de ceros recoge la respuesta a la categoría cero, determinada de modo arbitrario, y que se convierte así en categoría de referencia para hacer posible la identificación del modelo X_i , que también puede recogerse en un único vector $\mathbf{X}^T = (\mathbf{X}_1^T, \mathbf{X}_2^T, \dots, \mathbf{X}_I^T)$ o vector de respuestas.

La competencia analizada se describe a través de los ítems que recoge un vector $\xi^T = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_p)$ de p parámetros. Las combinaciones lineales de estos parámetros se emplean en el modelo de probabilidad de respuesta para describir las características empíricas de las categorías de respuestas de cada ítem. Con ese fin, un conjunto de vectores \mathbf{a}_{ij} ($i=1, \dots, I; j=1, \dots, K_i$), cada uno de longitud p , que pueden recogerse en una matriz que define esas combinaciones lineales $\mathbf{A}^T = (\mathbf{a}_{11}, \mathbf{a}_{12}, \dots, \mathbf{a}_{1K_1}, \mathbf{a}_{21}, \dots, \mathbf{a}_{2K_2}, \dots, \mathbf{a}_{I1}, \dots, \mathbf{a}_{IK_I})$.

Además, la forma multidimensional del modelo supone que un conjunto de D rasgos subyace en las respuestas de los sujetos. Los D rasgos definen un espacio D -dimensional latente, mientras que el vector $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_D)'$ representa la ubicación de un sujeto en el mismo.

El modelo también incluye una función de puntuación que permite especificar el grado de desarrollo de la competencia atribuido a cada posible categoría de respuestas en cada cuestión. Con ese fin b_{ijd} suministra el nivel de desempeño de una respuesta observada en la categoría j , correspondiente al ítem i y a la dimensión d .

La puntuación a lo largo de las D dimensiones pueden recogerse en un vector columna $\mathbf{b}_{ik} = (b_{ik1}, b_{ik2}, \dots, b_{ikD})^T$, que nuevamente puede agruparse en una sub matriz de puntuaciones para el ítem i , $\mathbf{B}_i = (b_{i1}, b_{i2}, \dots, b_{iD})^T$ que formaría parte de la matriz de puntuaciones para el conjunto del test llevado a cabo $\mathbf{B} = (\mathbf{B}_1^T, \mathbf{B}_2^T, \dots, \mathbf{B}_I^T)^T$. Esta matriz \mathbf{B} representa las relaciones entre los ítems y las dimensiones, mientras que la matriz \mathbf{A} recoge las relaciones entre los ítems y los parámetros del modelo.

En consecuencia, la probabilidad de una respuesta en una categoría j al ítem i sería:

$$P(X_{ij} = 1; \mathbf{A}, \mathbf{B}, \xi | \boldsymbol{\theta}) = \frac{\exp(\mathbf{b}_{ij}\boldsymbol{\theta} + \mathbf{a}_{ij}\xi)}{\sum_{k=1}^K \exp(\mathbf{b}_{ik}\boldsymbol{\theta} + \mathbf{a}_{ik}\xi)} \quad [4.23]$$

El modelo de respuesta a los ítems es condicional en el sentido de que describe el proceso de generación de respuesta a los ítems condicionada a la variable latente $\boldsymbol{\theta}$. Por tanto, la definición completa del modelo requiere la especificación de una función de densidad, $f_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\theta}; \boldsymbol{\alpha})$ para esa variable $\boldsymbol{\theta}$, en la que $\boldsymbol{\alpha}$ representa un conjunto de parámetros que caracterizan la distribución de $\boldsymbol{\theta}$. El

modelo supone que la población de estudiantes se distribuye de modo normal con media μ y varianza σ^2 , de modo que $\theta = \mu + e$, donde $e \sim N(0, \sigma^2)$ o, lo que es equivalente:

$$f_{\theta}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\alpha}) = f_{\theta}(\theta, \mu, \sigma^2) = (2\pi\sigma^2)^{-1/2} \exp\left[-\frac{(\theta-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad [4.24]$$

Al analizar la necesaria puesta en conexión del modelo poblacional con los datos de la muestra, Adams, Wilson y Wu (1997) sugieren reemplazar la media μ con el modelo de regresión $\mathbf{Y}_n^T \boldsymbol{\beta}$ en el que \mathbf{Y}_n es un vector de u valores conocidos fijos para el estudiante n , y $\boldsymbol{\beta}$ es el correspondiente vector de coeficientes de regresión. Por ejemplo, \mathbf{Y}_n podría estar integrado por variables relacionadas con el alumnado tales como el género o el estatus socioeconómico que se emplearán en las estimaciones que se llevan a cabo en los apartados siguientes. Con este planteamiento, para n estudiantes y suponiendo que los e_n errores están distribuidos independiente e idénticamente, con media cero y varianza 0, el modelo poblacional resultante sería:

$$\theta_n = \mathbf{Y}_n^T \boldsymbol{\beta} + e_n \quad [4.25]$$

Estos supuestos permiten reformular el modelo [4.25] como uno con distribución normal de media $\mathbf{Y}_n^T \boldsymbol{\beta}$ y varianza σ^2 en el que habría que estimar los parámetros $\boldsymbol{\beta}$, σ^2 y ξ :

$$f_{\theta}(\theta_n, \mathbf{Y}_n, b, \sigma^2) = (2\pi\sigma^2)^{-1/2} \exp\left[-\frac{(\theta_n - \mathbf{Y}_n^T \boldsymbol{\beta})^T (\theta_n - \mathbf{Y}_n^T \boldsymbol{\beta})}{2\sigma^2}\right] \quad [4.26]$$

Por otra parte, la generalización del modelo requiere definir $\boldsymbol{\gamma}$ como una matriz de orden $u \times D$ de regresión de coeficientes, $\boldsymbol{\Sigma}$ una matriz de varianzas y covarianzas de orden $D \times D$ y \mathbf{W}_n como un vector $u \times 1$ de variables fijas que en PISA se denominan condicionantes. El modelo resultante, multivariante y multidimensional para toda la población sería:

$$f_{\theta}(\boldsymbol{\theta}_n, \mathbf{w}_n, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\Sigma}) = (2\pi)^{-d/2} |\boldsymbol{\Sigma}|^{-1/2} \exp\left[-\frac{(\boldsymbol{\theta}_n - \boldsymbol{\gamma} \mathbf{w}_n)^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\boldsymbol{\theta}_n - \boldsymbol{\gamma} \mathbf{w}_n)}{2}\right] \quad [4.27]$$

El modelo combinado se obtiene por la consideración conjunta del modelo de respuesta condicional a cada ítem descrito en [4.23] y el modelo poblacional enunciado en [4.27]. El resultado se recoge en [4.28]:

$$f_x(\mathbf{x}; \xi, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\Sigma}) = \int_{\boldsymbol{\theta}} f_x(\mathbf{x}; \xi | \boldsymbol{\theta}) f_{\theta}(\boldsymbol{\theta}; \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\Sigma}) d\boldsymbol{\theta} \quad [4.28]$$

Se trata de un modelo de respuesta al ítem incondicional o marginal. Los parámetros del modelo son $\boldsymbol{\gamma}$, $\boldsymbol{\Sigma}$ y ξ . En cuanto a los procedimientos empleados para estimar los parámetros del modelo pueden consultarse en Adams *et al.* (1997). Es muy relevante destacar que con esta expresión no queda estimada la ubicación de los sujetos respecto las variables latentes. Lo que sí es posible de-

terminar para cada uno de los estudiantes la distribución de esa variable latente, que vendría dada por la expresión [4.29]:

$$h_{\theta}(\theta_n, \mathbf{W}_n, \xi, \gamma, \Sigma | \mathbf{x}_n) = \frac{f_x(x_n; \xi | \theta_n) f_{\theta}(\theta_n; \mathbf{W}_n, \gamma, \Sigma)}{f_x(x_n; \mathbf{W}_n, \xi, \gamma, \Sigma)} = \frac{f_x(x_n; \xi | \theta_n) f_{\theta}(\theta_n; \mathbf{W}_n, \gamma, \Sigma)}{\int_{\theta_n} f_x(x_n; \xi | \theta_n) f_{\theta}(\theta_n; \mathbf{W}_n, \gamma, \Sigma) d\theta} \quad [4.29]$$

Dado el carácter latente de las variables analizadas, en este tipo de modelos basados en escalas de respuestas, el grado de desarrollo de las competencias de un alumno o alumna o la medida del mismo son datos no observados y, en consecuencia, tienen que ser inferidos a partir de las respuestas a los ítems preguntados. Hay varias posibles vías para llevar a cabo esa inferencia.

En PISA, se emplea la metodología de imputación basada en la obtención de los valores plausibles. Para cada competencia, PISA facilita cinco valores plausibles por estudiante, extraídos aleatoriamente a partir de la expresión [4.29] y empleando una integración de tipo Monte-Carlo (OECD, 2014a). El uso de esta metodología implica que, en lugar de trabajar con un valor medio puntual de los conocimientos de cada alumno o alumna, se utilicen cinco valores extraídos aleatoriamente de la distribución de resultados, denominados *valores plausibles* (Mislevy, 1991; Mislevy *et al.*, 1992; Wu, 2005), entendidos como una representación del rango de habilidades que tiene cada estudiante. Estos cinco valores serán el *output* convencionalmente empleado en el ámbito del Análisis Económico al definir la función de producción de servicios educativos.

Como se ha descrito, la metodología de los valores plausibles consiste en dos tareas esenciales. La primera es calcular matemáticamente las distribuciones llamadas *a posteriori* alrededor de los valores obtenidos como respuestas a las pruebas realizadas. La segunda, es generar valores plausibles entendidos como números aleatorios obtenidos a partir de esas distribuciones de probabilidad.

En definitiva, los valores plausibles no son más que una representación de la gama de capacidades que pueden suponerse razonablemente en un alumno o alumna. En lugar de estimar directamente la capacidad del sujeto, se estima una distribución de probabilidad para la misma. Lo que en definitiva se pretende es elaborar un continuo a partir de una colección de variables discontinuas (las puntuaciones de las pruebas planteadas). Está concebida para evitar que se produzcan interferencias sesgadas como resultado de medir una capacidad subyacente inobservada mediante una prueba que contiene un número relativamente pequeño de ítems.

El indicador resultante se define como una variable continua que utiliza como referencia el resultado de los alumnos a escala internacional, con un valor medio de 500 puntos y una desviación estándar de 100 puntos.

Dado este enfoque metodológico y que PISA procede asignando un conjunto de cinco valores plausibles para cada alumno o alumna dentro de cada competencia, el tratamiento de los datos requiere adoptar medidas para ser respetuosos con los rasgos metodológicos singulares de la muestra y de los *outputs* a tratar.

Los estadísticos deberían estimarse utilizando cada valor plausible por separado. Por tanto, no se deben promediar nunca los valores plausibles para cada alumno o alumna; es decir, calcular en el conjunto de datos la media de los cinco valores plausibles a nivel del sujeto y luego calcular el estadístico de interés a partir de ese valor promedio. Hacerlo sería equivalente a obtener una estimación que las referencias indicadas demuestran que se encontraría sesgada. Por tanto, el cálculo de un estadístico a partir de valores plausibles consistirá siempre en seis pasos, sea cual sea el estadístico considerado:

1. El estadístico buscado y su error típico respectivo deben calcularse para cada valor plausible. Como se ha descrito más arriba, la metodología de muestreo requiere 80 repeticiones para obtener la estimación final y el error típico de cualquier estadístico. Por lo tanto, cualquier análisis que involucre cinco valores plausibles exigirá 405 estimaciones. Así, si es preciso calcular una media, entonces se calcularán 405 medias. Las medias estimadas con el peso final se llaman $\hat{\mu}_1, \hat{\mu}_2, \hat{\mu}_3, \hat{\mu}_4$ y $\hat{\mu}_5$. A partir de las 80 repeticiones aplicadas a cada uno de los cinco valores plausibles, se estiman 5 varianzas muestrales.
2. La estimación de la media final es igual al promedio de las cinco estimaciones de la media, es decir:

$$\hat{\mu} = \frac{1}{5}(\hat{\mu}_1 + \hat{\mu}_2 + \hat{\mu}_3 + \hat{\mu}_4 + \hat{\mu}_5) \quad [4.30]$$

3. La varianza muestral final es igual al promedio de las cinco varianzas muestrales, es decir:

$$\sigma_{\hat{\mu}}^2 = \frac{1}{5}(\sigma_{\hat{\mu}_1}^2 + \sigma_{\hat{\mu}_2}^2 + \sigma_{\hat{\mu}_3}^2 + \sigma_{\hat{\mu}_4}^2 + \sigma_{\hat{\mu}_5}^2) \quad [4.31]$$

4. La varianza de imputación, también llamada varianza del error de medida, se calcula como:

$$\sigma_{(prueba)}^2 = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^5 (\hat{\mu}_i - \hat{\mu})^2 \quad [4.32]$$

5. La varianza muestral y la varianza de imputación se combinan para obtener la varianza del error final:

$$\sigma_{(error)}^2 = \sigma_{\hat{\mu}}^2 + 1,2\sigma_{(prueba)}^2 \quad [4.33]$$

6. El error típico es la raíz cuadrada de la varianza del error.

4.3.3. La competencia matemática: definición del dominio y de sus grados de desarrollo

A partir de la obtención de los cinco valores plausibles de cada estudiante y de su valor medio por los procedimientos antes descritos, PISA procede determinando el grado de desempeño de la competencia analizada mediante una transformación lineal que considera al conjunto de los países participantes en el estudio y establece una media 500 y una desviación típica 100 para el conjunto de los estudiantes.

Esta transformación permite ubicar a cualquiera de ellos en una escala que facilita el análisis estandarizado del grado de desarrollo de la competencia analizada. Para el caso de Matemáticas, la Tabla 4.3 describe los niveles de grado de desarrollo de la competencia matemática considerados en el estudio y la proporción media de estudiantes en cada uno de esos niveles de desempeño en los países de la OCDE participantes, lo que facilita las comparaciones internacionales.

De acuerdo con lo establecido en el marco de esta evaluación internacional (OECD, 2013b; OECD 2014a), los niveles superiores incluyen las capacidades de los inferiores. Sintetizando sus rasgos esenciales, es posible indicar que en el Nivel 1 los estudiantes saben resolver preguntas relacionadas con contextos familiares en los que toda la información relevante está presente y las cuestiones están claramente definidas; también serían capaces de identificar información y desarrollar procedimientos rutinarios aplicando instrucciones directas en situaciones explícitas. Los estudiantes por debajo de este Nivel 1 sólo son capaces de realizar tareas Matemáticas muy obvias, tales como leer un valor numérico en un cuadro o tabla en el que sus cabeceras explicitan su contenido de modo que el mismo resulta obvio, y llevan a cabo cálculos aritméticos elementales con números enteros siguiendo instrucciones muy claras.

En el Nivel 2, los estudiantes saben interpretar y reconocer situaciones en contextos que requieren sólo una inferencia directa. Son capaces de extraer información relevante de una única fuente y utilizar un único modo de representación. Además, son están cualificados para emplear algoritmos básicos, fórmulas, procedimientos o convenciones para resolver problemas que impliquen números enteros; también pueden llevar a cabo interpretaciones literales de los resultados. Este Nivel 2 marca, de acuerdo con los estándares de la OCDE, el nivel básico de alfabetización matemática mínimamente exigible para ser un ciudadano competente en la sociedad actual.

En el Nivel 3, los alumnos y alumnas son capaces de llevar a cabo procedimientos a partir de instrucciones claramente descritas, incluyendo aquellos que requieren decisiones secuenciales. Además, realizan interpretaciones suficientemente buenas de datos numéricos como para fundamentar modelos simples o para seleccionar y aplicar estrategias sencillas de resolución de problemas. El alumnado de este nivel sabe interpretar y utilizar representaciones basadas en diferentes

fuentes de información y razonar directamente a partir de ellas. También muestra capacidad para trabajar con porcentajes, fracciones y números decimales, así como para analizar relaciones proporcionales. Sus soluciones reflejan que han desarrollado la capacidad de razonar y de realizar interpretaciones básicas de datos.

Tabla 4.3: Niveles de los grados de desarrollo de la competencia matemática en PISA 2012.

Nivel	Puntuación	Porcentaje de estudiantes capaces de realizar las tareas del nivel o de un nivel inferior
0	≤ 358 puntos	92,0%
1	(358-420] puntos	
2	(420-482] puntos	77,0%
3	(482-545] puntos	54,5%
4	(545-607] puntos	30,8%
5	(607-669] puntos	12,6%
6	>669 puntos	3,3%

Fuente: OECD (2013b: Figura I.2.21) y elaboración propia.

Los estudiantes del Nivel 4 saben trabajar con modelos explícitos sobre situaciones concretas y complejas que pueden implicar restricciones o requerir la realización de supuestos. Saben seleccionar e integrar diferentes modalidades de representación de datos, incluyendo representaciones simbólicas, y pueden conectarlas directamente con aspectos de situaciones del mundo real. También tienen capacidad para usar sus habilidades con el fin de realizar algún grado de investigación en contextos no complejos. Pueden construir y comunicar explicaciones y argumentos basados en sus interpretaciones, razonamientos y acciones.

Respecto al Nivel 5, el alumnado que lo alcanza puede desarrollar y trabajar con modelos concebidos para situaciones complejas, identificando restricciones y supuestos específicos. Saben seleccionar, comparar y evaluar estrategias apropiadas de resolución de problemas complejos relacionados con esos modelos. Los estudiantes de este nivel saben trabajar estratégicamente utilizando habilidades de razonamiento y pensamiento de modo desarrollado y amplio, representando adecuadamente los problemas y llevando a cabo caracterizaciones formalizadas y simbólicas, así como

pertinentes al análisis de esas situaciones. Comienzan a reflexionar sobre su trabajo y saben formular y comunicar sus interpretaciones y razonamientos.

Finalmente, los estudiantes que se ubican en el Nivel 6 saben resolver correctamente los ejercicios más complejos que se les plantean en PISA. Son capaces de conceptualizar, generalizar y utilizar información basada en sus investigaciones, así como de formular modelos para situaciones que implican problemas complejos y saben utilizar su conocimiento en contextos relativamente no estandarizados. Asimismo, conectan con flexibilidad diferentes fuentes de información y distintas modalidades de representación. También están capacitados para el razonamiento y el pensamiento matemático avanzado. Aplican estas capacidades y esta comprensión con elevada corrección y empleando relaciones y operaciones Matemáticas formalizadas y simbólicas para desarrollar nuevas aproximaciones y estrategias al abordar situaciones novedosas. Reflexionan sobre sus acciones y saben formular y comunicar con precisión sus acciones y esas reflexiones, trasladando correctamente sus hallazgos, interpretaciones y argumentos; saben explicar porqué los aplicaron a la situación analizada.

4.3.4. Los *outputs* del estudio

La investigación que se presenta en este capítulo se centrará en analizar los resultados correspondientes a la competencia matemática en el caso español a partir de la consideración como *output* de los valores plausibles facilitados por PISA 2012 para el alumnado participante en el estudio y de valorar la posibilidad de incluir como *inputs* diferentes variables relacionadas con los procesos de enseñanza-aprendizaje hasta ahora insuficientemente consideradas.

Los datos obtenidos para los valores plausibles en la competencia matemática de los estudiantes participantes en el estudio para el caso español, PVMAT, con sus estadísticos calculados con las consideraciones ya descritas³, se recogen en la Tabla 4.4.

La Tabla 4.5 recoge la distribución de los estudiantes de la OCDE entre los diferentes niveles de desempeño para la competencia matemática con el fin de realizar comparaciones internacionales y de describir brevemente la situación relativa de España. Se ha ordenado de mayor a menor nivel en la puntuación media lograda por el alumnado. El nivel medio de desarrollo de la competencia matemática en España está por debajo de la media de la OCDE y es 484, sólo un punto más que en 2003, una diferencia estadísticamente no significativa. Una situación similar se produce en Lectura

³ Con el fin de calcular los estadísticos de acuerdo con los requisitos indicados se han empleado los programas SPSS e *IDB Analyzer*. Este último ha sido desarrollado por la IEA para facilitar la generación de las *macros* o rutinas informáticas coherentes con el tratamiento de la información estadística facilitada en las bases de datos internacionales empleadas. Este software es de uso libre para investigadores y se puede descargar desde la siguiente dirección: <http://www.iea.nl/data.html>.

y Ciencias, que también se mantienen por debajo de la media y sin alteraciones estadísticamente significativas entre periodos de referencia de estudios en profundidad en esas competencias (MECD, 2014a).

Tabla 4.4: Estadísticos de Valores Plausibles en Matemáticas del alumnado español (*outputs*).

PVMAT_i	Mínimo	Máximo	Media	Desviación estándar
PVMAT 1	98,23	811,82	484,63	87,32
PVMAT 2	145,12	815,71	484,54	87,92
PVMAT 3	139,52	821,94	484,47	87,86
PVMAT 4	138,81	792,42	484,12	88,16
PVMAT 5	128,61	829,65	483,84	87,43
PVMATMEDIO			484,32	87,74

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

Tampoco se producen cambios significativos en la distribución del alumnado dentro de los niveles de desempeño desde el estudio anterior, de modo que persiste la presencia de altos porcentajes de estudiantes en los niveles bajos de rendimiento y de reducidas proporciones de alumnos y alumnas en los niveles de desempeño superiores. Así, en PISA 2012, el 48,5% del alumnado español se encuentra en los niveles menores o iguales a 2 en el grado de desarrollo de la competencia matemática y el 74,5% se sitúa en los niveles 3 o inferiores.

Simultáneamente, permanecen los reducidos porcentajes de alumnos excelentes: tan sólo el 8% de los españoles logran los niveles 5 o 6, lejos del 12,6% de la media de la OCDE o de estados europeos como Suiza (21,4%), Bélgica (19,4%), los Países Bajos (19,3%) o Alemania (17,5%).

Esta estabilidad en los resultados contrasta con las diferencias significativas que sí presentan otros países. La Figura 4.2 recoge estos cambios anualizados a lo largo de las ediciones PISA, manteniendo en tono gris más claro las naciones en las cuales no se han producido diferencias estadísticamente significativas, entre las que se encuentra España. Todo ello sugiere la necesidad de profundizar en la investigación de las causas que puedan explicar la falta de progreso de estas cifras entre el alumnado español.

Por otra parte, el sistema educativo español (OECD, 2013e; MECD, 2014a) presenta unos rasgos institucionales relativamente homogéneos que dan lugar a que los análisis realizados hasta la actualidad subrayen algunos aspectos característicos de su estructura que, una vez constatados, requieren de avances en la consideración de otras dimensiones del proceso de producción educativa, o en metodologías alternativas, si se aspira a profundizar en el conocimiento de las razones que

puedan explicar esta estabilidad de los referidos resultados relativamente peores que otros países de desarrollo similar y fundamentar adecuadamente las políticas educativas que se adopten para lograr avances en este ámbito.

Esos rasgos estructurales relativamente estables incluyen varios aspectos relevantes. En primer lugar, el marco normativo estatal es establecido mediante una ley orgánica y su desarrollo correspondiente⁴, que regulan tanto la estructura básica de las materias más relevantes, entre las cuales se encuentran las Matemáticas, como sus contenidos mínimos o los requisitos de titulación y acceso a los cuerpos docentes. En segundo lugar, aunque la gestión material, del personal y de aspectos curriculares concretos como las lenguas vernáculas cooficiales o algunas materias optativas, tiene delegada su gestión en las Comunidades Autónomas, el margen de este nivel de administrativo y de los centros educativos para realizar modificaciones significativas es muy reducido en relación a otros sistemas educativos del resto del mundo. Además, salvo en el caso de los centros privados, el sistema educativo español también es poco flexible en relación a la contratación o despido de los docentes o la adopción de medidas concretas para su gestión por los equipos directivos. Lo mismo cabría afirmar respecto de la evaluación externa de sus prácticas profesionales, el establecimiento de medidas para la formación continua, la aplicación de medidas de innovación didáctica o tecnológica o el margen de actuación sobre los salarios recibidos que vienen presupuestariamente determinados para los centros públicos y para los privado-concertados. En el mismo sentido, los requisitos generales de formación de los docentes son idénticos y la formación didáctica inicial que facilita el sistema universitario a través de los antiguos Cursos de Aptitud Pedagógica o los actuales cursos de Máster de Formación del Profesorado, requisitos para el acceso a la profesión docente en secundaria, también se hayan regulados por normativas estatales aplicadas por todos los centros y en todas las comunidades autónomas.

⁴ En la actualidad ese marco normativo básico de aplicación en todo el estado está establecido fundamentalmente en la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de Diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa (BOE 10-12-2013), en el Real Decreto 1834/2008, de 8 de noviembre, por el que se definen las condiciones de formación para el ejercicio de la docencia en la Educación Secundaria Obligatoria, el Bachillerato, la Formación Profesional y las Enseñanzas de Régimen Especial y se establecen las especialidades de los cuerpos docentes de enseñanza secundaria (BOE 28-11-2008), en el Real Decreto 860/2010, de 2 de julio, por el que se regulan las condiciones de formación inicial del profesorado de los centros privados para ejercer la docencia en las enseñanzas de Educación Secundaria Obligatoria o de Bachillerato (BOE 17-07-2010) y en el Real Decreto 665/2015, de 17 de julio, por el que se desarrollan determinadas disposiciones relativas al ejercicio de la docencia en la Educación Secundaria Obligatoria, el Bachillerato, la Formación Profesional y las enseñanzas de régimen especial, a la formación inicial del profesorado y a las especialidades de los cuerpos docentes de Enseñanza Secundaria (BOE 18-07-2015).

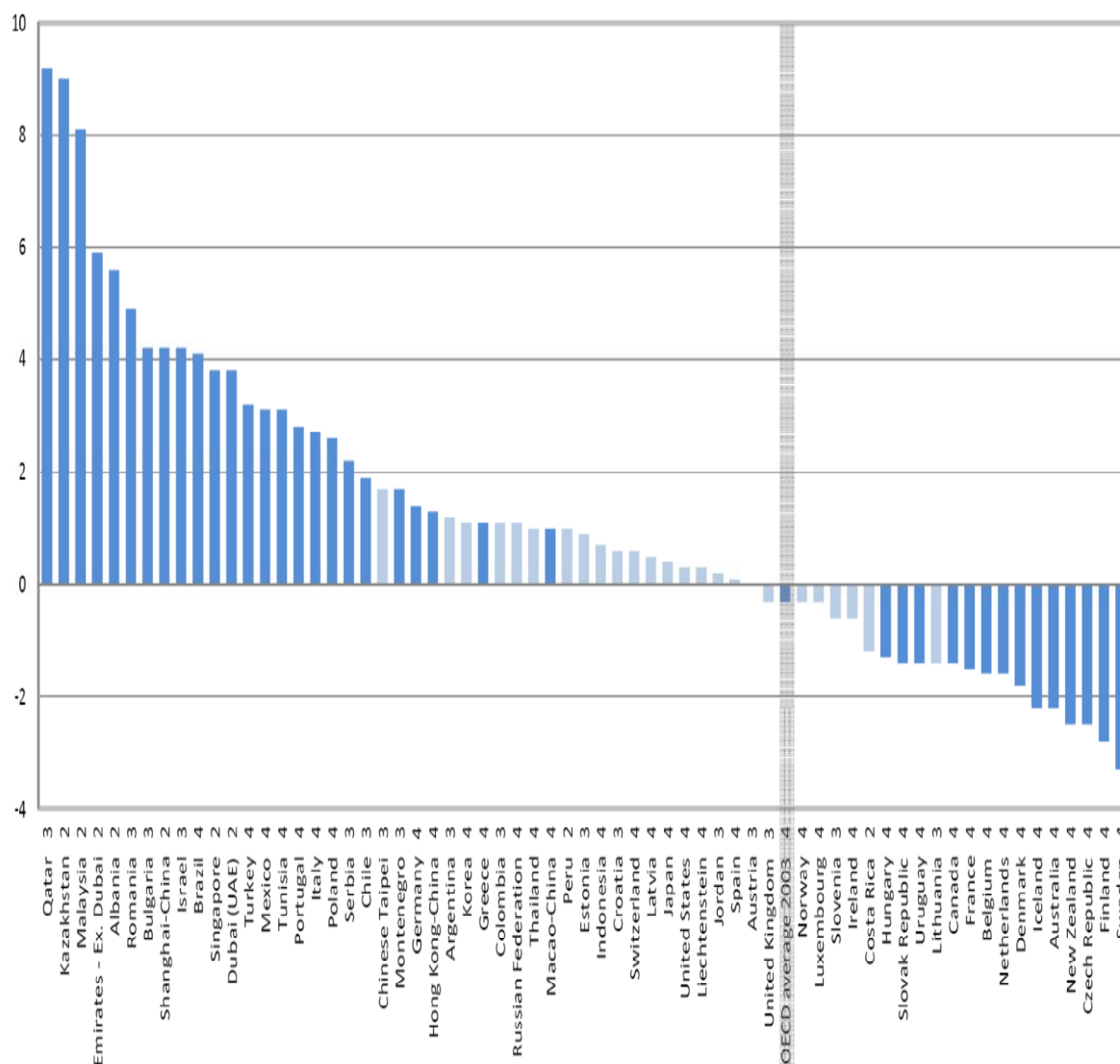
Además, la regulación de la titulación didáctica de Máster para el ejercicio de las profesiones de Profesor de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanzas de Idiomas exigida para el acceso a la profesión docente, tanto en los centros públicos como en los restantes, está regulada por la Orden ECI/3858/2007, de 27 de diciembre, en la que se establecen los requisitos para la verificación de los títulos universitarios oficiales que habilitan para el ejercicio de las profesiones de Profesor de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanzas de Idiomas (BOE 29-12-2007).

Tabla 4.5: Grado de desempeño de los países de la OCDE en Matemáticas (PISA 2012).

PAÍS OCDE	Puntuación media Matemáticas PISA 2012	Nivel < 1	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	Nivel ≥2	Nivel ≥5
		%	%	%	%	%	%	%	%	%
Corea del Sur	554	2,7	6,4	14,7	21,4	23,9	18,8	12,1	90,9	30,9
Japón	536	3,2	7,9	16,9	24,7	23,7	16,0	7,6	88,9	23,7
Suiza	531	3,6	8,9	17,8	24,5	23,9	14,6	6,8	87,6	21,4
Países Bajos	523	3,8	11,0	17,9	24,2	23,8	14,9	4,4	85,2	19,3
Estonia	521	2,0	8,6	22,0	29,4	23,4	11,0	3,6	89,5	14,6
Finlandia	519	3,3	8,9	20,5	28,8	23,2	11,7	3,5	87,7	15,3
Canadá	518	3,6	10,2	21,0	26,4	22,4	12,1	4,3	86,2	16,4
Polonia	518	3,3	11,1	22,1	25,5	21,3	11,7	5,0	85,6	16,7
Bélgica	515	7,0	11,9	18,4	22,6	20,7	13,4	6,1	81,1	19,4
Alemania	514	5,5	12,2	19,4	23,7	21,7	12,8	4,7	82,3	17,5
Austria	506	5,7	13,0	21,9	24,2	21,0	11,0	3,3	81,3	14,3
Australia	504	6,1	13,5	21,9	24,6	19,0	10,5	4,3	80,3	14,8
Irlanda	501	4,8	12,1	23,9	28,2	20,3	8,5	2,2	83,1	10,7
Dinamarca	500	4,4	12,5	24,4	29,0	19,8	8,3	1,7	83,2	10,0
Nueva Zelanda	500	7,5	15,1	21,6	22,7	18,1	10,5	4,5	77,4	15,0
Media OCDE	500	8,0	15,0	22,5	23,7	18,2	9,3	3,3	77,0	12,6
República Checa	499	6,8	14,2	21,7	24,8	19,7	9,6	3,2	79,0	12,9
Francia	495	8,7	13,6	22,1	23,8	18,9	9,8	3,1	77,6	12,9
Reino Unido	494	7,8	14,0	23,2	24,8	18,4	9,0	2,9	78,2	11,8
Islandia	493	7,5	14,0	23,6	25,7	18,1	8,9	2,3	78,5	11,2
Luxemburgo	490	8,8	15,5	22,3	23,6	18,5	8,6	2,6	75,7	11,2
Noruega	489	7,2	15,1	24,3	25,7	18,3	7,3	2,1	77,7	9,4
Portugal	487	8,9	16,0	22,8	24,0	17,7	8,5	2,1	75,1	10,6
Italia	485	8,5	16,1	24,1	24,6	16,7	7,8	2,2	75,3	9,9
España	484	7,8	15,8	24,9	26,0	17,6	6,7	1,3	76,4	8,0
República Eslovaca	482	11,1	16,4	23,1	22,1	16,4	7,8	3,1	72,5	11,0
Estados Unidos	481	8,0	17,9	26,3	23,3	15,8	6,6	2,2	74,2	8,8
Suecia	478	9,5	17,5	24,7	23,9	16,3	6,5	1,6	72,9	8,0
Hungría	477	9,9	18,2	25,3	23,0	14,4	7,1	2,1	71,9	9,3
Israel	466	15,9	17,6	21,6	21,0	14,6	7,2	2,2	66,5	9,4
Grecia	453	14,5	21,2	27,2	22,1	11,2	3,3	0,6	64,3	3,9
Turquía	448	15,5	26,5	25,5	16,5	10,1	4,7	1,2	58,0	5,9
Chile	423	22,0	29,5	25,3	15,4	6,2	1,5	0,1	48,5	1,6
México	413	22,8	31,9	27,8	13,1	3,7	0,6	0,0	45,3	0,6

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

Figura 4.2: Cambios anualizados 2003-12 en la competencia matemática según PISA.



Fuente: OECD. Base de datos PISA 2012, Tabla I.2.3b.

Otro aspecto que ilustra esa homogeneidad relativa se refiere a las dotaciones materiales y a los recursos humanos disponibles, incluidos los ratios de alumnado por docente en cada grupo-clase por estar regulados legalmente, que tampoco resultan significativos para explicar diferencias relevantes en el rendimiento escolar según lo descrito repetidamente por la literatura (por ejemplo Hanushek, 2003 en una revisión comparativa internacional o Cordero, Crespo y Simancas, 2012 para el caso español). Ello también refleja la similitud en la estructura de los centros escolares dentro del país o, lo que es equivalente, el hecho de que las posibles diferencias existentes no afectan de modo significativo al rendimiento del alumnado.

Finalmente, como se ha descrito en el Capítulo 2, los diferentes estudios ya realizados para el caso español han acreditado repetidamente el papel central que tienen las diferencias relacionadas con el nivel socioeconómico de las familias en sus diferentes dimensiones (condición de inmigrante, nivel de estudios de los progenitores, dotación de recursos materiales del hogar evaluados según diferentes indicadores, etc.) como elementos condicionantes del rendimiento escolar.

Por tanto, si se pretende avanzar en el conocimiento de las razones que pudieran explicar la situación de España en este ámbito parece adecuado extender el proceso investigador al estudio de los factores directamente ligados a las dimensiones técnicas del proceso productivo de la producción de servicios educativos que se vienen describiendo como rasgos de los procesos de enseñanza-aprendizaje en este trabajo.

4.4. Procesos de enseñanza-aprendizaje y selección de *inputs* con datos PISA

El proceso de selección de las variables explicativas incluidas en el análisis se ha basado en tres criterios principales. En primer lugar, se ha considerado un grupo de ellas que según la literatura revisada han demostrado tener una influencia relevante sobre el rendimiento educativo en ediciones anteriores de PISA. En este sentido, se han incorporado rasgos individuales de los estudiantes como su género, su condición de inmigrante o rasgos socioeconómicos familiares que permitan poner de manifiesto disparidades en el grado de desarrollo de las competencias estudiadas que pudieran estar vinculadas con dimensiones conectadas a la equidad del sistema social que interactúan con el proceso de producción educativo. Por la misma razón, se han añadido también otras ya repetidamente empleadas en otros estudios y referidas a los centros que se describen más adelante.

En segundo lugar se han incluido variables que puedan describir las características técnicas del proceso de producción de servicios educativos con el fin de profundizar en este rasgo diferencial del presente trabajo de investigación. Por consiguiente, se han seleccionado tanto aquellas vinculadas al aprendizaje del alumnado, en cuanto que variables de nivel individual pero directamente características del modo específico de abordar el aprendizaje de las Matemáticas, como otras conectadas al proceso de enseñanza dado que son un conjunto de técnicas específicas aplicadas por los docentes que imparten clases de esta materia durante el proceso de producción de este servicio educativo.

En tercer lugar, se ha considerado la información de la correlación entre variables facilitada por PISA (OECD, 2013b), procurando seleccionar las variables correspondientes de modo que se eviten los problemas de multicolinealidad derivados de la existencia de correlación entre distintos indicadores facilitados por esta base de datos. Además, también se ha tenido en cuenta el hecho de

que, como se ha descrito al analizar los problemas relacionados con la especificación de la función de producción de servicios educativos, la literatura dista aún de haber llegado a un consenso respecto a determinar en qué grado variables como el absentismo, la disposición al aprendizaje, la actitud hacia las actividades educativas, el autoconcepto o la ansiedad frente a algunas materias, entre otros, son *outputs* o *inputs* del mismo proceso productivo.

Establecidos estos criterios de selección, las variables explicativas empleadas, correspondientes a los *inputs* considerados en el análisis, se exponen separadas en cuatro grupos. El primero se refiere a características demográficas del alumnado y socio económicas de sus familias.

Seguidamente, el segundo grupo describe variables relacionadas con la experiencia individual del proceso de aprendizaje manifestada por parte de los estudiantes participantes en el estudio incluyendo estrategias cognitivas y metacognitivas pasadas y actuales, motivación y grado de compromiso o esfuerzo diferenciado. En este grupo se incluyen variables que, como se ha descrito anteriormente, presentan dificultades características a las que enfrentan la mayor parte de los modelos que estiman funciones de producción y que es necesario tener presente al proponer las estimaciones de modelos y al valorar el alcance de las conclusiones que se propongan. En este sentido, por ejemplo, el problema de la repetición de curso mantiene abierta una polémica sobre su posible endogeneidad que podría poner en cuestión los resultados de la mayor parte de los trabajos realizados hasta la fecha (García-Pérez, Hidalgo-Hidalgo y Robles-Zurita, 2014).

En un sentido similar, algunos autores han planteado la posibilidad de que las estrategias de aprendizaje que los alumnos y alumnas emplean para memorizar, elaborar y controlar los procesos de aprendizaje puedan ser abordadas como un resultado más de los procesos de producción educativa y no como uno de sus *inputs* (Snijders y Bosker, 2012). Sin embargo, otros las consideran como variables que afectan de modo transversal a todo el proceso de aprendizaje del alumnado que las aplica de modo dispar a diferentes competencias movilizando diferentes aspectos de las mismas según las circunstancias (Chuy y Nitulescu, 2013; Valenzuela, Gómez y Sotomayor, 2015). Por tanto, pueden explicar el grado en el que logran desarrollos específicos mejores en unos casos que en otros, como cualquier otra variable del nivel individual. En cualquier caso, su complejidad requiere ser conscientes de la existencia de relaciones que pueden introducir ciertos sesgos en los resultados obtenidos. Dado que se trata de una primera aproximación a la inclusión conjunta de estas variables, junto con otras vinculadas a rasgos técnicos específicos de la experiencia de aprendizaje y de la enseñanza en Matemáticas, se ha considerado razonable el enfoque general de incluirlas como variables explicativas en la línea de los trabajos referidos sin perjuicio de que en

investigaciones posteriores se pueda proceder a discutir el papel de cada una de ellas y sus vínculos con las restantes.

Respecto del impacto de estas estrategias de aprendizaje en el rendimiento escolar, los resultados obtenidos en las investigaciones ya revisadas constatan, además de diferencias relacionadas con los niveles de renta y los valores sociales imperantes que ya se describieron, una limitada capacidad predictiva de los instrumentos facilitados por PISA o una escasa relevancia relativa de las mismas si son evaluadas por esas vías⁵. Además, los resultados más relevantes de los dos trabajos comparativos internacionales de referencia centrados en estas tres estrategias que emplean los mismos datos PISA que la presente investigación describen que la estrategia de memorización tiene un impacto negativo sobre el rendimiento escolar en una amplia mayoría de los países analizados (Chiu, Chow y McBride-Chang, 2007 y Crocker *et al.*, 2010). Como se indica en esas investigaciones, la interpretación adecuada de ese resultado debe considerar que la memorización sí tiene acreditados vínculos positivos con los niveles elementales de desarrollo de la competencia matemática, por ejemplo mediante el aprendizaje de reglas de cálculo, pero su influencia es negativa a medida que se consideran niveles superiores de rendimiento en la mayor parte de los países.

Sin embargo, los datos obtenidos hasta ahora para las estrategias de elaboración y control empleando esos mismos datos no permiten obtener conclusiones tan definitivas. Así, consideradas aisladamente se constata una influencia positiva de las mismas sobre el desarrollo de la competencia matemática, mientras que al incluirlas en modelos que con otras variables explicativas el signo de su impacto presenta gran variabilidad entre países. Finalmente hay que reseñar que los mismos informes PISA (OECD 2013b y 2014a) advierten de que, a pesar de la relevancia reconocida a estas estrategias por las Teorías del Aprendizaje Autorregulado, existen dificultades que pueden estar originadas por el diseño de los instrumentos disponibles hasta ahora para evaluar adecuadamente las relaciones entre las estrategias y el rendimiento escolar en las evaluaciones internacionales.

Adicionalmente, el tercer grupo de variables tiene como fin analizar los procesos de enseñanza que describirían las percepciones individualizadas de los estudiantes respecto de las prácticas didácticas y otras habilidades profesionales de los docentes de Matemáticas que los atienden. Teóricamente, el discurso dominante en las Ciencias de la Educación establece la necesidad de que los aprendizajes se encuentren contextualizados y de que las prácticas didácticas de los docentes se vinculen a la realidad y a las características del alumnado en línea con las teorías constructivistas y

⁵ Por ejemplo, el estudio de Chiu, Chow y McBride-Chang (2007) se centra expresamente en estas tres estrategias y les atribuyen un impacto inferior al 1% sobre el total del rendimiento.

sobre los aprendizajes significativos de Vigotsky, Bruner, Piaget o Ausubel y de las ideas de las zonas de desarrollo próximo y de generación de aprendizajes contextualizados y significativos⁶.

Por otra parte, el paradigma crítico⁷ de las Ciencias de la Educación, que cuestiona la contribución de las instituciones educativas al orden social derivado del sistema de economía de mercado, ha sugerido un rechazo de las prácticas didácticas más tradicionales, memorísticas y reproductivas, sometidas a la autoridad del docente y teóricamente vinculadas a las necesidades del mercado en la era industrial en el presente momento histórico y a otras fuentes de poder político-económico en el pasado. Frente a ellas sus autores han postulado históricamente otras más creativas e innovadoras que se suponen adaptadas a las necesidades del alumnado y a su contexto social e histórico, en cuyo marco los estudiantes actuarían con mayor autonomía y tendrían un papel más protagonista durante el proceso de enseñanza-aprendizaje, desde la planificación a la evaluación. Según este planteamiento explícitamente ideologizado estas prácticas didácticas facilitarían a los estudiantes instrumentos para conocer mejor su realidad cercana y contribuir a transformarla en el futuro.

Finalmente, las ya descritas Teorías sobre el Aprendizaje Autorregulado han venido a suponer una nueva vía de soporte a la defensa de estas metodologías basadas en la investigación y en el protagonismo activo del alumnado con argumentos que conectan con las teorías constructivistas y sus contratos empíricos en trabajos de investigación en Psicología y Pedagogía, presentando un carácter de nuevo más estrictamente científico. Así, son singularmente coherentes con la actual sociedad de la información en la que el acceso a la información se ha democratizado y su tratamiento y difusión son ya teóricamente asequibles a toda la población y en la que la ciudadanía del futuro presentaría necesidades formativas más adaptadas a los nuevos contextos tecnológicos.

La presente investigación no entra en ningún caso en la calificación de las estrategias didácticas adoptadas por el profesorado en función de su posible deseabilidad porque podría tratarse de una distinción impregnada de aspectos axiológicos que no tienen cabida en un estudio como el presente, centrado en un análisis que adopta una perspectiva técnica. Por tanto, se adopta un enfoque meramente taxonómico, aprovechando la abundante existencia de datos novedosos facilitados por PISA 2012, y se considerará un catálogo variado de estrategias didácticas para determinar cuáles puedan contribuir a explicar mejor el proceso de producción de servicios educativos.

⁶ Joyce, Weil y Calhoun (2006), Palacios, Marchesi y Coll (2009) o Coll, Palacios y Marchesi (2010) ofrecen amplias revisiones de la literatura en este ámbito, con referencias también al caso español en las dos últimas obras, que caracterizan exhaustivamente este paradigma didáctico transmitido durante la formación inicial y continua del profesorado de primaria y secundaria en nuestro país.

⁷ En este caso son referencias habituales los trabajos de Popkewitz (1988 y 1989), Apple (1986 y 2002), Martínez-Bonafé (2002) o Torres (2005). Una visión de conjunto puede consultarse en el trabajo de Bórquez (2011).

Así, se incorporan un conjunto de variables caracterizadoras de las estrategias didácticas más habituales como la determinación de los objetivos por los docentes, el resumen de lo tratado en sesiones anteriores durante las clases, la propuesta de resolución de diferentes tipos de problemas, el papel de los deberes, la importancia de la retroalimentación sobre los errores cometidos o la atención a la diversidad del alumnado. Para algunas de ellas la literatura ya ha constatado, para otros países y con otros tipos de datos, su relevancia. Por ejemplo Eren y Henderson (2008) han verificado con metodologías paramétricas y no paramétricas en el caso norteamericano el impacto positivo de la realización de deberes en casa, mientras que Schwerdt y Wuppermann (2011) o Lavy (2011) han analizado el papel que las estrategias didácticas de los profesores norteamericanos e israelíes, respectivamente, presentan sobre el alumnado sugiriendo una primacía de estrategias didácticas como la resolución de problemas sobre otras más novedosas. Sin embargo, como ya se ha indicado, los avances en esta perspectiva son aún limitados y está aún pendiente para el caso español la consideración y el análisis de la importancia de estas variables empleando modelos de producción educativa.

También se analizará la relevancia de otras estrategias didácticas de los docentes de Matemáticas más vinculadas a diferentes enfoques didácticos relacionados con el desarrollo de las habilidades metacognitivas en el sentido planteado por las teorías del SRL. Entre ellas se considerarán el trabajo en pequeños grupos, la planificación colaborativa consensuada con los docentes al determinar los objetivos y los recursos utilizados durante las clases, la propuesta de soluciones creativas a los problemas o la realización de proyectos complejos que impliquen una extensión superior a una semana.

Estas variables permitirán evaluar en qué medida pueden contribuir al desarrollo de la competencia matemática estrategias vinculadas a los planteamientos del *currículo integrado* y del denominado *aprendizaje por investigación*⁸ que suponen una ampliación y profundización de los tradicionales enfoques pedagógicos del *learning by doing* propios del constructivismo. Estas perspectivas metodológicas plantean una reconsideración de las funciones de los docentes, que pasarían a ser asesores técnicos del proceso de enseñanza-aprendizaje, y la atribución de un protagonismo central al estudiante durante el mismo, desde su planificación hasta su autoevaluación, pasando por la gestión de recursos o la organización de tareas. Dado que estos enfoques han recobrado protago-

⁸ Los trabajos de Beane (2005) y Torres (2008) ofrecen recorridos históricos por los orígenes y las iniciativas concretas que han configurado la metodología didáctica basada en el *currículo integrado* y describen sus características y las etapas de su implementación. En el caso de la *investigación-acción* los trabajos de referencia son los de McKernan (1999) y, para el caso español, Pozuelos (2007). Este último también describe propuestas concretas de aplicación de esta modalidad didáctica para la enseñanza primaria en nuestro país que permiten comprobar cómo se implementan en la práctica este tipo de metodologías.

nismo en el ámbito de las Ciencias de la Educación a partir de finales del siglo XX, con el desarrollo de las teorías del aprendizaje autorregulado en el nuevo contexto de la sociedad de la información, necesitan contrastes empíricos de su contribución a la mejora de la competencia matemática referidos al conjunto de la población escolar, ya que la mayoría de los existentes se refieren a grupos de docentes muy específicos que impulsan proyectos experimentales e innovadores en contextos muy determinados (Muijs *et al.*, 2014).

En este grupo de variables que describen el proceso de enseñanza también se incluirá una específica para evaluar la relevancia del grado de uso de las TIC como recurso didáctico durante las clases de Matemáticas. Teóricamente esta práctica didáctica también es especialmente compatible con el desarrollo de las habilidades superiores o metacognitivas del ya referido aprendizaje autorregulado, así como con los nuevos rasgos del sistema productivo y de la sociedad de la información. Sin embargo, tampoco existen evidencias empíricas suficientes sobre su relevancia efectiva durante los procesos de producción educativa.

Así, las primeras aproximaciones llevadas a cabo para tratar este tema se han referido a la disponibilidad de los recursos materiales en los centros educativos. Buena parte de los trabajos realizados se centran en la mera existencia de los equipos o en variables vinculadas a la misma. Aunque existen excepciones referidas a programas específicos dirigidos a determinados colectivos (por ejemplo, Machin, McNally y Silva, 2007 o Banerjee *et al.*, 2007), la mayoría de las investigaciones no encuentran efectos significativos positivos entre la disponibilidad de ordenadores fijos y portátiles, tabletas u otros dispositivos y la mejora del rendimiento escolar⁹.

Si se consideran exclusivamente los estudios basados en PISA, no es posible encontrar resultados concluyentes. Con datos de la edición del año 2000, Fuchs y Ludger (2000) detectan una correlación positiva entre la disponibilidad de recursos informáticos en el centro y el resultado de los estudiantes, pero la misma resulta no significativa al considerar otras variables, mientras que Spiezia (2010), con datos de 2006 constatan efecto positivo para mejorar el resultado en ciencias.

En el caso español, por ejemplo, San Martín *et al.* (2011) con datos PISA 2009 para lectura detectan un impacto negativo del uso de la informática durante las clases, así como del grado de uso de la lectura por ordenador en casa.

En el mismo sentido, Marcenaro y López-Agudo (2015) han empleado datos PISA 2012 y con metodología multinivel han comparado las disparidades de rendimiento en la competencia matemá-

⁹ Como ejemplos pueden citarse los trabajos de Angrist y Lavy (2002), Rouse y Krueger, 2004, Leuven *et al.* (2007), Goolsbee y Guryan (2006) o Barrera-Osorio y Linden (2009). Bulman y Fairlie (2015) aportan una revisión actualizada de las investigaciones realizadas.

tica entre los estudiantes que realizaron el cuestionario convencional y los que lo resolvieron *online*. Sus resultados sugieren que la disponibilidad en los centros de equipos informáticos no haría que los estudiantes logren mejores resultados, aunque sus destrezas con el uso habitual de los mismos sí podría sesgar al alza los logros de los que tienen menor rendimiento cuando responden por procedimientos informatizados en vez de en soporte convencional. En un reciente estudio de metodología descriptiva elaborado por la OCDE sobre este tema empleando datos PISA 2012 (OECD, 2015) se indica que para la mayoría de los países analizados existe una correlación negativa entre el rendimiento escolar y una mayor disponibilidad de recursos materiales informáticos.

Sin embargo, los resultados obtenidos por Cabras y Tena (2014) son distintos. También emplean datos PISA 2012 pero eligen una variable diferente a la que se utilizará en el presente trabajo, ya que consideran la posibilidad de usar diferentes soportes (ordenadores, tabletas o portátil) como variable del análisis que basan en una metodología BART (*Bayesian Additive Regression Trees*), obteniendo que la existencia de esa posibilidad tiene efecto positivo sobre el grado de desarrollo de la competencia matemática que, además, sería más intenso en centros privados y en estudiantes con menor estatus socioeconómico.

En el presente estudio se ha optado por emplear una variable más coherente con un enfoque centrado en los procesos de enseñanza-aprendizaje y no en la disponibilidad física de los recursos informáticos. Para ello se analizará el grado de uso de los recursos TIC durante las clases de Matemáticas a través de un índice (USEMATH) que evalúa el grado de protagonismo del estudiante durante el proceso en las aulas y que aporta como novedad PISA 2012. Se considera así la posibilidad de que sí puedan resultar relevantes tanto el grado como la modalidad de uso de esas infraestructuras materiales en función del modelo pedagógico y la correspondiente estrategia de uso de los recursos didácticos durante el proceso de enseñanza adoptada por el docente en cada caso, como empiezan a sugerir algunos trabajos.

En ese sentido, por ejemplo, Falck, Mang y Woessmann (2015) han utilizado datos TIMSS 2011 referidos a una edad equivalente a 2º de ESO. Para la mayor parte de los países participantes en esa evaluación internacional constatan en sus modelos un impacto negativo sobre el rendimiento en Matemáticas cuando se emplean las TIC para practicar habilidades y procedimientos durante las clases; el efecto sobre el rendimiento sólo sería positivo en fases introductorias que supusieran la búsqueda de ideas o conceptos básicos empleando recursos informáticos.

En general, en PISA 2012 se han registrado correlaciones negativas entre rendimiento escolar y grado de uso de las TIC durante las clases para todos los países participantes con las únicas excepciones de Bélgica, Dinamarca y Noruega (OECD, 2015). Asimismo, Mediavilla y Escardíbul

(2015) han constatado, para el caso español y con una metodología multinivel, un impacto negativo entre el uso de las TIC durante las clases de Matemáticas y el grado de desarrollo de la misma competencia entre el alumnado que ha respondido de modo informatizado al cuestionario de la misma edición. En un sentido contrario, Méndez (2015) presenta un resultado diferenciado en este ámbito y si estimaría un impacto positivo del uso de las TIC durante las clases en su estudio basado en la muestra conjunta PISA 2012-TALIS 2013 referida a ocho países.

Finalmente, este bloque tercero de variables incluye también dos índices que permitirán analizar aspectos de la práctica docente ligados a la gestión de la convivencia en el aula y al apoyo expresado al alumnado durante la producción de los servicios educativos, como aspectos complementarios de las estrategias didácticas que podrían afectar al rendimiento del alumnado en Matemáticas como consecuencia de las conductas de sus profesores y profesoras.

Estos grupos segundo y tercero de variables vinculadas a los procesos de enseñanza-aprendizaje aprovechan también el hecho de que PISA 2012 ha recopilado información adicional y novedosa relacionada con estas dimensiones tal y como se describe detalladamente más adelante. Por tanto, buena parte de las variables que se emplean no han sido introducidas con anterioridad en los modelos y su estudio ofrece una oportunidad de avance en este campo. En cualquier caso, una interpretación proporcionada de estos datos y de los modelos que se basan en los mismos requiere recordar también que la información registrada se ha recabado en estos casos a partir de las manifestaciones de los estudiantes sobre sus propias conductas y sobre las que perciben u observan en los docentes que les imparten clase.

Para concluir, un cuarto grupo de variables recoge los rasgos de los centros educativos a los que acuden los alumnos y alumnas. Así, se han incluido variables relacionadas con los colegios e institutos participantes en el estudio que describen el nivel socioeconómico medio de los estudiantes que acuden los mismos, para evaluar el denominado *efecto compañeros*. También han sido analizados la titularidad de su gestión, su tamaño o su dotación de docentes de Matemáticas con el fin de identificar posibles rasgos diferenciales de los procesos derivados de la escala, las disparidades organizativas o de planteamientos didácticos diferenciales.

Se ha seguido en este ámbito un principio de parsimonia, sin desglosar el impacto pormenorizado de aquella información ya sintetizada en índices que facilita PISA y que recogen tanto el signo como la intensidad del impacto de estas variables en el rendimiento del alumnado de acuerdo con abundantes investigaciones ya realizadas. En el análisis sobre la competencia matemática realizado en el presente capítulo se han omitido aquellas que son facilitadas por PISA para facilitar comparaciones entre sistemas educativos nacionales, pero que carecen de sentido en el caso de

España por la ya mencionada homogeneidad institucional de sus centros. Este tipo de variables se empleará, sin embargo, más adelante en el capítulo dedicado a analizar cómo esas disparidades pueden explicar parcialmente variaciones en el grado del desarrollo de las competencias considerando como referencia el de la Educación Financiera.

Además, a nivel de centros, se ha incluido un grupo de variables que describe la percepción media del alumnado del mismo respecto de las prácticas de enseñanza más habitualmente observadas en sus centros educativos. Se trata de un conjunto de variables *proxy* que intentará recoger la posible existencia de culturas organizativas o prácticas de enseñanza especialmente vigentes en unos determinados colegios o institutos que pudieran influir sobre las disparidades en el rendimiento de su alumnado.

Esta perspectiva es una novedad aportada por el presente trabajo que la aplica al caso de los procesos de enseñanza-aprendizaje pero que procede de modo similar al ya empleado por la mayor parte de los estudios de producción educativa, incluyendo el presente, cuando calculan la media del índice socioeconómico de quienes acuden a un mismo centro educativo para evaluar el denominado *efecto peer* o *efecto compañeros*. En el presente caso el objetivo sería constatar un posible *efecto enfoque didáctico* respecto de la existencia de pautas de conducta homogéneas en las estrategias didácticas aplicadas por la mayor parte de los docentes de un determinado colegio o instituto.

La inclusión de estas variables así configuradas tiene como objetivo explorar dos vías alternativas para detectar la influencia de las variables vinculadas al proceso de enseñanza-aprendizaje sobre el grado de desarrollo de la competencia matemática a las que se designará, respectivamente *Aplicación I* y *Aplicación II*:

- Se denominará *Aplicación I* al enfoque que considera las variables vinculadas a los procesos de enseñanza-aprendizaje como experiencias individuales de los estudiantes y las analizará, en consecuencia, en el Nivel 1 proponiendo un conjunto de modelos con ese fin. Se reservan para el Nivel 2 sólo los rasgos de centro vinculados a su tamaño, su dotación de recursos humanos, la modalidad de su titularidad y el nivel socioeconómico medio de su alumnado.
- Por otra parte, *la Aplicación II* adoptará la perspectiva de considerar los recursos didácticos y organizativos vinculados a la práctica de la enseñanza más habitualmente presentes en cada uno de los centros educativos a partir de emplear como variables *proxy* las medias de las manifestaciones de los estudiantes asistentes a los mismos obtenidas según se detalla a continuación. Estas medias permitirán identificar los rasgos del ejercicio de esas prácticas caracterizadoras de la *enseñanza en cada colegio* o instituto por parte de todos los docentes

de Matemáticas en el mismo. En este caso este grupo de variables se ubicará en el Nivel 2 de modo que quedarán claramente diferenciados dos grupos de variables. El primero, se integrará en el Nivel 1 y recogerá los rasgos individuales y la experiencia por los sujetos de los procesos de aprendizaje, mientras que el segundo corresponderá al Nivel 2 y estará integrado por las características de la enseñanza de las Matemáticas en cada centro y el resto de los rasgos de colegios e institutos por otra. El objetivo último de esta segunda perspectiva es caracterizar posibles patrones de gestión técnica coordinada, o implícitamente asumidos pero con regularidades observables, por los equipos educativos de docentes que dirigen los procesos.

Con esta selección y organización de los datos se ponen las bases para un análisis posterior que intentará aproximarse al problema de la consideración de las variables relacionadas con el proceso de enseñanza-aprendizaje estimando modelos desde estas dos perspectivas complementarias.

Seguidamente se describen las características básicas de las variables utilizadas. En el caso de las variables que están expresadas en modos de índice es necesario tener presente que PISA emplea una metodología compleja durante la construcción de los mismos (OECD, 2014a). La misma transforma la puntuación asignada a cada estudiante o a cada centro educativo, de acuerdo con sus respuestas a una batería de cuestiones referidas a la variable evaluada, en un valor que seguidamente es transformado considerando que la media del conjunto de los países de la OCDE sería 0 y su desviación estándar 1. Valores positivos de estos índices indican que la variable presenta niveles superiores a la media de la OCDE, mientras que los negativos reflejan niveles inferiores a esa media. Su fin último es facilitar las comparaciones internacionales que se basen en el análisis de los mismos.

En todas ellas se indica la pregunta de los cuestionarios PISA a partir de la cual se ha construido la empleada en esta investigación o el índice procedente de la base de datos de referencia (OECD, 2014a):

- a) Variables descriptivas de los rasgos demográficos y socioeconómicos del alumnado y de sus familias:
 - SEXO. Variable dicotómica construida a partir de la pregunta ST04Q01 de PISA. Toma el valor 1 si el estudiante es una chica.
 - PARED. Corresponde a la variable PISA del mismo nombre. Es una variable que evalúa el mayor nivel educativo de los padres medido en una escala numérica que traduce a número de años de escolarización, para cada estado participante, los diferentes niveles educativos

establecidos por la UNESCO en la escala ISCED (OECD, 2014a: 444, Anexo D; UNESCO, 2012). PARED toma como referencia el nivel educativo más elevado de los progenitores, ya sea el padre o la madre. En el caso español, al nivel ISCED0 (inferior a la educación primaria), se le asignan tres años, al ISCED1 (educación primaria) le corresponden cinco años, al nivel ISCED2 (hasta primer ciclo de Secundaria Obligatoria o equivalente) ocho años, a los niveles ISCED3B e ISCED3C (Secundaria Obligatoria completa o equivalente) diez años, a los niveles ISCED3A o ISCED4 (Bachillerato, Ciclos Formativos de Grados Medio o equivalentes) doce años, a los niveles ISCED5B (Ciclos Formativos de Grado Superior o equivalentes) trece años y, finalmente, a los niveles ISCED5A (Graduados Universitarios o equivalentes) e ISCED6 (Doctores o equivalentes), dieciséis años y medio.

- INMI. Variable dicotómica que toma el valor 1 si el estudiante es inmigrante de primera o segunda generación. Se ha construido a partir de la transformación de la variable IMMIG de PISA que sí facilita información desglosada sobre si el estudiante es inmigrante de primera o de segunda generación.
- b) Variables descriptivas de los rasgos de la experiencia individual del proceso de aprendizaje por el alumnado:
 - REPITE (REPEAT). Variable dicotómica: toma el valor 1 si el estudiante ha repetido al menos una vez en primaria o en secundaria.
 - EXAPPLM es un índice facilitado por PISA y diseñado para medir la experiencia del alumnado con Matemáticas Aplicadas a lo largo de su vida escolar según sus propias manifestaciones a partir de la respuesta a las cuestiones ST61Q01, ST61Q02, ST61Q03, ST61Q04 ST61Q06 y ST61Q08. Cada una de estas preguntas presenta cuatro respuestas evaluadas mediante una escala de Likert que se utiliza como base para la construcción del índice y que, como en el caso de todos los índices facilitados por PISA, construyen sus expertos. Todas ellas se refieren a la cuestión general *¿Con qué frecuencia te has encontrado los siguientes tipos de tareas matemáticas desde que estás en la escuela?:*
 - Determinar cuánto tiempo tardaría en llegar de un lugar a otro utilizando un horario de trenes.
 - Calcular cómo se encarecería un ordenador personal al añadirle los impuestos a pagar.
 - Calcular cuántos metros cuadrados de baldosas necesitarías para cubrir una determinada superficie.

- Comprender tablas científicas incluidas en un artículo.
 - Determinar la distancia real entre dos lugares en un mapa con una escala 1:10.000.
 - Calcular el consumo semanal de electricidad de un dispositivo electrónico.
- EXPUREM es también un índice facilitado por PISA con el fin en este caso de determinar la experiencia del alumnado con tareas de Matemáticas puras a lo largo de su vida escolar. En este caso se emplean las preguntas ST61Q01, ST61Q02, ST61Q03 que recogen la respuesta a la cuestión general *¿Con qué frecuencia a lo largo te has encontrado con el siguiente tipo de tareas matemáticas desde que estás en la escuela?* Las tareas que se plantean son las tres ecuaciones siguientes:
- $6x^2 + 5 = 29$.
 - $2(x + 3) = (x + 3)(x - 3)$.
 - $3x + 5 = 17$.

Valores elevados de los índices EXAPPLM y EXPUREM reflejarían un alto nivel de experiencia en actividades relacionadas con las Matemáticas Aplicadas y Puras, respectivamente, durante la vida académica previa. Su análisis permitiría estudiar el impacto que estrategias didácticas basadas en el desarrollo entre el alumnado de estrategias cognitivas de uno u otro tipo, adoptadas con el estudiante en el pasado e incorporadas por el mismo en el desarrollo de sus competencias individuales, puedan tener sobre su rendimiento escolar actual. Ambas variables son una novedad aportada por PISA 2012 por lo que pueden aportar información relevante adicional sobre el proceso de producción educativa.

El siguiente grupo de variables es CONTROL, ELAB y MEMOR. PISA ha dejado de facilitar los índices que construyó hasta la edición de 2009 en relación a estas variables a partir de la cuestión ST53 (ver Figura 4.1). No obstante, sí incluye esta pregunta entre las planteadas al alumnado y ofrece instrucciones para su consideración.

En este caso se ha optado por construir tres variables dicotómicas que intentan abordar el estudio de las estrategias de aprendizaje del alumnado en el sentido descrito en el Capítulo 3 con el fin de establecer en qué medida deban ser enfatizadas o relegadas durante los procesos de enseñanza-aprendizaje si se pretende mejorar los niveles de grado de desarrollo de la competencia matemática. Se construyen a partir de las respuestas a ST53Q01, ST53Q02, ST53Q03 y ST53Q04.

Cada una de esas preguntas ofrece al estudiante tres afirmaciones entre las que tiene que escoger una, correspondiente respectivamente a cada una de las tres estrategias de memorización, control y elaboración. Así, por ejemplo, en el apartado a) descrito en la Figura 4.1, correspondiente a

ST53Q01, la primera afirmación describe una estrategia de control, la segunda una de elaboración y la tercera una de memorización.

Figura 4.3: Cuestión PISA ST53, estrategias de control, elaboración y memorización.

ST53

Q28 For each group of three items, please choose the item that best describes your approach to mathematics.

a) Please tick only one of the following three boxes.

₁ When I study for a mathematics test, I try to work out what the most important parts to learn are.

₂ When I study for a mathematics test, I try to understand new concepts by relating them to things I already know.

₃ When I study for a mathematics test, I learn as much as I can off by heart.

b) Please tick only one of the following three boxes.

₁ When I study mathematics, I try to figure out which concepts I still have not understood properly

₂ When I study mathematics, I think of new ways to get the answer.

₃ When I study mathematics, I make myself check to see if I remember the work I have already done

c) Please tick only one of the following three boxes.

₁ When I study mathematics, I try to relate the work to things I have learnt in other subjects.

₂ When I study mathematics, I start by working out exactly what I need to

₃ When I study mathematics, I go over some problems so often that I feel as if I could solve them in my sleep.

d) Please tick only one of the following three boxes.

₁ In order to remember the method for solving a mathematics problem, I go through examples again and again.

₂ I think about how the mathematics I have learnt can be used in everyday life.

₃ When I cannot understand something in mathematics, I always search for more information to clarify the problem.

Fuente: PISA 2012, Cuestionarios de alumnado.

Seguidamente se transforman los resultados para determinar la estrategia más habitualmente empleada por cada uno de los alumnos. Para ello, se establece una puntuación por estudiante calculada como un ratio de la suma de todas sus respuestas sobre la puntuación máxima posible. La puntuación máxima es cuatro para quien responde a todas las cuestiones manifestando emplear siempre la misma estrategia en coherencia con la escala aplicada, y se reduce para adecuarla a los casos sin

considerar en esa puntuación máxima los valores perdidos (*missing*) ni los nulos (*invalid*) de acuerdo las instrucciones de PISA para el tratamiento de estas respuestas (OECD, 2014a: 423).

A continuación se construye una variable ficticia por estrategia. Se asigna 1 a quien obtiene puntuación mayor o igual que la media y 0 a quien la logra por debajo. Obtener un valor 1 en la variable implica considerar que el estudiante emplea la estrategia con mayor frecuencia relativa que la media. La reiteración por cuatro ocasiones de cuatro preguntas por cada estrategia de control y el procedimiento antes descrito tienen como objetivo llevar a cabo una medición lo más objetiva posible del uso de las mismas por el alumnado, considerando que el instrumento se basa en sus manifestaciones subjetivas. Las cuatro respuestas que corresponden a cada estrategia son, de acuerdo con la Figura 4.3:

- CONTROL:

- Cuando estudio para un examen de Matemáticas intento comprender cuáles son las partes más importantes.
- Cuando estudio Matemáticas intento determinar los conceptos que aún no he comprendido adecuadamente.
- Cuando estudio Matemáticas, comienzo por intentar comprender exactamente qué es lo que necesito aprender.
- Cuando no puedo comprender algo de Matemáticas, siempre busco más información para clarificar el problema.

- ELAB:

- Cuando estudio para un examen de Matemáticas, intento comprender los conceptos nuevos relacionándolos con otros que ya conozco.
- Cuando estudio Matemáticas, pienso en nuevos modos de conseguir la solución.
- Cuando estudio Matemáticas, intento relacionar el trabajo con contenidos que he aprendido en otras asignaturas.
- Pienso sobre como las Matemáticas que he aprendido pueden ser utilizadas en la vida cotidiana.

- MEMOR:

- Cuando estudio para un examen de Matemáticas, me aprendo tanto como puedo de memoria.
- Cuando estudio Matemáticas, compruebo si recuerdo el trabajo que ya he hecho.
- Cuando estudio Matemáticas, repito los problemas tantas veces como necesito hasta que creo que lo he memorizado.

- Para recordar el método de resolución de un problema de Matemáticas repito ejemplos una y otra vez.
- INSTMOT. Es un índice que facilita PISA. Evalúa la motivación instrumental del alumna-do en el aprendizaje de las Matemáticas a partir de la respuesta en una escala de Likert con cuatro categorías de intensidad de acuerdo con las respuestas a las cuestiones ST29Q02, ST29Q05, ST29Q07, ST29Q08:
 - Hacer un esfuerzo en Matemáticas vale la pena porque me ayudará en el trabajo que quiero desarrollar en el futuro.
 - Aprender Matemáticas me merece la pena porque mejorará las posibilidades de desa-rrollo de mi carrera futura.
 - Las Matemáticas son una asignatura importante para mí porque las necesito para lo que quiero estudiar luego.
 - Muchas de las cosas que aprenderé en Matemáticas me ayudarán a conseguir un traba-jo.

Valores elevados del índice reflejan altos niveles de motivación instrumental del sujeto respecto al aprendizaje de las Matemáticas.

- MATINTFC. PISA 2012 incorpora como novedad este índice que fuerza al estudiante a elegir entre Matemáticas y alguna otra asignatura como Lengua o Ciencias en cursos veni-deros para detectar sus preferencias y contribuir a determinar si esa perspectiva afecta a sus resultados. Se basa en las cuestiones ST48Q01, ST48Q02, ST48Q03, ST48Q04 y ST48Q05 que proponen al participante en el estudio dos enunciados entre los cuales ha de elegir sólo uno:
 - Pretendo seguir cursos adicionales de Matemáticas cuando termine la secunda-ria/Pretendo seguir cursos adicionales de lengua cuanto termine la secundaria.
 - En la universidad planeo matricularme en una materia que requiere conocimientos ma-temáticos/En la universidad planeo matricularme en una materia que requiere conoci-mientos de ciencias.
 - Estoy deseando estudiar más de lo requerido en mis clases de Matemáticas/Estoy de-seando estudiar más de lo requerido en mis clases de Lengua.
 - Planeo matricularme en tantas clases de Matemáticas como se me posible durante mi educación/Planeo matricularme en tantas clases de ciencias como me sea posible du-rante mi educación.

- Planeo seguir una carrera que implica utilizar mucho las Matemáticas/Planeo seguir una carrera que implica utilizar mucho las Ciencias.

Cuanto mayor sea el valor de MATINTFC mayor es la motivación que se presume que presenta el alumno o alumna en relación al sentido propedéutico que atribuye a medio y largo plazo a su formación en Matemáticas.

Las variables INSTMOT y MATINTFC se han empleado para aproximar medidas de dos dimensiones esenciales y diferenciadas de la motivación individual del alumnado durante el proceso de aprendizaje.

- MATWKETH. También es un índice novedoso introducido en PISA 2012 y que intenta medir la presencia de dimensiones vinculadas a la ética del trabajo de los estudiantes en relación con el caso particular de las Matemáticas. En este sentido podría considerarse una variable *proxy* para la evaluación del esfuerzo realizado de acuerdo con la percepción subjetiva de los sujetos que realizan la manifestación correspondiente en relación al mismo. Cuanto mayor sea el valor del índice, mayor es la ética de la dedicación al estudio en este ámbito que se supone al alumnado. Las cuestiones empleadas para construirlo son ST46Q01, ST46Q02, ST46Q03, ST46Q04, ST46Q05, ST46Q06, ST46Q07, ST46Q08 y ST46Q09, en relación a las cuales los estudiantes responden a una escala de Likert que es la base del índice correspondiente:
 - Termino mis tareas escolares a tiempo para poder llevarlas a clase.
 - Trabajo duro en mis deberes de Matemáticas.
 - Voy preparado a mis exámenes de Matemáticas.
 - Estudio duro para las pruebas de Matemáticas.
 - Sigo estudiando hasta que comprendo los materiales de Matemáticas.
 - Presto atención durante las clases de Matemáticas.
 - Oigo durante las clases de Matemáticas.
 - Evito las distracciones cuando estoy estudiando Matemáticas.
 - Mantengo mis materiales de Matemáticas bien organizados.
- MATBEH es un índice construido por procedimientos similares a los ya descritos anteriormente y basado en la respuesta en una escala Likert a las cuestiones ST49Q01 a ST46Q09, ambas inclusive. Elevados valores del índice pondrían de manifiesto altos grados de compromiso del estudiante con actividades realizadas fuera del centro educativo que potencialmente podrían presentar elevadas sinergias con el rendimiento en Matemáticas. Las cuestiones son:

- Hablo de problemas matemáticos con mis amigos.
- Ayudo a mis amigos con las Matemáticas.
- Estudio Matemáticas como actividad extracurricular.
- Participo en competiciones Matemáticas.
- Dedico a las Matemáticas más de dos horas fuera de la escuela.
- Juego al ajedrez.
- Programo ordenadores.
- Participo en un club de Matemáticas.

Las variables MATWKETH y MATBEH se han introducido para procurar medir si grados de compromiso individual especialmente intensos evaluados por estas variables *proxy*, referidas respectivamente a tareas escolares y no escolares vinculadas con la competencia matemática, podrían tener repercusiones relevantes sobre el rendimiento escolar del alumnado analizado. Además, son una novedad aportada por PISA 2012 cuya contribución a los modelos de producción de servicios educativos podría resultar relevante.

- c) Variables descriptivas de la experiencia individual del proceso de enseñanza por parte de los alumnos y alumnas. Se han construido expresamente para este trabajo a partir de las facilitadas por la evaluación internacional, que se apoya en una escala Likert con cuatro alternativas. Las variables empleadas son:
- OBJET. Establece la frecuencia con la que los estudiantes perciben que los profesores y profesoras le han informado sobre los objetivos de las unidades didácticas abordadas en sus clases. Ha sido construida empleando ST79Q15. Implica una orientación basada en la transmisión unilateral de la información por parte del docente y un papel directivo del mismo durante el proceso de enseñanza. La respuesta es dicotómica: adopta el valor 1 si los estudiantes manifiestan que su profesor o profesora les indica claramente lo que tienen que aprender siempre o en la mayor parte de las clases.
 - RESUMIR. La cuestión PISA de referencia es ST79Q08. Evalúa en qué medida pueda ser efectiva la práctica didáctica de algunos docentes de iniciar las clases realizando un breve resumen de la clase anterior frente a la alternativa de que fueran los alumnos quienes lo hicieran. Es dicotómica: se ha asignado 1 cuando los estudiantes manifiestan que en clase son sus profesores o profesoras quienes comienzan así sus sesiones siempre o durante la mayor parte de las mismas; en ese caso supone asumir que el proceso de resumen es llevado a cabo unilateralmente por el profesorado que aplica la estrategia.

