

a estas longitudes de onda, dando lugar a los procesos de suma de frecuencias que originan la radiación visible (verde y azul). El cristal se encuentra, finalmente, sobre un goniómetro piezoeléctrico que permite, mediante un giro del cristal, alcanzar las direcciones de ajuste de fase de cada uno de los procesos no lineales (autodoblado en frecuencia para el rojo y autosuma de frecuencias para el verde y el azul).

4. CONCLUSIONES

Los materiales láser basados en la incorporación de iones de tie-

rras raras en matrices cristalinas no lineales permiten la combinación de las excelentes propiedades láser de dichos iones con la posibilidad de combinaciones múltiples de frecuencias (colisiones entre fotones láser y de bombeo). En el presente trabajo se han esquematizado los diferentes métodos utilizados para la obtención de luz láser en el rojo, verde y azul, basados en un cristal de Borato de Ytrio y Aluminio activado con iones Nd^{3+} . Se abren pues la puertas a los dispositivos láser compactos de proyección, basados en láseres de estado sólido de cristales no lineales activados con iones de tierras raras.

REFERENCIAS

1. T. Maiman, *Nature*, **187**, 493 (1960).
2. A. A. Kaminskii, *Laser Crystals*. Springer-Verlag, Berlin (1981).
3. R. Boyd, *Non linear Optics*. Academic Press (1992).
4. D. Jaque, J. Capmany, J. A. Sanz García, A. Brenier, G. Boulon and J. García Solé, *Optical Materials*, **13** (1999).
5. D. Jaque, J. Capmany and J. García Solé, *Optical Engineering*, November 1999.
5. D. Jaque, J. Capmany and J. García Solé. *Applied Physics Letters*, **75**, 3 (1999).

Daniel Jaque, Juan Capmany y
José García Solé
Depto. de Física de Materiales
Universidad Autónoma de Madrid

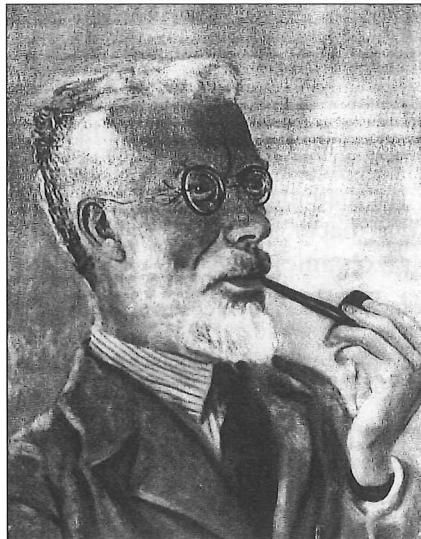
COLABORACIONES

R. A. Fisher: el inicio del Análisis Multivariante

1. ALGUNOS ASPECTOS BIOGRÁFICOS DE R. A. FISHER

Sir Ronald Aylmer Fisher (1890-1962) puede ser considerado sin duda el creador del análisis multivariante. Interesa recordar la cita de L. J. Savage, que decía que era más fácil señalar las partes de la Estadística a las que no había contribuido, que referirse a las que sí lo había hecho.

Fisher nace en East Finchley (Londres). Era el más joven de ocho hermanos; tuvo otro gemelo que no sobrevivió: asistió a la escuela en Stanmore y posteriormente estudió en Harrow. En su juventud tuvo prohibido leer con luz eléctrica y se le recomendó no fijar la vista demasiado, se ha especulado sobre si sus problemas de visión ayudaron a desarrollar su capacidad para lograr resultados sin necesidad de realizar todos los pasos y reforzaron su intuición geométrica. Gracias a una beca, estudió en el Casius College en Cambridge, donde se graduó entre 1909 y 1912; en 1913 es lector de física matemática, dedicándose al estudio de biometría y genética. Entre 1913 y 1915 trabaja en una compañía de inversiones, pero pronto descubre que no es ésta su vocación.



Ronald Aylmer Fisher (1890-1962).

En 1916 escribe un artículo en el que demuestra que las teorías de Mendel no se ven rechazadas por los datos; este artículo fue referenciado por Karl Pearson como estadístico y por Punnett como genetista, al no ser aceptada su publicación en la versión que Fisher deseaba, va a dar lugar a una de las muchas polémicas que Fisher mantuvo a lo largo de su vida y que le llevó a afirmar que su artículo había sido referenciado por un estadístico que no sabía genética y por un genetista que no sabía estadística, lo que le creó una fuerte enemistad con Karl Pearson.

