



UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN A DISTANCIA

FACULTAD DE CIENCIAS

Máster en Física de Sistemas Complejos

MEMORIA DEL TRABAJO FIN DE MÁSTER

**MODELOS OCEÁNICOS
SIMPLES EN CAJAS Y SU
APLICACIÓN EN LA AMOC**



Alumna: Cristina Aguirado Montero

Tutor: Víctor Alberto Fairén Le Lay

SEPTIEMBRE, 2022

Agradecimientos

En primer lugar, me gustaría agradecer a Víctor Alberto Fairén Le Lay por su disposición, su paciencia y por transmitirme la idea de disfrutar aprendiendo, aunque muchas veces la variable *tiempo*, no nos lo permita como debemos. De corazón, muchas gracias.

A Álvaro por ser un apoyo fundamental a lo largo de estos dos años que ha durado esta aventura. Sin tu inestimable ayuda y ánimo habría sido muy difícil continuar.

Por supuesto, a mis padres y hermano, a quiénes les he robado mucho tiempo compartido para poder realizar este máster.

A mis abuelos, Antonio y Catalina, porque sé que este pequeño logro lo hubierais hecho vuestro también.

Por otro tanto más de tiempo robado, gracias a mis amigas, María y Celia, quiénes han sabido comprender, ayudar y escucharme en todo momento.

También agradecer toda la comprensión y apoyo de mis compañeros de trabajo. Gracias Luis, Abelardo, Fulgencio, Angelines, Guadalupe, Javier, Virginia y Francisco.

Finalmente, me gustaría dar las gracias al profesor Santos Bravo Yuste, autor del libro *Métodos matemáticos avanzados para científicos e ingenieros* y ponente de los cursos de *Mathematica*, sin los cuales, modelizar estos sistemas dinámicos hubiera resultado un trabajo, nunca mejor dicho, más complejo.

Índice

Resumen	3
Abstract	5
1. Introducción y objetivos	7
1.1. Interés general	7
1.2. Antecedentes paleoclimáticos relacionados con la AMOC	9
1.3. Importancia de la AMOC	14
1.4. Simulación de la AMOC	17
1.5. Futuro de la AMOC	19
1.6. Metodología y objetivos	21
2. Modelo de dos cajas: Modelo de Stommel	23
2.1. Introducción	23
2.2. Modelización matemática del modelo de dos cajas de Stommel	23
2.3. Modelización del flujo impulsado por la diferencia de densidad	25
2.4. Dinámica del modelo de dos cajas de Stommel	26
2.4.1. Obtención de los puntos fijos	26
2.4.2. Estudio de la estabilidad de los puntos fijos	28
3. Doble circulación estuarina: Modelo de Lambert	31
3.1. Introducción	31
3.2. Circulación de vuelco: Modelo de Stommel.	32
3.3. Circulación estuarina: Modelo de Rooth.	35
3.4. Modelización de la doble circulación estuarina.	37
3.4.1. Obtención de los puntos fijos y análisis de estabilidad	39
3.5. Aplicación del modelo al Ártico Mediterráneo	42
4. Diferencias entre el modelo de Stommel y el modelo de Lambert	45
5. Otros modelos de cajas.	49
5.1. Introducción	49

5.2. El rol de la energía mecánica y el giro del viento	49
5.3. Modelo de cuatro cajas	51
5.4. Modelo de dieciséis cajas	52
6. Conclusiones	55
A. Análisis lineal de estabilidad	59
Bibliografía	63

Resumen

El océano juega un papel fundamental en el sistema climático. La característica del océano que ocupa este trabajo es la capacidad que tiene de transportar grandes cantidades de energía a través de las corrientes oceánicas. En concreto, la corriente oceánica estudiada es la corriente termohalina (THC), la cual es impulsada por intercambios de calor y diferencias de salinidad. Una importante componente de la circulación global oceánica es la *Atlantic Meridional Overturning Circulation* (AMOC), la cual se encuentra en su estado más débil del último milenio.

Para simular esta corriente se hace uso de los llamados modelos de cajas. El primer modelo de cajas se debe a Henry Stommel. Este científico ideó un modelo muy simple compuesto por dos cajas interconectadas, con salinidad y temperatura uniformes pero diferentes. Este modelo conceptualmente simple mostró dos modos de circulación entre los recipientes. El primero es un modo térmico donde la temperatura domina la diferencia de densidad, y el segundo es un modo donde es la salinidad la que domina esta diferencia. Asimismo, Stommel observó que la ralentización de la circulación e incluso la transición de un modo a otro podría darse por la entrada de agua dulce. Esta transición aplicada a la AMOC supondría un colapso de ésta con unas consecuencias medioambientales devastadoras. Por ello y para contrastar la sensibilidad de este modelo, Lambert modifica el modelo de Stommel añadiendo una caja más. Este modelo se conoce como el modelo doble estuarino, el cual muestra una mayor estabilidad ante la entrada de agua dulce ya que requiere una cantidad mayor y más localizada de agua dulce para inducir el colapso de la corriente termohalina. Además de los modos de circulación ya conocidos, Lambert encontró un nuevo modo de circulación, el modo continuo (en inglés, throughflow), el cual se sostiene sin la formación de agua profunda.

Abstract

Oceans are of paramount importance within the climate system. This project focuses on their capability to carry large amounts of energy throughout ocean currents. The thermohaline current (THC), which is driven by heat exchanges and salinity differences, is specifically dealt with hereinafter. A key component of the of the global ocean circulation is the Atlantic Meridional Overturning Circulation (AMOC), currently in its weakest state in the last millennium.

Box models are used to simulate this current, the first one assigned to Henry Stommel. He devised a rather simple model consisting of two interconnected boxes with uniform but different salinity and temperature. This model showed two circulation modes between the containers. While the first mode is thermal and temperature dominates over density difference, in the second mode salinity dominates over density difference. Stommel noted that the slowing down of the circulation and even the transition from one mode to the other could be caused by the influx of freshwater. If this transition is applied to the AMOC, it would lead to its collapse with devastating environmental consequences. To test this model's efficacy, Lambert modifies Stommel's model by adding an extra box. This model is known as the double estuarine model. It shows greater stability to freshwater inflow as it requires a larger and more localised amount of freshwater to cause THC collapse. Apart from the afore mentioned circulation modes, Lambert introduced the throughflow mode which is sustained without deep water formation.

Capítulo 1

Introducción y objetivos

1.1. Interés general

El sistema oceánico ocupa cerca de tres cuartas partes de la superficie terrestre. Esto implica que la mayor parte de radiación solar recibida por la Tierra calienta las aguas oceánicas superficiales. Debido a que el agua tiene un alto calor específico ($4,184 \text{ J}/(\text{g } ^\circ\text{C})$), el océano almacena gran cantidad de calor en comparación con la masa terrestre, moderando así las fluctuaciones de temperaturas diarias, estacionales e interanuales. Además del efecto de almacenamiento, el océano tiene la capacidad de influir en el balance térmico de la tierra a través de la cubierta de hielo marino. El hielo marino refleja prácticamente toda la radiación que le llega, lo cual puede cambiar el albedo total terrestre, afectando a la temperatura media global. Asimismo, el océano participa en el ciclo del carbono en forma de sumidero, pudiendo almacenar más carbono que la atmósfera. Sin embargo, la característica del océano que ocupa la idea central de este trabajo es la capacidad que tiene de transportar grandes cantidades de calor a través de la circulación oceánica.

La circulación oceánica a gran escala puede considerarse la combinación de corrientes impulsadas por vientos, corrientes impulsadas por intercambios de calor y diferencias de salinidad, conocida como corriente termohalina (THC), y las mareas, impulsadas por la atracción gravitatoria entre la Luna y el Sol. De todos estos mecanismos, la THC es interesante por su alta respuesta no lineal. Las características más importantes de la THC son: la formación de aguas profundas, la propagación de dichas aguas por medio de corrientes, el afloramiento de estas aguas y las corrientes superficiales. Todo ello, en conjunto, conforma el movimiento de vuelco profundo a gran escala de los océanos (Figura 1.1.1).

