100cias@uned
Facultad de Ciencias
N.º 10 (2017)
ISSN: 1989-7189

# Enseñanza

## ENSEÑANZA Y DIVULGACIÓN DE LAS CIENCIAS

### UNA VISIÓN EXPERIMENTAL EN EL GRADO EN MATEMÁTICAS DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN A DISTANCIA

El estudiante del grado de Matemáticas puede entender que lo que estudia no tiene carácter experimental. Incluso, puede no creer en el carácter experimental de los conocimientos que intenta aprender. Si ese estudiante le cuestiona a un profesor el carácter experimental de la materia, entonces el profesor de Matemáticas se encontrará con la dificultad de hacer comprender su respuesta. La razón principal de esa dificultad es que el profesor no puede hacer referencia a una lista de materias con prácticas de laboratorios como otras materias de los otros tres grados de la Facultad de Ciencias; laboratorios por los que el estudiante debe pasar para realizar sus prácticas.

Dentro del aula, cualquier profesor se encuentra con la dificultad que emerge cuando el estudiante intenta hacer suyo el conocimiento matemático que el profesor le transfiere. En el proceso educativo síncrono, los contenidos matemáticos son tratados por el profesor con suficiente grado de abstracción y con el adecuado grado de rigor. Esa abstracción está, implícitamente, sobreentendida si se trata de una comunicación de marcado estudio teórico. El profesor a distancia puede experimentar las mismas sensaciones que el profesor experimental, sobre todo porque debe facilitar un texto básico para que el estudiante lo utilice en su aprendizaje de la materia que sustituyen a una buena parte de posibles explicaciones propias.

Al profesor le resulta fácil pensar que algunas aplicaciones prácticas posteriores a lo teórico sirve al estudiante de refuerzo en su aprendizaje teórico. El estudiante puede creer que solventar cuestiones prácticas directamente, sin estudio, es el medio que facilitará la comprensión de la teoría. Sin duda, ni se puede asegurar que esas creencias sean falsas, ni se puede negar que sean verdaderas. No se trata de debatir qué es lo cierto, si no que tratamos de saber cómo hacemos que sea cierto lo anteriormente dicho. Esencialmente, se postula que todo depende de la medida en la cual se entremezclan cuestiones de teoría y usos de prácticas y el tipo de prácticas. Sorprende que debamos indicar que de la forma de mezclar tradicionalmente resulta que se oculta la forma experimental de la cuestión al Estudiante. No sólo eso, sino que se impide que el estudiante vea la forma intuitiva, en la ese conocimiento matemático ha sido “descubierto”, o redescubierto, a lo largo de la historia. Paradójicamente, parece que la formalización de la teoría ha estado siempre a disposición a lo largo de los siglos. Esto no suele ser cierto, puesto que lo que ha sido una constante es la aparición, o transformación, de los problemas tratados por los “matemáticos”. Podemos decir, que la evolución de los problemas y la aparición de otros permiten generar un cuerpo teórico.

En este artículo presentamos un problema de estudio en Geometría y la evolución desde un enunciado inicial hasta un problema genérico que por último debe ser tratado dentro del marco teórico matemático. Con este problema queremos hacer notorio el carácter experimental de la materia. Empleamos como problema inicial un problema contenido en el texto base de la asignatura Geometría Básica del primer curso del Grado de Matemáticas.

*Dado un paralelogramo (ABCD) ¿qué tipo de isometría es $\sigma_D \circ \sigma_C \circ \sigma_B \circ \sigma_A$?*

Si bien un enunciado clarificador para este artículo es:

*Dado un paralelogramo, de vértices A, B, C y D, estudiar la imagen de ese paralelogramo al aplicar sucesivamente una media vuelta respecto a cada uno de los vértices del paralelogramo.*

Aunque se sepa que estos movimientos conservan las longitudes y los ángulos, son isometrías, y que el resultado final un paralelogramo, ¿quién es capaz se sustraerse a dibujar ese rectángulo y actuar? Quizás el primer paso que demos para resolver este problema consista tomar conciencia de él, por ello, se experimenta al dibujar un rectángulo y aplicar cada una de las medias vueltas. Esto nos aportará una idea o una tendencia, pero

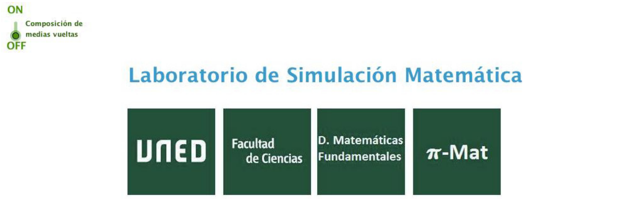


*Figura 1. Portada del Laboratorio de Simulación Matemática.*

con esto no se demuestra nada. Sin embargo, ¿reiteraremos el proceso con un paralelogramo?

