

po también es sometido a la presión atmosférica. Toda nuestra superficie influye en la tensión de nuestras arterias y unas veces nos facilita la vida, cuando estamos al borde del mar, y otras nos la complica, cuando subimos la montaña.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

Para completar el conocimiento del tema se sugiere la siguiente bibliografía:

- Carmen Carreras Béjar, Antonio F. Rañada, Javier García Sanz y Manuel Yuste Llandres. Física Básica 1. Alianza Editorial, Serie: *El libro de Bolsillo*, nº 1640, 534 páginas (Madrid, 1993).
- M. Yuste y C. Carreras. *Experimentos caseros para un curso de Física General*. Cuadernos de la UNED nº 130, 252 páginas. UNED (Madrid, 1994).

Carmen Carreras Béjar y
Manuel Yuste Llandres
Depto. de Física de los Materiales

El experimento Millikan

INTRODUCCIÓN

En el año 1911, ROBERT ANDREWS MILLIKAN publicaba los resultados de un famoso experimento¹ que demostraba, fuera de toda ambigüedad, que la carga eléctrica estaba cuantificada y determinaba, por primera vez y con gran exactitud, su valor elemental. El valor aceptado hoy en día de esta importantísima magnitud de la Física Atómica, que indicamos a continuación, solo difiere en un 0,06% del determinado por el gran físico norteamericano:

$$\begin{aligned} \text{Millikan: } e &= 1,603 \times 10^{-19} \text{ C} \\ \text{Actual: } e &= 1,6021773 \times 10^{-19} \text{ C} \\ & \text{(error de 0,03\%)} \end{aligned}$$

¹ R. A. Millikan. *On the elementary electrical charge and the Avogadro constant*. Phys. Rev., 32, 349-397 (1911).

La importancia del trabajo de Millikan y el ingenio que desplegó para llevarlo a cabo, hacen que su experimento deba ser considerado como uno de los más importantes y más ingeniosos de la Historia de la Física. En los párrafos siguientes vamos a exponer los aspectos más importantes del mismo.

GOTITAS DE ACEITE CARGADAS DE ELECTRICIDAD

En los primeros años del siglo XX los físicos ya admitían la posible existencia del electrón, aunque tenían muchas dudas acerca de la naturaleza granular de la electricidad. Por aquel entonces se habían realizado estudios sobre la carga que portaban diminutas gotitas de agua cuando eran irradiadas con rayos X. Para ello, se observaban las características de su movimiento cuando se encontraban en el seno de un campo eléctrico uniforme. El mismo Millikan hizo estudios de esta clase, pero los resultados que se obtenían eran aleatorios, debido, según pensaban, a que la disminución del volumen de las gotas por evaporación, que no podía ser controlada, afectaba a su movimiento. Para evitar esto, Millikan se puso a trabajar con gotas de aceite, cuya evaporación a la temperatura ordinaria era insignificante. Introducía éstas en la cámara C (ver Figura 1) mediante un atomizador comercial A. Las gotas descendían lentamente en la cámara, que se encontraba a la presión atmosférica, y algunas de ellas penetraban en el espacio comprendido entre las placas M y N de un condensador plano por un pequeño orificio practicado en la placa superior. Iluminaba lateralmente el espacio comprendido entre dichas placas, y observaba la marcha de las gotas con un anteojo enfocado en la dirección perpendicular a la de iluminación. En estas condiciones, las gotas se veían como puntos brillantes sobre un fondo oscuro. Parecían estrellas moviéndose lentamente en el firmamento.

Cuando las placas del condensador estaban conectadas entre sí (posición P del interruptor I), en el espacio comprendido entre ellas el campo eléctrico era nulo y las gotas descendían lentamente hacia la placa inferior N, frenadas por la viscosidad η del aire. Con un retículo de líneas horizontales, que dispuso en el ocular del anteojo, pudo observar que la velocidad de descenso de las gotas era constante. La observación resultaba muy sencilla de hacer, porque entre las placas del condensador había muy pocas gotitas y podía seguirse perfectamente el movimiento de una cualquiera de ellas².