A pesar de que este trabajo se centra en la THC, esta corriente no puede separarse en las mediciones oceanográficas de las corrientes impulsadas por el viento, debido a que interactúan de forma no lineal. Esto es, existen dos mecanismos de forzamiento

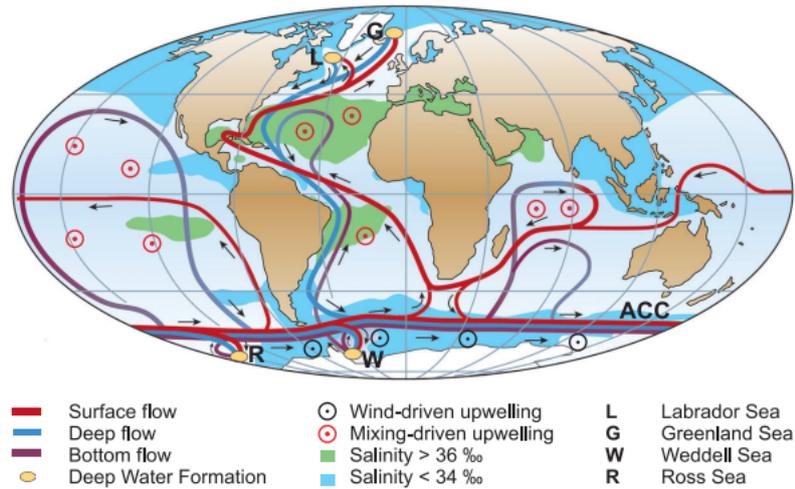


Figura 1.1.1: Representación esquemática de la corriente termohalina global. Las aguas superficiales (líneas rojas) fluyen hacia tres regiones principales de formación de aguas profundas (círculos amarillos) situadas en el Atlántico Norte, el Mar de Ross y el Mar de Weddell, y recirculan en profundidad (las corrientes profundas se muestran en azul, las corrientes del fondo en violeta). El sombreado verde indica la salinidad por encima del 36 ‰, el azul indica la salinidad por debajo del 36 ‰. Imagen procedente de [Broecker](#) modificada por [Kuhlbrodt et al.](#)

físico distintos que inciden sobre la misma circulación, es decir, cambios en la tensión del viento alterarán la circulación termohalina y viceversa.

Por otra parte, el término circulación meridional de vuelco (*Meridional Overturning Current*, MOC) hace referencia al flujo norte-sur en función de la latitud y profundidad. Cabe resaltar que los términos circulación termohalina y circulación meridional se usan como si fueran sinónimos, sin embargo, el primero hace referencia a un mecanismo impulsor de la circulación oceánica, en cambio, la MOC hace referencia al flujo norte-sur impulsado por la corriente termohalina y otros forzamientos. Dentro de la circulación MOC, destaca la AMOC (Atlantic Meridional Overturning Circulation), la cual tiene un papel fundamental en el clima de Europa y en todo el hemisferio norte. La AMOC es responsable de la diferencia existente entre la temperatura de la superficie del Atlántico Norte y la del Pacífico Norte en latitudes similares (aproximadamente 5K [3]). Esta corriente transporta aguas superficiales hacia el polo que regresan hacia el sur como aguas profundas.

Como se ha mencionado anteriormente, la THC es la responsable del transporte del calor almacenado en el océano, lo cual es muy importante para el clima global. La idea de que la THC puede adquirir muchas velocidades tiene un siglo de antigüedad [4], sin embargo, no fue hasta la década de 1960, de la mano de Stommel [5] y su famoso modelo de dos cajas, cuando surgió un marco cuantitativo aunque idealizado, para explicar la física que hay detrás de los diferentes estados de equilibrios de la THC. Al modelo de dos cajas se sucedieron otros, como el propuesto por Rooth [6]. Más tarde,

con la revolución computacional, se presentan Modelos de Circulación Global (MCG) [7] que apoyaban la existencia de los múltiples equilibrios de la THC de Stommel. Estos mismos modelos han demostrado que las transiciones entre los diferentes estados de equilibrio pueden ser abruptas e inducidas por perturbaciones en el ciclo hidrológico [8].

De igual forma, la noción de que la AMOC puede tener más de un equilibrio estable emergió en 1980 como hipótesis para explicar la rápida variabilidad climática durante el Pleistoceno [9, 10]. Existe un gran interés en la comunidad científica por comprender los mecanismos de las transiciones climáticas abruptas pasadas, para poder conocer la probabilidad con la que pueden ocurrir en el futuro [11, 12]. Dentro del contexto del calentamiento global antropogénico, hay indicios de que la AMOC se está debilitando [13]. La mayoría de las proyecciones procedentes de los MCG muestran una reducción de la AMOC con el aumento de los gases de efecto invernadero [14, 15], pudiendo desencadenar cambios abruptos e/o irreversibles, que de mantenerse en el tiempo con la suficiente intensidad, podrían provocar un colapso total de la corriente termohalina [16]. Por tanto, en este sentido, la simulación del pasado paleoclimático constituye una valiosa herramienta para la comprensión de la corriente termohalina, las causas de los cambios en su fuerza y la calibración de los modelos globales para proyectar futuros cambios en la AMOC.

1.2. Antecedentes paleoclimáticos relacionados con la AMOC

La hipótesis de que los eventos de colapso de la AMOC fueron responsables de los cambios abruptos durante los periodos estadiales e interestadiales del Cuaternario [17], tiene su evidencia en los cambios de temperatura registrados en datos paleoclimáticos [18]. Cuando el Atlántico Sur se enfriaba, el Atlántico Norte se calentaba y viceversa. Este vaivén de temperaturas (en inglés, *see-saw*) es el resultado de la reducción del transporte de calor interhemisférico realizado por el océano [19, 20]. Concretamente, las transiciones entre estadiales y los interestadiales¹, conocidas como oscilaciones Dansgaard-Oeshger (D-O) [21], tuvieron lugar durante el último periodo glacial. Estas oscilaciones muestran la señal más relevante de la estrecha relación entre la estabilidad de la AMOC y los cambios climáticos abruptos a escala milenaria (Figura 1.2.1). Otros eventos de gran interés climático que están directamente relacionados con ralentizaciones e incluso con apagones de la AMOC son los eventos Heinrich [22] y el *Younger Dryas* (YD) [23].

¹Estadiales e interestadiales son fases que dividen el período Cuaternario (los últimos 2,6 millones de años). Los estadiales son períodos relativamente fríos con una duración de siglos. En cambio, los interestadiales son periodos relativamente cálidos con una duración de años a décadas.

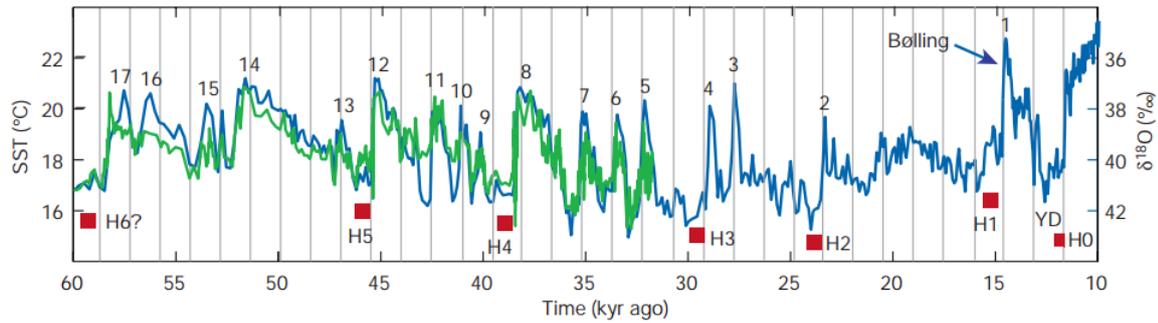


Figura 1.2.1: Reconstrucciones de la temperatura del océano a partir de los sedimentos del océano (verde) y núcleos de hielo de Groenlandia (azul). Esta gráfica enumera los eventos cálidos de D-O y, con cuadrados rojos, los eventos Heinrich. Además, también aparece marcado el evento frío *Younger Dryas*. Imagen procedente del artículo [Rahmstorf](#).

