100cias@uned
Facultad de Ciencias
N.º 4 (nueva época) | 2011
ISSN: 1989-7189

Enseñanza

TALLER Y LABORATORIO

LABORATORIO DE MATEMÁTICAS

LABORATORIOS EN LOS QUE EXPERIMENTAR LA DEMOSTRACIÓN

INTRODUCCIÓN

Todo profesor de matemáticas tiene el reto de hacer que sus estudiantes sean expertos en las materias que componen las Matemáticas. Sin embargo, también se presenta una gran dificultad saber qué Matemáticas tiene que enseñar. Esta dificultad sólo aparece cuando se producen convulsiones sociales demandando cambios en los contenidos y en las técnicas matemáticas. Hay quienes interpretan las Matemáticas como el lenguaje de la Ciencias y la Tecnología, y sólo están interesados en acumular enunciados de verdades matemáticas o teoremas y técnicas de uso práctico de esos teoremas. Sin duda, la visión de la Matemática como herramienta práctica nunca ha sido descabellada, ni lo será, puesto que la práctica está en la esencia matemática. Sin embargo, hacer de su estudio un proceso en el cual se asuma la existencia de los teoremas de forma axiomática con el motivo de "ganar tiempo" para aplicarlos en casos no es recomendable en la formación universitaria.

MATEMÁTICAS, UNA MATERIA EXPERIMENTAL

Cuando un estudiante aborda los estudios de matemáticas comprueba que son tratados como estudios experimentales. Esto choca con la idea, muy difundida entre los estudiantes, que para hacer matemáticas tan sólo debe aprender a deducir la solución desde una situación inicial. ¿Cuál he sido la formación inicial del estudiante para que se genere tal idea?

No deseo aportar una descripción profunda y tan sólo señalo un par de aspectos de esa enseñanza inicial.

El primer aspecto es que al estudiante se le programa un proceso de aprendizaje donde el par de reto-respuesta está modelado simplemente por su existencia. Es decir, al estudiante siempre se le presentan retos que pueden ser resueltos con lo que previamente se le ha contado como "teoría". No se le presentan retos que pudieran no tener solución general. De esta forma la experimentación práctica de casos particulares que refuten o rebatan ese reto, la necesaria creencia de que el reto puede ser cierto o falso, la elaboración de estrategias que le permitan modelar el reto como problema a resolver o búsqueda de contra ejemplos, y la necesidad de crear una resolución casi desaparecen. Por el contrario, el estudiante desarrolla la habilidad de buscar qué cosa concreta de la teoría debe aplicar en esa situación para resolver el reto. Una, otra vez y, así sucesivamente, el análisis de situación desaparece hasta llegar a la universidad, donde se le presentan retos que debe interpretar y obra en consecuencia.

El segundo aspecto versa sobre la forma en la que se le presenta ese necesario conocimiento teórico que debe acumular. Para poder describirlo diré que parece tratarse de un proceso de carácter religioso, donde la presentación de resultados debe ser asumida sin cuestionamiento pues se aplica en tal y tal situación. Cuando un estudiante fundamenta la verdad de teoremas en la erudición del profesor, una y otra vez, sin discusión, no entiende que en el futuro se le presenten situaciones nuevas, y reclame al profesor universitario que le facilite esos nuevos teoremas sin más. Esto casi siempre se detecta cuando se pide un resumen de los resultados más importantes sin necesidad de demostración. Ya digo, *casi siempre*.

El problema no es sólo de aprendizaje, si no que se trata de un problema de enseñanza. Pero, ¿cómo cambiar la enseñanza cuando hay tanto tonto erudito insaciable de méritos educativos? Cuando uno ha llegado a creer que posee cierta verdad tras un largo periodo de formación, es posible que crea que hay un camino corto para adquirir esa formación. Puede que no entienda que hay muchos otros que se han formado anteriormente empleando tanto tiempo en su formación, o puede que él asumiera religiosamente gran parte de su formación.

Sustraer al estudiante de la convicción de un resultado verdadero impide el deseo de querer demostrar tal resultado. En numerosas ocasiones, la convicción llega después de la experimentación de casos y, una vez convencido, puede que se llegue a demostrar algo, o se encuentre un contraejemplo para rechazarlo. En este proceso, que se repite constantemente en la enseñanza, el estudiante está asentando los pilares de su creatividad profesional futura.

LA COMUNICACIÓN MATEMÁTICA

La información tiene algunas características similares a los líquidos, pues fluye desde un emisor a un receptor. Fluyen símbolos, caracteres, palabras, sonidos e imágenes, pero lo que importa en Matemáticas es que fluyan los significados. Por ello, la transmisión y la recepción de información matemática utilizan un protocolo unívoco entre esos elementos y los significados, con cierta independencia temporal.