- PCONTEXT. Facilita el estudio de las ocasiones en las que los docentes plantean problemas en diferentes contextos de modo que los estudiantes puedan saber si han comprendido los conceptos. Transforma en dicotómica las respuestas a ST80Q07, asignando 1 a los alumnos y alumnas que manifiestan que esta estrategia didáctica es adoptada por sus profesores siempre o a menudo durante sus clases.
- PPENSAR. Se ha construido empleando ST80Q04, que recoge las manifestaciones de los alumnos y alumnas respecto a que sus profesores les proponen problemas que requieren reflexionar durante un periodo prolongado de tiempo. Es dicotómica: 1 cuando la situación se da siempre o casi siempre en clase de Matemáticas.
- DEBERES. Es una variable dicotómica construida a partir de ST82Q01, una pregunta del cuestionario en la que el alumnado manifiesta que realiza deberes a diario y que sus profesores siempre se los devuelven o los corrigen a tiempo antes de los exámenes. Si el estudiante está de acuerdo o muy de acuerdo con la afirmación anterior, el valor de la variable es 1.
- DIVER. Evalúa el grado de atención a la diversidad por el profesorado percibido por cada estudiante de Matemáticas. Se ha construido a partir de las respuestas a la cuestión ST79Q03 que pregunta con qué frecuencia durante las clases de Matemáticas el profesor o profesora entrega trabajos diferentes a los compañeros de clase que tienen dificultades de aprendizaje y/o a aquellos que avanzan con mayor rapidez. DIVER se incluye como instrumento para evaluar la presencia de esta estrategia didáctica en cuanto que podría explicar diferencias de rendimiento en grupos de alumnos afectados por capacidades cognitivas y/o circunstancias personales o sociales diferenciadas en los que la especial atención recibida de los docentes que los atienden pudieran afectar a sus resultados.

Ese alumnado se incluye dentro del colectivo que la normativa española denomina alumnado con necesidad específica de apoyo educativo y que incluiría a diferentes estudiantes: quienes tienen necesidades educativas especiales (requieren por un periodo de su escolarización o a lo largo de toda ella, determinados apoyos y atenciones educativas específicas derivadas de su discapacidad física o mental o trastornos graves de conducta), aquellos con altas capacidades intelectuales, los que presentan integración tardía en el sistema educativo español y, finalmente, los que afrontan dificultades específicas de aprendizaje.

Su consideración presenta la limitación evidente de que se requiere al alumnado una manifestación respecto del grado de adaptación de la tarea o la actividad de cuyos rasgos

técnico-didácticos no tiene porqué ser consciente ni en su caso personal ni en el de sus compañeros y compañeras. Es dicotómica: se ha asignado 1 al caso en el que los estudiantes manifiestan que la situación anterior se produce en todas las clases o en la mayoría de las mismas.

- **ERRORES.** Considera el papel del docente en la corrección de los errores del alumnado de Matemáticas. Se ha partido de una variable dicotómica construida a partir de la cuestión ST80Q06 que inquiriere al alumnado sobre la frecuencia con la que su profesor o profesora le ayuda a aprender a partir de los errores cometidos durante el proceso de enseñanza-aprendizaje, presentando valor 1 cuando los alumnos y alumnas indican que en sus clases reciben esa retroalimentación casi siempre o con frecuencia.
- **CREATIV.** Mide la frecuencia con la que los docentes proponen a los estudiantes que tomen sus propias decisiones sobre los procedimientos para resolver problemas matemáticos complejos. La pregunta de referencia es la ST80Q05. Es dicotómica: se ha asignado 1 a los casos en los que los que los estudiantes manifiestan que esta circunstancia se da siempre o a menudo en sus clases de la asignatura. Reflejaría el grado de uso de esta estrategia didáctica por parte de los docentes de Matemáticas del mismo según lo experimentado por sus pupilos y pupilas.
- **GRUPOS.** Se centra en determinar si los docentes emplean estrategias metodológicas basadas en el trabajo en pequeños grupos que requieren la colaboración entre sus integrantes y facilitar soluciones conjuntas a tareas o problemas. La cuestión PISA de referencia es ST79Q07. Se ha tratado como dicotómica: adopta el valor 1 si los estudiantes han afirmado que este recurso metodológico ha sido empleado en todas las clases o en la mayoría de ellas.
- **PAPLIC.** Permite analizar los casos en los que los estudiantes indican que sus profesores y profesoras les proponen problemas matemáticos que requieren que apliquen lo que han aprendido en contextos nuevos. La cuestión PISA es la ST80Q10, cuyas respuestas se han transformado en una variable dicotómica asignando el valor 1 a los estudiantes que afirman que esta situación se produce siempre o con frecuencia.
- **PLANIF.** Intenta determinar en qué medida los docentes permiten al alumnado el desarrollo de la dimensión planificadora de las habilidades metacognitivas. La cuestión empleada ha sido la ST79Q10. Es dicotómica: se ha asignado el valor 1 si los alumnos y alumnas de un centro educativo manifiestan que el profesorado de Matemáticas les propone participar en la planificación de las actividades de clases o de los temas a tratar. Reflejaría si los estu-

diantes tienen la posibilidad de este grado de participación en la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje.

- PNOOBVIO. Estudia la frecuencia con la que los profesores y profesoras plantean estrategias cognitivas basadas en problemas que presentan soluciones no obvias. Es dicotómica y se ha construido a partir de ST80Q06. Atribuye el valor 1 para los estudiantes que manifiestan que esta metodología es aplicada siempre o a menudo durante sus clases de Matemáticas.
- PROYEC. Evalúa la medida en la que, de acuerdo con las manifestaciones de los estudiantes encuestados, su profesorado emplea una metodología basada en proyectos que requieren el transcurso de al menos una semana para ser completados. Se incluye como instrumento para evaluar si esta práctica didáctica innovadora y compleja puede afectar significativamente a los resultados de los estudiantes. Se ha construido utilizando las respuestas a ST79Q04. Es dicotómica, adoptando el valor 1 si el alumnado responde afirmando que este enfoque es adoptado en todas las clases o en la mayoría de las mismas. Esta variable procurará determinar si esta metodología, singularmente vinculada al desarrollo de las habilidades metacognitivas y a otras nociones del aprendizaje autorregulado a partir de actuaciones intencionadas de los docentes apoyadas en las nociones del *currículo integrado* y del *aprendizaje por investigación* pueden resultar relevantes para explicar diferencias en el grado de desarrollo de la competencia matemática.
- USEMATH es un indicador nuevo introducido por PISA 2012 para evaluar la percepción por el alumnado del grado de uso de las TIC durante las clases de Matemáticas. Se construye a partir de las respuestas a las preguntas desde la IC11Q01 a la IC11Q07, ambas inclusive, todas ellas referidas a la cuestión general “*Durante el último mes, ¿se ha utilizado en alguna ocasión durante tus clases de Matemáticas un ordenador para alguno de los propósitos siguientes?*”. Seguidamente se le plantean siete situaciones:
 - Representar gráficamente una función.
 - Realizar cálculos numéricos.
 - Construir figuras geométricas.
 - Introducir datos en una hoja de cálculo.
 - Reescribir expresiones algebraicas y resolver ecuaciones de segundo grado.
 - Representar histogramas con distribuciones de frecuencias de datos.
 - Determinar cómo se modifica la gráfica de una función al cambiar sus parámetros.

El estudiante puede responder afirmando que ellos mismos ejecutaron la tarea, que la misma fue realizada sólo por el profesor para que ellos la vieran o, simplemente, indicar que esa tarea no tuvo lugar durante las clases a las que asistió. A partir de los resultados se construye una escala que muestra valores superiores cuanto mayor fue el uso de las TIC durante las clases de Matemáticas.

La inclusión de esta variable pretende salvar la ya referida dificultad constatada de que la dotación de recursos materiales en los centros no resulta significativa en los modelos analizados en la mayor parte de las investigaciones referidas en la literatura. Para ello considera como alternativa la posibilidad de que sí podrían resultar relevantes el grado y modalidad de uso de esas infraestructuras materiales en función del modelo pedagógico y la correspondiente estrategia de uso de los recursos didácticos durante el proceso de enseñanza adoptada por el docente en cada caso. Como quiera que USEMATH es un índice novedoso en PISA, podría resultar significativo para contribuir a explicar diferencias en el grado de desarrollo de la competencia matemática que resultaran de prácticas profesionales concretas de los docentes durante el proceso de enseñanza-aprendizaje en las edades a las que se refiere el estudio.

- CLSMAN. Es un también un índice novedoso aportado por PISA 2012 que evalúa habilidades de los docentes para gestionar el grupo-clase. Se construye a partir de las manifestaciones de acuerdo o desacuerdo del alumnado, en una escala Likert, respecto a su último profesor o profesora de Matemáticas en relación a las situaciones siguientes (ST85Q01 a ST85Q04, ambas inclusive):
 - Mi profesor o profesora logra que los estudiantes le atiendan.
 - Mi profesor o profesora mantiene ordenada la clase.
 - Mi profesor o profesora comienza las clases con puntualidad.
 - El profesor o profesora tiene que esperar mucho tiempo hasta que los estudiantes se calman.

El índice se ha modificado de modo que valores altos del mismo reflejarían la inexistencia de problemas con la gestión de la convivencia y el funcionamiento en el aula por el docente de Matemáticas a cuyas clases asiste el estudiante encuestado.

- MATSUP. Facilita información sobre el grado en el que el estudiante percibe apoyo de su profesor o profesora de Matemáticas durante el proceso de enseñanza-aprendizaje. Se trata de un índice construido con las respuestas a las cuestiones ST83Q01 a ST83Q04, ambas

inclusive, que requieren que el estudiante tenga presente a su último profesor o profesora de Matemáticas e indique su grado de acuerdo con las afirmaciones siguientes:

- Mi profesor o profesora nos hace saber que necesitamos trabajar duro.
- Mi profesor o profesora nos da ayuda extra cuando la necesitamos.
- Mi profesor o profesora ayuda a los estudiantes con su aprendizaje.
- Mi profesor o profesora facilita a los estudiantes oportunidades para expresar opiniones.

La escala resultante adopta valores superiores cuanto mayor es el apoyo percibido por el estudiante en los términos recogidos en las preguntas antes descritas. Es una novedad de PISA 2012.

La totalidad de las variables incluidas dentro de los bloques estrategias didácticas cognitivas (OBJET, RESUMIR, PCONTEXT, PPENSAR, DEBERES, DIVER, ERRORES), estrategias didácticas metacognitivas (CREATIV, GRUPOS, PAPLIC, PLANIF, PNNOOBVIO, PROYEC), recursos didácticos (USEMATH) y gestión del grupo (CLSMAN, MATSUP) que se han descrito más arriba son novedades introducidas por PISA 2012 y, en ese sentido, ofrecen la oportunidad de llevar a cabo análisis innovadores con el fin de profundizar en el conocimiento de aspectos vinculados a la dimensión tecnológica del proceso de producción educativa que conducen al desarrollo de la competencia matemática.

- d) Variables descriptivas de las estrategias didácticas más habituales en los centros educativos. La obtención de estas variables se ha llevado a cabo para desarrollar la perspectiva de la ya definida Aplicación II. Ha requerido la realización de un proceso de tratamiento de los datos, ya que la información facilitada por PISA se refiere a las manifestaciones del alumnado respecto de impresiones individuales de los entrevistados durante sus clases. Como quiera que el objetivo de la Aplicación II es determinar si las prácticas profesionales en los centros influyen sobre los rendimientos y, dado que se va a emplear una metodología multinivel, se ha obtenido para cada cuestión la media de la variable que recoge las respuestas de estudiantes que responden en el mismo Colegio o Instituto a partir de la variable de referencia del estudio convertida en dicotómica. Esa media ha sido obtenida siguiendo los criterios de muestreo bietápico ya mencionados que caracterizan el proceso de toma de datos de PISA. Teniendo en cuenta ese valor medio para cada práctica didáctica del profesorado, se ha asignado el valor 1 a los centros que presentan medias superiores a 0,5 y 0 a los que presentan valores inferiores.

Las variables *proxy* así calculadas vienen a representar la frecuencia con la que una determinada práctica didáctica es empleada por término medio por los profesores y profesoras de un centro educativo según lo percibido por sus estudiantes. Con el fin de facilitar la interpretación de los datos se ha mantenido la nomenclatura con la única adición de la letra *C* para denotar que en ese caso la variable correspondiente refleja los valores medios del grado de uso de la variable en cuestión en el centro educativo según la percepción media de todos los estudiantes asistentes al mismo.

Así, por ejemplo, OBJETC se ha construido a partir de OBJET; la respuesta es dicotómica: adopta el valor 1 si los estudiantes de un centro manifiestan que su profesor o profesora les indica claramente lo que tienen que aprender siempre o en la mayor parte de las clases. De modo similar, RESUMIRC toma como variable de referencia RESUMIR y también es dicotómica, de modo que se ha asignado 1 cuando los estudiantes de una escuela manifiestan que sus profesores o profesoras comienzan así sus clases siempre o durante la mayor parte de las mismas. El resto de variables construidas por este procedimiento son: PCONTEXTC, PPENSARC, DEBERESC, DIVERC, ERRORESC, CREATIVC, GRUPOSC, PAPLICC, PLANIFC, PNOOBVIOC y PROYECC.

En el caso de las variables evaluadas mediante índices, se ha considerado el valor medio del índice en el centro educativo. Por ese procedimiento se han construido USEMATHC, CLSMANC y MATSUPC.

- e) Variables descriptivas de los rasgos del centro educativo:
- SMRATIO. Evalúa la dotación de recursos humanos para impartir Matemáticas de la que dispone un centro educativo. Se obtiene dividiendo el número total de estudiantes matriculados entre el número total de docentes de esta materia. Para su adecuada interpretación debe tenerse presente que no todo el alumnado cursa Matemáticas en un centro de secundaria en las etapas postobligatorias (posteriores a 4º de ESO). En consecuencia, no se trata de un ratio de aula en ningún caso y no debe confundirse con el mismo. Sí recoge, sin embargo, el número medio de alumnos y alumnas que atiende un determinado docente del Colegio o Instituto. En ese sentido puede resultar explicativo de sus posibilidades de dedicación a cada estudiante durante el proceso de enseñanza-aprendizaje. Se ha obtenido a partir de SMRATIO, facilitada por PISA. Excepcionalmente se ha optado por eliminar los valores extremos de los únicos tres centros educativos que superan el valor 600 por poder corresponder a colegios o institutos de secundaria que probablemente presenten una estructura inusual derivada de la existencia de gran cantidad de grupos de ciclos formativos de forma-

ción profesional, en los que no se imparten Matemáticas, y que distorsionan el sentido de la variable.

- TAMAHOC. Se ha construido a partir de la variable SCHSIZE facilitada por la OCDE, que considera el número total de alumnos matriculados en el colegio o Instituto analizado. Su participación en el estudio intentará contribuir a determinar si puede verificarse algún efecto de escala que afecte a aspectos organizativos de la institución educativa y pueda provocar algún impacto en el grado de rendimiento de los alumnos y alumnas. Es una variable multinomial que presenta valor 0 para los centros con menos de 300 estudiantes, 1 si tiene entre 301 y 600, 2 cuando tiene entre 601 y 900 y 3 si presenta más de 900 matriculados.
- TIPOC. Variable dicotómica que toma el valor 1 si el centro es público y 0 si es privado-concertado o estrictamente privado. Se construye a partir de la variable SCHLTYPE facilitada por el estudio PISA. Se introduce para detectar la posible existencia de disparidades en la gestión de los procesos de enseñanza-aprendizaje derivadas de razones organizativas o de desarrollo profesional de los docentes de cada modalidad de institución educativa.
- ESCSC. Es la media del Índice de Estatus Económico, Social y Cultural elaborado por PISA (ESCS), en el centro educativo al que acude el alumno o la alumna. Pretende determinar la medida en la que las características socioeconómicas de los compañeros del colegio o instituto al que asiste el estudiante influyen sobre el rendimiento individual del mismo. La literatura anglosajona denomina habitualmente *peer effect* al efecto evaluado por esta variable. En castellano se viene denominando efecto *compañeros*.

La mayor parte de las investigaciones realizadas sobre el mismo (Sacerdote, 2011) subrayan que su importancia se fundamenta en la noción de que el individuo no aprende únicamente del profesor, sino que interactúa con sus compañeros y de esa interrelación surgen aprendizajes tanto en competencias como en conocimientos, pero también posibles fuentes de conflictos que pueden configurarse como explicaciones de parte de la ineficiencia del centro y del alumnado en el logro de las competencias estudiadas. Asimismo, podrían transmitirse una serie de estímulos, tales como motivación y pautas de comportamiento, que muchas veces reflejan indirectamente hábitos de los progenitores. Finalmente su transcendencia se extiende a la vida posterior a la trayectoria meramente escolar al producirse repercusiones sobre el desarrollo profesional y social de los sujetos.

La relevancia del *efecto compañeros* puesta de manifiesto en toda la literatura requiere que se preste especial atención a la descripción de la composición del índice ESCS, construido por los autores del informe PISA a partir de otros tres índices denominados HISEI, PARED y HOMEPOS.

En concreto, HISEI es el Índice de Mayor Estatus Ocupacional de los Padres, elaborado a partir de la información recopilada del alumnado, clasificada según lo establecido en el Índice de Estatus Ocupacional ISEI en su versión de 2008 (Ganzeboom, 2010). Recoge el mayor valor en el código ISEI que presente el padre o la madre del estudiante. Cuanto mayor es el valor de HISEI mayor es el estatus ocupacional de sus padres.

Por otra parte, PARED es la denominación que el estudio da al Índice del Nivel Educativo más Alto de los Padres, medido en años de educación ISCED según lo ya descrito en el grupo de variables personales e individuales de este epígrafe.

Finalmente, HOMEPOS es el Índice de Posesiones en el Hogar, construido a partir de respuestas a las preguntas sobre la presencia en el domicilio de 14 ítems del hogar recogidos en la pregunta ST26 e incluye, a su vez, información procedente de los índices y variables siguientes:

- El Índice de Riqueza Familiar (WEALTH en PISA), construido con respuestas de los estudiantes sobre si en casa disponen de: habitación propia, conexión a internet, reproductor de DVD, teléfono móvil, televisión, ordenador, coche y baño. Cada país ha añadido tres elementos adicionales para incluir diferencias procedentes de rasgos culturales singulares que pudieran denotar diferencias específicas en la riqueza familiar.
- El Índice de Recursos Educativos en el Hogar (HEDRES) que mide la posesión de recursos tales como una mesa de estudio propia, un lugar tranquilo para estudiar, un ordenador utilizable para realizar tareas escolares, *software* educativo, libros de referencia por áreas de conocimiento escolar, libros de contenido técnico y diccionario.
- El Índice de Posesiones Culturales (CULTPOS), construido utilizando las respuestas del alumnado respecto de si tienen en casa literatura clásica, libros de poesía o manuales de arte.
- El número de libros en el hogar, registrado en la respuesta a la cuestión ST28Q01, que emplea cuatro variables categóricas para diferenciar los hogares con 25 libros o menos, entre 26 y 100, de 101 a 500 o, finalmente, más de 500 ejemplares.

La Tabla 4.6 describe las dimensiones analizadas en cada uno de los grupos de variables y recoge sus estadísticos descriptivos, calculados considerando las singularidades del diseño de la muestra de los datos ya mencionadas para el caso de la *Aplicación I*.

Para llevar a cabo una adecuada interpretación de las variables que están expresadas en modos de índice es necesario recordar que, como ya se ha indicado, los datos están transformados por los expertos de PISA para facilitar la realización de comparaciones internacionales, de modo que la media del conjunto de los países de la OCDE sería 0 y su desviación estándar 1 (OECD, 2014a: 312). Con el fin de facilitar su análisis, la Tabla 4.7 recoge también la distribución en percentiles de las variables empleadas que PISA facilita como índice calculada para las variables empleadas en este trabajo.

Una descripción somera de la Tabla 4.6 permite constatar algunas características básicas de los datos empleados. Comenzando por el Nivel 1, dentro del bloque de rasgos personales y familiares es posible verificar la existencia de un reparto prácticamente equilibrado del alumnado por sexos en la muestra. En cuanto al nivel educativo de los padres, su valor medio se sitúa ligeramente por encima de los doce años, lo que ubicaría a los progenitores de los estudiantes españoles evaluados en torno a los niveles ISCED3A o ISCED4 (Bachillerato, Ciclos Formativos de Grado Medio o equivalentes). Un 10% del alumnado vendría a ser inmigrante de primera o segunda generación.

En cuanto a las variables del Nivel 1 relacionadas con los procesos de aprendizaje, un tercio de los estudiantes han repetido al menos un curso en primaria o secundaria, poniendo de manifiesto que la atención al alumnado educativo español con dificultades en algún conjunto relevante de áreas como consecuencia de su entorno socioeconómico o de sus circunstancias personales y/o familiares viene siendo un problema del sistema educativo aún no resuelto.

Respecto a la experiencia de los alumnos y alumnas con las Matemáticas en su vida académica previa, los valores medios de los índices se encuentran ligeramente por encima de la media de la OCDE tanto para el caso de la experiencia previa con las Matemáticas Aplicadas (EXAPPLM: 0,17) como con la de las Matemáticas Puras (EXPUREM: 0,27).

La Tabla 4.8 permite profundizar en el análisis de estos datos. En particular, es destacable que un 44,3% presenta valores inferiores a la media de la OCDE en EXAPPLM, que describe su experiencia con las Matemáticas Aplicadas y un 7,3% se encuentra situado en el tramo inferior a la desviación estándar 1 de la OCDE.

Sólo un 13,3% del alumnado se ubica en los tramos superiores del índice. Asimismo, en cuanto a los valores del índice EXPUREM que evalúa la experiencia con las Matemáticas Puras, hay que subrayar que un 27% se mantiene por debajo de la media de los países participantes y un 9% se ubica en el tramo inferior del índice. Además, no se presentan observaciones correspondientes a estudiantes que presenten valores de este índice superiores a 0,80 cuando la desviación estándar propia del conjunto de la OCDE es 1.

Tabla 4.6: Estadísticos descriptivos de las variables explicativas (*inputs*). Aplicación I.

DIMENSIÓN	VARIABLE	DESCRIPCIÓN BREVE	Mín.	Máx.	Media	D.E.
NIVEL 1: RASGOS PERSONALES Y FAMILIARES.						
	SEXO	Dicotómica. Mujer=1.	0	1	0,49	0,50
	PARED	Mayor nivel educativo de los padres en años.	3,00	16,50	12,39	3,71
	INMI	Dicotómica. Inmigrante 1ª o 2ª generación=1.	0	1	0,10	0,30
NIVEL 1: EXPERIENCIA INDIVIDUAL DEL PROCESO DE APRENDIZAJE.						
Repite	REPITE	Dicotómica. Repitió primaria o secundaria=1.	0	1	0,33	0,47
Experiencia académica	EXAPPLM	Índice. Experiencia con Matemáticas Aplicadas.	-2,99	3,20	0,17	0,87
	EXPUREM	Índice. Experiencia con Matemáticas Puras.	-2,73	0,80	0,27	0,83
Estrategias de aprendizaje	CONTROL	Dicotómica. Emplea estrategia control=1.	0	1	0,35	0,48
	ELAB	Dicotómica. Emplea estrategia elaboración=1.	0	1	0,16	0,37
	MEMOR	Dicotómica. Emplea estrategia memorización=1.	0	1	0,29	0,45
Motivación	INSTMOT	Índice. Motivación instrumental.	-2,30	1,59	-0,02	1,04
	MATINTFC	Índice. Motivación intencional.	-1,53	1,46	-0,15	0,98
Grado de compromiso	MATWKETH	Índice. Ética de trabajo en Matemáticas.	-3,45	2,72	0,13	1,01
	MATBEH	Índice. Conductas ampliación Matemáticas.	-2,14	4,42	0,05	0,97
NIVEL 1: EXPERIENCIA INDIVIDUAL DEL PROCESO DE ENSEÑANZA.						
Estrategias didácticas cognitivas	OBJET	Dicotómica. El profesorado establece objetivos=1	0	1	0,66	0,47
	RESUMIR	Dicotómica. El profesorado resume al inicio=1.	0	1	0,38	0,49
	PCONTEXT	Dicotómica. Problemas diferentes contextos=1.	0	1	0,63	0,48
	PPENSAR	Dicotómica. Problemas reflexión prolongada=1.	0	1	0,57	0,50
	DEBERES	Dicotómica.. Deberes diarios y corregidos=1.	0	1	0,86	0,34
	DIVER	Dicotómica. Profesorado atiende diversidad=1.	0	1	0,22	0,42
	ERRORES	Dicotómica. Docente ayuda aprender errores=1.	0	1	0,68	0,47
Estrategias didácticas metacognitivas	CREATIV	Dicotómica. Se proponen problemas creativos=1.	0	1	0,42	0,49
	GRUPOS	Dicotómica. Se trabaja en pequeños grupos=1.	0	1	0,17	0,38
	PAPLIC	Dicotómica. Problemas aplicar lo aprendido=1.	0	1	0,69	0,46
	PLANIF	Dicotómica. Alumnado contribuye a planificar=1.	0	1	0,18	0,38
	PNOOBVIO	Dicotómica. Se proponen problemas no obvios=1.	0	1	0,45	0,50
	PROYEC	Dicotómica. Se trabaja por proyectos=1.	0	1	0,17	0,38
Recursos	USEMATH	Continua. Uso de las TIC en clase de Matemáticas.	-0,77	2,80	-0,06	1
Gestión del grupo	CLSMAN	Continua. Gestión convivencia grupo-aula.	-3,25	2,20	-0,05	1,01
	MATSUP	Continua. El docente apoya durante el proceso.	-2,86	1,84	0,08	1,02
NIVEL 2: RASGOS CENTRO EDUCATIVO.						
RR.HH.	SMRATIO	Continua. Alumnos por docente de Matemáticas.	2	516,0	106,2	58,61
Tamaño	TAMAÑO	Multinomial. 4 intervalos por número de alumnos.	0	3	1,67	0,98
Titularidad	TIPOC	Dicotómica. Centro público=1.	0	1	0,68	0,47
Efecto <i>peer</i>	ESCSC	Índice. ESCS medio del centro.	-2,36	1,42	-0,19	0,54

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

Tabla 4.7: Distribución por percentiles de las variables índice empleadas.

VARIABLE	PERCENTILES								
	10	20	30	40	50	60	70	80	90
EXAPPLM	-0,82	-0,44	-0,25	-0,07	0,12	0,32	0,54	0,77	1,03
EXPUREM	-0,66	-0,66	0,17	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80
INSTMOT	-1,33	-0,9	-0,67	-0,39	0,05	0,05	0,5	1,11	1,59
MATINTFC	-1,53	-1,31	-0,73	-0,25	-0,25	-0,25	0,18	0,66	1,46
MATWKETH	-1,04	-0,56	-0,4	-0,07	0,11	0,29	0,47	0,83	1,43
MATBEH	-1,02	-0,46	-0,46	-0,07	0,22	0,22	0,45	0,81	1,10
USEMATH	-0,77	-0,77	-0,77	-0,77	-0,77	-0,12	0,41	0,87	1,43
CLSMAN	-1,09	-0,78	-0,45	-0,45	-0,08	-0,08	0,33	0,76	1,29
MATSUP	-1,19	-0,95	-0,66	-0,24	-0,24	0,25	0,67	0,90	1,84
USEMATHC	-0,53	-0,40	-0,29	-0,19	-0,10	0,01	0,14	0,31	0,53
CLSMANC	-0,59	-0,41	-0,29	-0,19	-0,10	-0,01	0,11	0,26	0,45
MATSUPC	-0,52	-0,30	-0,18	-0,09	0,00	0,08	0,20	0,31	0,43
ESCSC	-0,76	-0,56	-0,4	-0,28	-0,18	-0,06	0,13	0,32	0,59

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

Tabla 4.8: Distribución de los índices de Experiencia con las Matemáticas Aplicadas y Puras.

EXAPPLM	% Estudiantes	% Acumulado	EXPUREM	% Estudiantes	% Acumulado
[-2,99, -1)	7,3	7,3	[-2,73, -1)	9,0	9,0
[-1, 0)	37,0	44,3	[-1, 0)	18,0	27,0
[0,1)	42,4	86,7	[0, 0,80]	73,0	100,0
[1-3,20]	13,3	100,0			

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

Todo ello indica que la práctica totalidad de los estudiantes tienen experiencia limitada en este ámbito directamente vinculado con altos grados de desarrollo de la competencia matemática según han sido definidos en este mismo capítulo.

Continuando con este mismo Nivel 1, las estrategias de aprendizaje empleadas por el alumnado de acuerdo con sus manifestaciones recogidas en los cuestionarios PISA, indicarían que es posible afirmar que un 35% emplearía las de control, un 16% las de elaboración y un 29% las de memorización. Es necesario subrayar que las respuestas a las cuestiones relacionadas con estas tres

variables adolecen de elevadas tasas de falta de respuesta por lo que las conclusiones en las que las mismas participen deben ser consideradas con prudencia.

El bloque de variables referidas a las motivaciones instrumental e intencional por parte del alumnado encuestado refleja que en el caso español los valores medios se encuentran por debajo de la media de la OCDE, siendo -0,02 para el primero de los casos (INSTMOT) y -0,15 para el segundo de ellos (MATINTFC). El análisis de la distribución por percentiles que puede observarse en la ya referida Tabla 4.7 pone de manifiesto que la situación es especialmente negativa en el caso de la segunda variable, sugiriendo posibles carencias graves tanto en los procesos de gestión de la tutoría como en la labor orientadora, tanto educativa como profesional, dentro de los centros y en el aula de modo que los alumnos y alumnas puedan tener una adecuada visión propedéutica de sus estudios.

La Tabla 4.9 facilita un análisis adicional teniendo en cuenta los valores medios de referencia de la OCDE: un 43,8% de los estudiantes presentaría niveles de motivación instrumental inferiores a los de sus colegas de la media de los países estudiados, mientras que esa cifra se eleva a más de la mitad (61,2%) si se consideran las intenciones futuras respecto de las carreras académica y profesional.

Tabla 4.9: Distribución de los índices de motivación instrumental e intencional.

INSTMOT	% Estudiantes	% Acumulado	MATINTFC	% Estudiantes	% Acumulado
[-2,30, -1)	17,8	17,8	[-1,53, -1)	22,1	22,1
[-1, 0)	26,0	43,8	[-1, 0)	39,1	61,2
[0,1)	35,4	79,2	[0, 1)	20,6	81,8
[1-1,59]	20,8	100,0	[1-1,46]	18,2	100,0

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

Finalmente, el grupo de variables introducido para evaluar la influencia en el rendimiento del grado de compromiso con el proceso de enseñanza-aprendizaje, presenta valores situados en torno a la media de la OCDE: 0,13 para MATWKETH, que evalúa el grado de esfuerzo percibido por el estudiante en relación con las tareas escolares vinculadas a las Matemáticas. Por otra parte, el valor para MATBEH, diseñada para analizar en qué medida se realizan actividades no escolares que puedan tener influencia sobre la competencia matemática, es de 0,05.

La Tabla 4.10 permite, nuevamente, una comparación internacional. El resultado más interesante lo arroja MATBEH en relación con la explicación de la existencia de bajos niveles de rendi-

miento excelentes en el caso español, ya que sólo el 11,1% de los escolares realiza actividades extraescolares que mantengan alguna relación con la competencia que se analiza en este capítulo.

Tabla 4.10: Distribución de los índices de grado de compromiso con las Matemáticas.

MATWKETH	% Estudiantes	% Acumulado	MATBEH	% Estudiantes	% Acumulado
[-3,45, -1)	10,5	10,5	[-2,14, -1)	18,3	18,3
[-1, 0)	37,5	48,0	[-1, 0)	29,1	47,4
[0,1)	34,2	82,2	[0, 1)	41,5	88,9
[1-2,72]	17,8	100,0	[1-4,42]	11,1	100,0

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

Por otra parte, como ya se ha descrito, la Aplicación I se caracterizará por considerar la experiencia individual del proceso de enseñanza recibido por cada estudiante como una variable del Nivel 1 de un modelo lineal jerárquico multinivel. Por tanto, el análisis de los valores de las variables que lo describen y que también se encuentran en la Tabla 4.6 es relevante.

Comenzando por la percepción por el alumnado de las estrategias didácticas cognitivas adoptadas por el profesorado durante el proceso de enseñanza, son percibidas como muy frecuentes la determinación expresa y unilateral de los objetivos de aprendizaje por el docente de Matemáticas (OBJET: 66%), el planteamiento de problemas en contextos variados (PCONTEXT: 63%), la propuesta de problemas que requieran la reflexión prolongada (PPENSAR: 57%), la corrección por el profesorado de los errores cometidos durante el proceso de enseñanza-aprendizaje (ERRORES: 68%) y la encomienda de deberes que luego son corregidos durante las clases (DEBERES: 86%). Sin embargo, el resumen por los docentes de lo tratado con anterioridad (RESUMIR) sólo se produce en el 38% de los casos. Finalmente, la atención específica con materiales diferenciados para los alumnos con algún grado de retraso o adelanto en los aprendizajes respecto del ritmo general de trabajo del grupo como medida técnicamente preconcebida y gestionada de modo contextualizado para atender a la diversidad (DIVER) sólo se estaría produciendo habitualmente en un 22% de las ocasiones, de acuerdo siempre con las impresiones manifestadas por el alumnado.

El bloque de estrategias didácticas metacognitivas, asociadas a niveles de aprendizaje más avanzados y complejos presenta resultados que indican una muy limitada presencia de los recursos didácticos y de los enfoques pedagógicos de este tipo que están asociados a niveles de desarrollo profesional muy comprometido con la innovación metodológica por parte de los docentes. En con-

creto, sólo un 17% de los estudiantes manifiesta trabajar habitualmente en grupos pequeños, que es una técnica didáctica vinculada con el aprendizaje colaborativo (GRUPOS).

Igualmente, también sólo un 17% del alumnado está habitualmente implicado en Proyectos dirigidos por sus profesores y profesoras que engloben un conjunto de actividades organizadas y coherentes con duración superior a una semana (PROYEC). Adicionalmente, un 18% manifiesta que se le permite participar en el proceso de planificación de las tareas de clase (PLANIF). Estas tres variables representan el nivel más avanzado de parte de las tareas asociadas a las estrategias didácticas orientadas al desarrollo de habilidades metacognitivas y presentan una muy baja presencia en el caso español.

En este mismo bloque de información pero con una frecuencia algo superior, a un 42% de los estudiantes sí se les plantearían habitualmente problemas que requirieran soluciones creativas (CREATIV), y a un 45% sus profesores y profesoras de Matemáticas les plantean problemas con soluciones no obvias (PNOOBVIO). Finalmente, un 69% sí manifiesta que habitualmente se le proponen problemas para aplicar lo aprendido durante las clases de Matemáticas.

El último bloque de variables se refiere a la percepción del alumnado respecto a las técnicas empleadas por los docentes para la gestión del grupo. Como se ha descrito, se han introducido dos variables *proxy* para analizar posibles diferencias derivadas de las dificultades en la gestión de la convivencia escolar por parte de los docentes (CLSMAN) y del apoyo percibido por el estudiante durante las clases de Matemáticas (MATSUP).

La Tabla 4.11 se ha construido para considerar este caso teniendo en cuenta el ya referido hecho de que los índices nacionales facilitados por PISA son calculados de modo que cero es la media de la OCDE para los mismos y 1 su distribución estándar. Además, permite comparaciones entre las percepciones individuales de los alumnos y alumnas y las medias correspondientes a un mismo centro educativo.

Desde la perspectiva individual de los estudiantes, en el primero de los casos (CLSMAN), los alumnos y alumnas perciben mayoritariamente dificultades de sus docentes de Matemáticas para la gestión del aula al presentar el índice valores ligeramente inferiores a la media de la OCDE (-0,05). Este valor negativo del índice se presenta en un 65,1 de los estudiantes (CLSMAN), correspondiente a un 60,2% de los centros (CLSMANC).

En el caso del apoyo medio percibido por el alumnado en su colegio o instituto durante el proceso de enseñanza-aprendizaje procedente de su profesor o profesora de Matemáticas, los datos españoles se sitúan prácticamente en la media de la OCDE (0,08). Sólo en un 1,1% de los centros este apoyo es considerado muy insuficiente (MATSUPC). No obstante, parece un aspecto mejora-

ble, dado que en un 13,5% de los estudiantes presenta valores negativos inferiores a -1 y un 43,2% se ubica entre -1 y 0.

Tabla 4.11: Distribución de los índices de gestión del aula por el profesorado.

ESTUDIANTES				CENTROS			
CLSMAN	%	MATSUP	%	CLSMANC	%	MATSUPC	%
[-3,25, -1)	17,5	[-2,86, -1)	13,5	[-1,38, -1)	1,7	[-1,41, -1)	1,1
[-1, 0)	47,6	[-1, 0)	43,2	[-1, 0)	58,5	[-1, 0)	48,6
[0,1)	21,2	[0,1)	23,4	[0,1)	39,4	[0,1)	49,5
[1-2,20]	13,7	[1-1,84]	19,9	[1-2,20]	0,4	[1-1,84]	0,8

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

En cuanto al grado de uso de las Tecnologías de la Información y de la Comunicación durante las clases de Matemáticas (USEMATH) es posible observar niveles inferiores a la media de la OCDE: -0,06. Un análisis más detallado de los datos, apoyado en la Tabla 4.12, revela que el 58,9% de los centros (USEMATHC) presentan un valor medio negativo de este índice, de modo una gran mayoría de los estudiantes españoles (62,3%) se ubican por debajo de la media de la OCDE en este caso.

Finalmente, se han analizados los rasgos básicos de los centros educativos a los que acuden los estudiantes. Comenzando por SMRATIO, es posible comprobar que la dotación de recursos humanos de docentes de Matemáticas obtenida como el cociente entre el número total de matriculados en una escuela y el número de docentes de Matemáticas de la misma se sitúa en 106,2 estudiantes atendidos por docente de Matemáticas cada año académico.

Tabla 4.12: Distribución del índice de grado de uso de las TIC en clase de Matemáticas.

USEMATH	% Estudiantes	USEMATHC	% Centros
[-0,77, 0)	62,3	[-0,77, 0)	58,9
[0,1)	18,4	[0,1)	39,7
[1-2,80]	19,3	[1-2,80]	1,3

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

Por otra parte, observando TIPOC, se constata que en torno a un 68% de las instituciones educativas participantes son institutos de carácter público mientras que los restantes son colegios que

presentan carácter concertado o totalmente privado. Su tamaño medido por el número de alumnos atendidos puede describirse empleando la Tabla 4.13 referida a la variable TAMAÑOOC. El grupo mayoritario, que supone un 31,5% del total, presenta más de 300 y hasta 600 estudiantes.

Tabla 4.13: Tamaño de los centros educativos.

TAMAÑOOC	Número estudiantes	% Centros
0	[0-300]	14,0
1	[301-600]	31,5
2	[601-900]	29,3
3	Más de 900	25,2

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

Respecto de la variable que evalúa el nivel socioeconómico medio de los asistentes a los centros (ESCSC), el valor medio del caso español se encuentra ligeramente por debajo de la media de la OCDE (-0,19). Su consideración permitirá analizar, como ya se ha indicado, el denominado efecto *peer* o *compañeros*. La literatura sobre producción de servicios educativos ha constatado unánimemente la importancia de esta variable, sin profundizar suficientemente en el sentido de los vínculos entre la misma y el grado de desempeño del alumnado más allá de constatar la relevancia de las variables de carácter individual y familiar o de analizar parte de los problemas metodológicos que supone su consideración (Sacerdote, 2011). En ese sentido, es relevante estudiar la posible existencia de disparidades relevantes relacionadas con esta variable, tanto en el nivel caso del rendimiento del alumnado como en el de las variables explicativas consideradas.

La Tabla 4.14 se ha elaborado diferenciando los terciles en los que se distribuye ESCSC. Recoge el valor plausible medio obtenido por el alumnado en función del nivel socioeconómico medio de los compañeros del centro al que acude. Si se recuerda que el VP medio de la competencia matemática en España fue de 484,32 puntos según PISA 2012, es posible constatar diferencias relacionadas con el nivel socioeconómico medio del centro educativo al que el alumnado acude. Así, quienes asisten a centros situados en el primer tercil obtienen una puntuación claramente por debajo de la media nacional, los del segundo en torno a la misma, y los asistentes a centros con ESCSC que se hallan ubicados en el tercero obtienen grados de desarrollo claramente superiores a la media nacional.

Las Tablas 4.15, 4.16 y 4.18 se han obtenido para profundizar en el análisis de las relaciones entre el nivel socioeconómico medio de los centros y el empleo de diferentes estrategias de ense-

ñanza-aprendizaje por si las mismas pudieran contribuir a explicar algún aspecto que afecte al proceso de producción y al grado de desarrollo de la competencia. Comenzando por la primera, los datos sobre sexo no son relevantes y corresponden a una población normalmente distribuida. Sin embargo, sí es posible constatar la existencia de diferencias importantes en el nivel más alto de estudios alcanzado por alguno de los progenitores, lo cual es coherente con el hecho de que la distribución de la población por zonas de residencia está vinculada con variables referidas a algún índice del estatus profesional individual como el que ha sido empleado. Así, en el caso del primer tercil la máxima titulación alcanzada por término medio se sitúa en torno a la secundaria obligatoria (10,80 años), en el segundo en torno a Bachillerato-FP II (12,52 años) y en el tercero alrededor de los estudios universitarios (14,37 años).

Tabla 4.14: VP medio del alumnado por tercil del nivel socioeconómico medio del centro.

TERCIL ESCSC	Valor plausible medio del alumnado en competencia matemática			
	Mín.	Máx.	Med.	D.E.
1º: [2,360, -0,368]	130,06	784,40	456,69	82,95
2º: [-0,367, 0,038]	200,27	763,13	486,47	82,07
3º: [0,038, 1,420]	154,63	807,30	519,62	76,67

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

Dentro del bloque de variables individuales, la condición de inmigrante refleja también una distribución dispar, de modo que la mayor parte de los mismos se concentra en centros de nivel socioeconómico bajo (13%) y su presencia se va reduciendo a medida que se considera un tercil superior hasta alcanzar sólo el 5% en el más alto.

Además, si se analiza el bloque referido a la experiencia individual en el proceso de aprendizaje es posible constatar que el problema de la repetición de curso afecta más del doble a alumnado que acude a centros de nivel socioeconómico bajo (43%) que a los de nivel alto (19%).

Considerando conjuntamente todos estos datos y observando los terciles extremos, se pone de manifiesto la existencia de centros realmente dispares. Por un lado los de primer tercil acumulan las dificultades inherentes a un mayor retraso escolar acumulado por sus estudiantes que repitieron en un 43%, un alumnado cuyos progenitores tienen un nivel educativo inferior y que puede dar menos apoyo a sus hijos e hijas en relación a las tareas escolares y, finalmente, a los que acuden mayor número de inmigrantes de primera y segunda.

Tabla 4.15: Descriptivos de los *inputs* por terciles ESCSC (efecto *peer*). Aplicación I.

DIMENSIÓN	VARIABLE	TERCIL 1 ESCSC NIVEL SOCIOECO. BAJO				TERCIL 2 ESCSC NIVEL SOCIOECO. MEDIO				TERCIL 3 ESCSC NIVEL SOCIOECO. ALTO			
		Mín.	Máx.	Med.	D.E.	Mín.	Máx.	Med.	D.E.	Mín.	Máx.	Med.	D.E.
NIVEL 1: RASGOS PERSONALES Y FAMILIARES.													
	SEXO	0	1	0,49	0,50	0	1	0,50	0,50	0	1	0,48	0,50
	PARED	3	16,50	10,80	3,71	3	16,50	12,52	3,44	3	16,50	14,37	2,88
	INMI	0	1	0,13	0,34	0	1	0,10	0,30	0	1	0,05	0,23
NIVEL 1: EXPERIENCIA INDIVIDUAL DEL PROCESO DE APRENDIZAJE.													
Experiencia académica	REPITE	0	1	0,43	0,49	0	1	0,33	0,47	0	1	0,19	0,39
	EXAPPLM	-2,99	3,20	0,17	0,88	-2,99	3,20	0,22	0,89	-2,99	3,20	0,11	0,84
	EXPUREM	-2,73	0,80	0,19	0,89	-2,73	0,80	0,29	0,81	-2,73	0,80	0,36	0,74
Estrategias de aprendizaje	CONTROL	0	1	0,33	0,47	0	1	0,35	0,48	0	1	0,36	0,48
	ELAB	0	1	0,16	0,36	0	1	0,16	0,37	0	1	0,17	0,38
	MEMOR	0	1	0,30	0,46	0	1	0,28	0,45	0	1	0,27	0,45
Motivación	INSTMOT	-2,30	1,59	-0,04	1,02	-2,30	1,59	-0,08	1,04	-2,30	1,59	0,05	1,06
	MATINTFC	-1,53	1,46	-0,17	1	-1,53	1,46	-0,18	0,99	-1,53	1,46	-0,09	0,94
Grado de compromiso	MATWKETH	-3,45	2,72	0,08	1,02	-3,45	2,72	0,12	1,02	-3,45	2,72	0,22	0,99
	MATBEH	-2,14	4,42	0,06	0,98	-2,14	4,42	0,05	0,97	-2,14	4,42	0,05	0,95
NIVEL 1: EXPERIENCIA INDIVIDUAL DEL PROCESO DE ENSEÑANZA.													
Estrategias didácticas cognitivas	OBJET	0	1	0,67	0,47	0	1	0,65	0,48	0	1	0,66	0,47
	RESUMIR	0	1	0,39	0,49	0	1	0,37	0,48	0	1	0,38	0,49
	PCONTEXT	0	1	0,62	0,49	0	1	0,63	0,48	0	1	0,65	0,48
	PPENSAR	0	1	0,57	0,49	0	1	0,57	0,50	0	1	0,56	0,50
	DEBERES	0	1	0,87	0,34	0	1	0,87	0,34	0	1	0,86	0,35
	DIVER	0	1	0,25	0,43	0	1	0,21	0,41	0	1	0,20	0,40
	ERRORES	0	1	0,69	0,46	0	1	0,66	0,47	0	1	0,68	0,47
Estrategias didácticas metacognitivas	CREATIV	0	1	0,43	0,50	0	1	0,42	0,49	0	1	0,42	0,49
	GRUPOS	0	1	0,19	0,39	0	1	0,18	0,38	0	1	0,15	0,36
	PAPLIC	0	1	0,68	0,47	0	1	0,68	0,47	0	1	0,71	0,45
	PLANIF	0	1	0,20	0,40	0	1	0,18	0,38	0	1	0,15	0,36
	PNOOBVIO	0	1	0,42	0,49	0	1	0,45	0,50	0	1	0,48	0,50
	PROYEC	0	1	0,20	0,40	0	1	0,17	0,38	0	1	0,14	0,34
Recursos	USEMATH	-0,77	2,80	-0,03	1,01	-0,77	2,80	-0,08	1,01	-0,77	2,80	-0,09	0,97
Gestión del grupo	CLSMAN	-3,25	2,20	-0,05	1,00	-3,25	2,20	-0,10	1,01	-3,25	2,20	0,00	1,00
	MATSUP	-2,86	1,84	0,11	1,02	-2,86	1,84	0,06	1,04	-2,86	1,84	0,07	1,00
NIVEL 2: RASGOS CENTRO EDUCATIVO.													
RR.HH.	SMRATIO	13,92	434,7	94,71	42,72	12,13	448,0	109,4	54,13	2	516,0	119,3	76,28
Tamaño	TAMAÑOC	0	3	1,48	0,97	0	3	1,58	0,97	0	3	2,01	0,91
Titularidad	TIPOC	0	1	0,88	0,33	0	1	0,74	0,44	0	1	0,36	0,48

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

Por otra parte, los del tercil superior, con padres de nivel educativo medio más elevado y, por tanto, con más posibilidades de ayudar a sus hijos e hijas en el proceso formativo, con relativa homogeneidad en el contexto cultural por la baja presencia relativa de alumnado inmigrante y con una tasa de repetición a lo largo de la vida escolar, situada en el 19%.

Si se continúa con el análisis de la experiencia individual del proceso de aprendizaje, el contacto previo frecuente o muy frecuente con las Matemáticas Aplicadas o con las Puras también arroja valores de interés. Así, los estudiantes de mayor nivel económico integrados en centros del último tercil analizado han estado poco expuestos a las primeras (0,11) y muy expuestos a las segundas (0,36). Por otra parte, esa disparidad es mucho menor en los centros de nivel medio, mientras que en los de nivel bajo las manifestaciones respecto de los grados de contacto con ambas frecuentes o muy frecuentes presentan valores reducidos y similares. Desde otro punto de vista, el grado de exposición a las Matemáticas Puras aumenta a medida que se considera un tercil superior de ESCSC; además se reduce la desviación estándar de la variable en el mismo sentido. Respecto de las estrategias de aprendizaje (CONTROL, ELAB y MEMOR), las mismas presentan distribuciones muy similares en los tres terciles.

El índice que evalúa la motivación instrumental (INSTMOT) arroja valores por encima de la media de la OCDE para los estudiantes del tercil superior e inferiores para los de los otros dos terciles. En el caso de la motivación intencional (MATINTFC), los valores son negativos en todos los casos, pero relativamente mayores para los estudiantes que acuden a centros del tercil superior. En cuanto a la percepción del grado de compromiso con las actividades escolares y del esfuerzo realizado en el aprendizaje de las Matemáticas (MATWKETH), el mismo es mayor cuanto más elevado es el nivel socioeconómico del alumnado que acude al centro.

Finalmente, la realización de actividades extraescolares relacionadas con las Matemáticas (MATBEH) presenta valores similares en todos los niveles, reflejando que las mismas no forman parte de las actividades formativas complementarias cultivadas por las familias o los centros educativos españoles a niveles relevantes, ya que se sitúa en torno al 5% en todos los casos e independientemente del nivel socioeconómico medio del colegio o instituto.

Para realizar un análisis más exhaustivo de las estrategias didácticas se ha añadido a la 4.15 una Tabla 4.16 que ordena por frecuencia las estrategias didácticas más habitualmente empleadas en los centros, en un intento por realizar una primera aproximación a la posible existencia de experiencias de enseñanza dispares del alumnado en función del nivel socioeconómico del centro al que asiste. La misma permite verificar una práctica ausencia de variabilidad entre estrategias didácticas adoptadas por los docentes de los diferentes centros tipos de centro educativo descritos por los tres

terciles. Así, siguiendo el orden de mayor a menor presencia, DEBERES, ERRORES, PAPLIC, OBJET, PCONTEXT y PPENSAR presentan valores prácticamente idénticos y son experimentadas por en torno a dos tercios de la totalidad del alumnado de los tres terciles descritos. Se configura así una primera aproximación que indica la existencia de cierta independencia entre el contexto socioeconómico y las prácticas didácticas mayoritariamente experimentadas por el alumnado durante los procesos de enseñanza de Matemáticas.

Tabla 4.16: Estrategias didácticas por orden de relevancia y tercil ESCSC. Aplicación I.

DIMENSIÓN	VARIABLE	TERCIL 1 ESCSC NIVEL SOCIOECO. BAJO				TERCIL 2 ESCSC NIVEL SOCIOECO. MEDIO				TERCIL 3 ESCSC NIVEL SOCIOECO. ALTO			
		Mín.	Máx.	Med.	D.E.	Mín.	Máx.	Med.	D.E.	Mín.	Máx.	Med.	D.E.
NIVEL 1: EXPERIENCIA INDIVIDUAL DEL PROCESO DE ENSEÑANZA.													
Estrategias didácticas	DEBERES	0	1	0,87	0,34	0	1	0,87	0,34	0	1	0,86	0,35
	ERRORES	0	1	0,69	0,46	0	1	0,66	0,47	0	1	0,68	0,47
	PAPLIC	0	1	0,68	0,47	0	1	0,68	0,47	0	1	0,71	0,45
	OBJET	0	1	0,67	0,47	0	1	0,65	0,48	0	1	0,66	0,47
	PCONTEXT	0	1	0,62	0,49	0	1	0,63	0,48	0	1	0,65	0,48
	PPENSAR	0	1	0,57	0,49	0	1	0,57	0,50	0	1	0,56	0,50
	CREATIV	0	1	0,43	0,50	0	1	0,42	0,49	0	1	0,42	0,49
	PNOOBVIO	0	1	0,42	0,49	0	1	0,45	0,50	0	1	0,48	0,50
	RESUMIR	0	1	0,39	0,49	0	1	0,37	0,48	0	1	0,38	0,49
	DIVER	0	1	0,25	0,43	0	1	0,21	0,41	0	1	0,20	0,40
	PLANIF	0	1	0,20	0,40	0	1	0,18	0,38	0	1	0,15	0,36
	PROYEC	0	1	0,20	0,40	0	1	0,17	0,38	0	1	0,14	0,34
GRUPOS	0	1	0,19	0,39	0	1	0,18	0,38	0	1	0,15	0,36	

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

Otras variables que describen estrategias didácticas más minoritarias, como CREATIV o RESUMIR presentan valores prácticamente idénticos, mientras que PNOOBVIO arroja una ligera diferencia a favor de los centros de mayor nivel socioeconómico. El caso de DIVER es singular ya que es la variable que evalúa el grado de atención a la diversidad, mayor cuanto menor es el nivel socioeconómico medio del alumnado, lo cual es coherente con el perfil más complejo de los alumnos y alumnas y sus familias antes descrito. Además sugiere un sesgo de este tipo de medidas para atender los niveles más bajos de rendimiento escolar que será necesario contrastar a lo largo del trabajo.

Sin embargo, sí presentan resultados relevantemente diferenciados un pequeño grupo de prácticas, en la que tiene experiencia menos de un 20% del alumnado y que son más frecuentes cuanto menor es el nivel socioeconómico de los estudiantes. Así, PLANIF, PROYEC y GRUPOS,

vinculadas al desarrollo de habilidades metacognitivas y a los enfoques didácticos basados en el *aprendizaje por investigación* son más empleadas con alumnos más desaventajados socioeconómicamente. Entre los del tercil superior sólo las experimentan en torno a un 15%. No obstante es necesario subrayar que la diferencia entre el tercil superior y el inferior se sitúa en los tres casos en el entorno del 5%.

Volviendo a la Tabla 4.15, es posible constatar que la Informática durante las clases de Matemáticas es más empleada cuanto más desfavorecido es el alumnado. La percepción de la gestión de la clase se encuentra en la media de la OCDE en los centros de tercil superior y es negativa en los restantes, con una situación ligeramente peor para los estudiantes del segundo tercil. También es destacable que los estudiantes de los centros más desfavorecidos perciben un apoyo ligeramente superior por parte de sus docentes de Matemáticas que los restantes.

Finalmente, el bloque que describe los rasgos de los centros sugiere un sesgo por autoselección en relación a la titularidad de centro ya que la inmensa mayoría de los estudiantes que acuden a centros con bajo nivel socioeconómico lo hacen a centros públicos (un 88% en el primer tercil y un 74% en el 2º), mientras que sólo el 36% del alumnado que acude a centros con compañeros y compañeras de nivel socioeconómico alto está matriculado en institutos públicos.

Por otra parte, la Tabla 4.17 describe los estadísticos de los *inputs* que se emplearán en las estimaciones de la Aplicación II. La única diferencia respecto de la Tabla 4.6 procede de las variables que aparecen tituladas bajo el epígrafe *Nivel 2: proceso de enseñanza desarrollado en los centros educativos*. Así, aunque mantiene como datos comunes algunos rasgos individuales y de centro que fueron descritos al analizar la Tabla 4.6, se ha asumido esa redundancia parcial para facilitar el análisis de los resultados. En ambos casos se trata de los *inputs* que se considerarán para analizar el proceso de producción educativa que conduce al desarrollo de la competencia matemática por el alumnado.

Como se ha subrayado al describirlas, las variables del Nivel 2 así formuladas se han construido para disponer de variables *proxy* que permitan estudiar la repercusión de comportamientos medios observados en las prácticas didácticas del profesorado en cada uno de los centros educativos. Su procedimiento de cálculo permite también determinar aquéllos centros educativos donde prevalecen unas u otras estrategias de enseñanza, niveles de uso de los recursos y habilidades de gestión de grupos entre el profesorado, de acuerdo con la manifestación contrastada por el hecho de que se tienen en cuenta las respuestas de todos los estudiantes del centro encuestados en relación con las mismas.

Tabla 4.17: Estadísticos descriptivos de las variables explicativas (*inputs*). Aplicación II.

DIMENSIÓN	VARIABLE	DESCRIPCIÓN BREVE	Mín.	Máx.	Media	D.E.
NIVEL 1: RASGOS PERSONALES Y FAMILIARES.						
	SEXO	Dicotómica. Mujer=1.	0	1,00	0,49	0,50
	PARED	Mayor nivel educativo de los padres en años.	3,00	16,50	12,39	3,71
	INMI	Dicotómica. Inmigrante 1ª o 2ª generación=1.	0	1	0,10	0,30
NIVEL 1: EXPERIENCIA INDIVIDUAL DEL PROCESO DE APRENDIZAJE.						
Experiencia académica	REPITE	Dicotómica. Repitió primaria o secundaria=1.	0	1	0,33	0,47
	EXAPPLM	Índice. Experiencia con Matemáticas Aplicadas.	-2,99	3,20	0,17	0,87
	EXPUREM	Índice. Experiencia con Matemáticas Puras.	-2,73	0,80	0,27	0,83
Estrategias de aprendizaje	CONTROL	Dicotómica. Emplea estrategia control=1.	0	1	0,35	0,48
	ELAB	Dicotómica. Emplea estrategia elaboración=1.	0	1	0,16	0,37
	MEMOR	Dicotómica. Emplea estrategia memorización=1.	0	1	0,29	0,45
Motivación	INSTMOT	Índice. Motivación instrumental.	-2,30	1,59	-0,02	1,04
	MATINTFC	Índice. Motivación intencional.	-1,53	1,46	-0,15	0,98
Grado de compromiso	MATWKETH	Índice. Ética de trabajo en Matemáticas.	-3,45	2,72	0,13	1,01
	MATBEH	Índice. Conductas ampliación Matemáticas.	-2,14	4,42	0,05	0,97
NIVEL 2: PROCESO DE ENSEÑANZA DESARROLLADO EN LOS CENTROS EDUCATIVOS.						
Estrategias didácticas cognitivas	OBJETC	Dicotómica. El profesorado establece objetivos=1	0	1	0,87	0,32
	RESUMIRC	Dicotómica. El profesorado resume al inicio=1.	0	1	0,25	0,42
	PCONTEXTC	Dicotómica. Problemas diferentes contextos=1.	0	1	0,79	0,40
	PPENSARC	Dicotómica. Problemas reflexión prolongada=1.	0	1	0,70	0,45
	DEBERESC	Dicotómica. Deberes diarios y corregidos=1.	0	1	0,99	0,07
	DIVERC	Dicotómica. Profesorado atiende diversidad=1.	0	1	0,03	0,18
	ERRORESC	Dicotómica. Docente ayuda aprender errores=1.	0	1	0,87	0,33
Estrategias didácticas metacognitivas	CREATIVC	Dicotómica. Se proponen problemas creativos=1.	0	1	0,34	0,46
	GRUPOSC	Dicotómica. Se trabaja en pequeños grupos=1.	0	1	0,03	0,17
	PAPLICC	Dicotómica. Problemas aplicar lo aprendido=1.	0	1	0,93	0,26
	PLANIFC	Dicotómica. Alumnado contribuye a planificar=1.	0	1	0,01	0,12
	PNOOBVIOC	Dicotómica. Se proponen problemas no obvios=1.	0	1	0,37	0,47
	PROYECC	Dicotómica. Se trabaja por proyectos=1.	0	1	0,01	0,10
Recursos	USEMATHC	Continua. Uso de las TIC en clase de Matemáticas.	-0,77	2,80	-0,06	0,37
Gestión del grupo	CLSMANC	Continua. Gestión convivencia centro.	-1,38	2,20	-0,05	0,40
	MATSUPC	Continua. El docente apoya durante el proceso.	-1,41	1,84	0,08	0,34
NIVEL 2: OTROS RASGOS DEL CENTRO EDUCATIVO.						
RR.HH.	SMRATIO	Continua. Alumnos por docente de Matemáticas.	2,00	516,0	106,2	58,61
Tamaño	TAMAÑOC	Multinomial. 4 intervalos por número de alumnos.	0	3	1,67	0,98
Titularidad	TIPOC	Dicotómica. Centro público=1.	0	1	0,68	0,47
Efecto <i>peer</i>	ESCSC	Índice. ESCS medio del centro.	-2,36	1,42	-0,19	0,54

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

El objetivo es determinar si estas pautas, que pueden obedecer a grados de coordinación u organización de los docentes integrados en los Departamentos de Matemáticas de cada centro o a Proyectos Educativos globales en el que participe el conjunto del centro educativo y que impliquen un grado determinado de compromiso con un enfoque metodológico de modo tácito o expreso, permiten determinar conductas singularmente eficientes para el desarrollo de la competencia matemática en su contexto.

En última instancia, se trata de identificar aquellas conductas vinculadas a los rasgos tecnológicos del proceso productivo que sirvan de referente a la aplicación de políticas educativas vinculadas a la selección y a la formación inicial y continua del profesorado, así como a la evaluación del funcionamiento de las instituciones educativas. Su consideración aporta, además una singularidad metodológica ya que permitirá contrastar por otra vía la relevancia de las variables cuya significatividad se determine por la vía de la Aplicación I.

Entrando en el comentario de la Tabla 4.17 y teniendo presente que los porcentajes se refieren en este caso a centros educativos y no a estudiantes, entre las estrategias didácticas adoptadas por el profesorado durante el proceso de enseñanza en los centros, son percibidas como muy frecuentes la determinación expresa y unilateral de los objetivos de aprendizaje por el docente de Matemáticas (OBJETC: 87%), el planteamiento de problemas en contextos variados (PCONTEXTC: 79%), la propuesta de problemas que requieran la reflexión prolongada (PPENSARC: 70%), la corrección por el profesorado de los errores cometidos durante el proceso de enseñanza-aprendizaje (ERRORESC: 87%) y la encomienda de deberes que luego son corregidos durante las clases y antes de los exámenes (DEBERESC: 99%). Sin embargo, el resumen por los docentes de lo tratado con anterioridad (RESUMIRC) sólo se produce en el 25% de los casos.

Finalmente, la atención específica con materiales diferenciados para los alumnos con algún grado de retraso o adelanto en los aprendizajes respecto del ritmo general de trabajo del grupo como medida técnicamente preconcebida y gestionada de modo contextualizado para atender a la diversidad (DIVERC) sólo se produce habitualmente, de acuerdo siempre con las impresiones manifestadas por los estudiantes, en un 3% de los centros educativos, lo que habría que interpretar con las reservas ya descritas al comentar los valores de DIVER.

En cuanto al bloque de estrategias didácticas más innovadoras, presenta resultados que indican una muy limitada presencia en los centros educativos españoles. Estos enfoques suponen el uso de un conjunto de recursos didácticos y de enfoques pedagógicos que implican compromisos expresos de tipo personal e institucional. Así, están asociados a niveles de desarrollo profesional muy comprometido con la innovación por parte de los docentes a título individual. Además requieren

cierto grado de asunción de estos enfoques de innovación pedagógica por parte de los centros, coordinada en torno a equipos educativos de docentes claramente determinados a fomentar prácticas didácticas que aspiren a desarrollar las dimensiones metacognitivas del ya mencionado Aprendizaje Autorregulado e impulsada por equipos directivos partidarios de estos planteamientos.

En este sentido, sólo un 3% de los estudiantes asistentes a un mismo centro educativo manifiesta trabajar habitualmente en grupos pequeños, que es una técnica didáctica vinculada con el aprendizaje colaborativo (GRUPOSC). Además, también sólo un 1% del alumnado asistente aun mismo centro estaría habitualmente implicado en Proyectos dirigidos por sus profesores y profesoras que engloben un conjunto de actividades organizadas y coherentes con duración superior a una semana (PROYEC). Adicionalmente, un 1% manifiesta que se le permite participar en el proceso de planificación de las tareas de clase habitualmente en su centro (PLANIFC). Estas tres variables representan el nivel más avanzado de parte de las tareas asociadas a las estrategias didácticas orientadas al desarrollo de habilidades metacognitivas dentro de los centros educativos y presentan una muy baja presencia en el caso español.

En este mismo bloque de información pero con una frecuencia bastante superior, en un 34% de los centros alumnos y alumnas sí abordarían habitualmente problemas que requirieran soluciones creativas (CREATIV), y en un 37% de las escuelas sus profesores y profesoras de Matemáticas les plantearían problemas con soluciones no obvias (PNOOBVIO). Además, en un 93% de los centros habitualmente se plantean a los chicos y chicas problemas para aplicar lo aprendido durante las clases de Matemáticas (PAPLICC).

Finalmente, se han introducido tres variables *proxy* para analizar posibles diferencias derivadas del grado de uso habitual de las Tecnologías de la Información y la Comunicación en las clases de Matemáticas, las dificultades en la gestión de la convivencia escolar por parte de los docentes en cada centro educativo (CLSMANC) y el apoyo medio percibido por el estudiante durante las clases de Matemáticas (MATSUPC) en cada escuela. Todas ellas ya han sido comentadas conjuntamente con las que indican los niveles individuales de las mismas.

La Tabla 4.18 facilita un análisis de las estrategias didácticas desde la perspectiva de la Aplicación II. Se encuentra ordenada de mayor a menor valor medio de presencia media de las prácticas didácticas en los centros. Aunque se produce una ligera reordenación de la importancia relativa de las mismas de modo que PAPLICC y OBJETC pasan a ocupar los lugares segundo y tercero, mientras que ERRORESC baja al cuarto, el grupo de estrategias aplicadas por encima del 70% es el mismo que el de la Aplicación I: DEBERESC, PAPLICC, OBJETC, ERRORESC y PCONTEXTC. PPENSARC constituyen una batería de recursos mayoritariamente aplicados por los docentes de

Matemáticas. Otro grupo de prácticas es minoritario pero también independiente del contexto económico y social medio del alumnado: CREATIVC, RESUMIRC y DIVERC.

Finalmente, si se considera el valor medio de las manifestaciones de todos los estudiantes asistentes a los centros son prácticas claramente minoritarias en todos ellos las más novedosas: PLANIFC, GRUPOSC y PROYECC. La primera es aplicada más cuanto más desfavorecido es el centro, la segunda tiene una presencia mayor en los de nivel medio y bajo. La última sería empleada sólo por el 1% de los docentes y de modo similar e independiente del nivel socioeconómico del centro cuando es resultado de una decisión mayoritaria de la totalidad de los docentes que desarrollan su actividad docente en el mismo en el sentido recogido por la Aplicación II.

Tabla 4.18: Estrategias didácticas por orden de relevancia y tercil ESCSC. Aplicación II.

DIMENSIÓN	VARIABLE	TERCIL 1 ESCSC NIVEL SOCIOECO. BAJO				TERCIL 2 ESCSC NIVEL SOCIOECO. MEDIO				TERCIL 3 ESCSC NIVEL SOCIOECO. ALTO			
		Mín.	Máx.	Med.	D.E.	Mín.	Máx.	Med.	D.E.	Mín.	Máx.	Med.	D.E.
NIVEL2: PROCESO DE ENSEÑANZA DESARROLLADO EN LOS CENTROS EDUCATIVOS.													
Estrategias didácticas	DEBERESC	0	1	1	0,06	0	1	0,99	0,09	0	1	0,99	0,07
	PAPLICC	0	1	0,93	0,25	0	1	0,91	0,27	0	1	0,93	0,25
	OBJETC	0	1	0,88	0,31	0	1	0,85	0,35	0	1	0,88	0,32
	ERRORESC	0	1	0,88	0,32	0	1	0,86	0,33	0	1	0,87	0,33
	PCONTEXTC	0	1	0,78	0,40	0	1	0,76	0,41	0	1	0,81	0,39
	PPENSARC	0	1	0,72	0,44	0	1	0,70	0,45	0	1	0,67	0,46
	CREATIVC	0	1	0,34	0,47	0	1	0,33	0,45	0	1	0,33	0,45
	PNOOBVIOC	0	1	0,29	0,45	0	1	0,34	0,46	0	1	0,50	0,49
	RESUMIRC	0	1	0,25	0,43	0	1	0,26	0,43	0	1	0,24	0,40
	DIVERC	0	1	0,03	0,18	0	1	0,04	0,19	0	1	0,03	0,16
	PLANIFC	0	1	0,02	0,13	0	1	0,02	0,14	0	1	0,00	0,07
	GRUPOSC	0	1	0,02	0,13	0	1	0,07	0,25	0	1	0,01	0,10
PROYECC	0	1	0,01	0,10	0	1	0,01	0,10	0	1	0,01	0,10	

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

4.5. Estimaciones y análisis de resultados

El punto de partida del proceso de estimación de los modelos jerárquicos lineales multinivel que se calculan a continuación será la función de producción ya descrita en la expresión [3.1] del capítulo anterior:

$$M_{ij}^t = f(B_{ij}^t, S_j^t, P_j^t, E_{ij}^t, A_{ij}^t, I_{ij}^t)$$

Su objetivo será contribuir a explicar el grado de desarrollo de la competencia analizada (M_{ij}^t) del sujeto i en el centro educativo j . Para ello se utilizan como variables dependientes u *outputs* los

cinco valores plausibles de la variable *puntuación en competencia matemática* cuyos valores y estadísticos se recogen en la Tabla 4.4. Con ese fin, como se ha descrito en el epígrafe anterior, se llevarán dos grupos de estimaciones denominadas respectivamente *Aplicación I* y *Aplicación II* que obedecen a dos perspectivas diferentes, pero complementarias, de la consideración del proceso de producción de los servicios educativos.

En el caso de la Aplicación I se pone el énfasis en la perspectiva individual del estudiante y trata su experiencia en el aula como resultante de un conjunto de circunstancias en las que confluyen en el sujeto sus rasgos personales, su trayectoria académica y su experiencia individual en la aplicación de técnicas pedagógicas específicas de enseñanza por el profesorado que le atiende directamente. La consecuencia inmediata del enfoque es la ubicación de todas las variables descriptivas del proceso en el Nivel 1 de la metodología de estimación jerárquica multinivel ya descrita. Quedarán, por tanto, para el Nivel 2 sólo rasgos institucionales, de dotación de recursos materiales y humanos, de carácter organizativo y de escala, así como el nivel socioeconómico medio de las familias que envían sus hijos e hijas a un mismo centro educativo.

Por su parte la Aplicación II adopta una perspectiva diferente, complementaria de la anterior, y resalta el papel de los centros educativos. En este caso se evalúa la viabilidad de analizar el proceso de producción de servicios educativos como el resultante de un conjunto de rasgos individuales personales y vinculados a la experiencia de aprendizaje del sujeto, que se analizan en el Nivel 1 del modelo jerárquico multinivel, frente a otros que serían desarrollados en el contexto escolar y que obedecerían a modelos pedagógicos y/o proyectos educativos implícitos o explícitos de los centros educativos y sus docentes cuya caracterización y análisis deberían ser reservados al Nivel 2.

Todo ello se ha concretado en procurar determinar algunos de los patrones de enseñanza habitualmente aplicados por los docentes de los institutos y colegios a partir de la información disponible, basada en las manifestaciones del conjunto de los asistentes a los mismos según los novedosos datos aportados por PISA 2012 y que se han incluido como variables propias de centro. Para determinar esas conductas más frecuentes en cada centro se ha procedido según lo ya descrito en el apartado anterior al definir las variables consideradas como *inputs*. En este caso, por tanto, las manifestaciones del alumnado son variables *proxy* destinadas a obtener información sobre las características técnicas del proceso productivo de prestación de servicios educativos y no tienen la consideración de rasgos individuales de los sujetos, sino de marcadores de las conductas más habituales de los profesionales de la educación durante los procesos.

Esta perspectiva de la Aplicación II aspira también a dar tratamiento a uno de los problemas de multicolinealidad derivados de las interrelaciones de diferentes variables del Nivel 1 habituales

en los estudios sobre Economía de la Educación. En ese sentido, tanto la consideración de las variables vinculadas al proceso de enseñanza en otro nivel del análisis, el segundo propio de los centros, como la construcción de instrumentos que toman en consideración las variables que describen la experiencia media en cada institución educativa del conjunto de su alumnado sobre la aplicación de recursos didácticos de los docentes, y no la individual de un sujeto en particular afectado por interacciones con los rasgos particulares de su proceso de motivación, pueden contribuir a reducir relevantemente los problemas de estimación y a evaluar con mayor precisión el impacto de las variables introducidas para analizar la dimensión motivacional del proceso en el nivel individual del análisis.

Se ha considerado también, entre otras, una posible estimación que analizara funciones de producción distintas en relación a los niveles socioeconómicos medios del alumnado asistente a los centros educativos, de acuerdo con los terciles de ESCSC antes descritos. Se trataría así de determinar si existen funciones de producción características de la adaptación de las estrategias didácticas al contexto socio-económico del alumnado. Sin embargo, la escasa variabilidad entre centros arrojaba valores de los modelos nulos que no permitían la aplicación de estimaciones multinivel.

Las estimaciones finalmente llevadas a cabo se han realizado empleado HLM 6.0 (Raudenbush *et al.*, 2004), que calcula los parámetros de las ecuaciones de un modelo jerárquico lineal mediante métodos iterativos que maximizan una función de máxima verosimilitud. En todos los modelos se ponderan las observaciones con las variables-peso, w_{fstuwt} para los estudiantes en el Nivel 1y w_{fshwt} en el Nivel 2 para los centros proporcionadas por PISA. El programa facilita el resultado promedio final de los estimadores poblacionales con los requisitos establecidos por la necesidad de emplear las ponderaciones y el número de replicaciones derivados de la metodología de muestreo empleada. Para evitar posibles problemas en los test de significatividad, se calculan los parámetros de las ecuaciones y sus respectivos errores estándares robustos a la heteroscedasticidad. En los epígrafes que siguen se exponen y analizan los resultados obtenidos.

4.5.1. Aplicación I

En el caso de la Aplicación I se llevará a cabo un conjunto de estimaciones que emplearán en el Nivel 1 un vector de componentes X_{ij} , que recoge tanto las características personales y familiares del sujeto i en el centro j , como los rasgos referidos a la experiencia individual de los estudiantes tanto del proceso de aprendizaje como del de enseñanza. En el Nivel 2 se empleará otro vector integrado por componentes Z_j . En el mismo se considerarán exclusivamente aquellos aspectos relacionados con los rasgos de los centros. Los estadísticos descriptivos de los *inputs* y su organización ya se han descrito y se encuentran recogidos en la Tabla 4.6.