A través de los datos de los sedimentos se han documentado importantes cambios durante el Cuaternario [25, 24], constatándose tres modos de circulación de la AMOC (Figura 1.2.2): el primero, similar al del Atlántico actual, es decir, con formación de agua profunda, específicamente la conocida como *North Atlantic Deep Water* (NADW) en los mares nórdicos; el segundo es un modo frío, donde la formación de NADW tiene lugar en el sur de Islandia; y el tercero, un modo desconectado donde no hay formación de NADW y son las aguas procedentes del Antártico las que llenaron la cuenca del Atlántico.

Los dos primeros modos se relacionan con las oscilaciones D-O. Los estadiales se relacionan con el modo frío y el modo caliente se relaciona con los interestadiales. El último modo parece haber ocurrido después de una gran entrada de agua dulce² que irrumpió en la circulación termohalina como pudieron ser los acontecimientos conocidos como eventos Heinrich o como el *Younger Dryas*.

Los eventos Heinrich [22, 27] se caracterizan por descargas masivas de icebergs en el Mar de Labrador y tuvieron lugar durante la última glaciación. La aportación de agua dulce al Atlántico Norte llegó a ser del orden de $0,1 \text{ Sv}^3$ y tuvo lugar durante varios siglos [28]. Estas descargas son evidentes cuando se analizan los restos de hielo en los núcleos de sedimentos marinos [29]. Son los mismos sedimentos los que indican que la formación de NADW cesó o al menos se redujo durante los eventos de Heinrich [30, 31, 32]. Asimismo, los modelos corroboran este mismo hecho, ya que debido a la gran liberación de agua dulce se produjo una disminución de la densidad superficial del agua [33, 34, 35, 36]. La reducción, o incluso la suspensión, en la formación de la NADW explicaría el enfriamiento encontrado en los datos paleoclimáticos, especialmente en las

²En este trabajo, el término agua dulce hace referencia a un flujo de agua salada pero con una menor concentración de sales, es decir, un flujo de agua salada que reduce la salinidad del agua donde ha sido descargada. No hay que confundirlo con el agua dulce que puede encontrarse en ríos, lagos, embalses etc.

³1 Sverdrup (Sv) = $10^6 \text{ m}^3/\text{s}$

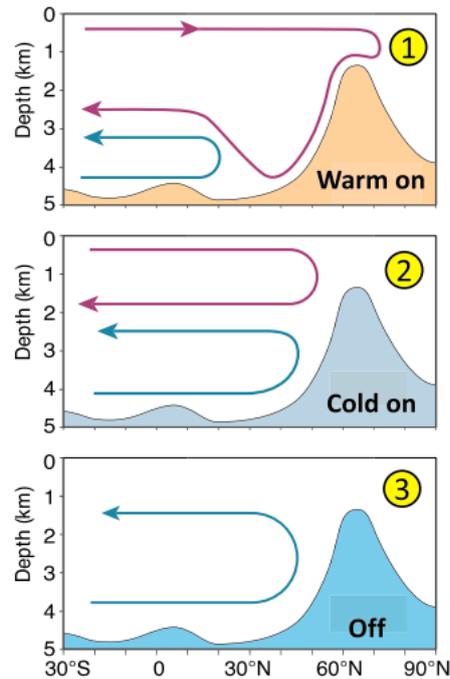


Figura 1.2.2: Tres modos de operación de la AMOC, que prevalecieron durante el último periodo glacial, relacionados con los ciclos glaciales-interglaciales. Figura procedente del artículo de [Weijer et al.](#)

latitudes medias del Atlántico. El hecho de que los eventos de Heinrich se produjeran sólo durante algunos estadiales de Groenlandia (Figura 1.2.1) podría explicarse por el hecho de que los mantos y plataformas de hielo tuvieran diferentes ubicaciones geográficas y, además, hubiera diferentes intensidades de calentamiento del subsuelo. Los eventos Heinrich se diferencian de las oscilaciones D-O en que la mayoría de lugares de la Antártida⁴ muestran un calentamiento más intenso durante los eventos Heinrich que el producido en otros estadiales de las D-O [37]. Esto es resultado de la reducción de transporte de calor interhemisférico por el océano. Sin embargo, estos eventos, como se observa en la figura 1.2.1, no están desvinculados de las oscilaciones D-O. A cada evento Heinrich le sigue un evento D-O particularmente cálido. Tras este interstadial cálido comienza una fase de enfriamiento hasta llegar al siguiente evento Heinrich, es decir, los eventos de Heinrich tienen lugar durante los estadiales fríos de las oscilaciones D-O [27]. Estas secuencias a menudo se llaman ciclo de Bond. Esto sugiere que esta inestabilidad de la capa de hielo no es aleatoria, sino que viene favorecida por algún desencadenante climático. La cuestión de este mecanismo desencadenante es actualmente una de las cuestiones abiertas más importantes en torno a los eventos Heinrich.

La variabilidad en la temperatura de los últimos 120000 años, encontrada en los registros paleoclimáticos de los núcleos de hielo de Groenlandia, está relacionada con

⁴Mientras que en el Atlántico Norte se producía un enfriamiento, en el Atlántico Sur tenía lugar un calentamiento, el efecto *seesaw* citado anteriormente.

los eventos Dansgaard-Oeschger [24]. Estos eventos comienzan con un rápido calentamiento en la zona del Atlántico Norte, donde se han constatado cambios de hasta 8 °C en tan sólo una década [38]. A esta fase de calentamiento le sigue una fase de enfriamiento gradual, que dura de cientos a miles de años, hasta llegar a una caída rápida a las condiciones de frío. Estos acontecimientos son considerados como fenómenos de clima abruptos y de gran amplitud. Las oscilaciones D-O no son un hecho aislado del Atlántico norte, estos eventos se expanden a ambos hemisferios (ver Figura 1.2.3). El estudio llevado a cabo por Voelker mediante la recolección de datos paleoclimáticos de 183 sitios, donde se incluyen registros procedentes de zonas marinas, terrestres y núcleos de hielos, reveló que existe un retraso de 200 años entre los eventos D-O de Groenlandia y el inicio del enfriamiento de la Antártida. De este retraso, en el calentamiento/enfriamiento del norte/sur de la Tierra, se ha deducido la existencia de una transmisión oceánica de calor [40]. La comunidad científica ha propuesto varias ideas para intentar explicar los eventos D-O, la mayoría de ellas relacionadas con la THC. En este contexto, se piensa que la formación de NADW está activa durante los estadales [31, 41] y se apaga durante o después de los eventos Heinrich [30, 32]. La relación entre las D-O y los grandes cambios en la AMOC se considera generalmente bien establecida, a pesar de las limitaciones de los registros paleoclimáticos [32, 31, 42, 34, 43]. Otra característica a destacar de las oscilaciones D-O es que muestran importantes propiedades estadísticas. El tiempo de espera entre dos eventos D-O consecutivos suele ser de 1500 años, aunque también se dan a los 3000 y 4500 años [44]. Al igual que ocurría con los eventos Heinrich, se desconoce la naturaleza exacta que desencadenó estas oscilaciones.