La presentación y exposición directa de contenidos matemáticos suele ser el medio más eficaz en la comunicación matemática. Sin embargo, el libro es el medio más duradero. La exposición oral con relleno de varios pizarrones y sus generalizaciones tecnológicas, al sustituir el pizarrón por un proyector y un conjunto arborescente de transparencias físicas o virtuales a modo de PowerPoint, requieren sincronizar el relato oral con lo escrito en la pizarra o con el contenido de las transparencias y la presencia del profesor y del estudiante.

Una generalización de la exposición directa consiste en complementar la exposición de esas transparencias incrustando audio y vídeo en ellas. Esta segunda generalización responde a la necesidad de que el estudiante o el profesor no tengan que estar presente en el momento real de la exposición.

La comunicación entre profesor y estudiante requiere, sin duda, una elaborada presentación de los contenidos matemáticos. Es imprescindible aportar suficientes imágenes para que el estudiante comprenda lo presentado. Esa comprensión pasa porque el estudiante genere sus propias imágenes, en las cuales encriptar o cifrar contenidos matemáticos siguiendo el proceso de Visualización Matemática descrito en [2]. En [6] se presenta un conjunto de características que afectan a la recepción visual de la información, tanto textual como gráfica, y los efectos no deseados de la percepción sensorial visual.

Los **Laboratorios de Simulación Matemática** sobre un ordenador ([1] y [3]) constituyen el medio que proponemos para comunicar Matemáticas, puesto que aquello que se ve o se oye en un momento dado suele olvidarse mucho antes que aquello que se hace y se experimenta. La forma de comunicar Matemáticas que proponemos no se corresponde con estas formas de presentar información, caracterizadas por esfuerzos comunicativos asimétricos por necesidad, pues la información fluye de donde está a donde falta, hasta alcanzar un cierto nivel común.

Sin duda es un medio compatible con otras formas de presentación de contenidos matemáticos que facilita el proceso de visualización necesario para que el estudiante aprenda, y que no requiere la presencia del profesor, si bien podría estar presente. Esta última característica lo hace muy útil en los entornos de enseñanza no presencial, entendiendo por "no presencial" ni la presencia real ni la presencia virtual.

Cada uno de estos laboratorios es más que un simple laboratorio virtual en los cuales se manipulan objetos,

Figura 1. Vista inicial común de los laboratorios de simulación.

en ellos se puede añadir algoritmos, demostraciones y situaciones prácticas simuladas. No son programas de cálculo numérico o simbólico, pues no se requiere una alta precisión numérica para facilitar la comunicación de contenidos y su aprendizaje. En general, podemos decir que son unidades completas y autosuficientes para enseñar y para generar aprendizaje activo.

En la confección de un laboratorio, al igual que en la de un libro, se requiere un gran esfuerzo y un estudio de lo que se quiere hacer y contar, además de saber contarlo y de hacerlo de forma correcta. Una vez confeccionado un laboratorio, debe ser experimentado y evaluado por expertos, comprobando que no pueda inducir situaciones de uso que inicien dificultades didácticas posteriores. La utilización de uno de estos laboratorios puede ser planteada como: (1) elemento de apoyo al profesor para ejemplificar casos en el aula, y (2) elemento experimental de aprendizaje por descubrimiento en el aula, para hacer llegar la información al estudiante y puede ser empleado como gancho educativo, tanto en el aula como fuera de ella.

Tanto en sistemas de educación presenciales como en los no presenciales ocurre que la utilización de estos laboratorios necesita el deseo de aprender del estudiante, y ese deseo puede iniciarse por curiosidad. Una vez que el estudiante desea aprender, entonces empieza junto con el profesor su formación con situaciones didácticas preparadas previamente por el profesor, bien desde un ordenador personal o bien vía Internet. Una vez familiarizado con el laboratorio, podrá experimentar libremente otras simulaciones. Los nuevos retos pueden ser tratados por el estudiante con la simulación del laboratorio, a la espera de que se produzca cierta convención y emerja la necesidad de demostrar el proceso matemático empleado, bien descubriendo la demostración o bien buscando ésta en la bibliografía.