La estrategia de estimación ha sido aditiva con varias etapas. En primer lugar, se ha obtenido el modelo nulo que tiene la función relevante ya descrita al exponer las características de los modelos jerárquicos lineales multinivel. Sus resultados se recogen en la Tabla 4.19. En el presente estudio, este modelo nulo pone de manifiesto que, como ya ha quedado descrito al revisar la literatura de este ámbito para ediciones anteriores de PISA, la varianza explicada por los centros educativos está habitualmente en el caso español en torno al 20%. En este caso particular las diferencias de rendimiento derivadas de las actuaciones de los colegios e institutos se situaría en el 19,65%. La cifra se obtiene mediante la expresión en porcentaje de la proporción entre la varianza de los centros educativos y la total.

Tabla 4.19: Modelo nulo. Estimación multinivel de la competencia matemática, Aplicación I.

DATOS DEL MODELO	COEFICIENTE	D.E.
Media general, γ_{00}	484,99 ^a	2,47
Varianza entre estudiantes, σ^2	6185,96	78,65
Varianza entre centros educativos, τ^2	1512,70	38,89
Varianza Total (estudiantes más centros educativos)	7698,66	
Coefficiente de Correlación Intraclase, CCI	0,1965	
<i>Deviance</i>	265528	
Parámetros	3	
^a significativo $p < 0,01$		

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

Con este dato es posible concluir que los resultados de los estudiantes están muy fuertemente vinculados a sus rasgos individuales, entre los cuales además de los habitualmente tratados podrían incluirse los enfoques adoptados durante los procesos de aprendizaje y la vivencia individual de las diferentes estrategias de enseñanza recibidas de sus docentes que se analizan en el presente trabajo. Aun así, esa cifra cercana al 20% de las diferencias de rendimiento derivadas de las actuaciones de los colegios e institutos justifica la posibilidad de llevar a cabo un análisis específico que emplee una estimación basada en un modelo lineal jerárquico multinivel que considere, también las variables referidas a la influencia de las características de los colegios e institutos en el grado de desarrollo de la competencia analizada.

Seguidamente, se ha pasado a considerar las variables del Nivel 1, correspondientes a las características individuales del alumnado y de su experiencia individual tanto de los procesos de aprendizaje como de los de enseñanza. En este caso se exponen varios modelos que incorporan sucesivamente los bloques de variables empleadas: el modelo 1 incluye las estrategias de aprendizaje, el modelo 2 la experiencia previa con el aprendizaje de las Matemáticas (con excepción de la

condición de repetidor), el modelo 3 los factores relacionados con la motivación individual y el modelo 4 el compromiso personal en el proceso de aprendizaje.

El modelo 5 se caracteriza porque añade también los rasgos personales y familiares: el género del estudiante, el máximo nivel educativo alcanzado por cualquiera de sus progenitores y la condición de inmigrante como ya se han definido, junto con todas las variables relacionadas con el proceso de aprendizaje, excepto nuevamente la circunstancia de haber repetido que sí se incluye en el modelo 6.

Finalmente, se estima el último modelo del Nivel 1, el número 7, que es, como todos los anteriores, un modelo conjuntamente significativo. Además, en este caso particular también lo son todos sus parámetros y es el punto de partida para el análisis de la influencia de los procesos de enseñanza y del resto de los rasgos vinculados a los centros que se abordan a continuación. Presenta la singularidad de haber eliminado las variables de motivación que presentan multicolinealidad por la ausencia de independencia respecto a otras variables del Nivel 1 al considerar también las del bloque de la experiencia individual del proceso de enseñanza, lo que hace inviables las estimaciones de los modelos en los que pudieran aparecer todas simultáneamente.

La motivación es una variable que podría resultar relevante y que es habitualmente omitida en los modelos de producción educativa por presentar los problemas que ilustran las estimaciones realizadas hasta el momento. En la Aplicación II, que se describe en el epígrafe siguiente, se ha ensayado una posible solución al problema en el sentido ya expuesto en el epígrafe anterior, manteniendo la consideración de la motivación instrumental, que es la que se muestra significativa, y pasando a considerar las variables referidas a la caracterización del proceso de aprendizaje en el Nivel 2, evaluando su caracterización a partir de la expresión media de las impresiones de todos los estudiantes asistentes al centro, lo que no deja de ser una solución de alcance limitado que ofrece una perspectiva complementaria del análisis del proceso productivo.

La fase siguiente ha consistido en la incorporación de las variables de Nivel 1 relacionadas con el proceso de enseñanza experimentado individualmente por los estudiantes y resultado de la adopción de decisiones explícitas en el aula por sus docentes de Matemáticas según las impresiones de los propios estudiantes. Para ello, el modelo 8 aporta variables relacionadas con las estrategias didácticas cognitivas y el 9 añade las metacognitivas. El modelo 10 considera también la experiencia individual de alumnos y alumnas sobre las habilidades para la gestión del grupo-aula y el grado de uso de los recursos materiales informáticos durante las clases de Matemáticas por parte del profesorado que le atiende. A continuación, se propone un modelo 11 que considera sólo las variables

estadísticamente significativas al menos a un 10% y es el punto de partida para la incorporación de las variables del Nivel 2 de esta Aplicación I.

El modelo 12 permite completar el análisis con las variables de dimensión y modalidad de gestión. Por su parte, el modelo 13 incorpora a los anteriores aspectos la evaluación del denominado *efecto compañeros*. Finalmente, en el modelo 14 se aplica la exigencia de una significatividad de al menos un diez por ciento por ciento de todas las variables en los dos niveles.

Las Tablas 4.20, 4.21 y 4.22 recogen los coeficientes estimados y sus desviaciones estándares para la Aplicación I, mientras que las tablas 4.23, 4.24, 4.25 y 4.26 muestran los de la Aplicación II. Cada modelo incorpora una fila, a la que se denomina *% Reducción CCI*, calculada para facilitar la evaluación de las diferencias entre el CCI del mismo y el del modelo nulo, obteniendo el porcentaje de reducción del CCI entre el modelo en cuestión y el mismo modelo nulo. Todas las estimaciones recogidas en estas tablas son significativas para cada modelo en su conjunto.

El análisis de los resultados obtenidos se inicia con el modelo 1, en el que es posible verificar que si se consideran únicamente las estrategias de aprendizaje tal y como han sido evaluadas en el estudio, la contribución de las de control y elaboración es positiva, mientras que la de memorización es negativa. No obstante su contribución a explicar la variación del coeficiente del CCI es sólo del 0,29% lo que pone de manifiesto su importancia relativa de acuerdo con la información obtenida con el instrumento empleado para su evaluación.

Todos estos resultados están en la línea de lo descrito por las comparaciones internacionales realizadas en relación con estas variables por estudios anteriores referidos a pasadas ediciones de PISA. Así, por ejemplo Chiu, Chow y McBride-Chang, 2007 *et al.*, 2007 sitúan ese impacto por debajo del 1% en la mayoría de los países estudiados en su comparación internacional y constatan el mismo signo que en el presente trabajo para los parámetros referidos a las estrategias de memorización y control. Sin embargo, en el caso de las estrategias de elaboración tanto su significatividad como variables explicativas como su signo son muy variables entre países y competencias y no existen resultados tan definitivos. Una razón habitualmente esgrimida para explicar estos resultados es la falta de idoneidad de los instrumentos empleados en los estudios internacionales, que no plasmarían adecuadamente aspectos muy complejos del proceso que son característicos de las estrategias de control y elaboración.

A continuación, la inclusión de las variables relacionadas con la experiencia acumulada por los estudiantes en relación con las Matemáticas Aplicadas (EXAPPLM) y Puras (EXPUREM) que se recogen en el modelo 2 constata que la aportación de las primeras es negativa, mientras que las segundas contribuyen de modo muy importante a la mejora del grado de desarrollo de la competen-

cia matemática, lo cual constituye un resultado relevante. Además, es necesario tener presente que, como se ha descrito a realizar la descripción de estas variables, los alumnos y alumnas que acuden a centros con bajo nivel socioeconómico medio tienen una exposición relativamente menor a este enfoque puro, lo que estaría repercutiendo sobre el grado de desarrollo de la competencia matemática que podría lograr si la exposición fuera mayor a lo largo de sus vidas académicas. La estrategia de control deja de ser significativa en esta estimación, mientras que se mantiene el signo y la significatividad del resto de las variables. El modelo reduce el CCI en un 7,99% respecto del modelo nulo.

El modelo 3 muestra la significatividad de los factores motivacionales que contribuirían positivamente al logro de resultados. El impacto de la motivación instrumental es superior al de la intencional. El signo y la significatividad del resto de las variables no se modifican. El CCI del modelo experimenta una reducción del 8,62% respecto del nulo.

Tabla 4.20: Estimadores multinivel competencia matemática Aplicación I. (Continúa).

VARIABLE	1		2		3		4		5	
	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.
γ_{00}	482,50 ^a	(2,94)	481,69 ^a	(4,17)	486,99 ^a	(5,19)	487,53 ^a	(5,20)	442,71 ^a	(7,11)
Nivel 1: RASGOS PERSONALES Y FAMILIARES.										
SEXO									-19,93 ^a	(2,95)
PARED									4,87 ^a	(0,46)
INMI									-54,16 ^a	(4,87)
Nivel 1: EXPERIENCIA INDIVIDUAL DEL PROCESO DE APRENDIZAJE.										
REPITE										
EXAPPLM			-9,45 ^a	(1,25)	-10,46 ^a	(1,69)	-10,51 ^a	(1,74)	-10,71 ^a	(1,73)
EXPUREM			24,65 ^a	(1,67)	26,29 ^a	(2,48)	25,93 ^a	(2,59)	23,47 ^a	(2,51)
CONTROL	5,10 ^b	(2,12)	1,41 ^d	(2,93)	-0,18 ^d	(3,89)	-0,74 ^d	(3,86)	-0,58 ^d	(3,55)
ELAB	13,15 ^a	(2,22)	13,19 ^a	(3,38)	9,58 ^b	(4,60)	9,28 ^b	(4,58)	8,64 ^b	(4,35)
MEMOR	-5,08 ^b	(2,20)	-7,42 ^a	(2,84)	-7,61 ^c	(3,95)	-7,99 ^b	(4,00)	-5,02 ^d	(3,69)
INSTMOT					18,50 ^a	(1,76)	17,83 ^a	(1,96)	16,13 ^a	(1,82)
MATINTFC					4,83 ^a	(1,71)	4,66 ^a	(1,73)	4,03 ^b	(1,69)
MATWKETH							3,22 ^d	(2,42)	4,15 ^c	(2,17)
MATBEH							-0,73 ^d	(1,99)	-2,12 ^d	(1,94)
ANÁLISIS DE LA VARIANZA.										
Varianza $r_{ij}(\sigma^2)$	6152,33		5761,81		5277,92		5270,63		4738,94	
Varianza $u_{0i}(\tau^2)$	1499,14		1271,58		1155,09		1153,02		848,82	
CCI	0,1959		0,1808		0,1796		0,1795		0,1519	
% Reducción CCI	0,29		7,99		8,62		8,65		22,69	
Deviance	265401		1722486		81626		81111		78511	
Parámetros	6		8		10		12		15	
^a significativo $p < 0,01$; ^b significativo $p < 0,05$; ^c significativo $p < 0,10$; ^d $p \geq 0,10$.										

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

Tabla 4.21: Estimadores multinivel competencia matemática Aplicación I. (Continúa).

VARIABLE	6		7		8		9	
	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.
γ_{00}	488,22 ^a	(7,47)	489,75 ^a	(4,41)	486,17 ^a	(6,99)	485,13 ^a	(6,83)
Nivel 1: RASGOS PERSONALES Y FAMILIARES.								
SEXO	-20,25 ^a	(2,66)	-21,58 ^a	(1,82)	-23,17 ^a	(2,58)	-20,70 ^a	(2,48)
PARED	3,07 ^a	(0,40)	2,64 ^a	(0,28)	2,41 ^a	(0,38)	2,19 ^a	(0,38)
INMI	-38,92 ^a	(4,54)	-28,13 ^a	(3,48)	-18,60 ^a	(4,78)	-18,73 ^a	(4,62)
Nivel 1: EXPERIENCIA INDIVIDUAL DEL PROCESO DE APRENDIZAJE.								
REPITE	-77,45 ^a	(3,35)	-82,83 ^a	(2,33)	-82,23 ^a	(3,19)	-76,82 ^a	(3,12)
EXAPPLM	-5,84 ^a	(1,64)	-5,07 ^a	(1,22)	-5,92 ^a	(1,84)	-3,12 ^a	(1,85)
EXPUREM	13,13 ^a	(2,37)	12,97 ^a	(1,59)	9,46 ^a	(1,91)	6,32 ^a	(1,79)
CONTROL	-2,28 ^d	(3,07)						
ELAB	9,64 ^b	(4,03)	11,77 ^a	(2,16)	11,77 ^a	(3,16)	13,44 ^a	(3,13)
MEMOR	-2,52 ^d	(3,47)						
INSTMOT	16,16 ^a	(1,57)						
MATINTFC	2,34 ^d	(1,54)						
MATWKETH	-1,92 ^d	(1,88)						
MATBEH	-0,99 ^d	(1,94)						
Nivel 1: EXPERIENCIA INDIVIDUAL DEL PROCESO DE ENSEÑANZA.								
OBJET					-5,05 ^c	(2,84)	-4,13 ^d	(2,69)
RESUMIR					-2,18 ^d	(2,51)	3,80 ^d	(2,58)
PCONTEXT					11,25 ^a	(2,85)	10,21 ^a	(2,84)
PPENSAR					-2,11 ^d	(2,79)	-1,36 ^d	(2,93)
DEBERES					8,40 ^b	(3,47)	8,22 ^c	(3,30)
DIVER					-18,46 ^a	(2,84)	-9,30 ^a	(3,03)
ERRORES					3,95 ^d	(2,84)	4,99 ^c	(2,86)
CREATIV							-3,41 ^d	(2,88)
GRUPOS							-20,21 ^a	(3,69)
PAPLIC							8,04 ^b	(3,19)
PLANIF							-25,43 ^a	(4,00)
PNOOBVIO							11,84 ^a	(2,65)
PROYEC							-14,99 ^a	(4,38)
USEMATH								
CLSMAN								
MATSUP								
ANÁLISIS DE LA VARIANZA.								
Varianza $r_{ij}(\sigma^2)$	3835,69		4183,35		4053,66		3830,38	
Varianza $u_{oi}(\tau^2)$	666,34		670,84		611,93		587,29	
CCI	0,1480		0,1382		0,1312		0,1329	
% Reducción CCI	24,67		29,67		33,25		32,34	
Deviance	76783		162907		78779,73		77510,36	
Parámetros	16		10		17		23	
^a significativo $p < 0,01$; ^b significativo $p < 0,05$; ^c significativo $p < 0,10$; ^d $p \geq 0,10$.								

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

Tabla 4.22: Estimadores multivinel competencia matemática Aplicación I. (Conclusión).

VARIABLE	10		11		12		13		14	
	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.
Y ₀₀	490,09 ^a	(7,45)	486,95 ^a	(6,84)	499,56 ^a	(8,59)	508,40 ^a	(8,43)	507,36 ^a	(7,85)
Nivel 1: RASGOS PERSONALES Y FAMILIARES.										
SEXO	-24,91 ^a	(2,55)	-23,61 ^a	(2,55)	-23,60 ^a	(2,51)	-23,79 ^a	(2,48)	-23,80 ^a	(2,49)
PARED	2,00 ^a	(0,39)	2,07 ^a	(0,39)	1,86 ^a	(0,38)	1,29 ^a	(0,38)	1,29 ^a	(0,38)
INMI	-16,90 ^a	(4,48)	-17,40 ^a	(4,55)	-16,88 ^a	(4,49)	-15,59 ^a	(4,31)	-15,54 ^a	(4,35)
Nivel 1: EXPERIENCIA INDIVIDUAL DEL PROCESO DE APRENDIZAJE.										
REPITE	-75,46 ^a	(3,24)	-75,63 ^a	(3,27)	-74,64 ^a	(3,23)	-73,79 ^a	(3,25)	-74,01 ^a	(3,27)
EXAPPLM	-3,04 ^d	(1,89)	-3,06 ^c	(1,89)	-3,04 ^d	(1,69)	-3,06 ^c	(1,85)	-3,06 ^c	(1,84)
EXPUREM	6,50 ^a	(1,88)	6,85 ^a	(1,98)	6,91 ^a	(1,95)	7,23 ^a	(1,93)	7,22 ^a	(1,94)
CONTROL										
ELAB	14,09 ^a	(3,31)	13,59 ^a	(3,25)	13,40 ^b	(3,23)	13,48 ^a	(3,19)	13,56 ^a	(3,19)
MEMOR										
INSTMOT										
MATINTFC										
MATWKETH										
MATBEH										
Nivel 1: EXPERIENCIA INDIVIDUAL DEL PROCESO DE ENSEÑANZA.										
OBJET	-4,83 ^c	(2,74)								
RESUMIR	4,25 ^d	(2,73)								
PCONTEXT	9,58 ^a	(3,05)	9,37 ^a	(2,86)	9,13 ^a	(2,85)	9,43 ^a	(2,80)	9,45 ^a	(2,79)
PPENSAR	-1,84 ^d	(3,01)								
DEBERES	8,09 ^b	(3,42)	7,68 ^b	(3,42)	8,35 ^b	(3,42)	8,45 ^b	(3,38)	8,33 ^b	(3,33)
DIVER	-10,08 ^a	(3,21)	-9,57 ^a	(3,27)	-9,60 ^a	(3,20)	-9,38 ^a	(3,20)	-9,31 ^a	(3,23)
ERRORES	2,25 ^d	(3,35)								
CREATIV	-3,82 ^d	(3,04)								
GRUPOS	-18,75 ^a	(3,75)	-18,21 ^a	(3,67)	-19,00 ^a	(3,58)	-17,98 ^a	(3,56)	-17,60 ^a	(3,63)
PAPLIC	6,87 ^b	(3,25)	6,79 ^b	(3,21)	6,70 ^b	(3,19)	6,54 ^b	(3,22)	6,51 ^b	(3,23)
PLANIF	-24,12 ^a	(3,92)	-24,31 ^a	(4,00)	-23,73 ^a	(3,80)	-23,41 ^a	(3,80)	-23,50 ^a	(3,83)
PNOOBVIO	13,38 ^a	(2,67)	11,37 ^a	(2,53)	11,21 ^a	(2,56)	10,80 ^a	(2,55)	10,86 ^a	(2,54)
PROYEC	-15,06 ^a	(4,65)	-15,72 ^a	(4,43)	-15,41 ^a	(4,41)	-15,27 ^a	(4,34)	-15,36 ^a	(4,33)
USEMATH	-6,27 ^a	(1,34)	-6,31 ^a	(1,31)	-6,29 ^a	(1,31)	-6,39 ^a	(1,28)	-6,38 ^a	(1,28)
CLSMAN	-0,44 ^d	(1,34)								
MATSUP	2,65 ^d	(1,65)	2,44 ^c	(1,42)	2,41 ^c	(1,43)	2,41 ^c	(1,46)	2,41 ^c	(1,46)
NIVEL 2: RASGOS CENTRO EDUCATIVO.										
SMRATIO					0,05 ^c	(0,03)	0,03 ^d	(0,02)		
TAMAÑOC					-3,08 ^d	(2,14)	-5,27 ^a	(2,00)	-4,22 ^b	(1,96)
TIPOC					-18,78 ^a	(4,20)	-6,12 ^d	(4,68)		
ESCSC							26,25 ^a	(4,47)	29,43 ^a	(3,82)
ANÁLISIS DE LA VARIANZA.										
Varianza r_{ij} (σ^2)	3754,18		3772,56		3768,32		3763,66		3763,57	
Varianza u_{oi} (τ^2)	623,27		654,49		577,64		467,82		477,85	
CCI	0,1424		0,1478		0,1329		0,1106		0,1127	
% Reducción CCI	27,54		24,76		32,36		43,73		42,66	
Deviance	72440		73415		73351		73254		73262	
Parámetros	26		20		23		24		22	
^a significativo $p < 0,01$; ^b significativo $p < 0,05$; ^c significativo $p < 0,10$; ^d $p \geq 0,10$.										

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

Por su parte, el modelo 4 pone de manifiesto la falta de significatividad de los estimadores de las variables relacionadas con la ética del trabajo percibida por el sujeto en relación a su dedicación a las Matemáticas (MATINTFC) o el hecho de llevar a cabo actividades extraescolares relacionadas con las Matemáticas (MATBEH). Estas variables mantienen prácticamente inalterado el CCI calculado y no aportan información adicional sobre el grado de rendimiento del alumnado.

El modelo 5 incluye los rasgos personales y familiares de los alumnos y alumnas. El hecho de ser chica está vinculado a un menor rendimiento en Matemáticas, lo cual es coherente con los resultados obtenidos por los estudios sobre todas las ediciones de PISA para el caso de la competencia matemática en España; el capítulo siguiente se dedicará a profundizar en esta dimensión del problema. Por otra parte, cada año de nivel educativo de los padres, de acuerdo con lo recogido en PARED, resulta muy relevante para explicar el mejor rendimiento de sus descendientes en esta competencia. Es necesario recordar que esta variable puede alcanzar hasta el valor 16,5 (correspondiente al número de años estimados para el caso del mayor nivel formativo posible); este resultado está también en línea con lo descrito por diferentes estudios ya mencionados.

Finalmente, como ya ha recogido muy repetidamente la literatura y se ha descrito en su revisión, la variable que recoge la condición de inmigrante de los estudiantes presenta un parámetro claramente negativo y muy elevado en relación a los restantes. Además, con la inclusión de estas variables deja de ser significativa la estrategia de memorización (MEMOR) mientras que la variable que evalúa el grado de compromiso con el estudio percibido por el propio estudiante pasa a serlo al 90%. El resto de las variables permanecen inalteradas. El CCI obtenido se reduce en el 22,69% y pone de manifiesto la relevancia de las variables consideradas y el vínculo entre los resultados académicos de los estudiantes y aspectos que podrían estar especialmente vinculados con las condiciones de equidad del sistema social y su gestión tanto por las instituciones educativas como por las restantes.

La consideración de la condición de repetidor incluida en el modelo 6 resulta ser otro factor clave ya abundantemente analizado en otros estudios referidos al analizar el estado de la cuestión en el Capítulo 3. Se trata, con diferencia, de la variable más relevante y constituye uno de los núcleos del problema para el desarrollo de la competencia en el sistema educativo español. Resulta especialmente grave si se considera que en torno a un tercio de los encuestados han atravesado por esta circunstancia en primaria o secundaria. Con su incorporación dejan de ser significativas MATINTFC (la variable que evalúa la motivación intencional vinculada a aquellos que tienen presente la continuidad de su itinerario formativo académico y profesional al abordar el estudio de las Matemáticas), así como MATWKETH (introducida para analizar la percepción subjetiva del esfuerzo personal durante el proceso de aprendizaje). El resto de las variables no ven alterado su sig-

no pero sí el valor absoluto de sus parámetros. El modelo permite una reducción del CCI del 24,67% respecto del modelo nulo.

El modelo 7 elimina las variables no significativas, así como INSTMOT que presenta los referidos problemas de posible falta de independencia respecto de otras del Nivel 1 como ha sido definido en la Aplicación I. Su rasgo esencial es que con esa omisión se incrementa en cinco puntos el valor absoluto del parámetro vinculado a la repetición de curso y se reduce en casi once el de la condición de inmigrante, poniendo de manifiesto la existencia de relaciones entre todas estas variables que han de ser consideradas en el análisis del problema; la Aplicación II ofrece una propuesta en este sentido. Por otra parte, hay que resaltar que no se modifica el signo de ningún parámetro en relación a las estimaciones anteriores y que el CCI se reduce un 29,67% respecto del nulo.

Respecto a los valores de los modelos 8 y 9, su estudio permite un primer análisis para profundizar en el papel que la experiencia de los sujetos sobre diferentes recursos didácticos que caracterizan técnicamente el proceso de producción de servicios educativos en el caso de las Matemáticas. Si se toma como referencia el modelo 9, que incorpora las estrategias didácticas cognitivas junto a las metacognitivas, es destacable el papel positivo de la resolución de problemas en diferentes contextos de modo que los estudiantes puedan saber si han comprendido los conceptos (PCONTEXT) que es, por otra parte una práctica frecuente o muy frecuente que experimentan el 63% de los alumnos y alumnas. También contribuye a la mejora del desarrollo de la competencia la resolución de problemas con solución no obvia (PNOOBVIO), que cuenta con una presencia menor en las aulas.

Además, son significativas y contribuyen positivamente al desarrollo de la competencia actividades como la resolución de problemas para aplicar lo aprendido durante las clases (PAPLIC) la corrección sistemática de los errores del estudiante por el profesorado (ERRORES) y el encargo de resolver deberes en casa y su corrección en clase antes de los exámenes (DEBERES).

Estos resultados confirman el impacto positivo de la combinación de resolución de problemas y realización de tareas en casa para mejorar el rendimiento escolar constatada en diferentes trabajos (por ejemplo, Eren y Henderson, 2008; Van Klaveren y De Witte, 2010) y la relevancia que la retroalimentación expresa sobre los errores tiene durante el proceso educativo (Muijs *et al.*, 2014).

Entre las estrategias didácticas negativamente relacionadas con el rendimiento en Matemáticas, una primera que es necesario destacar es la que corresponde al trabajo en pequeños grupos (GRUPOS) ya constatada por algunas investigaciones pioneras que consideraron aspectos parciales de los procesos de enseñanza-aprendizaje al estimar funciones de producción educativa (Murnane y Phillips, 1981; Goldhaber y Brewer, 1997) en el caso norteamericano y que se verifican aquí tam-

bién para España. Además, presentan también parámetros negativos, las variables que evalúan el protagonismo del estudiante en la determinación de la planificación de las actividades (PLANIF) y la experiencia individual en clases organizadas en proyectos (PROYEC).

Todos estos resultados vienen a cuestionar las prácticas didácticas aparentemente más innovadoras y requieren un estudio en mayor profundidad para determinar si existe alguna relación entre el uso de estas metodologías y el contexto educativo, ya que pudiera estar ocurriendo que las mismas se aplicaran de modo inadecuado por los docentes o en contextos sociales y/o culturales especialmente desfavorecidos. En el Capítulo 6 se analizará esta posibilidad.

En cualquier caso, también puede estar constatándose un resultado que vendría a plantear la necesidad de estudiar la idoneidad de estos enfoques para el logro de la competencia que se analiza tal y como se evalúa en PISA. Además, el hecho de que en los tres casos sólo en torno a un quinto de los estudiantes manifiesten haber experimentado su presencia en las aulas sugiere también la necesidad de determinar en qué medida la introducción de estas innovaciones deba ser sometida a supervisión más estrecha. La Aplicación II abordará el estudio de estas variables estableciendo un instrumento para determinar centros educativos en los que se concentren estas prácticas que por sus propias características están vinculadas a enfoques que requieren una perspectiva de desarrollo profesional del docente no como agente individual del aula sino como miembro de un equipo educativo que de modo organizado aplica una serie de medidas para la gestión integral del currículo, en coherencia también con un proyecto de educativo que vincule a todo el centro y a su equipo directivo. Al comentar sus resultados se realiza una consideración conjunta de los resultados obtenidos en ambos casos.

Otra variable que requiere atención especial es DIVER que evalúa la atención del alumnado al que se le entregan actividades diferenciadas respecto de los demás del grupo. Como se ha indicado en la descripción de las variables, intenta analizar el tratamiento dado al alumnado con necesidad específica de apoyo educativo derivada de su retraso académico, de sus características físicas, psicológicas y sociales o de su sobredotación intelectual. Su clara significatividad y su signo negativo ponen de manifiesto que la organización y aplicación de estas actividades está únicamente dirigida, en la mayor parte de los casos, al desarrollo de los niveles más elementales de la competencia en grupos relevantes de escolares, de modo que puede estar centrada en la atención a los alumnos y alumnas con retrasos preexistentes en la misma. No obstante pueden revelar también una falta de atención a cualquiera de los necesitados de esta consideración, incluyendo los que presentan sobredotación intelectual.

Por otra parte, el modelo 9 revela que no resultan significativas para explicar las variaciones en el grado de desarrollo de la competencia matemática prácticas muy frecuentes como el hecho de que el profesorado determine expresamente los objetivos perseguidos (OBJET) o la propuesta de problemas que requieren tiempo prolongado para su reflexión (PPENSAR). Tampoco lo son otras menos habituales pero utilizadas según los alumnos en porcentajes de sus clases inferiores al 50% pero cercanos a esa cifra, como iniciar cada clase resumiendo lo anterior (RESUMIR) o permitir al alumnado habitualmente que proponga soluciones creativas y propias a los problemas planteados (CREATIV). Este modelo reduce el Coeficiente de Correlación Intraclase en un 32,34% respecto del nulo.

En el modelo 10 se han incluido las variables relacionadas con el grado de uso de los recursos informáticos durante las clases de Matemáticas y las habilidades de los docentes en la gestión de aula de acuerdo con lo experimentado individualmente por los estudiantes durante el proceso de enseñanza-aprendizaje. De las tres nuevas variables sólo resulta significativa con signo negativo el grado de uso de las TIC en las clases de Matemáticas lo que pone de manifiesto la necesidad de evaluar el papel del uso de los recursos informáticos y la modalidad de su inclusión para el tratamiento de la competencia. Estos resultados están en la línea de los ya descritos para el alumnado español por San Martín *et al.* (2011) para la competencia lectora y por Marcenaro y López-Agudo (2015) para la matemática. Resultados similares han sido establecidos por Falck, Mang y Woewssmann (2015) con datos TIMSS correspondientes a una edad equivalente a 2º de ESO en España, de acuerdo con los cuales el empleo de los recursos informáticos durante las clases de Matemáticas para desarrollar habilidades y procedimientos prácticos implicaría una reducción en el rendimiento del alumnado. Finalmente, también se corresponden con el estudio elaborado por PISA para analizar específicamente las conexiones entre rendimiento en Matemáticas y grado de uso del ordenador durante las clases (OECD, 2015) o con los resultados de Mediavilla y Escardíbul (2015) para los estudiantes que han resuelto los cuestionarios PISA 2012 por ordenador.

Todos estos datos ponen de manifiesto la importancia del tipo de uso dado a la dotación física de recursos informáticos como variable clave para el análisis de este problema. El aspecto esencial en relación con el mismo es que su empleo en los términos en los que se produce en el momento en el que se realiza el estudio puede estar suponiendo un coste de oportunidad al impedir la aplicación de otras estrategias didácticas de eficacia acreditada. No obstante, un análisis completo requiere considerar también posibles impactos positivos sobre otras competencias que no sean estrictamente la matemática y que pudieran resultar de interés.

El resto de las variables presenta pocos cambios: OBJET pasa a ser significativa al 10% y a presentar un leve impacto negativo, DEBERES logra significatividad al 5% y ERRORES deja de ser significativa. Además, hay destacar que en el Nivel 1 EXAPPLM deja de ser significativa. Por otra parte, el modelo da lugar a una reducción del 27,54% en el CCI si se compara con el nulo.

Dada la escasa literatura que considere este tipo de variables desde la perspectiva de la producción educativa, es necesario constatar también, que el trabajo de Méndez (2015) ya descrito, aunque no se refiere a España exclusivamente, arrojaría resultados parcialmente contradictorios con los obtenidos en el presente. Así, mientras que el signo de los parámetros correspondientes a DIVER y PROYEC se vería ratificado, los resultados correspondientes a USEMATH y GRUPOS serían de signo contrario.

El alcance de la contradicción es limitado en varios sentidos. En primer lugar, el estudio de Méndez se refiere al conjunto de los ocho países que participan en la muestra conjunta TALIS-PISA y no diferencia separadamente los casos nacionales. España en particular presenta valores relativamente menores que los del resto de los siete países considerados en las prácticas más innovadoras analizadas lo que sugeriría la necesidad de un estudio diferenciado como el presente con el fin de precisar el papel de estas variables. Además, según se ha relatado más arriba, se emplea una metodología distinta y se consideran conjuntamente datos de países con rasgos académicos, institucionales y socioculturales muy dispares. Por último, habría que recordar que aquella muestra presenta singularidades derivadas de que son los profesores y profesoras quienes describen sus propias prácticas didácticas y eligen los grupos-clase tomados como referencia para realizar sus manifestaciones sobre ellas, que no tienen porqué corresponder a los alumnos y alumnas encuestados en PISA 2012 para los cuales el único nexo de conexión es el centro educativo de referencia de docentes y discentes. Todo ello da lugar a que el autor asuma supuestos distintos a los del presente trabajo al llevar a cabo la especificación de la función de producción educativa que limitan la comparabilidad de ambos estudios.

Volviendo al análisis de las estimaciones llevadas a cabo en el presente trabajo de investigación, el modelo 11 ha aplicado un principio de parsimonia eliminando las variables no significativas al menos al 10% y constituye el punto de partida para la introducción de las variables del nivel siguiente. Esta alteración ha dado lugar a que EXAPPLM y MATSUP sean significativas al 10%, la primera con un ligero efecto negativo sobre el rendimiento en la línea de lo ya descrito y la segunda como descriptiva de un posible leve impacto positivo del apoyo percibido del docente para incrementar el rendimiento. Los modelos 10 y 11 reflejan un empeoramiento del valor del parámetro SEXO que refleja un menor rendimiento de las chicas con esta especificación. Esta propuesta supone una reducción del 24,76% en el CCI.

En cuanto a la inclusión de las variables relacionadas con los rasgos del centro educativo que se incorporan en el Nivel 2 de esta Aplicación I, el modelo 12 supone la incorporación de todas las del mismo con excepción de ESCSC y presenta una reducción del CCI del 32,36%. El análisis del mismo revela que una primera consecuencia, es que en el Nivel 1 sólo se modifica EXAPPLM que vuelve a dejar de ser significativo, poniendo de manifiesto que las conclusiones que se extraigan en relación con esa variable deben ser cuidadosas. Por lo que se refiere a las variables del Nivel 2 la única relevante con este planteamiento sería el tipo de centro, de modo que el hecho de acudir a un Instituto público explicaría un menor rendimiento en Matemáticas de casi 19 puntos en la escala PISA; el siguiente modelo permitirá matizar este resultado.

La importancia de la ratio alumnos atendidos por profesor sería muy escasa, aunque su valor más alto contribuiría positiva y muy ligeramente al rendimiento, ratificando lo constatado en este sentido por diferentes investigaciones según las cuales la reducción de ratio no garantiza la mejora del rendimiento escolar, dentro de los márgenes de escasa variabilidad en los que se mueve el sistema educativo español por las restricciones regulatorias ya mencionadas.

La explicación habitual de este resultado se refiere a que un posible efecto *compañeros* positivo derivado de la interacción de alumnos y alumnas con mejores capacidades, entre ellos y con otros de menores habilidades, sería más probable en grupos mayores y más heterogéneos en el contexto de ciertos ratios docente-alumnado habituales en los países más desarrollados (Woessmann, 2003). En el caso español esta explicación es especialmente plausible si se considera que se ha constatado en la descripción de los datos recogidos en la Tabla 4.16 que en el sistema educativo nacional los mayores ratios se dan entre alumnado de centros de nivel socioeconómico superior y con rendimiento más alto.

Por otra parte, otros estudios, que han entrado en intentar determinar una dimensión óptima del aula considerando números determinados de alumnos, han logrado resultados similares o parámetros prácticamente nulos. Por ejemplo, García-Pérez, Hidalgo-Hidalgo y Robles-Zurita (2014), en su investigación sobre el grado de desarrollo de la competencia matemática y los factores relacionados con la repetición de curso y para datos PISA 2009, consideran una variable que diferencia entre aulas de 21 o de más de veintiún estudiantes y encuentran que la misma es significativa y presenta un parámetro negativo y muy cercano a cero en un sentido similar a lo detectado aquí. No obstante, en el caso que nos ocupa, esta variable deja de ser significativa en el modelo final que se describe seguidamente.

El modelo 13 completa la inclusión de todas las variables del Nivel 2 con la inclusión de ESCENT que evalúa el ya referido efecto *peer*. En el Nivel 1 EXAPPLM recupera significatividad

al 10% y mantiene su ligera repercusión negativa sobre el rendimiento con las implicaciones ya descritas; las demás variables no alteran signo ni significatividad ni presentan cambios importantes en la cuantía de sus parámetros. Sin embargo si se modifican las correspondientes al Nivel 2 en tres sentidos ilustrativos.

En primer lugar, el impacto del nivel socioeconómico medio de los asistentes al centro presenta un elevado valor del parámetro y un signo positivo que sugiere diferencias importantes entre centros derivadas del nivel social de su alumnado, lo que coincide con las investigaciones ya realizadas en anteriores ediciones PISA para el caso español. En segundo lugar, esas diferencias de rendimiento son independientes de la titularidad del centro ya que TIPOC deja de ser estadísticamente significativa, lo que podría estar revelando que las diferencias organizativas derivadas de la gestión empresarial y los modelos de actuación de los centros privados y privados-concertados o la especificidad de sus proyectos educativos no contribuyen a explicar las diferencias en el rendimiento en Matemáticas de los estudiantes que asisten a los mismos.

Además, este dato debe ser interpretado a la luz de la descripción por terciles de nivel socioeconómico de los centros educativos que se ha llevado a cabo, de acuerdo con la cual dos tercios de los asistentes a centros privados y privados-concertados tienen nivel socioeconómico situado en el tercer tercil de la distribución de ESCSC. Tampoco es estadísticamente significativa SMRATIO, ya comentada más arriba.

Finalmente, sí resulta significativo el tamaño del centro como ha sido definido en este trabajo de investigación (TAMAÑOOC). En particular, la repercusión de su escala medida por el número de alumnos matriculados es significativa al 5% y presenta un impacto negativo sobre el rendimiento del alumnado en Matemáticas que debe ser evaluado considerando que la variable es multinomial y describe 4 niveles en el tamaño de institutos y colegios.

Este resultado sugiere la necesidad de llevar a cabo estudios adicionales referidos las demás competencias y a la existencia de una posible dimensión óptima de los centros educativos que pudiera estar vinculada a la mejora de la gestión del proceso de producción educativa por razones derivadas de la organización y la coordinación de los equipos educativos y directivos de los centros. No obstante, es necesario tener presente también que los centros mayores corresponden a alumnado de mayor nivel socioeconómico medio y mejor rendimiento de acuerdo con lo descrito en la Tabla 4.16. El modelo 13 supone una reducción del 43,73% en el CCI respecto del modelo nulo.

En último lugar se propone el modelo 14 que ha eliminado las variables no significativas al menos a un 10% sin que se produzcan cambios relevantes respecto del anterior, y que será el térmi-

no de comparación que se empelará con la Aplicación II al redactar las conclusiones del capítulo. Su estimación supone una reducción en el CCI del 42,66% en relación con el modelo nulo.

La expresión final del modelo de la Aplicación I, que recoge lo descrito en las ecuaciones [4.8], [4.9] y [4.10], es la siguiente:

- Modelo del Nivel 1:

$$M_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j} \text{SEXO} + \beta_{2j} \text{PARED} + \beta_{3j} \text{INMI} + \beta_{4j} \text{REPITE} + \beta_{5j} \text{EXAPPLM} + \\ + \beta_{6j} \text{EXPUREM} + \beta_{7j} \text{ELAB} + \beta_{8j} \text{PCONTEXT} + \beta_{9j} \text{DEBERES} + \beta_{10j} \text{DIVER} + \\ + \beta_{11j} \text{GRUPOS} + \beta_{12j} \text{PAPLIC} + \beta_{13j} \text{PLANIF} + \\ + \beta_{14j} \text{PNOOBVIO} + \beta_{15j} \text{PROYEC} + \beta_{16j} \text{USEMATH} + \beta_{17j} \text{MATSUP} + r_{ij}$$

- Modelo de Nivel 2:

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01} \text{ESCENT} + \gamma_{02} \text{TAMAÑOC} + u_{0j}$$

$\beta_{1j} = \gamma_{10}$	$\beta_{7j} = \gamma_{70}$	$\beta_{13j} = \gamma_{130}$
$\beta_{2j} = \gamma_{20}$	$\beta_{8j} = \gamma_{80}$	$\beta_{14j} = \gamma_{140}$
$\beta_{3j} = \gamma_{30}$	$\beta_{9j} = \gamma_{90}$	$\beta_{15j} = \gamma_{150}$
$\beta_{4j} = \gamma_{40}$	$\beta_{10j} = \gamma_{100}$	$\beta_{16j} = \gamma_{160}$
$\beta_{5j} = \gamma_{50}$	$\beta_{11j} = \gamma_{110}$	$\beta_{17j} = \gamma_{170}$
$\beta_{6j} = \gamma_{60}$	$\beta_{12j} = \gamma_{120}$	

[4.34]

4.5.2. Aplicación II

El rasgo esencial de este grupo de estimaciones se deriva del tratamiento dado a las variables vinculadas al proceso de enseñanza. Como se describió en el apartado anterior, se ha procedido a su transformación para verificar, a partir de variables novedosas aportadas por PISA en la edición de 2012, si es viable el establecimiento de patrones técnicos de conducta que permitan caracterizar el ejercicio profesional de los equipos educativos y directivos de colegios e institutos. El objetivo último ha sido contribuir a explicar así la posible existencia de disparidades en el rendimiento del alumnado no producidas exclusivamente como consecuencia de sus rasgos individuales y de su experiencia de aula, que es lo esencialmente descrito en la Aplicación I, sino como resultado de modelos organizativos y pedagógicos que pudieran ser singularmente eficientes o ineficientes e implementados en las instituciones educativas.

Los *outputs* empleados han sido los mismos de la Aplicación I mientras que los *inputs* son los que aparecen en la Tabla 4.7 que ya ha sido descrita. El proceso de estimación se ha iniciado nuevamente con la obtención del modelo nulo que se recoge en la Tabla 4.23. El valor del Coeficiente

de Correlación Intraclase se sitúa en un 19,60%, con un valor muy próximo al de la Aplicación I y que justifica nuevamente la viabilidad del enfoque metodológico adoptado.

Tabla 4.23: Modelo nulo. Estimación multinivel de la competencia matemática. Aplicación II.

DATOS DEL MODELO	COEFICIENTE	D.E.
Media general, γ_{00}	485,10 ^a	2,48
Varianza entre estudiantes, σ^2	6180,89	78,62
Varianza entre centros educativos, τ^2	1506,94	38,20
Varianza Total (estudiantes más centros educativos)	7687,83	
Coefficiente de Correlación Intraclase, CCI	0,1960	
<i>Deviance</i>	264054	
Parámetros	3	
^a significativo $p < 0,01$		

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

Seguidamente, se han estimado en el Nivel 1 los rasgos personales y familiares y las variables asociadas a la experiencia individual del proceso de aprendizaje, omitiendo en consecuencia las referidas a la experiencia personal del proceso de enseñanza que si se emplearon en la Aplicación I. Adicionalmente, en el Nivel 2 se han incluido sucesivamente dos bloques de variables. En primer lugar los valores medios, centro a centro, de las impresiones manifestadas por los estudiantes de los mismos sobre las prácticas habituales de los docentes en sus clases. Finalmente, también en el mismo Nivel 2, las que evaluarán otros rasgos complementarios del centro educativo.

Por tanto, a continuación se exponen varios modelos que incorporan sucesivamente los bloques de variables empleadas: el modelo 1 incluye la consideración de las estrategias de aprendizaje, el modelo 2 la experiencia académica con el aprendizaje de las Matemáticas, el modelo 3 los factores relacionados con la motivación individual y el modelo 4 el compromiso personal en el proceso de aprendizaje. Continuando con la estrategia aditiva, el modelo número 5 se caracteriza porque añade también los rasgos personales y familiares: el género del estudiante, el máximo nivel educativo alcanzado por cualquiera de sus progenitores y la condición de inmigrante, junto con todas las variables relacionadas con el proceso de aprendizaje, excepto la circunstancia de haber repetido. En ningún caso se incluyen variables referidas a proceso de enseñanza que se reservan para el Nivel 2. El modelo 6 tiene en cuenta la circunstancia de haber repetido curso en primaria o secundaria. Finalmente, se estima como último modelo del Nivel 1 el número 7 con todos sus parámetros estadísticamente significativos. También es el punto de partida para el análisis de la influencia de los procesos de enseñanza y del resto de los rasgos vinculados a los centros que se abordarán a continuación.

La fase siguiente ha consistido en la incorporación de las variables de Nivel 2, comenzando por las que describirían las dimensiones tecnológicas básicas del proceso de enseñanza dirigido los docentes a partir de la información disponible. Para ello, el modelo 8 aporta variables relacionadas con las estrategias didácticas cognitivas y el modelo 9 las metacognitivas, mientras que el modelo 10 considera también las habilidades para la gestión del grupo-aula y el grado de uso de los recursos materiales informáticos durante las clases de Matemáticas. Una adecuada interpretación de los resultados requiere subrayar que en este caso se incluyen comportamientos más frecuentes de los equipos de profesores en los centros empleando como *proxy* las manifestaciones de todos los estudiantes del centro en relación con la dimensión analizada. A continuación, se propone un modelo 11 que permite completar el análisis con las variables de dimensión y modalidad de gestión. Por su parte, el número 12 incorpora a los anteriores aspectos la evaluación del denominado efecto *compañeros*. Finalmente, los modelos 13 y 14 son el resultado de la aplicación del principio de parsimonia para mostrar versiones sencillas pero relevantes del análisis realizado. Con ese fin se emplea la exigencia de una significatividad de, respectivamente, al menos un diez y un cinco por ciento de todas las variables en los dos niveles.

Las Tablas 4.24, 4.25 y 4.26 recogen los parámetros estimados y sus desviaciones estándares. Todos ellos son globalmente significativos, incluyendo aquellos en que parte de sus parámetros no lo son. Entrando en el análisis de los resultados, aunque se producen ligeras variaciones en el valor de los estimadores, es posible constatar que los modelos 1 a 6 mantienen la significatividad y el signo de las relaciones ya descritas en la Aplicación I. En el caso de la sexta propuesta su estimación supone una reducción del 24,04% en el CCI del modelo nulo. El modelo 7 recoge sólo las variables significativas al 1%, entre las que se encuentra INSTMOT, que evalúa la motivación instrumental con lo que el enfoque de la Aplicación II si permite postular modelos coherentes y significativos en los niveles posteriores. Da lugar a una reducción en del 24,92% en el CCI. Este resultado es consecuencia de considerar como variables explicativas de la experiencia del sujeto sólo sus rasgos individuales y su vivencia del proceso de aprendizaje, analizando el ámbito de la enseñanza como práctica media caracterizadora de cada centro educativo en el sentido ya descrito al proponer la Aplicación II.

El estudio del segundo nivel se inicia con los modelos 8, 9 y 10, que incorporan sucesivamente las estrategias didácticas cognitivas y metacognitivas, así como el grado de uso de los recursos y el nivel de gestión de los grupos más habituales en todos y cada uno de los centros. Los datos obtenidos son coherentes con el hecho de que al emplear como *inputs* los valores medios de las prácticas más frecuentes en los institutos y colegios, no resultan relevantes para explicar diferencias en el grado de desarrollo aquellas que son muy frecuentes y estarían masivamente implantadas en todos

los centros, según se ha descrito al analizar los estadísticos recogidos en la Tabla 4.7, pero también de modo uniforme de modo que su tratamiento sería muy similar en la mayor parte de los institutos y colegios. En un sentido complementario, si permite detectar disparidades en el grado de desarrollo de la competencia matemática derivadas del papel que esa concentración diferenciada de procedimientos y estrategias didácticas singulares puede tener por encontrarse de modo muy localizado en algunos centros y ausentes o poco presentes por término medio en los restantes.

Así si se observa el modelo 10, que ya recoge la totalidad de las variables referidas, presentarían un coeficiente positivo PNOBVIOC, PAPLICC y PROYECC, mientras que USEMATHC produciría un impacto negativo. El hecho más relevante en este nivel se produce con la variable PROYECC que altera su signo respecto de los modelos de la Aplicación I, sugiriendo que mientras que la aplicación por un docente aislado de metodologías basadas en proyectos tendrían un efecto negativo en el rendimiento el alumnado, la organización mayoritaria y coordinada en este sentido por parte de los docentes en un centro determinado (presente por otra parte sólo en un 1% del total), tiene un impacto positivo y muy relevante en el rendimiento académico. El resultado es completamente coherente con el enfoque didáctico propio de la metodología basada en proyectos y en una gestión integrada del currículo organizada en torno a un proyecto educativo y requiere un comentario separado.

Por otra parte, es necesario recordar que el análisis realizado en la Aplicación I ha puesto de manifiesto como las variables PLANIF, PROYEC o GRUPOS, todas vinculadas a la aplicación de enfoques que pretenden el desarrollo de habilidades metacognitivas desde la perspectiva del SRL o aprendizaje autorregulado, presentan parámetros negativos. Este hecho requiere un comentario diferenciado. En este sentido, como ya se ha descrito, este enfoque del análisis de los procesos de enseñanza-aprendizaje ha cobrado gran relevancia en el contexto social de la globalización, la sociedad de la información y el desarrollo de las TIC. Es necesario tener presente que está vinculado a versiones de las teorías constructivistas del aprendizaje que asumen la premisa de que los alumnos y alumnas deberían ser capaces de desarrollar responsabilidades en su propio aprendizaje y jugar un papel activo en el proceso educativo colaborando activamente en la planificación, organización, gestión y autoevaluación del mismo en colaboración con su profesor o profesora.

La idea que subyace en el planteamiento es que la democratización del acceso a la información derivada de la existencia de nuevas tecnologías ha modificado el rol de los docentes en los procesos de enseñanza-aprendizaje, desde el de gestores de la información transmisible académicamente según lo socialmente relevante determinado por el currículo oficial, al de asesores técnicos durante un proceso educativo ahora protagonizado por los estudiantes. Por tanto, se considera que el empleo de estas metodologías debe facilitar nuevas modalidades de gestión del proceso de pro-

ducción educativa que, además, estarían vinculadas al desarrollo de capacidades cognitivas y metacognitivas superiores.

Sin embargo la verificación mediante investigaciones empíricas de los procedimientos más adecuados para lograr la consecución de desarrollos relevantes de las habilidades metacognitivas en el sentido descrito por las Teorías del Aprendizaje Autorregulado aún no ha sido adecuadamente contrastada a gran escala y deben ser considerados con prudencia. Así, las revisiones exhaustivas de la literatura sobre investigaciones en este ámbito (Dignath y Buettner, 2008 o Hattie, 2009), resaltan que los trabajos empíricos llevados a cabo se refieren mayoritariamente a programas específicamente diseñados para que grupos de alumnos determinados logren mejorar sus niveles de aprendizaje autorregulado e implementados por grupos reducidos de docentes o bajo la supervisión de investigadores universitarios. En estos casos, y restringidos a estas metodologías, sí serían muy eficaces para mejorar el rendimiento escolar tanto en primaria como en secundaria.

Tabla 4.24: Estimadores multinivel competencia matemática Aplicación II (Continúa).

VARIABLE	1		2		3		4		5	
	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.
γ_{00}	482,47 ^a	(2,95)	481,66 ^a	(4,19)	487,06 ^a	(5,20)	487,58 ^a	(5,22)	442,95 ^a	(7,15)
Nivel 1: RASGOS PERSONALES Y FAMILIARES.										
SEXO									-19,62 ^a	(2,96)
PARED									4,84 ^a	(0,46)
INMI									-54,23 ^a	(4,87)
Nivel 1: EXPERIENCIA INDIVIDUAL DEL PROCESO DE APRENDIZAJE.										
REPITE										
EXAPPLM			-9,42 ^a	(1,26)	-10,47 ^a	(1,70)	-10,54 ^a	(1,75)	-10,75 ^a	(1,74)
EXPUREM			24,62 ^a	(1,68)	26,37 ^a	(2,50)	26,01 ^a	(2,61)	23,61 ^a	(2,53)
CONTROL	5,24 ^b	(2,13)	1,55 ^d	(2,92)	-0,27 ^d	(3,91)	-0,82 ^d	(3,88)	-0,73 ^d	(3,56)
ELAB	13,31 ^a	(2,23)	13,32 ^a	(3,40)	9,75 ^b	(4,62)	9,45 ^b	(4,59)	8,79 ^b	(4,36)
MEMOR	-4,91 ^b	(2,20)	-7,22 ^b	(2,84)	-7,63 ^c	(3,96)	-7,95 ^b	(4,02)	-5,09 ^d	(3,70)
INSTMOT					18,55 ^a	(1,76)	17,86 ^a	(1,97)	16,21 ^a	(1,82)
MATINTFC					4,78 ^a	(1,72)	4,59 ^a	(1,74)	3,96 ^b	(1,70)
MATWKETH							3,23 ^d	(2,44)	4,11 ^c	(2,18)
MATBEH							-0,60 ^d	(2,00)	-1,99 ^d	(1,95)
ANÁLISIS DE LA VARIANZA.										
Varianza r_{ij} (σ^2)	6146,93		5752,72		5263,85		5256,20		4726,62	
Varianza u_{0i} (τ^2)	1493,33		1264,18		1156,13		1154,40		852,92	
CCI	0,1955		0,1829		0,1801		0,1801		0,1529	
% Reducción CCI	0,29		7,65		8,13		8,13		22,01	
Deviance	263927		171486		81135		80620		78028	
Parámetros	6		8		10		12		15	
^a significativo $p < 0,01$; ^b significativo $p < 0,05$; ^c significativo $p < 0,10$; ^d $p \geq 0,10$.										

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

Tabla 4.25: Estimadores multinivel competencia matemática Aplicación II. (Continúa).

VARIABLE	6		7		8		9	
	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.
Y ₀₀	487,96 ^a	(7,50)	486,17 ^a	(6,06)	476,94 ^a	(12,87)	469,58 ^a	(11,87)
Nivel 1: RASGOS PERSONALES Y FAMILIARES.								
SEXO	-19,93 ^a	(2,66)	-20,35 ^a	(2,61)	-20,34 ^a	(2,58)	-20,47 ^a	(2,56)
PARED	3,06 ^a	(0,41)	2,94 ^a	(0,40)	2,96 ^a	(0,40)	2,90 ^a	(0,40)
INMI	-39,01 ^a	(4,54)	-39,02 ^a	(4,36)	-39,24 ^a	(4,38)	-39,45 ^a	(4,40)
Nivel 1: EXPERIENCIA INDIVIDUAL DEL PROCESO DE APRENDIZAJE.								
REPITE	-77,18 ^a	(3,36)	-77,62 ^a	(3,07)	-77,62 ^a	(3,06)	-77,79 ^a	(3,08)
EXAPPLM	-5,87 ^a	(1,64)	-5,97 ^a	(1,53)	-5,94 ^a	(1,52)	-6,01 ^a	(1,53)
EXPUREM	13,25 ^a	(2,39)	12,72 ^a	(2,16)	12,68 ^a	(2,13)	12,63 ^a	(2,12)
CONTROL	-2,27 ^d	(3,08)						
ELAB	9,81 ^b	(4,05)	11,04 ^a	(3,11)	10,87 ^a	(3,10)	10,69 ^a	(3,08)
MEMOR	-2,44 ^d	(3,45)						
INSTMOT	16,17 ^a	(1,57)	16,05 ^a	(1,44)	16,06 ^a	(1,43)	16,22 ^a	(1,42)
MATINTFC	2,34 ^d	(1,55)						
MATWKETH	-1,91 ^d	(1,89)						
MATBEH	-0,87 ^d	(1,94)						
Nivel 2: PROCESO DE ENSEÑANZA DESARROLLADO EN LOS CENTROS EDUCATIVOS.								
OBJETC					3,47 ^d	(6,45)	3,10 ^d	(6,07)
RESUMIRC					-0,78 ^d	(5,31)	-2,77 ^d	(5,35)
PCONTEXTC					-0,06 ^d	(4,82)	-0,56 ^d	(4,77)
PPENSARC					-3,35 ^d	(4,62)	-7,59 ^d	(4,89)
DEBERESC					5,41 ^d	(6,48)	5,34 ^b	(6,48)
DIVERC					-9,84 ^d	(9,92)	-7,68 ^d	(8,74)
ERRORESCC					4,32 ^d	(6,06)	1,96 ^d	(5,09)
CREATIVC							-1,49 ^d	(4,36)
GRUPOSC							-10,40 ^d	(7,45)
PAPLICC							12,02 ^b	(5,67)
PLANIF C							-12,61 ^d	(9,78)
PNOOBVIOC							11,83 ^a	(4,34)
PROYECC							18,05 ^b	(4,34)
USEMATHC								
CLSMANC								
MATSUPC								
ANÁLISIS DE LA VARIANZA.								
Varianza r_{ij} (σ²)	3831,32		3870,59		3870,11		3869,02	
Varianza u_{oi} (τ²)	670,29		667,95		659,95		617,43	
CCI	0,1489		0,1472		0,1376		0,1376	
% Reducción CCI	24,04		24,92		29,79		29,79	
Deviance	76322		79872		79865		79832	
Parámetros	16		11		18		24	
^a significativo p<0,01; ^b significativo p<0,05; ^c significativo p<0,10; ^d p≥0,10.								

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

Tabla 4.26: Estimadores multinivel competencia matemática Aplicación II (Conclusión).

VARIABLE	10		11		12		13		14	
	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.
Yoo	462,85 ^a	(12,16)	471,48 ^a	(14,62)	477,73 ^a	(14,26)	488,02 ^a	(11,77)	498,27 ^a	(6,49)
Nivel 1: RASGOS PERSONALES Y FAMILIARES.										
SEXO	-20,45 ^a	(2,56)	-20,24 ^a	(2,54)	-19,88 ^a	(2,52)	-19,76 ^a	(2,55)	-19,75 ^a	(2,59)
PARED	2,87 ^a	(0,40)	2,70 ^a	(0,41)	2,23 ^a	(0,42)	2,23 ^a	(0,42)	2,21 ^a	(0,42)
INMI	-39,11 ^a	(4,38)	-38,40 ^a	(4,39)	-37,39 ^a	(4,33)	-37,60 ^a	(4,32)	-37,39 ^a	(4,30)
Nivel 1: EXPERIENCIA INDIVIDUAL DEL PROCESO DE APRENDIZAJE.										
REPITE	-77,64 ^a	(3,08)	-77,18 ^a	(3,03)	-76,63 ^a	(3,03)	-76,67 ^a	(3,06)	-76,71 ^a	(3,05)
EXAPPLM	-5,93 ^a	(1,52)	-5,80 ^a	(1,53)	-5,70 ^a	(1,54)	-5,73 ^a	(1,55)	-5,73 ^a	(1,55)
EXPUREM	12,45 ^a	(2,13)	12,34 ^a	(2,12)	12,30 ^a	(2,11)	12,32 ^a	(2,13)	12,32 ^a	(2,13)
CONTROL										
ELAB	10,93 ^a	(4,45)	11,12 ^a	(3,06)	10,80 ^a	(3,07)	11,11 ^a	(3,08)	11,05 ^a	(3,08)
MEMOR										
INSTMOT	16,21 ^a	(1,42)	16,23 ^a	(1,39)	16,28 ^a	(1,40)	16,19 ^a	(1,42)	16,15 ^a	(1,43)
MATINTFC										
MATWKETH										
MATBEH										
Nivel 2: PROCESO DE ENSEÑANZA DESARROLLADO EN LOS CENTROS EDUCATIVOS.										
OBJETC	5,36 ^d	(6,24)	6,51 ^d	(6,23)	5,37 ^d	(6,44)				
RESUMIRC	0,16 ^d	(5,08)	-3,27 ^d	(4,81)	-3,13 ^d	(4,66)				
PCONTEXTC	-0,11 ^d	(4,81)	-0,46 ^d	(4,94)	-1,40 ^d	(4,88)				
PPENSARC	-7,97 ^d	(4,85)	-6,51 ^d	(4,77)	-4,63 ^d	(4,84)				
DEBERESC	6,39 ^d	(4,68)	7,90 ^d	(5,97)	8,92 ^d	(5,98)				
DIVERC	-6,50 ^d	(9,04)	-12,07 ^b	(7,12)	-9,66 ^d	(6,08)				
ERRORESC	4,30 ^d	(5,44)	3,15 ^d	(5,60)	4,45 ^d	(5,77)				
CREATIVC	-0,10 ^d	(4,42)	-0,58 ^d	(4,30)	0,51 ^d	(4,15)				
GRUPOSC	-8,18 ^d	(7,81)	-14,05 ^c	(7,37)	-8,74 ^d	(7,09)				
PAPLICC	11,92 ^b	(5,97)	13,21 ^b	(6,29)	12,80 ^b	(6,71)	13,69 ^c	(7,60)		
PLANIFC	-13,94 ^d	(9,77)	-10,86 ^d	(7,32)	-10,32 ^d	(7,23)	-14,70 ^c	(7,61)		
PNOOBVIOC	12,27 ^a	(4,40)	10,23 ^b	(4,33)	7,18 ^b	(4,38)				
PROYECC	21,09 ^b	(8,25)	-18,79 ^b	(7,44)	22,49 ^a	(6,54)	21,11 ^a	(5,97)	14,57 ^b	(6,02)
USEMATHC	-12,74 ^b	(5,32)	-10,69 ^b	(4,98)	-10,23 ^b	(4,59)	-9,85 ^b	(4,46)	-10,04 ^b	(4,39)
CLSMANC	1,71 ^d	(6,01)	-0,67 ^d	(5,85)	-0,81 ^d	(5,61)				
MATSUPC	-8,30 ^d	(7,40)	-6,80 ^d	(7,12)	-4,46 ^d	(7,12)				
NIVEL 2: OTROS RASGOS DEL CENTRO EDUCATIVO.										
SMRATIO			0,06 ^b	(0,03)	0,05 ^b	(0,02)	0,04 ^c	(0,02)		
TAMAÑOC			-3,42 ^d	(2,31)	-4,96 ^b	(2,28)	-4,47 ^b	(2,33)		
TIPOC			-16,67 ^a	(4,12)	-5,49 ^d	(4,04)				
ESCSC					21,94 ^a	(4,04)	25,51 ^a	(3,99)	24,46 ^a	(3,78)
ANÁLISIS DE LA VARIANZA.										
Varianza $r_{ij}(\sigma^2)$	3869,71		3866,98		3866,91		3867,21		3866,20	
Varianza $u_{oi}(\tau^2)$	591,12		531,18		453,39		476,66		507,25	
CCI	0,1325		0,1208		0,1049		0,1097		0,1160	
% Reducción CCI	32,40		38,39		46,46		44,02		40,66	
Deviance	79813		79760		79692		79714		79738	
Parámetros	27		30		31		18		14	
^a significativo $p < 0,01$; ^b significativo $p < 0,05$; ^c significativo $p < 0,10$; ^d $p \geq 0,10$.										

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

No obstante, como indican Vennman *et al.* (2006), no son aceptables para constatar el vínculo causal entre estas prácticas y la mejora del rendimiento escolar en Matemáticas en el caso de la población escolar total, que requeriría de investigaciones adicionales. En el mismo sentido Muijs *et al.* (2014) subrayan que los metanálisis referidos, incluso para estos casos singulares, sugieren que los efectos de las intervenciones son mucho más pequeños cuando son llevados a cabo por los profesores que cuando son verificados por investigadores, por lo que llaman la atención sobre la generalización de estas prácticas en los sistemas educativos. El resultado que presentan las variables analizadas en el presente trabajo confirma esta llamada de atención sobre la implantación de estas metodologías y su efectividad para mejorar la competencia matemática de alumnos y alumnas.

Por su parte, PNOOVIOC y PAPLICC confirman su validez y signo también por esta vía establecida en la Aplicación II, sugiriendo que estas otras estrategias didácticas para fomentar el aprendizaje metacognitivo, vinculadas a planteamientos más convencionales del *learning by doing*, en cambio, sí contribuyen positivamente a los logros del alumnado.

Finalmente, el caso de USEMATHC pone de manifiesto el hecho de que el uso generalizado por la mayor parte de los docentes de un centro de los recursos didácticos apoyados en las TIC para la enseñanza de las Matemáticas está vinculado a un menor rendimiento de los estudiantes, lo que implica la necesidad de evaluar por otros procedimientos la modalidad y el sentido del uso de esos recursos informáticos durante las sesiones de clase. En este sentido, los comentarios realizados en el caso del análisis de USEMATH respecto del coste de oportunidad de este tipo de actividades en detrimento de otras como la resolución convencional de diferentes tipos de problemas son extensibles a este caso. Finalmente, resulta relevante mencionar que el modelo reduce el CCI un 32,40%.

En el modelo 11 se introducen como *inputs* todas las restantes variables de centro con excepción de ESCSC. Este modelo sugiere una contribución insignificante pero positiva de los centros con ratios altos y un rendimiento peor de los institutos públicos que de los privados y los privados concertados. Las variables DIVER y GRUPOS pasan a ser significativas, presentando ambas valores de los parámetros negativos. El modelo así planteado supone una reducción del CCI del 38,39%.

La inclusión de la variable ESCSC recogida en el modelo 12 altera la significatividad de DIVER y GRUPOS que vuelven a ser no significativas. Por otra parte, en el bloque de rasgos de centro, la modalidad de la titularidad evaluada por TIPOC ya no resulta significativa, pero sí adquiriría esta condición el tamaño del centro (TAMAÑOC) con el mismo sentido e intensidad ya descritos para la Aplicación I. Este modelo es el que presenta la máxima reducción en el CCI: un 46,46%.

Finalmente, el modelo 13 estimado tomando como referencia una significatividad mínima de los parámetros al 10%, deja como variables significativas PAPLICC y PROYEC con signo positivo y PLANIFC y USEMATHC con signo negativo. El papel de SMRATIO es reducido para un centro medio, pero estadísticamente significativo, sugiriendo cierto rendimiento algo superior para centros con mayores grupos atendidos por los docentes de Matemáticas. El nivel socioeconómico medio de los asistentes sí mantiene una relación directa con el grado de desarrollo de la competencia matemática, mientras que el tamaño del centro la mantiene inversa del mismo modo que ya se analizó en el caso de la Aplicación I. El CCI se reduciría un 44,02%. El modelo 14 es resultado de exigir una significatividad al 1% de los parámetros correspondientes a todas las variables. El resultado es que sólo PROYECC, USEMATHC y ESCSC serían significativos en el Nivel 2 y que el modelo resultante reduciría el CCI a un 40,66%.

Con el fin de facilitar las comparaciones, y teniendo en cuenta el CCI y la aplicación de criterios similares en las Aplicaciones I y II, el modelo de referencia que se propone en la presente es el número 13 cuya expresión general sería la siguiente:

- Modelo del Nivel 1:

$$M_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j} \text{SEXO} + \beta_{2j} \text{PARED} + \beta_{3j} \text{INMI} + \beta_{4j} \text{REPITE} + \\ + \beta_{5j} \text{EXAPPLM} + \beta_{6j} \text{EXPUREM} + \beta_{7j} \text{ELAB} + \beta_{8j} \text{INSTMOT} + r_{ij}$$

- Modelo de Nivel 2:

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01} \text{PAPLICC} + \gamma_{02} \text{PLANIFC} + \gamma_{03} \text{PROYECC} + \gamma_{04} \text{USEMATHC} + \\ + \gamma_{05} \text{SMRATIO} + \gamma_{06} \text{TAMAÑOC} + \gamma_{07} \text{ESCSC} + u_{0j}$$

$$\begin{array}{ll} \beta_{1j} = \gamma_{10} & \beta_{5j} = \gamma_{50} \\ \beta_{2j} = \gamma_{20} & \beta_{6j} = \gamma_{60} \\ \beta_{3j} = \gamma_{30} & \beta_{7j} = \gamma_{70} \\ \beta_{4j} = \gamma_{40} & \beta_{8j} = \gamma_{80} \end{array} \quad [4.35]$$

4.6. Conclusiones

Este capítulo ha analizado la posibilidad de integrar en los estudios sobre la producción de servicios educativos un conjunto de variables relacionadas con los procesos de enseñanza-aprendizaje, hasta ahora insuficientemente analizados en los análisis sobre los procesos de producción educativa. Con ese fin se ha tomado como objeto de estudio el análisis de la competencia matemática en España utilizando como fuente de datos los facilitados por PISA 2012, con contenido singularmente orientado a la captación de información novedosa y específicamente referida a este dominio en esa edición.

Se han adoptado sendas estrategias de estimación que han diferenciado dos perspectivas complementarias con el fin de explorar posibles vías de aproximación al tratamiento del tema. La primera, a la que se ha denominado *Aplicación I*, plantea un análisis de los procesos de enseñanza-aprendizaje como esencialmente experimentados por los estudiantes y enfatiza la relevancia de los sujetos en su experiencia individual y en el aula, poniendo de manifiesto la existencia de varias relaciones destacables. La *Aplicación II* se ha centrado en diferenciar un papel protagonista en la conducta media de los docentes en los centros educativos, en cuanto que gestores técnicos del proceso que actuando de modo diferenciado pero relativamente homogéneo pudieran permitir poner las bases para reconocer pautas de conducta singularmente eficientes para contribuir a la mejora en el desarrollo de la competencia estudiada.

Los resultados permiten obtener dos grupos de conclusiones. El primero es común a ambos enfoques o Aplicaciones y se concreta básicamente en los aspectos siguientes:

- El género es una fuente de disparidad en el rendimiento que da lugar a peores resultados de las alumnas. El capítulo siguiente explorará en qué medida las variables relacionadas con el proceso de enseñanza-aprendizaje podrían influir de modo diferenciado a uno u otro sexo y contribuir a explicar el origen de esas disparidades, repetidamente reflejadas en estudios basados en ediciones anteriores de PISA para el caso español.
- Ser inmigrante de primera o segunda generación, el menor nivel de estudios alcanzado por los progenitores y el peor nivel socioeconómico medio de los compañeros de clase en los centros educativos explican de modo especialmente relevante los bajos niveles relativos de desarrollo de la competencia matemática. Estos datos no son novedosos pero sí ratifican los resultados de diferentes estudios, elaborados con datos de otras fuentes estadísticas y de las mismas pero en ediciones anteriores o con otras metodologías, para el caso de modelos de producción que incorporan variables vinculadas a los procesos de enseñanza-aprendizaje. Además, ponen de manifiesto la necesidad de abordar iniciativas para profundizar en la investigación de estas relaciones y en las medidas correspondientes a su superación, ya que subrayan la importancia del papel del sistema educativo como vía para el logro de la equidad en el sistema social. Finalmente, dada la continuidad en el tiempo de resultados relativamente bajos en el rendimiento en relación a los países de mejor desempeño, ponen de manifiesto carencias en las políticas educativas que deben conducir a facilitar la igualdad de oportunidades en el acceso a la promoción social de la población por la vía meritocrática, así como la mejora de la cualificación de la población si se pretende también mejorar la productividad del conjunto del sistema económico.

- La condición de alumno o alumna repetidora es una variable con gran impacto sobre el grado de desarrollo de la competencia y afecta fundamentalmente a estudiantes que acuden a centros cuyos compañeros tienen bajo nivel socioeconómico y cuyos padres tienen un nivel de estudios relativamente inferior al del resto de la población. En el futuro será necesario profundizar en el análisis de sus relaciones con variables vinculadas a los procesos de enseñanza-aprendizaje para mejorar la gestión del tratamiento del alumnado afectado por esta circunstancia. Además, sería necesario valorar las conexiones con otras medidas vinculadas a los mecanismos de redistribución de la renta como la política de becas o de financiación de la atención diferenciada mediante apoyo educativo específico y de calidad.
- El nivel socioeconómico medio de los asistentes a los centros educativos, puesto en relación con los procesos de enseñanza aprendizaje, resulta significativo para explicar disparidades en el rendimiento, mientras que la titularidad de su gestión no. En otros términos, este estudio reproduce para los datos PISA 2012 y la competencia matemática, los resultados ya repetidamente constatados por estudios anteriores en el sentido de que los centros privados o privados-concertados y los públicos no presentan disparidades en su contribución al grado de desarrollo de la competencia matemática derivadas de aspectos organizativos o de gestión de recursos y/o del personal, pero sí del nivel socioeconómico medio de quienes se encuentran matriculados en los mismos. El hecho de que los estudiantes de mayor estatus acudan en dos terceras partes a centros privados-concertados, con menor número de personas inmigrantes y con mayor nivel socioeconómico de sus compañeros, supone que la política de definición de los distritos escolares y de asignación de plazas sostenidas con fondos públicos puede estar financiando *de facto* una segregación que repercute sobre el nivel medio de desarrollo de la competencia matemática entre los más desfavorecidos.
- El tamaño del centro educativo tiene un efecto negativo y significativo en el rendimiento escolar. Esta última relación evidencia la necesidad de proponer y contrastar empíricamente modelos de Análisis Económico referidos a la dimensión óptima de los centros, sus economías de escala y las posibles situaciones de congestión asociadas a este proceso de producción específico. Aspectos como el tamaño más adecuado para la gestión óptima de un claustro de profesores o de los departamentos por materias y especialidades, la exigencia de prestación de servicios y/o cargas administrativas añadidas a la función docente o la formación específica y/o la experiencia gestora de los docentes y directivos de un centro educativo, entre otras muchas variables, podrían ser relevantes para explicar algunos fenómenos vinculados a la eficiencia en la prestación del servicio educativo que aún no han sido profundamente abordados en el caso español.

- En general, la incorporación a los modelos de producción educativa de las variables vinculadas a la consideración técnica de los procesos de enseñanza-aprendizaje contribuye a la comprensión de la variabilidad en el rendimiento del alumnado en el caso de la competencia matemática. Las descripciones de las reducciones progresivas de las varianzas analizadas y de los CCI que reflejan esa evolución a lo largo de los modelos estimados ponen de manifiesto que estos modelos, incorporando nuevos datos procedentes de las evaluaciones internacionales, permiten una descripción más rica del proceso de producción educativa y abren vías a nuevas investigaciones. En particular, se ha constatado la necesidad de realizar tanto propuestas metodológicas para el tratamiento de las relaciones entre las variables que participan en el proceso como análisis de eficiencia que consideren los rasgos técnicos específicos de estos procesos productivos en diferentes contextos sociales. En este sentido los resultados presentados subrayan la necesidad de profundizar en la “caja negra” de los procesos productivos educativos contrastando la viabilidad efectiva de distintas propuestas didácticas o de tratamiento de colectivos de alumnos y alumnas con sus resultados adecuadamente medidos para configurar un referente técnico suficientemente coherente en el que apoyar las medidas de política educativa de selección así como de formación inicial y continua del profesorado.
- La adopción por los estudiantes de estrategias de aprendizaje basadas en la elaboración sí generan un resultado positivo sobre su grado de desarrollo de la competencia matemática. Las estrategias de control y memorización contribuyen positiva y negativamente, respectivamente al rendimiento escolar en matemáticas, pero pierden su significatividad cuando se consideran otras variables del proceso productivo. Además el trabajo realizado acredita la inclusión de estas variables en los modelos de producción educativa correspondientes a la competencia matemática por si otras metodologías pudieran poner de manifiesto aportaciones adicionales.
- La medición del grado de compromiso de los alumnos y alumnas con su proceso de aprendizaje, medido a través de su percepción subjetiva del esfuerzo realizado durante las tareas escolares de Matemáticas o del frecuencia de realización de actividades extraescolares vinculadas con la misma, no resulta relevante para explicar el rendimiento escolar de acuerdo con los resultados que facilitan el conjunto de variables consideradas y la metodología aplicada.
- La experiencia escolar continuada previa con las Matemáticas Puras produce una mejora significativa sobre el grado de desarrollo de la competencia matemática, mientras que la

experiencia anterior frecuente o muy frecuente con las Matemáticas Aplicadas podría estar vinculada a bajos niveles de desarrollo de la competencia.