Por último, el evento conocido como *Younger Dryas* fue una ola de frío de aproximadamente un milenio de duración que tuvo lugar hace 11500-12700 años aproximadamente. Existen indicios de que este evento tuvo lugar debido a la liberación de agua dulce almacenada en el lago proglacial Agassiz⁵ [45]. Algunas reconstrucciones apuntan que se liberaron 9500 km³ de agua dulce [46]. La hipótesis de la inundación resultaba atractiva porque el nivel del lago Agassiz descendió de forma significativa cerca del momento en que se inició el YD. Tal desembalse, en la mayoría de modelos oceánicos, paralizaría la formación de NADW debido a la disminución en la densidad del agua, llegando a ralentizar o incluso colapsar la AMOC. En este sentido, las mediciones de radiocarbono después del inicio del YD son coherentes con el cese de la producción de aguas profundas en el Atlántico Norte [47] y, por tanto, con el posible cierre de la AMOC. La primera evidencia de un cambio en la AMOC durante el *Younger Dryas* provino de sedimentos marinos del Atlántico Norte. Estos datos sugieren una reducción del 30 % en la fuerza de la AMOC [48]. Tal ralentización habría privado al Atlántico Norte del calor oceánico y habría permitido la formación de hielo marino [49]. En el

⁵Lago glacial de Canadá.

1.2. ANTECEDENTES PALEOCLIMÁTICOS RELACIONADOS CON LA AMOC

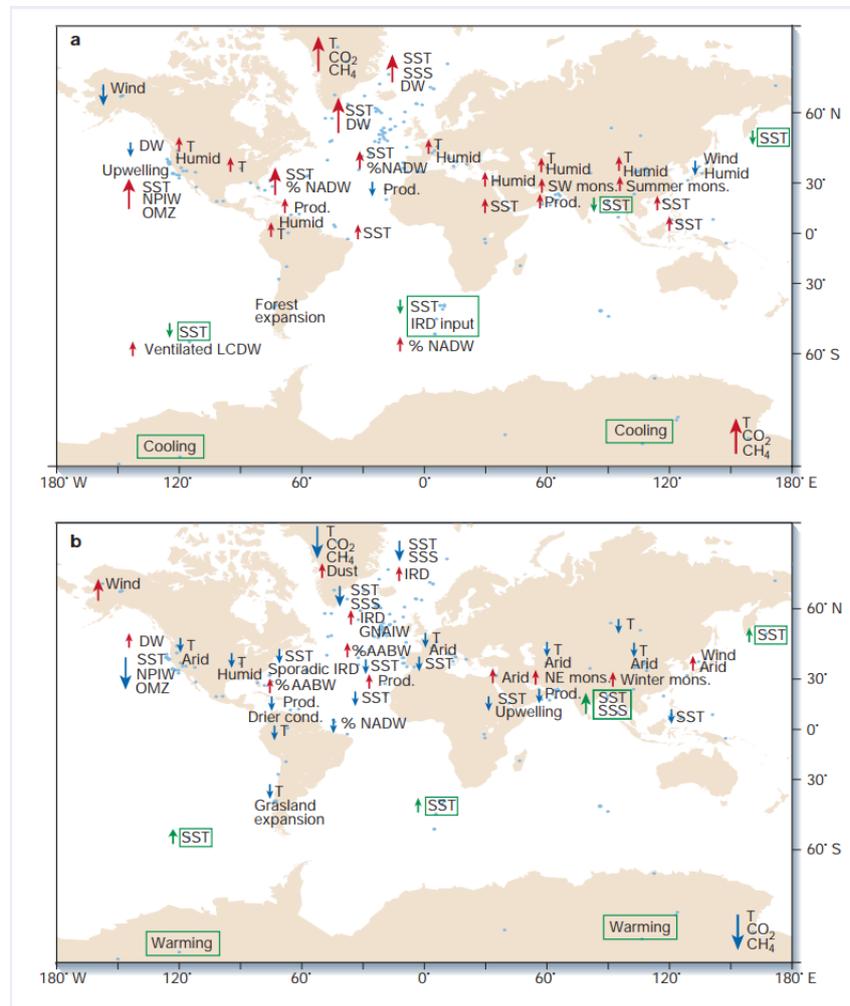


Figura 1.2.3: Visión general de los datos paleoclimáticos proporcionados por Voelker que caracterizan las interstadiales (a) y estadales (b) hace entre 59000-29000 años. Las flechas rojas (azules) indican tendencias más cálidas (más frías). Los recuadros y flechas verdes muestran las tendencias opuestas a las condiciones climáticas actuales. Las abreviaturas son T, *Temperature*; SST, *Sea Surface Temperature*; SSS, *Sea Surface Salinity*; mons., *monsoon*; prod., *productivity*; cond., *conditions*; IRD, *Ice-Rafted Debris*; OMZ, *Oxygen Minimum Zone*. Las masas de agua se etiquetan como: DW, *Deep Water*; NADW, *North Atlantic Deep Water*; AABW, *Antarctic Bottom Water*; NPIW, *North Pacific Intermediate Water*; LCDW, *Lower Circumpolar Deep Water*; GNAIW, *Glacial North Atlantic Intermediate Water*. Imagen procedente del artículo de Rahmstorf [24].

caso del YD, el resultado fue la formación de una extensa capa de hielo marino invernal, cuya presencia bloqueó la liberación de calor oceánico, dirigió los vientos del oeste hacia una trayectoria meridional [50] y reflejó la luz solar entrante. Como consecuencia, en el norte del Atlántico y en las masas terrestres adyacentes se dieron condiciones invernales similares a las de Siberia [51] (ver Figura 1.2.4).

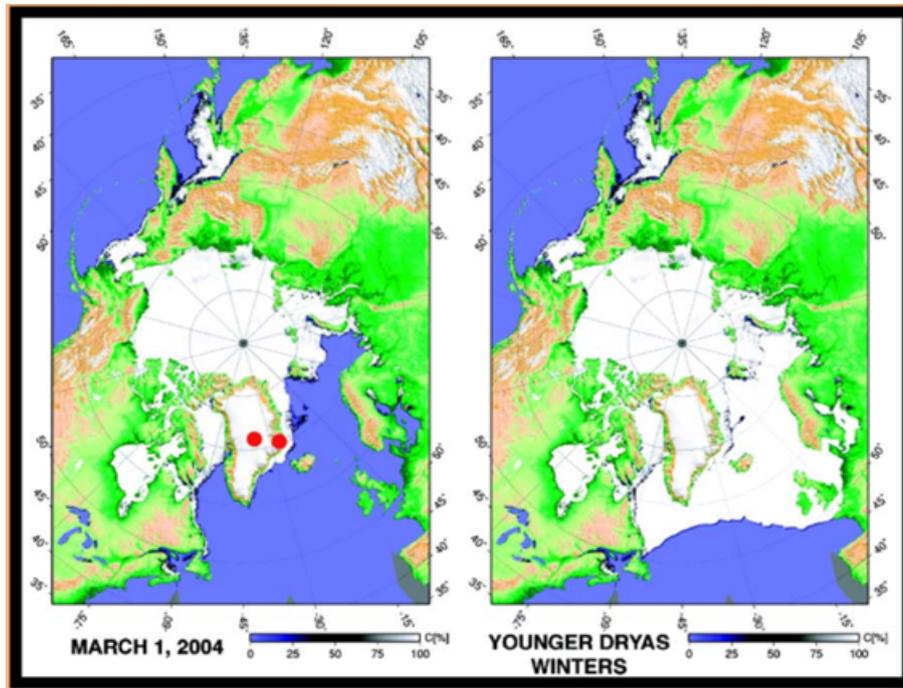


Figura 1.2.4: Mapas de hielo marino del Ártico. El mapa de la izquierda es de finales del invierno de 2004 proporcionado por [Kaleschke et al.](#), en cambio, el de la derecha hace referencia a la época durante el *Younger Dryas*. En el mapa del *Younger Dryas* no se muestra el hielo glacial que cubría gran parte de Canadá y Escandinavia, ni la expansión del hielo marino en el norte del Pacífico. Imagen tomada del artículo [Broecker \[53\]](#).

Estos eventos climáticos abruptos ponen de manifiesto el papel de la AMOC como un amplificador de los cambios climáticos. Esta circulación oceánica es un sistema altamente no lineal muy sensible a diferentes forzamientos. Los eventos como las oscilaciones D-O, eventos Heinrich y el *Younger Dryas* ponen en valor los estudios paleoclimáticos, ya que constituyen una herramienta valiosa y potente que ayuda a entender el papel de la AMOC glacial y futuros cambios en ella.