Por otra parte, observó que cuando conectaba las placas del condensador a una batería, de manera que la placa superior M quedara cargada positivamente respecto a la placa inferior N, las gotitas invertían su marcha y comenzaban a ascender. Esto quería decir que durante el proceso de pulverización, las gotitas se habían cargado negativamente por frotamiento. Este movimiento de ascenso bajo el campo eléctrico también se efectuaba con velocidad constante.

Como era fácil seguir la evolución de una gota determinada, se la podía hacer subir y bajar varias veces abriendo y cerrando el circuito adecuadamente, y teniendo cuidado de frenarla a tiempo para que no alcanzase nunca ninguna de las dos placas. Esto permitiría determinar las velocidades de descenso, v_g , y de ascenso, v_E , que intervenían en el frenado viscoso.

Llamando z a la distancia entre los dos hilos horizontales de referencia del retículo, situados en la parte central del campo de visión del anteojo, las velocidades v_g y v_E se podían expresar de la siguiente manera:

$$v_g = \frac{z}{t_g} \quad ; \quad v_E = \frac{z}{t}$$

² Para conseguir esto es para lo que se había hecho muy pequeño el orificio de entrada en la placa M.

en función de los tiempos de descenso, t_g , y de ascenso, t , que tardaba la gota en hacer esta parte de su recorrido.

Por otro lado, como los movimientos de descenso y ascenso eran uniformes, las ecuaciones que los gobernaban se podían obtener como indicamos a continuación:

En el descenso, la fuerza de frenado viscoso, que es proporcional a v_g , equilibraba a la fuerza de la gravedad:

$$K v_g = m g$$

y en el ascenso, la fuerza eléctrica que impulsaba la gota estaba equilibrada por la suma de la fuerza de la gravedad y la del rozamiento viscoso, $K v_E$, que se oponían a ella en este caso³.

$$Q E = m g + K v_E$$

En las expresiones anteriores, K era una constante, que dependía de la viscosidad del aire y del radio r de la gota, m era su masa, g la aceleración de la gravedad, Q la carga eléctrica que albergaba la gota en su ascenso, y E el campo eléctrico que reinaba en el espacio comprendido entre las placas.

Despejando la constante K en la ecuación del movimiento de bajada y substituyendo su expresión en la del de subida, se podía expresar la carga Q de la siguiente manera:

$$Q = \frac{mg}{E} \left(1 + \frac{t_g}{t} \right)$$

Esto habría permitido determinar la carga Q si se hubiera conocido la masa m de la gota. Problema extraordinariamente difícil de resolver, ya que resultaba imposible hacer una medida directa de la misma. Es en la resolución de esta cuestión en la que el ingenio de Millikan fue

³ En realidad es necesario tener en cuenta también el empuje de Arquímedes hacia arriba. Millikan lo hizo en el caso de sus determinaciones más precisas, aunque la influencia de este factor en la disminución del peso de la gota era inferior a una milésima del mismo.