En 1917 se casó con Ruth E. Guinness, con la que tuvo dos hijos y seis hijas. Fisher era una persona

muy partidaria de su familia pero mantenía la teoría de que a partir de una determinada edad, los hijos debían vivir fuera de la unidad familiar, teoría que procuró mantener.

En 1919 se une a la estación experimental de Rothamsted, éste fue su particular esfuerzo a la contribución de Inglaterra en la primera guerra mundial, ya que aunque quiso alistarse, por su mala vista, no fue admitido. En esta estación experimental, desarrolló dos de sus principales contribuciones a la ciencia estadística: *el análisis de la varianza*, alrededor del año 1921 y *los principios del diseño de experimentos*, entre 1923 y 1924.

En 1929 es elegido miembro de la Royal Society por sus contribuciones a la estadística, por cierto que opinaba que era un error que la citada sociedad estuviera integrada por un alto porcentaje de personas por encima de 50 años. Al año siguiente, publica su libro *The Genetical Theory of Natural Selection*, donde apoya la teoría de Darwin de la evolución de las especies y modifica la inmutabilidad del concepto de dominancia.

Acepta, a la retirada de Karl Pearson, la cátedra de Eugenésia en el University College de Londres, quedando Egon Pearson, el hijo de Karl Pearson, como catedrático de Estadística. Durante este tiempo se dedica a la investigación en genética, Fisher ha sido de los pocos científicos que han destacado en dos campos distintos del conocimiento.

En 1938 viaja a la India invitado por Mahalanobis y en 1943, a Estados Unidos, como profesor visitante en la Universidad de Carolina del Norte. La etapa entre 1938 y 1962 es en la que se dedica a desarrollar sus trabajos en el campo de la inferencia estadística. Durante el bienio 1953-1954 es presidente de la Royal Statistical Society y dedica sus intervenciones a glosar las contribuciones de los primeros estadísticos.

En 1956, con 66 años de edad, publica el libro *Statistical Methods and Scientific Inference*, que da la impresión de ser un manual para principiantes más que un libro de texto, pero en eso radicó su éxito. A lo largo del libro, anima a trabajar con ejemplos, discute problemas prácticos y términos teóricos, todo a partir de ejemplos numéricos. En él se separa de los matemáticos diciendo que en estadística hay que hacer razonamiento inductivo, en lugar de razonamiento deductivo, para lo cual es necesaria una gran formación matemática, para aplicarla a obtener conclusiones de los datos con que se trabaja.

Se retira en 1957 y se marcha a Australia donde trabaja como investigador en el CSIRO (Commonwealth Scientific and Industrial Research Organisation). En 1962 muere de cáncer de boca en Adelaida (Australia), a la edad de 72 años.

Un amplio estudio biográfico sobre Fisher puede verse en el libro de J. B. Box (1978).

2. CONTRIBUCIONES

A LA INFERENCIA ESTADÍSTICA

Fisher publicó 140 artículos sobre genética, 129 sobre estadística y 16 sobre otros temas. Si uno tuviera que quedarse con las contribuciones que más impacto han producido, éstas posiblemente serían: la calibración del nivel de significación, la diferencia entre muestra y población, el método de la máxima verosimilitud para la construcción de estimadores, el análisis de la varianza y el diseño de experimentos. A continuación se van a desarrollar brevemente cada uno de estos aspectos.

2.1. La calibración del nivel de significación

En su libro titulado *Statistical Methods and Scientific Inference*, publicado por vez primera en 1956 (su última edición es de 1973), Fisher valora la evidencia suministrada por el p-valor del siguiente modo:

- Si el p-valor $\in [0,0.01]$, existe evidencia decisiva contra H_0 .
- si el p-valor $\in (0.01,0.05]$, existe evidencia fuerte contra H_0 .
- si el p-valor $\in (0.05,0.1]$, existe evidencia sustancial contra H_0 .
- si el p-valor $\in (0.1,1]$, existe evidencia a favor de H_0 .

Sin duda esta asignación de valores, junto con el peso de su autoridad, han contribuido a la gran difusión de los tests de hipótesis mediante esta aproximación.

2.2. La diferencia entre muestra y población

También se debe a Fisher la distinción nítida entre muestra y población, hasta entonces no quedaba muy claro el entorno en el que se estaba trabajando. Se podía estar manejando una colección de observaciones y encontrar características de la misma o bien se trataban esas características como los parámetros desconocidos de una población.