1.3. Importancia de la AMOC

Como se ha dicho anteriormente, la AMOC es fundamental para el clima del noroeste de Europa y, en general, para todo el hemisferio norte. En concreto, el clima relativamente suave del noroeste de Europa se debe a la liberación de calor del Océano Atlántico Norte. Esta corriente meridional transporta calor en la superficie y sal desde

los trópicos a la regiones subpolares del Atlántico Norte. Mientras que el calor transportado se expande por todo el Océano Atlántico Norte, el calor procedente del Atlántico Sur llega hasta el ecuador. Todo este flujo de agua superficial junto al flujo profundo hacia el sur de agua fría conforman la Atlantic Meridional Overturning Circulation, conocida por sus siglas AMOC.

La fuerza con la que la AMOC transporta calor y sal es muy variable. Esta variabilidad ha sido estudiada a lo largo de la historia por la comunidad científica a través de los registros paleoclimáticos (por ejemplo, como hizo Broecker [53]) y también mediante la simulación del sistema climático utilizando los modelos globales (por ejemplo, como hizo Ritz et al. [54]). Los registros paleoclimáticos muestran variabilidad en todas las escalas, en cambio, los modelos climáticos muestran variabilidad decadal y multidecadal [55]. En el contexto del cambio climático, la mayor parte de los modelos predicen una ralentización de esta corriente a lo largo siglo XXI debido al calentamiento global de origen antropogénico [56, 57].

Un proceso clave en el debilitamiento de la AMOC son los cambios en el hundimiento del agua fría y salada en el Atlántico Norte. Esta zona es considerada como una de las cuencas con mayor salinidad debido a que el efecto de evaporación es superior al efecto producido por otros mecanismos que disminuyen su salinidad, como el deshielo, la precipitación y la escorrentía de los ríos [58, 59]. Todos estos mecanismos de disminución de salinidad condicionan el proceso de profunda convección, ubicada en los mares nórdicos y de Labrador [60]. Además de por la alta evaporación, la alta salinidad de esta cuenca se debe a que es la propia AMOC la que transporta aguas de alta salinidad desde el Atlántico Norte subtropical al subpolar. Todo esto permite el hundimiento del agua y el consiguiente refuerzo de la circulación. Esta retroalimentación se denomina retroalimentación por advección⁶ de sal y es un proceso fundamental en el mantenimiento actual de la fuerza de la AMOC. Sin embargo, esta misma retroalimentación puede ser motivo de colapso o apagón de esta corriente. Si esta circulación se encuentra debilitada, el transporte de sal a la zona del Atlántico Norte subpolar será menor, lo cual conlleva a un menor hundimiento del agua y, con ello, un menor transporte profundo desde el norte hacia el Ecuador. Es decir, disminuiría la formación de NADW, lo que perjudica el transporte profundo hacia los trópicos, provocando la reducción del transporte de agua salada y cálida hacia el norte.

A todo fenómeno de posible colapso o incluso debilitamiento de la AMOC están asociadas una serie de consecuencias. Por ejemplo, la reducción de temperaturas del aire de hasta $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ en ciertas regiones del Atlántico Norte (ver Figura 1.3.1) [61, 62, 7]. Tal disminución en la temperatura puede tener unas consecuencias devastadoras para los ecosistemas de esa zona. Este mismo efecto de enfriamiento se puede ver amplifi-

⁶El término advección hace referencia al transporte de un fluido y sus propiedades, como por ejemplo, la salinidad.

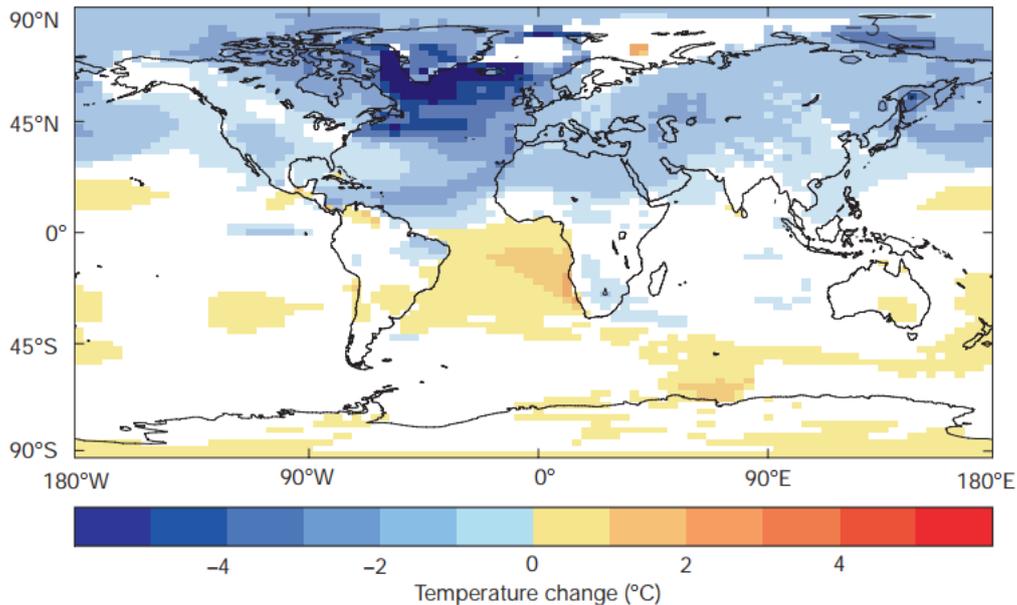


Figura 1.3.1: Cambios en la temperatura del aire causado por un cese en la formación de NADW en el modelo actual de circulación océano-atmósfera. En esta imagen se puede observar el efecto *seesaw* o vaivén de temperaturas entre el hemisferio norte y el hemisferio sur. En concreto, el modelo utilizado para la obtención de esta imagen es el HadCM3 [68]. Imagen procedente del artículo de Rahmstorf [24].

cado por la expansión del hielo marino. Junto a estos impactos, también se prevé una disminución en la evaporación y precipitación en el Atlántico Norte, así como el desplazamiento hacia el sur de la zona de convergencia intertropical (*Intertropical Convergence Zone*, ITCZ) [63]. En Europa, algunas de las consecuencias pueden ser: cambios en la oscilación del Atlántico Norte (en inglés, *North Atlantic Oscillation*, NAO) invernal positiva, un fortalecimiento de la trayectoria de las tormentas del Atlántico Norte [64, 65] y cambios en las precipitaciones de verano [62, 66], en la nubosidad, cubierta de nieve y escorrentía de los ríos [67, 62].

Por todas estas consecuencias, la AMOC se encuentra actualmente monitorizada por el conjunto RAPID (Rapid Climate Change Program) [69] y el sistema de observación OSNAP (*Overturning in the Sub-polar North Atlantic Program*) recientemente desplegado [70]. Estos monitores permiten detectar señales de alerta temprana de cambios en la AMOC, aunque también existen otros indicadores, por ejemplo, los cambios en la densidad del Atlántico Norte o los cambios en los patrones de temperatura. Sin embargo, es difícil distinguir de si se trata de un inicio de un colapso, o de variabilidad natural o un debilitamiento gradual. En esta línea, existen modelos globales que pueden ayudar a descubrir cómo es la variabilidad natural y detectar señales de un inminente colapso de la AMOC [71]. Por último, notar que el IPCC, en su quinto informe, identifica a la AMOC como uno de los puntos de inflexión del sistema climático [72] que, aunque fue diagnosticado con una baja probabilidad tendría un gran impacto.