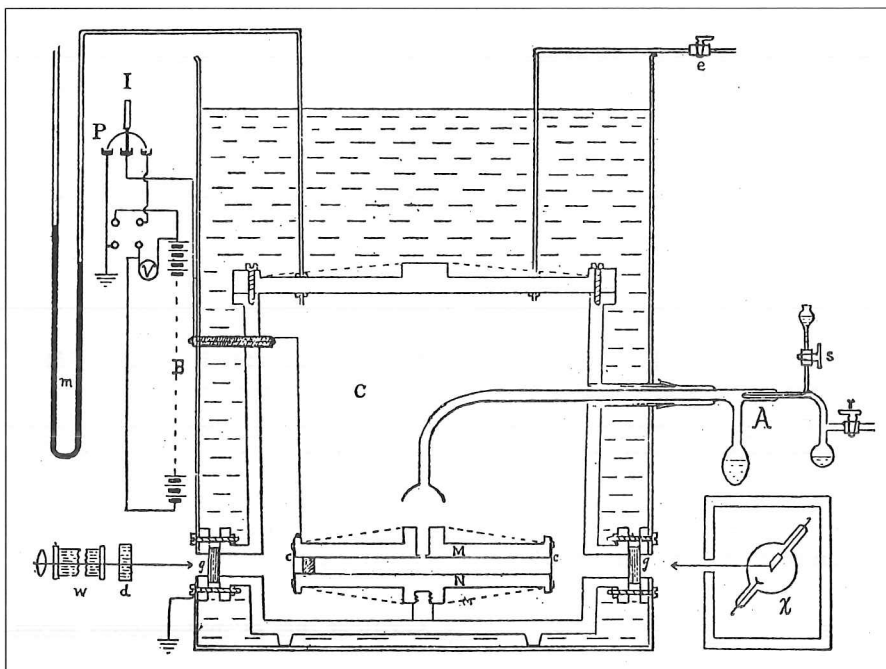


Figura 1. Esquema del dispositivo experimental de Millikan.

extraordinariamente brillante. Veamos cómo consiguió solucionarlo.

CUANTIFICACIÓN DE LA CARGA ELECTRÓNICA

Millikan quería demostrar que la carga eléctrica estaba cuantificada y calcular el valor e de la carga elemental. Pero para establecer su cuantificación no necesitaba conocer su valor exacto. Le bastaría con demostrar que algo que fuera proporcional a la carga Q de la gota era un múltiplo de una determinada cantidad. Esto lo podría hacer si en el experimento lograba albergar distintas cargas Q sobre la misma gota y hacerla moverse bajo el mismo campo eléctrico. En efecto, como en dicho caso mg/E permanecería constante, los diversos valores de la cantidad encerrada entre paréntesis en la expresión que nos proporciona la carga Q deberían tener un máximo común divisor. Es decir:

$$\left(1 + \frac{t_g}{t} \right) = n \left(1 + \frac{t_g}{t_e} \right)$$

donde n sería el número de cargas elementales de la gota cuando invertía el tiempo t en ascender, y t_e

sería el tiempo que tardaría en hacerlo si albergase solamente una carga elemental. Este último caso podría no darse en el experimento, pero sería calculado a partir del máximo común divisor de los diferentes valores experimentales que tomase la cantidad encerrada entre paréntesis.

Como es lógico, para que un experimento como éste pudiera ser concluyente, la carga neta de la gota en cada una de las subidas debería contener sólo unas pocas unidades de la carga elemental. Es decir, n debería ser pequeño. Ahora bien, si la gota sólo adquiría dicha carga por frotamiento durante su formación, aparte de que el número n podría ser grande en ese caso, la carga permanecería constante durante las subidas y bajadas sucesivas, por lo que obtendríamos siempre el mismo tiempo de ascenso t y, consiguientemente, $(1 + t_g/t)$ no cambiaría, imposibilitando así la demostración.

Por sus experiencias con rayos X, Millikan sabía que aparecían en el aire algunos iones positivos y negativos como producto de la irradiación (OH^- , H^+ , ...). Por esta razón pensó que, si irradiaba el aire comprendido entre las placas, los iones que quedasen después de cesar la irradiación podrían ser capturados por la gota, incrementando o

haciendo disminuir su carga neta en unas pocas unidades. Como la masa de la gota era varios órdenes de magnitud mayor que la masa de los iones capturados⁴, mg/E podría seguir siendo considerado constante y el experimento pudiera tener éxito.

Así, pues, dispuso un tubo de rayos X para irradiar la zona comprendida entre las placas del condensador cuando fuera necesario y observó lo que pasaba. En la Tabla I se indican los resultados correspondientes a una de las cincuenta y ocho gotitas⁵ sobre las que hizo su famoso trabajo publicado en 1911.