LAS MATEMÁTICAS QUE ENSEÑAN LOS PROFESORES

En la base de la Enseñanza de las Matemáticas aparecen problemas generados por las concepciones perso-

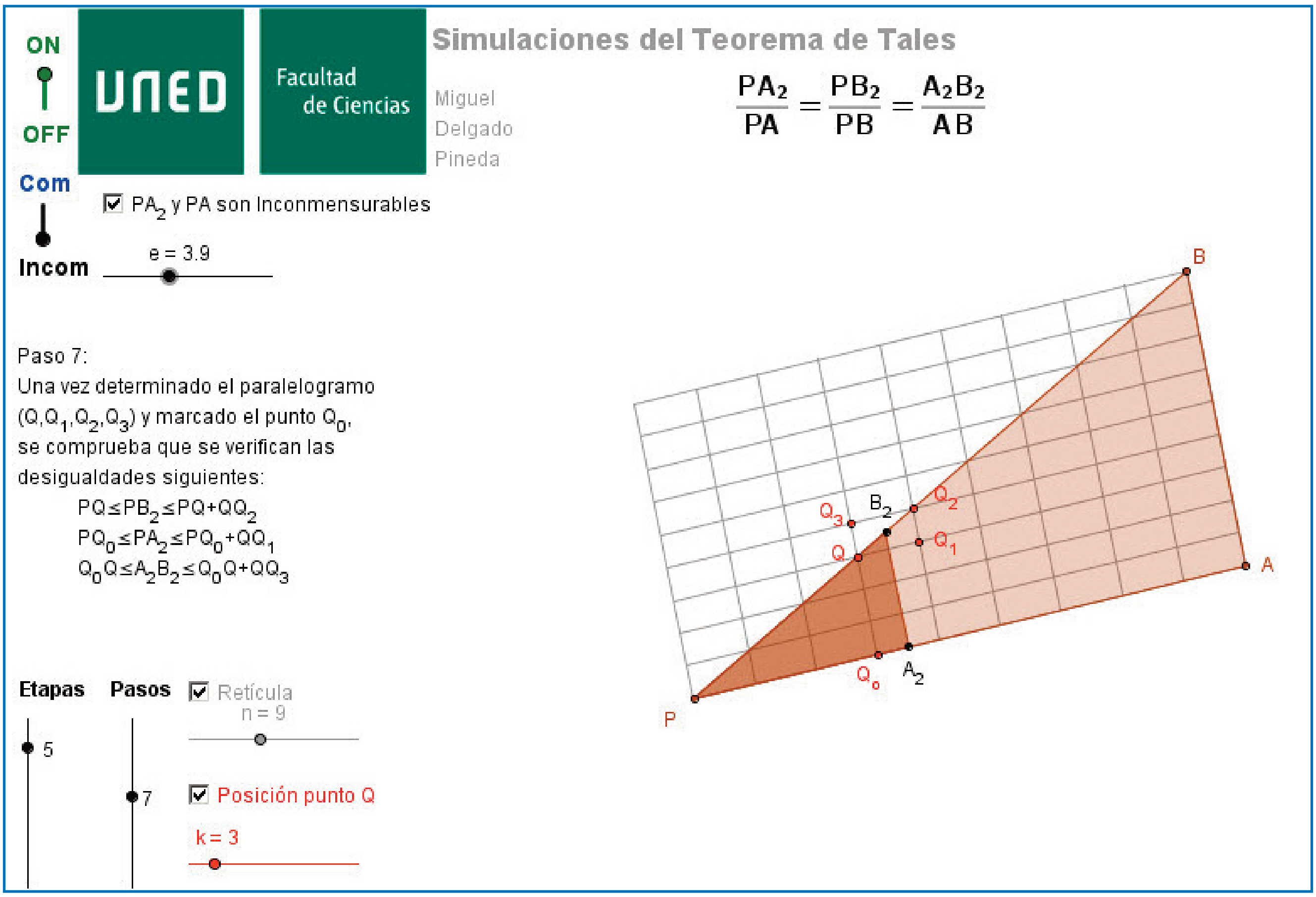

Figura 2. Vista parcial de la construcción simulada de la función seno.