No obstante, el estudio no ofrece resultados definitivos en el caso de las Matemáticas Aplicadas según lo determinado en la Aplicación I. Junto al hecho de que adquiere o pierde la significatividad estadística dependiendo del modelo analizado, es destacable que en el caso de las Matemáticas Aplicadas el valor del parámetro obtenido es, tanto en la I como en la II, negativo pero muy inferior al positivo que presenta la acumulación de experiencias con Matemáticas Puras. Aunque estos resultados no son definitivos, la consideración de estos nuevos índices de PISA indica que se verifican también en el caso español los resultados ya obtenidos por otros estudios (Murnane y Phillips, 1981; Goldhaber y Brewer, 1997). En cualquier caso, la escasa presencia de estas variables en los análisis de función de producción educativa llevados a cabo hasta la fecha requiere ser prudente sobre el alcance de estos resultados.

Para concluir, una comprensión adecuada del sentido de esta relación requiere tener presente la definición de los niveles de rendimiento propuesta por PISA y el hecho de que los más altos corresponden a grados de abstracción y modelización que pueden estar fuertemente mediados por las habilidades innatas de los estudiantes y por el apoyo de sus padres y madres.

Además, para el caso de los rendimientos bajos y medios y de las habilidades situadas en los tramos no excelentes de la distribución de la capacidad intelectual de la población, una experiencia continuada y muy sesgada a favor de las Matemáticas Aplicadas podría impedir el desarrollo de habilidades cognitivas y metacognitivas de orden superior, mientras que sí podría verse favorecido por un contacto habitual con las Matemáticas Puras a partir de determinados niveles de desarrollo.

Concurren además, circunstancias de equidad ya que la falta de contacto con las Matemáticas Puras es especialmente relevante en el caso del alumnado que asiste a centros educativos de menor nivel socioeconómico medio, en los cuales la exposición a las mismas es muy inferior. Todo ello requiere actuaciones de las autoridades educativas para impulsar la presencia de las mismas, enfocada tanto a mejorar los niveles de desarrollo de la competencia en la población general como, especialmente, entre los alumnos y alumnas más desfavorecidos.

Por otra parte, un segundo grupo de conclusiones se deriva de la disparidad de los enfoques procedentes de las Aplicaciones I y II:

a) En relación con la Aplicación I:

- La motivación intencional, vinculada a la relevancia propedéutica atribuida al estudio de las Matemáticas por el estudiante para su vida académica y profesional futura, no es relevante a estas edades para explicar el grado de desarrollo de la competencia. Sin embargo, sí lo es la instrumental. Los valores de estas variables son muy complejos y están afectados por factores personales y culturales. Entre los primeros se encuentran las expectativas individuales vinculadas al origen social, al género y a los mecanismos de promoción social o de configuración de la identidad de género de la sociedad. Entre los segundos, es necesario citar la percepción de la configuración de los valores dominantes respecto de la formación académica y el desarrollo profesional y la importancia atribuida por las familias y otros agentes sociales a los mismos.

No obstante, se ha puesto de manifiesto la necesidad de seguir indagando en modelos que aborden el tratamiento de las relaciones de dependencia entre las variables referidas a los sujetos durante el proceso de producción educativa y, singularmente según lo determinado en el presente capítulo, respecto del tratamiento de la influencia de las diferentes modalidades de motivación que experimentan los estudiantes al enfrentarse a las tareas escolares durante los procesos de enseñanza-aprendizaje y sus interacciones con los modelos de estimación del rendimiento escolar, ya que su omisión puede sesgar las estimaciones realizadas.

- Estrategias didácticas muy extendidas como la resolución de problemas en distintos contextos o para aprender lo aprendido en clase, hacer deberes en casa y su posterior corrección antes del examen, así como la percepción personalizada de apoyo del docente durante el proceso de enseñanza contribuyen positivamente al desarrollo de la competencia. En ese sentido, actividades vinculadas a los niveles del aprendizaje autorregulado que implican actividades basadas en un *learning by doing* convencional basado en resolución de problemas, la realización y corrección de tareas en casa y la retroalimentación del profesorado, son esenciales para mejorar la competencia matemática.
- Otras actividades igualmente muy frecuentes se han manifestado como no relevantes: el establecimiento por el profesor o profesora de los objetivos perseguidos durante la clase, la realización por el mismo docente de un resumen de lo estudiado, la propuesta de problemas que requieren reflexión prolongada en el tiempo o que permiten sugerir soluciones creativas o la retroalimentación cuando se cometen errores individuales. Tampoco afecta negativamente al proceso la gestión de la convivencia en el aula por los docentes.

- Además, otras estrategias didácticas poco frecuentes en el conjunto de la población escolar, cuando se producen con mucha habitualidad en el caso particular de determinados alumnos o alumnas, producen un impacto negativo sobre su rendimiento. Es el caso del trabajo en pequeños grupos o de la participación del alumnado en la planificación de la clase o la realización de proyectos que impliquen movilizar recursos y actividades de modo coordinado a lo largo del tiempo. Este resultado llama la atención sobre la necesidad de evaluar la viabilidad de la implantación generalizada de estas metodologías durante las clases de Matemáticas en estas edades si se pretende mejorar la competencia matemática tal y como es evaluada en PISA.

No obstante, en este grupo de variables, PROYEC y PROYECC, correspondientes respectivamente a las Aplicaciones I y II, presentan un caso singular en el trabajo ya que sus parámetros cambian de signo entre una y otra como ha quedado descrito. Este dato indica, de acuerdo con la literatura referida, su efectividad en centros donde la mayoría de los docentes comparten un enfoque didáctico coordinado que aplica esta metodología coherentemente, dado que la misma requiere la implementación de metodologías basadas en el *curriculum integrado*, con equipos profesionales fuertemente cohesionados que apliquen prácticas similares en todas las áreas.

- El uso frecuente o muy frecuente de las TIC durante las clases de Matemáticas presenta un impacto negativo sobre el rendimiento escolar en el caso de la competencia matemática. Este dato es especialmente relevante si se considera que estas prácticas son más frecuentes con el alumnado de centros más desfavorecidos y que presentan rendimientos medios inferiores.
- Los resultados anteriores referidos al uso de variables vinculadas a las habilidades metacognitivas correspondientes al desarrollo superior de las capacidades propuestas por las teorías del aprendizaje autorregulado (PLANIF, PROYEC Y GRUPOS) y al uso de las TIC en el aula deben ser interpretados con precauciones por tres razones fundamentales. En primer lugar, es posible que estas estrategias didácticas estén siendo adoptadas en contextos socioeconómicos determinados y sus resultados se vean fuertemente condicionados por los mismos. No obstante, su aplicación requiere una supervisión por parte de los departamentos de Matemáticas de los centros, de los equipos directivos y de los servicios de inspección por si pudieran estar suponiendo una práctica de *curriculum empobrecido* por docentes con bajo nivel de desarrollo profesional y en contextos desfavorecidos, con alto cos-

te de oportunidad para otras estrategias didácticas que si han demostrado efectividad para las posibilidades de desarrollo de la competencia matemática por el alumnado.

En otro sentido, también cabe la posibilidad de que su implementación técnica por los docentes no esté suficientemente fundamentada, no sea rigurosa o no se ajuste al nivel de desarrollo psicológico de la mayoría de la población escolar a estas edades. Finalmente, en tercer lugar, otra posibilidad que es necesario estudiar es que pudiera estar dándose una transición metodológica en las prácticas didácticas que no estuviera siendo adecuadamente evaluada por el diseño de las pruebas PISA y que no fuera reflejado adecuadamente su impacto en el diseño de los cuestionarios empleados. En cualquier caso, se pone de manifiesto la necesidad de llevar a cabo evaluaciones sistemáticas para determinar si es necesario replantear el sentido de su aplicación en relación con esta competencia y en estas cohortes de estudiantes.

- La variable que evalúa la adopción de estrategias de atención a la diversidad también arroja un parámetro negativo y cabría realizar apreciaciones similares a las del párrafo anterior. No obstante, en este caso el valor negativo del parámetro podría estar reflejando que la misma vendría siendo aplicada como una práctica docente orientada sólo al tratamiento de las dificultades de alumnos y alumnas con bajos niveles de desarrollo de la competencia matemática por retrasos derivado de sus situación económico-social o de su evolución cognitiva limitada. Desde esta perspectiva estaría orientada al logro de los niveles más elementales de desarrollo de la misma y sin el progreso suficiente a lo largo de la escala de rendimiento.

Probablemente la atención a la diversidad no esté siendo empleada como un instrumento más flexible y de aplicación a diferentes niveles académicos, incluyendo los excelentes, que permitan progresos a ritmos diferenciados al conjunto de los estudiantes a lo largo de todos los niveles de mejora potencial. En cualquier caso, es necesario profundizar en investigaciones sobre este aspecto esencial del proceso.

b) En relación con la Aplicación II:

- Si se consideran las prácticas de enseñanza que caracterizan globalmente los modelos educativos de los centros escolares, las más relevantes con contribución positiva a la mejora del rendimiento son la resolución de problemas para aplicar lo aprendido en clase y la resolución de problemas no obvios.
- La adopción de metodologías de trabajo basadas en proyectos tienen muy reducida presencia en los centros españoles analizados pero cuando su aplicación se produce de modo co-

ordinado en un colegio o instituto por la mayor parte de sus docentes (PROYECC) presentan un impacto positivo y elevado sobre el grado de desarrollo de la competencia matemática. Esta situación se produce sólo en un 1% de los centros estudiados. Este resultado contrasta con el obtenido cuando se analiza la mera percepción individual de los estudiantes recogida en la Aplicación I, en cuyo caso el parámetro obtenido era negativo. Como ya se ha subrayado, se trata de un resultado singular y requiere investigaciones adicionales sobre la presencia y el impacto de esta metodología didáctica en el rendimiento de escolares con diferentes rasgos individuales y de centro y sobre la viabilidad de su generalización al conjunto de la población escolar.

De todas formas, es destacable que el resultado es coherente con la literatura existente en el sentido de que esta metodología es singularmente eficaz cuando es aplicada por equipos de profesionales especialmente innovadores e implicados en el proceso que gestionan el centro educativo y sus procesos de enseñanza-aprendizaje íntegramente desde esta perspectiva. Si no se dan estas circunstancias, presenta resultados negativos cuando se produce la práctica de modo aislado por un docente o por pequeños grupos de los mismos en contextos escolares en los que otras prácticas didácticas son más habituales y predominantes entre los demás profesionales del centro.

- Los colegios e institutos donde se produce un uso abundante y generalizado de las TIC durante las clases de Matemáticas presentan un impacto negativo de esa estrategia didáctica sobre el grado de desarrollo de la competencia matemática de su alumnado. Este dato requiere atención especial por las autoridades educativas, dada su mayor presencia relativa en centros educativos de bajo nivel socioeconómico.

En definitiva, los resultados obtenidos confirman para el caso español la literatura que se viene configurando sobre este tema en el sentido de que los enfoques más convencionales de la gestión de los procesos de enseñanza-aprendizaje en Matemáticas presentan impactos positivos sobre el rendimiento de los estudiantes, mientras que otros más novedosos dan lugar incluso a efectos negativos sobre el mismo (Goldhaber y Brewer, 1997; Eren y Henderson, 2008; Schwerdt y Wuppermann, 2011).

En cualquier caso, estas conclusiones tienen que ser consideradas con prudencia por varias razones. En primer lugar, porque una parte de esas investigaciones también sugieren que la efectividad de los métodos y de los recursos depende de diferentes rasgos del alumnado. Así, por citar tres ejemplos, Lavy (2011) describe que las estrategias de enseñanza más tradicionales son especialmente eficaces para mejorar relativamente las competencias de los alumnos de menor estatus so-

cioeconómico, lo cual es coherente con el hecho de que las metodologías más novedosas se aplican más por término medio con alumnado de menor nivel socioeconómico y que en esos contextos podrían resultar contraproducentes. Por su parte, Falck, Mang y Woessmann (2015) han constatado un impacto relativamente peor en los resultados del alumnado de mayor estatus socioeconómico cuando se emplean recursos informáticos para estudiar procedimientos y resolver problemas durante las clases de Matemáticas. Finalmente, Méndez (2015) obtiene resultados de sentido diferente a los logrados aquí para los casos de USEMATH y GRUPOS en secundaria, mientras que Hidalgo-Cabrillana y López-Mayán (2015) describen disparidades de género por el uso de unas u otras metodologías de enseñanza y su impacto sobre el rendimiento de los escolares españoles de enseñanza Primaria, en el sentido de que para los chicos no existirían efectos estadísticamente significativos derivados del uso de metodologías innovadoras que sí favorecerían a las alumnas. Los próximos capítulos intentarán profundizar en estas posibles disparidades por razón de género y nivel de rendimiento en el caso español con la perspectiva empleada en la presente investigación.

Otra línea argumental relevante, sugerida por autores que han obtenido resultados similares a los del presente trabajo en relación con el uso de la informática en clase de Matemáticas (Falck, Mant y Woessmann, 2015), plantea que es necesario llevar a cabo evaluaciones más amplias de todos los procesos de innovación en las metodologías didácticas, ya que la incorporación de los mismos pueden suponer costes de oportunidad relevantes por el tiempo dedicado al uso de estos nuevos enfoques, que no necesariamente tienen que compensar las contribuciones positivas que otros previos más generalizados y que ya tienen acreditado impacto positivo para el rendimiento en Matemáticas. No obstante el tema es complejo y en esos análisis coste-beneficio sería preciso incluir también la necesaria actualización de la formación del profesorado para determinar si la falta de eficacia de las metodologías y el enfoque del uso de los recursos informáticos están vinculados a una inadecuada implementación de los mismos, así como el hecho de que pueden existir interacciones con competencias diferentes de la matemática que sí se pudieran ver beneficiadas de estos nuevos planteamientos.

Finalmente, en otro orden de cosas, hay que tener presente aunque pudiera resultar obvio, que las estimaciones llevadas a cabo en el presente trabajo se fundamentan en unos *outputs* que reflejan un modo de evaluar la competencia matemática según lo establecido por PISA. Son los expertos de la OCDE quienes han configurado tanto la definición de los diferentes niveles de grado de desarrollo como las correspondientes cuestiones planteadas al alumnado para evaluar sus competencias en coherencia con el marco teórico ya descrito. En consecuencia, el valor de los parámetros y el alcance de su análisis deben referirse a este modo preciso de evaluar estas habilidades del alumnado adoptado en esta evaluación internacional promovida por la OCDE, que algunos estudios cuestio-

nan porque podrían primar la constatación de unas habilidades matemáticas respecto de otras como sostiene Bietenbeck (2014).

No obstante todas estas consideraciones, también hay que resaltar las dificultades metodológicas de ambas *Aplicaciones* en relación al tratamiento de las variables vinculadas con el proceso de enseñanza-aprendizaje en el análisis del grado de desarrollo de la competencia matemática y la necesaria prudencia sobre el alcance de los resultados presentados.

En ese sentido, la *Aplicación I* ha puesto de manifiesto que las conexiones entre motivación individual y experiencia de los estudiantes en relación con las variables del proceso de enseñanza afectan al proceso de estimación, aunque sea por la vía de que la misma ha sido omitida, de modo que es necesario explorar vías alternativas de tratamiento de estas variables dentro de los modelos.

Por su parte, la consideración de los procesos de enseñanza plantea dos cuestiones fundamentales. La primera se refiere a la posible existencia de relaciones entre la caracterización de las prácticas didácticas de los profesores y profesoras de un centro educativo y los rasgos del alumnado, fuertemente vinculados a su nivel socioeconómico medio en el sentido de que determinadas prácticas fueran más habituales con alumnos asistentes a centros con ESCSC determinados.

En relación a este problema, algunas investigaciones exploratorias realizadas en el caso español (Domenech *et al.*, 2006; Molina y Travé, 2014) describen la primacía de los enfoques didácticos convencionales en las prácticas efectivas de los docentes de secundaria frente al discurso dominante en las Ciencias de la Educación en España de la necesaria adaptación curricular y de medios al alumnado y a su contexto social. En ese sentido, mientras que las concepciones manifestadas por los profesores y profesoras serían coherentes con la deseabilidad de estas estrategias didácticas adaptadas a los individuos y sus entornos, la práctica efectiva correspondería a un catálogo reducido y frecuente de recursos didácticos, como el libro de texto, y de prácticas didácticas relativamente convencionales o poco innovadoras. El análisis descriptivo realizado en el presente trabajo también apoya con nuevos datos esta posible conducta para el caso de los docentes de Matemáticas, ya que ha puesto de manifiesto la presencia mayoritaria de un amplio catálogo de estrategias didácticas presente en centros de muy dispar nivel socioeconómico medio, mientras que el grupo de las más novedosas tiene una presencia relativa muy reducida. Se constataría así la existencia de cierta dualidad entre discurso profesional y práctica didáctica efectiva caracterizadora de los docentes españoles de secundaria.

Por otra parte, el hecho objetivo de que la capacidad intelectual de la población se distribuya de modo normal, estableciendo en cada centro alumnos que presentarían variedades de capacidades a las cuales los docentes tendrían que atender de modo similar y con objetivos relativamente estan-

darizados en relación con cada nivel académico, también tiene que ser considerada para analizar la distribución estadística de la frecuencia de sus prácticas profesionales. Esta circunstancia ha sido constatada, por ejemplo por Van Klaveren y De Witte (2010) quienes estiman que el estilo docente se adaptaría para atender al menos al 70% del grupo-clase.

Todos estos argumentos avalan la hipótesis de que en el caso español los profesores y profesoras de secundaria mayoritariamente aplican estrategias didácticas de acuerdo con sus criterios, con cierto grado de independencia del contexto o los rasgos del alumnado con el que trabajaran, excepción hecha de los ubicados en contextos sociales extremadamente desfavorecidos o de los afectados por carencias cognitivas serias cuyo tratamiento ha quedado adecuadamente reflejado, por ejemplo, en la variable que plasma el nivel de atención a la diversidad (DIVER). En consecuencia, en sus decisiones en ese ámbito podrían prevalecer por término medio aspectos muy variados que incluirían, entre otros, sus trayectorias formativas, la etapa del ciclo vital de su desarrollo profesional y su compromiso con el ejercicio de la docencia, la limitación de acceso a recursos didácticos materiales o condicionantes institucionales como las políticas de libros de texto gratuitos o los requisitos para la aprobación y financiación de materiales curriculares diferenciados, así como la necesidad de atender a alumnos con capacidades normalmente distribuidas para lograr niveles de desarrollo de la competencia estándares y normativamente establecidos.

No obstante, dada la homogeneidad en las metodologías didácticas detectada y los nuevos datos facilitados por PISA 2012 a través de instrumentos como EXAPPLM y EXPUREM, es necesario llevar a cabo análisis más profundos sobre la adaptación de las prácticas didácticas a los docentes a los diferentes contextos socioeconómicos de los centros educativos. Una hipótesis relevante que es necesario considerar es la posibilidad de que los docentes de Matemáticas desarrollen patrones singulares de actuación en centros especialmente complejos en los que se concentre el grado de experimentación, un uso superior al medio de las TIC o, según los datos facilitados por EXAPPLM Y EXPUREM, incluso la omisión de parte de los contenidos vinculados a las Matemáticas Puras, con repercusiones graves sobre el rendimiento escolar del alumnado de los mismos. Como ya se ha indicado, el Capítulo 6 profundizará en una primera aproximación a este tema.

El segundo asunto se refiere a las relaciones entre las modalidades de estrategias didácticas, que no tendrían porqué ser independientes de modo que, en consecuencia, los estimadores obtenidos podrían presentar sesgos relevantes. En este sentido, las estrategias didácticas más centradas en el papel directivo del docente en el aula y en el seguimiento del alumnado de sus instrucciones con escasa autonomía durante el proceso de enseñanza-aprendizaje, vinculadas a planteamientos convencionales del proceso de enseñanza-aprendizaje podrían implicar el uso de un determinado catá-

logo de estrategias o instrumentos durante el ejercicio profesional que prevalecieran en determinados centros educativos.

Por otra parte, del mismo modo, los enfoques más orientados al fomento de la autonomía del estudiante, al aprendizaje colaborativo en pequeños grupos, a la realización de proyectos de investigación o a planteamientos de proyectos educativos integrales vinculados al enfoque del *currículum integrado* y el aprendizaje autorregulado podrían suponer un catálogo diferenciado de estrategias muy homogéneas y vinculadas.

En cualquier caso, también cabe la tercera alternativa de que los profesionales de cada centro educativo configuren con relativa autonomía su propio conjunto de estrategias didácticas más habituales, empleando todos los enfoques existentes y adoptando como criterio de selección la relevancia del mismo independientemente de su conexión con otros, de modo que algunos de ellos logren combinaciones óptimas de estos recursos didácticos en la gestión de cada aula y de cada estudiante que puedan explicar los mejores logros de sus alumnos y alumnas de acuerdo con los estándares establecidos para cada nivel académico. Sólo en este tercer caso podría hablarse con propiedad una independencia entre las estrategias adoptadas que fuera coherente con las propiedades estadísticas teóricas exigibles a las variables durante las estimaciones.

Todos estos aspectos tienen como implicación fundamental limitar el alcance de las conclusiones logradas y poner de manifiesto la necesidad de investigaciones adicionales.

Capítulo 5. PROCESOS DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE Y COMPETENCIA MATEMÁTICA: DIFERENCIAS DE GÉNERO

5.1. Introducción

Las conclusiones del capítulo anterior plantean la necesidad de profundizar en el análisis de varios aspectos esenciales que vinculan el rendimiento académico en la competencia matemática a rasgos individuales de los estudiantes, así como a características de los centros a los que acuden y de las actividades llevadas a cabo por su profesorado.

Así, por ejemplo, se hace necesario determinar si niños y niñas tienen similares experiencias del proceso de enseñanza-aprendizaje o si son objeto de la aplicación de combinaciones diferentes de recursos didácticos o así lo perciben. También cabe plantearse el análisis de posibles efectos diferenciados que estén vinculados al nivel de rendimiento del alumnado, por si existieran patrones de estrategias de aprendizaje o de procedimientos didácticos entre los estudiantes con más bajo grado de desarrollo que los diferenciaran de los excelentes. El presente capítulo y el siguiente harán un recorrido por estas variables analizando, con un esquema similar al ya expuesto en el capítulo 4, las posibles variables vinculadas a los procesos de enseñanza-aprendizaje que pudieran resultar relevantes. El fin último será establecer si determinadas estrategias de aprendizaje de los alumnos y alumnas o de enseñanza de sus docentes pudieran ser características de grupos específicos, con relaciones diferenciadas, que permitieran poner de manifiesto vínculos que contribuyan a explicar los rendimientos académicos dispares observados y a fundamentar adecuadamente las medidas de política educativa correspondientes.

Este capítulo comienza ese análisis con el estudio de las diferencias de género en el rendimiento en la competencia matemática, de gran relevancia social para configurar políticas educativas que garanticen la plena integración de la mujer en el ámbito académico y profesional con igualdad de oportunidades. Se inicia con una revisión de la literatura que ha estudiado las posibles causas que puedan originarlas. Seguidamente, se describen las diferencias observadas en el caso español utilizando datos PISA y se proponen diferentes modelos que emplean las variables relacionadas con el proceso de enseñanza-aprendizaje para determinar las relaciones entre las mismas y el rendimiento escolar diferenciado que se registra en España. El último epígrafe se dedica a exponer las conclusiones.

5.2. La competencia matemática y las diferencias de género

Las razones de la existencia de disparidades entre varones y mujeres en el desarrollo de la competencia matemática son objeto de una extensa literatura que ha considerado hipótesis biológicas y socioeconómicas (Geary, 2010; Halpern, 2013). En el primer caso se ha tratado de determinar si las causas del fenómeno residen en la fisiología diferenciada del propio cerebro de los sujetos, en la carga hormonal característica de cada sexo o en las distintas etapas del desarrollo físico e intelectual que atraviesan tanto hombres como mujeres, incluyendo la infancia, la adolescencia y el periodo adulto.

Como en otros campos, en este ámbito se han producido diferentes oleadas de investigaciones. Una primera revisión histórica de la literatura puso de relieve ya en los setenta (Maccoby y Jacklin, 1974) que, aunque parecían existir ciertas diferencias a favor de las mujeres en aptitud verbal y de los hombres en habilidades Matemáticas, resultaba difícil determinar en qué medida se derivaban de diferencias físicas o cognitivas propias de cada sexo o en qué grado eran resultado de la conducta de los individuos en su contexto social. Estos resultados se han mantenido en nuevos metanálisis realizados en los noventa (Gipps y Murphy, 1994), a inicios del presente siglo (Hyde, 2005) y en la actualidad (Miller y Halpern, 2014).

Por tanto, a pesar de la existencia de consenso en que esa base biológica puede repercutir en el desarrollo de determinadas capacidades en momentos evolutivos concretos, los resultados de la variedad de investigaciones realizadas no son definitivos en ningún caso. Esta falta de consenso incluye a la infancia y a la pubertad. Las razones esenciales son dos: hombres y mujeres emplean zonas del cerebro diferentes para lograr resultados cognitivos similares y, adicionalmente, es difícil determinar la intensidad y el sentido de las interacciones entre los factores sociales y biológicos.

Además, aunque las diferencias entre chicos y chicas en el desarrollo de la competencia matemática permanecen en el caso de los que presentan los niveles más altos de desempeño (Wai *et al.*, 2010), las evaluaciones internacionales muestran que esas disparidades tienden a ser cada vez más pequeñas o incluso a desaparecer en determinados países para la mayor parte del resto del alumnado si se consideran series históricas (Lindberg *et al.*, 2010; Stoet y Geary, 2013). En un grupo de naciones incluso actualmente se producen mejores resultados entre las mujeres que entre los hombres; entre otras, pueden citarse Rusia, Suecia, Finlandia o Malasia (OECD, 2013a). En consecuencia, se hace necesario analizar también el posible rol que otras variables económicas, educativas, sociales y culturales puedan estar jugando en estos procesos.

Un concepto central en esa tarea es el de la denominada *equidad de género* (Booth y Bennett, 2002), basada en tres dimensiones: la igualdad de trato que aseguraría la no discriminación, pero no idéntico punto de partida ni idénticos resultados, la discriminación positiva que supondría el diseño y puesta en práctica de medidas cuyo objetivo sea corregir las situaciones de desventaja de las mujeres y, finalmente, el desarrollo de políticas transversales que incluyan los problemas de género en todos los aspectos de gobierno de las instituciones sociales públicas y privadas. Se trata de un concepto ampliado para el caso a partir de la visión tradicional de la igualdad de oportunidades en educación (Halsey, Heath y Ridge, 1980) que consideraba tres categorías esenciales: las oportunidades formales, referidas a la disponibilidad estructural de acceso y participación en la educación; las oportunidades reales, vinculadas a las anteriores pero también a otras como el entorno familiar, la orientación del centro educativo o la calidad de la enseñanza y las oportunidades de acceso a los buenos resultados educativos que se consideran el mejor índice del logro de los objetivos sociales en este ámbito.

En este sentido, las principales aportaciones llevadas a cabo desde esta perspectiva tienen como referente la denominada *hipótesis de estratificación social de género*, inicialmente propuesta por Baker y Jones (1993), que analiza la relación entre factores vinculados a la equidad de género y los resultados obtenidos por las chicas en Matemáticas. Este enfoque utiliza índices de participación política de la mujer en la sociedad, de acceso efectivo de la misma a los diferentes niveles educativos o de su presencia en el mercado de trabajo para explicar diferencias en el grado de desarrollo por las alumnas de la competencia matemática. Diferentes trabajos empíricos realizados con bases de datos internacionales como PISA y TIMSS y empleando este enfoque¹, constatan que en los países donde la estratificación social basada en el género es más importante y, por consiguiente, existen peores condiciones de acceso en igualdad de oportunidades a la educación y al empleo, las chicas presentarían peor rendimiento en Matemáticas.

Resultados similares se han obtenido con esta metodología para el caso español utilizando datos PISA 2009 y analizando los resultados de Matemáticas. De la Rica y De San Román (2013), han establecido que esas diferencias están vinculadas a factores relacionados con la equidad de género, singularmente entre las chicas que obtienen rendimiento superior en Matemáticas, de modo que las niñas cuyas madres participan en el mercado laboral y, además, tienen educación universitaria, obtienen resultados relativamente mejores que las restantes. También existen diferencias entre las distintas comunidades autónomas del país para las cuales se han analizado varios índices vinculados a la participación de la mujer en la vida laboral y social. En este caso las chicas residen-

¹ Por ejemplo, los de Guiso *et al.* (2008), Else-Quest, Hyde y Linn (2010) y Else-Quest y Grabe (2012).

tes en comunidades con menor participación de la mujer en el mercado de trabajo también obtienen peores resultados académicos. Estos efectos diferenciales no se constatan en el caso de la situación laboral de los padres, lo que sugiere un rol del género en la transmisión social de las diferencias observadas.

Aunque estos trabajos aportan evidencia empírica de que los factores socio culturales son relevantes para explicar el rendimiento en Matemáticas e ilustrar diferencias internacionales, no explican de una manera concluyente el origen de las disparidades nacionales observadas. Por tanto, arrojan resultados contradictorios sobre el impacto de las políticas adoptadas para fomentar la equidad de género y mantienen abiertos debates metodológicos sobre aspectos como el diseño de los índices empleados para analizar las relaciones, la omisión o inclusión de variables y el tratamiento estadístico de los datos (Stoet y Geary, 2015).

La explicación de los mecanismos por los cuales podrían estar actuando estas relaciones que afectan al rendimiento en Matemáticas entre las chicas a escala nacional pivota en torno a dos ejes básicos estrechamente interrelacionados: el proceso de socialización de niños y niñas y el ámbito escolar.

En el primer caso, serían relevantes los estereotipos de género transmitidos por padres y madres, así como por profesores y profesoras durante el proceso de socialización general y durante la vida académica, afectando a las propias percepciones de las niñas respecto de sus capacidades en la competencia matemática, a su rendimiento en esa disciplina y a la elección de sus itinerarios académicos y profesionales. Así, cuando una chica percibe que el tipo de carrera académica y/o profesional o el modelo de desarrollo personal y familiar considerados adecuados o viables en su contexto no requieren el desarrollo de la competencia matemática, será menos probable que invierta parte de su esfuerzo en lograrlas. Esta perspectiva ha configurado todo un ámbito de investigación en torno al denominado *Expectancy-Value Model of Achievement Choices* o Modelo de Expectativas-Valor de Opciones de Logro (Wigfield y Eccles, 2000; Eccles, 2007).

En este sentido, aunque los estudios universitarios de Matemáticas no tienen un estereotipo de género marcadamente masculino en nuestro contexto cultural, diferentes estudios empíricos² sí indican que el género resulta relevante en la relación entre motivación y orientación académico profesional, especialmente en el ámbito de las carreras técnicas (no así de las relacionadas con las Ciencias de la Salud). Además, sus resultados describen cómo los chicos tienden a manifestar mayores expectativas de éxito y capacidades en dominios vinculados a los estereotipos masculinos

² Por ejemplo, Jacobs *et al.* (2005), Aronson y McGlone (2008), Gunderson *et al.* (2012) o Watt *et al.* (2012).

como las Ingenierías, la Física o las Actividades Deportivas, mientras que las chicas manifestarían autopercepciones de mayor nivel de desarrollo que los chicos en habilidades verbales y en carreras vinculadas a las Humanidades y a las Ciencias Sociales. Paradójicamente, los hombres serían más proclives a este tipo de sesgo que las mujeres de modo que la diferencia entre sus resultados efectivos en el desarrollo de las diferentes competencias y sus autopercepciones de competencia en las mismas serían mayores, reflejando cierta sobrevaloración de las propias capacidades por parte de los niños. Esta influencia podría producirse ya desde la enseñanza primaria (Lindberg *et al.*, 2013) y se iría intensificando a lo largo de la secundaria. Así, por ejemplo, aunque los trabajos en este ámbito en el caso español son aún pocos, está constatado que la transición desde la ESO a la elección de la modalidad de Bachillerato cursada podría estar condicionada por la influencia de los estereotipos sociales referidos a los diferentes ámbitos científicos y al posible desarrollo profesional posterior (Sáinz y Eccles, 2012).

En el segundo caso, referido a la influencia de los colegios e institutos, resultarían relevantes diferentes aspectos relacionados con los procesos de enseñanza-aprendizaje en las instituciones escolares. Desde esta perspectiva sería necesario analizar el denominado *curriculum oculto* (Torres, 2005) que transmitiría los valores socialmente dominantes sobre las funciones tradicionalmente atribuidas a la mujer en los sistemas sociales empleando como soporte las instituciones educativas ya que podría introducir sesgos sistemáticos en los procesos educativos por diferentes vías. Entre ellas podrían encontrarse la selección de contenidos, la atribución a uno de los sexos de roles sociales en el contexto escolar o en los libros de texto y en otros materiales didácticos, las expectativas del profesorado respecto del rendimiento en función del sexo del alumnado, o los procedimientos didácticos diferenciales empleados con alumnos y alumnas.

En un sentido similar se citan otros aspectos de tipo institucional relacionados con la organización formal de los centros y los sistemas educativos. Entre ellos, junto a otros, los mecanismos para acceder a la elección de materias optativas que configuren itinerarios formativos durante la vida académica, la gestión de la convivencia escolar y la resolución de los conflictos, la feminización de la profesión docente, el ejercicio de la función directiva, el carácter mixto o segregado de las enseñanzas (Halpern *et al.*, 2011; Mael *et al.*, 2005) o el sentido de la orientación académico-profesional realizada en las instituciones educativas.

Finalmente, también sería necesario analizar aspectos organizativos informales de la vida escolar (Myers *et al.*, 2007), como la ocupación física de los espacios de los centros educativos por chicos y chicas, la asignación de tareas y responsabilidades en la organización escolar, el tiempo de dedicación o de atención personalizada que exigen niños y niñas a los docentes que les imparten

clase u otras relaciones informales características del denominado *efecto peer*, abundantemente constatado pero aún insuficientemente analizado.

Además, el rendimiento en Matemáticas también podría verse negativamente afectado, no sólo por la influencia de los estereotipos socialmente transmitidos, sino por la constatación objetiva de que en el mercado de trabajo de su sociedad las mujeres se encuentren subrepresentadas en determinados sectores económicos o tengan barreras de entrada a los mismos (Eccles, 2007; Jacobs *et al.* 2005). Del mismo modo, en aquellos países en los que esas limitaciones no existieran, los resultados en Matemáticas serían mejores.

No obstante, es necesario tener presente que las relaciones entre rendimiento escolar y variables socioeconómicas son complejas y no deben realizarse interpretaciones simplistas, incluso en aquellos países donde los índices de equidad de género son más igualitarios. Por citar un ejemplo, es habitualmente mencionada y analizada la existencia de segregación vertical en el mercado de trabajo que da lugar a que los hombres accedan a trabajos con mejores sueldos. Sin embargo, también se produce segregación horizontal, en la cual los dos sexos tienen ingresos medios similares, pero acceden a tipos de ocupaciones diferentes, lo que podría afectar a las expectativas de las niñas en relación a los estudios que impliquen el uso de las Matemáticas incluso en sociedades muy igualitarias (Jarman, Blackburn y Racko, 2012).

En este sentido, la modelización de la participación de la mujer y del hombre en el mercado de trabajo, que también subyace en estos fenómenos, ha considerado multitud de variables y enfoques profusamente estudiados por el Análisis Económico. Inicialmente fue abordada la existencia de sesgos de autoselección en la decisión de incorporación al mercado de trabajo vinculados a instituciones sociales como el matrimonio o el cuidado de la descendencia u otros miembros dependientes de la familia, como ancianos y enfermos, determinantes de salarios de entrada que disuadirían de la incorporación de la mujer al empleo fuera del hogar (Killingsworth y Heckman, 1986). Otra preocupación de los investigadores es el análisis de las discriminaciones efectivas derivadas de las dificultades para acceder a determinados puestos de trabajo, del hecho de cobrar cantidades diferentes que los hombres o de dificultades para acumular el capital humano necesario para acceder a determinados puestos o por discriminaciones derivadas de prejuicios sociales en relación a determinadas tareas o profesiones (Altonji y Blank, 1999).

Más recientemente (Bertrand, 2011), los análisis se han ampliado a otros campos que incluyen la Psicología y la Sociología, subrayando la necesidad de que el Análisis Económico incorpore más variables individuales y sociales, incluyendo la posible existencia de *identidades de género* diferenciadas que condicionen los procesos de toma de decisiones de los agentes dependiendo de lo

que socialmente se considera adecuado para cada sexo. Estas identidades pueden estar presentes incluso en las sociedades más igualitarias y son relevantes para profundizar en el conocimiento de los procesos de toma de decisiones en este ámbito por parte de las alumnas al decidir su posible orientación a estudios y profesiones en los que el uso de las Matemáticas sea fundamental o al configurar sus conductas durante los procesos de producción educativa.

Por tanto, una de las vías de investigación en este ámbito está orientada a profundizar en el posible protagonismo de las variables escolares que afectan al rendimiento escolar, entre las que se encuentran las presentes durante los procesos de enseñanza-aprendizaje, de modo que permitan informar las medidas para procurar que las competencias de ambos sexos resultantes de la producción de los servicios educativos en cada etapa alcancen valores equivalentes. Se trataría, en definitiva, de avanzar en la línea de lo sugerido por Akerlof y Kranton (2002) o Cunha y Heckman (2009) en el sentido de que el Análisis Económico debe incorporar progresivamente al estudio de la producción educativa variables de otros ámbitos que permitan mejorar los modelos obtenidos.

Seguidamente se describen brevemente los rasgos que presentan estas diferencias de rendimiento en el caso de las Matemáticas en España y se realiza una investigación aplicada para determinar qué variables caracterizadoras de los procesos de enseñanza-aprendizaje, de entre las consideradas a lo largo de este estudio, pueden resultar significativas para contribuir a profundizar en la identificación de estas relaciones.

5.3. La situación española

Los informes PISA vienen poniendo de manifiesto la existencia de disparidades entre los resultados obtenidos por las chicas y los chicos españoles en diferentes competencias (OECD, 2013a). Así, en 2012 las alumnas obtienen una media de veintinueve puntos más que los chicos en lectura, una diferencia inferior a la media de la OCDE, que es de treinta y ocho puntos; además, en este caso, la diferencia entre chicos y chicas españoles se ha mantenido estable desde el año 2000. Por otra parte, si se analiza el caso de las ciencias, en el mismo año los alumnos obtuvieron mejores resultados que las alumnas, situándose siete puntos por encima en las medias registradas, mientras que en el año 2006 ambos grupos obtuvieron resultados similares.

Finalmente, si se considera el caso de la competencia matemática al que se refiere esta investigación, los alumnos obtienen mejores resultados que las alumnas y, además, la diferencia entre ambos grupos observadas en el estudio de 2012 son incluso mayores que las registradas en 2003: mientras que en 2003 los estudiantes españoles obtuvieron una media de nueve puntos más que las chicas, en 2012 han obtenido, por término medio, dieciséis puntos más que ellas. Este es uno de los

mayores incrementos observados en la diferencia entre chicos y chicas entre todos los países para los que hay datos de 2003 y 2012.

También existen diferencias por niveles de grado de desarrollo de la competencia entre los alumnos y las alumnas como puede constatarse en la Tabla 5.1. En los niveles más bajos las cifras son prácticamente idénticas. Sin embargo, a medida que se consideran los grados superiores de desarrollo de la competencia los valores de las chicas van empeorando hasta suponer que menos del 1% se ubican en el Nivel 6, un 6,7% alcanzan el Nivel 5, y el 25,3% logran el 4, estableciendo claras diferencias con los resultados de los chicos en estos tres niveles superiores y con la media de la OCDE.

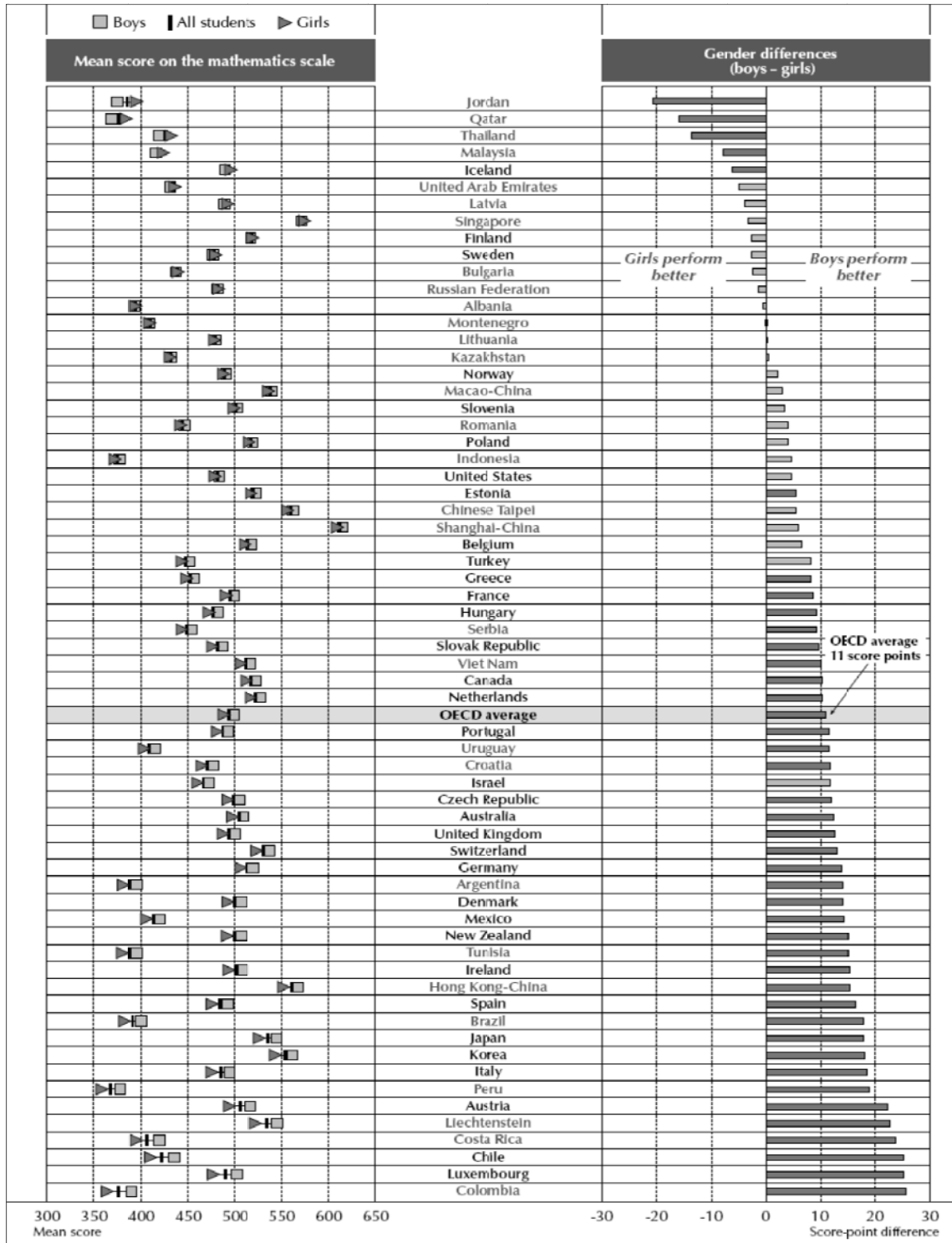
Tabla 5.1: Desarrollo competencia matemática en España. Niveles y género en PISA 2012.

Nivel	Puntuación media	Porcentaje de estudiantes capaces de realizar las tareas del nivel o de un nivel inferior			
		OCDE	ESPAÑA		
			TOTAL	HOMBRES	MUJERES
0 y 1	≤ 420 puntos	92,0	93,8	93,9	93,8
2	(420-482] puntos	77,0	80,6	81,4	79,8
3	(482-545] puntos	54,5	57,5	60,5	54,5
4	(545-607] puntos	30,8	29,7	34,1	25,3
5	(607-669] puntos	12,6	9,4	12,2	6,7
6	>669 puntos	3,3	1,3	1,9	0,8

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

La Figura 5.1 permite un análisis comparativo de la situación española con la de otros países. Además facilita, con tonos más oscuros tanto en la denominación del país como en el diagrama de barras, información sobre los estados en los que las diferencias en rendimiento entre chicos y chicas son estadísticamente significativas. Los datos se presentan ordenados en orden ascendente de la diferencia de rendimiento entre chicos y chicas. Una primera cifra relevante es la media de la OCDE, que indica que el resultado de los alumnos es once puntos superior al de las alumnas para el conjunto de los estudiantes participantes en PISA. Además, en la figura también se observan disparidades adicionales por grado de desarrollo de la competencia y sexo que sugieren la existencia de factores nacionales que afectan al rendimiento escolar en este caso. Así, la mayor brecha en los resultados a favor de los chicos se produce en Colombia, Luxemburgo y Chile con una distancia de alrededor de 25 puntos.

Figura 5.1: Diferencias de género en la competencia matemática según PISA 2012.



Fuente: OECD, PISA 2012 Database, Tabla 1.2.3a.

En Corea, Japón y Hong-Kong, que se encuentran entre los diez países con mejores resultados, la diferencia entre hombres y mujeres es de entre 15 y 20 puntos a favor de los primeros, muy similar a la que presentan otros con resultados más modestos del conjunto de la población escolar como Italia, España o Irlanda.

Las diferencias se mantienen a lo largo de los niveles de desarrollo de la competencia (OECD, 2013a). En consecuencia, mayores proporciones de chicos que de chicas se sitúan en los niveles 4, 5 y 6 y, consiguientemente, la proporción de alumnas es mayor que la de alumnos en los niveles 3 e inferiores en la línea de lo ya descrito para España. En los países con mejores medias, en los que porcentajes relativamente altos de los estudiantes se sitúan en niveles de desempeño elevados, la diferencia en la proporción de chicos y chicas es mayor. Así, en países con alto desempeño como Corea, Japón y Hong-Kong la proporción de chicos situados en los niveles superiores ese situaría en torno a nueve puntos por encima de la de las chicas.

En cuanto a los estados situados en un rendimiento medio como Israel, Austria, Italia o Nueva Zelanda, la proporción de chicos que alcanzan el mayor nivel de desarrollo de la competencia es entre un seis y un ocho por ciento superior al de chicas; en el caso de España la diferencia es de unos cinco puntos, aunque hay que tener presente que la proporción de estudiantes con alto desempeño es relativamente más reducida.

En los niveles inferiores de desarrollo de la competencia hay variaciones considerables entre países y en torno a un tercio de los estados participantes presentan una proporción mayor de chicos que de chicas por debajo del Nivel 2 de alfabetización matemática.

Finalmente, es necesario subrayar que algunos países han logrado mejoras relevantes entre 2003 y 2012, reduciendo esas diferencias de género. Entre ellos se encuentran Finlandia, Rusia, Suecia o los Estados Unidos que las han eliminado totalmente durante el periodo o Grecia, que ha logrado que pasen de 19 a 8 puntos. Estas tendencias se reflejan también en el porcentaje de chicas que se incorporan a niveles de alto desempeño (5 o 6) o las que abandonan los bajos niveles de competencia (por debajo del 2). Así Portugal, Italia, Polonia o Rusia muestran una reducción en el porcentaje de chicas con niveles inferiores al 2 y un incremento de la proporción de las alumnas en los niveles 5 o superiores. Sin embargo, en otros países, entre los que se encuentra España como ya se ha indicado, la brecha se amplió entre 2003 y 2012.

Todos estos datos ponen de manifiesto la relevancia del problema y la necesidad de profundizar en su estudio.

5.4. Procesos de enseñanza-aprendizaje y diferencias entre alumnos y alumnas

A pesar de la importancia de las diferencias de rendimiento descritas, la revisión de los trabajos realizados ha puesto de manifiesto el limitado tratamiento dado al asunto de la relación entre género y rendimiento escolar en Matemáticas el caso español. La mayor parte de los trabajos constatan la significatividad del género como variable integrante de los modelos, pero aún está pendiente una profundización y ampliación de su consideración. En la línea del sentido del presente trabajo, seguidamente se presenta una investigación que relaciona las variables caracterizadoras de los procesos de enseñanza-aprendizaje con el rendimiento académico, llevando a cabo así una extensión de la tarea iniciada en el capítulo anterior.

El objetivo último es contribuir a intentar determinar la existencia de variables del ámbito escolar que faciliten o limiten el desarrollo de la competencia, que puedan estar relacionadas con rasgos de género en el sentido descrito al revisar la literatura sobre este ámbito y que pudieran ser susceptibles de ser abordadas mediante políticas educativas específicamente dirigidas a reducir las diferencias observadas. Seguidamente se realiza una descripción de los datos empleados, se exponen las estimaciones llevadas a cabo y se analizan los resultados obtenidos.

5.4.1. Datos

La investigación emplea la información recopilada por PISA 2012 y ya referida en el capítulo anterior, utilizando en el presente caso dos conjuntos separados de datos para analizar de modo diferenciado a hombres y mujeres. Los valores plausibles serán nuevamente los *outputs* considerados en el proceso de estimación. En la Tabla 5.2 es posible observar que los valores plausibles medios presentan disparidades que se corresponden con los modelos estimados en el Capítulo 4, de modo que los chicos logran un valor medio algo más de dieciséis puntos por encima del de las chicas, lo que justifica el presente análisis.

Por otra parte, las Tablas 5.3 y 5.4 facilitan los estadísticos descriptivos de las variables que se emplearán como variables explicativas o *inputs*, respectivamente en las Aplicaciones I y II, organizadas con el mismo criterio que en el capítulo anterior. Los datos recogidos en ellas permiten una primera aproximación al análisis de las posibles disparidades de género. Comenzando por la Tabla 5.3 se observa como las variables que describen los rasgos individuales presentan valores medios similares, lo que es coherente con la distribución normal de las observaciones. También es posible comprobar la mayor incidencia de la condición de repetidor de al menos un curso en primaria o en secundaria entre los alumnos que entre las alumnas.

Tabla 5.2: Valores plausibles competencia matemática por género.

PVMAT _i	TOTAL				HOMBRES				MUJERES			
	Mín.	Máx.	Med.	D.E.	Mín.	Máx.	Med.	D.E.	Mín.	Máx.	Med.	D.E.
PVMAT 1	98,2	811,8	484,6	87,3	98,2	811,8	492,5	91,1	98,2	772,9	476,6	82,5
PVMAT 2	145,1	815,7	484,5	87,9	145,1	815,7	492,5	91,2	145,1	769,0	476,4	83,6
PVMAT 3	139,5	821,9	484,4	87,9	139,5	821,9	492,8	91,1	139,5	767,4	475,9	83,6
PVMAT 4	138,8	792,4	484,1	88,2	138,8	792,4	492,8	91,3	138,8	748,6	475,2	83,9
PVMAT 5	128,6	829,6	483,8	87,4	128,6	829,7	491,7	91,2	128,6	773,1	475,8	82,6
PVMATMEDIO			484,3	87,7			492,4	91,2			476,0	83,2

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

Por otra parte, las mujeres habrían presentado una mayor exposición en el pasado a las Matemáticas Puras (EXPUREM) que los hombres, y presentarían valores similares en el caso de las Matemáticas Aplicadas (EXAPPLM). Este dato es significativo por su magnitud y por el hecho de que podría estar poniendo de manifiesto o percepciones subjetivas diferenciadas o prácticas distintas con chicos y chicas, lo que resulta singular en un sistema educativo basado masivamente en la coeducación y en la enseñanza mixta.

En cuanto a las estrategias de aprendizaje, los chicos emplean con más frecuencia las basadas en la elaboración, mientras que las chicas tienden a emplear ligeramente más las de memorización y las cifras serían muy cercanas para el caso de la de control.

El siguiente bloque de variables presenta diferencias que también pueden ser relevantes: la motivación instrumental (INSTMOT) de las chicas facilita valores negativos del índice que la describe, mientras que la de los chicos es positiva. Además, en el caso de la motivación intencional (MATINTFC), ambas son negativas pero el valor es mucho menor para las chicas que para los chicos. Estos datos, de resultar significativos al realizar las estimaciones correspondientes, pueden revelar la persistencia de patrones culturales de orientación de los hombres hacia los conocimientos más técnicos y de las mujeres hacia los más humanísticos que pondrían de manifiesto problemas de equidad de género y de vínculos con la motivación de logro según lo descrito al inicio de este capítulo. Además, revelaría carencias en las políticas de coeducación de las personas en las instituciones educativas a estas edades, así como vínculos con expectativas negativas en relación con el mercado laboral y patrones de identidad de género diferenciados, con posibles repercusiones sobre el posible desarrollo de la competencia.

Tabla 5.3: Estadísticos de las variables explicativas (*inputs*) por género. Aplicación I.

DIMENSIÓN	VARIABLE	HOMBRES				MUJERES			
		Mín.	Máx.	Media	D.E.	Mín.	Máx.	Media	D.E.
NIVEL 1: RASGOS PERSONALES Y FAMILIARES.									
	PARED	3,00	16,50	12,41	3,70	3	16,50	12,37	3,71
	INMI	0	1	0,10	0,30	0	1	0,10	0,30
NIVEL 1: EXPERIENCIA INDIVIDUAL DEL PROCESO DE APRENDIZAJE.									
Experiencia académica	REPITE	0	1	0,37	0,48	0	1	0,29	0,45
	EXAPPLM	-2,99	3,20	0,17	0,93	-2,99	3,20	0,16	0,80
	EXPUREM	-2,73	0,80	0,18	0,87	-2,73	0,80	0,36	0,77
Estrategias de aprendizaje	CONTROL	0	1	0,34	0,47	0	1	0,35	0,48
	ELAB	0	1	0,19	0,39	0	1	0,13	0,34
	MEMOR	0	1	0,27	0,44	0	1	0,31	0,46
Motivación	INSTMOT	-2,30	1,59	0,06	1,05	-2,30	1,59	-0,11	1,02
	MATINTFC	-1,53	1,46	-0,02	1,01	-1,53	1,46	-0,27	0,93
Grado de compromiso	MATWKETH	-3,45	2,72	0	1,02	-3,45	2,72	0,26	0,98
	MATBEH	-2,14	4,42	0,16	1,02	-2,14	4,42	-0,05	0,91
NIVEL 1: EXPERIENCIA INDIVIDUAL DEL PROCESO DE ENSEÑANZA.									
Estrategias didácticas cognitivas	OBJET	0	1	0,69	0,46	0	1	0,63	0,48
	RESUMIR	0	1	0,39	0,49	0	1	0,37	0,48
	PCONTEXT	0	1	0,65	0,48	0	1	0,61	0,49
	PPENSAR	0	1	0,60	0,49	0	1	0,54	0,50
	DEBERES	0	1	0,85	0,36	0	1	0,88	0,33
	DIVER	0	1	0,26	0,44	0	1	0,19	0,39
	ERRORES	0	1	0,69	0,46	0	1	0,67	0,47
Estrategias didácticas metacognitivas	CREATIV	0	1	0,47	0,50	0	1	0,38	0,48
	GRUPOS	0	1	0,20	0,40	0	1	0,15	0,36
	PAPLIC	0	1	0,70	0,46	0	1	0,68	0,47
	PLANIF	0	1	0,22	0,42	0	1	0,14	0,35
	PNOOBVIO	0	1	0,49	0,50	0	1	0,40	0,49
	PROYEC	0	1	0,20	0,40	0	1	0,14	0,35
Recursos	USEMATH	-0,77	2,80	-0,02	1,03	-0,77	2,80	-0,11	0,96
Gestión del grupo	CLSMAN	-3,25	2,20	-0,04	1,00	-3,25	2,20	-0,06	1,01
	MATSUP	-2,86	1,84	0,08	1,03	-2,86	1,84	0,08	1,02
NIVEL 2: RASGOS CENTRO EDUCATIVO.									
RR.HH.	SMRATIO	2,00	516,00	106,35	59,70	2,00	516,00	106,05	57,48
Tamaño	TAMAÑOC	0	3	1,67	0,99	0	3	1,67	0,97
Titularidad	TIPOC	0	1	0,68	0,47	0	1	0,69	0,46
Efecto <i>peer</i>	ESCSC	-1,78	1,42	-0,19	0,54	-2,36	1,42	-0,19	0,53

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

Tabla 5.4: Estadísticos de las variables explicativas (*inputs*) por género. Aplicación II.

DIMENSIÓN	VARIABLE	HOMBRES				MUJERES			
		Mín.	Máx.	Media	D.E.	Mín.	Máx.	Media	D.E.
NIVEL 1: RASGOS PERSONALES Y FAMILIARES.									
	PARED	3,00	16,50	12,41	3,70	3	16,50	12,37	3,71
	INMI	0	1	0,10	0,30	0	1	0,10	0,30
NIVEL 1: EXPERIENCIA INDIVIDUAL DEL PROCESO DE APRENDIZAJE.									
Experiencia académica	REPITE	0	1	0,37	0,48	0	1	0,29	0,45
	EXAPPLM	-2,99	3,20	0,17	0,93	-2,99	3,20	0,16	0,80
	EXPUREM	-2,73	0,80	0,18	0,87	-2,73	0,80	0,36	0,77
Estrategias de aprendizaje	CONTROL	0	1	0,34	0,47	0	1	0,35	0,48
	ELAB	0	1	0,19	0,39	0	1	0,13	0,34
	MEMOR	0	1	0,27	0,44	0	1	0,31	0,46
Motivación	INSTMOT	-2,30	1,59	0,06	1,05	-2,30	1,59	-0,11	1,02
	MATINTFC	-1,53	1,46	-0,02	1,01	-1,53	1,46	-0,27	0,93
Grado de compromiso	MATWKETH	-3,45	2,72	0	1,02	-3,45	2,72	0,26	0,98
	MATBEH	-2,14	4,42	0,16	1,02	-2,14	4,42	-0,05	0,91
NIVEL 2: PROCESO DE ENSEÑANZA DESARROLLADO EN LOS CENTROS EDUCATIVOS.									
Estrategias didácticas cognitivas	OBJETC	0	1	0,87	0,32	0	1	0,87	0,32
	RESUMIRC	0	1	0,25	0,42	0	1	0,24	0,42
	PCONTEXTC	0	1	0,79	0,40	0	1	0,79	0,40
	PPENSARC	0	1	0,70	0,45	0	1	0,70	0,45
	DEBERESC	0	1	0,99	0,07	0	1	0,99	0,07
	DIVERC	0	1	0,03	0,18	0	1	0,03	0,18
	ERRORESC	0	1	0,87	0,33	0	1	0,87	0,32
Estrategias didácticas meta-cognitivas	CREATIVC	0	1	0,34	0,46	0	1	0,33	0,46
	GRUPOSC	0	1	0,03	0,17	0	1	0,03	0,16
	PAPLICC	0	1	0,92	0,26	0	1	0,93	0,26
	PLANIFC	0	1	0,02	0,12	0	1	0,01	0,11
	PNOOBVIOC	0	1	0,37	0,47	0	1	0,36	0,47
PROYECC	0	1	0,01	0,10	0	1	0,01	0,10	
Recursos	USEMATHC	-0,77	2,80	-0,09	0,39	-0,77	1,43	-0,10	0,39
Gestión del grupo	CLSMANC	-1,38	2,20	-0,04	0,40	-1,35	2,20	-0,05	0,40
	MATSUPC	-1,41	1,84	0,08	0,34	-1,22	1,15	0,08	0,34
NIVEL 2: OTROS RASGOS DEL CENTRO EDUCATIVO.									
RR.HH.	SMRATIO	2,00	516,00	106,35	59,70	2	516,00	106,05	57,48
Tamaño	TAMAÑOC	0	3	1,67	0,99	0	3	1,67	0,97
Titularidad	TIPOC	0	1	0,68	0,47	0	1	0,69	0,46
Efecto <i>peer</i>	ESCSC	-1,78	1,42	-0,19	0,54	-2,36	1,42	-0,19	0,53

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

El grupo de variables que describe el grado de compromiso de los estudiantes con el proceso de aprendizaje presenta diferencias adicionales. En primer lugar, las chicas perciben realizar un esfuerzo superior durante las actividades escolares (MATWKETH), lo que sería coherente con un patrón social acreditado en la literatura según el cual las atribuciones de mérito en el aprendizaje variarían por sexo y dominios en función de razones relacionadas con el proceso de socialización, de modo que en el caso de las Matemáticas los chicos tienden a atribuir su mejor rendimiento a su capacidad y las chicas a su trabajo y su esfuerzo según una pauta socialmente inculcada (Guimond y Roussel, 2001; Kurtz-Costes *et al.*, 2008).

En un sentido similar, los chicos llevan a cabo una mayor cantidad de actividades extraescolares relacionadas con las Matemáticas. Este aspecto es también especialmente destacable, ya que las actividades extraescolares descritas en MATBEH, que incluyen entre otras la participación en clubes de Matemáticas, jugar al ajedrez o la programación de ordenadores y el uso de las nuevas tecnologías de la información, presentarían un sesgo asociado al género que vincularía las mismas a la condición masculina. Esta circunstancia ya ha sido constatada entre el alumnado español de secundaria Sáinz y López-Sáez (2010) con datos especialmente recopilados para su análisis y muestra la mayor disposición de los chicos a la realización de actividades vinculadas a las TIC, que sería incluso más elevada entre los chicos que viven en áreas rurales y los que pertenecen a familias de nivel socioeconómico superior. La explicación esencial estaría vinculada a la reproducción de roles de género en la atribución de valor a este tipo de tareas, constatada también para otros estudios internacionales en el sentido de que parte los chicos adolescentes cultivarían como valor social de grupo y rasgo diferencial esa especialización en el uso de las nuevas tecnologías, incluyendo sus usos lúdicos, mientras que las chicas tenderían a considerar que el excesivo interés por las mismas tiene connotaciones sociales negativas en el grupo de socialización por denotar aislamiento.

Seguidamente, en el grupo de variables empleadas para caracterizar la experiencia individual del proceso de enseñanza, los varones presentan mayores frecuencias en la percepción de las prácticas didácticas registradas mediante OBJET, RESUMIR, PCONTEXT, PPENSAR y ERRORES. Las chicas los superan en el caso de DEBERES. La diferencia es especialmente alta en el caso de la variable DIVER a favor de los varones, también más afectados por problemas de repetición de curso asociados a niveles de retraso académico susceptibles de ser abordados mediante la encomienda de tareas diferenciadas.

Algo similar ocurre con el caso de la percepción de las estrategias didácticas en las que se encuentren implicadas tareas orientadas al desarrollo de habilidades metacognitivas de orden superior empleadas por el profesorado: en todas ellas los alumnos presentan valores que reflejarían mayor

frecuencia de uso que las alumnas, lo que podría reflejar vivencias diferenciadas de los procesos de enseñanza o discriminaciones efectivas derivadas de las expectativas de los docentes en relación con el interés del alumnado de uno u otro género o su capacidad para enfrentar tareas distintas.

En cuanto al uso de los recursos informáticos durante las clases (USEMATH), las chicas manifiestan constatar un menor empleo de los mismos que los chicos durante las clases de Matemáticas. Por otra parte, las percepciones sobre gestión de la convivencia en el aula y apoyo recibido de los docentes son similares. Igualmente, son prácticamente idénticos los rasgos de las variables de centro son prácticamente idénticos, reflejando el hecho de que la presencia de centros segregados por sexo en el sistema educativo español es muy reducida.

Siguiendo el esquema establecido en el capítulo anterior, la Tabla 5.4 incluye la consideración de las manifestaciones medias de las prácticas en los centros por los estudiantes de los mismos. En este caso los valores no presentan diferencias relevantes. Se incluye a efectos ilustrativos porque una de las razones del planteamiento de la Aplicación II es la consideración de un posible tratamiento del problema de la motivación instrumental que en el caso del género presenta las disparidades ya descritas y que pueden hacer relevante esta otra estrategia de tratamiento del problema.

5.4.2. Estimaciones y análisis de resultados

Las estimaciones se han realizado aplicando la metodología multinivel según lo ya descrito en el Capítulo 4. Siguiendo también el patrón establecido en ese capítulo, la Aplicación I adopta la perspectiva de atribuir al nivel individual la experiencia del proceso de enseñanza-aprendizaje, reservando al nivel dos del análisis los rasgos materiales y de contexto social del centro educativo.

De acuerdo con las pautas de esta metodología, se han calculado los modelos nulos que se describen en la Tabla 5.5. Los resultados obtenidos ponen de manifiesto una variabilidad entre centros de un 20,85% en el caso de los chicos y de un 18,53% para las chicas, lo que justifica la viabilidad de un análisis basado en la aplicación de este tipo de modelos.

En este caso, dado que la estrategia de estimación aditiva ya ha sido exhaustivamente descrita en el capítulo anterior, se exponen sólo cuatro de los modelos estimados y se presentan los datos agrupados para facilitar las comparaciones de género. Por tanto, el modelo 1 incluye todas las variables individuales, familiares y referidas a la experiencia subjetiva del proceso de aprendizaje. El modelo 2 incorpora la experiencia individual de cada alumno y alumna durante el proceso de enseñanza y completa el Nivel 1 del análisis, eliminando las que no son significativas individualmente o las que impiden estimar modelos globalmente significativos.

Seguidamente, el modelo 3 mantiene sólo las variables significativas en al menos al 90% del Nivel 1 e incluye todos los rasgos de los centros educativos analizados en el caso del Nivel 2. Para concluir, el modelo 4 expone los resultados considerando las variables de ambos niveles que cumplen una exigencia de significatividad de al menos un 90%.

Tabla 5.5: Modelos nulos para hombres y mujeres. Aplicación I.

DATOS DEL MODELO	HOMBRES		MUJERES	
	COEFICIENTE	D.E.	COEFICIENTE	D.E.
Media general, γ_{00}	493,07 ^a	2,79	476,64 ^a	2,39
Varianza entre estudiantes, σ^2	6613,18	81,32	5514,67	74,26
Varianza entre centros educativos, τ^2	1741,93	41,74	1254,68	35,42
Varianza Total (estudiantes más centros educativos)	8355,11		6769,35	
Coefficiente de Correlación Intraclase, CCI	0,2085		0,1853	
<i>Deviance</i>	133611		132042	
Parámetros	3		3	

^asignificativo $p < 0,01$

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

El análisis del modelo 1 permite constatar algunas diferencias muy relevantes en el nivel individual. La primera sería el impacto positivo del máximo nivel de estudios de los progenitores en el grado de desarrollo de la competencia matemática, con un parámetro un tercio superior para las mujeres que para los hombres, en la línea con lo ya descrito por la literatura.

En segundo lugar, hay que destacar el fuerte impacto negativo que la condición de inmigrante de primera o segunda generación tiene sobre las mujeres y que dobla al de los varones. En este caso se puede estar produciendo la reproducción de roles culturales de las sociedades de origen de las familias que agraven el problema de las alumnas para el desarrollo de sus capacidades académicas al mantener respecto de las mismas bajas expectativas o bajos niveles de apoyo personal o material.

Entrando en el análisis de la experiencia académica, la condición de repetidor resulta más negativa para los chicos que para las chicas en este modelo 1. Si se analiza la experiencia anterior con las Matemáticas, también se observan disparidades entre varones y mujeres: los primeros presentan un menor impacto negativo de la sobreexposición a las Matemáticas aplicadas que las chicas, mientras que presentan un mayor impacto positivo que las alumnas de haber mantenido contacto muy frecuente con las Matemáticas puras en el pasado. Estos datos sugieren una diferenciación temprana en la configuración de las expectativas o en la influencia de la transmisión de los roles vinculados a componentes culturales en relación con las Matemáticas y su utilidad futura para el desarrollo académico y profesional.

Tabla 5.6: Estimadores multinivel por género. Aplicación I. (Continúa).

VARIABLE	1				2			
	HOMBRES		MUJERES		HOMBRES		MUJERES	
	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.
γ_{00}	500,22 ^a	(9,74)	452,33 ^a	(8,32)	483,90 ^a	(10,73)	463,66 ^a	(9,38)
Nivel 1: RASGOS PERSONALES Y FAMILIARES.								
PARED	2,65 ^a	(0,61)	3,63 ^a	(0,48)	2,57 ^a	(0,58)	2,08 ^a	(0,54)
INMI	-25,48 ^a	(5,59)	-48,55 ^a	(6,75)	-12,82 ^b	(5,53)	-22,03 ^a	(6,43)
Nivel 1: EXPERIENCIA INDIVIDUAL DEL PROCESO DE APRENDIZAJE.								
REPITE	-83,13 ^a	(4,63)	-72,73 ^a	(5,01)	-76,18 ^a	(4,36)	-77,47 ^a	(4,56)
EXAPPLM	-4,96 ^b	(2,30)	-6,98 ^a	(2,44)	-3,26 ^d	(2,82)	-3,35 ^d	(2,28)
EXPUREM	14,86 ^a	(2,78)	11,70 ^a	(3,24)	7,56 ^a	(2,38)	6,03 ^b	(2,92)
CONTROL	-7,84 ^d	(4,85)	3,28 ^d	(4,36)				
ELAB	-1,46 ^d	(5,74)	22,49 ^a	(6,09)	13,84 ^a	(4,14)	13,27 ^a	(4,40)
MEMOR	-5,54 ^d	(6,01)	1,84 ^d	(4,60)				
INSTMOT	19,54 ^a	(2,34)	13,11 ^a	(2,08)				
MATINTFC	2,44 ^d	(2,17)	1,26 ^d	(2,04)				
MATWKETH	-5,17 ^d	(2,84)	2,23 ^d	(2,21)				
MATBEH	-1,14 ^d	(2,37)	-2,17 ^d	(3,25)				
Nivel 1: EXPERIENCIA INDIVIDUAL DEL PROCESO DE ENSEÑANZA.								
OBJET					-1,19 ^d	(4,66)	-8,09 ^b	(3,77)
RESUMIR					4,34 ^d	(4,23)	3,02 ^d	(4,24)
PCONTEXT					8,73 ^b	(4,59)	12,31 ^a	(3,92)
PPENSAR					0,43 ^d	(4,67)	-5,08 ^d	(3,84)
DEBERES					8,45 ^c	(4,88)	9,87 ^c	(5,63)
DIVER					-10,77 ^b	(4,80)	-10,82 ^a	(4,29)
ERRORES					-5,39 ^d	(4,97)	10,02 ^b	(4,49)
CREATIV					-5,02 ^d	(3,40)	-2,13 ^d	(4,34)
GRUPOS					-21,46 ^a	(5,43)	-13,57 ^b	(5,84)
PAPLIC					10,85 ^b	(4,66)	2,02 ^d	(4,14)
PLANIF					-29,55 ^a	(6,00)	-17,01 ^a	(5,18)
PNOOBVIO					10,64 ^b	(4,42)	16,13 ^a	(3,58)
PROYEC					-6,87 ^d	(6,19)	-24,65 ^a	(5,70)
USEMATH					-7,29 ^a	(1,73)	-4,23 ^a	(1,96)
CLSMAN					1,50 ^d	(2,09)	-2,95 ^d	(1,92)
MATSUP					-2,36 ^d	(2,25)	2,16 ^d	(2,17)
ANÁLISIS DE LA VARIANZA.								
Varianza r_{ij} (σ^2)	4107,74		3510,02		4003,16		3504,17	
Varianza u_{0i} (τ^2)	755,70		495,92		686,84		422,28	
CCI	0,1554		0,1238		0,1464		0,1075	
% Reducción CCI	25,47		33,21		29,76		41,98	
Deviance	37851		38950		36021		36449	
Parámetros	15		15		25		25	
^a significativo $p < 0,01$; ^b significativo $p < 0,05$; ^c significativo $p < 0,10$; ^d $p \geq 0,10$.								

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

Tabla 5.7: Estimadores multinivel por género. Aplicación I. (Conclusión).

VARIABLE	3				4			
	HOMBRES		MUJERES		HOMBRES		MUJERES	
	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.
γ_{00}	498,87 ^a	(13,51)	488,62 ^a	(9,08)	495,56 ^a	(12,35)	487,10 ^a	(8,78)
Nivel 1: RASGOS PERSONALES Y FAMILIARES.								
PARED	1,65 ^a	(0,56)	1,02 ^c	(0,54)	1,69 ^a	(0,56)	1,01 ^c	(0,54)
INMI	-12,14 ^a	(4,99)	-19,91 ^a	(6,58)	-12,27 ^a	(4,93)	-20,00 ^a	(6,59)
Nivel 1: EXPERIENCIA INDIVIDUAL DEL PROCESO DE APRENDIZAJE.								
REPITE	-75,95 ^a	(4,36)	-74,29 ^a	(4,50)	-76,15 ^a	(4,38)	-74,38 ^a	(4,54)
EXAPPLM								
EXPUREM	7,95 ^a	(2,37)	5,22 ^b	(2,62)	8,06 ^a	(2,39)	5,29 ^b	(2,64)
CONTROL								
ELAB	12,23 ^a	(4,03)	12,08 ^a	(4,14)	12,53 ^a	(3,99)	12,11 ^a	(4,14)
MEMOR								
INSTMOT								
MATINTFC								
MATWKETH								
MATBEH								
Nivel 1: EXPERIENCIA INDIVIDUAL DEL PROCESO DE ENSEÑANZA.								
OBJET			-7,43 ^b	(3,82)			-7,10 ^b	(3,81)
RESUMIR								
PCONTEXT	8,82 ^b	(4,17)	11,81 ^a	(3,94)	10,12 ^a	(4,03)	11,91 ^a	(3,93)
PPENSAR								
DEBERES	8,85 ^c	(4,95)	11,49 ^b	(5,53)	8,85 ^c	(4,96)	11,19 ^b	(5,47)
DIVER	-11,32 ^a	(4,46)	-9,71 ^b	(4,26)	-10,71 ^a	(4,34)	-9,66 ^b	(4,27)
ERRORES			10,30 ^a	(4,08)			10,27 ^a	(4,08)
CREATIV								
GRUPOS	-21,40 ^a	(5,29)	-13,95 ^b	(6,03)	-20,45 ^a	(5,31)	-13,81 ^b	(6,17)
PAPLIC	11,12 ^a	(4,38)			12,15 ^a	(4,35)		
PLANIF	-30,69 ^a	(5,60)	-15,81 ^a	(5,14)	-30,74 ^a	(5,80)	-15,81 ^a	(5,16)
PNOOBVIO	6,73 ^c	(4,34)	13,90 ^a	(3,27)			13,83 ^a	(3,24)
PROYEC			-23,87 ^a	(5,69)			-23,92 ^a	(5,70)
USEMATH	-7,41 ^a	(1,63)	-4,66 ^b	(1,95)	-7,49 ^a	(1,67)	-4,66 ^b	(1,93)
CLSMAN								
MATSUP								
NIVEL 2: RASGOS CENTRO EDUCATIVO.								
SMRATIO	0,07 ^b	(0,03)	0 ^d	(0,04)	0,07 ^b	(0,03)		
TAMAÑOC	-4,88 ^b	(2,52)	-5,47 ^b	(2,40)	-4,38 ^c	(2,60)	-5,41 ^a	(2,16)
TIPOC	-7,56 ^d	(6,46)	-2,96 ^d	(4,98)				
ESCSC	24,12 ^a	(5,54)	28,59 ^a	(4,86)	27,81 ^a	(4,81)	29,91 ^a	(3,96)
ANÁLISIS DE LA VARIANZA.								
Varianza r_{ij} (σ^2)	4033,74		3491,99		4035,31		3492,82	
Varianza u_{0j} (τ^2)	577,43		276,35		593,83		276,78	
CCI	0,1252		0,1120		0,1283		0,0734	
% Reducción CCI	39,94		60,43		38,47		60,39	
Deviance	36606		36718		36696		36719	
Parámetros	20		22		18		20	
^a significativo $p < 0,01$; ^b significativo $p < 0,05$; ^c significativo $p < 0,10$; ^d $p \geq 0,10$.								