Tabla I

Bajada	t_g (s)	Subida	t (s)
1 ^a	11,848	1 ^a	80,708
2 ^a	11,890	2 ^a	22,366
3 ^a	11,908	3 ^a	22,390
4 ^a	11,904	4 ^a	22,368
5 ^a	11,882	5 ^a	140,565
6 ^a	11,906	6 ^a	79,600
7 ^a	11,838	7 ^a	34,748
8 ^a	11,816	8 ^a	34,762
9 ^a	11,776	9 ^a	29,286
10 ^a	11,904	10 ^a	29,236
11 ^a	11,870	11 ^a	137,308
12 ^a	11,952	12 ^a	34,638
13 ^a	11,860	13 ^a	—
14 ^a	11,846	14 ^a	22,104
15 ^a	11,912	15 ^a	22,268
16 ^a	11,910	16 ^a	500,1
17 ^a	11,919	17 ^a	19,704
18 ^a	11,870	18 ^a	19,668
19 ^a	11,888	18 ^a	77,630
20 ^a	11,894	20 ^a	77,806
21 ^a	11,878	21 ^a	42,302

⁴ Puesto que las gotas eran visibles por difusión de la luz, su diámetro debía ser del orden de la longitud de onda de ésta o superior. Es decir: del orden de la micra.

⁵ No solo trabajó con estas cincuenta y ocho gotas de la fama, sino que él y sus colaboradores analizaron el comportamiento de miles de gotitas a lo largo de varios años.

Como puede verse, el tiempo t_g de bajada es constante (la dispersión de los resultados es inferior al 1%), mientras que los tiempos de subida varían considerablemente. Esto quiere decir que la gota capturaba algunos iones (positivos o negativos) entre subida y subida. Cuando la carga neta adquirida era negativa, el movimiento ascendente hacia el cátodo (placa M) se hacía más rápido y el tiempo t disminuía. Por el contrario, si entre una subida y la siguiente la gota capturaba una carga neta positiva, el movimiento ascendente se hacía más lento.

Millikan tuvo mucho cuidado en verificar que el movimiento ascendente era siempre uniforme. Para ello disponía no solo de la referencia proporcionada por dos hilos horizontales separados por una distancia z , sino que, además, tenía un tercer hilo de referencia situado a la mitad del recorrido. Determinando el tiempo empleado en recorrer la distancia entre el hilo inferior y el del medio, y entre éste y el hilo superior, podía averiguar si había existido algún cambio en la velocidad de ascenso que indicase que el movimiento no era uniforme. Los tamaños de las gotas que había analizado estaban comprendidos entre $0,2 \mu m$ y $6 \mu m$, y el experimento se extendió a lo largo de sesenta días consecutivos, verificando de manera exhaustiva que el movimiento era uniforme en cada una de las subidas de las gotas.

Esto significaba que la captación de los iones del aire no se producía mientras la gota se encontraba ascendiendo por la zona central de observación, donde Millikan determinaba la velocidad, porque, en el caso contrario, debiera de haber detectado alguna vez un cambio brusco en el movimiento. Lo más probable es que la adquisición de las cargas se produjera en el descenso, en el que los iones se encontraban moviéndose al azar al no haber campo eléctrico aplicado. En el caso en que se produjera en el ascenso, sería en las zonas próximas a las placas, que es donde se

acumulaban los iones al ser aplicado el voltaje⁶.

Por otra parte, del análisis de la tabla se deducía que las probabilidades de que la gota adquiriera cargas positivas o negativas procedentes de los choques con los iones del aire debían ser parecidas, ya que su velocidad de ascenso aumentaba o disminuía en proporciones similares. Por esta razón, cabía esperar que el número de cargas netas involucradas en cada aumento o disminución fuera siempre pequeño. Además, como la gota siempre ascendía al ser aplicado el campo E , la carga neta Q con que se movía era siempre negativa. Para aligerar la escritura, prescindiremos del signo de la carga y del sentido del campo, ya que son siempre los mismos. En estas condiciones, tanto E como Q representan valores absolutos.