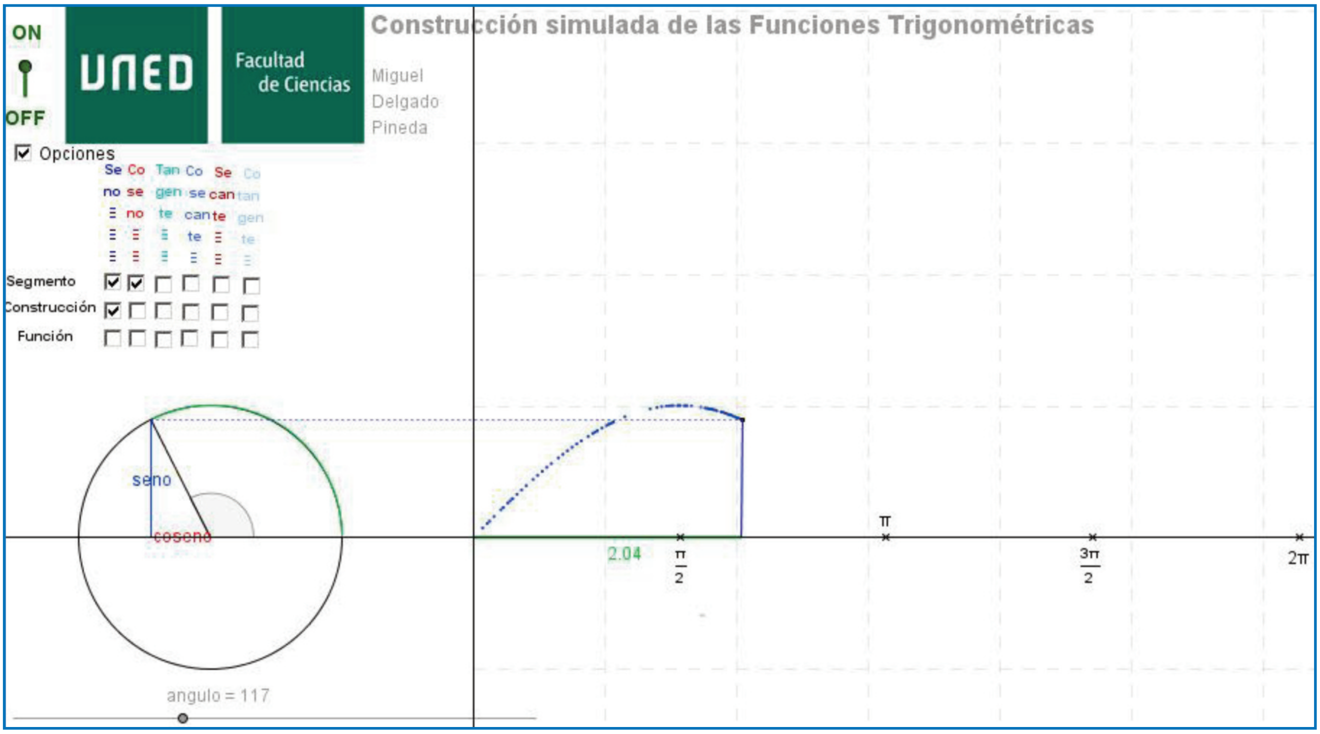

Figura 3. Un paso de la demostración del teorema de Tales.

nales del profesor sobre las Matemáticas y sobre las Matemáticas que hay que enseñar. Esas concepciones están muy arraigadas y no surgieron espontáneamente, son fruto de lo aprendido en algún el nivel de educativo en las que tenían validez. Alguna vez se transformaron en obstáculos de los aprendizajes posteriores, quizás nos arraiguemos a las verdades matemáticas iniciales de nuestra vida académica. Aunque racionalmente se puedan adoptar otras, las primeras casi nunca desaparecen del todo y emergen en momentos de dificultad.

Hoy en día parece que la concepción personal sobre educación matemática del profesor debe ser defendida en el marco de investigación de la “Enseñanza de las Matemáticas”, para ello deben utilizarse citas bibliográficas. Esto obliga a que cualquier interpretación debe estar introducida desde un marco epistemológico de la enseñanza en general o de la enseñanza de las matemáticas en particular. Como consecuencia ocurre que las ideas y las interpretaciones quedan relegadas en importancia ante una posible lista de referencias bibliográficas, de las cuales sólo se resalta algún párrafo descontextualizado.

¿Enseñamos lo que es enseñar matemáticas o lo que creemos que es enseñar? La respuesta es obvia, no podemos enseñar lo que no sabemos, pero podemos enseñar aquello que creemos saber. Las creencias relativas a lo que es enseñar matemáticas de un profesor de enseñanza universitaria suelen estar posicionadas entre dos posturas extremas. Mientras en la primera se considera la enseñanza de las matemáticas como la enseñanza de un conocimiento estrictamente independiente de otros, con sus métodos y formas de expresión, en la segunda se considera que las matemáticas simplemente se componen de un conjunto de métodos abstractos que permiten ser empleados en materias de interés, y lo que hay que enseñar es eso.

También, la concepción de un profesor de enseñanza secundaria se mueve entre otras dos posturas extremas. Una consiste en reproducir lo más fielmente posible los métodos de enseñanza que él recibió cuando era estudiante universitario, pues la autoridad académica así lo hacía. La otra consiste en desarrollar libremente su método defendido en la supuesta repetición y experiencia en los años anteriores, abandonando por anquilosados los métodos empleados con él.

