

# Sistemas Lineales – Material de apoyo.

Juan E. Piquinela  
Instituto de Ingeniería Eléctrica  
Nancy Peré y Virginia Rodés  
Unidad de Enseñanza  
Universidad de la República – Facultad de Ingeniería  
Julio Herrera y Reissig 565, CP 11300. Montevideo, Uruguay.

<http://iie.fing.edu.uy>

E-mail: [piqui@fing.edu.uy](mailto:piqui@fing.edu.uy)

## Resumen

*El presente trabajo describe el material de apoyo al curso de Sistemas Lineales II, de la carrera de Ingeniero Electricista*

*Se ubica ese curso en el contexto de la carrera, y se detallan las consideraciones que llevaron a elaborar dicho material, y la implementación del mismo en coordinación interdisciplinaria con la Unidad de Enseñanza de la Facultad.*

*Se describe la organización y presentación del material.*

## 1. Introducción.

### 1.1 Ubicación de la asignatura.

En el Plan de Estudios vigente, los cursos de Sistemas Lineales I y II se ubican en el tercer año del Ciclo básico.

Constituyen un puente entre las asignaturas básicas de los primeros años (esencialmente física y matemática) y las asignaturas técnicas de los años siguientes.

El propósito de esos cursos es proveer al estudiante con las herramientas matemáticas clásicas para el estudio de los Sistemas Lineales (Teoría de distribuciones, Serie y Transformada de Fourier, Transformada de Laplace) y aplicarlas en un área particular: la Teoría de Circuitos Eléctricos.

El dictado se organiza en dos cursos semestrales (Sistemas Lineales I y II)

Esencialmente, el primero se focaliza en el régimen sinusoidal, y el segundo en el estudio de transitorios.

Los materiales que se describen corresponden a Sistemas Lineales II.

### 1.2 Antecedentes.

- Esta asignatura posee una rica tradición en nuestro Instituto, habiendo recibido el aporte de prestigiosos docentes en el transcurso de muchos años.

Esta circunstancia y la gran variedad de temas básicos y de aplicación involucrados, hacen difícil confeccionar una bibliografía adecuada y accesible.

Por otro lado, los apuntes tomados en clase no constituyen un apoyo confiable.

Por estas razones, desde hace tiempo existía el propósito de generar material de apoyo al curso, en principio en versión escrita.

- Desde el punto de vista didáctico, nuestra Facultad cuenta con una Unidad de Enseñanza ([http://www.fing.edu.uy/uni\\_ens/](http://www.fing.edu.uy/uni_ens/)), dedicada al estudio sistemático de los temas de la enseñanza, con particular atención a los problemas de masividad, y al uso de las nuevas tecnologías en la tarea educativa.

## **2. Realización del proyecto.**

### **2.1 Definición de objetivos.**

Los presentes recursos de las tecnologías de la información, nos llevaron a un proyecto más ambicioso que la mera publicación de un texto.

El objetivo era brindar un material adecuado a las necesidades de los estudiantes de la carrera de ingeniero electricista que fuera de fácil acceso y atractivo.

Por otro lado se pretendió recoger y sistematizar la experiencia de varios años de dictado de la asignatura, y cubrir la falta de un material integrado de apoyo al curso.

Se decidió presentar el material como una organización de páginas Web, accesibles en línea.

Alternativamente, y para evitar el costo de conexiones prolongadas a Internet, se implementó una versión imprimible.

La solución completa, además de ofrecerse en línea desde el servidor del Instituto, se grabó en un CD, accesible a bajo costo a los estudiantes.

Si bien el material utiliza los recursos de la educación a distancia, no pretende sustituir la asistencia a las clases, sino por el contrario facilitar su comprensión.

### **2.2 Forma de trabajo**

El material elaborado es el resultado de un proceso de trabajo interdisciplinario entre el área de Informática Educativa y Generación de Materiales de la Unidad de Enseñanza que integra profesionales del área de comunicación, educación e informática y los docentes de la asignatura Sistemas Lineales 2.