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

De entre las estrategias de aprendizaje, nuevamente las de control y memorización no resultan estadísticamente significativas en ningún caso cuando se consideran conjuntamente con otras variables vinculadas a la experiencia de aprendizaje. Sin embargo el valor del parámetro situado en 22,49 reflejaría que la de elaboración sí lo es de modo relevante para las niñas que la emplean, mientras que no es significativa para los chicos. Este resultado indica para esta estrategia, que es la que implica el desarrollo de habilidades cognitivas más complejas, un resultado singular.

Así, la estrategia de elaboración es relativamente menos empleada por las chicas según lo manifestado en el estudio, pero cuando lo hacen contribuye de modo relativamente más relevante a su resultado en Matemáticas que en el caso de los chicos. Estos resultados confirman, por otra vía metodológica y con otros datos, los resultados obtenidos por Veenman (2014) y Van der Steel y Veenman (2014). Estos autores describen resultados de sus trabajos empíricos que indican que entre los 12 y los 15 años las habilidades metacognitivas, entre las que se encuentran las estrategias de elaboración, no se desarrollan de modo lineal entre chicos y chicas y, además, presentan una independencia relevante respecto de la capacidad intelectual a partir del final de la adolescencia. De acuerdo con sus investigaciones es precisamente en torno a la edad de 15 años, en la que se producen los estudios PISA, cuando se produce una disparidad entre los dos sexos para las estrategias de orden superior. Destacan que mientras que las chicas experimentarían una pausa en el desarrollo de sus capacidades metacognitivas entre los 13 y los 14 años, los chicos la atravesarían entre los 14 y los 15. Esto supone un retraso temporal de en torno a un año entre unos y otros a la edad en la que se realiza la evaluación internacional de la que se han tomado los datos.

En cualquier caso, es necesario tener presente que diferentes estudios realizados en el mismo sentido y para edades posteriores indican que la equiparación se produciría en el año siguiente y sería plena en la primera juventud, en lo que podría ser una transición desde una vinculación de las estrategias metacognitivas a dominios o competencias específicos propia de la infancia y la primera adolescencia, al desarrollo de capacidades generales aplicables a diferentes contextos, independientemente de los conocimientos que incluya, propia de los adultos (Leutwyler, 2009; Van der Steel y Veenman, 2014).

Por otra parte, respecto a la variable INSTMOT, que refleja el impacto de la motivación instrumental, es necesario resaltar que aunque el signo del parámetro es el mismo, se presenta una disparidad entre los valores estimados. En consecuencia, se plantea la posibilidad de que se esté produciendo desde tempranas edades un proceso de configuración de expectativas académicas y laborales diferenciado por género en relación con las Matemáticas según lo descrito al revisar la

literatura. Al estudiar la Aplicación II, que incluye esta variable entre las del modelo finalmente considerado, se llevará a cabo un comentario en mayor profundidad de este resultado.

El resto de las variables no resultan significativas para ningún sexo. El modelo 1 permite una reducción del CCI del 25,47% respecto del coeficiente del modelo nulo en el caso de los chicos y del 33,21% en el caso de las niñas.

En cuanto al modelo 2, comenzando por los rasgos personales y familiares, es necesario destacar que la incorporación de las variables relacionadas con la experiencia individual del proceso de aprendizaje altera el patrón de influencia del nivel de estudios de los padres (PARED) y refleja un impacto ligeramente más positivo en el caso de los hombres que en el de las mujeres. Por otra parte, la repercusión negativa de la condición de inmigrante sobre el rendimiento en la competencia matemática sigue siendo mucho más grave para las alumnas que para los alumnos. Además, la incorporación de este grupo de variables, prácticamente equipara el impacto de la condición de repetidor entre ambos sexos.

La estrategia de aprendizaje basada en la elaboración es la única estadísticamente significativa para ambos sexos presentando valores similares en el parámetro estimado para ambos. Este dato es destacable puesto que las estrategias mantienen vínculos con las capacidades innatas ya que son transversales y aplicables a contextos y dominios científicos diferentes. En tal sentido el parámetro obtenido avala la hipótesis de que las diferencias de origen biológico no justifican las diferencias de rendimiento en Matemáticas. Este dato, además, vendría a subrayar la relevancia de las variables de contexto social y educativo como el posible origen principal de las mismas en estas edades si al considerar las variables vinculadas a la motivación se observaran diferencias relevantes.

Como se viene indicando, la mayoría de los modelos de producción educativa no consideran el papel de la motivación y éste ha sido el origen de la distinción entre las Aplicaciones I y II. En este caso la omisión de INSTMOT revela su importancia de modo singular, dadas las disparidades de género ya descritas. Además, plantea la posible existencia de sesgos en las estimaciones de los modelos de producción educativa revisados en la literatura, ya que habitualmente omiten variables para evaluar esta dimensión del proceso productivo. En consecuencia, se hacen necesarias nuevas investigaciones que planteen perspectivas metodológicas diferenciadas, especialmente en el caso del análisis de las disparidades de rendimiento entre alumnos y alumnas que caracteriza a la competencia matemática. El comentario de la Aplicación II permitirá aportar información adicional en el mismo sentido.

En lo referido a la experiencia previa con las Matemáticas Aplicadas sería no significativa, mientras que el impacto del contacto previo con las Matemáticas Puras es superior para los chicos

que para las chicas. Por tanto, los modelos estimados constatan nuevamente la relevancia de la exposición continuada a las Matemáticas Puras para contribuir a la mejora de los rendimientos escolares.

Finalmente, las variables que consideran la dimensión técnica del proceso de enseñanza y su percepción por los estudiantes presentan tanto semejanzas como diferencias. Comenzando por las primeras, resultan no significativas para explicar el desarrollo de la competencia matemática en ambos sexos las estrategias basadas en resumir contenidos anteriores (RESUMIR), proponer problemas que requieran una reflexión prolongada (PPENSAR) o permitan facilitar soluciones creativas (CREATIV); tampoco lo son CLSMAN ni MATSUP.

Respecto de las diferencias, las mismas no se refieren al signo de los parámetros en ningún caso, aunque sí a su significatividad en algunas variables. Así para los niños no resultarían significativas las variables OBJET, PROYEC ni ERRORES, que sí tienen impactos relevantes en el caso de las chicas, afectando negativamente a su rendimiento las dos primeras y positivamente la tercera. Es especialmente relevante por el valor del parámetro el impacto negativo de la participación en proyectos (PROYEC) que requieren trabajo en equipo y extensión en el tiempo, porque pueden estar describiendo situaciones de desventaja social en la planificación, organización, ejecución y autoevaluación colaborativas de las actividades en el aula, inherentes a esta técnica didáctica, en detrimento de las chicas. En cuanto a las niñas, no resultaría significativa la realización de problemas que implique la aplicación de lo aprendido en clase (PAPLIC).

Si se analizan el resto de las variables, resultan significativas y con impacto positivo, con ligeras diferencias a favor de las chicas el valor de los parámetros correspondientes a las variables que describen la realización de problemas que consideren contextos diferentes (PCONTEXT), el mandato de tareas para resolver en casa y su corrección antes de los exámenes (DEBERES), así como la resolución de problemas no obvios (PNOOBVIO). Además, ambos sexos presentan parámetros negativos, con repercusión peor para chicos que para chicas, en la realización de tareas de nivel diferenciado respecto de las generales de la clase (DIVER) y el trabajo en pequeños grupos durante las clases de Matemáticas (GRUPOS).

En cuanto al uso frecuente o muy frecuente de los recursos informáticos durante las clases de Matemáticas (USEMATH) tiene impacto negativo sobre las chicas, pero no resulta significativo para los varones que, según los estadísticos descriptivos, manifiestan mayor experiencia con los mismos durante las clases de Matemáticas. Dado que en el Capítulo 4 ya se comentó el signo negativo del parámetro y su relevancia, seguidamente se analizarán las particularidades referidas a las diferencias de género observadas.

En principio el dato dispar en relación con la percepción individual del uso de los recursos informáticos durante las clases constatado durante la exposición de los estadísticos descriptivos ilustra, para el caso español y utilizando esta nueva variable aportada por PISA 2012, trabajos previos que a nivel internacional describen diferencias, tanto en el hogar como en los centros educativos, respecto a la posibilidad de emplear las TIC vinculadas a los procesos de socialización y atribución de roles entre sexos y siempre en detrimento de las chicas (Volman y Van Eck, 2001). No obstante, las investigaciones en este campo también constatan una progresiva equiparación en el acceso a los equipos en las familias y en las instituciones educativas, especialmente en los países desarrollados, de modo que las disparidades resultarían menores en la actualidad (Volman *et al.*, 2005; Popovic *et al.*, 2008) y serían coherentes con el hecho de que las diferencias en el caso español tienen una dimensión limitada según puede comprobarse en la Tabla 5.3.

Sin embargo, otra cosa diferente es el tipo de uso que cada sexo da a las TIC. Los estudios que comienzan a realizarse sobre el uso de los equipos, y no sobre su mera disponibilidad, arrojan resultados diferentes por género en los países de mayor desarrollo económico derivados del empleo dado a estos recursos técnicos. Así, por ejemplo, Drabowicz (2014) ha utilizado datos PISA 2006 para estimar diferentes modelos y ha concluido que lo que estaría produciéndose en realidad son diferencias de género en el tipo de uso dado a las TIC, tanto en el hogar como en los centros educativos. Según sus datos, en los 39 países investigados los chicos manifiestan utilizar los ordenadores y la red con fines educativos con más frecuencia que las chicas sin que en la mayor parte de los casos resulten estadísticamente significativas las variables introducidas para contrastar las hipótesis habituales sobre equidad de género. Además, los chicos utilizarían los ordenadores e internet en sus hogares con más frecuencia que las chicas y, fundamentalmente, para actividades individuales como jugar o bajar música; además, estarían más interesados en aspectos técnicos de las TIC. Por su parte, las chicas preferirían utilizar la informática y la red como instrumentos de comunicación y socialización más que los chicos y menos que ellos para la realización de tareas escolares. Todo lo cual sugeriría la configuración de identidades de género diferenciadas en relación con el uso de las TIC que podrían estar reflejándose en el ámbito escolar.

Este trabajo corrobora lo ya determinado por investigaciones previas que han empleado otras fuentes estadísticas y diferentes metodologías para diferentes contextos culturales³. En España, Sáinz y López-Sáez (2010) han constatado diferencias similares, ilustrando la peor disposición relativa de las chicas en relación con el uso de las TIC; emplearon datos expresamente recogidos para esta investigación entre 550 estudiantes de todos los cursos de ESO y Bachillerato. Mediavilla

³ Por ejemplo, Vekiri y Chronaki (2008) en Europa, Tsai y Tsai (2010) en Asia o Jackson *et al.* (2010) en Norteamérica.

y Escardíbul (2015) las han verificado en el caso de los cuestionarios respondidos por ordenador durante PISA 2012 por los estudiantes españoles.

El resultado obtenido en las estimaciones realizadas para el caso español durante el presente trabajo constata la posible existencia de una combinación de los dos tipos de circunstancias antes descritos que es necesario analizar en mayor profundidad. En ese sentido, podría estar produciéndose alguna limitación en el acceso en las aulas de las chicas a los recursos como consecuencia de la persistencia de alguna modalidad de discriminación por atribución de roles en la ocupación de los espacios, en el acceso a los recursos materiales o en las expectativas de los docentes y las familias sobre el interés de las chicas en relación a las tareas apoyadas en las TIC. Sin embargo, también podría estar configurada una identidad de género diferenciada que de algún modo implicara menor compromiso e implicación en ese tipo de actividades por parte de las chicas en el sentido ya descrito. En cualquier caso, ambas circunstancias pueden estar teniendo un impacto especialmente negativo cuando durante las clases de Matemáticas los docentes proponen emplear con elevada frecuencia los recursos informáticos y que se sumarían a los problemas generales de su uso ya descritos en el Capítulo 4.

Este modelo 2 ha permitido una reducción del 29,76% en el CCI para el caso de los chicos y del 41,98% para el caso de las chicas, poniendo de manifiesto la especial relevancia que este conjunto de variables tiene para describir los procesos de producción educativa en este segundo caso.

El modelo 3 pone de manifiesto la importancia relativa del efecto *compañeros*, también en el caso del tratamiento separado de los datos de chicos y chicas. Finalmente, el modelo 4 constata algunos datos adicionales que enriquecen el modelo 2 ya analizado. Se comentan conjuntamente ambos. En primer lugar, el efecto *compañeros* medido por el parámetro ESCSC es elevado en relación a los restantes y ligeramente superior para las chicas que para los chicos. Este dato indica que el impacto sobre su rendimiento presenta alguna disparidad adicional derivada del contexto y de los procesos de interacción social en el mismo, de modo que las chicas que asisten a centros con mayor nivel estatus socioeconómico medio se ven ligeramente más favorecidas que los chicos.

El tamaño del centro se muestra como estadísticamente significativo y su impacto negativo sobre el rendimiento del alumnado es ligeramente más relevante en valor absoluto para el caso de las alumnas lo que plantearía que las economías de aglomeración derivadas de la gestión de centros mayores afectan más negativamente a las chicas que a los chicos. Por otra parte, SMRATIO resulta significativo (aunque con un valor bajo para un centro de tamaño medio) en el caso de los alumnos pero no lo es para las alumnas, indicando un rendimiento ligeramente mejor entre los con grupos de tamaños mayores atendidos por los docentes de Matemáticas. Esta circunstancia plantea la posibi-

lidad de que la mayor probabilidad de interacción entre alumnos en grupos mayores y más heterogéneos ya descrita en el Capítulo 4 favorezca más a los chicos que a las chicas por razones que pudieran estar relacionadas con su mayor protagonismo en la interacción social dentro de los grupos de estudiantes a estas edades. Finalmente, la variable PNOOBVIO ha dejado de ser significativa para los alumnos.

El modelo 4 permite una reducción del CCI sobre el modelo nulo mucho más importante en el caso de los niñas (60,39%) que en el de los niños (38,47%). Aunque esta reducción es ligeramente inferior a la del modelo 3, se establece como el definitivo considerando la exigencia establecida para la significatividad individual de los parámetros.

La siguiente fase del estudio ha consistido en estimar la que se viene denominando Aplicación II, que es resultado de adoptar un enfoque distinto para el tratamiento de las variables analizadas, como ya se describió en el capítulo anterior. Esta perspectiva plantea analizar en el Nivel 1 las variables referidas a la experiencia de aprendizaje, mientras que trabaja con los valores medios manifestados por el conjunto de los alumnos asistentes al mismo centro para identificar los rasgos del proceso técnico de enseñanza en los centros en el Nivel 2, al que también se incorporan el resto de los rasgos vinculados a los recursos humanos y el tamaño del mismo ya descritos.

El análisis de la variación entre centros para el caso de la Aplicación II, puede observarse en la Tabla 5.8, que recoge los modelos nulos estimados para hombres y mujeres. Estos datos reflejan diferencias del 20,89% para los alumnos y del 18,44% para las alumnas y dan soporte a la viabilidad de la aplicación del enfoque multinivel.

Tabla 5.8: Modelos nulos para hombres y mujeres. Aplicación II.

DATOS DEL MODELO	HOMBRES		MUJERES	
	COEF.	D.E.	COEF.	D.E.
Media general, γ_{00}	493,00 ^a	2,80	476,81 ^a	2,39
Varianza entre estudiantes, σ^2	6617,06	81,34	5503,88	74,19
Varianza entre centros educativos, τ^2	1747,51	41,80	1244,45	35,28
Varianza Total (estudiantes más centros educativos)	8364,57		6748,33	
Coefficiente de Correlación Intraclase, CCI	0,2089		0,1844	
<i>Deviance</i>	132904		131276	
Parámetros	3		3	
^a significativo $p < 0,01$				

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

Tabla 5.9: Estimadores multinivel por género. Aplicación II. (Continúa).

VARIABLE	1				2			
	HOMBRES		MUJERES		HOMBRES		MUJERES	
	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.
Yoo	500,31 ^a	(9,81)	452,15 ^a	(8,36)	426,35 ^a	(27,76)	473,66 ^a	(17,07)
Nivel 1: RASGOS PERSONALES Y FAMILIARES.								
PARED	2,63 ^a	(0,62)	3,63 ^a	(0,48)	2,47 ^a	(0,59)	3,37 ^a	(0,51)
INMI	-25,47 ^a	(5,60)	-48,77 ^a	(6,76)	-27,60 ^a	(5,49)	-47,59 ^a	(6,42)
Nivel 1: EXPERIENCIA INDIVIDUAL DEL PROCESO DE APRENDIZAJE.								
REPITE	-83,02 ^a	(4,65)	-73,21 ^a	(5,03)	-81,72 ^a	(4,32)	-73,69 ^a	(4,61)
EXAPPLM	-4,94 ^b	(2,29)	-7,10 ^b	(2,44)	-5,21 ^b	(2,20)	-6,96 ^a	(2,31)
EXPUREM	14,88 ^a	(2,80)	12,01 ^a	(3,26)	13,38 ^a	(2,55)	11,47 ^a	(2,93)
CONTROL	-7,63 ^d	(4,85)	3,08 ^d	(4,37)				
ELAB	-1,20 ^d	(5,75)	22,93 ^a	(6,12)			19,81 ^a	(4,40)
MEMOR	-5,45 ^d	(5,02)	1,87 ^d	(4,62)				
INSTMOT	19,44 ^a	(2,35)	13,21 ^a	(2,08)	18,42 ^a	(1,93)	14,24 ^a	(1,90)
MATINTFC	2,60 ^d	(2,17)	1,07 ^d	(2,05)				
MATWKETH	-5,19 ^c	(2,84)	2,29 ^d	(2,23)				
MATBEH	-1,09 ^d	(2,38)	-2,04 ^d	(3,27)				
Nivel 2: PROCESO DE ENSEÑANZA DESARROLLADO EN LOS CENTROS EDUCATIVOS.								
OBJETC					6,75 ^d	(7,40)	2,86 ^d	(6,84)
RESUMIRC					0,08 ^d	(6,59)	-2,42 ^d	(4,91)
PCONTEXTC					-0,08 ^d	(6,29)	-1,20 ^d	(4,73)
PPENSARC					-4,78 ^d	(6,06)	-8,20 ^c	(4,94)
DEBERESC					45,86 ^c	(24,22)	-23,22 ^d	(14,46)
DIVERC					-13,46 ^d	(12,44)	-5,03 ^d	(10,42)
ERRORESCC					5,47 ^d	(8,02)	0,91 ^d	(5,82)
CREATIVC					0,79 ^d	(5,62)	-3,04 ^d	(4,63)
GRUPOSC					0,61 ^d	(7,58)	-5,57 ^d	(11,65)
PAPLICC					15,19 ^c	(8,41)	7,82 ^d	(5,18)
PLANIF C					-18,48 ^b	(8,20)	-12,95 ^d	(15,78)
PNOOBVIOC					2,94 ^d	(5,95)	19,93 ^a	(4,38)
PROYECC					41,68 ^a	(13,84)	15,04 ^d	(10,38)
USEMATHC					-9,87 ^d	(7,04)	-14,39 ^a	(4,95)
CLSMANC					-2,05 ^d	(8,13)	7,23 ^d	(5,52)
MATSUPC					0,60 ^d	(9,96)	-17,88 ^b	(6,91)
ANÁLISIS DE LA VARIANZA.								
Varianza r_{ij} (σ^2)	4116,78		3497,56		4121,61		3527,38	
Varianza u_{0j} (τ^2)	758,59		492,46		701,10		385,86	
CCI	0,1556		0,1234		0,1454		0,0986	
% Reducción CCI	25,52		33,07		30,42		46,53	
Deviance	37688		38648		39946		39827	
Parámetros	15		15		25		26	
^a significativo $p < 0,01$; ^b significativo $p < 0,05$; ^c significativo $p < 0,10$; ^d $p \geq 0,10$.								

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

Tabla 5.10: Estimadores multinivel por género. Aplicación II. (Conclusión).

VARIABLE	3				4			
	HOMBRES		MUJERES		HOMBRES		MUJERES	
	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.
γ_{00}	445,32 ^a	(27,06)	488,97 ^a	(20,50)	449,60 ^a	(24,60)	471,18 ^a	(7,92)
Nivel 1: RASGOS PERSONALES Y FAMILIARES.								
PARED	1,52 ^b	(0,62)	2,63 ^a	(0,53)	1,52 ^b	(0,62)	2,53 ^a	(0,52)
INMI	-24,39 ^a	(5,41)	-46,14 ^a	(6,26)	-24,75 ^a	(5,38)	-44,65 ^a	(6,08)
Nivel 1: EXPERIENCIA INDIVIDUAL DEL PROCESO DE APRENDIZAJE.								
REPITE	-80,99 ^a	(4,22)	-71,93 ^a	(4,61)	-80,66 ^a	(4,30)	-72,05 ^a	(4,66)
EXAPPLM	-4,58 ^b	(2,21)	-7,03 ^a	(2,28)	-4,64 ^b	(2,26)	-7,24 ^a	(2,31)
EXPUREM	12,97 ^a	(2,52)	11,23 ^a	(2,89)	13,11 ^a	(2,56)	11,55 ^a	(2,91)
CONTROL								
ELAB			19,51 ^a	(4,38)			19,97 ^a	(4,42)
MEMOR								
INSTMOT	18,62 ^a	(1,88)	14,24 ^a	(1,88)	18,61 ^a	(1,91)	14,08 ^a	(1,93)
MATINTFC								
MATWKETH								
MATBEH								
Nivel 2: PROCESO DE ENSEÑANZA DESARROLLADO EN LOS CENTROS EDUCATIVOS.								
OBJETC	6,14 ^d	(7,41)	3,47 ^d	(7,03)				
RESUMIRC	-3,09 ^d	(5,98)	-4,79 ^d	(4,92)				
PCONTEXTC	-1,96 ^d	(6,19)	-1,42 ^d	(5,01)				
PPENSARC	-1,53 ^d	(6,30)	-5,84 ^d	(4,79)				
DEBERESC	49,41 ^b	(21,31)	-22,31 ^d	(17,75)	48,58 ^b	(21,39)		
DIVERC	-16,10 ^c	(9,38)	-9,15 ^d	(8,03)	-16,23 ^c	(9,68)		
ERRORESCC	6,43 ^d	(8,03)	0,41 ^d	(6,38)				
CREATIVC	2,11 ^d	(5,25)	-2,92 ^d	(4,52)				
GRUPOSC	-1,99 ^d	(8,33)	-6,24 ^d	(10,96)				
PAPLICC	15,27 ^c	(9,28)	8,96 ^d	(5,52)	20,17 ^c	(10,49)		
PLANIFC	-17,54 ^c	(9,15)	-7,86 ^d	(12,38)	-18,33 ^a	(6,54)		
PNOOBVIOC	2,40 ^d	(5,86)	15,71 ^a	(4,58)			13,38 ^a	(4,70)
PROYECC	44,02 ^a	(15,93)	13,10 ^d	(8,93)	45,16 ^a	(16,37)		
USEMATHC	-7,13 ^d	(6,00)	-12,36 ^b	(4,75)			-13,97 ^a	(4,53)
CLSMANC	-4,20 ^d	(7,83)	4,64 ^d	(5,09)				
MATSUPC	4,85 ^d	(9,49)	-14,77 ^b	(6,90)			-14,16 ^a	(5,19)
NIVEL 2: OTROS RASGOS DEL CENTRO EDUCATIVO.								
SMRATIO	0,06 ^b	(0,03)	0,05 ^d	(0,03)	0,05 ^c	(0,03)		
TAMAÑOC	-6,47 ^b	(2,96)	-3,23 ^d	(2,12)	-6,21 ^b	(3,09)		
TIPOC	-2,50 ^d	(5,78)	-8,23 ^b	(4,19)			-6,71 ^c	(4,03)
ESCSC	28,21 ^a	(5,78)	14,71 ^a	(4,13)	28,90 ^a	(5,44)	15,64 ^a	(3,98)
ANÁLISIS DE LA VARIANZA.								
Varianza τ_{ij} (σ^2)	4110,92		3523,60		4109,68		3520,37	
Varianza u_{0i} (τ^2)	518,75		307,92		545,64		346,10	
CCI	0,1120		0,0804		0,1172		0,0895	
% Reducción CCI	46,37		56,42		43,90		51,46	
Deviance	39846		39768		39859		39792	
Parámetros	29		30		17		15	
^a significativo $p < 0,01$; ^b significativo $p < 0,05$; ^c significativo $p < 0,10$; ^d $p \geq 0,10$.								

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

Las estimaciones realizadas han seguido nuevamente un planteamiento aditivo. En este sentido, el modelo 1 incluye las variables del Nivel 1 como ha sido definido en esta Aplicación II. El modelo 2 añade al estudio las variables del Nivel 2 correspondientes a las prácticas didácticas medias de los docentes cada centro educativo. El 3 incorpora el resto de los rasgos del centro educativo y el cuatro ofrece una versión que exige la significatividad de al menos el 90% a todos los parámetros.

El análisis de los resultados se inicia con el modelo 1. Los rasgos individuales de los alumnos y alumnas, subrayan el mayor impacto que el máximo nivel académico alcanzado por los progenitores tiene sobre las niñas y el impacto mucho más negativo que tiene sobre ellas la condición de ser inmigrantes de primera o segunda generación.

La consideración del bloque de variables correspondientes a la experiencia individual del proceso de aprendizaje pone nuevamente de manifiesto el elevado impacto de la condición de repetidores, que es más intenso en el caso de los chicos. La experiencia previa con las Matemáticas Aplicadas está vinculada a menor rendimiento en ambos sexos, pero el valor absoluto del parámetro es superior para las niñas, mientras que el impacto positivo de la experiencia con las Matemáticas Puras es positivo para ambos, pero resulta mayor para los chicos.

Una diferencia relevante se pone de manifiesto en el caso de las estrategias de aprendizaje. Mientras que el empleo manifestado de las mismas no resulta significativo para los chicos, si se produce un impacto importante entre las chicas del uso de estrategias de elaboración (ELAB) en el sentido ya comentado en la Aplicación I. Otra disparidad a reseñar se refiere al papel de la motivación instrumental (INSTMOT) que es positiva para ambos sexos, aunque claramente superior en el caso de los chicos. La percepción de la realización de importantes esfuerzos durante el proceso (MATWKETH) está vinculada a menores niveles de rendimiento para el caso de los varones. El resto de las variables no se muestran estadísticamente significativas para explicar el rendimiento en la competencia matemática.

Como se describió en el Capítulo 4, la razón esencial del planteamiento de la Aplicación II ha sido la búsqueda de una vía de estimación de un modelo de función de producción educativa que permitiera considerar algunas dimensiones esenciales de la motivación en el análisis del desarrollo de la competencia financiera. El signo del parámetro y el menor valor relativo que el mismo presenta para las chicas requiere un comentario separado ya que podría estar poniendo de manifiesto la persistencia parcial de mecanismos de socialización vinculados a la atribución de expectativas académicas y profesionales a las chicas que pudieran afectar a su rendimiento en Matemáticas y que será necesario considerar al realizar las correspondientes medidas de política educativa.

Aunque las investigaciones en este campo para el caso español son aún muy limitadas, el resultado obtenido se corresponde por el logrado en el trabajo de Sainz y Eccles (2012). En el mismo se han analizado en dos momentos diferentes de su trayectoria académica los autoconceptos, el rendimiento académico en Matemáticas y las decisiones de itinerario académico de un grupo de estudiantes a los que siguieron desde ESO a Bachillerato. Han constado relaciones entre el autoconcepto de las chicas en Matemáticas y la elección de la modalidad de Bachillerato cursada, que estaría directamente vinculada con la motivación instrumental. Así, mientras que entre quienes han acabado cursando el Bachillerato de Ciencias y Tecnología las diferencias entre autoconcepto y resultados académicos en Matemáticas no serían estadísticamente significativas entre chicos y chicas, las existentes en el caso del Bachillerato de Humanidades y Ciencias Sociales sí lo serían. En esta segunda modalidad las chicas presentan mayor autoconcepto en Matemáticas y mejores resultados en la materia que sus compañeros masculinos a lo largo de su trayectoria académica y, sin embargo, han optado por carreras vinculadas a estereotipos socialmente femeninos en el ámbito de las Humanidades o las Ciencias Sociales.

Por tanto, en un sentido similar, en la estimación realizada durante la presente investigación la disparidad de valores del parámetro indica cierta presencia de esa transmisión social de diferencias asociadas a la idoneidad de estudiar Matemáticas para acceder a determinados itinerarios académicos y profesionales de modo que los menores valores de la motivación instrumental ya descritos al analizar la Tabla 5.3 y el valor de los parámetros estimados pondrían de manifiesto la necesidad de continuar adoptando políticas educativas orientadas a la coeducación y la eliminación de los estereotipos sociales que pueden estar condicionando las conductas de las chicas en este ámbito. Con este modelo 1 el CCI se reduce en un 25,52% en el caso de los varones y en un 33,07% en el caso de las chicas respecto del modelo nulo.

La consideración del modelo 2 permite un análisis del papel de las prácticas didácticas medias caracterizadoras de los centros. Las variables del Nivel 1 no alteran su signo ni significatividad excepto para el caso de MATWKETH, que deja de ser relevante para el caso de los varones en coherencia con lo que ha ocurrido en otras estimaciones de este mismo trabajo.

En cuanto a las prácticas relacionadas con la enseñanza, se observan rasgos diferenciales. Mientras que para los chicos el impacto de DEBERESC, PAPLICC y PROYCECC es elevado y el de PLANIFC negativo, según se observa en los parámetros estimados esas variables no resultan significativas para explicar las variaciones en el rendimiento de las chicas. Sin embargo sí lo son en su caso y no en el de los varones PPENSAR, PNOOBVIOC en un sentido positivo y USEMATHC y MATSUPC en un sentido negativo. Esta última sugiere que la atención personalizada y los se-

guimientos intensos de los docentes están vinculados singularmente a las chicas de bajo rendimiento escolar. Realizando la correspondiente comparación con el nulo, el modelo 2 reduce en un 30,42% la variancia del caso de los alumnos y un 46,53% del de las alumnas.

El modelo 3 permite analizar la influencia del resto de los rasgos propios de los centros educativos y también presenta diferencias entre varones y mujeres. Su consideración altera la variable empleada para analizar la atención a la diversidad en los centros (DIVERC) que pasa a ser significativa y con un parámetro negativo sólo en el caso de los chicos, poniendo de manifiesto una vinculación de las mismas a la atención a alumnos de bajo rendimiento escolar.

Por lo demás, el aspecto más importante sigue siendo ESCSC que como evalúa la relevancia del *efecto compañeros*. El parámetro estimado es mucho mayor para los hombres que para las mujeres. Además, en el caso de las alumnas, acudir a centros públicos sí explica un menor rendimiento escolar con una significatividad del 10%, mientras que no lo haría en el caso de los chicos.

El tamaño de la institución escolar, medido por el número de estudiantes matriculados en la misma (TAMAÑOOC), tiene una influencia negativa sobre ellos pero no sería significativo para ellas. SMRATIO mantiene su relevancia sólo para los alumnos y con valores similares a los repetidamente descritos. La comparación con el nulo arroja reducciones del 46,37% en el caso de las chicas y del 56,42% en el caso de los chicos. La exigencia de significatividad al 10% de todos los parámetros de las variables, plasmada en el modelo 4, mantiene las relaciones descritas y establece reducciones del CCI del 43,90 y del 51,46% respectivamente.

5.5. Conclusiones

De acuerdo con los registros facilitados por PISA, los datos españoles sobre el grado de desarrollo de la competencia matemática presentan diferencias relevantes y sostenidas en el tiempo entre el rendimiento de alumnos y alumnas que requieren un análisis detallado para fundamentar adecuadamente las iniciativas de política educativa que se adopten para paliarlas.

Las investigaciones realizadas en este ámbito son aún limitadas y fundamentalmente han constatado disparidades relacionadas con el nivel educativo de los progenitores o con grupos de variables relacionadas con la dotación cultural del hogar o la condición de inmigrante de las chicas. Este estudio ha reproducido, en el sentido constatado por otras investigaciones y para ediciones anteriores de PISA empleando metodologías diversas, estas circunstancias, singularmente graves en el caso de las alumnas inmigrantes. Contribuye, por tanto, a fundamentar la adopción por parte de las autoridades educativas de políticas diferenciadas para el seguimiento de la situación de esas chicas

en los centros académicos de modo que puedan recibir el apoyo financiero y académico necesario para lograr desarrollar plenamente sus capacidades. Además, estos resultados sugieren la necesidad de poner en marcha programas que evalúen la posibilidad de la existencia de mecanismos de reproducción de roles culturales singulares derivados de valores sociales o familiares asociados a la discriminación efectiva de la mujer y de su incorporación plena a la formación y al mercado de trabajo que estén afectando a estos grupos de chicas, de modo que puedan adoptarse políticas correctivas.

Por otra parte, se ha realizado un análisis de las posibles diferencias de género relacionándolas con variables vinculadas a los rasgos de los procesos de enseñanza-aprendizaje. Con ese fin se han adoptando dos puntos de vista complementarios. El primero, recogido en la Aplicación I, ha empleado los datos para configurar una perspectiva del análisis en la que se combinan los rasgos individuales de los alumnos y alumnas con su experiencia subjetiva del aprendizaje. Aplicando este enfoque la necesidad de obtener modelos globalmente significativos implica la omisión de la variable vinculada al análisis de la motivación instrumental, por otra parte ausente en la mayor parte de la literatura, que mantiene relaciones estrechas con otras variables del mismo nivel especialmente relevantes en el caso de los análisis que analicen detenidamente las disparidades por razón de género ya que se vinculan a la transmisión de roles sociales.

En cambio, si es posible constatar la relevancia de las restantes variables que se han incluido. Comenzando con la experiencia del proceso de aprendizaje, el impacto de la condición de repetidor es ligeramente superior en los chicos que en las chicas. Por otra parte, respecto de la experiencia previa con las Matemáticas, los resultados estimados ponen de manifiesto disparidades en la intensidad del impacto de las Matemáticas Puras, que favorecen más a los chicos que a las chicas. Además, se confirman las dificultades para obtener conclusiones en relación con el papel de las Matemáticas Aplicadas para explicar la mejora en el desarrollo de la competencia a estas edades, ya que la variable correspondiente no resulta estadísticamente significativa una vez que se incluye en el análisis el nivel socioeconómico medio de los asistentes al instituto o colegio.

En cuanto a las variables vinculadas a la experiencia de los alumnos y alumnas durante el proceso de enseñanza y el uso de determinadas estrategias didácticas por sus profesores y profesoras, se observa que tanto para chicos como para chicas resultan significativas la resolución de problemas que permitan aplicar lo aprendido en contextos diferentes (PCONTEXT) y la realización y corrección de deberes, aunque el impacto positivo de estas variables es ligeramente superior en las chicas que para los chicos. En sentido negativo, para ambos sería contraproducente la experiencia habitual con medidas de atención a la diversidad (DIVER), el uso habitual de recursos informáticos

en clase (USEMATH), el trabajo en pequeños grupos (GRUPOS), o la participación en la planificación de tareas (PLANIF), pero el impacto es relativamente peor en los chicos que en las chicas.

Se presentan algunas singularidades que deberían ser objeto de análisis adicional. En particular, las chicas parecen ser sensibles a las estrategias convencionales de estructuración de las actividades didácticas. En ese sentido la insistencia en el establecimiento en la toma en consideración de los objetivos perseguidos podría tener impacto negativo sobre su resultado. En el caso de los chicos, esa variable no es significativa. Lo mismo pero en un sentido positivo se puede afirmar respecto de la corrección personalizada de errores y la resolución de problemas no obvios, que para las chicas tiene un impacto muy positivo, mientras que para los varones no son significativas.

Es muy destacable el parámetro negativo de PROYEC para el caso de las chicas, que resulta no significativo en el caso de los alumnos. Esta variable presenta vínculos con la gestión compleja de los recursos a lo largo del tiempo y con el acceso a materiales compartidos y el reparto de responsabilidades en los grupos de gestión del proyecto muy característicos de las teorías del aprendizaje autoregulado o SRL y de los enfoques didácticos del *aprendizaje por investigación* ya descritos. Requerirían estudios diferenciados sobre la influencia de los mecanismos de socialización en el aula y de la reproducción de los roles sociales más tradicionales en detrimento de las chicas pudieran darse en diferentes tipos de centros educativos.

Algo similar sería necesario determinar respecto de la relación entre interacción social y grado de acceso y uso de los recursos informáticos en casa y en los centros educativos, dado el resultado del parámetro correspondiente a USEMATH. Como quiera que en el capítulo anterior se ha detectado una aplicación relativamente superior en centros de bajo nivel socioeconómico medio y con peor rendimiento relativo, estos datos vienen a enriquecer los comentarios del Capítulo 4 incorporando un especial impacto negativo por razón de género. En consecuencia, queda constatada la ya referida necesidad de una evaluación detenida de todos estos programas novedosos por si su implementación no estuviera siendo adecuada para mejorar la competencia matemática en los términos en los que la misma está definida en PISA.

Como ya se describió en el capítulo anterior, la perspectiva de la Aplicación II es distinta. Reserva el Nivel 1 a los rasgos personales y familiares y a la vivencia subjetiva del aprendizaje por parte de niños y niñas, analizando en el 2 las prácticas didácticas más frecuentes en cada una de las instituciones educativas y otros rasgos no didácticos de los mismos. Este punto de vista, permite poner de manifiesto la relevancia del uso de estrategias de elaboración entre las niñas que manifiestan emplearlas y la pérdida de significatividad en el caso de los varones en coherencia con lo recogido por la literatura más reciente en este campo.

Por otra parte, los resultados que presenta la variable que evalúa el papel de la motivación instrumental por esta vía, positiva para ambos sexos pero desigual en detrimento de las chicas, subraya la necesidad de que las autoridades educativas continúen adoptando medidas que impliquen a las instituciones escolares y a las familias. Las mismas deben orientarse a la eliminación de los estereotipos sociales que pudieran estar prevaleciendo para condicionar la predisposición de las alumnas en relación con el estudio de las Matemáticas con la consiguiente repercusión sobre sus resultados académicos y sus posibilidades de configuración de itinerarios académicos y profesionales que las incluyan.

Los patrones de relación con las estrategias didácticas más frecuentes quedan más radicalmente definidos con la Aplicación II, que es más exigente respecto de la frecuencia de las prácticas didácticas habituales al centrarse en las medias del centro educativo e identificando sólo las más características. Con esta perspectiva difieren aún más los rasgos de chicos y chicas constatando la existencia de estrategias didácticas marcadamente más relevantes en un caso que en el otro.

Los casos más singulares se refieren a los deberes, a la atención a la diversidad, a la realización de problemas que requieran aplicar lo aprendido o que sean no obvios, a la participación en proyectos que impliquen movilización de recursos y gestión de los mismos a lo largo del tiempo, a la participación en procesos de tomas de decisiones sobre planificación y el uso de las TIC durante las clases.

Aunque son necesarias investigaciones adicionales, estas informaciones serían relevantes para contribuir a un diseño de las combinaciones de tipos de estrategias didácticas adoptados por los docentes de modo que se considerara una presencia equilibrada de las más relevantes para ambos sexos de modo que se pueda contribuir a un desarrollo óptimo de la competencia matemática en los dos casos.

Finalmente, los centros donde las chicas reciben mucho apoyo emocional y consideración por parte de sus docentes corresponden a situaciones de bajo rendimiento escolar en los que los aspectos más estrictamente vinculados al ámbito académico y al desarrollo de la competencia matemática presentarían carencias relevantes. Este dato requiere de contraste por otras vías. No obstante, podría estar sugiriendo que la gestión por los docentes de procesos de enseñanza-aprendizaje en contextos socialmente desfavorecidos en los que la situación de las chicas fuera especialmente negativa requiere una evaluación detenida de los programas educativos y las metodologías adoptados de modo que fuera posible lograr un equilibrio entre el apoyo emocional durante el proceso y el logro de los objetivos académicos mediante la realización de actividades estrictamente orientadas al desarrollo de las competencias básicas.

Todos estos datos y, la contribución a la reducción de los CCI descritos al comparar los modelos estimados, han puesto de manifiesto la relevancia de las variables consideradas y la necesidad de profundizar en esta perspectiva de investigación, singularmente en aquellos aspectos vinculados a los procesos de socialización y de gestión de recursos materiales y organizativos en los que concurren chicos y chicas.

Capítulo 6. PROCESOS DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE Y NIVELES DE DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA

6.1. Introducción

De acuerdo con los datos PISA que se vienen refiriendo a lo largo del presente trabajo, uno de los rasgos distintivos del caso español, que lo diferencia de los países con mejores resultados en competencia matemática, es la continuidad en el tiempo de una situación caracterizada por la existencia de porcentajes relativamente elevados de estudiantes con bajo desempeño y de una reducida presencia de alumnos y alumnas con grados de desarrollo excelentes.

Como se describió en el Capítulo 3, entre las líneas de investigación desplegadas para analizar la función de producción de servicios educativos se encuentra la dedicada a evaluar las disparidades de rendimiento. Con ese fin se han adoptado dos perspectivas básicas. La primera se ha centrado en la regresión cuantílica (Koenker y Bassett, 1978), que permite determinar si el efecto de las variables explicativas es significativo a lo largo de los distintos puntos de la distribución condicional de rendimientos del estudiante y si la cuantía del efecto es homogénea a lo largo de esa distribución. Su fin último es contribuir a precisar por colectivos las recomendaciones de política educativa.

La otra vía la conforman un conjunto de estudios referidos mayoritariamente a los estudiantes de menor rendimiento escolar, ya que con pocas excepciones los análisis sobre los grupos excelentes son esencialmente descriptivos. En este sentido, las aportaciones realizadas se han dirigido hacia la definición del fracaso escolar en las diferentes competencias y de las variables que afectan a la mayor o menor probabilidad de su existencia. Para ello se han empleado fundamentalmente rasgos del alumnado y de sus familias, así como datos sobre los recursos materiales y la organización de los centros educativos. Según se ha constatado repetidamente, en el primer caso se trata de variables vinculadas al contexto social que influyen sobre el proceso educativo pero no lo caracterizan técnicamente. En el segundo, dada la referida relativa homogeneidad institucional y el marco regulatorio del caso español, los resultados han tenido un alcance limitado.

El presente capítulo aborda el análisis de las diferencias en el grado de desarrollo de la competencia matemática desde la segunda de las perspectivas mencionadas, incorporando también a los alumnos excelentes al estudio y conectando ambos casos con la consideración de los procesos de enseñanza-aprendizaje. Su objetivo es contribuir a incorporar variables vinculadas a los rasgos técnicos de los procesos de producción que pudieran enriquecer la información preexistente. Con

ese fin se empleará una metodología logística multinivel; el análisis de su adecuación a la intención que se persigue inicia el resto del capítulo. Seguidamente, se exponen los descriptivos de los datos empleados y se estiman sendos modelos por esa vía. Finalmente, en el último epígrafe se exponen las conclusiones.

6.2. Regresión logística multinivel

La metodología que se empleará en las estimaciones empíricas del presente capítulo será la logística multinivel, que tiene una presencia limitada en la literatura centrada en el análisis del sistema educativo español. Así, por ejemplo, Calero, Choi y Waisgrais (2010) la han aplicado para analizar la competencia científica con datos PISA 2006 y Cordero, Manchón y Simancas (2012) han llevado a cabo un estudio similar para la competencia lectora con datos PISA 2009, mientras que Calero, Escardíbul y Choi (2012) la han empleado para realizar un análisis comparativo sobre las causas del fracaso escolar en España e Italia con esos datos.

Este enfoque resulta especialmente adecuado a este caso, ya que se analizarán los factores que permitirían explicar que un determinado alumno o alumna logre alcanzar un determinado nivel de competencia, baja o alta en el caso que se analiza, a partir de la información recogida en variables dicotómicas.

Este tipo de variables requieren un tratamiento singular (Cabrer, Sancho y Serrano, 2001; Long, 1997), que se describirá brevemente. Los modelos dicotómicos se caracterizan porque la variable explicada y , sometida a estudio, puede tomar dos valores que, en general, se asocian a los valores 0 y 1. En el presente caso sería la probabilidad de presentar un determinado grado de desarrollo de la competencia matemática. También se dispone de información de un conjunto de variables o características \mathbf{X} que influyen sobre la probabilidad de que esa variable \mathbf{Y} tome dichos valores. El modelo empírico de la variable \mathbf{y} depende, por tanto, de los valores de las variables incluidas en \mathbf{X} , y de un conjunto de parámetros β .

El objetivo en este tipo de modelos no será, como ocurre en el caso del análisis de regresión, la búsqueda de los momentos de primer orden y de segundo orden de la variable aleatoria \mathbf{y} , sino determinar cuál es la probabilidad de que la variable a estudio, condicionada a las características consideradas y al vector de parámetros, tome los valores 0 y 1. Por tanto, la literatura que trata este tipo de enfoques ha concretado su proceso de estimación en la consideración de que existe una variable inobservable o latente no limitada en su rango de variación Y_i^* , que depende de un conjunto de variables explicativas que se denotan por X_{ki} . Sobre la variable latente se aplica una regla que gene-

ra las alternativas que se dan en la realidad. En el caso del modelo dicotómico, se aplicaría la ecuación siguiente:

$$\begin{aligned} Y_i &= 1 \text{ si } Y_i^* > 0 ; \\ Y_i &= 0 \text{ si } Y_i^* \leq 0 \end{aligned} \quad [6.1]$$

La variable Y_i^* es una variable latente con media $X_i\beta$ y variancia σ^2 y la relación establecida entre la probabilidad de que el suceso ocurra y el valor de la variable latente es monótona creciente. Así, el valor de Y^* es mayor cuanto más elevado es la probabilidad de elegir la opción 1. La probabilidad de que los sujetos estudiados presenten uno u otro valor está condicionada al valor de la función de distribución en el punto $X_i\beta$ y, por tanto, según se establezcan las hipótesis de cómo es esta función de distribución se especifican diferentes modelos dicotómicos. Si formalizamos esta afirmación:

$$\text{Prob}(Y_i=1) = F(X_i\beta) = F(Z_i) \quad [6.2]$$

Dependiendo de la función de distribución que se asocia al proceso, $F(Z_i)$, el modelo especificado es diferente. La primera posibilidad planteada en la literatura fue utilizar el denominado Modelo Lineal de Probabilidad, que presenta limitaciones graves. Fundamentalmente sigue el espíritu de un modelo de regresión, con la única diferencia de que la variable explicada tiene sus valores restringidos y sólo toma los valores uno y cero. En la ecuación especificada aparecerán las correspondientes variables explicativas y un conjunto de parámetros. Se parte del supuesto de que la probabilidad es una función de la matriz de características \mathbf{X} y de los parámetros a estimar. Bajo la hipótesis de linealidad se considera que el argumento de la función anterior es una combinación lineal de las características y de los parámetros. Si se supone que las variables explicativas son fijas en el muestreo y mantienen una relación lineal, la esperanza de la variable aleatoria es cero, que no hay redundancia ni omisión de variables y que existe estabilidad estructural, el modelo puede formularse con la expresión $\mathbf{Y} = \beta\mathbf{X} + \mathbf{u}$, que recogería la probabilidad de que ocurra o no un suceso.

Teniendo en cuenta que la variable Y_i sólo puede tomar los valores 0 y 1, el significado del modelo implica que éste asigna cierta probabilidad de que $Y_i=1$. Por tanto, el modelo planteado es interpretable en términos probabilísticos, en el sentido de que la probabilidad de que la variable Y_i tome el valor uno es P_i , mientras que la probabilidad de que no ocurra el hecho ($Y_i=0$) sería $1-P_i$.

La estimación por MCO de este modelo presenta varios problemas. En primer lugar, no queda garantizado que los valores estimados de la variable dependiente estén comprendidos entre cero y uno, lo cual es una contradicción entre el concepto teórico de probabilidad y su estimación. En

segundo lugar, no puede asegurarse que la perturbación aleatoria se distribuya normalmente y, en consecuencia, no se pueden utilizar los estadísticos habituales para efectuar contrastes de hipótesis puesto que dichos contrastes están basados en ese supuesto de normalidad. En tercer lugar, aunque se estime la variancia de la perturbación utilizando la expresión $(1 - \hat{Y}_i)\hat{Y}_i$, la estimación puede ser errónea ya que si el valor estimado no está entre 0 y 1, la variancia será negativa y el resultado no tendrá sentido. Además, el coeficiente de determinación R^2 está subestimado porque la suma de los cuadrados de los residuos es más grande de lo habitual. Finalmente, la variancia de la perturbación aleatoria tiene la expresión $\text{Var}(u_i) = (1 - P_i)P_i$, y, por tanto, es una función de las probabilidades P_i que, a su vez, son función de cada una de las observaciones de las variables explicativas X_i , de lo que puede concluirse que la variable aleatoria u_i es heteroscedástica y si se estima el modelo mediante MCO, los estimadores de los coeficientes no serán eficientes o de variancia mínima.

Para tratar esta heteroscedasticidad, una solución habitualmente empleada ha sido recurrir a la estimación mediante Mínimos Cuadrados Generalizados (MCG). No obstante, los problemas asociados a esta otra modalidad de estimación también son importantes. En primer lugar, las estimaciones de la variable dependiente pueden tomar también valores fuera del intervalo $[0,1]$. Además, al omitir las observaciones que no son coherentes con una interpretación probabilística, los estimadores obtenidos no son robustos. El coeficiente de determinación continúa siendo excesivamente bajo y es subestimado. Finalmente, la no normalidad de las perturbaciones aleatorias se sigue manteniendo a pesar de la transformación y los test de significatividad tradicionales no son válidos salvo que la muestra presente tamaño suficientemente grande.

Todo ello condujo a la consideración de los modelos de elección discreta. Entre ellos, los aplicados con mayor frecuencia son los *logit*, *probit* y del *valor extremo*. En particular, *logit* considera la función de distribución logística:

$$Y_i = \Lambda(X_i\beta) + u_i = \Lambda(Z_i) + u_i = \frac{e^{Z_i}}{1 + e^{Z_i}} + u_i \quad [6.3]$$

Donde Λ es la función de distribución logística, u_i es una variable aleatoria normal $N(0, \sigma^2)$, las variables X_i son fijas en el muestreo y la variable dependiente Y_i puede tomar los valores 0 ó 1. En el modelo se verifica, por tanto, que:

$$\text{Prob}(Y_{i=1}/X_i) = \Lambda(X_i\beta) = \frac{e^{Z_i}}{1 + e^{Z_i}} = P_i \quad [6.4]$$

$$\text{Prob}(Y_{i=0}/X_i) = 1 - P_i \quad [6.5]$$

El modelo estimado proporcionará la cuantificación de la probabilidad de que se produzca la opción o alternativa 1, cuya expresión es:

$$\hat{Y}_i = \hat{P}_i = \Lambda(X_i \hat{\beta}) \quad [6.6]$$

Dadas las características de los datos y las razones que justifican la especial adaptación de la metodología multinivel para el tratamiento de datos relacionados con la función de producción educativa, el presente capítulo aplicará una metodología logística multinivel que combina las exigencias derivadas de las variables explicativas empleadas con los rasgos de los datos disponibles.

La reconsideración de los modelos multinivel para incorporar el carácter dicotómico de las variables explicadas, utilizando la función logística por las razones que se han descrito, afecta al Nivel 1 o del alumnado (Snijders y Bosker, 2012). Como ya se ha indicado, esas variables dicotómicas tienen el rasgo característico de que existe una relación directa entre su media p y su varianza, $p(1-p)$, de modo que la segunda no es un parámetro independiente si no que está determinado por la media y no es constante. Por tanto, no tener presente esta circunstancia vendría a ser tanto como afirmar que se presenta heteroscedasticidad lo que, en términos de un modelo multinivel, podría dar lugar a considerar que existe una relación entre los parámetros de la parte fija y aleatoria de los modelos. Esa es la razón por la que se recurre a la regresión logística o a alguna de comportamiento equiparable, como las antes mencionadas *probit* o la del valor extremo.

En el caso de una variable explicada dicotómica, la variable dependiente es la probabilidad de que el estudiante i matriculado en el centro j pertenezca al nivel de competencia que se estudia: $P_{ij}=P(Y_{ij}=1)$. Esta probabilidad se estimaría mediante la función logística. La expresión del modelo multinivel correspondiente sería:

$$\Lambda\left[\frac{P_{ij}}{(1-P_{ij})}\right] = \beta_{0j} + \sum_{q=1}^Q \beta_{qj} X_{qij} + r_{ij} \quad [6.7]$$

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \sum_{s=1}^{S_q} \gamma_{0s} Z_{sj} + u_{0j} \quad [6.8]$$

$$\beta_{qj} = \gamma_{q0} \quad [6.9]$$

Finalmente, la obtención de los Coeficientes de Correlación Intraclase seguirá un procedimiento que difiere del general según lo sugerido por Snijders y Bosker (2012), en el sentido de aplicar los rasgos propios de la regresión logística empleada en el Nivel 1, cuya varianza tiene un valor de $\frac{\pi^2}{3}$, con lo que la definición del CCI pasa a ser:

$$CCI = \frac{\tau_{00}^2}{\frac{\pi^2}{3} + \tau_{00}^2} \quad [6.10]$$

Un aspecto importante a tener en cuenta en este tipo de modelos es la interpretación de los distintos elementos del modelo estimado, ya que es diferente a la de un modelo de regresión lineal. En primer lugar, el signo de los coeficientes sí indica el sentido del cambio en el regresando cuando cambia el regresor. En segundo lugar, los coeficientes estimados no cuantifican directamente el incremento de la probabilidad dado el aumento unitario en la correspondiente variable independiente. La magnitud de la variación depende del valor concreto que tome la función de densidad, lo cual depende de la pendiente de dicha función en el punto X_i . En consecuencia, la interpretación de los parámetros se puede efectuar a través de diferentes procedimientos (Long, 1997).

En este estudio se facilitan los *odds ratios*. Así, se emplea el cociente entre la probabilidad de que se presente una opción frente al resto de las alternativas u opciones, condicionadas en ambos casos a que se presente un suceso determinado. En el modelo *logit*, el *odd ratio* para un individuo se define como el cociente entre la probabilidad de que se produzca un hecho, correspondiente al valor 1, frente a la probabilidad de que no se dé, correspondiente a 0. En el presente caso, la probabilidad de que pertenezca a un nivel de desarrollo de la competencia frente a la probabilidad de que no lo logre:

$$\frac{\frac{P_i}{1 - P_i}}{\frac{P_j}{1 - P_j}} \quad [6.11]$$

6.3. Niveles elementales y excelentes: el papel de los procesos de enseñanza-aprendizaje

A continuación se describen los datos empleados y se presentan las estimaciones para dos niveles de desarrollo de la competencia matemática. El primero se refiere al alumnado que logra los niveles 0, 1 y 2, correspondientes a un bajo nivel desempeño. Por otra parte, el segundo analiza el caso de quienes logran la 5 y 6 consiguiendo niveles excelentes de logro. En consecuencia, el estudio realizado se centra en quienes obtienen los peores y los mejores niveles de la competencia y, en consecuencia, no incluye los niveles PISA 3 y 4 que corresponden a desarrollos intermedios.

El análisis llevado a cabo intenta determinar posibles aspectos relacionados con los procesos de enseñanza-aprendizaje que pudieran contribuir a explicar las razones que afectan a la probabilidad de que un alumno o alumna se sitúe en esos valores relativamente muy reducidos o muy elevados de desarrollo de la competencia matemática. La finalidad última del estudio es contribuir a la adecuada fundamentación de futuras medidas de política educativa en dos sentidos esenciales. Por

un lado determinar posibles medidas que remuevan los obstáculos que impiden a los que obtienen menor grado de desarrollo de la competencia obtenerlos mejores. En un sentido complementario, identificar prácticas relevantes para permitir que los que en la actualidad presentan desarrollos intermedios puedan progresar hasta alcanzar en proporciones superiores los excelentes.

6.3.1. Datos

La investigación que sigue se llevará a cabo con los datos ya descritos y que han sido facilitados por PISA 2012. Una de las dificultades que conlleva el tratamiento de grupos separados de una muestra de estas características es la posible pérdida de sus propiedades al llevar a cabo su división en subgrupos susceptibles de no reunir las necesarias propiedades de normalidad e independencia. Otra dificultad adicional reside en que la incorporación de un número relevante de variables a los análisis afecta a las propiedades de los estimadores.

Con el fin de evitar el impacto de estas circunstancias se emplearán como *outputs* o variables explicadas de las estimaciones las variables COMPBAJA y COMPALTA, de tipo dicotómico. La primera de ellas toma el valor 1 cuando un alumno o alumna presenta un valor medio de sus valores plausibles (calculados de acuerdo con los requisitos derivados del muestreo en dos etapas ya descrito), que corresponde a los niveles cero, uno o dos de los descritos por PISA y 0 en el caso de que se encuentre por encima de los mismos. Por su parte COMPALTA, presenta valor 1 para quienes han alcanzado los niveles 5 o 6 definidos en PISA y 0 para los restantes. La Tabla 6.1 permite observar los estadísticos de las variables así construidas y constatar que en España en torno a un 48% del alumnado presenta una competencia baja, mientras que sólo en torno al 7% se ubicaría en niveles de excelencia en el desarrollo de la misma.

Tabla 6.1: Estadísticos de los *outputs* de las regresiones logísticas multinivel.

DIMENSIÓN	VARIABLE	DESCRIPCIÓN BREVE	Mín.	Máx.	Media	D.E.
Competencia matemática baja	COMPBAJA	Dicotómica. Alumnado nivel PISA 0, 1 o 2=1	0	1	0,48	0,50
Competencia matemática alta	COMPALTA	Dicotómica. Alumnado nivel PISA 4 o 5=1.	0	1	0,07	0,26

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

Por otra parte, la Tabla 6.2 recoge los descriptivos para estos dos grupos de estudiantes. Por diferencia es posible constatar los datos de los restantes que han integrado la muestra. En cualquier caso, dado que la metodología logística multinivel se ha elegido precisamente por permitir maximizar el aprovechamiento de los datos disponibles, es necesario subrayar que las estimaciones que se realizarán en ningún caso corresponden a dos conjuntos separados de datos, sino a uno sólo en el

que se han empleado las mencionadas variables dicotómicas para lograr describir los rasgos diferenciales empleando datos con las propiedades estadísticas adecuadas.

Si se observa esa Tabla 6.2, es posible constatar diferencias relevantes entre ambos grupos de alumnos. Comenzando con los rasgos personales y familiares, el alumnado con competencia baja es mayoritariamente mujer, con nivel de estudios de los padres ubicado en torno a la enseñanza secundaria obligatoria y en torno a un 15% sería inmigrante de primera o segunda generación. Por su parte, los integrantes del grupo de competencia alta son casi en un 70% chicos, sus progenitores presentan por término medio 14,49 años de formación reglada, que corresponde a una situación en la que se han cursado estudios universitarios, y la presencia de inmigrantes se sitúa sólo en torno a un 2%.

La experiencia académica también es realmente dispar. La presencia de alumnado que ha repetido algún curso en primaria o secundaria alcanza el 57%, mientras que es prácticamente insignificante en el caso de la competencia alta (1%). La experiencia vivida con las Matemáticas a lo largo de la vida escolar también es marcadamente diferente. Los estudiantes con bajo desempeño académico manifiestan mucha mayor relación con las Matemáticas Aplicadas en el pasado, mientras que en el caso de las Matemáticas Puras, que se ha descrito en los capítulos anteriores como estadísticamente significativa para explicar las diferencias en el grado de desarrollo de esta competencia, las disparidades presentan datos muy distantes: 12% frente a 47%. La gravedad del alcance de estas diferencias se comenta al analizar los resultados obtenidos en las estimaciones realizadas.

Por otra parte, el uso de las estrategias de aprendizaje contribuye a acreditar la existencia de diferencias entre ambos grupos en el caso de la de elaboración, mucho más utilizada por quienes presentan alto rendimiento y las de memorización, que serían muy empleadas por quienes lo presentan bajo. En el caso de las estrategias de control las cifras son similares.

Otro grupo de variables que indica la existencia de fuertes diferencias de grupo es el de la motivación, evaluados respectivamente por INSTMOT y MATINTFC, con valores que requerirían una investigación separada dados los signos y las magnitudes de los índices medios que se observan: 0,66 en los de competencia alta y -0,23 en los de baja para la motivación instrumental y 0,28 frente a -0,28 para la finalista. El grado de compromiso con el proceso evaluado mediante MATWKETH y MATBEH también presenta diferencias aunque de magnitud menor.

En cuanto al grupo de variables descriptivas de las experiencias individuales con el proceso de enseñanza, es necesario destacar que las manifestaciones de alumnos y alumnas sobre los procedimientos didácticos de corte más convencional (OBJET, RESUMIR, PPENSAR, DEBERES, ERRORES) son muy similares en ambos grupos de estudiantes, con la única excepción de

PCONTEXT y DIVER. En el primero de los casos los estudiantes con mejores resultados declaran tener mayor experiencia con la resolución de problemas referidos a contextos distintos, mientras que en el segundo el doble de los estudiantes con malos resultados mencionan tener experiencia con la propuesta de actividades de nivel diferenciado respecto del principal de la clase en su vida escolar cotidiana.

Estos datos contrastan con el grado de uso de estrategias didácticas más complejas por parte de los docentes, que experimentarían con mayor intensidad los estudiantes con peor resultado: el trabajo en pequeños grupos (GRUPOS), la posibilidad de que los estudiantes colaboren en la planificación de la clase (PLANIF) o la realización de proyectos de larga duración (PROYEC) son así prácticas proporcionalmente mucho más presentes en las aulas a las que acuden estudiantes de bajo nivel académico.

En el mismo sentido, el alumnado de bajo nivel emplea mucho más los recursos informáticos durante las clases (USEMATH) que los que obtienen mejores resultados. Estos datos requieren recordar la revisión de la literatura que se ha realizado en los capítulos anteriores porque pudieran estar indicando una especificidad en el tratamiento de los grupos de menor rendimiento con recursos metodológicos cuya validez no ha sido contrastada y que suponga un coste de oportunidad en relación con otras metodologías que sí tienen acreditada validez según se ha descrito ya.

Igualmente es destacable, por razones equivalentes, que los alumnos y las alumnas con niveles de competencia más baja perciben una peor gestión de la convivencia en sus aulas, evaluada por CLSMAN, que en su caso arroja valores negativos, que la que experimentan quienes presentan mejores resultados, en cuyo caso el índice arroja valores positivos y por tanto superiores a la media de la OCDE.

En cuanto al bloque de datos referidos al Nivel 2 que describe las características de los centros educativos, los estudiantes de mayor rendimiento asisten a centros con mayor ratio profesorado de Matemáticas-alumnado y de mayor tamaño, aunque las diferencias en estos casos son pequeñas y, como ya se ha indicado, la literatura ya ha descrito repetidamente el papel secundario de la ratio de aula, especialmente en contextos muy regulados como el del sistema educativo español.

Sí es relevante, sin embargo, el elevado porcentaje de estudiantes de bajo nivel en los centros públicos (un 77%), y la distribución prácticamente equilibrada entre centros públicos y no públicos para el caso de los excelentes. En este mismo sentido, es necesario subrayar las diferencias entre los niveles socio-económicos medios de los centros a los que acude el alumnado, situados por debajo de la media nacional e internacional en el caso de los estudiantes de competencia baja, y por encima en el caso de los de competencia alta.

Tabla 6.2: Descriptivos por niveles de competencia PISA baja y alta.

DIMENSIÓN	VARIABLE	COMPETENCIA BAJA NIVELES PISA 0, 1 Y 2 (COMPBAJA=1)				COMPETENCIA ALTA NIVELES PISA 4 Y 5 (COMPALTA=1)			
		Mín.	Máx.	Media	D.E.	Mín.	Máx.	Media	D.E.
NIVEL 1: RASGOS PERSONALES Y FAMILIARES.									
	SEXO	0	1	0,53	0,50	0	1	0,31	0,46
	PARED	3	16,50	11,33	3,79	3	16,50	14,49	2,95
	INMI	0	1	0,15	0,35	0	1	0,02	0,15
NIVEL 1: EXPERIENCIA INDIVIDUAL DEL PROCESO DE APRENDIZAJE.									
Experiencia académica	REPITE	0	1	0,57	0,50	0,00	1,00	0,01	0,09
	EXAPPLM	-2,99	3,20	0,21	0,94	-2,99	3,20	0,14	0,78
	EXPUREM	-2,73	0,80	0,12	0,91	-2,73	0,80	0,47	0,59
Estrategias de aprendizaje	CONTROL	0	1	0,34	0,47	0	1	0,33	0,47
	ELAB	0	1	0,15	0,35	0	1	0,26	0,44
	MEMOR	0	1	0,31	0,46	0	1	0,22	0,41
Motivación	INSTMOT	-2,30	1,59	-0,23	1,02	-2,30	1,59	0,66	0,87
	MATINTFC	-1,53	1,46	-0,28	1,01	-1,53	1,46	0,28	0,87
Grado de compromiso	MATWKETH	-3,45	2,72	-0,02	1,04	-3,45	2,72	0,34	1,01
	MATBEH	-2,14	4,42	0,00	1,07	-2,14	4,42	0,25	0,78
NIVEL 1: EXPERIENCIA INDIVIDUAL DEL PROCESO DE ENSEÑANZA.									
Estrategias didácticas cognitivas	OBJET	0	1	0,67	0,47	0	1	0,67	0,47
	RESUMIR	0	1	0,39	0,49	0	1	0,42	0,49
	PCONTEXT	0	1	0,60	0,49	0	1	0,73	0,45
	PPENSAR	0	1	0,57	0,49	0	1	0,55	0,50
	DEBERES	0	1	0,85	0,36	0	1	0,88	0,33
	DIVER	0	1	0,28	0,45	0	1	0,14	0,34
	ERRORES	0	1	0,68	0,47	0	1	0,71	0,45
Estrategias didácticas metacognitivas	CREATIV	0	1	0,44	0,50	0	1	0,45	0,50
	GRUPOS	0	1	0,24	0,42	0	1	0,10	0,31
	PAPLIC	0	1	0,65	0,48	0	1	0,78	0,42
	PLANIF	0	1	0,25	0,43	0	1	0,08	0,28
	PNOOBVIO	0	1	0,42	0,49	0	1	0,52	0,50
PROYEC	0	1	0,23	0,42	0	1	0,07	0,26	
Recursos	USEMATH	-0,77	2,80	0,05	1,06	-0,77	2,80	-0,17	0,87
Gestión del grupo	CLSMAN	-3,25	2,20	-0,09	0,98	-3,25	2,20	0,13	1,07
	MATSUP	-2,86	1,84	0,10	1,04	-2,86	1,84	0,16	0,94
NIVEL 2: RASGOS CENTRO EDUCATIVO.									
RR.HH.	SMRATIO	2,00	516,00	103,31	51,96	2,00	516,00	114,92	71,59
Tamaño	TAMAÑOOC	0	3	1,60	0,97	0	3	1,81	1,00
Titularidad	TIPOC	0	1	0,77	0,42	0	1	0,53	0,50
Efecto <i>peer</i>	ESCSC	-2,36	1,21	-0,35	0,48	-1,18	1,42	0,11	0,55

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

Estos rasgos son especialmente destacables porque vinculan análisis relacionados con la producción de los servicios a otros referidos a la equidad del propio sistema educativo. Para ilustrar estos datos con más detalle, en la Tabla 6.3 se han desglosado los 6 niveles PISA y la distribución del alumnado por tipo de centro y nivel socioeconómico medio. En ella es posible constatar como el alumnado del Nivel 0 asiste en un 87% a centros públicos, el de Nivel 1 lo hace en un 80% de los casos y el de Nivel 2 en un 72%.

Tabla 6.3: Alumnado por niveles competencia, nivel socioeconómico medio y tipo de centros.

Nivel PISA alumnado	Variable	Mín	Máx.	Media	D.E.
0	ESCSC	-2,36	1,15	-0,51	0,41
	TIPOC	0	1	0,87	0,34
1	ESCSC	-2,14	1,17	-0,40	0,46
	TIPOC	0	1	0,80	0,40
2	ESCSC	-1,88	1,21	-0,28	0,50
	TIPOC	0	1	0,72	0,45
3	ESCSC	-1,70	1,42	-0,12	0,53
	TIPOC	0	1	0,64	0,48
4	ESCSC	-1,41	1,42	0,01	0,54
	TIPOC	0	1	0,57	0,50
5	ESCSC	-1,27	1,42	0,10	0,54
	TIPOC	0	1	0,53	0,50
6	ESCSC	-1,05	1,42	0,16	0,58
	TIPOC	0	1	0,49	0,50

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

Por otra parte, en los niveles de mayor rendimiento, el reparto es equilibrado, lo que supone una sobrerrepresentación en los centros privado-concertados y concertados que sólo suponen un 32% de los integrantes de la red de centros. Estos datos tienen que ser interpretados en el sentido de la existencia de cierto sesgo de autoselección de clase y nivel económico de algunas familias a favor de los centros privado-concertados y concertados que ya ha sido descrita en diferentes trabajos, como se expuso en el Capítulo 3.

Finalmente, en la misma Tabla 6.3 es posible constatar cómo el nivel socioeconómico medio del alumnado de competencia 0, 1 y 2 es claramente menor cuanto peor es el desarrollo de la competencia y siempre inferior a la media de la OCDE, mientras que el que presentan los alumnos y alumnas de los niveles 5 y 6 (0,10 y 0,16) es positivo, creciente y superior a la media de los países participantes en PISA.

Estas variables son de gran importancia porque existen vínculos repetidamente acreditados entre el nivel socioeconómico del alumnado y los resultados académicos que logra. Como indican Muijs *et al.* (2004), las razones de estas relaciones pueden analizarse desde tres puntos de vista que deben ser interpretados como complementarios.

En primer lugar, desde la perspectiva de la *teoría de la contingencia*, los resultados logrados por cualquier organización dependen de su contexto y, en el caso de los centros educativos y de los docentes, sus decisiones respecto del proceso de producción podrían estar afectados por el mismo. En segundo lugar, los modelos de tipo compensatorio sugieren que los centros y sus docentes deben servir de contrapeso institucional a la falta de recursos en los hogares de los alumnos y alumnas. Para concluir, la denominada *hipótesis de la aditividad* considera que si se controlan los factores relacionados con los rasgos socioeconómicos de los estudiantes, los centros educativos ubicados en zonas desfavorecidas pueden tener incluso peores resultados que aquellos con población de tipo medio. Las razones serían complejas, pero intervendrían aspectos como la calidad y experiencia de los docentes que prestan servicios en esas zonas (a la que atienden con frecuencia profesorado novel o con contratos o vínculos administrativos temporales), así como el hecho de que su rotación y la de los equipos directivos que los gestionan serían mucho mayores.

Como consecuencia de todo ello, y especialmente para los casos de alumnado muy desfavorecido, está constatado que los procesos de enseñanza-aprendizaje tienden a centrarse en aspectos vinculados a los niveles más bajos de desarrollo de las competencias y a un tratamiento empobrecido del currículo que incluye, entre otros aspectos, la omisión del tratamiento de parte de los contenidos relevantes para alcanzar un nivel académico estandarizado, el énfasis sobre el desarrollo de habilidades sociales o enfoques de la gestión de las actividades académicas que priorizan la mejora de la convivencia escolar, en detrimento siempre del logro de los objetivos más tradicionales de las instituciones escolares.

Algunos datos de la descripción de los datos llevada a cabo en este capítulo y en los anteriores pueden sugerir la existencia de este tipo de circunstancias en el caso español. Así, la menor exposición a las Matemáticas Puras, el uso relativamente mayor de las TIC durante las clases de Matemáticas en detrimento de estrategias de enseñanza como la resolución diferentes tipos de problemas o

la aplicación de metodologías innovadoras pero que hasta el momento sólo han acreditado conexión con el desarrollo de la competencia matemática en contextos experimentales pueden ser expresiones de modalidades de ese *currículum empobrecido*. Una gestión de los procesos de enseñanza-aprendizaje en contextos socialmente más desfavorecidos, con bajo desarrollo de la competencia o con dificultades de gestión de la convivencia en las aulas apoyada en un protagonismo relativamente superior de estos enfoques puede contribuir a consolidar dificultades de partida ya existentes y relacionadas con los rasgos individuales y familiares que se han descrito. Además, afecta a la relevancia de las instituciones educativas para remover esas dificultades iniciales del alumnado. En consecuencia, su análisis resulta de interés. Seguidamente se lleva a cabo un estudio para contribuir a la consideración de estas relaciones.

6.3.2. Estimaciones y análisis de resultados

A continuación se presentan los datos obtenidos. Las estimaciones se han realizado por máxima verosimilitud empleando también el *software* HLM 6.0. En todos los modelos se ponderaron las observaciones con las variable-peso w_{fstuwt} en el Nivel 1 y w_{fshwt} en el Nivel 2 para los centros, ambas proporcionadas por PISA. Se calculan los parámetros de las ecuaciones y sus respectivos errores estándares robustos a la heteroscedasticidad.

El intento de proponer un modelo multinivel correspondiente a la Aplicación I, según fue definida en el Capítulo 4, para analizar la probabilidad de que un alumno o alumna presente competencia baja (COMBAJA) resulta conflictivo, ya que el modelo nulo correspondiente presenta parámetro no significativo. Esta circunstancia indica la inexistencia de diferencias relevantes entre los rasgos medios de los centros a los que acuden los estudiantes para explicar su rendimiento en la competencia matemática.

Como se ha descrito al analizar los datos, la alta concentración de este perfil de alumnado con competencia baja en centros educativos públicos y con bajo nivel socioeconómico medio supone una cierta homogeneidad de contexto que afecta a la viabilidad de la metodología multinivel. Esta circunstancia u otra de análogo carácter derivada del empleo de otras variables explicativas ya puede observarse en parte de los trabajos realizados para España empleando el mismo enfoque.

Así, por ejemplo, en el trabajo de Cordero, Manchón y Simancas (2012) obtienen ausencia de significatividad en la totalidad de las variables del Nivel 2, correspondiente a los centros educativos, del modelo logístico multinivel estimado para analizar la probabilidad de fracaso escolar en el caso de la competencia lectora, incluyendo la introducida para evaluar el *efecto compañeros*; no obstante, la comparación no puede ser completa porque en la publicación no se facilitan los datos

de los modelos nulos ni los CCI de los modelos logísticos que estiman. Algo equiparable puede verificarse en el trabajo de Calero, Choi y Waisgrais (2010) en el que no se incluye el nivel socioeconómico medio de la escuela como instrumento para evaluar el *efecto peer*.