Se puede decir que no hemos encontrado profesores para los que su posicionamiento ante las Matemáticas y su enseñanza les impida poder complementar su labor con apoyo de programas de ordenador. Con esto no queremos decimos que no existan profesores reacios a la utilización del ordenador cuando se trata de enseñar matemáticas, pues la utilización de algunas tecnologías de la información puede causar desasosiego sobre todo si se pide al profesor su utilización en virtud de una supuesta innovación docente. En algún caso ese desasosiego se produce cuando el profesor ha aceptado una determinada tecnología y la ha adecuado a su utilización matemática y ocurre que esa tecnología queda casi obsoleta pues aparece otra que supuestamente es mejor. Un ejemplo de esto lo constituyen la aparición de programas de cálculo simbólico muy utilizados en unos pocos años y que desaparecen fruto de los cambios de los sistemas operativos de los ordenadores, si no se hace una versión nueva.

Usar uno de los **Laboratorios de Simulación Matemática** resulta tan inquietante como utilizar un libro de texto. En la elaboración de cada uno de estos laboratorios hemos utilizado el software Geogebra, cuyas principales virtudes son: ser de uso libre, establecer un entorno declarativo de objetos, no poseer un lenguaje de programación, tener una extensa lista de comando, generar "applets Java" independientes del entorno y mantener una política de no comercialización del producto o de sus derivados. En definitiva, es un software que será duradero, evitando el estrés de un cambio continuo.

LA DEMOSTRACIÓN, ESENCIA DE LAS MATEMÁTICAS

Es absolutamente necesario que la comunicación matemática entre el profesor y el estudiante, o entre los estudiantes, sea asumida mediante un pacto declarado implícitamente como bidireccional en todo momento. Ser