Se trabajó a partir de unas notas originales elaboradas por el Prof. Juan Piquinela y en el equipo se fueron discutiendo diversos aspectos didácticos, pedagógicos y comunicaciones entre ellos: la presentación de la información y la forma de vinculación y diálogo con los estudiantes. Se consideraron también aspectos de navegabilidad e interactividad. En todos los acuerdos establecidos se consideraron las características del destinatario, (en este caso alumnos de ingeniería) para que se adecuara lo más posible a sus intereses y expectativas.

### **2.3 Organización del material.**

De acuerdo al programa de la asignatura se organizó el material en las siguientes unidades:

1. Transformada de Laplace
2. Circuitos en Laplace
3. Teoremas de Circuitos
4. Amplificadores operacionales

5. Regimen sinusoidal
6. Circuitos resonantes
7. Estabilidad - Realimentación
8. Criterio de Nyquist
9. Cuadripolos
10. Respuesta periódica

El contenido del curso pretende dar una base teórica rigurosa, incluyendo ejemplos y vinculaciones con elementos de la vida cotidiana de los estudiantes.

Como ya se ha dicho, existe la opción de navegar dentro de cada unidad en formato página Web, en cuyo caso cada unidad se divide en módulos breves que tratan de facilitar la adquisición progresiva de los conocimientos.

Cada unidad posee además un índice, una introducción y una recapitulación.

Los módulos poseen vínculos al índice y a los módulos anterior y siguiente.

En cada unidad, se agregan enlaces a las páginas de ejercicios, que se estudian en el curso práctico.

Finalmente, un índice temático permite acceder rápidamente a la definición y uso de los diversos conceptos introducidos en el curso.

Como ilustración, incluimos en las páginas siguientes ejemplos de una página índice (Transformada de Laplace) y de un módulo (Teorema de traslación en el tiempo).

[Anterior](#) | [indice](#) | [Siguiete](#) | [inicio](#) | [indice tematico](#)

---

#### Indice

1. Introducción.
2. Transformada de Laplace en funciones
  - Definición.
  - Abscisa de convergencia.
  - Ejemplos.
  - Teorema de traslación en el tiempo.
  - Teorema de traslación en la  $s$ .
  - Teorema de derivación.
  - Teorema de integración.
  - Teoremas del valor inicial y final.
  - Transformada de una función periódica.
  - Aplicación de la Transformada para resolver ecuaciones diferenciales.
3. Transformada de Laplace en distribuciones
  - Consideraciones para su definición.
  - Transformada de Laplace y convolución. Corolarios.
  - Datos previos y condiciones iniciales.
  - Transformadas de Laplace y Fourier. Su vinculación.
  - Inversión de la Transformada de Laplace.
  - Ejemplo: Antittransformada de  $F(s) = 1$
  - Métodos para antittransformar funciones racionales
  - Vinculación entre descripción de ceros y polos de una función compleja y variación en el tiempo de su antittransformada.
4. Recapitulando

---

[Anterior](#) | [indice](#) | [Siguiete](#) | [inicio](#) | [indice tematico](#)

## 1.2 transformada en funciones

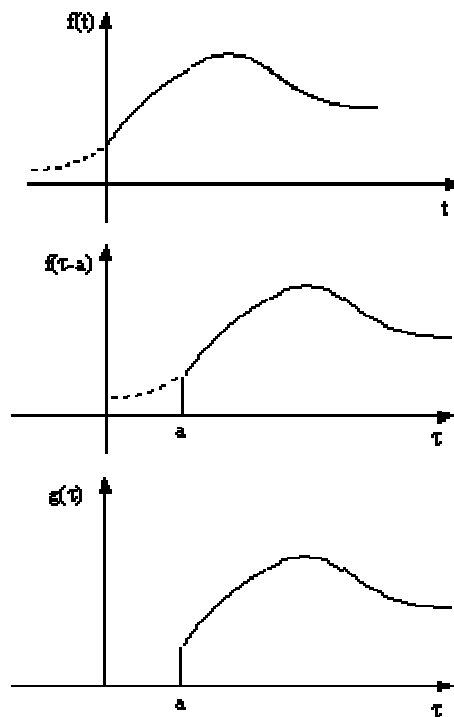
### 1.2.4 Teorema de traslación en el tiempo