Para tratar esta circunstancia, se ha procedido a eliminar de las variables consideradas del Nivel 2 la variable TIPOC y se ha estimado el modelo para el caso de los estudiantes de bajo desempeño. Es necesario destacar que esta variable, que recoge el tipo de titularidad del centro educativo, se ha acreditado repetidamente no significativa a lo largo del presente trabajo y en la literatura cuando se pone en relación con la empleada para evaluar el nivel socioeconómico medio de los asistentes a un colegio o instituto (ESCSC). Por otra parte, tras constatar que esta circunstancia no se produce en la competencia alta y que el signo y el valor de los parámetros no se modifica de modo relevante, se ha procedido a eliminar también la misma variable TIPOC al estimar para ese otro caso los modelos sin incluir, en esa ocasión para facilitar la posibilidad de llevar a cabo comparaciones equivalentes de los resultados.

La Tabla 6.4 facilita los modelos nulos para las dos estimaciones con el enfoque de las Aplicación I. Es posible comprobar cómo la variabilidad entre centros sería de un 17,79% para el caso de la competencia baja y del 14,98% en el caso de la competencia alta. En este capítulo no se ha ampliado el estudio a la Aplicación II porque el reducido número de observaciones existentes para la competencia alta, que supone un pequeño porcentaje de los estudiantes, combinado con la metodología aplicada no hace viable la obtención de resultados con las propiedades adecuadas.

Tabla 6.4: Modelos nulos logísticos multinivel por grado de desarrollo de la competencia.

VARIABLE	COMPETENCIA PISA 0, 1 Y 2 (COMPBAJA=1)		COMPETENCIA PISA 5 Y 6 (COMPALTA=1)	
	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.
γ_{00}	-0,09 ^c	0,05	-2,53 ^a	0,05
Varianza u_{0j} (τ^2)	0,7121	0,84	0,5798	0,84
CCI	0,1779		0,1498	

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

La expresión general del modelo para la competencia baja es:

- Modelo Nivel 1: $\text{Prob}(M_{ij}=1|\beta_{ij}) = P_{ij}$

$$\begin{aligned} \text{Log} [P_{ij}/(1-P_{ij})] = & \beta_{0j} + \beta_1 (\text{SEXO}) + \beta_{2j} (\text{PARED}) + \beta_{3j} (\text{INMI}) + \beta_{4j} (\text{REPITE}) + \\ & + \beta_{5j} (\text{EXPUREM}) + \beta_{6j} (\text{MEMOR}) + \beta_{7j} (\text{CONTROL}) + \beta_{8j} (\text{PNOOBVIO}) + \\ & + \beta_{9j} (\text{PCONTEXT}) + \beta_{10j} (\text{DEBERES}) + \beta_{11j} (\text{DIVER}) + \\ & + \beta_{12j} (\text{GRUPOS}) + \beta_{13j} (\text{PLANIF}) + \beta_{14j} (\text{USEMATH}) + r_{ij} \end{aligned}$$

- Modelo Nivel 2: $\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}(\text{ESCSC}) + \gamma_{02}(\text{TAMAÑOC}) + u_{0j}$

$$\begin{array}{lll}
 \beta_{1j} = \gamma_{10} & \beta_{6j} = \gamma_{60} & \beta_{11j} = \gamma_{110} \\
 \beta_{2j} = \gamma_{20} & \beta_{7j} = \gamma_{70} & \beta_{12j} = \gamma_{120} \\
 \beta_{3j} = \gamma_{30} & \beta_{8j} = \gamma_{80} & \beta_{13j} = \gamma_{130} \\
 \beta_{4j} = \gamma_{40} & \beta_{9j} = \gamma_{90} & \beta_{14j} = \gamma_{140} \\
 \beta_{5j} = \gamma_{50} & \beta_{10j} = \gamma_{100} &
 \end{array} \quad [6.12]$$

Por otra parte, en el caso de la competencia alta, el modelo es:

- Modelo Nivel 1:

$$\text{Prob}(M_{ij}=1|\beta_{ij}) = P_{ij}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Log} [P_{ij}/(1-P_{ij})] = & \beta_{0j} + \beta_{1j}(\text{SEXO}) + \beta_{2j}(\text{PARED}) + \beta_{3j}(\text{INMI}) + \beta_{4j}(\text{REPITE}) + \\
 & + \beta_{5j}(\text{ELAB}) + \beta_{6j}(\text{RESUMIR}) + \beta_{7j}(\text{PCONTEXT}) + \beta_{8j}(\text{PPENSAR}) + \\
 & + \beta_{9j}(\text{DIVER}) + \beta_{10j}(\text{PAPLIC}) + \beta_{11j}(\text{PLANIF}) + \beta_{12j}(\text{PNOOBIO}) + \\
 & + \beta_{13j}(\text{PROYEC}) + \beta_{14j}(\text{USEMATH}) + r_{ij}
 \end{aligned}$$

- Modelo Nivel 2: $\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}(\text{ESCSC}) + \gamma_{02}(\text{TAMAÑOC}) + \gamma_{03}(\text{SMRATIO}) + u_{0j}$

$$\begin{array}{lll}
 \beta_{1j} = \gamma_{10} & \beta_{6j} = \gamma_{60} & \beta_{11j} = \gamma_{110} \\
 \beta_{2j} = \gamma_{20} & \beta_{7j} = \gamma_{70} & \beta_{12j} = \gamma_{120} \\
 \beta_{3j} = \gamma_{30} & \beta_{8j} = \gamma_{80} & \beta_{13j} = \gamma_{130} \\
 \beta_{4j} = \gamma_{40} & \beta_{9j} = \gamma_{90} & \beta_{14j} = \gamma_{140} \\
 \beta_{5j} = \gamma_{50} & \beta_{10j} = \gamma_{100} &
 \end{array} \quad [6.13]$$

Seguidamente, la Tabla 6.5 recoge los datos de los modelos estimados. Sólo se han incluido modelos globalmente significativos y con todos los parámetros significativos al menos al 10%. Como ya se ha indicado, en la interpretación de los resultados de un *logit* a través de los *odds ratios* hay que tener en cuenta que no se está tratando directamente sobre las probabilidades de ocurrencia del suceso estudiado, sino sobre cómo varían las razones de ocurrencia del suceso en función de las variables independientes. Estrictamente, sólo podrían estudiarse las variaciones de las probabilidades si se tiene en cuenta el conjunto de variables independientes. Por ello, cuando se plantean estudios de las probabilidades predichas para cada caso, es necesario utilizar técnicas de análisis específicas que pasan por la valoración en un punto de referencia.

Tabla 6.5: Estimadores logísticos multinivel por grado de desarrollo de la competencia.

VARIABLE	COMPETENCIA BAJA NIVELES PISA 0, 1 Y 2 (COMPBAJA=1)			COMPETENCIA ALTA NIVELES PISA 5 Y 6 (COMPALTA=1)		
	Coef.	D.E.	Odds Ratio	Coef.	D.E.	Odds Ratio
γ_{00}	-1,01 ^a	0,26	0,36	-3,34 ^a	0,42	0,04
Nivel 1: RASGOS PERSONALES Y FAMILIARES.						
SEXO	0,60 ^a	0,11	1,82	-1,05 ^a	0,10	0,35
PARED	-0,04 ^b	0,01	0,97	0,10 ^a	0,02	1,10
INMI	0,43 ^b	0,21	1,53	-0,81 ^a	0,26	0,44
Nivel 1: EXPERIENCIA INDIVIDUAL DEL PROCESO DE APRENDIZAJE.						
REPITE	2,03 ^a	0,14	7,61	-3,52 ^a	0,37	0,03
EXAPPLM						
EXPUREM	-0,19 ^a	0,07	0,83			
CONTROL	0,20 ^b	0,10	1,22			
ELAB				0,12 ^a	0,12	1,58
MEMOR	0,21 ^b	0,10	1,23			
INSTMOT						
MATINTFC						
MATWKETH						
MATBEH						
Nivel 1: EXPERIENCIA INDIVIDUAL DEL PROCESO DE ENSEÑANZA.						
OBJET						
RESUMIR				0,31 ^a	0,11	1,36
PCONTEXT	-0,28 ^a	0,10	0,76	0,34 ^a	0,12	1,40
PPENSAR				-0,31 ^b	0,14	0,74
DEBERES	-0,22 ^c	0,11	0,81			
DIVER	0,28 ^b	0,11	1,32	-0,44 ^b	0,17	0,65
ERRORES						
CREATIV						
GRUPOS	0,75 ^a	0,12	2,11			
PAPLIC				0,35 ^a	0,12	1,42
PLANIF	0,61 ^a	0,14	1,85	-0,72 ^a	0,18	0,49
PNOOBVIO	-0,39 ^a	0,09	0,68	0,19 ^c	0,11	1,21
PROYEC				-0,38 ^c	0,20	0,68
USEMATH	0,20 ^a	0,05	1,22	-0,12 ^b	0,05	0,89
CLSMAN						
MATSUP						
NIVEL 2: OTROS RASGOS DEL CENTRO EDUCATIVO.						
SMRATIO				0,002 ^a	0	1,00
TAMAÑOC	0,17 ^a	0,06	1,18	-0,12 ^c	0,07	0,89
ESCS	-0,90 ^a	0,13	0,41	0,42 ^a	0,14	1,51
ANÁLISIS DE LA VARIANZA.						
Varianza nulo	0,7121			0,5798		
Varianza u_{0i} (τ^2)	0,4245			0,1931		
CCI	0,1143			0,0554		
% Reducción CCI	35,77			63,01		
^a significativo $p < 0,01$; ^b significativo $p < 0,05$; ^c significativo $p < 0,10$; ^d $p \geq 0,10$.						

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

En cualquier caso, las variaciones en las razones u *odds ratios* son de interés para el estudio de un *logit* porque permiten cuantificar el efecto relativo de las diferentes variables independientes sobre la dependiente. Con respecto a la magnitud del efecto en esos cambios, hay que tener en cuenta dos asuntos importantes. El primero se refiere a que las variaciones positivas y negativas en los cocientes de razones no deben compararse inmediatamente porque no tienen el mismo rango de variación, mientras las variables negativas van de 0 a 1, las positivas van de 1 a infinito porque el cociente de razones expresa qué proporción representa la razón antes de tal efecto.

El segundo, que afecta singularmente al presente estudio corresponde a las precauciones necesarias al establecer comparaciones entre diferentes cocientes de razones. La misma requiere tener en cuenta el rango de variación de las variables independientes. Así, dado que el valor del *odd-ratio* representa cuánto varía la razón cuando la variable independiente varía en una unidad, lógicamente, la variación en una unidad de una variable discreta y de una dicotómica no son equiparables.

A continuación se realizará un comentario centrado en las relaciones generales entre las variables y el rendimiento reflejado en el nivel de competencia analizado. Con ese fin, es asumible una interpretación básica de acuerdo con la cual las *odds ratios* de aquellas variables con coeficientes positivos presentan valor mayor que 1, lo que refleja que la presencia de las mismas incrementa la probabilidad de que un alumno o una alumna alcancen el nivel de competencia analizado en la variable explicada.

En sentido contrario, aquellas variables con coeficientes negativos y *odds ratios* con valores menores que uno plasman casos en los que las variables disminuyen la probabilidad de que el alumnado correspondiente obtenga el grado de desarrollo del nivel objeto de análisis. Finalmente, a una variable con coeficiente cero, le corresponderá una *odds ratio* igual a uno, indicando así que la variable en cuestión tiene un impacto nulo sobre la probabilidad de que el chico o la chica en cuestión alcancen el nivel de competencia que se esté investigando.

De acuerdo con estos criterios, es posible llevar a cabo un análisis de la Tabla 6.5. Comenzando por los rasgos personales y familiares, se observa como el hecho de ser mujer e inmigrante de primera generación son los dos aspectos más relevantes para incrementar la probabilidad de bajo desempeño en la competencia matemática. Aunque hay ligeras diferencias en los valores de los parámetros, ambas circunstancias también reducen las probabilidades de lograr altos niveles de desempeño.

Por otra parte, cada año de nivel adicional de estudios por los padres, evaluado por PARED, contribuye a reducir ligeramente la probabilidad de ubicarse en la competencia baja, mientras que incrementan más que proporcionalmente la probabilidad de tener competencia alta en Matemáticas,

como puede observarse al comparar los valores de los *odds ratios*, que son respectivamente 0,97 y 1,10. En este caso, los factores genéticos y de contexto socioeconómico pueden estar actuando de modo que resultan relativamente más beneficiados los de mayor grado de desarrollo de lo que se ven negativamente afectados los hijos de padres con bajo nivel de estudios pero que puedan tener buenas habilidades innatas o especial preocupación respecto del desarrollo académico de sus hijos dentro de las posibilidades de su contexto social y del marco institucional existente.

Con los datos de la Tabla 6.5, es posible comprobar que de modo global las estimaciones presentan reducciones del CCI de un 36% en el caso de la competencia baja y de un 63% en el caso de la competencia alta. Estos valores son elevados en relación a lo examinado en la literatura pero su disparidad sugiere, especialmente en el caso del bajo rendimiento, la necesidad de considerar metodologías, variables e interacciones adicionales en investigaciones futuras.

Analizando el bloque referido a la experiencia individual del proceso de aprendizaje, la condición de repetidor incrementa extraordinariamente la probabilidad de presentar competencia baja. El impacto negativo sobre la probabilidad de lograr la alta es muy reducido. En este sentido, una interpretación susceptible de ser sometida a análisis es que los datos de la evaluación internacional vienen a ratificar que los alumnos con bajo desempeño repiten porque no logran alcanzar los estándares propios de los niveles establecidos para su edad. No obstante, como se describió al revisar la literatura sobre análisis de la función de producción educativa, los estudios sobre el papel de la repetición de curso y los problemas de endogeneidad vinculados a los mismos distan mucho de arrojar consenso sobre una interpretación única de estos resultados en los estudios sobre producción educativa, que los incluyen habitualmente como variables explicativas de las funciones de producción estimadas (García-Perez *et al.*, 2014).

Respecto a la experiencia con las Matemáticas Puras (EXAPUREM) o Aplicadas (EXAPPLM), los estudiantes con alta competencia no presentan significatividad de las variables, aunque se constató en el análisis descriptivo una exposición relativamente muy superior a las primeras durante su vida escolar. El dato puede estar vinculado en ese nivel de desarrollo de la competencia a diferencias en las capacidades innatas, cuya omisión de las estimaciones es una carencia habitualmente mencionada para los modelos de producción educativa. En un sentido similar, puede mantener vínculos con los rasgos de las familias a las que pertenecen los estudiantes y con el elevado nivel medio de otras variables de su contexto escolar. Sin embargo, los estudiantes de competencia baja sí presentan una menor probabilidad de pertenencia a esa categoría si tienen mayor contacto con el enfoque puro, vinculado a más altos niveles de desarrollo de la competencia según se constató también en el Capítulo 4 y que es mucho más infrecuente en sus centros.

Este resultado requiere una consideración detenida. Una primera posibilidad es que dado que en este tipo de centros se da un empleo relativamente mayor de las metodologías más innovadoras como el trabajo en grupos, por proyectos o con elevado uso de las TIC que podrían mejorar aspectos como la convivencia escolar, las habilidades sociales o competencias creativas u otras que se estuvieran priorizando en los proyectos educativos correspondientes, las mismas supusieran un coste de oportunidad relevante en relación con el mayor avance de los aspectos más abstractos de la competencia matemática.

Sin embargo, la limitada presencia de esas prácticas innovadoras requiere considerar una explicación complementaria. En ese sentido, otra hipótesis a considerar es que podría estar produciéndose un proceso de selección de contenidos por los docentes de Matemáticas con eliminación habitual o tratamiento superficial de los más vinculados a los de tipo abstracto característicos de las Matemáticas Puras cuando tratan con alumnado de bajo nivel socioeconómico en la línea de lo descrito en las investigaciones sobre *curriculum empobrecido* (Muijs *et al.*, 2004).

Esta situación, acumulada a lo largo de la vida escolar de los estudiantes, acabaría explicando los bajos valores de los índices que miden su presencia y, dado su relevante papel para lograr los niveles superiores de desarrollo de la competencia matemática, también el reducido rendimiento de este colectivo. Además, dado que EXPUREM y EXAPPLM inquieren sobre la experiencia a lo largo de la vida escolar, los resultados obtenidos indican un tratamiento diferenciado del alumnado de menor nivel socioeconómico a largo plazo, con serias implicaciones vinculadas a la equidad del sistema educativo ya que un sesgo sistemático de la formación matemática a favor de una orientación meramente aplicada impediría el acceso a niveles académicos superiores, repercutiendo sobre el desarrollo profesional y el acceso al mercado laboral de los estudiantes afectados.

Otro resultado destacable se presenta en el caso de las estrategias de aprendizaje empleadas por los alumnos y alumnas. Mientras que en el caso de los estudiantes de competencia baja, resultan significativas las estrategias de control y memorización que contribuyen de modo destacado a aumentar la probabilidad de pertenencia al segmento de peor rendimiento, los estudiantes con mejores desempeño, aplican estrategias de elaboración con impacto significativo y elevado sobre la probabilidad de lograr buenos resultados en el desempeño.

También son reseñables las diferentes pautas observadas para el caso de la experiencia individual del proceso de aprendizaje. Empezando por los estudiantes de competencia baja, la atención a la diversidad concretada en la realización de tareas adaptadas diferentes de las asignadas al resto de la clase (DIVER) contribuye positivamente a lograr bajos niveles de desempeño, acreditando así la posibilidad de que las tareas encomendadas sean de un carácter tan básico que impidan el abordaje

de otros niveles superiores o la progresión académica de los estudiantes. Estos resultados podrían considerarse admisibles para un porcentaje limitado de sujetos de la población con muy bajas capacidades intelectuales o problemas graves de integración social y en proceso de inserción. Sin embargo, su presencia y el sentido de su magnitud entre porcentajes elevados del alumnado, como los que presentan competencia baja en el caso español, resultan llamativos. Además, la observación frecuente de esas prácticas en las aulas a las que acuden los alumnos de alta capacidad, reduce la probabilidad de que logren rendimientos elevados.

Comentarios similares cabría realizar sobre la repercusión de la práctica de la planificación colaborativa (PLANIF) o de modalidades del uso de las tecnología de la información y la comunicación durante las clases (USEMATH), ya que ambas están asociadas a contribuciones relevantes y significativas a la probabilidad de que el resultado en la competencia matemática sea bajo, así como a reducciones en las probabilidades de que los estudiantes de mejor desempeño lo alcancen. Es interesante destacar, que la probabilidad de impacto negativo entre los alumnos y alumnas de nivel inferior es proporcionalmente muy superior al posible impacto negativo que esos recursos didácticos tienen sobre los de rendimiento superior: para PLANIF, 1,85 frente a 0,49, mientras que en el caso de USEMATH es 0,89 frente a 1,22. Sainz y López-Sáez (2010), entre otros, han descrito para el caso español como existe una menor disposición de las chicas al uso de los recursos informáticos durante las actividades educativas derivadas de factores sociales. Además, han constatado en línea con lo establecido en el presente trabajo que el efecto es relativamente más negativo para aquellos estudiantes con nivel socioeconómico inferior y progenitores con menor nivel de estudios.

El trabajo en pequeños grupos (GRUPOS) presenta un comportamiento similar, siendo la estrategia didáctica que más incrementa la probabilidad de reducir el rendimiento entre los estudiantes que tienen bajos niveles de desarrollo de la competencia, lo que es especialmente grave si se considera que un 24% manifiesta experimentarla con mucha frecuencia. Este resultado permite verificar para el caso español, con una metodología distinta y para estos tramos de rendimiento, los ya referidos resultados también logrados por algunas investigaciones seminales que consideraron un reducido grupo de prácticas didácticas al especificar la función de producción educativa en el caso norteamericano (Murnane y Phillips, 1981; Goldhaber y Brewer, 1997).

Entre las estrategias didácticas que sí favorecen la reducción de la probabilidad de menor rendimiento se encuentran la realización de deberes en casa y su corrección antes de los exámenes (DEBERES), la resolución de problemas en diferentes contextos (PCONTEXT) y el planteamiento de problemas no obvios (PNOOBVIO). En el caso de la resolución de problemas, sí son significativas y positivas las dos restantes, que incrementan relevantemente la probabilidad de alto desem-

peño y reducen las de obtenerlo bajo. A esta mayor probabilidad de logro de los Niveles 5 y 6 también contribuyen variables que no se encuentran presentes en el caso del alumnado de baja competencia, como RESUMIR, que es coherente con un alumnado que aplica estrategias cognitivas de elaboración a título individual y la resolución de problemas para aplicar lo aprendido (PAPLIC).

Esta combinación de resolución de problemas y realización de tareas en casa para mejorar el rendimiento escolar ya ha sido constatada en diferentes trabajos (por ejemplo, Eren y Henderson, 2008 o Van Klaveren y De Witte, 2010). En un sentido similar, la presencia conjunta de las variables RESUMIR y ELAB, junto a la resolución frecuente de problemas confirman la relevancia de los factores vinculados a la estructuración adecuada de la clase para lograr niveles elevados de desarrollo de la competencia escolar (Muijs *et al.*, 2014).

Finalmente, entre las estrategias que sólo tienen impacto negativo en la probabilidad de alto desempeño, se encuentran el planteamiento de problemas que requieran una reflexión prolongada en el tiempo (PPENSAR) y la participación en proyectos que impliquen procesos largos de planificación, organización, gestión y autoevaluación (PROYEC). El primer resultado requeriría de investigaciones adicionales para determinar la compatibilidad de este tipo de recurso didáctico con el grado de desarrollo psicológico de los estudiantes de estas edades. El segundo aspecto confirma para este grupo de estudiantes los resultados generales obtenidos con PROYEC, ya ampliamente comentados en capítulos anteriores.

El análisis del Nivel 2 permite obtener conclusiones adicionales. El efecto de la ratio es o no significativo o irrelevante. Sí son de interés, sin embargo, los datos de las otras dos variables. Cuanto mayor es el centro educativo, mayor es la probabilidad de pertenencia a niveles de baja competencia y menor la de lograr altos niveles de desempeño, aunque el efecto relativo es más grave en el primer caso. También se muestra muy relevante, como es habitual, el nivel socioeconómico medio de los compañeros que asisten a un mismo centro (ESCSC), de modo que cuanto mayor es el mismo menor es la probabilidad de presentar competencia baja y mayor la de lograrla excelente.

6.4. Conclusiones

El presente capítulo se ha dedicado a incorporar las variables vinculadas a los procesos de enseñanza-aprendizaje a la función de producción de servicios educativos para analizar diferentes grados de desarrollo de la competencia matemática. Además de acreditar nuevamente, en la línea de lo constatado por los estudios sobre el alumnado español, las relaciones con variables individuales como el sexo, la condición de inmigrante o el nivel académico máximo alcanzado por los padres, el

estudio incorpora otro conjunto de variables que son novedosas en PISA 2012, y cuyo tratamiento tiene muy escasa presencia en la literatura sobre producción educativa, para analizar su posible impacto diferencial en estudiantes con diferentes grados de desarrollo en este dominio.

La aplicación de la metodología *logit* multinivel ha puesto de manifiesto la existencia de diferencias relevantes que deberían ser consideradas para continuar la investigaciones, con otras metodologías y datos complementarios, sobre los vínculos entre estrategias didácticas empleadas por el profesorado, grados de desarrollo de la competencia matemática y rasgos contextuales de los centros educativos en los que el alumnado experimenta sus procesos de enseñanza y aprendizaje.

Respecto al aprendizaje, se han constatado distinciones en las estrategias aplicadas por los estudiantes y sus impactos sobre la probabilidad de resultados bajos o excelentes, destacando el hecho de que las de control y memorización deben ser evitadas, mientras que sí debe formarse a los alumnos y alumnas en el uso de las de elaboración.

Por otra parte, el papel desempeñado por la sobreexposición a las Matemáticas Aplicadas y sus vínculos con los bajos niveles de rendimiento, acreditado a lo largo del presente capítulo, es una aportación derivada de la inclusión de EXAPPLM y EXPUREM. En este caso el resultado esencial es la necesidad de considerar que los centros educativos con menor nivel socioeconómico de su alumnado deben supervisar estrechamente la presencia y el tratamiento dado a los contenidos relacionados con las Matemáticas Puras y la experiencia de su alumnado con las mismas, ya que su escasa presencia y el impacto negativo que presenta el parámetro asociado a la misma indican una carencia seria en su modalidad de inclusión y en su tratamiento didáctico. Este dato sugiere que los estudiantes que acuden a este tipo de centros pueden tener graves repercusiones sobre su trayectoria académica y, en consecuencia, cuestiona la función del sistema educativo en la promoción de la equidad social de modo singular.

En cuanto al catálogo de recursos técnicos experimentados por los alumnos y alumnas en su proceso de enseñanza porque son empleados por sus profesores, se han destacado grupos de los mismos con efecto adverso como la realización de proyectos, la planificación colaborativa, el trabajo en pequeños grupos o el uso de la informática durante las clases, relativamente más frecuentes entre alumnado con bajo rendimiento según los descriptivos analizados.

En este sentido, los datos obtenidos contribuyen a alumbrar la “caja negra” tecnológica del proceso productivo. No obstante, en todos estos casos será necesario profundizar, en investigaciones futuras, en el conocimiento de los vínculos entre las decisiones docentes de emplear estas estrategias y los contextos escolares en los que los emplean, para evaluar si la mayor o menor dificultad derivada de la práctica didáctica en el aula vinculada a los rasgos del alumnado conduce al empleo

de recursos para la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje que tengan como objetivo la adaptación a contextos singularmente complejos. En este ámbito, el desarrollo de trabajos en la línea de la Economía Experimental y análisis longitudinales que evalúen el impacto del desarrollo de diferentes habilidades a lo largo del tiempo pueden resultar ilustrativos de los mecanismos de estos procesos de producción.

No obstante, los resultados también ponen de manifiesto la necesidad de avanzar en la investigación sobre si son sometidos a evaluación profesional de algún tipo tanto los resultados logrados con esas estrategias didácticas teóricamente vinculadas al aprendizaje autorregulado y de carácter innovador a lo largo del tiempo, como su adecuada implementación técnica por los docentes que los utilizan. Como se ha indicado en capítulos anteriores, se hace necesario verificar cómo y en qué contextos puedan contribuir efectivamente a los objetivos de desarrollo de las competencias para el aprendizaje permanente antes de continuar impulsando su generalización. En caso contrario se podrían configurar como obstáculos vinculados a los procesos productivos que no permitieran el progreso académico por parte de los alumnas y alumnos que son objeto de la aplicación continuada de estos métodos.

Como ya se indicó en el Capítulo 4, diferentes autores advierten sobre los peligros de implantar su uso porque no ha sido contrastada suficientemente su efectividad para el conjunto de la población escolar. Su protagonismo relativo relevante entre estudiantes de bajo rendimiento y el signo de los parámetros repetidamente estimados para chicas y para estudiantes con bajo grado de desarrollo de la competencia matemática dan soporte a esa precaución en el caso español y respecto de la competencia matemática.

Asimismo, se han identificado otras estrategias didácticas, como la resolución de problemas y la realización de deberes, que contribuyen significativamente a la mejora de los rendimientos.

Además, se han mostrado muy relevantes el *efecto compañeros* y el tamaño del centro. En consecuencia, tanto las variables de contexto como las relacionadas con la organización y la gestión de los centros educativos vinculadas a una posible dimensión óptima de los mismos, podrían afectar al rendimiento en Matemáticas de los estudiantes.

Capítulo 7. ENSEÑANZA, VARIABLES INSTITUCIONALES Y RENDIMIENTO ESCOLAR: EL CASO DE LA COMPETENCIA FINANCIERA

7.1. Introducción

Los modelos de producción educativa han considerado habitualmente la existencia de algunas dimensiones que implican diferencias institucionales relevantes entre sistemas educativos nacionales para explicar parcialmente las disparidades de rendimiento del alumnado. Como se describió al revisar la literatura en este ámbito en capítulos anteriores, estas relaciones están acreditadas en algunos aspectos concretos como los requisitos de titulación académica y la formación complementaria para el ejercicio de la profesión docente, algunas dimensiones de la selección, gestión y remuneración del profesorado o a la existencia de diferencias vinculadas a la posibilidad de acceso a los recursos educativos por razones de género.

Sin embargo, los procesos de enseñanza-aprendizaje y su caracterización no han sido objeto de un análisis detenido desde la perspectiva de la estimación de funciones de producción educativa que impliquen condicionantes de tipo organizativo relacionados con el tratamiento específico dado a un ámbito de conocimiento y a su tratamiento didáctico. La razón esencial es que las tres grandes competencias analizadas tradicionalmente (Matemáticas, Lectura y Ciencias) presentan cierta homogeneidad relativa de su tratamiento en los sistemas educativos del mundo desarrollado que impide la detección de diferencias relacionadas con este aspecto que puedan ser muy relevantes si no se obtiene información más detallada que la facilitada hasta ahora por las evaluaciones internacionales.

La inclusión de datos sobre la competencia financiera en PISA 2012 abre una puerta para el análisis de estos aspectos que podrían suministrar información adicional hasta ahora no suficientemente considerada para explicar las diferencias en los rendimientos de los alumnos que puedan justificarse en la actuación de las instituciones escolares. La novedad de su inclusión en los sistemas educativos y la heterogeneidad de enfoques adoptados para ello permiten análisis diferenciados y comparaciones internacionales que pueden resultar de interés. En este sentido, además de contribuir a explicar de modo específico las diferencias entre el grado de desarrollo de la competencia financiera en diferentes países, podrían justificar la necesidad de profundizar en los aspectos técnicos relacionados con la consideración institucional de los procesos de enseñanza-aprendizaje

para especificar más adecuadamente la función de producción educativa también en el resto de los casos.

El presente trabajo se centra en los aspectos organizativos del proceso de progresiva implantación de la Educación Financiera en diferentes sistemas educativos para intentar detectar modelos de referencia excelentes en el ámbito internacional. Su origen está en la constatación de la baja repercusión de las instituciones escolares españolas en el resultado obtenido por los alumnos y alumnas en el estudio sobre la competencia financiera y en la necesidad de analizar cómo variables institucionales esencialmente vinculadas a la regulación legal de su incipiente inclusión en el sistema educativo pueden estar afectando a estos resultados. Esta circunstancia, además, pone de relieve que los procesos de enseñanza-aprendizaje se producen en un contexto institucional y que la configuración de sus aspectos puede producir influencias relevantes en el grado de desarrollo de competencias básicas que es necesario conocer para informar las actuaciones que conduzcan a la mejora de los rendimientos.

Este capítulo incluye una revisión de la definición de la competencia financiera y de la literatura producida en torno al análisis de la misma, así como un trabajo de tipo empírico, en el que se empleará una metodología multinivel, con dos objetivos principales. El primero es caracterizar las variables fundamentales que desde los puntos de vista individual y de centro expliquen el desarrollo de la competencia financiera, determinando si se verifican en ella la influencia de las más relevantes, como el nivel socioeconómico del alumnado, el *efecto compañeros* o la modalidad de titularidad del centro, ya acreditadas como relevantes en el resto de las competencias tradicionalmente evaluadas. El segundo, es propio de la Educación Financiera y persigue establecer en qué grado las diferentes modalidades de inclusión de la misma en los sistemas educativos de la OCDE sometidos a evaluación han contribuido a diferentes grados de desarrollo de la competencia en los distintos países estudiados.

El fin último es determinar el grado en el que factores institucionales y regulatorios, tales como los tipos de asignaturas establecidos por los diferentes sistemas educativos, los contenidos y la carga horaria de las materias o de los programas transversales implantados o la formación académica científica y didáctica especializadas tanto del profesorado como de los agentes externos encargados de su impartición pueden influir sobre el desempeño del alumnado. Se trata de factores organizativos que afectan a la ya referida “caja negra” del proceso productivo de servicios educativos que aún no han sido suficientemente analizados y que pueden ser un referente esencial para identificar las prácticas de los sistemas e instituciones educativas que han obtenido mejores logros y fundamentar adecuadamente futuras medidas de política educativa en este ámbito.

7.2. La competencia financiera en PISA 2012

La dimensión económica de la realidad social es una faceta esencial de la misma. En el caso de sus aspectos financieros, los altos niveles de endeudamiento, la falta de comprensión de las condiciones contractuales establecidas en productos de creciente complejidad y el impacto de la crisis de los últimos años sobre amplias capas de la población, han puesto de manifiesto la necesidad de incorporar alguna modalidad de Educación Financiera a los niveles obligatorios del sistema educativo para que la ciudadanía enfrente sus decisiones económicas con fundamentación suficiente.

Los problemas derivados de las tomas de decisiones de ahorro e inversión en un contexto económico y financiero de creciente complejidad y el elevado alcance que estas decisiones tienen sobre las condiciones de vida de las personas a corto y a largo plazo, han puesto de manifiesto la importancia de este ámbito de conocimiento hasta ahora no expresamente incluido en los niveles educativos obligatorios.

Las razones fundamentales de la relevancia que viene adquiriendo la Educación Financiera podrían resumirse en tres principales. En primer lugar, el proceso de internacionalización del sistema financiero y de extensión del uso de las TIC está dando lugar a un entorno muy complejo en relación al cual los ciudadanos toman decisiones financieras que afectarán a sus ahorros, sus inversiones en diferentes tipos de productos, sus préstamos hipotecarios, sus planes de pensiones y su desarrollo personal y profesional de modo determinante, ya desde su primera incorporación a la vida académica y laboral. Los productos contratados son cada vez más complejos y, en consecuencia, requieren de conocimientos específicos y de criterios para la toma de decisiones que es necesario conocer y aplicar en diferentes contextos.

Concurren, además, razones de equidad porque diferentes estudios ponen de manifiesto que las personas integradas en familias con menor estatus socio-económico se ven especialmente afectadas por esta falta de formación: se endeudan más y ahorran menos (Lusardi, 2009; Gerardi, Goette y Meier, 2010; Lusardi y Tufano, 2009; Robson, 2012), escogen fondos de inversión con mayores comisiones (Hastings y Tejada-Ashton, 2008), participan menos en el mercado de capitales (Van Rooij, Lusardi y Alessie, 2011) o planifican peor sus necesidades financieras para la jubilación (Van Rooij, Lusardi y Alessie, 2012).

Por otra parte, la formación escolar en este ámbito es también relevante dado que hay evidencias empíricas de la relación entre las experiencias durante la adolescencia y el comportamiento

posterior a lo largo de la vida¹, así como de la relación entre la formación financiera recibida en el ámbito escolar y el desarrollo de la competencia financiera (Lacuesta, Martínez y Moral, 2014). La OCDE ha aprobado diferentes iniciativas para concretar esta traslación a los sistemas educativos y evaluarla, subrayando que el modelo debe tener como eje la formación en un contexto escolar (OECD, 2005b, 2008 y 2012). Sin embargo, los resultados han sido muy dispares ya que los modelos adoptados por los diferentes países al incluir la Educación Financiera en el sistema educativo no obedecen a una pauta uniforme y coexisten, incluso dentro de un mismo país, fuertes diferencias entre centros y territorios².

PISA 2012, incluye por primera vez información sobre el grado de desarrollo de la competencia financiera y ofrece una oportunidad para abordar estudios en profundidad en relación a este tema. Sus primeros análisis (OECD, 2014c) ponen de manifiesto que, como en el caso de la competencia científica, la competencia financiera tiene rasgos diferenciados respecto de las competencias matemática o en lectura y que en diferentes países, destacando entre ellos España, parte del rendimiento del alumnado podría explicarse por la regulación que el sistema educativo establece para la Educación Financiera, determinando el profesorado encargado de la misma y como se organizan curricularmente sus enseñanzas o el protagonismo atribuido a agentes externos en la misma.

Respecto a los datos sobre la competencia financiera evaluada en 2012, para el caso español se han descrito los vínculos entre el grado de desarrollo alcanzado en la misma y variables como el esfuerzo realizado (Fernández de Guevara, Serrano y Soler, 2014), la dotación de capital social y cultural de las familias (Verdú, Neira y García, 2014) o los resultados en Matemáticas (Jiménez y Vilaplana, 2014).

Todas estas investigaciones sugieren que existe una conexión entre la educación financiera recibida y el grado de formación de la familia de origen, de modo que tienen mayor educación financiera aquellos que proceden de familias con mayor educación y nivel de renta. Consiguientemente, en aras de la igualdad de oportunidades y teniendo presente la preocupación que la educación debe tener por la equidad, es importante ofrecer Educación Financiera a través del sistema educativo a quienes de otro modo no accederían a la misma.

Finalmente, la configuración de una ciudadanía plena requiere de un amplio proceso de alfabetización económica que permita a los sujetos comprender y tomar decisiones fundamentadas no

¹ Entre otros, los trabajos de Kotlikoff y Bernheim (2001), Friedline, Elliot y Nam (2011), Ashby, Schoon y Webley (2011) o Garon (2012).

² Las investigaciones de Atkinson y Messy (2013), Grifoni y Messy (2012) o de la propia OCDE (OECD, 2014d) describen exhaustivamente las modalidades de inclusión de la Educación Financiera en diferentes países. Todos estos trabajos coinciden en resaltar la falta de uniformidad y la gran diversidad de agentes sociales y profesionales implicados.

sólo en relación con aspectos como la estructura del sistema financiero, su funcionamiento y los productos que comercializa sino también, en sentido mucho más amplio, en todos los aspectos que integran una sólida formación económica y para el emprendimiento, así como para el ejercicio de la ciudadanía activa en el ámbito político. En el primero de los casos porque no sólo fundamentará sus decisiones económicas, sino también su acceso a datos relacionados con el mercado de trabajo o las decisiones presupuestarias y las actuaciones gubernamentales que le afectan. En el segundo, para que le permita intervenir activamente en la organización y puesta en marcha de proyectos asociativos y empresariales que articulen la sociedad y la hagan progresar.

7.2.1. Definición del dominio y caracterización de los *outputs*

La crisis financiera de los últimos años ha puesto de manifiesto nuevamente la necesidad de organizar algún sistema de formación e información para que la ciudadanía se enfrente a estas decisiones de ahorro e inversión con conocimientos sobre sus rasgos principales y sobre las consecuencias de sus procesos de tomas de decisiones en este ámbito. Los programas llevados a la práctica han sido organizados mediante iniciativas para incidir en diferentes colectivos y grupos de edad pero, como ya se ha mencionado, se viene evidenciando que esos enfoques son muy dispares y claramente insuficientes, lo que ha conducido a las autoridades educativas y económicas de los organismos supranacionales a considerar que deben adoptarse iniciativas expresas para su extensión y consolidación desde la más temprana edad y en el contexto educativo.

Seguidamente se describe el proceso de configuración de esta sensibilización social e institucional y su concreción en instrumentos que ya pueden emplearse en la evaluación de la situación y en la fundamentación de la propuesta de mejoras para la misma.

Diferentes documentos de la OCDE (OECD, 2005c y 2012), son el origen institucional del impulso de la propuesta de su implantación en los sistemas educativos para la población escolar y en el resto del sistema social por diferentes vías. Los mismos establecen una definición amplia de la educación financiera como el proceso por medio del cual los individuos mejoran su comprensión de los conceptos y los productos financieros y, a través de la información, la educación o de consejos objetivos, desarrollan habilidades y confianza para ser más conscientes de los riesgos y oportunidades de diferentes opciones financieras, con el fin de tomar decisiones informadas, conocer donde obtener asesoría y tomar decisiones concretas para mejorar su bienestar y su protección en el ámbito financiero.

Por su parte, la Unión Europea ha manifestado su preocupación por la Educación Financiera desde hace varios años, elaborando diversos documentos y recomendaciones a los países miem-

bros³. Una vez subrayada la importancia de esta dimensión de la realidad social, la cuestión inmediata que debe plantearse se refiere a cómo implantar en el sistema educativo esta Educación Financiera. La Comisión Europea hace pública en 2007 su *Comunicación sobre la Educación Financiera* (CCE, 2007) en la que explícitamente propone de modo detallado la presencia de la Educación Financiera en diferentes ámbitos, incluido el educativo, y que se hace eco de documentos similares propuestos por la OCDE y ya referidos. Este mismo documento establece ocho principios básicos para unos planes de educación financiera de alta calidad que se recogen en la Tabla 7.1.

Tabla 7.1: Principios para el diseño de programas de Educación Financiera de alta calidad.

<p>Principio 1. La educación financiera tiene que promocionarse activamente y debe estar disponible en todas las etapas de la vida de manera continua.</p>
<p>Principio 2. Los programas de educación financiera tienen que orientarse cuidadosamente de modo que satisfagan las necesidades concretas de los ciudadanos. A fin de conseguir este objetivo, deben realizarse investigaciones ex ante sobre el actual nivel de conciencia financiera de los ciudadanos, para detectar qué problemas en particular tienen que abordarse. Además, los programas tienen que ser fácilmente accesibles y ponerse a disposición de los interesados en el momento oportuno.</p>
<p>Principio 3. Los consumidores deben recibir educación sobre asuntos financieros y económicos lo antes posible, empezando en la escuela. Las autoridades nacionales deben estudiar la posibilidad de que la educación financiera forme parte obligatoriamente de los planes de estudio.</p>
<p>Principio 4. Los planes de educación financiera deben incluir instrumentos generales de sensibilización respecto a la necesidad de mejorar la comprensión de los problemas y riesgos financieros.</p>
<p>Principio 5. La educación financiera que imparten los prestadores de servicios financieros debe aportarse de manera equitativa, transparente e imparcial. Hay que poner cuidado en que esta educación esté siempre al servicio de los intereses de los consumidores.</p>
<p>Principio 6. Los formadores en este campo han de contar con la formación y los recursos adecuados para dar cursos de educación financiera de manera fructífera y con confianza.</p>
<p>Principio 7. Debe promocionarse la coordinación nacional entre los interesados a fin de conseguir una definición clara de funciones, facilitar el intercambio de experiencias y racionalizar y priorizar recursos. La cooperación internacional entre los prestadores de servicios de educación financiera tiene que fortalecerse para facilitar el intercambio de las mejores prácticas.</p>
<p>Principio 8. Los prestadores de servicios de educación financiera tienen que evaluar regularmente y, en su caso, actualizar los planes que gestionan, para adecuarlos a las mejores prácticas en este campo.</p>

Fuente: Comunicación de la Comisión sobre Educación Financiera (CCE, 2007).

³ Entre otros, se pueden mencionar el *Libro Blanco sobre la política de los servicios financieros 2005-2010* (CEE, 2005), la *Propuesta de Resolución del Parlamento Europeo sobre la política de los servicios financieros* (PE, 2007) y la *Comunicación sobre la Educación Financiera* (PE y CCE, 2007).

Dado que en este capítulo se analiza el impacto sobre el rendimiento escolar de disparidades en el establecimiento de estos aspectos regulatorios en relación con el sistema educativo, es relevante realizar una lectura detallada de, al menos, tres de estos principios que permitan conocer los referentes de las autoridades educativas españolas, y de las de los países de desarrollo similar e integrados en la OCDE, a la hora de gestionar la implantación de estas enseñanzas en sus sistemas.

En este sentido, el principio número tres establece el mandato de la inclusión de la enseñanza financiera y económica en el sistema educativo y, en su desarrollo, se afirma que es esencial que los jóvenes adquieran los conocimientos financieros y económicos básicos en la enseñanza primaria y secundaria en el marco de la *Recomendación sobre las Competencias Clave para el Aprendizaje Permanente* (PE y CE, 2006), que apoya el desarrollo de competencias como la capacidad de aplicar el pensamiento matemático a las situaciones de la vida cotidiana, la comprensión amplia del funcionamiento de la economía y la capacidad de planificar y gestionar la propia vida. Adicionalmente, el principio número cinco subraya que la información transmitida debe estar siempre al servicio de los consumidores y que debe velarse porque no se mezcle la Educación Financiera con la asesoría financiera o la promoción comercial de entidades en las actividades en las que participen instituciones del sistema financiero. Finalmente, el principio número seis establece la necesaria formación específica del profesorado que se ocupe de esta tarea y el carácter adaptado de los materiales que se utilicen.

Tras establecer estos principios generales de actuación, la OCDE procedió a determinar cuál debería ser el contenido concreto de los programas de Educación Financiera para fundamentar la evaluación del grado de desarrollo de la competencia en el contexto habitual en estos estudios internacionales.

Con ese fin se constituyó un grupo de expertos responsables del documento marco para la justificación de la inclusión en PISA de la evaluación de la Educación Financiera en 2012 (OECD, 2012), a quienes se encomendó establecer el contenido educativo que debía considerar el análisis de la competencia financiera. Además, estos expertos, que han diseñado también la evaluación de la competencia financiera en el contexto del Informe PISA, tuvieron que hacer coherente su tratamiento con el enfoque general aplicado al resto de las competencias estudiadas y revisaron la definición formulada más arriba para matizarla y adaptarla a un contexto puramente educativo con ese referente.

Para ello, determinaron que la definición de competencia financiera que fue sometida a evaluación en 2012 es la siguiente:

“La educación financiera es el conocimiento y la comprensión de conceptos financieros y las habilidades, motivación y confianza para aplicar los mismos y comprenderlos con el fin de tomar decisiones concretas en diferentes contextos financieros que permitan mejorar el bienestar financiero de los individuos y de la sociedad y facilitar su participación en la vida económica” (OECD, 2012: 144).

Esta definición, como las del resto de las competencias definidas en PISA, tiene dos partes. La primera se refiere al tipo de comprensión y conducta que caracteriza la competencia y la segunda está orientada a establecer los objetivos que persigue un desarrollo de la competencia analizada. En consecuencia, para evaluar la competencia es necesario establecer los contenidos, procedimientos y conductas a observar. Además, se deben abordar también aspectos vinculados a actitudes que el alumnado debe haber desarrollado.

El diseño que proponen los expertos de la OCDE se recoge de modo esquematizado en la Tabla 7.2, en la que se ha integrado también la ponderación propuesta para cada uno de los aspectos al diseñar la evaluación correspondiente.

Tabla 7.2: Dimensiones de la competencia financiera evaluada en PISA 2012.

DIMENSIÓN	Ponderación en su bloque
1. CONTENIDOS	
Dinero y transacciones monetarias.	30%-40%
Planificación y gestión financiera.	25%-35%
Riesgo y remuneración.	15%-25%
Derechos y deberes de los consumidores de productos financieros.	10%-20%
2. PROCEDIMIENTOS	
Identificar y valorar información financiera en diferentes tipos de texto.	15%-25%
Analizar información en un contexto financiero.	15%-25%
Evaluar alternativas de tipo financiero.	25%-35%
Aplicar conocimientos financieros.	25%-35%
3. CONTEXTOS	
El centro educativo y el centro de trabajo.	10%-20%
Economía doméstica.	30%-40%
Individual.	35%-45%
Social	5%-15%

Fuente: PISA 2012. *Financial Literacy Assessment Framework* (OECD, 2012) y elaboración propia.

Los contenidos, organizados en cuatro bloques, incluyen un amplio recorrido por diferentes temas como las funciones del dinero, el reconocimiento de los medios de pago, el valor del dinero, el papel de los intermediarios financieros, el sentido del significado del ahorro y del endeudamiento y su planificación correcta, la distinción de diferentes productos financieros y sus características, el papel del tipo de interés, así como los derechos y deberes que como consumidores e inversores tienen los ciudadanos y ciudadanas.

En cuanto a los procedimientos, se refieren a procesos cognitivos y metacognitivos que se espera evaluar y se refieren a las habilidades de los estudiantes para reconocer y aplicar conceptos relevantes de la competencia y comprender, analizar, razonar, evaluar y proponer soluciones; están nuevamente organizados en cuatro bloques de gran amplitud. Entre otros asuntos, se pretende conocer el grado en el que el alumnado es capaz de comprender información financiera en diferentes tipos de contratos, resumirla, realizar juicios críticos en relación con la misma, así como llevar a cabo tanto generalizaciones como propuestas de soluciones concretas a partir de datos sobre situaciones financieras específicas.

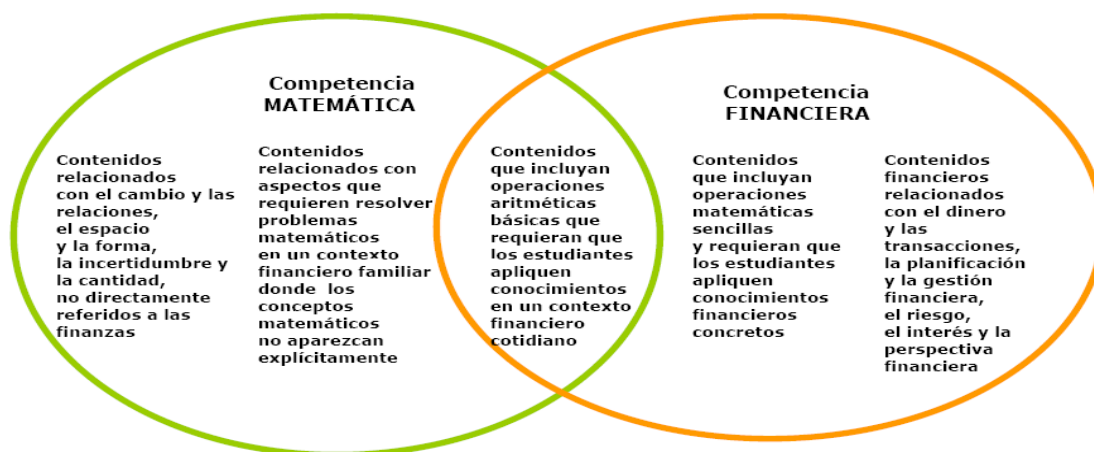
PISA también considera la aplicación de los conocimientos a contextos concretos en la línea con lo establecido en las competencias para el aprendizaje permanente. En este sentido considera, en coherencia con el enfoque general de este estudio, establecer el grado en que las anteriores dimensiones son reconocidas y aplicadas por el alumnado en situaciones no académicas ni estrictamente curriculares, sino referidas a su vida cotidiana y a su experiencia como sujetos y como participantes en diferentes formas de organización de las personas, desde la familia hasta el conjunto de la sociedad. Además, no sólo evalúa factores cognitivos y meta cognitivos, sino también otros referidos a las actitudes del alumnado, como la motivación o la confianza por su gran impacto en la toma de decisiones financieras y su interacción con los anteriores.

Adicionalmente, también establece que se incluyan ítems para valorar la disposición para acceder a la información y mejorar la propia educación, la relación entre la experiencia personal en relación a los productos financieros y al dinero, el modo en que se configuran la confianza y la aversión o predisposición al riesgo y cuáles son sus hábitos personales actuales de ahorro y gasto. Por último, es relevante subrayar que este marco de evaluación definido por la OCDE enfatiza la existencia de estrechas relaciones con otros dominios, singularmente con la competencia matemática, también analizada en el presente trabajo, y que se esquematizan en la Figura 7.1.

Las conexiones entre ambas competencias son similares a las establecidas en estos estudios entre la competencia matemática y la científica en el sentido de que el carácter instrumental de la primera resulta esencial para el desarrollo de la segunda en aspectos como la realización de cálcu-

los o las habilidades para el análisis y la resolución de problemas. No obstante, es necesario subrayar que, de acuerdo con el enfoque adoptado por PISA, la competencia financiera añadiría rasgos adicionales que le son específicos y le dan entidad propia al implicar la aplicación concreta a los asuntos financieros de la competencia matemática. Además, añade aspectos claramente diferenciados vinculados al conocimiento de los rasgos de los productos financieros, a la planificación a corto, medio y largo plazo, así como a la generación expresa de un discurso individual y social diferenciado sobre el papel que los procesos de toma de decisiones financieras y los criterios expresamente formulados para adoptarlas desempeñan para la vida de los sujetos y para el desarrollo viable de las organizaciones sociales (empresas, asociaciones y entidades del sector público).

Figura 7.1: Relaciones entre las competencias matemática y financiera en PISA 2012.



Fuente: PISA 2012. *Financial Literacy Framework* (OECD, 2012: 161) y elaboración propia.

Aplicando estos referentes, PISA 2012 ha diseñado un conjunto de preguntas sobre las que fundamentar la construcción de una escala de desempeño que sea coherente con la evaluación de los rasgos de la competencia así establecidos (OECD, 2014a). Como para el resto de las competencias estudiadas, la dificultad relativa de una pregunta en un test es estimada a partir de la proporción de estudiantes que responden correctamente a la cuestión: las relativamente fáciles serán respondidas correctamente por una mayor proporción de estudiantes que aquellas más complejas.

El desempeño relativo del alumnado puede ser estimado a partir de la consideración de la proporción de preguntas a las que se responde correctamente. La dificultad de las cuestiones y el desempeño de los estudiantes son facilitados como datos que se ubican en una única escala continua en el sentido de lo ya descrito para los valores plausibles en el caso de la competencia matemática (Wu, 2005). En la Tabla 7.3, se describe la definición de los cinco niveles de grado de desarrollo de

la competencia financiera. Seguidamente se realiza un resumen de la concreción de la competencia que se espera del alumnado que alcanza los niveles que se indican.

Tabla 7.3: Definición de los niveles de grado de desarrollo de la competencia financiera.

Nivel	Intervalo de puntuación	Porcentaje de estudiantes capaces de realizar las tareas del nivel o de un nivel inferior (media calculada sobre OCDE-13)
1	(326-400 puntos)	95,2%
2	[400-475)	84,7%
3	[475-550)	61,8%
4	[550-625)	31,6%
5	≥ 625	9,7%

Fuente: OECD (2014c: Figura VI.2.5) y elaboración propia.

De acuerdo con lo establecido en PISA 2012 (OECD, 2014c), los estudiantes por debajo del Nivel 1 no habrían desarrollado niveles significativos de la competencia y serían incapaces de aplicar sus conocimientos a situaciones de la vida real que supongan gestionar decisiones o temas de contenido financiero.

En cuanto el alumnado que ha logrado el Nivel 1 de la escala descrita en la Tabla 7.3, presenta un desarrollo muy elemental de la competencia: puede identificar términos y productos financieros habituales e interpretar información relacionada con conceptos financieros básicos como, por ejemplo, identificar el propósito de una factura. Además, reconocen las diferencias entre necesidades y deseos y tomar decisiones simples en relación al gasto cotidiano tales como identificar las diferencias de valor al comparar precios unitarios de productos. Finalmente, también saben realizar operaciones numéricas básicas como la suma, la resta y la multiplicación en contextos financieros en los que pueden haber participado personalmente. Entre los trece países de la OCDE, una media del 95,2% de los estudiantes alcanzaría al menos este nivel.

El Nivel 2 es considerado como el correspondiente a un estadio básico de alfabetización financiera. En este caso, además de las competencias descritas para el Nivel 1, los estudiantes deben comenzar a aplicar sus conocimientos a la toma de decisiones financieras en contextos relevantes para ellos. Por tanto, se supone que pueden reconocer el valor de un presupuesto simple o de llevar a cabo evaluaciones sencillas sobre diferencias entre valores monetarios expresados en relación a diferentes unidades físicas (precios por kilogramo o por paquete, por ejemplo). Además, son capa-

ces de aplicar operaciones numéricas sencillas para responder cuestiones financieras básicas y muestran comprensión de las relaciones entre diferentes elementos financieros, como la cantidad utilizada de un factor en un proceso productivo o de un producto final, así como los costes y los precios que suponen. En los 13 países de la OCDE, un 84,7% de los estudiantes alcanzan este nivel de competencia financiera.

El alumnado que alcanza el Nivel 3 sabe aplicar sus conocimientos a conceptos, términos y productos financieros habitualmente empleados en situaciones que son relevantes a estas edades. Así, además de las habilidades propias de los niveles previos, quienes alcanzan este comienzan a considerar las consecuencias de las decisiones financieras y elaboran planes financieros sencillos en contextos habituales, tales como comparar algunos de los beneficios financieros de pedir prestado dinero con diferentes tipos de interés y plazos de devolución. También son capaces de realizar interpretaciones adecuadas de un cierto número de documentos financieros, tales como facturas y nóminas, y aplican diferentes operaciones numéricas básicas a la redacción de documentos como, por ejemplo, los necesarios para llevar a cabo los cálculos de un presupuesto. Además, saben determinar las operaciones numéricas necesarias para resolver diferentes tipos de problemas habituales en contextos financieros relativamente frecuentes. Por tanto, manifiestan no sólo capacidad para utilizar herramientas Matemáticas, sino que también son capaces de seleccionar los recursos que mejor se adaptan a los problemas financieros que se les plantean. Un 61,8% de los estudiantes de la OCDE-13 alcanzan este grado de desarrollo.

El desarrollo del Nivel 4 de competencia financiera descrito en PISA 2012 supone que los estudiantes, además del desarrollo de las habilidades ya descritas para los niveles inferiores, han logrado llevar a cabo la aplicación de sus conocimientos de términos y conceptos financieros menos habituales a contextos que serán relevantes para ellos a medida que se vayan incorporando a la vida adulta. A este nivel saben interpretar y evaluar una variedad de documentos financieros detallados y de explicar las funciones de productos financieros menos presentes en sus vidas diarias tales como, entre otras, el funcionamiento de las cuentas bancarias o la aplicación del interés compuesto a operaciones concretas. Son capaces de adoptar decisiones financieras considerando sus consecuencias a largo plazo y saben resolver problemas en contextos financieros que podrían resultarles poco familiares como, por ejemplo, determinar fundadamente cual de entre dos préstamos con condiciones y términos diferentes es el más ventajoso. Entre los 13 países de la OCDE estudiados sólo un 31,6% de los estudiantes alcanzan este nivel; en España sería el 22%.

El máximo grado de desarrollo de la competencia financiera es el Nivel 5. Además, de ser capaces de realizar las actividades correspondientes a los niveles anteriores, los estudiantes que al-

canzan este nivel aplican su comprensión de una amplia gama de términos y conceptos financieros a contextos que sólo encontrarán en etapas futuras de sus vidas, tales como pedir dinero prestado a instituciones del sistema financiero. A este nivel son capaces de analizar productos financieros complejos y de considerar rasgos de documentos financieros que son relevantes pero están expresados de modo tácito o implícito, tales como los costes transaccionales. Saben trabajar con alto nivel de exactitud en la resolución de problemas financieros no rutinarios, tales como el cálculo de las operaciones bancarias que incluyen comisiones bancarias.

Adicionalmente, las tareas resueltas por los estudiantes del Nivel 5 están relacionadas con su capacidad para tener perspectiva de futuro y planificar con el fin de resolver problemas financieros o tomar el tipo de decisiones financieras que serán relevantes para ellos en el futuro, independientemente de los contextos nacionales. Además, también saben describir el resultado potencial de decisiones financieras, mostrando cierta comprensión de una perspectiva financiera amplia, como su relación con el pago de impuestos. Estas actividades están conectadas con el uso de conocimientos y habilidades de alto nivel. Por término medio, sólo un 9,7% de los estudiantes de los trece países de la OCDE participantes en el estudio logra este desarrollo de la competencia financiera; en España sólo lo alcanza el 4%.

7.2.2. Diferencias en los grados de desarrollo de la competencia financiera en la OCDE

Una primera aproximación al análisis de la distribución de los estudiantes en los diferentes niveles de grado de desarrollo de la competencia que se han descrito puede consultarse en las Tablas 7.4 y 7.5. Aunque PISA 2012 también facilita información sobre Colombia, Croacia, Letonia, Rusia y Shangai (China), el presente trabajo de investigación se centra en los países de la OCDE que han participado en el estudio. Se ha considerado que los mismos presentan rasgos institucionales, características socioeconómicas y niveles de desarrollo social que harán más viable la realización de comparaciones que pongan de manifiesto el impacto en el rendimiento escolar de la disparidad de la modalidad de regulación incluso en contextos similares.

En el caso de la Tabla 7.4 los datos nacionales se han ordenado de mayor a menor puntuación media lograda por los estudiantes. Además, la tabla facilita el análisis por percentiles de la situación de cada país en relación a los valores medios del mismo percentil en diferentes países. Así, los mejores resultados relativos corresponden al alumnado de la Comunidad Flamenca de Bélgica, que en todos los percentiles se mantiene por encima de la media y que, con la única excepción del 5 y del 10, logra puntuaciones medias superiores a las del resto de los países, en todos y cada uno de ellos.

En el otro extremo, entre los países de peor desarrollo relativo de la competencia, se encuentra el alumnado de España que obtiene resultados medios por debajo de la media de la OCDE (484 puntos). Además, sólo logra resultados por encima de la media en el quinto percentil (337), mientras que en todos y cada uno de los restantes la puntuación media se encuentra por debajo de la misma magnitud en el caso de la OCDE-13. Esa diferencia es cada vez mayor en los percentiles 75, 90 y 95, poniendo también de manifiesto los peores resultados negativos relativos en el caso de niveles altos de desempeño de la competencia.

Tabla 7.4: Puntuación media en competencia financiera y distribución por percentiles.

PAÍS	Puntuación Media	PERCENTIL						
		5°	10°	25°	50°	75°	90°	95°
Comunidad Flamenca (Bélgica)	541	369	409	480	550	611	660	685
Estonia	529	398	428	476	530	582	631	659
Australia	526	357	398	461	528	595	653	689
Nueva Zelanda	520	315	361	442	527	603	667	703
República Checa	513	363	399	456	516	573	624	652
Polonia	510	374	401	454	514	566	611	638
Media OCDE-13	500	333	373	439	505	566	620	650
Estados Unidos	492	325	364	424	490	561	620	656
Francia	486	302	347	423	494	557	616	643
Eslovenia	485	332	366	426	486	546	598	631
España	484	337	371	429	489	543	593	617
Israel	476	265	322	410	487	556	616	648
República Eslovaca	470	280	331	409	477	541	596	630
Italia	466	314	350	412	472	528	574	598

Fuente: OECD (2014c: Tabla VI.2.2) y elaboración propia.

La Tabla 7.5 se halla ordenada de modo decreciente a partir de los resultados de los Niveles 4 y 5 que indican niveles medios y altos de desarrollo de la competencia financiera. Es posible observar que, nuevamente, la Comunidad Flamenca de Bélgica es la que presenta un mayor porcentaje del alumnado (50%) situado en los Niveles 4 y 5, que reflejan niveles medio-altos de grado de desarrollo de la competencia.

También a título de ejemplo, podemos observar el caso español, en el que sólo un 22% del alumnado alcanza estos niveles, cifra que se queda sólo en el 4% si se observa el Nivel 5, lo que contrasta con las cifras del 20% de la Comunidad Flamenca o del 19% de Nueva Zelanda, países

con el máximo nivel de desempeño de entre los analizados. La mayor parte del alumnado español (78%) se sitúa en los niveles 1 o menor, 2 y 3 (17%, 26% y 35%, respectivamente).

Tabla 7.5: Porcentaje de alumnado por grado de desarrollo de la competencia financiera.

PAÍS	Nivel 1 o menor	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Niveles 1, 2 y 3	Niveles 4 y 5
	%	%	%	%	%	%	%
Comunidad Flamenca (Bélgica)	8,65	15,08	26,19	30,41	19,67	49,92	50,08
Nueva Zelanda	16,08	17,95	23,39	23,29	19,29	57,42	42,58
Australia	10,36	19,45	29,36	24,92	15,91	59,17	40,83
Estonia	5,27	19,09	35,98	28,35	11,31	60,34	39,66
República Checa	10,10	21,19	32,81	26,03	9,87	64,10	35,90
Polonia	9,77	23,20	34,17	25,65	7,21	67,14	32,86
Media OCDE-13	15,32	22,89	30,17	21,88	9,74	68,38	31,62
Estados Unidos	17,83	26,24	27,13	19,41	9,39	71,20	28,80
Francia	19,44	22,59	30,44	19,4	8,13	72,47	27,53
Israel	22,97	22,94	27,00	18,55	8,54	72,91	27,09
Eslovenia	17,56	27,41	31,31	17,96	5,76	76,28	23,72
República Eslovaca	22,84	26,48	28,09	16,94	5,65	77,41	22,59
España	16,53	26,40	34,65	18,64	3,78	77,58	22,42
Italia	21,73	29,54	31,68	14,92	2,13	82,95	17,05

Fuente: OECD (2014c: Tabla VI.2.1) y elaboración propia.

Estas disparidades entre países de entornos socioeconómicos y culturales de rasgos similares parecen poner de manifiesto la existencia de rasgos específicos de sus sistemas educativos o de la gestión de sus recursos humanos y materiales que pudieran afectar al rendimiento de los escolares más allá de factores asociados a sus características personales.

Por otra parte, el ya mencionado carácter mixto de la competencia financiera, en el que entran en juego aspectos claramente relacionados con la competencia matemática, pero también otros vinculados a la competencia en lectura, da lugar a que un aspecto esencial a la hora de establecer el carácter específico de la misma, en relación con las competencias instrumentales en las que se apoya, es determinar en qué medida existen diferencias atribuibles a la implantación de programas educativos específicos vinculados a su desarrollo que le den identidad propia. Por tanto, como ya se ha indicado, la competencia financiera, mantiene en relación con las competencias lectora y ma-

temática, un estatus comparable al de la competencia científica que también se apoya en ellas pero tiene identidad claramente diferenciada.

En este sentido, los rasgos diferenciales de la competencia financiera pueden estudiarse con apoyo de la Tabla 7.6. La misma recoge, en primer lugar, la correlación entre el desempeño logrado por el alumnado en la misma y el alcanzado en el resto de las competencias. Adicionalmente, incorpora un bloque de información sobre la variación en el rendimiento logrado en Educación Financiera que puede estar vinculado tanto con la competencia matemática como con la lectora. En esta parte de la tabla, la variación total explicada viene dada por el coeficiente R^2 de una regresión que explica la puntuación en competencia financiera utilizando como variables explicativas los datos de la matemática y la lectora. La variación asociada únicamente con cada dominio específico se mide como la diferencia entre el R^2 de la regresión total y de una regresión de la educación financiera sólo sobre la competencia restante. La variación residual se obtiene restando a 100 la variación total explicada.

Tabla 7.6: Correlación de logros en EF con los de Matemáticas (MAT) y Lectura (LEC).

PAÍS	Correlaciones entre competencias			Variación en el desarrollo de EF asociada con MAT y LEC				
	EF-MAT	EF-LEC	MAT-LEC	Variación total explicada	Variación asociada sólo a MAT	Variación asociada a LEC	Variación asociada a más de un dominio	Variación residual (no explicada)
Australia	0,84	0,83	0,76	79,0	10,4	8,7	59,9	21,0
Comunidad Flamenca (Bél.)	0,86	0,80	0,78	78,0	14,1	4,3	59,6	22,0
Eslovenia	0,83	0,83	0,75	79,3	10,1	9,9	59,3	20,7
España	0,79	0,65	0,72	64,4	21,7	1,5	41,3	35,6
Estados Unidos	0,86	0,84	0,79	80,0	9,6	6,9	63,5	20,0
Estonia	0,80	0,76	0,73	70,5	13,5	6,4	50,7	29,5
Francia	0,84	0,82	0,81	76,0	9,6	4,9	61,5	24,0
Israel	0,83	0,77	0,81	71,4	12,2	2,7	56,5	28,6
Italia	0,73	0,72	0,71	61,6	9,9	8,2	43,5	38,4
Nueva Zelanda	0,85	0,86	0,80	81,4	8,0	8,6	64,7	18,6
Polonia	0,84	0,80	0,78	76,0	12,2	5,4	58,5	24,0
República Checa	0,84	0,76	0,73	75,3	17,1	4,6	53,7	24,7
República Eslovaca	0,85	0,83	0,80	78,2	9,7	6,3	62,2	21,8
Media OCDE-13	0,83	0,79	0,77	74,7	12,2	6,0	56,5	25,3

Fuente: OECD (2014c: Tabla VI.2.4) y elaboración propia.

Al analizar los datos obtenidos, se constata que por término medio en los trece países de la OCDE, la correlación entre la competencia financiera y la matemática es 0,83 mientras que la correlación con la competencia lectora es 0,79. Ello refleja que la competencia financiera está fuertemente correlacionada con ambos dominios, como por otra parte ocurre también entre ambos (0,77). Sin embargo, la correlación es relativamente baja en algunos países, entre los que se encuentra de modo destacado España (0,65 para la competencia lectora).

Por otra parte, siguiendo con el análisis de los datos de la Tabla 7.6, es posible comprobar que en la media de la OCDE-13 estudiada, en torno a un 25% de la puntuación lograda en la competencia financiera es capturada únicamente por la evaluación específica realizada respecto en relación a este ámbito de conocimiento. El restante 75% de la puntuación en competencia financiera refleja habilidades que pueden ser medidas a través de las competencias matemática o lectora. De este 75%, un 57% de la variación total es compartido por las competencias matemática y lectora, en torno a un 12% es compartido únicamente entre la competencia financiera y la matemática y alrededor de un 6% de la variación en el grado de desarrollo de la competencia financiera depende de habilidades que son específicamente medidas en la evaluación de la competencia lectora.

Una vez más, el caso español es especialmente singular, ya que el desarrollo de las competencias lectora y matemática explica una menor proporción (64%) de la variación que presenta la competencia financiera que la media de los restantes países de la OCDE, ocupando los niveles más bajos de entre todos los estudiados. Además, la mayor parte de la variación es explicada por la competencia matemática que con un 22% refleja el porcentaje más elevado de entre todos los países.

En el otro extremo, observando la columna que describe la variación total explicada, es posible comprobar que los países con puntuaciones por encima de la media en competencia financiera presentan fuertes asociaciones entre las competencias medidas en la competencia financiera y el desarrollo logrado en competencia matemática. Es el caso, por ejemplo, de Australia (79%), la Comunidad Flamenca de Bélgica (78%) o Nueva Zelanda (81%). Esta fuerte correlación positiva entre dominios indicaría que, en general, los estudiantes con altos niveles de desempeño en lectura y Matemáticas también obtienen buenos resultados en competencia financiera. Como puede comprobarse en la Tablas 7.7 justamente estos países se encuentran entre los que han puesto en marcha la inclusión del tratamiento de la Educación Financiera en sus sistemas educativos de modo más generalizado.

Adicionalmente, el rasgo distintivo esencial de la competencia financiera es que su presencia en los sistemas educativos no puede compararse con las restantes, ya que su implantación es muy

incipiente y ofrece las ya referidas fuertes disparidades nacionales. Así, mientras que en los sistemas educativos de los países estudiados, la presencia de materias vinculadas a la formación en Física, Química o Tecnologías tiene larga tradición, la incorporación de materias relacionadas con Economía de modo general y con Educación Financiera en particular es realmente dispar o es muy escasa en algunos casos (Atkinson y Messy, 2013; Grifoni y Messy, 2012; OECD, 2014d).

En este sentido, la Tabla 7.7 incorpora datos que ponen de manifiesto como en los países con peores resultados, la presencia de estos contenidos es aún muy limitada. La peor situación se produce en España, donde el 84,20% del alumnado en ningún caso ha accedido a formación de ningún tipo en este ámbito, ni facilitada por docentes ni por instituciones del sistema financiero ni por organizaciones no gubernamentales. La Tabla 7.10, como se describirá más adelante, también resulta ilustrativa para profundizar en la constatación de estas disparidades.

Tabla 7.7: Disponibilidad de Educación Financiera en los centros educativos.

PAÍS	Disponible 2 años o más	Disponible menos de dos años	EF no disponible en los centros educativos
	%	%	%
España	9,33	6,48	84,20
Estonia	10,57	11,19	78,24
Israel	8,34	17,49	74,17
Eslovenia	17,13	15,99	66,89
Croacia	12,88	21,28	65,84
Italia	22,86	11,84	65,30
Francia	30,49	8,71	60,80
Polonia	31,22	15,05	53,74
Media OCDE-13	36,19	15,65	48,16
Nueva Zelanda	58,53	11,42	30,04
Australia	61,46	10,99	27,55
Comunidad Flamenca (Bélgica)	73,40	7,15	19,45
República Checa	44,67	38,40	16,93
República Eslovaca	45,03	39,73	15,25

Fuente: OECD (2014c: Tabla VI.1.4) y elaboración propia.

Todas estas diferencias sugerirían que en los países con peores resultados, los conocimientos y habilidades propias de las competencias lectora y matemática deberían ser completados mediante iniciativas para la inclusión de conocimientos económico-financieros en las instituciones educativas en un sentido similar a lo que ocurre históricamente con la competencia científica.

En consecuencia, el resto de este capítulo se dedica a analizar en qué medida las diferentes modalidades de inclusión de la Educación Financiera en los sistemas educativos analizados pueden explicar disparidades los resultados obtenidos por el alumnado. Se trata, en este sentido, de comprobar cómo los factores organizativos relacionados con la modalidad de organización de las enseñanzas de un ámbito científico determinado pueden resultar determinantes para explicar disparidades en los resultados obtenidos por el alumnado, de modo que pueda acreditarse la necesidad de considerar su inclusión habitual en la función de producción de servicios educativos.

7.3. Variables institucionales y desarrollo de la competencia financiera en la OCDE

PISA 2012 es la primera iniciativa internacional, que se ha propuesto evaluar a gran escala el grado de desarrollo de la competencia financiera de los jóvenes de 15 años en dieciocho países. Como se ha indicado, el trabajo que se desarrolla en el presente apartado se centrará en los datos de los 13 países de la OCDE participantes en el mismo (OCDE, 2014c).

El estudio se inicia con una descripción de los datos que se emplearán en el mismo. Seguidamente se proponen diferentes modelos basados en una metodología multinivel y finaliza algunas conclusiones específicas referidas a la situación de la competencia financiera. Además, incluye también otras más generales referidas a la necesidad de incorporar a los estudios sobre la producción de servicios educativos las variables organizativas propias de las instituciones donde se producen los procesos de enseñanza-aprendizaje.

7.3.1. Muestra y variables utilizadas

El diseño muestral bietápico empleado (OECD, 2014a) presenta particularidades ya descritas y que se han considerado para obtener los estadísticos y para realizar las estimaciones. Así, se ha aplicado el procedimiento BRR (*Balanced Repeated Replication*) con 80 muestras replicadas y la corrección Fay a 0,5. Además, se ha considerado que los datos obtenidos se caracterizan porque cada alumno o alumna recibe una puntuación en cada prueba en una escala continua que utiliza como referencia el resultado de los alumnos a escala internacional, con un valor medio de 500 puntos y una desviación estándar de 100 puntos, lo que implica que, en lugar de trabajar con un valor medio puntual de los conocimientos de cada alumno o alumna, se utilicen como variables explicadas cinco valores plausibles extraídos aleatoriamente de la distribución de resultados. Las Tablas 7.8 y 7.9 recogen los estadísticos de esos valores plausibles. En el primer caso aparecen los datos de los países con grados de desempeño medio superior a la media (500) y en el segundo, los de los que presentan valores inferiores a la misma.

Tabla 7.8: Estadísticos descriptivos de los valores plausibles medios de la competencia financiera en los países de la OCDE con desempeño inferior a la media (500).