Veamos ahora cómo se pueden analizar estos resultados para averiguar si la carga eléctrica está cuantificada.

La carga Q que alberga la gota en las sucesivas subidas y bajadas proviene, en primer lugar, de la que adquirió por frotamiento cuando se formó, y, en segundo lugar, de las cargas elementales procedentes de la captación de iones. Si llamamos Q_i a la carga de la gota en la subida i , podemos expresarla de la siguiente manera:

$$Q_i = Q_0 + n_i e$$

donde Q_0 es la carga adquirida por frotamiento, y donde n_i designa el número neto de cargas (positivas o negativas) que dicha gota porta en la subida i , adquiridas por choques con los iones del aire.

Entre una subida y la anterior, la gota solamente ha adquirido carga por choque con los iones del aire. Si hacemos la diferencia entre las cargas Q_i y Q_{i+1} que la gota porta en las subidas i e $i+1$, respectivamente, el valor absoluto de la diferencia será

⁶ Como las masas de los iones eran mil veces menores que la de la gota, bajo el campo eléctrico se movían rápidamente hacia una de las placas, según el signo de la carga del ion en cuestión.

un múltiplo del valor absoluto de la carga elemental:

$$|Q_{i+1} - Q_i| = |(n_{i+1} - n_i)| e$$

Por otra parte, según las ecuaciones del movimiento de la gota indicadas más arriba, Q_i y Q_{i+1} están relacionadas con los tiempos de subida correspondientes, de manera que su diferencia también puede expresarse como sigue:

$$|Q_{i+1} - Q_i| = \frac{mg}{E} t_g |(1/t_{i+1}) - (1/t_i)|$$

Combinando estas dos últimas expresiones, obtenemos:

$$|(1/t_{i+1}) - (1/t_i)| = |(n_{i+1} - n_i)| \frac{eE}{mgt_g}$$

Es decir, si la carga está cuantificada, el valor absoluto de la diferencia de dos tiempos de subida consecutivos es un múltiplo entero de la cantidad (eE/mgt_g) , que es constante para una gota dada cuando se mueve bajo un campo constante.

De esta manera, Millikan había eliminado la influencia de la carga Q_0 en sus medidas. Esto lo hacía por dos razones: en primer lugar, esta carga, adquirida por frotamiento, podría tener distinta naturaleza que la proporcionada por los iones, y, en segundo lugar, su valor podría ser muy elevado, lo que haría difícil hacer el análisis de la cuantificación.

En la Tabla II se indican las diferencias de las inversas de los tiempos de subida consecutivos, obtenidas a partir de la Tabla I:

En la primera columna se indican las subidas $i+1$, pero se han suprimido aquéllas en las que el tiempo t_{i+1} era el mismo (dentro del margen de error) que en la subida i , ya que eso quiere decir que no ha habido entre ellas captación neta de cargas. También se han suprimido la primera subida, por no existir la anterior para comparar, la decimocuarta, porque Millikan no indica el tiempo de