Hoy en día se dispone de programas de ordenador que nos permite mecanizar el proceso manual y tratar suficientes casos particulares. En esta experimentación aportamos un Laboratorio de Simulación Matemática desarrollado con Geogebra para afronta esos primeros pasos.

Con la ejecución manual del proceso se intuye que la imagen final del rectángulo coincide con el rectángulo inicial. Con el laboratorio se puede experimentar con otros rectángulos, y se confirma esa primera intuición. Ahora bien, uno cosa es intuir o refutar, mediante experimentación, la idea del resultado final y otra demostrar esa igualdad de figuras. Sin dudas, la fase experimental permite tomar conciencia de aquello que se debe redactar mediante razonamientos en términos de composición de simetrías, es cierto. En general, únicamente esta última descripción se considerará como la resolución del problema. Así pues, el rectángulo inicial y el final coinciden.

Si bien, la reducción del problema a rectángulos resulta satisfactoria, cabe pensar que en el caso general del paralelogramo se producirá algo similar. Bueno, que mejor que volver a experimentar con uno y otro paralelogramo para ver ese mismo efecto. Para ello, la figura del laboratorio se deforma al mover algunos vértices para construir un paralelogramo.

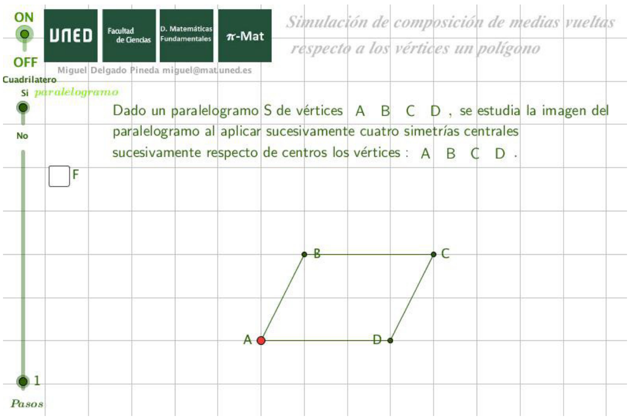


*Figura 2. Vista experimental con el paralelogramo inicial.*

Inexorablemente, se ofrece de forma experimental el mismo tipo de solución, es decir el paralelogramo inicial y el final coinciden. No importa la forma y las veces que se experimente, la refutación del resultado obtenido con rectángulos se mantiene para los paralelogramos.

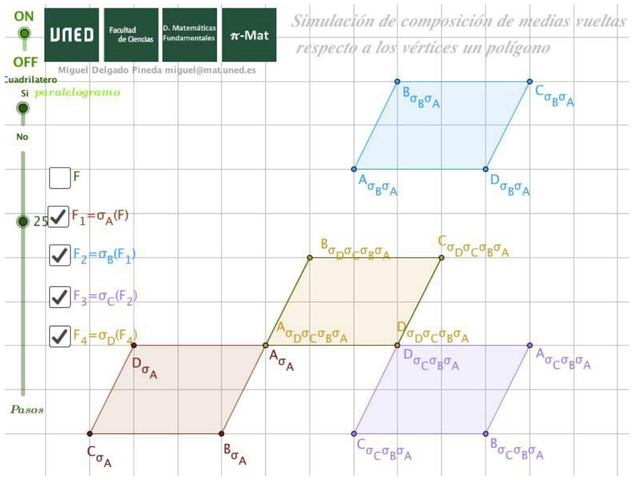


*Figura 3. Vista la secuencia de paralelogramos obtenidos.*

Si bien se ha cambiado de figura, el proceso experimental es el mismo y el resultado también. Una pregunta emerge rápidamente: ¿Varía en algo la resolución formal del problema con paralelogramos? La respuesta es inmediata: no es necesario cambiar nada.

Una vez demostrada la igualdad de paralelogramos, nos cabe la posibilidad de seguir experimentando. Cabe intentar saber si esta igualdad de figuras es una propiedad propia de los paralelogramos o si es una propiedad de los cuadriláteros.