2.3. El método de construcción de estimadores de la máxima verosimilitud

Es claramente el método más importante, y con mejores propiedades, de obtención de estimadores que se conoce. Ha de tenerse en cuenta que hasta entonces el método más empleado era el de los momentos, ampliamente utilizado por Karl Pearson para aproximar su célebre familia de curvas.

Es conocido, que dada la muestra (x_1, \dots, x_n) , el método de la máxima verosimilitud para estimar el valor θ , consiste en utilizar el valor de $\hat{\theta}$ tal que

$$\max_{\theta} f(x_1, \dots, x_n | \theta) = f(x_1, \dots, x_n | \hat{\theta})$$

o equivalentemente, si se da regularidad suficiente, el valor que sea solución del sistema

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \theta_i} \ln f(x_1, \dots, x_n | \theta) &= 0 \\ i &= 1, \dots, k \end{aligned} \right\}$$

La idea de considerar el modelo como función de θ en lugar de como función de la muestra es una genialidad, aunque perfectamente razonable si uno está interesado en la estimación del parámetro; y precisamente el que $\hat{\theta}$ cumpla que las derivadas parciales se anulen en él, dota al estimador de máxima verosimilitud de buenas propiedades.

2.4. El análisis de la varianza

El análisis de la varianza fue desarrollado en la estación experimental de Rohamsted alrededor de 1921. Siguiendo el método recomendado por Fisher se puede introducir a través de un ejemplo: Conociendo que el trabajador que usa una máquina influye en el rendimiento de ésta, se trata de controlar estadísticamente la influencia de la máquina y del trabajador en el rendimiento. Para ello supuestas I máquinas y J operarios y considerando la tabla de rendimientos en la forma

	1	2	...	J
1	y_{11}	y_{12}	...	y_{1J}
2	y_{21}	y_{22}	...	y_{2J}
⋮	⋮	⋮		⋮
I	y_{I1}	y_{I2}	...	y_{IJ}

se postula el modelo:

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + u_{ij}, \quad i=1, \dots, I \quad j=1, \dots, J$$

donde

- μ es el efecto global,
- α_i es el efecto máquina,
- β_j es el efecto debido al operario,
- u_{ij} es el efecto aleatorio.

Fisher recomienda que la asignación de operario a máquina sea aleatoria. Lo que se pretende contrastar es la hipótesis nula $H_0: \alpha_i = 0 \quad \forall i, \beta_j = 0 \quad \forall j$. Así se construye la conocida Tabla ADEVA (del Análisis de la Varianza)

De manera que el efecto máquina nulo se contrasta mediante la hipótesis nula

$$H_{01}: \alpha_i = 0 \quad i=1, \dots, I,$$

por lo que la región crítica del test viene dada mediante

$$RC = \left\{ \frac{(I-1)J \sum \hat{\alpha}_i^2}{\sum \sum (y_{ij} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j)^2} \geq f_{I-1, (I-1)(J-1); \alpha} \right\}$$

Análogamente, el efecto operario nulo, se contrasta mediante la hipótesis nula $H_{02}: \beta_j = 0 \quad j = 1, \dots, J$, por lo que la región crítica del test viene dada mediante

$$RC = \left\{ \frac{(J-1)I \sum \hat{\beta}_j^2}{\sum \sum (y_{ij} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j)^2} \geq f_{J-1, (I-1)(J-1); \alpha} \right\}$$

2.5. El diseño de experimentos

Fisher fue el creador del diseño de experimentos. La importancia de esta aportación la pone de manifiesto el hecho de que su libro sobre este tema conoció nueve ediciones entre 1935 y 1966. Sólo se recogerá aquí su cita:

“...Un examen cuidadoso del proceso de recogida de datos, o diseño experimental, puede incrementar la precisión de los resultados, diez o doce veces. Consultar a un estadístico después de que se haya concluido un experimento es, muy a menudo, pedirle que realice un examen postmortem. Quizás le pueda decir de qué murió el experimento.”

Fisher (1935)

3. CONTRIBUCIONES AL ANÁLISIS MULTIVARIANTE

En esta sección se realiza un comentario, breve y no técnico, de todos los artículos de Fisher que tratan sobre el Análisis Multivariante; serán citados únicamente por el año y se corresponden con los que están en la bibliografía al final del artículo.

(1915)– En él se obtiene la distribución en el muestreo del *coeficiente de correlación lineal*, es decir de

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}}$$

cuando la población tiene distribución normal.