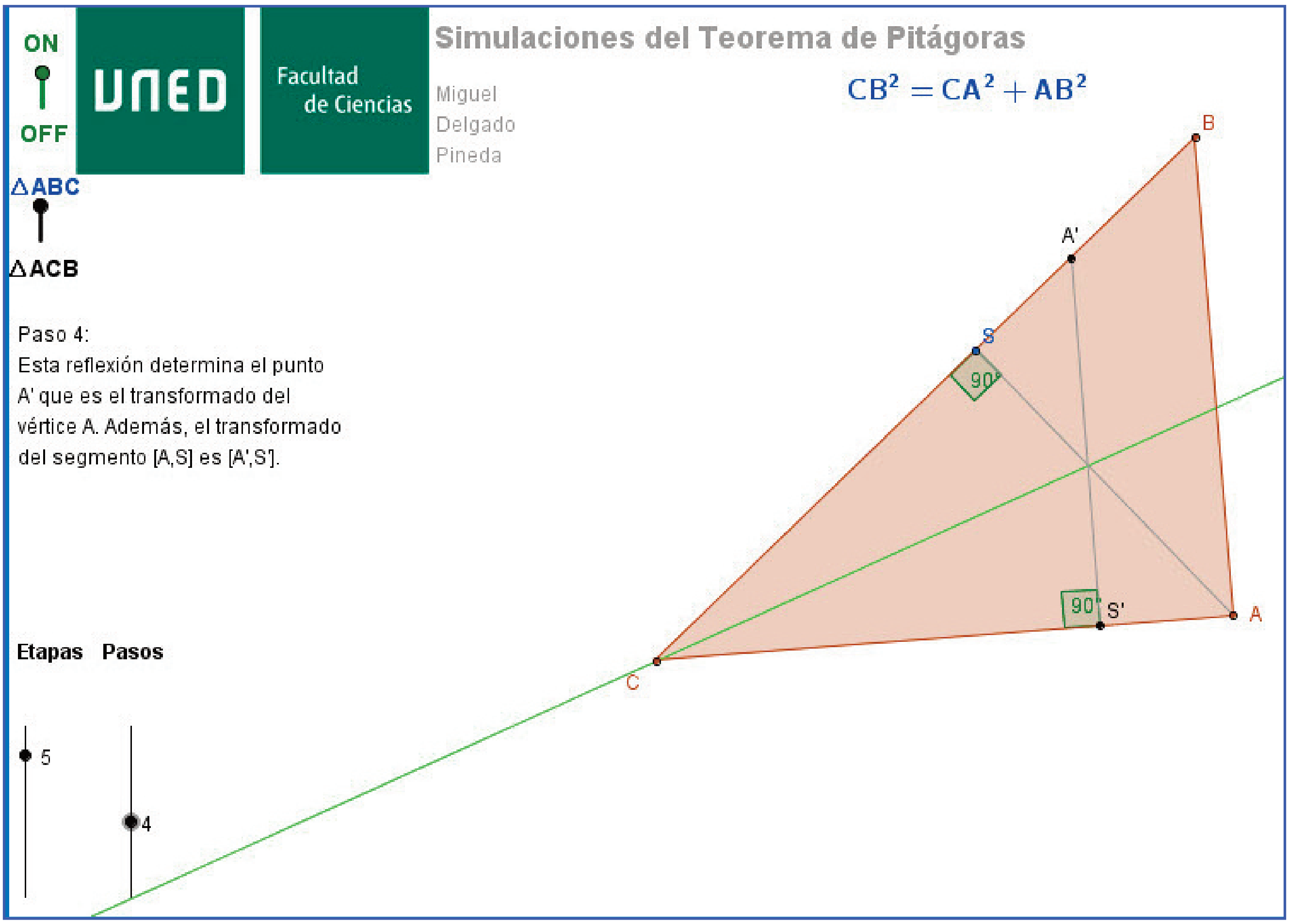

Figura 4. Un paso de la demostración del teorema de Pitágoras.

bidireccional no quiere decir que se trata de una comunicación entre iguales, pues sólo en la etapa final de la comunicación podría ser así. Es bidireccional si el estudiante dispone de la posibilidad de participar en cada momento haciendo uso de lo presentado en esa comunicación y, además, el profesor anima a esa participación. Es evidente que nos referimos a comunicaciones que se desarrollan a lo largo de varios días, de tal manera que el alumno pueda adaptarse a las presentaciones que se desarrollan.

Una comunicación con una exposición matemáticamente correcta, y que está suficientemente fundamentada y relacionada con ejemplos, no es necesariamente una comunicación clara para el estudiante. Para una comunicación con esas características se debe tener muy estudiado el ritmo de desarrollo antes de producirse. El ritmo es muy importante, incluso esencial, para que la comunicación pueda ser bidireccional. El ritmo debe respetar el necesario tiempo de adaptación del estudiante a lo expuesto, teniendo un especial cuidado en cada demostración de cualquier verdad matemática. Es necesario acertar con el ritmo para que se genere la convicción del estudiante y su deseo de aprender.

Aceptar verdades matemáticas (proposiciones, lemas y teoremas), unas tras otras sin demostración, una y otra vez, resulta tan esperpéntico como disponer de las soluciones de problemas sin saber cómo se obtuvieron esas soluciones. En general, si no se sabe cómo se ha resuelto un problema, independientemente de que la solución sea correcta, ¿qué es lo que se aprende o se debe aprender?

Una demostración es esencialmente la descripción de las secuencias de acción-efecto, antecedente-consecuente, basadas en otras verdades matemáticas que tienen utilidad en la consecución de lo que se desea demostrar. La resolución de un problema no es más que un caso especial de demostración particularizada en el marco del problema.

Al igual que las resoluciones de problemas, las demostraciones son catalogadas como:

- *Demostraciones constructivas:* en ellas se determina la existencia de la verdad de la tesis construyendo el elemento necesario que aporta dicha certeza. Estas demostraciones aportan algún algoritmo de construcción que es necesario aprender si se desea resolver algunos retos futuros.
- *Demostraciones no constructivas:* en éstas sólo se aporta certeza respecto a la existencia de ese elemento necesario. En realidad se abre la posibilidad de buscar una posible construcción del elemento necesario, si es que existe, o la posibilidad de algún otro elemento que lo aproxime en algún sentido.

Ya hemos mencionado que tanto en la resolución como en la demostración se presenta una secuencia de pasos que el estudiante debe comprender uno tras otro. Si bien es crucial comprender cada paso, es igualmente necesario recordar la secuencia de pasos para llegar al fin deseado que es aprender.

Si se dispone de un libro, entonces resulta que la comunicación textual obliga al estudiante a realizar un esfuerzo adicional para distinguir los diferentes pasos y su secuencia, pues en el texto se intenta optimizar el número de caracteres impresos. Es cierto que en el texto se presenta la secuencia completa sin marcar excesivamente los pasos, ahora bien, el estudiante dispone de todo el tiempo que necesite para intentar comprender lo escrito. Supuesto que el estudiante comprenda algunas acciones, puede ocurrir que no detecte y no aprenda la secuencia de pasos.