1.4. Simulación de la AMOC

El primer investigador en estudiar la dinámica de la AMOC fue [Stommel](#) [5]. Como se verá en el siguiente capítulo, [Stommel](#) introdujo un modelo sencillo de dos cajas de agua interconectadas, donde cada caja tenía una temperatura constante y una salinidad bien definida. El flujo de agua, a través del capilar que conecta ambas cajas, es proporcional a la diferencia de densidad entre los dos recipientes. El gran hallazgo de [Stommel](#) fue encontrar que, en determinadas condiciones, pueden coexistir tres soluciones de equilibrio. Sin embargo, el modelo de [Stommel](#) era meramente conceptual y fue el oceanógrafo Clas Rooth en 1982 [6], quién lo aplicó al Océano Atlántico. Cada caja representaba una parte del hemisferio norte. La primera caja simulaba la zona subtropical, por lo tanto el agua tenía una temperatura superior a la segunda caja, la cual simulaba la zona subpolar por lo que estaba sujeta a enfriamiento y a un flujo de agua dulce. Una de las tres soluciones encontradas por [Stommel](#) es una solución estable dominada por la temperatura, donde el hundimiento del agua tenía lugar en la caja subpolar. Mientras que otra de las soluciones estaba dominada por la salinidad y el hundimiento tenía lugar en la caja subtropical salada. Finalmente, el tercer equilibrio es un modo inestable donde hay grandes diferencias de temperatura y de salinidad opuestas. Una pequeña perturbación en este último estado hará que el sistema salte a uno de los dos estados estables existentes.

Este modelo de dos cajas (Figura 1.4.1), aunque simple e idealizado, demostró que había tres modos de operación en la circulación termohalina, al igual que se ha observado en los diferentes registros paleoclimáticos. Asimismo, este científico explicó que existen retroalimentaciones advectivas (advección de sal) acopladas a la fuerza de la circulación, la cual tiene lugar debido a la diferencia de densidad entre las cajas.

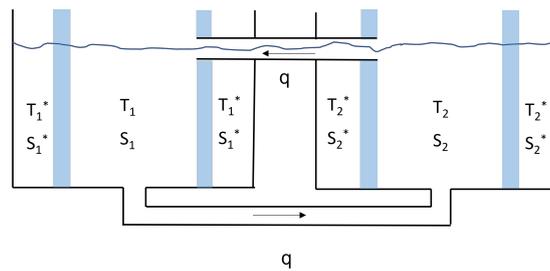


Figura 1.4.1: Modelo de dos cajas propuesto por [Stommel](#).

Sin embargo, uno de los inconvenientes del modelo de [Stommel](#) en su aplicación al Océano Atlántico, fue reducirse a un único hemisferio cuando la AMOC es una corriente transecuatorial. Debido a esta deficiencia del modelo, [Welander](#) [73] intentó solventarla creando un nuevo modelo de cajas, que consistía en dos modelos de [Stommel](#) juntos. Esto es, un modelo de tres cajas donde el agua fluye entre esas cajas en la misma dirección (ver figura 1.4.2).

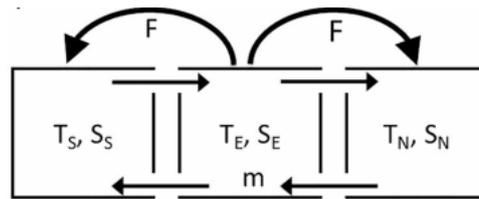


Figura 1.4.2: Modelo de tres cajas propuesto por [Welander](#). Imagen proporcionada por el artículo de [Weijer et al.](#) [26].

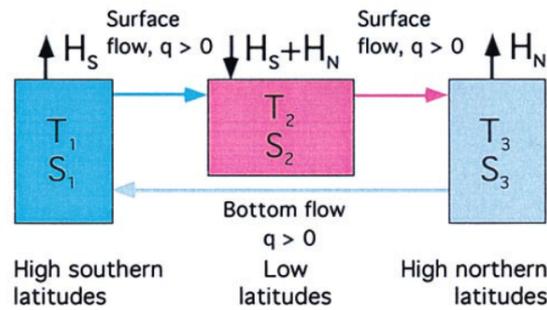


Figura 1.4.3: Modelo interhemisférico propuesto por [Rooth](#). Imagen procedente del artículo de [Marotzke](#) [74].

Este modelo permite cuatro equilibrios estables. Dos de los patrones de circulación eran simétricos y térmicos, donde el hundimiento se daba en las cajas subpolares, o simétricos y salinos, donde el hundimiento tenía lugar en la caja ecuatorial. Estas soluciones son equivalentes al equilibrio del modelo de Stommel. Pero además, el modelo de Welander presentaba dos patrones asimétricos de circulación polo a polo. Por otro lado, [Rooth](#) planteó un modelo similar al de [Welander](#) con la diferencia que su modelo de tres cajas permitía solo circulaciones de polo a polo.

Muchos estudios han ampliado el modelo de cajas de [Stommel](#) añadiendo más cajas o procesos adicionales, como la rotación y la tensión del viento (por ejemplo, [Guan and Huang](#) [75]). Del mismo modo, otros estudios han examinado la configuración monohemisférica en modelos más completos como por ejemplo hizo [Lambert et al.](#) [76] (ver figura 1.4.4). Se sabe que dos tercios del agua que ingresa a los mares nórdicos regresan al sur en las profundidades del océano, sin embargo, el tercio restante continúa por la ruta hacia el norte y entra en el Océano Ártico. Este tercio de agua no estaba incluido en el modelo de [Stommel](#) y al calcular el efecto del cambio climático debe tenerse en cuenta. Por ello, [Lambert et al.](#) se ve en la necesidad de añadir una caja más que simula al Océano Ártico. Además, en el contexto del cambio climático, se prevé más nieve, escorrentía, hielo derretido y lluvia en toda la región norte. Esta entrada de agua dulce disminuirá la densidad del agua de la zona, provocando un menor hundimiento del agua procedente del sur. Este hundimiento en el modelo de [Stommel](#) es el motor de la circulación en el Océano Atlántico. Por tanto, en el modelo de [Lambert et al.](#) es esta tercera caja la que estabiliza la circulación en el Océano Atlántico ante un aumento de

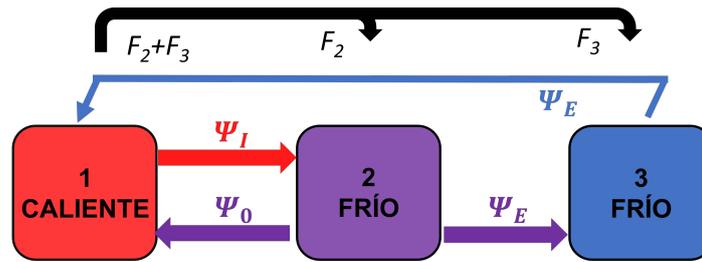


Figura 1.4.4: Modelo de tres cajas monohemisférico propuesto por Lambert et al.

agua dulce.

Como se ha visto anteriormente, los primeros estudios basados en modelos de cajas indicaban que la AMOC tiene dos estados estables diferentes de funcionamiento. Uno de ellos se corresponde a un modo de circulación fuerte y el segundo a un estado débil. La biestabilidad de la AMOC ha sido confirmada por los modelos terrestres de complejidad intermedia (*Earth systems Models of Intermediate Complexity*, EMIC) [7, 77] y por los modelos de circulación general atmósfera-océano (*Atmosphere-Ocean General Circulation Models*, AOGCM) [78]. En los modelos EMIC y AOGCM, un cambio del modo fuerte al modo débil en la AMOC puede ser provocado por la adición de grandes cantidades de agua dulce al Atlántico Norte, reduciendo la salinidad de esa zona [79, 80]. Sin embargo, estos modelos difieren en la cantidad exacta de agua dulce que se necesita para desencadenar un cambio en el modo de circulación [81, 82]. Estas transiciones de un modo a otro están precedidas de fluctuaciones, características de los sistemas dinámicos, que se denominan ralentizaciones críticas [83, 84]. Son estas ralentizaciones, como por ejemplo las observadas en registros paleoclimáticos, las que pueden proporcionar información clave para predecir futuras transiciones climáticas abruptas.