Está inspirado en un trabajo de Student en el que éste prueba que si la población $X \in N(\mu, \sigma)$ entonces la media muestral y la cuasi varianza son variables aleatorias independientes, y además

TABLA ADEVA

Efecto	Suma de cuadrados	S.c. medios	Esperanza
máquina	$J \sum (\bar{y}_i - \bar{y}_..)^2 = J \sum \hat{\alpha}_i^2$	$J \sum \hat{\alpha}_i^2 / (I-1)$	$\sigma^2 + J \frac{\sum \alpha_i^2}{I-1}$
operario	$I \sum (\bar{y}_j - \bar{y}_..)^2 = I \sum \hat{\beta}_j^2$	$I \sum \hat{\beta}_j^2 / (J-1)$	$\sigma^2 + I \frac{\sum \beta_j^2}{J-1}$
no explicado	$\sum \sum (y_{ij} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j)^2$	$\frac{\sum \sum (y_{ij} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j)^2}{(I-1)(J-1)}$	σ^2

$$\bar{X} \in N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \text{ y } (n-1)\frac{s^2}{\sigma^2} \in X_{n-1}^2$$

El artículo fue publicado con retraso por Karl Pearson y fue la causa de la enemistad entre ambos y el motivo por el cual Fisher no volvió a publicar en la revista *Biometrika*, liderada por Karl Pearson.

(1921)– Este artículo fue publicado en la revista italiana *Metron* y en él estima el coeficiente de correlación poblacional, cuando ésta tiene una distribución normal bivariante cuyas medias son iguales y la matriz de covarianzas es

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{x,y} \\ \sigma_{x,y} & \sigma_y^2 \end{pmatrix}$$

Introduce como estimador el valor del coeficiente de correlación muestral

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{\mu})(y_i - \hat{\mu})}{\frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{\mu})^2 + \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\mu})^2 \right]}$$

donde $\hat{\mu}$ es el estimador de máxima verosimilitud para el parámetro μ , dado por $\hat{\mu} = 0.5(x+y)$.

También obtiene en este artículo la distribución en el muestreo del coeficiente de correlación muestral, sin emplear la distribución de Snedecor, así como la distribución *fiducial* del coeficiente de correlación poblacional.

(1922)– En este trabajo vuelve a obtener la distribución de la *F* de Snedecor, al tratar de encontrar la distribución de estadísticos asociados a la regresión lineal.

Demuestra que el cociente entre el coeficiente de regresión estimado y su error estándar estimado tiene distribución de Student.

(1924)– Contiene la distribución en el muestreo del coeficiente de correlación parcial r_{xyz} cuando se quita la dependencia lineal de una tercera variable y obtiene que la distribución coincide con la del coeficiente de correlación lineal r_{xy} pero con un grado de libertad menos.

(1925)– Pone de manifiesto la importancia de las distribuciones χ^2 , *t* y *F* en los contextos del análisis de la varianza, para poblaciones normales.

En este artículo incluye el argumento de que si una variable *n* dimensional $\bar{X} \in N(0, \sigma I_n)$ una transformación ortogonal hace que la nueva variable $\bar{Y} \in N(0, \sigma I_n)$ y si además las primeras *k* variables aleatorias de Y_1, \dots, Y_n se construyen convenientemente y se escogen las restantes Y_{k+1}, \dots, Y_n hasta completar las *n*, entonces como

$$\sum_{i=1}^n X_i^2 - \sum_{i=1}^k Y_i^2 = \sum_{i=k+1}^n Y_i^2$$

se sigue que $\sum_{i=k+1}^n Y_i^2$ tiene una distribución $\sigma^2 \chi_{n-k}^2$ independiente de $\sum_{i=1}^k Y_i^2$. Es decir, generaliza el razonamiento que había utilizado para demostrar que en una población normal la media muestral es independiente de la cuasi varianza muestral.

(1928)– Obtiene la distribución del coeficiente de correlación múltiple muestral, cuando las variables *x* e *y*

no son independientes. Además introduce la distribución de la variable χ^2 no centrada.

(1936)– Este artículo está publicado en los *Anales de Eugenesis*, la revista que había fundado Karl Pearson y que Fisher dirigía, desde su nombramiento como profesor de Eugenesis en el University College de Londres.