Si un profesor expone algo en la pizarra, entonces la secuencia suele ser marcada por las pausas de aquello que escribe. Al dedicar el estudiante su atención a lo que se escribe y se dice, puede seguir con cierta facilidad cada paso. Este tipo de comunicación tiene su dificultad para el estudiante, no dispondrá de esa información por mucho tiempo. Para evitar la pérdida de información, el estudiante dedica más atención a recoger por escrito lo que lee en la pizarra, y algunas veces lo comentado por el profesor, que al seguimiento comprensivo de lo descrito, pero este proceder acarrea otra posible dificultad. El problema se centra en que para aprender lo escrito debe interpretarlo y obliga a recurrir a lo que recuerda de lo expuesto por el profesor. Es muy frecuente que un estudiante comente a su profesor: “en el aula lo entiendo todo, pero me resulta muy difícil volver a entender lo tratado cuando estoy sólo”.

Una generalización tecnológica que pretende eliminar la recogida de apuntes consiste en sustituir la pizarra normal por una pizarra electrónica, puesto que aquello que se escribe sobre dicha pizarra queda grabado en un fichero que el estudiante puede descargar desde la red. Sin duda, a favor del uso de esta tecnología se pueden añadir más características notables y útiles y un mayor valor añadido. Pero no debemos olvidar que: encarece la comunicación, muta cada cuatro o seis meses y puede estar desfasada a la vuelta de cuatro años. ¿Y de los ritmos qué? La tecnología cambia notablemente el ritmo de exposición del profesor, puesto que la respuesta visible en la pizarra se genera con un ligero retraso respecto al momento en que el profesor lo escribe o dibuja. El ritmo de seguimientos de estudiante debe adecuarse a esos retardos.

Otra respuesta tecnológica que evita en cierta medida esos retrasos de las pizarras electrónicas y el engorro de rellenar pizarras escritas es la comunicación mediante transparencias preparadas previamente. Nos referimos a los acetatos y las transparencias semejantes a las de las presentaciones de Microsoft Office PowerPoint. El uso de esta tecnología posibilita entregar un documento con el contenido de cada transparencia antes de la exposición, así el estudiante podrá anotar aquellos comentarios necesarios para poder reentender lo expuesto cuando esté sólo. Con esta tecnología es muy fácil que el profesor caiga en dos abusos comunicativos que rompen el contrato de comunicación inicial:

– El primero tiene que ver con la confección de cada transparencia: se introduce mucha información que aparece o desaparece muy rápido en relación al tiempo que está presente al hacerlo sobre una pizarra normal. Es un fallo que implícitamente demanda un mayor esfuerzo de atención del estudiante, sin darle el oportuno y adecuado ritmo de comprensión.
– El segundo tiene que ver con la cantidad de transparencias que se pueden presentar por sesión. Al no tener un ritmo pausado y no tener que construir nada sobre la marcha, el profesor confecciona muchas más trasparencias que las que se deben mostrar en una sesión. Esto produce que no se respeten los ritmos de aprendizaje ni se valora la cantidad de información a la que se puede atender.

Tanto si se comunica por escrito, en directo, o grabando las sesiones de comunicación, la resolución de problemas y las demostraciones de verdades matemáticas deben ser expuestas en casi todas las comunicaciones matemáticas distintas de las divulgativas o recreativas.

La resolución inicial de problemas es una etapa anterior a la demostración de una verdad. Esos problemas son necesarios para facilitar el aprendizaje del estudiante, ya que permiten mostrar algunas imágenes que servirán de imágenes portadoras de la información matemática general (abstracta), en el sentido de los procesos de Visualización Matemática de [1] y [2]. El estudiante se familiarizará y utilizará esas mismas imágenes en una primera instancia hasta adquirir una imagen propia. Si la demostración de algo aparece desconectada de los necesarios ejemplos iniciales, el proceso de visualización podría no completarse.

Con nuestra propuesta de usar los laboratorios de simulación matemática se accede a presentar las demostraciones sin desconectarlas de los ejemplos, de manera que el estudiante analiza la secuencia paso a paso haciendo uso de ejemplos simulados. Ante un paso no entendido, puede instantáneamente volver al paso anterior y comprobar con datos la situación y el motivo de ese paso. Si el proceso simulado induce a la ordenación de las ideas, tan sólo queda actualizar esos pasos sin hacer referencias numéricas, es decir, generar una demostración general. Sin duda aportamos otra forma de presentar el conocimiento matemático induciendo a la demostración, sin tener que hacer abstracción desde el primer momento. Además, la forma de exponer los contenidos permite familiarizar al estudiante con el tema mediante el constante tratamiento de esa información simulada. Simulada sólo porque el conjunto de números representables en un ordenador dista mucho del conjunto de números naturales, enteros, racionales y reales. No una simulación de la demostración, pues la demostración es totalmente válida aunque esté particularizada con datos numéricos. Se trata de sugerir la demostración siguiéndola en la simulación de casos.