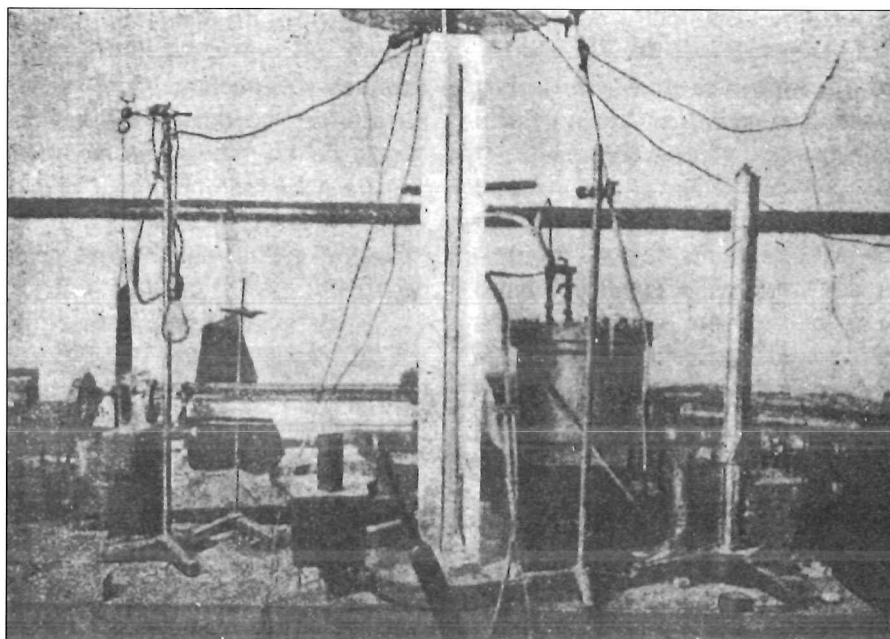


Figura 2. El laboratorio de Millikan.

subida en la Tabla I, la décimoquinta, por no conocer el tiempo de subida de la anterior, y la decimosexta por ser su tiempo de subida igual al de la décimoquinta.

Los números enteros que aparecen en la tercera columna se han determinado al asumir que el menor valor entre la diferencia de las inversas de los tiempos, que se pro-

Tabla II

$i + 1$	$ (1/t_{i+1}) - (1/t_i) $ (s^{-1})	$ (n_{i+1} - n_i) $	$e E/m g t_g$ (s^{-1})
2	0,03232	6	0,00539
—	—	—	—
5	0,03759	7	0,00537
6	0,00545	1	0,00545
7	0,01622	3	0,00541
—	—	—	—
10	0,00545	1	0,00545
—	—	—	—
12	0,02692	5	0,00538
13	0,02159	4	0,00540
—	—	—	—
17	0,04291	8	0,00536
18	0,04875	9	0,00542
—	—	—	—
20	0,03796	7	0,00542
—	—	—	—
22	0,01079	2	0,0054

duce entre la quinta y la sexta y entre la novena y la décima subidas, corresponde a la ganancia de una carga elemental. Los demás valores enteros se calculan buscando el número natural por el que se debe dividir el valor de la diferencia de las inversas de los tiempos de subida consecutivos (segunda columna) para que en la cuarta columna obtengamos, aproximadamente, la misma cantidad.

Como puede verse, los valores consignados en la cuarta columna, obtenida por división de la segunda por la tercera, son constantes con un error menor que el 1%. Esto es una prueba concluyente de que la carga eléctrica que se obtiene por captación de iones está cuantificada.

En el experimento realizado con la gota anterior, aunque globalmente tuviera siempre carga negativa (ascendía hacia el cátodo bajo la acción del campo eléctrico), el aumento o disminución de dicha carga se producía capturando tanto iones positivos como negativos, ya que el tiempo t entre dos subidas consecutivas unas veces aumentaba (ganancia de cargas negativas que frenaban su movimiento hacia el

cátodo) y otras disminuía. En el mismo dispositivo experimental, Millikan y sus colaboradores se las arreglaron para colocar en la gota cargas de un solo signo. De esta manera pudieron comprobar que el valor de la carga elemental es el mismo en el caso positivo que en el negativo.

Por otra parte, antes de determinar de manera precisa dicho valor, también se preocupó de averiguar si la carga Q_0 adquirida por frotamiento era también múltiplo de la carga elemental. Para demostrar esto realizó el análisis de los datos indicados anteriormente bajo otro punto de vista. La carga total Q que porta la gota en su ascenso está relacionada con los tiempos de ascenso y descenso como ya hemos indicado más arriba. Si dicha carga es proporcional a la carga elemental, la carga Q_0 obtenida por frotamiento también lo será. Llamemos n al número de cargas elementales contenidas en Q . Por lo tanto:

$$Q = ne = \frac{mg}{E} \left(1 + \frac{t_g}{t}\right) \Rightarrow \left(1 + \frac{t_g}{t}\right) = n \frac{eE}{mg}$$