[Anterior](#) | [indice](#) | [Siguiente](#) | [inicio](#) | [indice tematico](#)

#### Teorema de traslación en el tiempo

Trataremos de vincular el corrimiento de una función en el tiempo con su transformada de Laplace.

Sea 
$$F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$$



Hacemos el cambio de variable:  $t = \tau - a$

$$F(s) = \int_a^{\infty} e^{-s(\tau-a)} f(\tau-a) d\tau$$

$$e^{-sa} F(s) = \int_a^{\infty} e^{-s\tau} f(\tau-a) d\tau = \int_0^{\infty} e^{-s\tau} g(\tau) d\tau$$

en que  $g(t)$  es la trasladada hasta "a" que vale 0 entre 0 y a.

Se puede escribir como:  $g(t) = Y(t-a)f(t-a)$

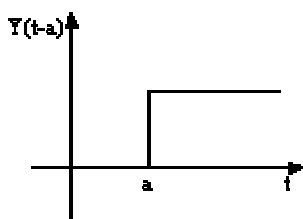
**Atención:** no es ninguna de éstas:

- $f(t-a)$
- $Y(t)f(t-a)$
- $Y(t-a)f(t)$

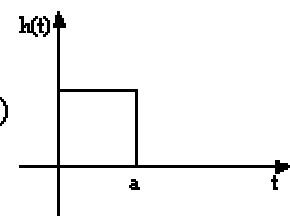
Si  $f(t) \rightarrow F(s)$ , entonces  $g(t) \rightarrow e^{-sa}F(s)$

Ej:

$$L[Y(t)] = \frac{1}{s}$$

$$L[Y(t-a)] = \frac{e^{-as}}{s}$$


The graph shows a step function Y(t-a) on a coordinate system with a vertical axis labeled Y(t-a) and a horizontal axis labeled t. The function is zero for t < a and jumps to a constant value for t > a. The point a is marked on the t-axis.

$$h(t) = Y(t) - Y(t-a)$$
$$L[h(t)] = \frac{1 - e^{-as}}{s}$$


The graph shows a rectangular pulse function h(t) on a coordinate system with a vertical axis labeled h(t) and a horizontal axis labeled t. The function is zero for t < 0 and t > a, and has a constant value between t = 0 and t = a. The point a is marked on the t-axis.

El hecho de que el trabajo esté disponible en línea, nos lleva a considerar que es preferible su consideración directa que una mayor descripción de sus detalles.

La ubicación del mismo está en la siguiente dirección:

<http://ie.fing.edu.uy/ense/assign/sislin2/interactivo/>

### **3. Evaluación.**

El resultado del presente trabajo solamente puede ser medido por la evaluación que de él hagan los estudiantes de la asignatura.

En este aspecto, en la medida que la implementación fue hecha durante el año pasado, sólo hubo posibilidad de hacer una primer encuesta que consulta la opinión de los estudiantes en los distintos aspectos de interfaz con el usuario, navegación y contenido. Las respuestas recibidas son en términos generales favorables, e incluyen comentarios y sugerencias que se esperan atender en próximas actualizaciones.

### **4. Conclusiones**

Se entiende que se cubrieron los objetivos planteados y que se respondió adecuadamente a una necesidad sentida por los estudiantes de la Facultad de Ingeniería.

A su vez se valora como importante el trabajo en equipos multidisciplinarios porque permite entender la actividad desde diversos puntos de vista enriqueciendo los resultados con los aportes que cada uno realiza.