La disposición de las distintas opciones y la posibilidad de que el estudiante gestione la aparición de la información relativa a las distintas simulaciones convierte a estos laboratorios en un medio de comunicación adecuado a la diversidad de estudiantes, a la diversidad de ritmos de trabajo y a la falta tiempo para estudiar.

Al estudiante se le presentan retos y secuencias de pasos que debe dar con cada laboratorio hasta que se familiariza con él. Con posterioridad, se presentan retos a los cuales responde con la utilización creativa de los elementos disponibles. Es el estudiante quien debe decidir qué parte del laboratorio aportará información suficiente para poder iniciar el estudio de estos últimos retos.

Estos laboratorios se utilizan en la UNED desde hacer más de cuatro cursos. En estudios de la Escuela de Ingeniería Informática ("Análisis Matemático"), en la Facultad de Ciencias para los estudios de Matemáticas ("Análisis Matemático", "Álgebra", "Geometría Básica" y "Lenguaje Matemático: Conjuntos y Números") y de Físicas ("Análisis Matemático" y "Álgebra"). Algunos laboratorios han sido presentados en encuentros y congresos educativos nacionales e internacionales, en España, Portugal, México y Argentina.

En [4] se hace alusión a la necesidad de declarar unas supuestas nociones que, empleadas como axiomas, pudieran fundamentar la enseñanza de las matemáticas de manera que a partir de esas nociones se pudiera construir toda verdad (teorema) de esta materia. En esencia, parece reclamarse una fundamentación matemática o axiomatización de una lógica en la enseñanza de las matemáticas. Creemos que esa línea es viable y se debe seguir en ella, pero sin olvidar que cualquier axiomática podrá producir paradojas que suelen ser difíciles de eliminar. Sirva como ejemplo las axiomáticas existentes sobre conjuntos.

Mientras esperamos a que aparezca esa axiomatización abstracta nos conviene recordar que al enseñar matemáticas al estudiante, el profesor debe ejecutar una secuencia de pasos en los que trata los siguientes puntos:

- Retos o problemas iniciales de los que emerge lo matemático. Retos que son expresados en lenguaje natural, que los estudiantes entienden.
- Determinación de las características del objeto de estudio (el reto) que dan sentido inicial a los objetos matemáticos que se definen.
- Redefiniciones del reto al lenguaje matemático para sólo actuar dentro de algún marco matemático.
- Secuencia de:
  - condiciones necesarias,
  - condiciones suficientes,
  - condiciones necesarias y suficientes,
  - relativas a otros objetos matemáticos relacionados con los obtenidos del reto.
- Secuencia de las condiciones necesarias y suficientes relativas a otros elementos con relación a la que se trata.
- Nuevos retos muy relacionados con cada uno de los puntos anteriores.
- Análisis de retos en los que se requiere la utilización de todos los elementos tratados en puntos anteriores.

Quizás las Matemáticas tuviesen un cierto carácter religioso en la época de lo pitagóricos, quizás existan problemas de la vida real donde el conocimiento empírico aporta información sobre cómo tratarlo, ahora bien, no podemos cambiar la naturaleza del saber matemático y de su aplicación para transformarlo en un saber religioso. El uso de demostraciones impide creer sin más en todo y los **Laboratorios de Simulación Matemática** emplean nuevas formas de presentar las demostraciones que incentivan la necesaria vitalidad del estudiante a la hora de iniciarlas.

BIBLIOGRAFÍA

[1] Delgado Pineda, M. *El Laboratorio de Simulación como elemento innovador en la Enseñanza*. Proceedings del 5º Encuentro Internacional sobre la Enseñanza del Cálculo. Toluca de Lerdo, México (2011).

[2] Delgado Pineda, M. *Objetos Matemáticos dentro del marco de una Matemática visual*. Proceedings de EDUMAT-2009. Chivilcoy, Buenos Áires, Argentina (2009).

[3] Delgado Pineda, M. *Matemática visual: El aprendizaje del concepto de derivada de una función en un punto mediante el desarrollo de una ingeniería visual*. Proceedings del XIV Congreso Internacional para la Educación y el Conocimiento: Hacia la Web 3.0. Madrid, España (2009).

[4] Godino, D. J. *Nociones primitivas, "postulados y teoremas" en educación matemática*. Mathematics and its didactics. Pitagora Editrice, Bologna, 108-110 (2011).

[5] Needham, T. *Visual Complex Analysis*. Claredom Press (Reprint 2000), Oxford (1997).

[6] Ware, C. *Information Visualization* (2nd Edition), Elsevier Inc. San Francisco (2004).

Miguel Delgado Pineda
Dpto. de Matemáticas Fundamentales
miguel@mat.uned.es