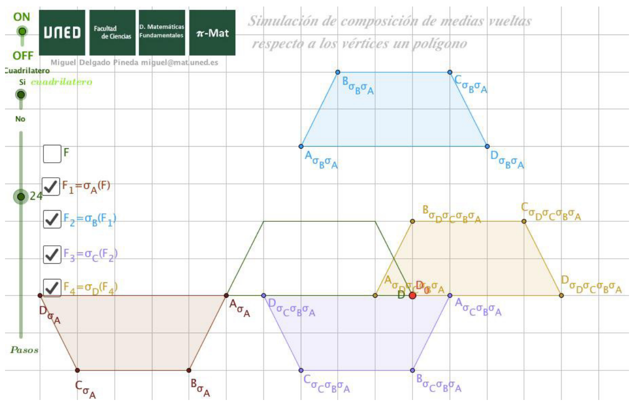


*Figura 4. Vista de la secuencia de trapecios de la experimentación.*

Difícilmente podrá encontrarse un ejercicio de un libro de texto que aborde el estudio de esa propiedad para cuadriláteros, principalmente por que es falsa. En los textos suelen aparecer situaciones constructivas y situaciones que incrementen los conocimientos positivos de la materia aunque sea de forma de problema. Sin embargo, para aquel que experimenta no es extraño que se formule este problema con cuadriláteros. Quizás pudiera aparecer un enunciado como el siguiente:

*Dado un cuadrilátero (ABCD) ¿qué tipo de isometría es* $\sigma_D \circ \sigma_C \circ \sigma_B \circ \sigma_A$*?*

Vista la Figura 4 en la que se ha utilizado un trapecio, podemos intuir que la respuesta será una traslación. Otra cosa es demostrar que es una traslación aunque ya se tiene la pista de lo que se busca.

¿Podemos intuir la dirección de esa traslación si hay dos lados paralelos? Una buena respuesta consistirá en experimentar varias veces con figuras análogas y obtener cierta constancia de la reiteración de resultados. Los resultados experimentales indican que la dirección es la de los lados paralelos, ahora sólo queda demostrarlo, pues ya se sabe lo que se busca.

Al ver el contenido de la Figura 5 con un cuadrilátero, sin lados paralelos, parece reafirmarse la idea de que se trata de una traslación, y refutaremos esa idea con nuevas experimentaciones. Ahora bien, también observaremos la variación de su dirección.

Podemos decir que la pregunta sobre cuadriláteros es una pregunta natural al experimentar, aunque nos guste creer que la cuestiones matemáticas aparecen descontextualizadas de la observación y la experimentación, y del estudio de problemas concretos.

De nuevo emerge nuestro carácter generalizador que es fomentado por la experimentación con el laboratorio de simulación. Debemos dar respuesta a enunciados análogos al inicial al variar el número de lados. Por ejemplo:

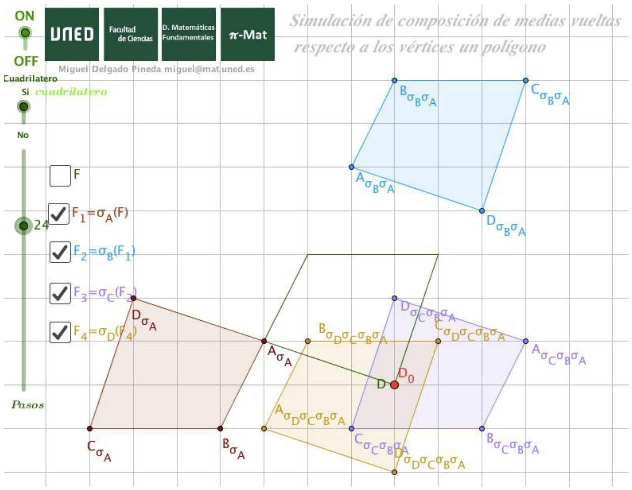


*Figura 5. Vista de la secuencia de un cuadrilátero sin lados paralelos.*

*Dado un triángulo (ABC) ¿qué tipo de isometría es* $\sigma_C \circ \sigma_B \circ \sigma_A$*?*

*Dado un pentágono (ABCDE) ¿qué tipo de isometría es* $\sigma_E \circ \sigma_D \circ \sigma_C \circ \sigma_B \circ \sigma_A$*?*

Este afán experimentador no tiene fin. Para experimentar, simplemente, hay que tener ganas y posteriormente demostrar lo intuido, pues la experimentación no es suficiente.

**Miguel Delgado Pineda**
*Dpto. de Matemáticas Fundamentales*