PAÍS	PV	Mínimo	Máximo	Media	Desviación estándar
España, ESP	PV1EF	121,1	683,3	484,5	85,7
	PV2EF	141,6	704,7	485,7	84,8
	PV3EF	150,9	697,6	483,5	84,8
	PV4EF	153,7	681,7	483,3	85,2
	PV5EF	137,0	704,7	484,3	85,1
	PVEF			484,3	85,1
Francia, FRA	PV1EF	54,9	756,9	485,4	104,5
	PV2EF	26,0	767,2	486,8	106,5
	PV3EF	49,3	769,3	487,0	105,5
	PV4EF	53,1	767,2	486,7	104,7
	PV5EF	68,9	767,6	485,4	106,3
	PVEF			486,3	105,5
Israel, ISR	PV1EF	43,2	772,8	476,4	114,1
	PV2EF	37,6	808,2	477,4	115,5
	PV3EF	81,4	740,2	476,4	115,2
	PV4EF	70,2	797,0	475,8	115,7
	PV5EF	55,9	763,5	476,3	116,2
	PVEF			476,5	115,4
Italia, ITA	PV1EF	26,4	719,7	466,9	86,4
	PV2EF	24,2	735,5	466,3	87,3
	PV3EF	17,1	750,4	466,1	87,2
	PV4EF	18,9	722,8	466,4	87,6
	PV5EF	11,1	729,0	465,9	87,4
	PVEF			466,3	87,2
República Eslovaca, SVK	PV1EF	99,7	768,5	470,9	105,3
	PV2EF	114,6	743,3	470,8	103,4
	PV3EF	90,3	766,6	469,9	105,2
	PV4EF	114,6	779,7	470,4	104,9
	PV5EF	62,8	768,5	470,3	105,9
	PVEF			470,5	104,9
Eslovenia, SVN	PV1EF	160,5	724,6	484,8	88,5
	PV2EF	162,4	733,1	483,4	89,7
	PV3EF	186,3	761,9	484,6	88,5
	PV4EF	146,6	783,3	483,3	89,4
	PV5EF	143,5	768,4	484,5	89,4
	PVEF			484,1	89,1
Estados Unidos, USA	PV1EF	156,9	764,7	492,1	98,4
	PV2EF	144,8	815,7	492,1	100,6
	PV3EF	98,7	777,7	490,5	98,9
	PV4EF	117,4	779,3	492,3	99,7
	PV5EF	142,6	784,9	490,9	98,9
	PVEF			491,6	99,3

Fuente: Elaboración propia con datos PISA 2012 (OECD, 2014).

Tabla 7.9: Estadísticos descriptivos de los valores plausibles medios de la competencia financiera en los países de la OCDE con desempeño superior a la media (500).

PAÍS	PV	Mínimo	Máximo	Media	Desviación estándar
Australia, AUS	PV1EF	44,66	832,46	526,46	101,34
	PV2EF	52,12	814,75	526,06	101,79
	PV3EF	70,77	852,32	526,23	100,97
	PV4EF	88,48	850,55	526,39	101,03
	PV5EF	88,48	867,89	525,10	100,98
	PVEF			526,05	101,22
Comunidad Flamenca de Bélgica, CFB	PV1EF	101,91	877,49	540,54	97,49
	PV2EF	94,45	847,75	541,11	97,62
	PV3EF	100,98	787,06	540,72	97,90
	PV4EF	119,62	829,94	540,67	96,68
	PV5EF	97,25	854,18	542,47	97,38
	PVEF			541,10	97,41
República Checa, CZE	PV1EF	222,64	777,73	513,14	88,24
	PV2EF	180,69	744,82	512,36	89,23
	PV3EF	185,35	767,48	513,27	86,21
	PV4EF	190,01	746,04	513,33	88,57
	PV5EF	190,94	781,46	513,84	89,19
	PVEF			513,19	88,29
Estonia, EST	PV1EF	286,13	763,47	529,98	79,45
	PV2EF	276,81	774,66	529,83	79,32
	PV3EF	240,73	766,27	528,38	79,44
	PV4EF	262,82	730,28	528,29	78,30
	PV5EF	256,30	744,26	528,82	78,36
	PVEF			529,06	78,97
Nueva Zelanda, NZL	PV1EF	156,91	921,03	520,82	116,69
	PV2EF	136,96	873,48	520,47	118,01
	PV3EF	133,61	860,80	519,86	117,62
	PV4EF	45,97	809,15	519,40	118,45
	PV5EF	95,38	803,93	519,38	119,11
	PVEF			519,98	117,97
Polonia, POL	PV1EF	257,60	829,66	510,74	81,60
	PV2EF	240,45	763,47	510,50	81,56
	PV3EF	197,94	790,51	509,95	82,31
	PV4EF	205,02	777,45	509,01	82,40
	PV5EF	249,21	740,16	510,42	81,51
	PVEF			510,13	81,88

Fuente: Elaboración propia con datos PISA2012 (OECD, 2014).

En cuanto a la selección de las variables explicativas, dado que el número de estudios sobre esta competencia es aún muy reducido, se ha optado por incluir aquellas que, según la literatura, ya hayan demostrado tener una influencia relevante sobre el rendimiento educativo en las otras, para verificar si la mantienen para el caso de la Educación Financiera. También se ha prestado especial atención a las relacionadas con la formación académica, el estatus profesional y el nivel socioeconómico por si pudieran detectarse relaciones que afectaran a la equidad en el grado de desarrollo

de esta competencia que estuvieran vinculadas con la capacidad para generar renta y acumular riqueza por parte de las familias.

Las variables referidas a las escuelas se dividen en dos grupos. El primero considera que esta competencia presenta un carácter muy diferenciado respecto de las otras estudiadas habitualmente en PISA (Lectura, Matemáticas y Ciencias), ya que su presencia en los diferentes sistemas educativos es muy limitada y su tratamiento muy heterogéneo, incluso dentro de un mismo país entre centros y territorios: desde su simple omisión a su consideración transversal, pasando por su inclusión como materia específica o la colaboración de agentes sociales externos.

Además, el cuestionario respondido por los directivos de los centros educativos en el que describen la situación de la EF en los mismos presenta, en algunos casos, una relevante frecuencia de datos omitidos o falta de respuesta, lo que podría afectar a posibles sesgos en las estimaciones (OECD, 2014c).

El segundo grupo de variables intentará capturar la existencia de disparidades derivadas de factores organizativos y del entorno socioeconómico de los centros educativos. En este sentido recoge, en primer lugar, el tipo de centro en función de su titularidad para considerar la posibilidad de que el modelo de gestión propio de los centros públicos o de los privados (concertados o no) pudiera presentar pautas de comportamiento dispares. Además, se incorpora una medida del ya mencionado *efecto compañeros*, repetidamente citado en la literatura como muy relevante para explicar diferencias en el rendimiento académico para el caso de otras competencias.

Seguidamente se describen las variables explicativas empleadas (entre paréntesis se indican los códigos de las originales PISA a partir de las cuales se han construido las que se usan); sus estadísticos se recogen en la Tabla 7.10:

- Nivel 1. Alumnado:

- SEXO. Dicotómica: 1 si el estudiante es chica (ST04Q01).
- ESCS. Índice de Estatus Social y Cultural (ESCS), construido por los autores de PISA a partir de otros tres índices: el Índice de mayor estatus ocupacional de los padres (HISEI), el índice del nivel educativo más alto de los padres medido en años de educación (ISCED), el índice de posesiones en el hogar (HOMEPOS). Este último incluye a su vez, información procedente de los índices siguientes: riqueza familiar (WEALTH), recursos educativos en el hogar (HEDRES) y posesiones culturales (CULTPOSS).
- INMI. Dicotómica: 1 para inmigrantes de primera o segunda generación (IMMIG).
- REPITE. Dicotómica: 1 si el alumno o alumna ha repetido al menos un curso (REPEAT).

- Nivel 2. Centros educativos: tratamiento de la EF.
 - EFAC. Dicotómica: 1 si el alumnado tiene acceso a alguna modalidad de EF (SC47Q01).
 - EFOB. Dicotómica: 1 si se recibe EF obligatoria en la escuela (SC47Q01).
 - EFAS. Dicotómica: 1 si se recibe EF en una asignatura separada de 20 horas o más al año (SC46Q01).
 - EFTR. Dicotómica: 1 si se recibe EF con un enfoque transversal durante 20 horas o más al año (SC46Q02).
 - EFEC. Dicotómica: 1 si se recibe EF en el marco de una materia de Economía o Administración de Empresas (SC46Q03).
 - EFCS. Dicotómica: 1 si se recibe EF en el marco de una materia de Ciencias Sociales (SC46Q04).
 - EFMA. Dicotómica: 1 si se recibe EF en el marco de una materia de Matemáticas (SC46Q05).
 - EFCE. Dicotómica: 1 si se recibe EF como parte de una actividad complementaria o extraescolar (SC46Q06).
 - EFRI. Dicotómica: 1 si se recibe EF como parte de una iniciativa de empresas del sector privado (SC46Q07).
 - EFSP. Dicotómica: 1 si se recibe EF como parte de una iniciativa de instituciones del sector público que no son centros educativos de secundaria (SC46Q08).
 - EFNG. Dicotómica: 1 si se recibe EF como parte de una iniciativa de una ONG (SC52Q02).

- Nivel 2. Centros educativos: otras características.
 - ESCSC. Es la media del índice ESCS en el centro al que acude el alumno o la alumna. Como quedó descrito en el Capítulo 4, intenta determinar la medida en la que las características socioeconómicas del resto del alumnado del centro, influyen sobre el rendimiento individual (efecto *peer*).
 - TIPOC. Dicotómica: 1 si el centro educativo es público, 0 si es privado o privado-concertado (SCHLTYPE).

La Tabla 7.10 permite realizar una revisión de los estadísticos de estas variables, que se centrará en los aspectos relacionados con el carácter específico del trabajo que se presenta en este capítulo. Las diferencias observadas entre países son importantes.

Tabla 7.10: Estadísticos variables explicativas o *inputs*: medias (y desviaciones estándares).

Var.	AUS	CFB	CZE	ESP	EST	FRA	ISR	ITA	NZL	POL	SVK	SVN	USA
SEXO	0,5 (0,5)	0,51 (0,5)	0,47 (0,5)	0,47 (0,5)	0,48 (0,5)	0,50 (0,5)	0,46 (0,5)	0,49 (0,5)	0,5 (0,5)	0,51 (0,5)	0,49 (0,5)	0,49 (0,5)	0,51 (0,5)
ESCS	0,25 (0,80)	0,19 (0,87)	-0,05 (0,72)	-0,20 (1,01)	0,08 (0,83)	-0,03 (0,81)	0,20 (0,86)	-0,03 (0,97)	0,08 (0,79)	-0,20 (0,92)	-0,16 (0,93)	0,08 (0,88)	0,16 (0,98)
INMI	0,21 (0,41)	0,11 (0,31)	0,02 (0,16)	0,11 (0,32)	0,10 (0,30)	0,14 (0,35)	0,18 (0,39)	0,08 (0,26)	0,27 (0,45)	0 (0,04)	0,01 (0,10)	0,09 (0,29)	0,23 (0,42)
REPITE	0,07 (0,26)	0,25 (0,43)	0,06 (0,24)	0,32 (0,47)	0,04 (0,19)	0,28 (0,45)	0,20 (0,15)	0,18 (0,38)	0,05 (0,22)	0,06 (0,23)	0,06 (0,25)	0,02 (0,14)	0,15 (0,36)
EFAC	0,72 (0,45)	0,81 (0,40)	0,83 (0,38)	0,16 (0,37)	0,22 (0,41)	0,39 (0,49)	0,26 (0,44)	0,35 (0,48)	0,70 (0,46)	0,46 (0,50)	0,85 (0,36)	0,33 (0,47)	0,66 (0,47)
EFOB	0,25 (0,43)	0,51 (0,5)	0,69 (0,46)	0,03 (0,18)	0,10 (0,31)	0,26 (0,44)	0,13 (0,33)	0,26 (0,44)	0,08 (0,28)	0,24 (0,43)	0,54 (0,50)	0,22 (0,42)	0,42 (0,49)
EFAS	0,10 (0,40)	0,15 (0,36)	0,11 (0,31)	0,05 (0,23)	0,04 (0,19)	0,21 (0,40)	0,09 (0,28)	0,13 (0,33)	0,35 (0,48)	0,01 (0,08)	0,10 (0,30)	0,12 (0,33)	0,49 (0,50)
EFTR	0,06 (0,24)	0,04 (0,21)	0,12 (0,33)	0,06 (0,24)	0,07 (0,25)	0,09 (0,29)	0,07 (0,26)	0,05 (0,22)	0,02 (0,15)	0,01 (0,09)	0,19 (0,40)	0,04 (0,19)	0,16 (0,36)
EFEC	0,83 (0,38)	0,79 (0,41)	0,37 (0,48)	0,22 (0,41)	0,43 (0,50)	0,65 (0,48)	0,36 (0,48)	0,49 (0,50)	0,92 (0,27)	0,18 (0,39)	0,45 (0,50)	0,36 (0,48)	0,78 (0,41)
EFMA	0,59 (0,49)	0,66 (0,47)	0,90 (0,31)	0,61 (0,49)	0,85 (0,36)	0,35 (0,48)	0,33 (0,47)	0,29 (0,46)	0,45 (0,50)	0,71 (0,45)	0,95 (0,22)	0,37 (0,48)	0,57 (0,50)
EFCS	0,87 (0,34)	0,81 (0,39)	0,90 (0,30)	0,55 (0,50)	0,83 (0,38)	0,40 (0,49)	0,41 (0,49)	0,44 (0,50)	0,52 (0,50)	0,78 (0,42)	0,80 (0,40)	0,60 (0,49)	0,57 (0,50)
EFCE	0,1 (0,29)	0,18 (0,38)	0,08 (0,28)	0,02 (0,16)	0,22 (0,42)	0,08 (0,28)	0,25 (0,43)	0,13 (0,33)	0,17 (0,37)	0,28 (0,45)	0,31 (0,46)	0,09 (0,28)	0,15 (0,36)
EFPR	0,26 (0,44)	0,27 (0,45)	0,2 (0,40)	0,03 (0,17)	0,10 (0,30)	0,01 (0,12)	0,07 (0,26)	0 (0)	0,38 (0,49)	0,11 (0,32)	0,24 (0,43)	0,10 (0,30)	0,43 (0,50)
EFSP	0,07 (0,25)	0,07 (0,26)	0,05 (0,21)	0,03 (0,17)	0,07 (0,26)	0,01 (0,12)	0,02 (0,14)	0 (0)	0,23 (0,42)	0,07 (0,26)	0,05 (0,21)	0,06 (0,24)	0,24 (0,43)
EFNG	0,12 (0,33)	0,18 (0,38)	0,08 (0,27)	0,02 (0,15)	0,16 (0,37)	0,01 (0,12)	0,08 (0,26)	0,16 (0,37)	0,33 (0,47)	0,03 (0,17)	0,19 (0,39)	0,09 (0,29)	0,25 (0,44)
ESCSC	0,24 (0,53)	0,19 (0,53)	-0,05 (0,45)	-0,20 (0,62)	0,08 (0,54)	-0,04 (0,53)	0,20 (0,52)	-0,03 (0,61)	0,07 (0,48)	-0,20 (0,58)	-0,16 (0,66)	0,08 (0,61)	0,15 (0,60)
TIPOC	0,60 (0,49)	0,25 (0,43)	0,92 (0,28)	0,68 (0,47)	0,98 (0,14)	0,83 (0,38)	1 (0)	0,95 (0,21)	0,95 (0,23)	0,97 (0,17)	0,91 (0,29)	0,98 (0,15)	0,95 (0,22)

Fuente: Elaboración propia con datos PISA 2012 (OECD, 2014).

Siguiendo el orden establecido en la tabla, si se observan los datos de EFAC, una variable instrumental que adopta el valor 1 cuando el alumnado tiene acceso a alguna modalidad de Educación Financiera, es posible constatar que oscila entre el caso español, en el que sólo un 16% de los estudiantes han tenido algún contacto con la EF y el 83% de los checos, el 81% de los flamencos, el 72% de los australianos o el 70% de los neozelandeses.

La variable EFOB también es instrumental y adopta el valor 1 cuando la EF ha sido estudiada de modo obligatorio en la escuela. Una vez más, el caso sólo se ha dado entre el 3% de los españoles, lo que contrasta con el 69% checo o el 51% flamenco.

El tratamiento separado de la EF en una materia específica de más de 20 horas anuales (EFAS), sólo ha sido implantado de modo relevante en los casos de los sistemas educativos estadounidense (49%), neozelandés (35%), francés (21%) y flamenco (15%).

Por otra parte, el enfoque transversal, que implica que los temas vinculados con la competencia financiera son abordados de modo conjunto en todas las materias o en actividades dirigidas por los tutores de los grupos independientemente de su asignatura y especialidad, medido a través de EFTR, sólo tiene cierta presencia en Eslovaquia (19%), Estados Unidos (16%) o Chequia (12%).

La inclusión de los conocimientos vinculados a la Educación Financiera en una materia más amplia que aborde cursos completos de Economía o de Administración de Empresas durante la secundaria es una opción muy relevante en los países con mejor desempeño. Así configurada, está presente en el 92% de los centros neozelandeses, en el 83% de los australianos o en el 79% de los flamencos, como puede comprobarse al analizar EFEC. También la han implantado parcialmente por esta vía otros países de nuestro entorno como Francia (65%) o Italia (49%).

Sin embargo, establecer que la Educación Financiera debe ser impartida como contenido en otras áreas de conocimiento como las Matemáticas (EFMA) o las Ciencias Sociales (EFCS) es la opción muy mayoritariamente empleada por la práctica totalidad de los países participantes en el estudio, de acuerdo con lo manifestado por los directivos que responden al cuestionario que sirve de base para recopilar los datos facilitados y con lo recogido en la Tabla 7.2.

Los modelos que se estiman más adelante procurarán contribuir a determinar si esta falta de especialización de los docentes de Matemáticas y Ciencias Sociales, que carecen de formación en el ámbito de las Ciencias Económicas y Empresariales al nivel formativo universitario habitual en la enseñanza secundaria, tiene alguna repercusión significativa sobre el rendimiento logrado por el alumnado en esta competencia. Se trata de la única competencia de las analizadas por PISA en la que quienes imparten los conocimientos más específicos directamente vinculados a la misma no

son, en numerosos países, docentes científica y didácticamente especializados en el ámbito de conocimiento evaluado.

La alternativa de tratar la EF como una actividad complementaria o extraescolar (charlas, conferencias, visitas a instituciones, etc.) está especialmente presente en los casos eslovaco (31%), polaco (28%), israelí (25%) o estonio (22%).

Respecto al papel asumido por instituciones ajenas al sistema educativo en la impartición de alguna modalidad de EF, este rasgo es específico de la competencia financiera y no se produce con esta relevancia en las restantes. Por tanto, es especialmente interesante evaluar su impacto efectivo en el rendimiento escolar logrado por los alumnos y alumnas ya que este enfoque presenta problemas deontológicos derivados de los conflictos de intereses entre los objetivos de los sistemas educativos y los perseguidos por las empresas del sistema financiero o, en otro sentido, respecto a la orientación ideológica expresa que pudieran presentar algunas organizaciones no gubernamentales.

En este sentido, la presencia de iniciativas empresariales (EFPR) es especialmente relevante en los casos norteamericano (43%), neozelandés (38%), flamenco (27%) o australiano (26%). De un modo complementario, las iniciativas adoptadas por instituciones del sector público de tipo no educativo tienen una presencia relativamente alta en Nueva Zelanda (23%) y Estados Unidos (24%). Finalmente, las ONG tienen una presencia relevante en este tipo de actividades también en Nueva Zelanda (33%), Estados Unidos (25%), Eslovaquia (19%), la Comunidad Flamenca de Bélgica (18%) o Estonia e Italia (16%).

En cualquier caso, a partir de esta descripción, es posible comprobar no sólo que existe una fuerte disparidad entre modalidades de implantación, sino que el fuerte compromiso de tratamiento de la competencia desde diferentes iniciativas adoptadas por unos países contrasta con la baja consideración dedicada a la misma en otros.

7.3.2. Modelos estimados y análisis de los resultados

Esta investigación emplea una metodología basada en la regresión jerárquica multinivel (Raudenbush *et al.*, 2004; Snijders y Bosker, 2012) ya descrita en el Capítulo 4. No obstante, es necesario subrayar que en el presente caso este enfoque se ha empleado con un fin diferente al adoptado en los capítulos anteriores.

Se ha tratado de determinar en qué medida los factores regulatorios podrían afectar significativamente a los procesos de enseñanza y aprendizaje del alumnado al determinar niveles de formación del profesorado o establecer instituciones no educativas que asuman la Educación Financiera en cada caso, que dieran lugar a repercusiones dispares sobre el grado de desarrollo de una compe-

tencia determinada y debieran ser también incorporados a los modelos que analizan la prestación de servicios educativos para contribuir a su mejora. Como consecuencia, en el Nivel 2 correspondiente a los centros educativos se han considerado, junto a otras variables, diferentes modalidades de tratamiento de la Educación Financiera en cada uno de los sistemas educativos analizados.

Las estimaciones multinivel se han llevado a cabo empleado HLM 6.0 (Raudenbush *et al.*, 2004), programa que calcula los parámetros de las ecuaciones anteriores mediante métodos iterativos maximizando una función de máxima verosimilitud.

En todos los modelos se ponderaron las observaciones con las variable-peso w_{fstuwt} en el Nivel 1 y w_{fchwtt} en el Nivel 2 para los centros, proporcionadas por PISA. Además, se han utilizado como variables dependientes los cinco valores plausibles de la variable *puntuación en educación financiera*, ya que el programa facilita el resultado promedio final de los estimadores poblacionales con los requisitos ya descritos. Para evitar posibles problemas en los test de significatividad, se calculan los parámetros de las ecuaciones y sus respectivos errores estándar robustos a la heteroscedasticidad.

La estrategia de estimación ha sido aditiva. En primer lugar se tratan las variables referidas a las características del alumnado. Seguidamente se han incluido las relacionadas con la modalidad de tratamiento de la Educación Financiera en los centros educativos, de acuerdo con lo manifestado por los directivos de institutos y colegios en respuesta a los cuestionarios PISA 2012. Finalmente, se incorporan a los modelos las variables referidas a la titularidad del centro y a la variable ESCSC, que son específicos de cada uno de los centros educativos estudiados.

Los resultados se recogen en las tablas 7.11, 7.12, 7.13 y 7.14 que facilitan, para cada país, tres modelos. El modelo 1 incluye el nulo y las variables individuales. El modelo 2 incorpora las variables relacionadas con la EF y la modalidad adoptada para su inclusión en el sistema educativo analizado. Seguidamente, el modelo 3 añade también el resto de las variables relacionadas con el centro.

Todas las estimaciones presentan significatividad en los parámetros estimados de al menos el 10% y significatividad global. Las tablas mencionadas también incluyen una fila que evalúa las diferencias entre los Coeficientes de Correlación Intraclase del modelo nulo y el modelo 1 (variables alumnado), del modelo 1 y el modelo 2 (incluyendo sólo variables correspondientes a la Educación Financiera) y, finalmente, entre el modelo 1 y el modelo 3 (el que incluye todas las variables de centro).

Tabla 7.11: Estimadores multinivel competencia financiera OCDE-13. (Continúa).

	AUS1	AUS2	AUS3	CFB1	CFB2	CFB3	CZE1	CZE2	CZE3
Modelo nulo, γ_{00}	525,2 ^a (2,82)	--	--	534,0 ^a (6,29)	--	--	499,5 ^a (6,06)	--	--
Nivel 1: ALUMNADO.									
γ_{00}	520,6 ^a (2,610)	508,2 ^a (5,87)	512,5 ^a (6,62)	567,1 ^a (5,55)	552,4 ^a (11,15)	546,3 ^a (10,83)	524,2 ^a (5,52)	511,3 ^a (10,10)	530,3 ^a (5,71)
SEXO	--	--	--	-16,17 ^a (4,97)	-18,78 ^a (4,98)	-19,95 ^a (4,86)	-19,83 ^a (5,59)	-20,34 ^a (5,55)	-20,96 ^a (5,44)
INMI	20,44 ^a (5,34)	18,97 ^a (5,29)	18,94 ^a (5,29)	-38,13 ^a (11,43)	-43,03 ^a (11,53)	-36,80 ^a (11,02)	-32,02 ^a (12,03)	-33,03 ^a (11,91)	-33,96 ^a (11,43)
REPITE	-63,66 ^a (8,75)	-63,60 ^a (8,73)	-64,39 ^a (8,74)	-70,86 ^a (6,10)	-70,28 ^a (6,08)	-65,92 ^a (6,24)	-119,92 ^a (12,76)	-119,15 ^a (12,54)	-116,86 ^a (12,64)
ESCS	39,02 ^a (2,49)	38,84 ^a (2,50)	30,94 ^a (3,02)	13,72 ^a (2,83)	13,28 ^a (2,79)	8,68 ^a (3,14)	24,54 ^a (4,15)	24,78 ^a (4,15)	14,76 ^a (4,40)
Nivel 2: CENTROS, EDUCACIÓN FINANCIERA.									
EFAC	--	--	--	--	-23,80 ^b (9,73)	-20,04 ^b (9,08)	--	--	--
EFOB	--	--	--	--	--	16,87 ^b (7,79)	--	18,96 ^c (10,52)	--
EFTR	--	--	--	--	--	--	--	--	--
EFAS	--	--	--	--	--	--	--	-31,00 ^a (11,83)	-29,06 ^b (12,92)
EFEC	--	18,32 ^a (6,47)	17,29 ^a (6,21)	--	46,82 ^a (10,23)	39,45 ^a (9,47)	--	--	--
EFMA	--	--	--	--	--	--	--	--	--
EFCS	--	--	--	--	--	--	--	--	--
EFCE	--	--	--	--	-25,67 ^c (13,10)	--	--	--	--
EFPR	--	-10,08 ^c (5,21)	-9,62 ^c (5,05)	--	--	--	--	24,67 ^a	21,99 ^a
EFSP	--	--	--	--	--	--	--	--	--
EFNG	--	--	--	--	21,57 ^c (11,17)	20,07 ^b (9,95)	--	--	--
Nivel 2: CENTROS, OTRAS CARACTERÍSTICAS.									
ESCSC	--	--	21,82 ^a (6,30)	--	--	36,81 ^a (9,15)	--	--	60,26 ^a
TIPOC	--	--	-11,41 ^b (5,41)	--	--	-35,68 ^a (9,49)	--	--	--
Varianza nulo (τ^2)	7710 (2635)	--	--	5361 (3856)	--	--	4523,5 (4211)	--	--
CCI nulo	0,745	--	--	0,582	--	--	0,503	--	--
Varianza (τ^2)	6728 (1359)	6728 (1359)	6696 (1189)	4197 (2002)	4203 (1490)	4159 (1095)	3645 (2279)	3663 (2010)	3638 (1510)
CCI	0,168	0,163	0,151	0,323	0,262	0,208	0,385	0,354	0,293
^a significativo $p < 0,01$; ^b significativo $p < 0,05$; ^c significativo $p < 0,10$. Errores estándares entre paréntesis.									

Fuente: Elaboración propia con datos PISA 2012 (OECD, 2014).

Tabla 7.12: Estimadores multinivel competencia financiera OCDE-13. (Continuación).

	ESP1	ESP2	ESP3	EST1	EST2	EST3	FRA1	FRA2	FRA3	ISR1
Modelo nulo, γ_{00}	487,1 ^a (4,09)	--	--	527,8 ^a (4,05)	--	--	481,2 ^a (6,84)	--	--	472,7 ^a (9,40)
Nivel 1: ALUMNADO.										
γ_{00}	527,7 ^a (4,34)	529,1 ^a (4,21)	530,5 ^a (4,07)	535,2 ^a (3,97)	520,3 ^a (9,89)	536,9 ^a (4,42)	525,5 ^a (6,23)	495,7 ^a (9,89)	498,8 ^a (9,80)	474,9 ^a (7,56)
SEXO	-14,91 ^a (4,99)	-14,86 ^a (4,96)	-15,31 ^a (4,94)	--	--	--	-11,87 ^b (5,70)	-12,37 ^b (5,33)	12,06 ^b (5,31)	--
INMI	-33,06 ^a (8,21)	-30,67 ^a (8,10)	-30,63 ^a (8,11)	-32,27 ^a (8,71)	-31,61 ^a (8,68)	-32,68 ^a (8,60)	-45,11 ^a (8,19)	-44,15 ^a (8,30)	-42,35 ^a (8,28)	--
REPITE	-80,26 ^a (5,54)	-81,51 ^a (5,38)	-80,54 ^a (5,38)	-72,41 ^a (10,32)	-72,89 ^a (10,23)	-71,84 ^a (10,14)	-85,15 ^a (8,70)	-65,78 ^a (9,92)	-60,46 ^a (10,02)	-35,70 ^b (15,06)
ESCS	15,43 ^a (2,61)	15,03 ^a (2,54)	12,31 ^a (2,93)	17,51 ^a (3,68)	17,11 ^a (3,65)	17,10 ^a (3,65)	22,83 ^a (4,14)	22,31 ^a (3,62)	18,11 ^a (3,88)	26,42 ^a (4,17)
Nivel 2: CENTROS, EDUCACIÓN FINANCIERA.										
EFAC	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
EFOB	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
EFTR	--	--	--	--	16,19 ^c (8,66)	22,52 ^a (8,28)	--	32,30 ^b (15,05)	27,72 ^c (14,83)	--
EFAS	--	--	--	--	--	-22,83 ^c (11,80)	--	--	--	--
EFEC	--	--	--	--	--	--	--	32,95 ^a (10,61)	27,97 ^a (10,56)	--
EFMA	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
EFCS	--	--	--	--	20,56 ^c (10,72)	--	--	--	--	--
EFCE	--	--	--	--	-23,25 ^a (8,73)	-18,71 ^b (8,52)	--	--	--	--
EFPR	--	--	--	--	--	--	--	123,1 ^b (50,11)	129,7 ^b (49,14)	--
EFSP	--	--	--	--	27,00 ^b (13,46)	28,94 ^b (13,19)	--	--	--	--
EFNG	--	-54,61 ^a (13,65)	-49,68 ^a (13,26)	--	--	--	--	--	--	--
Nivel 2: CENTROS, OTRAS CARACTERÍSTICAS.										
ESCSC	--	--	11,41 ^b (5,76)	--	--	--	--	--	28,29 ^a (9,50)	--
TIPOC	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
Varianza Nulo (τ^2)	6143 (1052)	--	--	4951 (1189)	--	--	5026 (6148)	--	--	7070 (7385)
CCI nulo	0,854	--	--	0,806	--	--	0,450	--	--	0,489
Varianza (τ^2)	4098 (493)	4102 (421)	4098 (393)	4542 (837)	4505 (771)	4544 (739)	4521 (2128)	4486 (1756)	4468 (1658)	6621,8 (4525)
CCI	0,107	0,093	0,088	0,156	0,146	0,140	0,320	0,281	0,271	0,406

^asignificativo $p < 0,01$; ^bsignificativo $p < 0,05$; ^csignificativo para $p < 0,10$. Errores estándares entre paréntesis.

Fuente: Elaboración propia con datos PISA 2012 (OECD, 2014).

Tabla 7.13: Estimadores multinivel competencia financiera OCDE-13. (Continuación).

	ISR2	ISR3	ITA1	ITA2	ITA3	NZL1	NZL2	NZL3	POL1	POL2	POL3
Modelo nulo, γ_{00}	--	--	462,6 ^a (3,26)	--	--	524,1 ^a (6,75)	--	--	511,4 ^a (4,22)	--	--
Nivel 1: ALUMNADO.											
γ_{00}	471,8 ^a (7,98)	475,6 ^a (7,85)	480,9 ^a (3,69)	483,1 ^a (5,16)	483,8 ^a (4,45)	528,2 ^a (5,35)	523,4 ^a (5,65)	548,5 ^a (15,37)	526,8 ^a (4,86)	526,8 ^a (4,86)	529,1 ^a (4,92)
SEXO	--	--	-13,11 ^a (3,11)	-13,28 ^a (3,11)	-14,23 ^a (3,19)	--	--	--	-10,42 ^b (5,03)	-10,42 ^b (5,03)	-10,75 ^b (4,98)
INMI	--	--	-19,15 ^a (6,32)	-19,67 ^a (6,29)	-17,94 ^a (6,47)	--	--	--	-119,6 ^a (9,05)	-119,6 ^a (9,05)	-120,2 ^a (9,00)
REPITE	-35,75 ^b (14,99)	-26,43 ^c (15,45)	-42,23 ^a (4,72)	-42,68 ^a (4,72)	-39,05 ^a (4,62)	-84,14 ^a (17,68)	-84,46 ^a (17,75)	-78,81 ^a (17,14)	-77,40 ^a (10,96)	-77,40 ^a (10,96)	-76,68 ^a (10,79)
ESCS	26,55 ^a (4,19)	18,43 ^a (4,03)	6,36 ^a (1,48)	6,26 ^a (1,50)	--	51,12 ^a (5,36)	50,41 ^a (5,35)	33,76 ^a (6,11)	23,28 ^a (3,09)	23,28 ^a (3,09)	19,39 ^a (3,42)
Nivel 2: CENTROS, EDUCACIÓN FINANCIERA.											
EFAC	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
EFOB	--	--	--	-15,41 ^b (7,42)	-18,13 ^a (6,73)	--	--	--	--	--	--
EFTR	--	--	--	-24,76 ^a (8,24)	-19,16 ^b (8,30)	--	--	--	--	--	42,34 ^a (4,24)
EFAS	35,53 ^c (19,59)	34,72 ^b (13,44)	--	32,46 ^a (8,12)	33,39 ^a (7,30)	--	--	--	--	--	--
EFEC	--	--	--	-16,84 ^b (6,87)	--	--	--	--	--	--	--
EFMA	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
EFCS	--	--	--	11,44 ^c (6,41)	--	--	--	--	--	--	--
EFCE	--	--	--	--	--	--	28,37 ^b (12,44)	--	--	--	--
EFPR	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
EFSP	--	-33,47 ^c (18,66)	--	--	--	--	--	--	--	--	--
EFNG	--	--	--	17,89 ^b (7,14)	14,55 ^b (6,82)	--	--	--	--	--	--
Nivel 2: CENTROS, OTRAS CARACTERÍSTICAS.											
ESCSC	--	82,32 ^a (15,61)	--	--	40,45 ^a (5,87)	--	--	63,28 ^a (13,95)	--	--	17,01 ^a (6,31)
TIPOC	--	--	--	--	--	--	--	-27,37 ^c (14,76)	--	--	--
Varianza Nulo (τ^2)	--	--	4084 (3630)	--	--	10221 3360			5019 1547		
CCI nulo	--	--	0,529	--	--	0,753			0,764		
Varianza (τ^2)	6624 (4418)	6653 (2662)	3823 (2870)	3843 (2138)	3828 (2629)	9146 (1388)	9167,5 (1238)	9026 (731)	4275 (1128)	4275 (1128)	4271 (1041)
CCI	0,400	0,286	0,429	0,407	0,407	0,132	0,119	0,075	0,209	0,209	0,196
^a significativo $p < 0,01$; ^b significativo $p < 0,05$; ^c significativo para $p < 0,10$. Errores estándares entre paréntesis.											

Fuente: Elaboración propia con datos PISA 2012 (OECD, 2014).

Tabla 7.14: Estimadores multinivel competencia financiera OCDE-13. (Conclusión).

	SVK1	SVK2	SVK3	SVN1	SVN2	SVN3	USA1	USA2	USA3
Modelo nulo, γ_{00}	460,9 ^a (6,09)	--	--	473,6 ^a (7,97)	--	--	496,7 ^a (5,48)	--	--
Nivel 1: ALUMNADO.									
γ_{00}	476,1 ^a (5,08)	473,0 ^a (15,73)	479,7 ^a (14,02)	490,8 ^a (7,18)	510,1 ^a (10,23)	507,4 ^a (6,48)	503,44 ^a (4,29)	493,88 ^a (4,90)	485,7 ^a (5,59)
SEXO	--	--	--	-16,80 ^a (5,23)	-16,08 ^a (5,32)	-16,16 ^a (4,59)	--	--	--
INMI	-76,90 ^b (38,77)	-81,58 ^b (37,47)	-81,58 ^b (37,47)	-34,67 ^a (8,04)	-35,47 ^a (8,72)	-28,86 ^a (6,69)	--	--	--
REPITE	-93,65 ^a (14,11)	-85,00 ^a (14,46)	-85,00 ^a (14,46)	-76,20 ^a (17,76)	-85,60 ^a (17,41)	-67,32 ^a (17,68)	-74,61 ^a (8,04)	-73,20 ^a (7,89)	-71,37 ^a (7,82)
ESCS	21,72 ^a (3,18)	14,04 ^a (3,77)	14,04 ^a (3,78)	12,58 ^a (4,15)	14,05 ^a (4,55)	--	31,63 ^a (3,27)	30,76 ^a (3,31)	25,78 ^a (3,67)
Nivel 2: CENTROS, EDUCACIÓN FINANCIERA.									
EFAC	--	33,82 ^b (16,08)	29,18 ^b (14,58)	--	--	--	--	--	--
EFOB	--	--	--	--	-36,65 ^a (12,44)	-31,91 ^a (11,87)	--	--	17,13 ^b (7,64)
EFTR	--	--	--	--	--	--	--	27,06 ^a (9,55)	--
EFAS	--	-43,44 ^a (14,28)	-39,43 ^a (13,85)	--	38,10 ^b (14,56)	24,87 ^c (13,62)	--	--	--
EFEC	--	--	--	--	-40,12 ^a (11,68)	-29,05 ^a (9,61)	--	--	--
EFMA	--	--	--	--	--	--	--	--	--
EFCS	--	-31,77 ^b (12,59)	-24,53 ^b (10,91)	--	--	--	--	--	--
EFCE	--	--	--	--	--	--	--	--	--
EFPR	--	--	21,28 ^b (9,72)	--	--	-20,66 ^b (10,15)	--	--	14,43 ^b (7,17)
EFSP	--	--	--	--	--	--	--	--	--
EFNG	--	31,72 ^b (12,35)	--	--	--	--	--	19,95 ^b (8,86)	--
Nivel 2: CENTROS, OTRAS CARACTERÍSTICAS.									
ESCSC	--	--	40,01 ^a (5,41)	--	--	76,12 ^a (7,99)	--	--	26,68 ^a (7,28)
TIPOC	--	--	--	--	--	--	--	--	--
Varianza Nulo (τ^2)	4661 (5440)	--	--	3416 (5296)	--	--	7393 (2472)	--	--
CCI nulo	0,461	--	--	0,392	--	--	0,749	--	--
Varianza (τ^2)	4232 (3439)	4230 (3010)	4217 (2503)	3324 (4021)	3391 (3133)	3205 (1744)	6345 (1021)	6353 (838)	6346 (708)
CCI	0,448	0,416	0,372	0,547	0,480	0,352	0,139	0,116	0,100

^asignificativo $p < 0,01$; ^bsignificativo $p < 0,05$; ^csignificativo $p < 0,10$. Errores estándares entre paréntesis.

Fuente: Elaboración propia con datos PISA 2012 (OECD, 2014).

Los modelos obtenidos muestran una variabilidad entre centros muy superior a la acreditada para el resto de las competencias. Así, la revisión de los CCI correspondientes a los modelos nulos, permite constatar sus elevados valores y sus fuertes disparidades, que oscilan entre el 39% esloveno o el 45% francés en el tramo inferior y el 85,4% español en el superior. Estos datos reflejan como la referida disparidad de amplitud y profundidad en el tratamiento de la EF en los sistemas educativos produce resultados realmente variables entre centros.

Es necesario recordar que en el resto de las competencias, para el caso español y a título de ejemplo, como se ha descrito al revisar la literatura, esa variación atribuible a variables relacionadas con los centros educativos oscila entre el 15% y el 20% aproximadamente, con ligeras diferencias por competencias y edición de la toma de datos. Por consiguiente, la justificación de la necesidad de profundizar en el análisis de estas diferencias queda completamente acreditada en el contexto metodológico multinivel que se ha aplicado.

En cuanto a las variables relacionadas con las características personales del alumnado y sus familias, las estimaciones realizadas y los modelos obtenidos ponen de manifiesto que el grado de desarrollo de la competencia financiera tiene un fuerte componente vinculado a la equidad de los sistemas educativos.

Se comprueba así que obtienen peores resultados en la práctica totalidad de los países quienes pertenecen a familias con menor riqueza, menor estatus profesional y académico y menor dotación de bienes culturales medidos a través de ESCS. Estas diferencias son muy acusadas en el caso de Australia, Francia, Nueva Zelanda o Estados Unidos. Sólo en Italia esta circunstancia no resulta estadísticamente significativa.

En el mismo sentido, la condición de inmigrante tiene también una repercusión muy negativa en el rendimiento del alumnado. Los efectos más negativos se producen en España y Francia; los malos datos polacos, siendo también graves, corresponden a una población inmigrante muy minoritaria respecto del total de escolares estudiados. Únicamente en Israel esta variable no es significativa. En el otro extremo, Australia se configura como una excepción de gran interés, ya que en ese caso la procedencia de otro país en primera o segunda generación tiene un impacto positivo en el rendimiento logrado. Esta circunstancia ya ha sido descrita por la literatura (Thomson, 2014) y es corroborada por el presente estudio.

Por otra parte, entre las variables individuales presenta una situación especialmente grave la condición de repetidor que repercute muy gravemente en el resultado logrado en competencia financiera en todos los países estudiados.

Además, se presentan diferencias relevantes de género en detrimento de las alumnas en ocho de los trece países analizados, de modo que las chicas presentan peores resultados mayoritariamente en los países con grados de desarrollo inferiores a la media y la variable género resulta no significativa en tres de los seis países con valores medios de grado de desarrollo de la competencia financiera por encima de la media de la OCDE.

Respecto de las características de los centros educativos, el *efecto compañeros* subraya también que cuanto mayor sea el estatus socioeconómico medio de los asistentes al centro, mejor es el resultado en Educación Financiera en once de los trece países estudiados. El tipo de centro sólo es parcialmente relevante (tres de los países estudiados), pero siempre mostrando peores resultados en los centros públicos que en los privados o concertados.

Como ya se ha expuesto, la reciente sensibilización de los gestores de los sistemas educativos respecto de la importancia de la Educación Financiera como competencia esencial en el aprendizaje a lo largo de la vida, así como los consiguientes mandatos internacionales establecidos para afrontar la gestión de esta preocupación, vienen dando lugar a una primera fase de su implantación mediante diferentes modalidades.

Para identificar referentes nacionales de buenas prácticas organizativas e institucionales en el impulso del grado de desarrollo de la competencia financiera en los sistemas educativos analizados se empleará también la Tabla 7.15, que contiene los valores plausibles medios logrados en cada país y las diferencias en los CCI derivadas de los diferentes modelos correspondientes a los bloques de variables tratados. Se ha organizado en dos bloques según si los países analizados han obtenido rendimiento grados de desarrollo de la competencia financiera superior o inferior a la media de la OCDE. Dentro de cada uno de esos dos bloques se han ordenado los países de mayor a menor impacto de sus sistemas educativos sobre el rendimiento como consecuencia de la EF recibida por el alumnado en los centros educativos para poner así de manifiesto aquellos que han logrado mejores niveles de producción del servicio en por sus diferentes actuaciones en las instituciones educativas a través de las cuales se han canalizado las iniciativas formativas.

Los modelos estimados subrayan que el impacto de las políticas de implantación de la EF en los sistemas educativos es aún muy reducido y se mantiene por debajo del 7%. Los casos más relevantes, que aúnan el hecho de lograr niveles de desempeño por encima de la media de la OCDE y mayor impacto relativo de sus medidas son la Comunidad Flamenca de Bélgica (las variables de su modelo 2 explican el 6,1% de su rendimiento) y la República Checa (el 3%, modelo 2).

En Bélgica, que logra el mayor grado de desarrollo de la competencia en la OCDE, el modelo estimado pone de manifiesto que la variable más importante es EFEC, que recoge los centros que

imparten EF durante una asignatura de Economía (opción presente en el 79% de los centros) y que da lugar a una subida de 47 puntos en el rendimiento obtenido; también son relevantes el hecho de que la Educación Financiera sea obligatoria (51% de centros) y seguir programas en colaboración con ONG (18% de escuelas). En la República Checa, la quinta en rendimiento entre los trece estudiados, la obligatoriedad de estudiar Educación Financiera para el 69% de los centros aumenta en 19 puntos el rendimiento y la colaboración con entidades privadas lo hace 25.

Tabla 7.15: Diferencias de los CCI de los modelos estimados.

PAÍS	PV Medio	CCI				Diferencias		
		CCI Modelo nulo (1)	CCI Modelo 1 (2)	CCI Modelo 2 (3)	CCI Modelo 3 (4)	Varianza explicada: Alumnado (1)-(2)	Varianza explicada: Centros EF (2)-(3)	Varianza explicada Centros total (2)-(4)
CFB	541	0,582	0,323	0,262	0,208	0,259	0,061	0,115
EST	529	0,806	0,156	0,146	0,140	0,651	0,010	0,016
AUS	526	0,745	0,168	0,163	0,151	0,577	0,005	0,017
NZL	520	0,753	0,132	0,119	0,075	0,621	0,013	0,057
CZE	513	0,503	0,385	0,354	0,293	0,118	0,030	0,091
POL	510	0,764	0,209	0,209	0,196	0,556	0,000	0,013
OCDE-13	500							
USA	492	0,749	0,139	0,116	0,100	0,611	0,022	0,038
FRA	486	0,450	0,320	0,281	0,271	0,130	0,039	0,049
SVN	485	0,392	0,547	0,480	0,352	-0,155	0,067	0,195
ESP	484	0,854	0,107	0,093	0,088	0,746	0,014	0,020
ISR	476	0,489	0,406	0,400	0,286	0,083	0,006	0,120
SVK	470	0,461	0,448	0,416	0,372	0,013	0,033	0,076
ITA	466	0,529	0,429	0,407	0,407	0,101	0,022	0,022

Fuente: Elaboración propia con datos PISA 2012 (OECD, 2014).

El resto de los países con desempeño por encima de la media presentan aportaciones de sus programas de Educación Financiera que influyen menos de un 3% en los resultados finales. Así, para Estonia, segunda en nivel de rendimiento, son positivas y significativas las variables que describen un modelo transversal, el hecho de tratar la Educación Financiera en asignaturas de ciencias sociales y los programas en colaboración con instituciones no escolares del sector público pero la influencia de estas actuaciones es sólo del 1% en el resultado final. En Australia, la variable relevante es cursar Educación Financiera durante una clase de Economía impartida en el 83% de los centros (explica el 0,5% del rendimiento total). En Nueva Zelanda el 92% de los centros imparten Educación Financiera en cursos de Economía; sólo resulta estadísticamente significativa para explicar la varianza entre centros la variable EFAC con una frecuencia del 17%, y que sólo explica el

1,7% de la varianza del nivel. Por su parte, en el caso de Polonia, el modelo 2 no contribuye a explicar las diferencias entre centros derivadas de los programas de Educación Financiera.

Respecto a los países con rendimiento inferior a la media, los mejores resultados corresponden a Francia, cuyo modelo de Educación Financiera explica un 4% de la varianza entre centros. La variable más relevante es seguir la formación en la competencia financiera durante un curso de Economía (lo realiza un 65% de los centros) y eleva el rendimiento en 33 puntos en el modelo 2; también realizan aportaciones positivas los enfoque transversales (presentes sólo en el 9% de los centros) y la colaboración con entidades privadas que realizan el 1% de las escuelas.

En Eslovaquia (cuyo modelo 2 explica un 3,3% de la varianza del resultado entre centros), tiene un impacto positivo el hecho de que la EF se encuentra disponible en un 85% de los centros, sin embargo la organización de una materia específica o su impartición en ciencias sociales tiene un impacto negativo sobre los resultados; la colaboración con ONG y entidades privadas resultaría positiva.

El modelo norteamericano explica un 2,2% de la varianza entre centros. La Educación Financiera se encuentra implantada obligatoriamente en dos terceras partes de los centros lo que contribuye en 17 puntos a la mejora de los resultados finales. Además, es impartida en cursos de Economía en un 78% de los institutos o colegios. Finalmente, el modelo transversal, presente en sólo un 16% de los centros escolares, resulta ser también estadísticamente significativo en el modelo 2, junto con la colaboración con las entidades no gubernamentales o privadas, según si consideramos los modelos 2 o 3.

En Eslovenia, la contribución positiva procede del establecimiento de una asignatura específica pero los resultados de los parámetros sugieren la necesidad de revisar la presencia de la Educación Financiera durante las clases de Economía, así como el modo en que se imparte cuando es obligatoria. El resto de los países, presentan impactos de sus programas para desarrollar la competencia financiera que explican menos del 2% de la varianza de los resultados del modelo 2.

En el caso español, el impacto sobre la competencia de los programas de Educación Financiera introducidos en el sistema educativo es irrelevante. El retraso es especialmente grave a pesar de los últimos esfuerzos realizados. Es el país de la OCDE donde menos Educación Financiera hay disponible para el alumnado: el 84,20% no recibe ninguna en absoluto (OECD, 2014c). En los programas piloto impulsados por la CNMV y el Banco de España, el porcentaje de participantes en relación con el total de la población escolar es muy reducido (43.000 alumnos y alumnas de los 8.081.972 matriculados y 452 centros de los 27.650 existentes en enseñanzas de régimen general

no universitarias para 2013-14) y sus autores subrayan la necesidad de incluir estos conocimientos en el currículo escolar (BE y CNMV, 2013).

Finalmente es relevante destacar que investigaciones recientes (Hospido, Villanueva y Zamarró, 2015), han puesto de manifiesto que incluso tras descontar el posible sesgo de autoselección derivado de la participación voluntaria en este programas experimental de Educación Financiera, los resultados obtenidos por el alumnado participante en el mismo han sido significativamente mejores que los de aquellos matriculados en centros educativos donde la implantación no se ha producido, lo que sugiere provisionalmente la necesidad de su extensión al conjunto del sistema educativo.

En España, las enseñanzas de contenido económico no son impartidas, en las edades evaluadas por PISA ni en las anteriores, por profesorado especialista en Economía ni durante materias cursadas por la totalidad del alumnado ya que la regulación curricular no incluye materia específica alguna que contemple este tipo de contenidos. Aunque los docentes responsables carecen de formación en un ámbito científico tan complejo y específico como el económico financiero, en las recientes reformas curriculares, se ha optado por un modelo transversal que indica que la Educación Financiera sea tratada por los maestros de primaria en sus diferentes áreas, mientras que en secundaria obligatoria, se establece que a las edades evaluadas por PISA, será impartida transversalmente por el profesorado de Matemáticas o Geografía e Historia a lo largo de las materias que imparten (MECD, 2014c).

7.4. Conclusiones

La inclusión por parte de PISA de la competencia financiera entre las evaluadas en su edición de 2012 ha permitido poner de manifiesto diferentes aspectos relevantes que se han abordado en este capítulo. Un resultado principal del estudio llevado a cabo es que la consideración de los factores regulatorios e institucionales es un aspecto relevante de la función de producción de servicios educativos. En el caso de la competencia financiera, se ha constatado como la dispar organización y configuración de las enseñanzas y de la atribución de competencia a los docentes que imparten una competencia afecta de modo relevante al grado de desarrollo de la misma por parte del alumnado. En este sentido, se ha confirmado que además de los rasgos individuales y de centro habitualmente mencionados hasta ahora en los análisis de producción educativa, los mismos procesos de enseñanza-aprendizaje están influidos por la regulación curricular, la formación requerida a los docentes, el grado de cualificación científica de los mismos en relación con la docencia que se le atribuye o la participación de agentes externos que colaboren con las instituciones educativas.

Por otra parte, los resultados de PISA 2012 revelan que la competencia financiera presenta rasgos científicos, epistemológicos y didácticos diferenciales que requieren actuaciones concretas y adecuadamente fundamentadas de las autoridades educativas que presenten amplitud y profundidad suficientes como para influir sobre el conjunto de la población escolar y no sobre grupos particulares participantes en programas específicos o en iniciativas de carácter experimental.

En el mismo sentido, la investigación realizada pone de manifiesto que el impacto logrado por las actuaciones de los sistemas educativos en este ámbito viene siendo muy reducido y presenta gran potencial de mejora. Por tanto, los datos obtenidos en relación con los modelos más adecuados para implantar la Educación Financiera deben ser analizados con prudencia dado que en muchos de los países participantes la información existente es escasa y la influencia de las iniciativas adoptadas sobre el rendimiento final es muy limitada.

No obstante, es posible identificar sistemas educativos que han logrado un impacto relevante sobre el grado de desarrollo de la competencia en sus contextos. La mayoría de ellos tienen en común haber aplicado el principio de especialidad en la inclusión de la Educación Financiera. Esta formación presenta una complejidad y unas especificidades epistemológicas y científicas que estos países han abordado articulando materias diferenciadas obligatorias o incluyéndola en materias de formación económica en el seno del currículum escolar impartido al conjunto de la población en las etapas de enseñanza secundaria que se analizan en PISA.

También se han mostrado parcialmente relevantes algunos programas de colaboración con instituciones privadas y ONG. No obstante su carácter limitado indica que las autoridades educativas deben evaluar detenidamente tanto la implementación como la financiación de programas impartidos por instituciones ajenas al ámbito escolar y dirigidos al alumnado de las edades evaluadas en PISA si pretenden tener impacto sobre el conjunto de la población que sea equiparable al desarrollado por el resto de las competencias evaluadas en este estudio internacional y que se encuentran presentes históricamente en los sistemas educativos. La delegación de esa actividad formativa en agentes externos sólo ha mostrado relevancia complementaria pero no debería configurar, según los datos obtenidos, la base de una política que aspire a tener impacto sobre la totalidad de la población.

Ni la impartición de Educación Financiera durante clases de Matemáticas o Ciencias Sociales ni los modelos transversales, presentan resultados positivos entre la mayoría de los países con mejores desempeños y con programas de mayor impacto sobre los escolares relacionados con esta competencia. En consecuencia, las autoridades educativas deberían evaluar detenidamente la idoneidad de planteamientos que atribuyan a ámbitos científicos diferentes una formación que tiene

una especificidad técnica diferenciada y que requiere cualificación científica y didáctica específica para su impartición.

En un sentido más general, el estudio contribuye a apoyar la tesis de que la consideración detenida de los factores organizativos, las prácticas didácticas y la formación del profesorado o de otro tipo de profesionales que asuman protagonismo en el desarrollo de la competencia es relevante para los modelos de producción de servicios educativos que se formulen. Aunque en este caso no se disponía de datos específicamente recopilados sobre las prácticas de aprendizaje del alumnado, su inclusión sería también necesaria de acuerdo con lo determinado en los capítulos anteriores del presente trabajo.

En cualquier caso, se hace imprescindible profundizar con diferentes metodologías y datos adicionales para configurar un criterio definitivo que informe las políticas educativas nacionales en este campo, ya que la heterogeneidad y la limitada presencia de las iniciativas para impulsar la competencia financiera en los sistemas educativo implican un carácter singular de los análisis sobre la misma en relación con el resto de las competencias analizadas que sí tienen una más larga tradición de presencia regular y generalizadamente implantada de sus enseñanzas en la totalidad de los sistemas educativos.

Capítulo 8. CONCLUSIONES

El estudio de las funciones de producción educativa viene cobrando un protagonismo creciente dentro del Análisis Económico como consecuencia del papel central de la educación en la denominada sociedad de la información y de sus estrechos vínculos con las políticas públicas para lograr el bienestar social, la equidad en la distribución de la renta y la riqueza, así como la competitividad de las economías nacionales.

Se trata de una tarea compleja que supone retos científicos de primer orden, tanto respecto a las metodologías más adecuadas para una mejor descripción de las relaciones entre las variables relevantes de este proceso productivo, como en cuanto a las recomendaciones sobre las políticas económicas y educativas que se deriven de los resultados obtenidos a lo largo del tiempo.

Además, confluyen en este campo multitud de aspectos diferentes. Entre ellos se encuentran rasgos asociados a los estudiantes como sus habilidades innatas, la concreción de las variables cognitivas y metacognitivas que deben servir de referencia para el estudio del volumen de producción del servicio educativo o las características socioeconómicas de sus familias.

También son relevantes factores materiales e institucionales como la modalidad de provisión por el sector público, la dotación de recursos para la prestación del servicio, la selección, formación inicial y continua, remuneración y desarrollo de la carrera profesional del profesorado, así como la designación de los equipos directivos de los centros escolares o las modalidades más adecuadas para su gestión. En un sentido similar, tienen repercusiones analizables otros factores como la definición de los distritos escolares en los que debe basarse la política de asignación de alumnado al centro educativo, la determinación de los mecanismos para la remoción de los obstáculos derivados de la pertenencia a una determinada clase o grupo social o los mecanismos de evaluación de los centros escolares y del sistema educativo en su conjunto.

Respecto a los rasgos del propio proceso de producción en el caso de cada competencia, hay que resaltar las dificultades asociadas a la definición de las mismas y de los dominios socialmente relevantes en cada contexto histórico y tecnológico, de los currículos que tienen que contribuir a lograr las competencias o de los modos en que tienen que evaluarse los grados de su desarrollo. En ese mismo ámbito, además, es preciso tener presente que una parte especialmente relevante del proceso de producción educativa se lleva a cabo en un contexto de aula en el que interactúan alumnos y alumnas con docentes que aplican técnicas específicas para desarrollar competencias diferenciadas pero que mantienen vínculos entre sí.

El análisis de la literatura realizado en los tres primeros capítulos de este trabajo ha permitido constatar esta complejidad. A lo largo del mismo también se ha descrito la riqueza metodológica general aplicada por los distintos estudios que han procurado adaptar los desarrollos del análisis de la producción y la eficiencia al caso singular de la producción educativa, incorporando estos aspectos a partir de los datos estadísticos existentes en cada etapa histórica.

Asimismo se ha detallado cómo buena parte de las investigaciones planteadas desde la perspectiva económica consideran tanto los rasgos individuales y familiares del alumnado como aspectos vinculados a rasgos estructurales de los centros educativos o de los sistemas administrativos de los que los mismos dependen, pero no han incluido habitualmente otras variables caracterizadoras de este proceso productivo. En este sentido, esta revisión también ha descrito como entre el plano personal o familiar y el institucional, existen un conjunto importante de variables que configuran la caracterización técnica del proceso productivo y cuya inclusión en el análisis se ha producido sólo mucho más reciente y parcialmente desde la perspectiva económica. Finalmente, se ha subrayado la existencia de posibles sinergias entre disciplinas como la Psicología, las Ciencias de la Educación y la Economía que ofrecen posibilidades de desarrollo más integrado que es necesario explorar para salvar esas limitaciones tradicionales en los modelos de producción educativa.

Como indica la concepción clásica del Análisis Económico, la tecnología viene a estar constituida por un conjunto de conocimientos científicos y técnicos aplicados a la producción de un bien o servicio concreto y por un catálogo de recursos organizativos que permiten gestionar los factores a lo largo del proceso de producción. Ambas dimensiones son relevantes para la mejora de la eficiencia o aprovechamiento de los recursos y condicionan la eficacia o logro de los objetivos de producción. En consecuencia, la consideración en la función de producción de variables asociadas a los rasgos tecnológicos del proceso de producción educativa debería contribuir a mejorar la estimación de la misma y los subsiguientes análisis de eficiencia.

El presente trabajo supone una aportación en ese sentido al proponer aprovechar la disponibilidad de nuevos datos facilitados por PISA 2012 para procurar realizar una primera consideración de las variables vinculadas a la “caja negra” de este proceso productivo con el fin de caracterizar sus rasgos más relevantes y de posibilitar en el futuro nuevos estudios sobre metodologías alternativas y eficiencia.

Para ello, se ha llevado a cabo la incorporación a la especificación y la estimación de diferentes funciones de producción de variables asociadas a los procesos de enseñanza-aprendizaje, habitualmente omitidas o limitadamente consideradas en otros estudios anteriores a PISA 2012 por falta de disponibilidad de datos a gran escala con las propiedades adecuadas. Con ese fin, han sido con-

sideradas, junto a otras variables tradicionales en los estudios de producción educativa, tres nuevos grupos de las mismas referidas al aprendizaje, a la enseñanza y a rasgos institucionales específicos de la regulación normativa de una competencia determinada. Ello ha sido posible con extensión y profundidad porque PISA ha facilitado, en su última edición, un catálogo de nuevos datos específicamente referidos a las competencias matemática y financiera que han permitido iniciar la exploración de estos ámbitos con datos adecuados.

Tras realizar una revisión de las características metodológicas del proceso de muestreo en PISA y de los criterios de selección de los *inputs* y *outputs* que se analizan, así como de sus descriptivos, la parte empírica del trabajo se ha iniciado con la inclusión en el análisis de variables caracterizadoras de los referidos procesos de enseñanza-aprendizaje propios de la producción de servicios educativos asociados a la competencia matemática.

Para estimar las funciones de producción correspondientes se ha empleado una metodología multinivel. La estrategia de estimación adoptada tiene dos rasgos esenciales. En primer lugar un carácter aditivo que es característico de los modelos jerárquicos y que permite verificar el impacto sobre sucesivos modelos de complejidad creciente de la incorporación de aspectos diferenciados del proceso productivo analizado. En segundo lugar, la consideración de dos perspectivas en el tratamiento de las variables para ilustrar de modos complementarios un proceso que es complejo y en el que la literatura es aún muy escasa.

Así, la primera ha identificado el proceso de enseñanza como una experiencia individual de los estudiantes, lo que ha permitido un tratamiento directo de los datos tal y como son recogidos por PISA en el cuestionario de alumnos y alumnas que realizan manifestaciones sobre sus experiencias en las aulas durante las clases de Matemáticas. Consiguientemente, las variables han sido incluidas en el Nivel 1 del análisis.

La segunda, ha analizado las manifestaciones medias de los estudiantes que asisten a un mismo centro educativo sobre las prácticas habituales de sus profesores en los mismos, intentando con ello aportar una perspectiva referida al papel que posibles prácticas educativas regulares y sistemáticas aplicadas por los mismos docentes de un centro puedan tener sobre el proceso de producción. En consecuencia, esta perspectiva de análisis ha ubicado las variables caracterizadoras del proceso de enseñanza en el Nivel 2.

El trabajo incluye una discusión sobre el alcance de los dos enfoques. El primero arroja información más rica y obedece a supuestos menos restrictivos sobre las relaciones entre variables, con la excepción de la omisión de las vinculadas con la motivación, por la complejidad de sus interacciones con las restantes. El segundo, sólo permite identificar rasgos muy diferenciadores porque

buena parte de las prácticas aplicadas son relativamente homogéneas entre centros educativos. El Capítulo 4 contiene un análisis detenido de estas consideraciones.

Los resultados obtenidos ponen de manifiesto la importancia de la inclusión de estas variables para analizar la función de producción educativa. En el caso del ámbito de las estrategias de aprendizaje basadas en la elaboración, se ha constatado la relevancia de su contribución positiva al desarrollo de la competencia matemática. Las de memorización y control no resultan estadísticamente significativas una vez que se consideran otros factores relacionados con los procesos de enseñanza-aprendizaje y con los rasgos individuales del alumnado. En cualquier caso, su impacto relativo sobre el rendimiento evaluado por la vía de la reducción del correspondiente CCI es inferior al 1%, en la línea con lo descrito por otros trabajos internacionales centrados en ediciones anteriores de PISA (Chiu, Chow y McBride-Chang, 2007). Los resultados obtenidos indican que es necesario llevar a cabo estudios adicionales como el presente dada la importancia que atribuye la literatura sobre el aprendizaje autorregulado al desarrollo de habilidades metacognitivas. Además, plantean la posibilidad de que los instrumentos actualmente empleados en las evaluaciones internacionales sean insuficientes para evaluar aspectos de esta complejidad y deban ser rediseñados.

Respecto a la experiencia del proceso de aprendizaje, además de replicarse la relevancia de la condición de repetidor presente en otros estudios, se ha constatado que la variable que analiza la experiencia previa de los estudiantes con las Matemáticas Puras es significativa y relevante para contribuir a explicar los mejores desempeños del alumnado que presenta elevados valores del índice. Asimismo, se ha mostrado la variabilidad de la importancia, de negativa a no significativa, de las Matemáticas Aplicadas, cuya presencia se ha acreditado asociada a bajos niveles de desempeño de la competencia matemática y de los niveles socioeconómicos medios del alumnado. Entre el resto de las variables, sólo la vinculada a la motivación instrumental se ha mostrado significativa, con los referidos problemas para los procesos de estimación que ya han sido descritos y que han conducido a su omisión en los modelos finales.

Respecto a los resultados obtenidos en relación a los procesos de enseñanza-aprendizaje, las dos estrategias de estimación emprendidas confirman, para el caso español, la literatura¹ sobre este tema en el sentido de que los enfoques de la gestión de los procesos de enseñanza-aprendizaje, basados en la resolución de problemas de diferente tipo y la realización de deberes presentan impactos positivos sobre el rendimiento de los estudiantes, mientras que otros más innovadores como el trabajo por proyectos, la planificación colaborativa, el trabajo en pequeños grupos o el uso de

¹ Por ejemplo, las investigaciones ya referidas de Van Klaveren y De Witte (2010), Schwerdt y Wuppermann (2011), Bietenbeck (2014), Falck, Mang y Woessmann (2015) o Mediavilla y Escardíbul (2015).

recursos informáticos durante las clases, vinculados a la implementación de medidas para el desarrollo de habilidades metacognitivas, dan lugar a efectos negativos sobre el mismo. En consecuencia, requieren una evaluación precisa de su validez, que vaya más allá de la constatada entre grupos de docentes muy comprometidos con la innovación, antes de proceder al fomento de la generalización de su implantación generalizada en el sentido ya advertido por Muijs *et al.* (2014).

Finalmente en relación a las instituciones educativas, se ha constatado que también en el caso de modelos que incluyen variables relacionadas con el proceso de enseñanza-aprendizaje, el efecto *peer* resulta muy relevante y da lugar a la no significatividad de las variables vinculadas a la titularidad del centro educativo para explicar la disparidad de rendimiento entre centros. Además, se ha incorporado como novedad la detección de un impacto negativo del tamaño del colegio o instituto sobre el rendimiento escolar, lo que plantea la necesidad de ampliar los análisis económicos sobre producción educativa para que consideren problemas asociados a la escala y a las modalidades de organización y gestión directiva de los centros educativos.

La observación de los datos individuales, con menor rendimiento de las chicas en la competencia matemática, y la constatación del limitado desarrollo de los niveles de excelencia en Matemáticas para el caso español, han conducido a desarrollar los Capítulos 5 y 6 del trabajo.

Así, el quinto revisa la literatura sobre las relaciones entre rendimiento en Matemáticas y género y lleva a cabo una estimación multinivel siguiendo un esquema similar al del Capítulo 4 pero referido en esta ocasión a alumnos y alumnas de modo separado, para detectar disparidades vinculadas a los procesos de enseñanza-aprendizaje y a las condiciones en que unos y otras participan en los mismos. En el nivel individual, se ha constatado la existencia de dificultades graves derivadas del hecho de combinarse la condición de mujer e inmigrante en las aulas.

En el ámbito de las estrategias de aprendizaje, la de elaboración resulta clave para ambos sexos si no se considera la motivación instrumental. Sin embargo, la inclusión de la misma en los modelos elimina su significatividad para los chicos pero no para las chicas, lo que refleja vivencias diferenciadas de los procesos de enseñanza-aprendizaje y de su gestión que es necesario examinar en mayor profundidad por su repercusión sobre el rendimiento escolar.

Además, se han descrito efectos dispares asociados al género de algunas variables relacionadas con el proceso de enseñanza. Singularmente, son relevantes los vinculados a variables que implican interacción social especial entre alumnos y alumnas y de los mismos con sus docentes como consecuencia de los rasgos de la estrategia didáctica aplicada. Concretamente, las chicas son especialmente perjudicadas por el uso de metodologías basadas en proyectos y por las que impliquen el uso de las tecnologías de la información y la comunicación. Además, manifiestan más sensibilidad

a aspectos como la definición muy directiva de objetivos o el apoyo de los docentes cuando su rendimiento escolar es bajo, factores que presentan un impacto positivo en su rendimiento. Finalmente, se ha observado un papel desigual de la motivación instrumental de las chicas respecto de la utilidad de las Matemáticas que es un indicador de una transmisión socialmente condicionada de los roles vinculados a las carreras académicas y profesionales en función del género del alumnado.

Todos estos resultados resaltan la necesidad de diseñar e implementar políticas educativas conducentes al tratamiento de estas disparidades para contribuir a la progresiva equiparación de los grados de desarrollo de esta competencia entre los dos sexos.

Por otra parte, el Capítulo 6 emplea una metodología *logit* multinivel para analizar los efectos de las variables relacionadas con los procesos de enseñanza-aprendizaje sobre la probabilidad de lograr competencias excelentes (niveles PISA 5 y 6) o bajas (niveles 0, 1 y 2), observando relaciones de interés. En el ámbito del aprendizaje, se han mostrado relevantes el papel del uso de las estrategias de control y memorización entre los estudiantes de baja competencia, que contrasta con las de elaboración empleadas por los de niveles de rendimiento excelente.

También se ha constatado que la experiencia previa con las Matemáticas Aplicadas a lo largo de la vida escolar estaría asociada a bajos niveles socioeconómicos y de desarrollo de la competencia matemática, mientras que la mantenida con las Matemáticas Puras está más presente entre los alumnos que asisten a centros con compañeros con mejor nivel socioeconómico medio. Además, un mayor valor del índice EXAPPLM contribuye a explicar una reducción en la probabilidad del menor rendimiento escolar en Matemáticas.

El análisis realizado respecto al tratamiento de las Matemáticas Puras en los centros más desfavorecidos plantea la necesidad de revisar la regulación del tratamiento de estos contenidos en el currículo escolar en España. Nuestro país viene siguiendo una orientación sistemática hacia la presencia creciente de las Matemáticas Aplicadas, especialmente en el caso con el alumnado con mayores dificultades académicas en la enseñanza secundaria obligatoria. Así, por ejemplo, las recientes medidas curriculares que la Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa ha establecido al extender de 4º a 3º de ESO una modalidad de Matemáticas Aplicadas para los estudiantes con dificultades y ser ese mismo el sentido de los programas de diversificación curricular o de mejora de los rendimientos escolares que con diferentes denominaciones tienen implantados todas las comunidades autónomas españolas desde los años noventa, teóricamente orientados a que los estudiantes alcancen al menos los niveles medios de la competencia matemática. Finalmente plantea también la necesidad de llevar a cabo una revisión de la formación matemática de los docentes de la enseñanza primaria, así como de las políticas de formación inicial, acceso a los cuerpos docentes

y formación continua para incluir aspectos científicos y didácticos vinculados al tratamiento de las Matemáticas Puras.

Además, los resultados referidos a las prácticas didácticas empleadas durante los procesos de enseñanza-aprendizaje alertan sobre el uso de estrategias didácticas innovadoras centradas en el desarrollo de habilidades metacognitivas y basadas en el uso muy frecuente de las TIC en contextos de nivel socioeconómico bajo por su estrecha vinculación con reducidos niveles de rendimiento escolar, lo que contrasta con la muy minoritaria presencia de la aplicación de estas estrategias de enseñanza entre estudiantes de nivel socioeconómico alto y elevado rendimiento escolar en Matemáticas.

Analizados conjuntamente los resultados obtenidos en este capítulo también plantean la necesidad de una supervisión específica por parte de las autoridades educativas respecto del tratamiento dado a la enseñanza de las Matemáticas en los centros educativos de menor nivel socioeconómico. La razón esencial es que según los resultados obtenidos se pueden estar produciendo prácticas de *curriculum empobrecido* aplicadas a los sectores socioeconómicos más desfavorecidos u otras que, priorizando el desarrollo de otras competencias, suponen también un impacto negativo sobre el rendimiento logrado por el alumnado en esta. Dado el carácter instrumental de la competencia matemática, el mantenimiento de los factores diferenciales actuales repercute tanto en la formación académica como en la integración profesional y social del alumnado de estos segmentos de la población. Este hecho, además, afecta al papel de los sistemas educativos respecto a la movilidad social de los individuos y a la equidad social. En este sentido, presenta especial gravedad por las relaciones existentes entre la formación matemática excelente y el éxito futuro en carreras universitarias conducentes a mayores niveles de estatus socioeconómico y mejor integración social.

Finalmente, el Capítulo 7 ha abordado la relación entre los procesos de enseñanza-aprendizaje, el marco regulatorio institucional y el rendimiento escolar. Con ese fin se ha aprovechado la circunstancia de que PISA ha evaluado por primera vez en 2012 la competencia financiera en un contexto internacional caracterizado por fuertes disparidades en la modalidad de tratamiento e implantación de la misma en diferentes sistemas educativos. Dado este hecho, se ha estudiado en qué medida los procesos de enseñanza-aprendizaje y sus resultados pueden estar fuertemente condicionados por el marco regulatorio establecido. En este sentido, los datos disponibles eran especialmente útiles para profundizar en el análisis de si la modalidad de tratamiento de la inclusión de un ámbito de conocimiento en el sistema educativo y la cualificación científica y didáctica exigidas a los agentes encargados de su tratamiento pueden afectar de modo relevante al grado de desarrollo de la competencia por parte del alumnado.

Los modelos multinivel estimados para los trece países de la OCDE participantes en el estudio han constatado la vinculación entre bajos niveles socioeconómicos y pobre desempeño en la competencia financiera. Además, han permitido describir como los países con más alto nivel de desarrollo de la competencia financiera han basado sus iniciativas para el tratamiento de la misma en sus instituciones educativas en el principio de especialización de los docentes encargados de la misma y en la inclusión de estos conocimientos de modo diferenciado en el currículo escolar.

En definitiva, la revisión de la literatura realizada a lo largo de este trabajo y las estimaciones empíricas llevadas a cabo durante el mismo han puesto de manifiesto la necesidad de integrar en la especificación de la función de producción educativa variables y rasgos tecnológicos específicos de la misma y vinculadas a los procesos de enseñanza-aprendizaje. Su consideración permitirá fundamentar más adecuadamente aspectos como el diseño de los procesos de selección de personal docente o su formación inicial y continua. Asimismo esta perspectiva es relevante para fundamentar la evaluación de las instituciones educativas y del ejercicio profesional en su seno.

Aunque todas estas conclusiones deben ser tomadas con precaución, por tratarse de resultados aún incipientes en una literatura que empieza a configurarse y cuyos resultados deben ser contrastados con metodologías y datos complementarios, los resultados obtenidos subrayan la existencia de un nivel intermedio entre el contexto meramente socioeconómico de los escolares y sus familias y las grandes variables estructurales de los centros educativos habitualmente consideradas en los estudios sobre producción educativa que resulta relevante y en cuyo estudio es preciso seguir profundizando.

En este sentido, pueden citarse algunas líneas de investigación futuras que se derivan del presente trabajo. Así, respecto del enfoque adoptado en el mismo, se hace necesario extender el análisis a algunos casos particulares como el de los estudiantes repetidores, así como llevar a cabo análisis cruzados que incluyan género y nivel de rendimiento simultáneamente y género y condición de repetidor. De modo similar, son de interés estudios que consideren la condición de inmigrante y los procesos de enseñanza-aprendizaje experimentados por estos estudiantes o, en un sentido similar, que analicen detenidamente los vínculos entre el nivel socioeconómico y la aplicación de estrategias diferenciadas de enseñanza-aprendizaje y sus efectos sobre el desarrollo de la competencia matemática.

En relación a los contenidos objeto de la investigación es de interés la realización de estudios similares, en la medida en que vaya habiendo datos disponibles, en el resto de los ámbitos de conocimiento para determinar las posibles disparidades y semejanzas entre la incidencia de las variables

estudiadas y el rendimiento escolar de los demás dominios vinculados a las competencias para el aprendizaje permanente.

Desde el punto de vista metodológico, es necesario profundizar en el análisis y tratamiento de los potenciales problemas de multicolinealidad y endogeneidad que afectan a los resultados en la estimación de funciones de producción educativa que consideren las variables vinculadas a los procesos de enseñanza-aprendizaje, como consecuencia de la complejidad de las interrelaciones entre variables explicativas cuya consideración es novedosa, y que vienen a ampliar un catálogo de anteriores limitaciones por posibles sesgos de los resultados obtenidos que viene siendo objeto de prolongada controversia en la investigación sobre producción educativa según se ha descrito en la revisión de la literatura realizada.