Ahora bien, si dividimos ambos miembros de esta última expresión por el tiempo t_g de bajada, obtenemos:

$$\frac{t_g + t}{t_g t} = n \frac{eE}{mg t_g}$$

Es decir, si la carga Q es un múltiplo de la carga elemental, la suma de los tiempos de subida y bajada dividida por su producto es también un múltiplo de la cantidad $(eE/mg t_g)$ anteriormente calculada. En la Tabla III indicamos los resultados que se obtienen para la gota analizada más arriba:

Como puede verse en la última columna, se obtiene el mismo valor para la relación $(eE/mg t_g)$ que en el caso precedente. Esto significa que las cargas obtenidas por fricción también están cuantificadas con respecto al mismo valor elemental.

LA DETERMINACIÓN "EXACTA" DE e

Establecida la cuantificación de la carga, quedaba por calcular su valor con la mayor exactitud posible. En el caso de la gota anterior, lo que había determinado Millikan a partir del análisis con suficiente precisión fue el valor de $(eE/mg t_g)$. Si se pudiera conocer la masa m de la gota en cuestión, el problema estaría resuelto.

Para conocer m , utilizó la relación que existe entre la fuerza de la gravedad en el descenso de la gota y la fuerza de viscosidad que se opone al movimiento:

$$mg = K \frac{z}{t_g}$$

La distancia z entre los hilos del retículo y el tiempo t_g que la gota tardaba en recorrerla venían determinadas en el experimento. Por otra parte, por los trabajos de STOKES, Millikan sabía que la constante K se podría expresar de la siguiente manera, en el caso de

Tabla III

i	$(t_g + t_E)/(t_g t_E) (s^{-1})$	n	$e E/m g t_g (s^{-1})$
1	0,09658	18	0,00537
2, 3, 4	0,12888	24	0,00537
5	0,09131	17	0,00537
6	0,09675	18	0,00538
7, 8, 9	0,11294	21	0,00538
10, 11	0,11837	22	0,00543
12	0,09147	17	0,00538
13	0,11306	21	0,00538
15, 16	0,12926	24	0,00539
17	0,08619	16	0,00539
18, 19	0,13499	25	0,00540
20, 21	0,09706	18	0,00539
22	0,10783	20	0,00539

una esfera sólida de radio r moviéndose en un líquido de viscosidad η :

$$K = 6 \pi \eta r$$

Esta expresión había sido contrastada experimentalmente en diversos líquidos, aunque para radios y viscosidades varios órdenes de magnitud mayores que los correspondientes al caso de las diminutas gotas de aceite moviéndose en el aire. No obstante, lo primero que hizo Millikan fue utilizar la fórmula de Stokes para determinar primero m y después e .

La referida fórmula le permitía conocer el radio r a partir de la ecuación del movimiento en la bajada:

$$6 \pi \eta r \frac{z}{t_g} = m g = \frac{4}{3} \pi r^3 \sigma g \Rightarrow \\ \Rightarrow r^2 = \frac{9 \eta z}{2 \sigma g t_g}$$

donde σ es la densidad del aceite empleado.

Para la gota en estudio, Millikan proporcionó los siguientes datos de las constantes que intervienen en el experimento:

$$g = 9,803 \text{ m s}^{-2} \\ \eta = 1,824 \times 10^{-5} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1} \\ \sigma = 919,9 \text{ kg m}^{-3} \\ z = 10,21 \text{ mm} \\ t_g = 11,88 \text{ s} \\ E = 317\,813 \text{ N C}^{-1}$$

Con estos datos, el radio de la gota resultó ser: $r = 2,80 \mu\text{m}$ y su masa: $m = 8,43 \times 10^{-14} \text{ kg}$.