En definitiva, los modelos de cajas y diferentes modelos climáticos globales (*Global Coupled Model*, GCMs) muestran la existencia de múltiples equilibrios y la importancia de la retroalimentación por advección de sal. Esta retroalimentación es el proceso principal responsable de estos múltiples equilibrios, pero cabe decir que muestra mucha sensibilidad a los detalles de los modelos.

1.5. Futuro de la AMOC

El calentamiento global afecta a la estabilidad de la AMOC a través de dos mecanismos: el calentamiento y la reducción de la salinidad de la superficie del océano. Ambos mecanismos reducen la densidad superficial, conllevando una disminución de la formación de aguas profundas. Rahmstorf sugirió que el flujo de agua dulce es un indicador de la estabilidad de la AMOC. La física detrás de este flujo de agua es, de nuevo, la retroalimentación por advección de sal.

La AMOC está continuamente expuesta a flujos de agua dulce, siendo el Estrecho de Bering uno de ellos. El de Bering es un estrecho poco profundo que conecta el Pacífico y el Ártico, abierto aproximadamente hace 5 millones de años [85]. En la actualidad, a través del estrecho de Bering, llega al Océano Ártico un volumen de alrededor de 0,8 Sv procedente del Pacífico [86]. Este flujo de agua puede considerarse un flujo de agua dulce, puesto que el agua procedente del Pacífico tiene una salinidad mucho menor que la del Océano Atlántico. En este sentido, Shaffer and Bendtsen [87] encontraron que un Estrecho de Bering con tan sólo 14 m más de profundidad debilitaría e incluso podría colapsar la AMOC. De forma opuesta al Estrecho de Bering se encuentra la fuga de Agulhas, que consiste en el intercambio de aguas cálidas y saladas entre los océanos Índico y Atlántico y que puede fortalecer a la AMOC [88]. Otra fuente de ingreso de agua dulce a la AMOC es la pérdida de hielo marino en el Ártico y el deshielo de Groenlandia, cada vez más intenso debido al calentamiento regional. Este último mecanismo parece haber contribuido a la ralentización del 15% de la AMOC desde mediados del siglo XX [13].

En este contexto, los modelos acoplados CMIP5 (*Coupled Model Intercomparison Project 5*) muestran que la AMOC se debilitó 1.5 Sv/K en los escenarios de mayor calentamiento y de 2 Sv/K en los de menor calentamiento [89]. En torno a 1960 comenzó una fase de declive rápida encontrada en varios materiales geológicos independientes. En cambio, en la década de 1990 se produjo una breve recuperación, para que posteriormente se volviera a producir un descenso a partir de mediados de la primera década del 2000 [90]. A pesar de estos cambios en la fuerza de la AMOC, se sabe que esta circulación se encuentra en su punto más débil de los últimos 1000 años [90]. Actualmente, se está trabajando con los primeros resultados obtenidos por los últimos modelos climáticos, realizados en el marco del sexto informe de evaluación del IPCC [91]. En estos modelos se ha encontrado una mayor sensibilidad al aumento de temperatura, provocada por un incremento en los niveles de CO_2 . Esto parece insinuar que es posible un punto de inflexión global. Un colapso del estado actual de la AMOC tendría graves repercusiones en el sistema climático global [92, 62], además de aumentar el riesgo de una cascada de transiciones en otros importantes componentes multiestables del sistema terrestre, como la capa de hielo de la Antártida, los sistemas monzónicos tropicales y la selva amazónica [93, 62].

Estos indicios de ralentización crítica pueden proporcionar información clave para predecir futuras transiciones climáticas abruptas, pero también son muy importantes para la evaluación de modelos climáticos y la identificación de medidas de adaptación y mitigación.

1.6. Metodología y objetivos

Con este trabajo se pretende profundizar en la dinámica que conduce a la biestabilidad de la AMOC, explorando el concepto de retroalimentación por advección de sal a través de dos modelos de cajas. Para ello, se analiza en primer lugar el modelo de dos cajas de Stommel, que es conocido por ser el precursor de este tipo de modelos conceptuales. Mediante este modelo, Stommel logró plasmar la física que hay detrás de la corriente termohalina con tan sólo dos ecuaciones. Este modelo, ante un aumento de la entrada de agua dulce en latitudes altas, pronosticaba la alteración de la circulación termohalina, pudiendo ralentizarla o incluso colapsarla. Debido a esta problemática, se analiza la dinámica proporcionada por otro modelo de cajas monohemisférico, el modelo de tres cajas de Lambert. Este modelo alternativo contribuye a la comprensión actual del impacto del agua dulce en la circulación termohalina e ilustra la dinámica asociada a las zonas de transición entre los diferentes modos de operación.

Una vez planteados los sistemas de ecuaciones no lineales, que simulan los modelos de cajas estudiados en este trabajo, se obtienen los puntos fijos. La estabilidad de estos puntos se estudia a través de un análisis de estabilidad lineal (Apéndice A). Junto a este análisis se muestran los diagramas de bifurcación, donde se observan cambios en el comportamiento cualitativo de los puntos fijos cuando uno o varios parámetros del problema varían suavemente y cruzan un valor dado (valor o punto de bifurcación). Estos cambios se producen cuando alguno de los puntos fijos modifica su estabilidad. Todo este proceso ha permitido comprender el comportamiento de la AMOC y ha ayudado a situar los resultados obtenidos por los diferentes modelos de cajas en un mismo marco.

En resumen, en el Capítulo 2 se estudia rigurosamente el modelo de Stommel, mientras que en el Capítulo 3 se analiza y explica el modelo de Lambert. En el Capítulo 4 se examinan las principales diferencias entre estos modelos. Una explicación superficial de otros modelos de cajas tiene lugar en el Capítulo 5 y finalmente, en el Capítulo 6 se presentan las principales conclusiones de este trabajo.

Capítulo 2

Modelo de dos cajas: Modelo de Stommel

2.1. Introducción

La diferencia de presión entre diferentes puntos del océano genera circulación. Esta diferencia de presión puede ser consecuencia de una diferencia en la densidad del agua. Se sabe que la densidad del mar es una función decreciente con la temperatura y creciente con la salinidad, es decir, puede verse modificada por procesos de calentamiento y enfriamiento, o por procesos que modifican la salinidad, como pueden ser la precipitación y la evaporación.

En este contexto, Henry Stommel [5] ideó un modelo conceptual de dos cajas oceánicas conectadas en el fondo a través de un capilar y con una compensación en la superficie que mantiene constante el volumen en cada recipiente. Cada una de estas cajas se caracterizan por tener una cierta temperatura y salinidad fijas. Este modelo, conceptualmente tan simple, sirvió a Stommel para investigar el flujo que tenía lugar entre los dos recipientes, producido por la diferencia de densidad, y para encontrar la coexistencia de dos regímenes estables. En las siguientes secciones se explicarán: la modelización matemática del modelo de Stommel, la modelización del flujo impulsado por la diferencia de densidad entre los recipientes y, para finalizar el capítulo, la dinámica del modelo de dos cajas de Stommel.

2.2. Modelización matemática del modelo de dos cajas de Stommel

Consideramos dos recipientes llenos de una solución de agua con sal y bien mezclados, conectados por un capilar en el fondo y con un desbordamiento para mantener el volumen constante en cada recipiente. Cada uno de estos recipientes tiene una tem-

peratura T_i y una salinidad S_i uniforme con $i = 1, 2$. Dentro de cada recipiente hay paredes porosas que permiten el intercambio de sal y de calor donde S_i^* y T_i^* , con $i = 1, 2$, son la salinidad y la temperatura en el lado más externo de la pared porosa, que además se consideran constantes. El sistema descrito anteriormente es tal y como se muestra en la figura 2.2.1.