Además, es relevante verificar con metodologías alternativas a la jerárquica lineal multinivel y a la jerárquica logística multinivel las relaciones descritas, por si parte de las mismas se derivaran del tratamiento de las variables o de los rasgos propios de las mismas metodologías, cuyas limitaciones pudieran ser salvadas por otras vías. En este sentido habría que realizar análisis cuantílicos, así como aplicar otras metodologías paramétricas y no paramétricas que incluyeran datos vinculados a los procesos de enseñanza-aprendizaje entre las variables explicativas de sus análisis.

También es preciso desarrollar análisis de eficiencia con transcendencia sobre la gestión de los centros educativos. En primera instancia, aprovechando el marco multinivel del presente estudio en la línea de los trabajos de Thieme, Prior y Tortosa-Ausina (2013) o Cordero, Prior y Simancas (2013), investigaciones que incluyan la consideración de las variables vinculadas a los procesos de enseñanza-aprendizaje, junto a diferentes fronteras de producción asociables a los niveles individual, familiar, de experiencia del aprendizaje, de relación con la enseñanza, de interacción social con los compañeros de los centros educativos y de organización de los mismos. De modo complementario, empleando otros enfoques metodológicos que también analicen el papel de los procesos de enseñanza-aprendizaje al estudiar la eficiencia de los procesos productivos.

Finalmente, desde una perspectiva longitudinal, es de interés determinar si la experiencia continuada durante la vida escolar de catálogos determinados de estrategias de enseñanza o aprendizaje condicionan y con qué intensidad el desarrollo de los itinerarios académicos y profesionales de los sujetos, su empleabilidad y el grado de su integración en la vida social.

BIBLIOGRAFÍA

- Adams, R. J. y Wu, M. L. (2002). *PISA 2000 Technical Report*. París: OECD Publishing.
- Adams, R.J., Wilson, M.L. y Wang, W.C. (1997). The Multidimensional Random Coefficients Multinomial Logit Model, *Applied Psychological Measurement*, 21, 1-23.
- Afriat, S. N. (1972). Efficiency estimation of production functions. *International Economic Review*, 568-598.
- Aigner, D. J. y Chu, S. F. (1968). On estimating the industry production function. *The American Economic Review*, 826-839.
- Aigner, D., Lovell, C. K. y Schmidt, P. (1977). Formulation and estimation of stochastic frontier production function models. *Journal of Econometrics*, 6(1), 21-37.
- Aitkin, M. y Longford, N. (1986). Statistical modelling issues in school effectiveness studies. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*, 1-43.
- Akerlof, G. A. y Kranton, R. E. (2002). Identity and schooling: Some lessons for the economics of education. *Journal of economic literature*, 1167-1201.
- Almlund, M.; Lee, A.; Heckman, J. y Kautz, T. (2011). Personality, Psychology and Economics. *Handbook of Economics of Education*, vol. 4. Amsterdam: Elsevier B.V.
- Altonji, J. G. y Blank, R. M. (1999). Race and gender in the labor market. *Handbook of Labor Economics*, 3, 3143-3259.
- Ammermüller, A. (2004). *PISA: What Makes the Difference? Explaining the Gap in PISA Test Scores between Finland and Germany*. ZEW Discussion Paper, 04-04.
- Angrist, J. y Pischke, V. (2002). New Evidence on Classroom Computers and Pupil Learning. *The Economic Journal*, 112(482), 735-765.
- Apple, M.W. (1986). *Ideología y currículo*. Madrid: Editorial Akal Universitaria.
- Apple, M.W. (2002). *Educación "como Dios manda"*. Mercados, niveles, religión y desigualdad. Barcelona: Paidós.
- Aragon, Y., Daouia, A. y Thomas-Agnan, A. (2005). Nonparametric frontier estimation: A conditional quantile-based approach'. *Econometric Theory* 21, 358-389.
- Aronson, J. y McGlone, M. S. (2008). Stereotype and social identity threat. En Nelson, T. (Ed.). *The Handbook of prejudice, stereotyping, and discrimination*, 153-178. Nueva York, NY: Psychology Press.
- Artelt, C., Baumert, J., McElvany, N.J. y Peschar, J. (2003). *Learners for Life. Student Approaches to Learning. Results from PISA 2000*. París: OECD.
- Ashby, J. S., Schoon, I. y Webley, P. (2011). Save now, save later? Linkages between saving behaviour in adolescence and adulthood. *European Psychologist*, 16, 227-237.
- Atkinson, A. y Messy, F. (2013). *Promoting Financial Inclusion through Financial Education: OECD/INFE Evidence, Policies and Practice*. OECD Working Papers on Finance, Insurance and Private Pensions, 34. París: OECD Publishing.
- Baker, D. P. y Jones, D. P. (1993). Creating gender equality: Cross-national gender stratification and mathematical performance. *Sociology of Education*, 91-103.
- Banco de España y Comisión Nacional del Mercado de Valores (2008). *Plan de Educación Financiera 2008-2012*. Madrid: Banco de España.

- Banco de España y Comisión Nacional del Mercado de Valores (2013). *Plan de Educación Financiera 2013-2017*. Madrid: Banco de España.
- Bandura, A. (1986). *Social foundations of thought and action: A social cognitive theory*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall.
- Banerjee, A, Cole, S., Duflo, E. y Linden, L. (2007). Remedying Education: Evidence from Two Randomized Experiments in India. *Quarterly Journal of Economics*, 122(3), 1235-1264.
- Banker, R. D., Charnes, A. y Cooper, W. W. (1984a). Models for estimating technical and scale efficiencies in data envelopment analysis. *Management Science*, 30 (9), 1078-1092.
- Banker, R. D., Charnes, A. y Cooper, W. W. (1984b). Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis. *Management Science* 30(9), 1078-1092.
- Barber, M. y Mourshed, M. (2007). *How the best performing school systems come out on top*. London: McKinsey and Company.
- Barrera-Osorio, F. y Linden, L. L. (2009). The use and misuse of computers in education: Evidence from a randomized experiment in Colombia. *World Bank Policy Research Working Paper Series*.
- Barrera-Osorio, F., Garcia Moreno, V., Patrinos, H. A. y Porta, E. E. (2011). Using the Oaxaca-Blinder decomposition technique to analyze learning outcomes changes over time: an application to Indonesia's results in PISA mathematics. *World Bank Policy Research Working Paper Series*.
- Barrow, M. M. (1991). Measuring local education authority performance: a frontier approach. *Economics of Education Review*, 10(1), 19-27.
- Battese, G. E. y Rao, D. P. (2002). Technology gap, efficiency, and a stochastic metafrontier function. *International Journal of Business and Economics*, 1(2), 87-93.
- Battese, G. E., Rao, D. P. y O'Donnell, C. J. (2004). A metafrontier production function for estimation of technical efficiencies and technology gaps for firms operating under different technologies. *Journal of Productivity Analysis*, 21(1), 91-103.
- Baumert, J., Fend, H., O'Neil, H.F. y Peschar ; J.L. (1998). *Prepared for Life-Long Learning. Frames of Reference for the Measurement of Self-Regulated Learning as a Cross-Curricular Competence (CCC) in the PISA Project*. París: OECD.
- Baumert, J., Klieme, E., Neubrand, M., Prenzel, M., Schiefele, U., Schneieder, W. y Tilmann, K.J. (1998). *Self-Regulated Learning as a Cross-Curricular Competence*. Berlin: Max Planck Institut für Bildungsforschung.
- Beane, J.A. (2005). *La integración del curriculum*. Madrid: Morata y Ministerio de Educación y Ciencia.
- Bericat, E. (1998). *La integración de los métodos cuantitativo y cualitativo en la investigación social*. Barcelona: Ariel.
- Bertrand, M. (2011). New Perspectives on Gender. *Handbook of Labor Economics*, 4, 1543-1590.
- Bessent, A. M. y Bessent, E.W. (1980), Determining the comparative efficiency of schools through data envelopment analysis, *Educational Administration Quarterly*, 16, 57-75.
- Bessent, A.W., Bessent, J. Kennington y Reagan, B. (1982), An application of mathematical programming to assess productivity in the Houston independent school district, *Management Science*, nº 28, 1355-1367.

- Bietenbeck, J. (2014). Teaching practices and cognitive skills. *Labour Economics*, vol. 30(C), 143-153.
- Blinder, A. S. (1973). Wage discrimination: reduced form and structural estimates. *Journal of Human Resources*, 436-455.
- Bol, L. y Hacker, D.J. (2012). Calibration research: where do we go from here? *Frontiers in Psychology. Educational Psychology*. Vol. 3, Jul. 2012, 1-6.
- Booth, C. y Bennett, C., 2002. Gender mainstreaming in the European Union: Towards a new conception and practice of equal opportunities? *The European Journal of Women's Studies*, 9(4), 430-446.
- Borkowski, J. G., Chan, L. K. S. y Muthukrishna, N. (2000). A process-oriented model of metacognition: Links between motivation and executive functioning. En Borkowski, J.G. and Day, J.D. (eds.), *Cognition inspecial children: Comparative approaches to retardation, learning disabilities, and giftedness*, p. 123-152. Norwood: Ablex.
- Bórquez, R. (2007). *Pedagogía crítica*. Sevilla: Editorial Mad.
- Bulman, G. y Fairlie, R. W. (2015). Technology and Education: Computers, Software, and the Internet. *Handbook of Economics of Education. Vol 5*. En prensa. Consultado el 10-04-2015 en http://people.ucsc.edu/~gbulman/tech_jan_2015.pdf.
- Cabras, S. y Tena, J. D. D. (2014). A Bayesian nonparametric modelling to estimate student response to ICT investment. UC3M *Working paper* 14-30. *Statistics and Econometrics Series (20)*. Diciembre 2014. Madrid: Universidad Carlos III
- Cabrer, B., Sancho, A. y Serrano, G. (2001): *Microeconometría y decisión*. Madrid: Pirámide.
- Calero, J. y Escardíbul, J.O. (2013). *El rendimiento del alumnado de origen inmigrante en PISA-2012*. PISA 2012. Informe Español. Volumen II, Análisis Secundario, 4-31. Madrid: Instituto Nacional de Evaluación Educativa.
- Calero, J., Choi, A. y Waisgrais, S. (2010). Determinantes del riesgo de fracaso escolar en España: una aproximación a través de un análisis logístico multinivel aplicado a PISA-2006. *Revista de Educación*, número extraordinario, 225-256. Madrid: Ministerio de Educación.
- Calero, J., Choi, A. y Waisgrais, S. (2009). Determinantes del rendimiento educativo del alumnado de origen nacional e inmigrante. *Cuadernos Económicos del ICE*, 78, 281-311.
- Calero, J., Escardíbul, J. O. y Choi, Á. (2012). El fracaso escolar en la Europa Mediterránea a través de PISA-2009: radiografía de una realidad latente. *Revista Española de Educación Comparada*, (19), 69-104.
- Calero, J., Escardíbul, O., Waisgrais, S. y Mediavilla, M. (2007). Desigualdades socioeconómicas en el sistema educativo español. *Revista de Educación*, 362. Madrid: Ministerio de Educación.
- Callan, S. J. y Santerre, R. E. (1990). The production characteristics of local public education: A multiple product and input analysis. *Southern Economics Journal*, 57 (2), 468-480.
- Carroll, J. (1963). A model of school learning. *The Teachers College Record*, 64(8), 723-723.
- Carroll, J. B. (1989). The Carroll model a 25-year retrospective and prospective view. *Educational Researcher*, 18(1), 26-31.
- Castells, M. (2006). *La sociedad red: una visión global*. Madrid: Alianza Editorial.
- Cazals, C., Florens, J. P. y Simar, L. (2002). Nonparametric frontier estimation: A robust approach. *Journal of Econometrics*, 106, 1-25.

- Chakraborty, K., Biswas, B. y Lewis, W.C. (2001). Measurement of Technical Efficiency in Public Education: a Stochastic and Non-Stochastic Production Function Approach. *Southern Economic Journal*, 67 (4), 889-905.
- Charnes, A.; Cooper, W.W. y Rhodes, E. (1978). Measuring the Efficiency of Decision Making Units. *European Journal of Operational Research*, 2 (6), 429-444.
- Charnes, A., Cooper, W. W. y Rhodes, E. (1981). Evaluating program and managerial efficiency: an application of data envelopment analysis to Program Follow Through, *Management Science*, 27: 668-697.
- Cherchye, L., Kuosmanen, T. y Post, T. (2000). What is the economic meaning of FDH? A reply to Thrall. *Journal of Productivity Analysis*, 13(3), 263-267.
- Chetty, R., Friedman, J. N. y Rockoff, J. E. (2014a). Measuring the Impact of Teachers I: Evaluating Bias in Teacher Value-Added Estimates. *American Economic Review* 104(9), 2593-2632.
- Chetty, R., Friedman, J. N. y Rockoff, J. E. (2014b). Measuring the Impact of Teachers II: The Long-Term Impacts of Teachers. *American Economic Review* 104(9), 2633-2679.
- Chetty, R., Friedman, J. N. y Rockoff, J. E. (2014c). Response to Rothstein (2014). Descargado el 20-02-2015 de http://obs.rc.fas.harvard.edu/chetty/Rothstein_response.pdf.
- Chiu, M. M., Chow, B. W. Y. y McBride-Chang, C. (2007). Universals and specifics in learning strategies: Explaining adolescent mathematics, science, and reading achievement across 34 countries. *Learning and Individual Differences*, 17(4), 344-365.
- Chuy, M. y Nitulescu, R. (2013). *PISA 2009: Explaining the gender gap in reading through reading engagement and approaches to learning*. Research paper. Toronto: CMEC y HRSDC.
- Coelli, T. J., Rao, D. S. P., O'Donnell, C. J. y Battese, G. E. (2005). *An introduction to efficiency and productivity analysis*. Second Edition. New York: Springer Science and Business Media.
- Coleman, J. S., Campbell, E. Q., Hobson, C. J., McPartland, F., Mood, A. M., Weinfeld, F. D., et al. (1966). *Equality of educational opportunity*. Washington, DC: U.S. GPO.
- Coll, C.; Palacios, J. y Marchesi, A (2010), compiladores. *Desarrollo psicológico y educación II. Psicología de la educación escolar*. Segunda Edición. Madrid: Alianza Editorial.
- Comisión Comunidades Europeas, CCE (2005). *Libro Blanco sobre la política de servicios financieros (2005-2010)*. Consultado el 15-07-2014 en <http://eur-lex.europa.eu/legal-content/ES/TXT/?uri=URISERV:l33225>.
- Comisión Comunidades Europeas, CCE (2007). Comunicación *La educación financiera*. Consultado el 15-07-2014 en <http://eur-lex.europa.eu/legal-content/ES/TXT/?uri=CELEX:52007DC0808>.
- Cook, W. D. y Seiford, L. M. (2009). Data Envelopment Analysis (DEA). Thirty years on. *European Journal of Operational Research*, 192, 1-17.
- Cooper, W. W., Seiford, L. M. y Tone, K. (2007). *Data Envelopment Analysis. A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software*. Segunda edición. Nueva York: Springer.
- Cordero J. M., Crespo, E., Pedraja, F. y Santín, D. (2011). Exploring Educational Efficiency Divergences Across Spanish Regions in PISA 2006. *Revista de Economía Aplicada*, vol. 19, nº 3, 117-145.
- Cordero, J. M., Crespo, E. y Pedraja, F. (2013). Rendimiento educativo y determinantes según PISA: una revisión de la literatura en España. *Revista de educación*, nº 362, 273-297.

- Cordero, J. M., Crespo, E. y Santín, D. (2010). Factors Affecting Educational Attainment: Evidence from Spanish PISA 2006 Results. *Regional and Sectorial Economic Studies*, 10 (2), 55-76.
- Cordero J.M., Crespo, E., Pedraja, F. y Santín, D. (2011). Exploring Educational Efficiency Divergences Across Spanish Regions in PISA 2006. *Revista de Economía Aplicada*, vol XIX, nº 57, 117-145.
- Cordero, J. M., Manchón, C. y Simancas, R. (2012). Análisis de los condicionantes del rendimiento educativo de los alumnos españoles en PISA 2009 mediante técnicas multinivel. *Presupuesto y Gasto Público*, 37, 71-96.
- Cordero, J. M., Prior, D. y Simancas, R. (2013). A comparison of public and private schools in Spain using robust nonparametric frontier methods. *Central European Journal of Operations Research*, 1-22.
- Creemers, B. P. (1994). *The effective classroom*. London: Cassell.
- Creemers, B. P.M. y Kyriakides, L. (2008). *The dynamics of educational effectiveness: A contribution to policy, practice, and theory in contemporary schools*. Londres: Routledge.
- Crespo, E., Pedraja, F. y Santín, D. (2014). Does school ownership matter? An unbiased efficiency comparison for regions of Spain. *Journal of Productivity Analysis*, 41 (1), 153-172.
- Crocker, R., Glickman, V., Levin, B., Schachter, L., Anderson, J., Ungerleider, L. y Monseur, C. (2010). *Mathematics Teaching and Learning Strategies*. Paris: OECD.
- Cunha, F. y Heckman, J.J. (2007). *The technology of skill formation*. NBER Working Paper Series, nº 12840. Cambridge: National Bureau of Economic Research.
- Cunha, F. y Heckman, J. J. (2008). Formulating, identifying and estimating the technology of cognitive and non cognitive skill formation. *Journal of Human Resources*, vol.43, nº 4, Fall 2008, 738-782.
- Cunha, F. y Heckman, J.J. (2009). *The Economics and Psychology of inequality and human development*. NBER Working Paper Series, nº 14695. Cambridge: NBER.
- Cunha, F., Heckman, J. J. y Schennach, S. (2010). *Estimating the technology of cognitive and non cognitive skill formation*. Discussion Paper, nº 4702. Bonn: Institute for the Study of Labor (IZA).
- Daraio, C. y Simar, L. (2005). Introducing environmental variables in nonparametric frontier models: A probabilistic approach. *Journal of Productivity Analysis*. 24, 93-121.
- Dawson, T.L. (2008). *Metacognition and learning in adulthood*. Northampton: Developmental Testing Servic, LLC. Consultado el 05-10-2013 en <https://dts.lectica.org/PDF/Metacognition.pdf>.
- De la Rica, S. y De San Román, A. G. (2013). Brechas de Género en los Resultados de PISA: El Impacto de las Normas Sociales y la Transmisión Intergeneracional de las Actitudes de Género. *Documentos de trabajo (FEDEA)*, 10, 1-41.
- De Leeuw, J., Meijer, E. y Goldstein, H. (2008). *Handbook of multilevel analysis*. New York: Springer.
- De Witte, K. y Kortelainen, M. (2013). What explains performance of students in a heterogeneous environment? Conditional efficiency estimation with continuous and discrete environmental variables”, *Applied Economics*, 45(17), 2401–2412.

- De Witte, K. y Verschelde, M. (2010). *Estimating and explaining efficiency in a multilevel setting: A robust two-stage approach*. Working Paper, 2010/957. Gante: Universidad de Gante.
- De Witte, K., Thanassoulis, E., Simpson, G., Battisti, G. y Charlesworth-May, A. (2010). Assessing pupil and school performance by non-parametric and parametric techniques. *Journal of the Operational Research Society*, 61, 1224-1237.
- Debreu, G. (1951). The coefficient of resource utilization. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 273-292.
- Deller, S. C. y E. Rudnicki (1993), Production Efficiency in Elementary Education: The Case of Maine Publics Schools. *Economics of Education Review*, 12, 45-57.
- Denison, E.F. (1962). The Sources of Economic Growth in the United States and the Alternatives Before Us. *Supplementary Paper*, 13. New York: *Committee for Economic Development*.
- Deprins, D., L. Simar y H. Tulkens (1984). Measuring labor inefficiency in post offices. En: M. M. P. Pestieau and H. Tulkens (eds.): *The Performance of Public Enterprises: Concepts and Measurements*. Amsterdam: North-Holland, 243-267.
- Denzin, N. K. (1970). *The research act: A theoretical introduction to sociological methods*. New Jersey: Transaction publishers.
- Denzin, N. K. (2012). Triangulation 2.0. *Journal of Mixed Methods Research*, 6(2), 80-88.
- Dignath, C. y Buettner, G. (2008). Components of fostering self-regulated learning among students, a meta-analysis on intervention studies at primary and secondary school level. *Metacognition and Learning*, 3, 231-264.
- Ding, W. y Lehrer, S.F. (2010). Accounting for time-varying unobserved ability heterogeneity within education production functions. Consultado el 26-11-2013 en <http://post.queensu.ca/~dingw/edupf.pdf>.
- Dinsmore, D. L., Alexander, P. A. y Loughlin, S. M. (2008). Focusing the conceptual lens on metacognition, self-regulation, and self-regulated learning. *Educational Psychology Review*, 20(4), 391-409.
- Dolado, J. J. (2009). La educación en la encrucijada, en *La crisis de la economía española. Lecciones y Propuestas*, p. 56-58. Madrid: FEDEA.
- Dolton, P. y Marcenaro, O. D. (2011). If you pay peanuts do you get monkeys? A cross-country analysis of teacher pay and pupil performance. *Economic Policy*. January, 5-55.
- Dolton, P., Marcenaro, O. D. y Navarro, L. (2003). The effective use of student time: a stochastic frontier production function case study. *Economics of Education Review*, 22, 547-560.
- Domenech, F., Traver, J.A., Moliner, O. y Sales, A. (2006). Análisis de las variables mediadoras entre las concepciones educativas del profesor de secundaria y su conducta docente, en *Revista de Educación*, nº 340, 473-492.
- Drabowicz, T. (2014). Gender and digital usage inequality among adolescents: A comparative study of 39 countries. *Computers & Education*, 74, 98-111.
- Duncan, K. C. y Sandy, J. (2007). Explaining the performance gap between public and private school students. *Eastern Economic Journal*, 177-191.
- Eccles, J.S. (2007) Where are all the women? Gender differences in participation in physical science and engineering. Chapter 16 in *Why Aren't More Women in Science? Top Researchers Debate the Evidence* (Ceci, S.J. and Williams, W.M., eds), 199-210, American Psychological Association.

- Efklides, A. (2008). Metacognition: defining its facets and levels of functioning in relation to self-regulation and co-regulation. *European Psychologist*, 13, 277-287.
- Efklides, A. (2011). Interactions of metacognition with motivation and affect in self-regulated learning: the MASRL model. *Educational Psychologist*, 46, 6-25.
- Efklides, A. y Misailidi, P. (2010). *Trends and Prospects in Metacognition Research*. Nueva York: Springer.
- Else-Quest, N. M. y Grabe, S. (2012). The Political Is Personal Measurement and Application of Nation-Level Indicators of Gender Equity in Psychological Research. *Psychology of Women Quarterly*, 36(2), 131-144.
- Else-Quest, N. M., Hyde, J. S. y Linn, M. C. (2010). Cross-national patterns of gender differences in mathematics: a meta-analysis. *Psychological Bulletin*, 136(1), 103-127.
- Emrouznejad, A., Parker, B. R. y Tavares, G. (2008). Evaluation of research in efficiency and productivity: A survey and *analysis of the first 30 years of scholarly literature in DEA*. *Socio-economic Planning Sciences* 42 (3), 151-157.
- Eren, O. y Henderson, D. J. (2008). The impact of homework on student achievement. *The Econometrics Journal*, 11(2), 326-348.
- Escardibul, O. (2008). Los determinantes del rendimiento educativo en España. Un análisis a partir de la evaluación de PISA-2006. *Investigaciones de Economía de la Educación*, 3, 153-162.
- Esteve, J.M. (2003). *La tercera revolución educativa: la educación en la sociedad del conocimiento*. Barcelona: Paidós.
- Falck, O., Mang, C. y Woessmann, L. (2015). Virtually No Effect? Different Uses of Classroom Computers and their Effect on Student Achievement. *IZA Discussion Paper Series*, N° 8939.
- Färe, R. y Grosskopf, S. (2012). *Intertemporal production frontiers: with dynamic DEA*. Nueva York: Springer Science and Business Media.
- Färe, R., Grosskopf, S. y Knox Lovell, C.A. (1994). *Production Frontiers*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Farrell, M. J. (1957). The measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*, 253-290.
- Fernández de Guevara, J., Serrano, L. y Soler, A. Esfuerzo y competencia financiera en España: un análisis con datos PISA. En MECD (2014), *PISA 2012: Competencia Financiera. Informe español. Vol. II: Análisis secundario*, p. 25-50. Madrid: INEE.
- Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive-developmental inquiry. *American Psychologist*, 34 (10), 906-911.
- Fredricks, J. A., Blumenfeld, P. C. y Paris, A. H. (2004). School engagement: Potential of the concept, state of the evidence. *Review of Educational Research*, 74, 59-109.
- Fried, O., Knox Lovell, C. A. y Schmidt, S. S., ed. (2008). *The Measurement of Productive Efficiency and Productivity*. Nueva York: Oxford University Press.
- Friedline, T. L., Elliot, T. L. y Nam, I. (2010). Predicting Savings from Adolescence to Young Adulthood: A Propensity Score Approach. *Journal of the Society for Social Work and Research*, 2 (1), 1-22.
- Fuchs, T. y Wowssmann, L. (2007). What Accounts for International Differences in Student Performance? A Re-Examination Using PISA Data. *Empirical Economics*, 32 (2), 433-464.

- Ganzeboom, H. B. G. (2010). *Do's and Don't's of Occupation Coding with an Extension on ISCO-08*. Working paper, Department of Social Amsterdam: Research Methodology.
- García-Pérez, J. I., Hidalgo-Hidalgo, M. and Robles-Zurita, J. A. (2014). Does grade retention affect students' achievement? Some evidence from Spain. *Applied Economics*, 46(12), 1373-1392.
- Garon, S. (2012). *Beyond Our Means: Why America Spends While The World Saves*. Princeton: Princeton University Press.
- Geary D. C. (2010). *Male, Female: the Evolution of Human Sex Differences*, 2ª edición. Washington: American Psychological Association.
- Gerardi, K., Goette, L. y Meier, S. (2010). Financial Literacy and Subprime Mortgage Delinquency: Evidence from a Survey Matched to Administrative Data. Federal Reserve Bank of Atlanta, *Working Paper Series* n° 2010-10.
- Gipps, C. V. y Murphy, P. (1994). *A fair test? Assessment, achievement and equity*. Open University Press.
- Goe, L. (2007). The Link between Teacher Quality and Student Outcomes: A Research Synthesis. Washington: *National Comprehensive Center for Teacher Quality*.
- Goldhaber, D. D. y Brewer, D. J. (1997). Why don't schools and teachers seem to matter? Assessing the impact of unobservables on educational productivity. *Journal of Human Resources*, 505-523.
- González-Betancor, S. y López-Puig, A. (2006). Resultado educativo en España: ¿éxito o fracaso? *Investigaciones de Economía de la Educación*, 1, 173-187.
- Goolsbee, A. y Guryan, J. (2006). The impact of Internet subsidies in public schools. *The Review of Economics and Statistics*, 88(2), 336-347.
- Grao, J. e Ipiña, A. (1996). *Economía de la Educación. Temas de estudio e investigación*. Bilbao: Departamento de Educación, Universidades e Investigación.
- Greene, W. H. (1980). Maximum Likelihood Estimation of Econometric Frontier Functions, *Journal of Econometrics*, 13, 27-56.
- Greene, W. H. (1999). *Análisis econométrico*. Tercera edición. Madrid: Prentice Hall Iberia.
- Greene, W. H. (2008). The Econometric Approach to Efficiency Analysis. En Fried, O., Knox Lovell, C. A. y Schmidt, S. S., ed., *The Measurement of Productive Efficiency and Productivity*, cap. 2 (p. 92-250). Nueva York: Oxford University Press.
- Grifoni, A. y Messy, F. (2012), *Current Status of National Strategies for Financial Education: A Comparative Analysis and Relevant Practices*, OECD Working Papers on Finance, Insurance and Private Pensions, 16. París: OECD Publishing.
- Griliches, Z. (1970). Notes on the role of education in production functions and growth accounting. En *Education, income, and human capital*, 71-127). NBER.
- Grimes, P.W. (2002). The overconfident principles of economics students: an examination of a metacognitive skill. *Journal of Educational Psychology*. 33, 15-30.
- Grosskopf, S. (1993). Efficiency and Productivity. En Fried, H.O., C.A. Knox Lovell, C.A. y Schmidt, S.S. (1993), Ed. *The Measurement of Productive Efficiency. Techniques and Applications*. Oxford: Oxford University Press.

- Guimond, S. y Roussel, L. (2001). Bragging about one's school grades: Gender stereotyping and students' perception of their abilities in science, mathematics, and language. *Social psychology of education*, 4(3-4), 275-293.
- Guiso, L., Monte, F., Sapienza, P. y Zingales, L. (2008). Culture, Math, and Gender. *Science*, 320(5880), 1164-1165.
- Gunderson, E. A., Ramirez, G., Levine, S. C. y Beilock, S. L. (2012). The role of parents and teachers in the development of gender-related math attitudes. *Sex Roles*, 66(3-4), 153-166.
- Gyimah-Brempong, K. y A. Gyapong (1992). Elasticities of factor substitution in the production of education. *Economics of Education Review*, 11, 205-217.
- Haahr, J. H., Nielsen, T. K., Jakobsen, S. T. y Hansen, M. E. (2005). *Explaining student performance: evidence from the international PISA, TIMSS and PIRLS surveys*.
- Hacker, D. J., Dunlosky, J. y Graesser, A. C. (2009). A growing sense of agency. En D. J. Hacker, J. Dunlosky, y A. C. Graesser (eds.), *Handbook of Metacognition in Education*, 1-4. New York: Routledge.
- Hacker, D. J., Keener, M. C., y Kircher, J. C. (2009). Writing is applied metacognition. En D. J. Hacker, J. Dunlosky, y A. C. Graesser (Eds.), *Handbook of metacognition in education*, 154-172. New York: Routledge.
- Hacker, D.J.; Bol, L.; Horgan, D. y Rakow, E.A.(2000). Test prediction and performance in a classroom context. *Journal of Educational Psychology*. 92, 160-170.
- Halpern, D. F. (2013). *Sex differences in cognitive abilities*, 4ª edición. New York: Psychology Press.
- Halpern, D. F., Eliot, L., Bigler, R. S., Fabes, R. A., Hanish, L. D., Hyde, J. y Martin, C. L. (2011). The pseudoscience of single-sex schooling. *Science*, 333(6050), 1706-1707.
- Halsey, A. H., Heath, A. F. y Ridge, J. M. (1980). *Origins and destinations: Family, class, and education in modern Britain*. Oxford: Clarendon Press.
- Hanushek, E. A. (1979). Conceptual and empirical issues in the estimation of educational production functions. *Journal of Human Resources*, 14, 351-388.
- Hanushek, E. A. (2003). The failure of input-based schooling policies. *The Economic Journal*, 113, 64-98.
- Hanushek E. A. y Rivkin S. G. (2006). Teacher quality. En *Handbook of the Economics of Education*, Vol. 2, ed. E. A. Hanushek yand F. Welch, 1051-78. Amsterdam: North Holland.
- Hanushek, E. A. y Rivkin, S. G. (2012). The Distribution of Teacher Quality and Implications for Policy. *The Annual Review of Economics*., vol. 4, 131-159.
- Hanushek, E. A. y Woessmann, L. (2011). The Economics of International Differences in Educational Achievement. *Handbook of the Economics of Education*. Vol 3. Amsterdam: Elsevier.
- Hanushek, E. A., Piopiunik, M. y Wiederhold, S. (2014). The value of smarter teachers: international evidence on teacher cognitive skills and student performance. *NBER Working Paper* 20727.
- Hanushek, E. A., Jamison, E. A., y Jamison, D. T. y Woessmann, L. (2008). Education and economic growth: it is not just going to school but learning that matters. *Education Next*, 8(2), 62-70.
- Hargreaves, A. (2003). *Enseñar en la sociedad del conocimiento*. Barcelona: Octaedro.

- Harris, A. y Chrispeels, J. H. (Eds.). (2009). *Improving schools and educational systems: International perspectives*. New York: Routledge.
- Hastings, J. y Tejada-Ashton, L. (2008). Financial literacy, information and demand elasticity: survey and experimental evidence from Mexico. *NBER Working Paper* n. 14538.
- Hattie, J. (2009). *Visible learning. A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. London: Roudledge.
- Heckman, J. J. (1979). Sample selection bias as a specification error. *Econometrica: Journal of the econometric society*, 153-161.
- Heckman, J.J., Sitxrud, J. y Urzua, S. (2006). The effects of cognitive and noncognitive habilities on labor market outcomes and social behavior. *NBER Working Paper Series*, nº 12006. Consultado el 25-11-2013 en <http://www.nber.org/papers/w12006>.
- Hidalgo-Cabrillana, A. y Lopez-Mayan, C. Teaching Styles and Achievement: Student and Teacher Perspectives. *Working Papers* 1502. Barcelona: Departamento de Economía Aplicada de la Universidad Autónoma.
- Hospido, L., Villanueva, E. y Zamarro, G. (2015). *Finance for All: The Impact of Financial Literacy Training in Compulsory Secondary Education in Spain*. Documentos de Trabajo, nº 1502. Madrid: Banco de España.
- Hox, J. (1995). *Applied Multilevel Analysis*. Amsterdam: TT-Publikaties.
- Hyde, J. S. (2005). The gender similarities hypothesis. *American Psychologist*, 60(6), 581.
- Ishii J. y Rivkin, S.G. (2009). Impediments to the estimation of teacher value added. *Education Finance Policy*, 4, 520-36.
- Jackson, L. A., von Eye, A., Fitzgerald, H. E., Zhao, Y. y Witt, E. A. (2010). Self-concept, self-esteem, gender, race and information technology use. *Computers in Human Behavior*, 26(3), 323–328.
- Jacobs, J., Davis-Kean, P., Bleeker, M., Eccles, J. y Malanchuk, O. (2005). “I can, but I don’t want to”: The impact of parents, interests, and activities on gender differences in math. En A. Gallagher y J. Kaufman (Eds.), *Gender differences in mathematics: An integrative Psychological Approach*, 73–98. Nueva York: Cambridge University Press.
- Jarman, J., Blackburn, R. M. y Racko, G. (2012). The dimensions of occupational gender segregation in industrial countries. *Sociology*, 46(6), 1003-1019.
- Jerrim, J. y Vignoles, A. (2013). Social mobility, regression to the mean and the cognitive development of high ability children from disadvantaged homes. *Journal of the Royal Statistical Society: Series A (Statistics in Society)*, 176(4), 887-906.
- Jerrim, J., Vignoles, A., Lingam, R., y Friend, A. (2015). The socio-economic gradient in children's reading skills and the role of genetics. *British Educational Research Journal*, 41(1), 6-29.
- Jiménez, S. y Vilaplana, C. (2014). Análisis de la relación entre educación financiera y Matemáticas a partir del programa Escuela 2.0. En MECD (2014), *PISA 2012: Competencia Financiera. Informe español. Vol. II: Análisis secundario*, 77-114. Madrid: INEE.
- Johnson, D. W. y Johnson, R. T. (1989). *Cooperation and competition: Theory and Research*. Edina, MN: Interaction Book Co.
- Jones, D. (2007). Speaking, listening, planning and assessing: the teacher’s role in developing metacognitive awareness. *Early Child Development and Care*, vol. 177, nº 6-7, 569-579.

- Jorge, J. y Santín, D. (2010). Determinantes de la eficiencia educativa en la Unión Europea. *Hacienda Pública Española. Revista de Economía Pública*, 193 (2), 131-156.
- Joyce, B.; Weil, M. y Calhoun, E. (2006). *Modelos de enseñanza*. Barcelona: Gedisa.
- Judkins, D.R. (1990). Fay's Method of Variance Estimation. *Journal of Official Statistics*, No. 6(3), 223-239.
- Killingsworth, M. R. y Heckman, J. J. (1986). Female labor supply: A survey. *Handbook of labor economics*, 1(1), 103-204.
- Kneip, A., Simar, L. y Wilson, P. W. (2008). Asymptotics and consistent bootstraps for DEA estimators in non-parametric frontier models'. *Econometric Theory* 24, 1663-1697.
- Kneip, A., Simar, L. y Wilson, P. W. (2011). A computationally efficient, consistent bootstrap for inference with non-parametric DEA estimators'. *Computational Economics* 38, 483-515.
- Ko, J., Sammons, P. y Bakkum, L. (2013). *Effective teaching: a review of research and evidence*. Hong Kong: CIBT Education Trust.
- Koenker, R. y Basset, G. (1978). Regression quantiles. *Econometrica*, 46 (1), 33-50.
- Koopmans, T. C. (1951). Analysis of production as an efficient combination of activities. *Activity analysis of production and allocation*, 13, 33-37.
- Kotlikoff, L. J. y Bernheim, B. D. (2001). Household financial planning and financial literacy: The need for new tools. En L. J. Kotlikoff (Ed.), *Essays on saving, bequests, altruism, and life-cycle planning*, 427-478. Cambridge: MIT Press.
- Krieg, J. M. y Storer, P. (2006). How much do students matter? Applying the Oaxaca decomposition to explain determinants of adequate yearly progress. *Contemporary Economic Policy*, 24(4), 563-581.
- Kuehn, Z. y Landeras, P. (2012). *Study time and scholarly achievement in PISA*. MPRA Paper, nº 49033.
- Kuehn, Z. y Landeras, P. (2013). *The effect of family background on student effort*. MPRA Paper, nº 48950.
- Kuhn, D. (1999). Metacognitive development. En L. Balter yand C. T. Le Monda (Eds.), *Child psychology: A handbook of contemporary issues*, 259-286. Philadelphia: Psychology Press.
- Kuhn, D. (2000). Theory of mind, metacognition and reasoning: A life-span perspective. En P. Mitchell y K. J. Riggs (Eds.), *Children's reasoning and the mind*, 301-326. Hove: Psychology Press.
- Kumbhakar, S. C. y Knox Lovell, C. A. (2000) *Stochastic Frontier Analysis*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Kumbhakar, S. C., Park, B. U., Simar, L. y Tsionas, E. G. (2007). Nonparametric stochastic frontiers: A local likelihood approach. *Journal of Econometrics*, 137, 1-27.
- Kurtz-Costes, B., Rowley, S. J., Harris-Britt, A. y Woods, T. A. (2008). Gender stereotypes about mathematics and science and self-perceptions of ability in late childhood and early adolescence. *Merrill-Palmer Quarterly*, 54(3), 386-409.
- Lacuesta, A., Martínez, M. y Moral, E. (2014). Factores que mejoran el conocimiento financiero. El papel de la educación financiera escolar. En MECD (2014), *PISA 2012: Competencia Financiera. Informe español. Vol. II: Análisis secundario*, 115-136. Madrid: INEE.
- Lai, E.R. (2011). *Metacognition : A Literature Review*. Ed. Pearson. Consultado el 05-10-2014 en <http://www.pearsonassessments.com/research>.

- Lavy, V. (2011). What makes an effective teacher? Quasi-experimental evidence. *NBER Working paper series*, N°16885. Cambridge: National Bureau of Economic Research.
- Lee, J. (2009). Universals and specifics of math self-concept, math self-efficacy, and math anxiety across 41 PISA 2003 participating countries. *Learning and Individual Differences*, 19, 355–365.
- Lee, J. y Shute, V.J. (2010). Personal and social-contextual factors in K-12 academic performance: an integrative perspective on student learning. *Educational Psychologist*, 45, 185-202.
- Lee, J. y Stankov, L. (2013). Higer-order structure of noncognitive constructs and prediction of PISA 2003 mathematics achievement. *Learning and Individual Differences*, 26, 119-130.
- Leigh, A. (2013). The economics and politics of teacher merit pay. *CESifo Economic Studies*, 59(1), 1-33.
- Leutwyler, B. (2009). Metacognitive learning strategies: Differential development patterns in high school. *Metacognition and Learning*, 4(2), 111-123.
- Leuven, E., Lindahl, M., Oosterbeek, H. y Webbink, D. (2007). The effect of extra funding for disadvantaged pupils on achievement. *The Review of Economics and Statistics*, 89(4), 721-736.
- Levin, H. M. (1974). Measuring Efficiency in educational production. *Public Finance Quarterly*, 2, 3-24.
- Lietz, P. (2009). *Variance in Performance between Students within Schools and between Schools*. Australian Council for Educational Research. Consultado el 05-10-2013 en http://www.ican.sa.edu.au/files/links/ACER_DECS_variance_report.pdf.
- Lindberg, S. M., Hyde, J. S., Petersen, J. L. y Linn, M. C. (2010). New trends in gender and mathematics performance: a meta-analysis. *Psychological bulletin*, 136(6), 1123.
- Lindberg, S., Linkersdörfer, J., Ehm, J. H., Hasselhorn, M. y Lonnemann, J. (2013). Gender differences in children's math self-concept in the first years of elementary school. *Journal of Education and Learning*, 2(3), 1-8.
- Liu, J.S., Lu, L.Y.Y., Lu, W. M. y Lin, B.J.Y. (2013). A survey of DEA applications. *Omega*, 40, 893-902.
- Long, J.S. (1997). *Regression Models for Categorical and Limited Dependent Variables*. Thousand Oaks, California: SAGE Publications.
- López, E., Navarro, E., Ordóñez, X. y Romero, S. J. (2009). Estudio de variables determinantes de eficiencia a través de los modelos jerárquicos lineales en la evaluación PISA 2006: el caso de España. *Archivos Analíticos de Políticas Educativas*, 17, 1-27.
- Lucas, R. E. (1988). On the mechanics of economic development. *Journal of monetary economics*, 22(1), 3-42.
- Luque, M., Marcenaro, O. D. y López, L. (2015). On the potential balance among compulsory education outcomes through econometric and multiobjective programming analysis. *European Journal of Operational Research*, 241(2), 527-540.
- Lusardi, A. (2009). U.S. Household Savings Behaviour: The Role of Financial Literacy, Information and Financial Education Programs, in C. Foote, L. Goette y S. Meier (eds.), *Policymaking Insights from Behavioural Economics*, Federal Reserve Bank of Boston, 109-149.
- Lusardi, A. y Tufano, P. (2009). Debt Literacy, Financial Experiences, and Overindebtedness. *Working Paper NBER*, 14808. Massachussets: NBER.

- Maccoby, E. E. y Jacklin, C. N. (1974). *The Psychology of Sex Differences* (Vol. 1). Stanford: Stanford University Press.
- Machin, S., McNally, S. y Silva, O. (2007). New Technology in Schools: Is There a Payoff? *The Economic Journal*, 117(522), 1145-1167.
- Mael, F., Alonso, A., Gibson, D., Rogers, K. y Smith, M. (2005). *Single-Sex versus Coeducational Schooling: A Systematic Review*. Doc. 2005-01. US Department of Education.
- Mancebón, M. J. (1999). La función de producción educativa: algunas conclusiones de interés en la especificación de los modelos de evaluación de la eficiencia productiva en los centros escolares. *Revista de Educación*, 38, 113-143.
- Mancebón, M. J. y Bandrés, E. (1999). Efficiency evaluation in secondary schools: The key role of model specification and of ex post analysis of results. *Education Economics* 7(2):131-152.
- Mancebon, M. J. y Molinero, C. M. (2000). Performance in primary schools. *Journal of the Operational Research Society*, 843-854.
- Mancebón, M. J. y Pérez, D. (2014). Alfabetización financiera, competencias matemáticas y tipo de centro. En: *PISA 2012. Competencia Financiera*. Informe español, Análisis secundario, 137-164. Madrid: Instituto Nacional de Evaluación Educativa.
- Mancebón, M.J., Calero, J., Choi, Á y Pérez, D. (2012). The efficiency of public and publicly-subsidized high schools in Spain. Evidence from PISA-2006. *Journal of the Operational Research Society*, 63, 1516-1533.
- Mankiw, N. G., Romer, D. y Weil, D. N. (1990). *A contribution to the empirics of economic growth*. NBER Working Paper, 3541). Cambridge: National Bureau of Economic Research.
- Marcenaro, O. D. (2002). *Los estudiantes universitarios y el uso de su tiempo: una función de producción educativa*. Tesis doctoral, Universidad de Málaga.
- Marcenaro, O. D. (2013). *El rendimiento del alumnado andaluz a examen*. Sevilla: Consejería de Presidencia e Igualdad de la Junta de Andalucía.
- Marcenaro, O. D. y López-Agudo, L. A. (2015). Mind the Gap: Analysing the Factors behind the Gap in Students' Performance between Pencil and Computer Based Assessment Methods. *Revista de Economía Aplicada*. En prensa.
- Marcenaro, O. D. y Navarro, M. L. (2007). El éxito en la universidad: una aproximación cuantílica. *Revista de Economía Aplicada*, nº 44, 5-39.
- Marcenaro, O. D. y Navarro-Palenzuela, C. (2011). El rendimiento educativo del alumnado de secundaria: ¿cuestión de género? *Cuadernos de CC.EE. y EE.*, nº 61, 39-69.
- Martínez-Bonafé, J. (2002). *Políticas del libro de texto escolar*. Valencia: Ediciones Morata.
- Marzano, R. J. (2003). *What works in schools: Translating research into action*. Alexandria: Association for Supervision and Curriculum Development.
- Marzano, R. J. (2007). *The art and science of teaching: A comprehensive framework for effective instruction*. Alexandria: Association for Supervision and Curriculum Development.
- Mayston, D. y Jesson, D. (1988). Developing models of educational accountability. *Oxford Review of Education*, 14(3), 321-339.
- McMillan, J. H. y Schumacher, S. (2006). *Investigación educativa. Una introducción conceptual*. Madrid: Editorial Pearson Educación.
- McKernan, J. (1999). *Investigación-acción y curriculum*. Madrid: Ediciones Morata.

- Mediavilla, M. y Escardíbul, J. O. (2015). ¿Son las TIC un factor clave en la adquisición de competencias? Un análisis con evaluaciones por ordenador. *Hacienda Pública Española*, 212(1), 67-96.
- Meeusen, W. y Van den Broeck, J. (1977). Efficiency estimation from Cobb-Douglas production functions with composed error. *International Economic Review*, 435-444.
- Méndez, I. *Prácticas docentes y rendimiento estudiantil. Evidencias a partir de TALIS 2013 y PISA 2012*. Madrid: Instituto Nacional de Evaluación Educativa.
- Miller, D. I. y Halpern, D. F. (2014). The new science of cognitive sex differences. *Trends in cognitive sciences*, 18(1), 37-45.
- Ministerio de Educación, MEC (2009). *Evaluación General de Diagnóstico 2009. Marco de la evaluación*. Madrid: Instituto de Evaluación.
- Ministerio de Educación, MEC (2010). *PISA 2009 Informe español*. Madrid: Instituto de Evaluación.
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, MECD (2013). *PIAAC. Programa Internacional para la Evaluación de las Competencias de la población adulta. Informe Español*. Madrid: INEE.
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, MECD (2014a). *PISA 2012. Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos. Informe Español. Resultados y contexto*. Madrid: INEE.
- Ministerio de Educación, Cultura y Deportes, MECD (2014b). *PISA 2012: Informe español. Vol. II: Análisis secundario*. Madrid: INEE, MEC.
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, MECD (2014c). *PISA 2012: Competencia Financiera. Informe español. Vol. I*. Madrid: INEE.
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, MECD (2014d), ed. *PISA 2012: Competencia Financiera. Informe español. Vol. II: Análisis secundario*. Madrid: INEE.
- Mislevy, R.J. (1991). Randomization-based Inference about Latent Variables from Complex Samples. *Psychometrika*, 56, 177-196.
- Mislevy, R.J., Beaton, A., Kaplan, B.A. y Sheehan, K. (1992). Estimating Population Characteristics from Sparse Matrix Samples of Item Responses, *Journal of Educational Measurement*, 29(2), 133-161.
- Molina, J. A. (2013). *Aproximación a la evaluación de la eficiencia educativa en España: una aplicación referida a la competencia científica utilizando datos PISA 2009*. Trabajo de investigación para la obtención del D.E.A. Departamento Análisis Económico II. Madrid: UNED.
- Molina, J. A. y Travé, G. (2014). Concepciones y prácticas del profesorado de Economía sobre el uso de materiales curriculares: un análisis exploratorio. *Enseñanza de las Ciencias Sociales: revista de investigación*, (13), 71-83.
- Moons, D. C. y Ringdal, A. (2012). Self-Regulated Learning in the Classroom: A Literature Review on the Teacher's Role. *Education Research International*, 1-15.
- Mourshed, M., Chijioke, C., y Barber, M. (2010). *How the world's most improved school systems keep getting better*. London: McKinsey and Company.
- Muijs, D., Harris, A., Chapman, C., Stoll, L., y Russ, J. (2004). Improving schools in socio-economically disadvantaged areas—A review of research evidence. *School effectiveness and school improvement*, 15(2), 149-175.

- Muijs, D., Kyriakides, L., van der Werf, G., Creemers, B., Timperley, H. y Earl, L. (2014). State of the art–teacher effectiveness and professional learning. *School Effectiveness and School Improvement*, 25(2), 231-256.
- Murillo, F. J. (2005). *La investigación sobre eficacia escolar*. Barcelona: Octaedro.
- Murillo, F. J., coordinador (2007). *Investigación iberoamericana sobre eficacia escolar*. Bogotá: Convenio Andrés Bello.
- Murnane, R. J. y Phillips, B. R. (1981). What do effective teachers of inner-city children have in common?. *Social Science Research*, 10(1), 83-100.
- Muro, J. D. (1984). Estimación de fronteras de producción: sinopsis y comentarios”. *Estadística española*, 102, 69-88.
- Myers, K., Taylor, H., Adler, S. y Leonard, D. eds., 2007. *Genderwatch: ...still watching*. Stoke-On-Trent: Trentham.
- O’Donnell, C. J., Prasada Rao, D. S. y Battese, G. E. (2008). Metafrontier frameworks for the study of firm-level efficiencies and technology ratios. *Empirical Economics*, 34, 231-255.
- Oaxaca, R. (1973). Male-female wage differentials in urban labor markets. *International Economic Review*, 693-709.
- OECD (2005a). *PISA 2003 Data analysis manual. SPSS users*. Paris: OECD Publishing.
- OECD (2005b). *Recommendation on Principles and Good Practices for Financial Education and Awareness*. París: OECD Publishing.
- OECD (2007). *PISA 2006 Science Competencies for Tomorrow’s World*, Vol. 1 y 2. Paris: OECD.
- OECD (2008). *Improving Financial Education and Awareness on Insurance and Private Pensions*. París: OECD Publishing.
- OECD (2009). *PISA Data Analysis Manual. SPSS. Second Edition*. Paris: OECD Publishing.
- OECD (2010a). *PISA (2009) Results: What Students Know and Can Do (Vol. I)*. Paris: OECD.
- OECD (2010b). *PISA (2009) Results: Overcoming Social Background. Equity in Learning Opportunities and Outcomes. (Vol. II)*. Paris: OECD.
- OECD (2010c). *PISA (2009) Results: Learning to Learn. Students Engagement, Strategies and Practices. (Vol. III)*. Paris: OECD.
- OECD (2010d). *PISA (2009) Results: What Makes a School Successful? Resources, Policies and Practices (Vol. IV)*. Paris: OECD.
- OECD (2010e). *PISA (2009) Results: Learning Trends. Changes in Student Performance since 2000 (Vol. V)*. Paris: OECD.
- OECD (2012). *PISA 2012. Financial Literacy Assessment Framework*. Paris: OECD Publishing.
- OECD (2013a). *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*. Paris: OECD.
- OECD (2013b). *PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do – Student Performance in Mathematics, Reading and Science (Volume I)*. París: OECD Publishing.
- OECD (2013c). *PISA 2012 Results: Excellence Through Equity: Giving Every Student the Chance to Succeed (Volume II)*. Paris: OECD Publishing.
- OECD (2013d). *PISA 2012 Results: Ready to Learn. Students’ Engagement, Drive and Self-Beliefs (Volume III). Preliminary version*. Paris: OECD Publishing.

- OECD (2013e). *PISA 2012 Results: What Makes Schools Successful? Resources, Policies and Practices (Volume IV)*. París: OECD Publishing.
- OECD (2014a). *PISA 2012 Technical Report*. París: OECD.
- OECD (2014b). *Education at a Glance 2014: OECD Indicators*. París: OECD.
- OECD (2014c). *Financial Literacy in PISA 2012*. París: OECD Publishing.
- OECD (2014d). *Financial Education for Youth: The Role of Schools*. París: OECD Publishing.
- OECD (2014e). *TALIS 2013. Technical Report*. París: OCDE.
- OECD (2015). *Students, Computers and Learning. Making the Connection*. París: OECD Publishing.
- Palacios, J.; Marchesi, A y Coll, C. (2009), compiladores. *Desarrollo psicológico y educación I. Psicología evolutiva*. Segunda Edición. Madrid: Alianza Editorial.
- Park, U. B., Jeong, S. O. y Simar, L. (2010). Asymptotic distribution of conical-hull estimators of directional edges'. *Annals of Statistics*, 38, 1320–1340.
- Parlamento Europeo, PE (2007). *Resolución del Parlamento Europeo, de 11 de julio de 2007, sobre la política de los servicios financieros (2005-2010)*. Consultado el 15-07-2014 en <http://www.europarl.europa.eu/sides/getDoc.do?pubRef=-//EP//TEXT+TA+P6-TA-2007-0338+0+DOC+XML+V0//ES>.
- Parlamento y Consejo Europeos, PE y CE (2006). *Recomendación de 18 de diciembre de 2006 sobre las competencias clave para el aprendizaje permanente*. Consultado el 15-07-2014 en <http://eur-lex.europa.eu/legal-content/ES/TXT/?uri=CELEX:32006H0962>.
- Perelman, S. y Santín, D. (2011a). Imposing Monotonicity on Outputs in Parametric Distance Function Estimations. *Applied Economics*, 46, 4651-4661.
- Perelman, S. y Santín, D. (2011b). Measuring Educational Efficiency at Student Level with Parametric Stochastic Distance Functions: an Application to Spanish PISA Results. *Education Economics*, 19 (1), 29-49.
- Peschar, J.J., Veenstra, R., Molenarr, I.W., Boomsma, A., Huisman, M. y Van der Wal, M. (1999). *Self-Regulated Learning as a Cross-Curricular Competency. The Construction of Instruments in 22 Countries for the PISA Main Study 2000. Synthesis Report*. Washington: AIR.
- Peschar, J. L., Moskowitz, J. H. y Stephens, M. (2004). Cross-curricular competencies: Development in a new area of education outcome indicators. *Comparing learning outcomes: International assessment and education policy*, 45-67. New York: Routledge
- Pintrich, P. R. (2000). The role of goal orientation in self-regulated learning. En M. Boekaerts, P. Pintrich y M. Zeidner (Eds.), *Handbook of self-regulation, research, and applications* (p. 451-502). Orlando: Academic Press.
- Pintrich, P. R., Smith, D. A., García, T., & McKeachie, W. J. (1993). Reliability and predictive validity of the Motivated Strategies for Learning Questionnaire (MSLQ). *Educational and psychological measurement*, 53(3), 801-813.
- Popkewitz, T. S. (1988). Ideología y formación social en la Formación del Profesorado. Profesionalización e intereses sociales. *Revista de Educación*, 285, 125-148.
- Popkewitz, T. S. (1989). Los valores latentes del curriculum centrado en las disciplinas, en Gimeno, J. y Pérez, A.: *La enseñanza, su teoría y su práctica*. 3ª ed. Madrid: Akal.

- Popovic, P. M., Gullekson, N., Morris, S., y Morse, B. (2008). Comparing attitudes towards computer usage by undergraduates from 1986 to 2005. *Computers in Human Behavior*, 24(3), 986–992.
- Pozuelos, F. J. (2007) *Trabajo por proyectos: descripción, investigación y experiencias*. Sevilla (Morón). Cooperación Educativa: Publicaciones MCEP.
- Psacharopoulos, G. y Patrinos, H. A. (2004). Returns to investment in education: a further update. *Education economics*, 12(2), 111-134.
- Purves, A.C. (1987). The Evolution of the IEA: A Memoir. *Comparative Education Review*, 31(1), 10-28.
- Radel, R., Sarrazin, P., Legrain, P., y Wild, T. C. (2010). Social contagion of motivation between teacher and student: Analyzing underlying processes. *Journal of Educational Psychology*, 102(3), 577-587.
- Rasch, G. (1960). *Probabilistic Models for Some Intelligence and Attainment Tests*. Copenhagen: Nielsen and Lydiche.
- Raudenbush, S., Bryk, A., Cheong, Y. y Congdon, R. (2004). HLM 6 Manual. Lincolnwood: Scientific Software International.
- Rendón, S. y Navarro, E. (2007). Estudio sobre el rendimiento en Matemáticas en España a partir de los datos del informe PISA 2003. Un modelo jerárquico de dos niveles. *Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 5(3), 1-19.
- Reynolds, D. Sammons, P., De Fraine, B., Van Damme, J., Townsend, T, Teddlie, C. y Stringfield, S. (2014). Educational Effectiveness Research: a state of the art review. *School Effectiveness and School Improvement*, vol. 25 (2), 197-230.
- Robinson, W. S. (1950). Ecological correlations and the behavior of individuals. *American Sociological Review*, 15, 351-57.
- Robson, J. (2012). The case for financial literacy. Assessing the effects of financial literacy interventions for low income and vulnerable groups in Canada. Toronto: SEDI.
- Roebbers, C. M., Cimeli, P., Röthlisberger, M., y Neuenschwander, R. (2012). Executive functioning, metacognition, and self-perceived competence in elementary school children: An explorative study on their interrelations and their role for school achievement. *Metacognition and Learning*, 7(3), 151-173.
- Romer, P. M. (1989). Endogenous Technological Change. *NBER Working Paper*, 3210. Cambridge: National Bureau of Economic Research.
- Rosenshine, B. y Meister, C. (1994). Reciprocal teaching. A review of the research. *Review of Educational Research*, 64, 479-531.
- Rothstein, J. (2008). *Teacher quality in educational production: Tracking, decay, and student achievement*. Working Paper 14442. Cambridge: National Bureau of Economic Research.
- Rothstein, J. (2014). Revisiting the Impacts of Teachers. UC-Berkeley *Working Paper*. Descargado el 15-01-2015 de http://eml.berkeley.edu/~jrothst/workingpapers/rothstein_cfr.pdf.
- Rouse, C. E. y Krueger, A. B. (2004). Putting computerized instruction to the test: a randomized evaluation of a “scientifically based” reading program. *Economics of Education Review*, 23(4), 323-338.

- Säälík, Ü., Nissinen, K. y Malin, A. (2015). Learning strategies explaining differences in reading proficiency. Findings of Nordic and Baltic countries in PISA 2009. *Learning and Individual Differences*, 42, 36-43.
- Sacerdote, B. (2011). Peer effects in education: How might they work, how big are they and how much do we know thus far? *Handbook of the Economics of Education*, 3, 249-277.
- Sáinz, M. y Eccles, J. (2012). Self-concept of Computer and Math ability: Gender implications across time and within ICT studies. *Journal of Vocational Behavior*, 80(2), 486-499.
- Sáinz, M. y López-Sáez, M. (2010). Gender differences in computer attitudes and the choice of technology-related occupations in a sample of secondary students in Spain. *Computers and Education*, 54(2), 578-587.
- Sala, X. (2000). *Apuntes de crecimiento económico*. Barcelona: Antoni Bosch.
- Salinas, J. y Santín, D. (2012). Selección escolar y efectos de la inmigración sobre los resultados académicos españoles en PISA 2006. *Revista de Educación*, nº 358, 382-405.
- Sammons, P. y Bakkum, L. (2011). Effective schools, equity and teacher effectiveness: a review to the literature. *Profesorado. Revista de Currículum y Formación del Profesorado*, 15(3).
- Sammons, P., Thomas, S. y Mortimore, P. (1997). *Forging links: Effective schools and effective departments*. London: Paul Chapman Publishing.
- San Martín, E., Claro, M., Fariña, P., Jara, I. y Preiss, D. (2011). ¿Cuál es el impacto del acceso y uso de TIC's en los resultados de las mediciones de lectura y lectura digital en PISA 2009? Análisis comparativo en cinco naciones. *MINEDUC Evidencias para Políticas Públicas en Educación. Selección de Investigaciones concurso extraordinario FONIDE-PISA*. Santiago de Chile: Ministerio de Educación.
- San Segundo, M.J. (2001). *Economía de la Educación*. Madrid: Síntesis.
- Sandín, M. P. (2003). *Investigación cualitativa en educación. Fundamentos y tradiciones*. Madrid: McGraw-Hill.
- Santín, D. (2006). La medición de la eficiencia de las escuelas: una revisión crítica. *Hacienda Pública Española. Revista de Economía Pública*, 177 (2), 57-83. Madrid: Instituto de Estudios Fiscales.
- Santín, D. y Sicilia, G. (2014). ¡Quiero cambiar a mi hijo de grupo! Factores explicativos de la eficiencia técnica en los colegios de España. *Revista de Evaluación de Programas y Políticas Públicas*. Madrid: UNED.
- Scheerens, J. (1990). School effectiveness research and the development of process indicators of school functioning. *School Effectiveness and School Improvement*, 1(1), 61-80.
- Scheerens, J. y Bosker, R. (1997). *The foundations of school effectiveness*. Oxford: Pergamon Press.
- Scheerens, J. y Hendriks, M. (2014). State of the art of time effectiveness. En *Effectiveness of time investments in education*, 7-29. New York: Springer International Publishing.
- Schleicher, A. (2006). Fundamentos y cuestiones políticas subyacentes al desarrollo de PISA. *Revista de Educación*. Número extraordinario 2006, 21-43.
- Schneider, W. y Artelt, C. (2010). Metacognition and mathematics education. *The International Journal on Mathematics Education*, 42, 149-161.

- Schraw, G., Crippen, K.J. y Hartley, K. (2006). Promoting Self-Regulation in Science Education: Metacognition as Part of a Broader Perspective on Learning. *Research in Science Education*, 36, 111-139.
- Schunk, D.H. y Zimmerman, B. J. (2003). Self-regulation and learning. En Reynolds, W.M. and Miller, G.E. (eds.). *Handbook of Psychology. Educational Psychology*. Vol. 7, 59-79. Hoboken: John Wiley and Sons.
- Schwerdt, G. y Wuppermann, A. C. (2011). Is traditional teaching really all that bad? A within-student between-subject approach. *Economics of Education Review*, 30, N° 2, Abril 2011, 365-379.
- Seijas (2004). *Evaluación de la eficiencia en la educación secundaria*. Coruña: Netbiblo.
- Sengupta, J. K. (1987), Production frontier estimates of scale in public schools in California, *Managerial and Decision Economics*, 8, 93-99.
- Silva Portela, M. C. A. y Thanassoulis, E. (2001). Decomposing school and school-type efficiency. *European Journal of Operational Research*, 132(2), 357-373.
- Simar, L. y Vanhems, A. (2012). Probabilistic characterization of directional distances and their robust versions'. *Journal of Econometrics*, 166, 342-354.
- Simar, L. y Wilson, P. W. (2011). Estimation and Inference in Nonparametric Frontier Models: Recent Developments and Perspectives. *Foundations and Trends in Econometrics*. Vol. 5, 3-4, 183-337.
- Simar, L., Vanhems, A. y Wilson, P.W., (2012). Statistical inference for DEA estimators of directional distances'. *European Journal of Operational Research*. 220, 853-864.
- Simar, L., Van Keilegom, I. y Zelenyuk, V. (2014). *Nonparametric least squares methods for stochastic frontier models*. Working Papers, 32014. School of Economics, University of Queensland, Australia.
- Slater, R. O. y Teddlie, C. (1992). Toward a theory of school effectiveness and leadership. *School Effectiveness and School Improvement*, 3(4), 247-257.
- Slavin, R.E. (1987). A theory of school and classroom organization. *Educational Psychologist*, 22(2), 89-108.
- Snijders, T. A. y Berkhof, J. (2008). Diagnostic checks for multilevel models. En J. Leeuw y E. Meijer (Ed.), *Handbook of multilevel analysis*, 141-175. New York: Springer.
- Snijders, T. y Bosker, R. (2012). *Multilevel Analysis: An Introduction to Basic and Applied Multilevel Analysis*. Londres: Sage.
- Solow, R. M. (1957). Technical change and the aggregate production function. *Review of Economics and Statistics*, 312-320.
- Sohn, K. (2012). A new insight into the gender gap in math. *Bulletin of Economic Research*, 64(1), 135-155.
- Stoet, G. y Geary, D. C. (2013). Sex differences in mathematics and reading achievement are inversely related: Within-and across-nation assessment of 10 years of PISA data. Consultado el 01-07-2015 en <http://journals.plos.org/plosone/article?id=10.1371/journal.pone.0057988>.
- Stoet, G. y Geary, D. C. (2015). Sex differences in academic achievement are not related to political, economic, or social equality. *Intelligence*, 48, 137-151.
- Stringfield, S. C. y Slavin, R. E. (1992). A hierarchical longitudinal model for elementary school effects. *Evaluation of Educational Effectiveness*, 35-69.

- Temple, J. (2001). *Growth Effects of Education and Social Capital in the OECD Countries*. CEPR. Discussion Papers, nº 2875.
- Thanassoulis, E. (1999). Setting achievement targets for school children. *Education Economics*, 7(2), 101–119.
- Thanassoulis, E. y Dunstan, P. (1994). Guiding schools to improved performance using data envelopment analysis: An illustration with data from a local education authority. *Journal of the Operational Research Society*, 1247-1262.
- Thanassoulis, E. y Silva Portela, M. C. A. (2002). School Outcomes: Sharing the Responsibility between Pupil and Schools. *Education Economics*, 10(2), 183–207.
- Thieme, C., Prior, D. y Tortosa-Ausina, E. (2013). A multilevel decomposition of school performance using robust nonparametric frontier techniques. *Economics of Education Review*, 32, 104-121.
- Thrall, R. M. (1999). What is the economic meaning of FDH? *Journal of Productivity Analysis*, 11, 243-250.
- Todd, P. E. y Wolpin, K. I. (2003). On the specification and estimation of the production function for cognitive achievement. *The Economic Journal*, nº 113, 3-33.
- Torres, J. (1998). *Globalización e interdisciplinariedad: el currículum integrado*. Madrid: Morata.
- Torres, J. (2005). *El currículo oculto*. Octava edición. Valencia: Ediciones Morata.
- Townsend, T. (Ed.). (2007). *International Handbook of School Effectiveness and Improvement* (Vol. 17). Dordrecht: Springer.
- Tsai, M. J. y Tsai, C. C. (2010). Junior high school students' internet usage and self-efficacy: a re-examination of the gender gap. *Computers and Education*, 54(4), 1182–1192.
- Turmo, A. (2005). The relationship between the use of learning strategies and socioeconomic background in 15 years old. *Nordisk Pedagogik*, 25, 155-168.
- Turmo, A. y Hopfenbeck, T.N. (2006). Learning Strategies and Mathematical Achievement in the Nordic Countries, in J. Mejdning y A. Roe (ed.), *Northern Lights on PISA 2003, a reflection from the Nordic countries*. Copenhagen: Nordic Council of Ministers.
- Tyler, J.H. (2004). Basic skills and the earnings of dropouts. *Economics of Education Review*, 23, 221-235.
- UNESCO, United Nations Educational Scientific and Cultural Organization (2012). *International Standard Classification of Education, ISCED 2011*. Montreal: UNESCO Institute for Statistics.
- Usher, E. L. y Pajares, F. (2008). Sources of self-efficacy in school: Critical review of the literature and future directions. *Review of educational research*, 78(4), 751-796.
- Valenzuela, J.P., Gómez, G. y Sotomayor, C. (2015). The role of reading engagement in improving national achievement: An analysis of Chile's 2000-2009 PISA results. *International Journal of Educational Development*, 40, 28-39.
- Van der Stel, M. y Veenman, M. V. (2008). Relation between intellectual ability and metacognitive skillfulness as predictors of learning performance of young students performing tasks in different domains. *Learning and Individual Differences*, 18(1), 128-134.
- Van der Stel, M. y Veenman, M. V. (2014). Metacognitive skills and intellectual ability of young adolescents: A longitudinal study from a developmental perspective. *European journal of Psychology of Education*, 29(1), 117-137.

- Van Klaveren, C. y De Witte, K. (2010). How Are Teachers Teaching? A Nonparametric Approach. *Tier Working Paper Series*, 10/23.
- Van Rooij, M., Lusardi, A. y Alessie, R. (2011). Financial literacy and stock market Participation. *Journal of Financial Economics*, 101 (2), 449-472.
- Van Rooij, M., Lusardi, A. y Alessie, R. (2012). Financial literacy, retirement, planning and household wealth. *The Economic Journal* 122, 449-478.
- Veenman, M. V. (2008). Giftedness: Predicting the speed of expertise acquisition by intellectual ability and metacognitive skillfulness of novices. *Meta-cognition: A recent review of research, theory, and perspectives*, 207-220.
- Veenman, M. V. J. y Spaans, M. A. (2005). Relation between intellectual and metacognitive skills: age and task differences. *Learning and Individual Differences*, 15, 159–176.
- Veenman, M. V. J., Van Hout-Wolters, H. A. M. y Afflerbach, P. (2006). Metacognition and learning: Conceptual and methodological considerations. *Metacognition and Learning*, 1, 3-14.
- Veenman, M. V., Hesselink, R. D., Sleuwaegen, S., Liem, S. I. y Van Haaren, M. G. (2014). Assessing Developmental Differences in Metacognitive Skills with Computer Logfiles: Gender by Age Interactions. *Psihologijske Teme*, 23(1), 99-113.
- Vekiri, I., y Chronaki, A. (2008). Gender issues in technology use: Perceived social support, computer self-efficacy and value beliefs, and computer use beyond school. *Computers & education*, 51(3), 1392-1404.
- Veenman, M.V.J. (2012). Metacognition in Science Education: Definitions, Constituents, and their Intricate Relation with Cognition. En Zohar, A. y Dori, Y.J. (eds.) *MetaCognition in Science Education. Trends in Current Research*, 21-36. Nueva York: Springer.
- Verdú, C.A., Neira, I. y García, A. (2014). Capital cultural y social: sus efectos en el conocimiento financiero según PISA 2012). En MECD (2014), *PISA 2012: Competencia Financiera. Informe español. Vol. II: Análisis secundario*, 5-24. Madrid: INEE.
- Vignoles, A.; De Coulon, A. y Marcenaro-Gutiérrez, Ó. (2011). The value of basic skills in the British labour market. *Oxford Economic Papers*, nº 63, 27-48.
- Vignoles, A. y Meschi, E. (2010). *The Determinants of Non-Cognitive and Cognitive Schooling Outcomes*. CEE Special Report, 004. London: Centre for the Economics of Education, London School of Economics.
- Villar, A., ed. (2012). *Educación y desarrollo: PISA 2009 y el sistema educativo español*. Madrid: Fundación BBVA.
- Volman, M. y Van Eck, E. (2001). Gender equity and information technology in education: The second decade. *Review of Educational Research*, 71(4), 613-634.
- Volman, M. , Van Eck, E., Heemskerk, I. y Kuiper, E. (2005). New technologies, new differences. Gender and ethnic differences in pupils' use of ICT in primary and secondary education. *Computers & Education*, 45(1), 35-55.
- Wai, J., Cacchio, M., Putallaz, M. y Makel, M. C. (2010). Sex differences in the right tail of cognitive abilities: A 30year examination. *Intelligence*, 38(4), 412-423.
- Walberg, H. J. (1984). Families as partners in educational productivity. *Phi Delta Kappan*, 65(6), 397-400.
- Watt, H. M., Shapka, J. D., Morris, Z. A., Durik, A. M., Keating, D. P. y Eccles, J. S. (2012). Gendered motivational processes affecting high school mathematics participation, educational

- aspirations, and career plans: A comparison of samples from Australia, Canada, and the United States. *Developmental Psychology*, 48(6), 1594.
- Wayne, A. J. y Youngs, P. (2003). Teacher Characteristics and Student Achievement Gains: A Review. *Review of Educational Research*. Vol. 73 (1), 89-122.
- Weinstein, C., Palmer, A. C. y Schulte, D. R. (1987). *Learning and Study Strategy Inventory (LASSI)*. Clearwater: H&H Publishing.
- Wheelock, C. D. y Wilson, P.W. (2008). Non-parametric, unconditional quantile estimation for efficiency analysis with an application to Federal Reserve check processing operations. *Journal of Econometrics* 145, 209–225.
- Wigfield, A. y Eccles, J. S. (2000). Expectancy–value theory of achievement motivation. *Contemporary Educational Psychology*, 25(1), 68-81.
- Willoughby, T. y Wood, E. (1994). Elaborative interrogation examined at encoding and retrieval. *Learning and Instruction*, 4, 139-149.
- Wilson, W. P. (2011). Asymptotic properties of some non-parametric hyperbolic efficiency estimators'. En: I. Van Keilegom andy P. W. Wilson (eds.): *Exploring Research Frontiers in Contemporary Statistics and Econometrics*. Berlin: Springer-Verlag, 115–150.
- Winne, P. H. y Hadwin, A. F. (1998). Studying as self-regulated learning. En D. J. Hacker, J. Dunlosky and A.C. Graesser (Eds.), *Metacognition in educational theory and practice. The educational psychology series*, 277–304. Mahwah: Erlbaum.
- Winne, P. H. y Hadwin, A. F. (2008). Studying as self-regulated learning. En D. J. Hacker,, J. Dunlosky y A. C. Graesser (Eds.). *Metacognition in educational theory and practice*, 277-304). Mahwah: Erlbaum.
- Woessmann, L. (2003). European "education production functions": what makes a difference for student achievement in Europe? *Economic Papers*, 190. September. Brussels: European Commission.
- Worthington, A. C. (2001). An Empirical Survey of Frontier Efficiency Measurement Techniques in Education. *Education Economics*, 9(3), 245-268.
- Wu, M. (2005). The Role of Plausible Values in Large Scale Surveys. *Studies in Educational Evaluation*, 31, 114-128.
- Zimmerman, B. J. (1990). Self-regulated Learning and Academic Achievement: An Overview. *Educational Psychologist*, 25 (1), 3-17.
- Zimmerman, B. J. (2000). Attaining self-regulated learning: A social-cognitive perspective. En Boekaerts, M., Pintrich, P. y Zeidner, M. (eds.), *Handbook of self-regulation*, 13-39. San Diego: Academic Press.
- Zimmerman, B. J. (2008). Investigating Self-Regulation and Motivation: Historical Background, Methodological Developments and Future Prospects. *American Educational Research Journal*, 45, 1, 166-183.
- Zimmerman, B. J. y Campillo, M. (2003). Motivating self-regulated problem solvers. *The psychology of problem solving*, 233-262.
- Zimmerman, B. J. y Martínez-Pons, M. (1986). Development of a structured interview for assessing student use of self-regulated learning strategies. *American Educational Research Journal*, 23(4), 614-628.

-
- Zimmerman, B. J. y Moylan, A.R. (2009). Self-regulation: where metacognition and motivation intersect. En Hacker, D.J., Dunlosky, J. y Graesser, A.C. (eds.), *Handbook of Metacognition in Education*, 299-315. Nueva York: Routledge.
- Zohar, A. y Dori, Y.J. (2012), ed. *Metacognition in Science Education. Trends in Current Research*, 21-36. Nueva York: Springer.