Finalmente, utilizando el valor medio que se deduce de la tabla para la cantidad (eE/mgt_g), que es $0,00540 \text{ s}^{-1}$, se obtiene para el valor de la carga elemental:

$$e = 1,668 \times 10^{-19} \text{ C}$$

Este valor es ligeramente mayor que el admitido actualmente, y que hemos indicado al principio del artículo. Difiere de él en un 4%.

En la época, Millikan tenía pocos valores fiables que hubie-

ran sido obtenidos por otros investigadores para poderlos comparar con los suyos. No obstante, al analizar sus medidas con las otras cincuenta y siete gotas que utilizó en este experimento, se dio cuenta de que existían discrepancias hasta del diez por ciento de unas gotas a otras. Las de mayor masa daban resultados menos dispersos, pero las más diminutas se separaban suficientemente de los valores obtenidos con las primeras. Esta separación era tanto mayor cuanto más pequeña era la gota.

Analizó en profundidad todas las causas de error, y, después de asegurarse de que los valores de la viscosidad del aire, de la densidad del aceite, de la aceleración de la gravedad, ..., los conocía con una precisión mejor que el 0,1%, y de que las medidas de los tiempos de ascenso y descenso, del voltaje aplicado y de las distancias involucradas en el experimento tenían una incertidumbre del mismo orden que aquellas, se preocupó de estudiar si la fórmula de Stokes para la viscosidad era la adecuada. Ya hemos señalado que dicha fórmula había sido contrastada en condiciones experimentales en las que los radios de las esferas y las viscosidades de los fluidos eran varios órdenes de magnitud mayores que en el caso presente. Por otra parte, en aquellos casos se trataba de esferas indeformables y de líquidos incompresibles, mientras que en el caso presente, las esferas (gotas de aceite) eran deformables y el fluido (aire) era compresible. El comportamiento de los cuerpos en su movimiento podría ser distinto en lo que se refiere al rozamiento viscoso. Además, el hecho de que las dimensiones que se podían presumir en el caso de las gotas de aceite (del orden de la micra) fueran solo unas decenas de veces mayores que el libre recorrido medio de las moléculas de aire, podría conducir a modificaciones en la fórmula de Stokes para la viscosidad, que había sido obtenida para medios continuos.

Del análisis del comportamiento de las distintas gotas dedujo que, si exceptuaba las muy diminutas, la corrección de la fórmula de Stokes podría hacerse, en primera aproximación, de la siguiente manera:

$$K = 6 \pi \eta \frac{r}{1 + Al/r}$$

donde l es el libre recorrido medio de las moléculas de aire y A una constante a determinar en el experimento. Si l es mucho menor que r (caso de las esferas grandes), se reencuentra la fórmula de Stokes. Millikan demostró, por el simple análisis de los datos que había obtenido para las cincuenta y ocho gotas, que esta fórmula empírica describía bien el comportamiento de las mismas en sus movimientos de ascenso y descenso. Por un método gráfico, en el que hizo intervenir los resultados obtenidos en todas las gotas, determinó esta constante, que resultó ser: $A = 0,874$. Con ella, y con el valor del libre recorrido medio de las moléculas de aire que obtenía a partir de la presión y la temperatura a las que realizaba el experimento, determinó para la gota un nuevo radio y una nueva masa: $r = 2,76 \mu\text{m}$ y $m = 8,10 \times 10^{-14} \text{ kg}$. Utilizando este valor de la masa, el valor de la carga elemental era:

$$e = 1,603 \times 10^{-19} \text{ C}$$

que difiere en menos del 0,06% del aceptado actualmente.

Verdaderamente, Millikan tenía razón cuando titulaba el capítulo del libro que indicamos en la bibliografía, y en el que describe estos trabajos, como nosotros hemos titulado esta sección del artículo: *La determinación "exacta" de e*.

Para más detalles consultar el libro: *Electrones (+ y -), protones, fotones, neutrones y rayos cósmicos*. R.A. Millikan, Espasa-Calpe Argentina, S.A. (1944)

Manuel Yuste Llandres
Depto. de Física de los Materiales