En él introduce el *análisis discriminante* como el mecanismo que dadas dos muestras $x^{(1)} = (x_1^{(1)}, \dots, x_n^{(1)})$ y $x^{(2)} = (x_1^{(2)}, \dots, x_n^{(2)})$ obtiene la combinación lineal de la diferencia $b'(\bar{x}^{(1)} - \bar{x}^{(2)})$ que maximice la expresión $[b'(\bar{x}^{(1)} - \bar{x}^{(2)})]^2 / V[X]$ con lo que construye la siguiente regla de decisión cuando se obtiene la nueva observación *x*:

si $b'x > 0.5(\bar{x}^{(1)} + \bar{x}^{(2)}) \Rightarrow x$ pertenece a la primera población
si $b'x < 0.5(\bar{x}^{(1)} + \bar{x}^{(2)}) \Rightarrow x$ pertenece a la segunda población

(1938)– Incluye las contribuciones de otros autores relacionadas con el análisis discriminante y, en particular, incluye aspectos tratados por Mood, el coautor de un celebrado libro clásico sobre inferencia, por Wilks, el principal causante del alto nivel alcanzado por los *Annals of Statistics* y por Hsu, el estadístico que aproximó el número de grados de libertad de la distribución de la χ^2 en el problema de Berhens-Fisher.

(1940)– Trata problemas de tests de hipótesis relacionados con el análisis discriminante, estudia las tablas de contingencia y anticipa el análisis de correspondencias.

(1962)– En este artículo, que apareció el mismo año de su muerte, aborda la distribución de distintos coeficientes de correlación tratados de forma conjunta.

Desearía terminar este estudio con lo que G.E.P. Box decía de Fisher:

¿Era un estadístico aplicado? ¿era un estadístico matemático? ¿era un analista de datos? ¿era un diseñador de experimentos? Seguramente, él era todas estas cosas y mucho más que la suma de éstas. Él constituye el ejemplo que nosotros deberíamos seguir.

Box (1978)

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se ha subvencionado, en parte, con la ayuda de la *Dirección General de Investigación Científica y Técnica* (DGICYT) correspondiente al Proyecto número PB98-0797.

REFERENCIAS

- Anderson, T. W. (1996) R. A. Fisher and multivariate analysis. *Statist. Science*, **11**, 1, 20-34.
- Bennett, J. H. (1990) *Statistical Method, Experimental Design and Scientific Inference*. Oxford. Oxford University Press.
- Bennett, J. H. (1990) *Statistical Inference and Analysis. Selected Correspondence of R. A. Fisher*. Oxford. Clarendon Press.
- Box, J. F. (1978) R. A. Fisher, *The Life of a Scientist*. New York. Wiley.
- Fisher, R. A. (1915) Frequency distribution of the values of the correlation coefficient in samples from an indefinitely large population. *Biometrika*, **10**, 507- 521.
- Fisher, R. A. (1921) On the "probable error" of a coefficient of correlation deduced from a small sample. *Metron*, **1**, 3-32.

- Fisher, R. A. (1922) The goodness of fit of regression formulae and the distribution of regression coefficients. *J. Roy. Stat. Soc.*, **85**, 597-612.
- Fisher, R. A. (1925, 1970) *Statistical Methods for Research Workers*. Edimburgo. Oliver and Boyd. (Existe edición en español).
- Fisher, R. A. (1924) The distribution of the partial correlation coefficient. *Metron*, **3**, 329-332.
- Fisher, R. A. (1936) The use of multiple measurements in taxonomic problems. *Annals of Eugenics*, **8**, 376-386.
- Fisher, R. A. (1925) Application of Student's distribution. *Metron*, **5**, 90-104.
- Fisher, R. A. (1928) The general sampling distribution of the multiple correlation coefficient. *Proc. Roy. Soc. London, Ser. A*, **121**, 654-673.
- Fisher, R. A. (1935, ..., 1966) *The Design of Experiments*. Edimburgo. Oliver and Boyd. (Existe edición en español).
- Fisher, K. A. (1940) The precision of discriminant functions. *Annals of Eugenics*, **10**, 422-429.
- Fisher, R. A. (1956, 1959) *Statistical Methods and Scientific Inference*. Edimburgo. Oliver and Boyd (1973) New York, Hafner.
- Fisher, R. A. (1962) The simultaneous distribution of correlation coefficients. *Sankhya, Ser. A*, **24**, 1-8.
- Fisher, R. A. (1990) *Statistical Methods, Experimental Design and Scientific Inference*. Edited by Bennett, J. M. with a foreword by Yates, F. Oxford. Oxford University Press.
- Girón, F. J. y Gómez Villegas, M. A. (1998). R. A. Fisher: su contribución a la Ciencia Estadística. En *Historia de la Matemática en el siglo XX*. Ed. Real Acad. Cien. Exac. Fís. Nat., pp. 43-61.

Miguel A. Gómez Villegas

Depto. de Estadística e
Investigación Operativa
Facultad de Ciencias Matemáticas
Universidad Complutense de Madrid

La calidad en el ámbito de la Química Analítica

Hoy en día la calidad es un recurso estratégico, con marcada influencia en la práctica totalidad de los ámbitos profesionales, productivos y sociales. La Química Analítica, y de forma especial los laboratorios analíticos, no pueden ignorar este hecho. Realmente, el concepto de calidad estaba implícito en la Quí-

mica Analítica desde sus comienzos, aunque hasta que, como consecuencia de normativas internacionales no se han desarrollado los denominados *sistemas de la calidad*, no se ha producido un planteamiento sistemático y un reconocimiento explícito en la propia disciplina analítica. Este planteamiento lleva incluso a superar la mera explicación y aplicación de los principios de calidad, desembocando más recientemente en aspectos de *gestión* de la calidad. Bajo esta nueva concepción, se incluyen también aspectos organizativos y de estrategia de mercado, con connotaciones de competitividad no abordadas inicialmente.

DEFINICIÓN DE CALIDAD

Una primera aproximación puede ser puramente etimológica, tomando la definición que aparece en el Diccionario de la Lengua Española, derivada del latín *qualitas*. Esta definición dice que calidad es la "propiedad o conjunto de propiedades inherentes a una cosa, que permiten apreciarla como igual, mejor o peor que las restantes de su especie". Se caracteriza por su sencillez, y cabe destacar que se asocia a propiedad(es) de una *cosa* y a la connotación de comparación con otra similar. Se puede hacer una aproximación más técnica recurriendo a la definición que hace la ISO (*International Organization for Standardization*; el Organismo Internacional de Normalización). Define a la calidad como "la totalidad de los rasgos y características de un producto, proceso o servicio que inciden en su capacidad de satisfacer necesidades reguladas o implícitas". Es interesante porque matiza el vocablo *cosa* (general e indefinido) de la primera definición, y dice que puede ser un *producto*, *proceso* o *servicio*. Además se hace énfasis en su faceta de utilidad. También hay que admitir, completando las definiciones, que la calidad tiene dos componentes claramente diferenciados. Por un lado, las "propiedades" o "características" que aparecen en las definiciones tienen connotaciones objetivas,

que se pueden expresar mediante parámetros o indicadores cuantitativos. Pero, también, la "satisfacción de necesidades" tiene implicaciones subjetivas relacionadas con el valor que el cliente le asigna y que tiene más que ver con cualidades que con indicadores cuantitativos (el gusto, la moda, etc., son un buen ejemplo).

Como se ha señalado al principio, la calidad se considera hoy como un recurso estratégico. Esto significa que es un "elemento" que hay que "ajustar" continuamente para el éxito global de la organización. No obstante, esta terminología empleada no deja de ser ciertamente abstracta. Conviene matizarla. ¿Qué entendemos hoy por el éxito de una empresa en general? Quizás la respuesta más sencilla sea decir que el éxito se basa en la *competitividad* de la empresa. Y la competitividad consiste en que el producto que comercializa o el servicio que presta tenga amplia aceptación entre los potenciales clientes; por su calidad, su oportunidad temporal y su precio (frecuentemente se habla de la relación calidad/precio). Técnicamente, la competitividad es la resultante del balance apropiado entre calidad y productividad de la empresa. En efecto, la situación ideal sería conseguir las características óptimas del producto/servicio generado por la empresa, con el menor coste posible, con la máxima rapidez y con el menor esfuerzo personal. El problema es que muchos de estos aspectos entran en contradicción entre sí y hay que establecer situaciones de compromiso. Son los denominados compromisos de calidad. Es decir, el balance adecuado entre las propiedades o parámetros que definen la calidad y los aspectos básicos que caracterizan la productividad (coste, rapidez y esfuerzo personal). En la actualidad está adquiriendo importancia creciente un nuevo factor (además de la calidad y la productividad), que incide en la competitividad de la empresa. Es lo que hoy se denomina el *valor añadido* de un producto o servicio. Este término engloba la atención al cliente, la ayuda para resolver sus problemas,