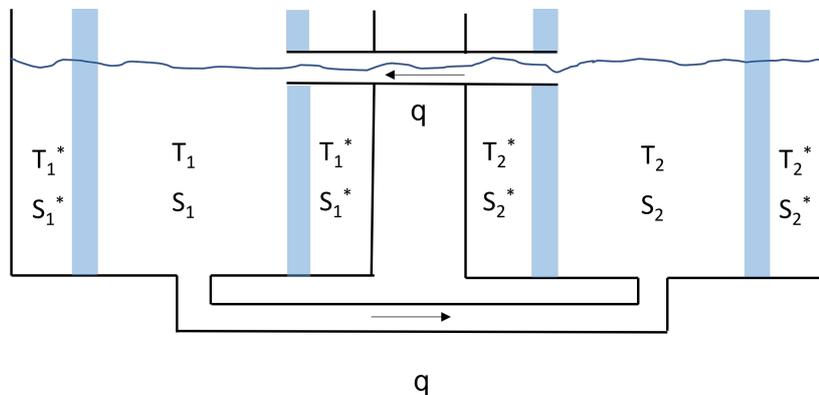


Figura 2.2.1: Modelo de dos cajas de Stommel. El flujo q a través del capilar se produce debido a la diferencia de densidades entre los dos recipientes. Notar que la densidad también depende a su vez de la tasa de flujo q .

Como se ha dicho anteriormente, ambos recipientes están conectados en su parte inferior por un capilar cuya resistencia es k . El flujo q a través de este capilar va desde el recipiente con mayor densidad (mayor presión) hacia el recipiente de menor densidad (menor presión). En este caso se considerara que el flujo es positivo ($q > 0$) si el sentido del flujo es desde el recipiente 1 al 2 y es negativo ($q < 0$) si es al contrario. Este comportamiento se puede representar a través de la expresión

$$kq = \rho_1 - \rho_2, \quad (2.1)$$

donde k es una constante positiva y ρ_i , con $i = 1, 2$, es la densidad de cada recipiente. Esta densidad se puede determinar a través de la siguiente ecuación

$$\rho_i = \rho_0(1 - \alpha T_i + \beta S_i), \quad (2.2)$$

donde ρ_0 es la densidad de referencia. Como se puede ver en la ecuación 2.2, la densidad es una función creciente con la salinidad y decreciente con la temperatura.

Es claro que, si el flujo q va desde el recipiente 1 al 2, entonces se produce un contraflujo de la misma cantidad a través del desbordamiento, que permite mantener el volumen constante en cada recipiente.

Matemáticamente, se tiene que las ecuaciones que modelan el comportamiento de

la temperatura en cada uno de los recipientes son:

$$\begin{cases} \frac{dT_1}{dt} = c(T_1^* - T_1) + |q|(T_2 - T_1), \\ \frac{dT_2}{dt} = c(T_2^* - T_2) - |q|(T_2 - T_1), \end{cases} \quad (2.3)$$

donde c es el coeficiente de transferencia de la temperatura. Para la salinidad se observa que estas ecuaciones son:

$$\begin{cases} \frac{dS_1}{dt} = d(S_1^* - S_1) + |q|(S_2 - S_1), \\ \frac{dS_2}{dt} = d(S_2^* - S_2) - |q|(S_2 - S_1), \end{cases} \quad (2.4)$$

donde d es el coeficiente de transferencia de la salinidad. Se toma valor absoluto en la cantidad q debido a que estas ecuaciones permanecen inalteradas aunque el flujo cambie de sentido.

Procediendo de la misma forma que Stommel, se comprueba que para la obtención de una solución simétrica es necesario tomar $T_1 = -T_2 = T$ y $S_1 = -S_2 = S$ en las anteriores ecuaciones, obteniendo finalmente el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \frac{dT}{dt} = c(T^* - T) - |2q|T, \\ \frac{dS}{dt} = d(S^* - S) - |2q|S \end{cases} \quad (2.5)$$

El anterior sistema dado por 2.5 contiene cuatro parámetros: c , d , T^* y S^* . Para reducir el número de parámetros, se adimensionaliza este sistema tomando $x = S/S^*$ y $v = T/T^*$ y se reescala en el tiempo tomando $\tau = ct$, obteniendo el siguiente sistema:

$$\begin{cases} \frac{dy}{d\tau} = 1 - y - |f|y, \\ \frac{dx}{d\tau} = \delta(1 - x) - |f|x, \end{cases} \quad (2.6)$$

donde $\delta = d/c$ y $f = 2q/c$. Las ecuaciones del sistema 2.6 conforman la modelización matemática del modelo de Stommel.

2.3. Modelización del flujo impulsado por la diferencia de densidad

Como ya se adelantó en la anterior sección, el flujo existente entre el recipiente 1 y el recipiente 2 depende de la diferencia entre las densidades de los recipientes, pero éstas a su vez dependen de la tasa de flujo q . Para modelar este flujo se parte de la ecuación 2.1. Esto es, se asume que la tasa de flujo del caudal q es proporcional a la diferencia entre las densidades $\rho_1 - \rho_2$, donde ρ_i viene dado por la ecuación 2.2. Por

tanto, se llega a

$$kq = \rho_0(-\alpha(T_1 - T_2) + \beta(S_1 - S_2)) = 2\rho_0(-\alpha T + \beta S) = 2\rho_0\alpha T^*(-y + Rx), \quad (2.7)$$

donde de nuevo se ha hecho uso de $x = S/S^*$, $v = T/T^*$ y se toma $R = \frac{\beta S^*}{\alpha T^*}$.

Finalmente, se obtiene que

$$-y + Rx = \lambda f, \quad (2.8)$$

donde $\lambda = \frac{kc}{4\rho_0\alpha T^*}$. En la ecuación 2.8 se puede observar como el caudal q es función de la temperatura y y de la salinidad x . Por tanto si $y > Rx$, la temperatura domina sobre la diferencia de densidad, $q < 0$ y el flujo de agua va desde el recipiente 2 a 1. En cambio si $y < Rx$, es la salinidad la que domina la diferencia de densidad, $q > 0$ y el flujo va desde el recipiente 1 al 2.

2.4. Dinámica del modelo de dos cajas de Stommel

2.4.1. Obtención de los puntos fijos

En primer lugar, se obtienen los puntos fijos dados por el sistema 2.6 que son

$$x = \frac{1}{1 + |f|/\delta} \quad (2.9)$$

$$y = \frac{1}{1 + |f|}. \quad (2.10)$$

Se recuerda que los puntos fijos son aquellos valores de (x, y) que se obtienen cuando $\frac{dy}{d\tau}$ y $\frac{dx}{d\tau}$ se anulan. Si sustituimos la ecuación 2.8 en la ecuaciones del modelo de Stommel (sistema 2.6), se obtiene un sistema de ecuaciones no lineal, en el cual se ha eliminado el parámetro f . Dicho sistema es el siguiente:

$$\frac{dy}{d\tau} = 1 - y - \frac{y}{\lambda} |-y + Rx|, \quad (2.11)$$

$$\frac{dx}{d\tau} = \delta(1 - x) - \frac{x}{\lambda} |-y + Rx|. \quad (2.12)$$

La obtención de puntos fijos del sistema anterior lleva a una ecuación cúbica para y en términos de x . Por tanto, dependiendo del valor de los parámetros λ y δ a veces habrá tres soluciones reales, es decir, tres puntos fijos dados por las coordenadas (x, y) o, por ejemplo, una solución real. Gráficamente, se puede ver para que valores de λ , δ y R existen más de un punto fijo. Para ello, se representa por un lado las rectas λf y por otro lado las rectas $-y + Rx$, con x e y dados por la ecuaciones 2.9 y 2.10. Es decir, la recta $\Phi(f, R, \delta) \equiv -\frac{1}{1+|f|} + R\frac{1}{1+|f|/\delta}$. Por lo tanto se está representando independientemente el miembro derecho y el miembro izquierdo de la ecuación 2.8.

Para obtener exactamente los mismos valores que obtuvo Stommel se tomará $R = 2$ y $\delta = \{1, 1/6\}$.

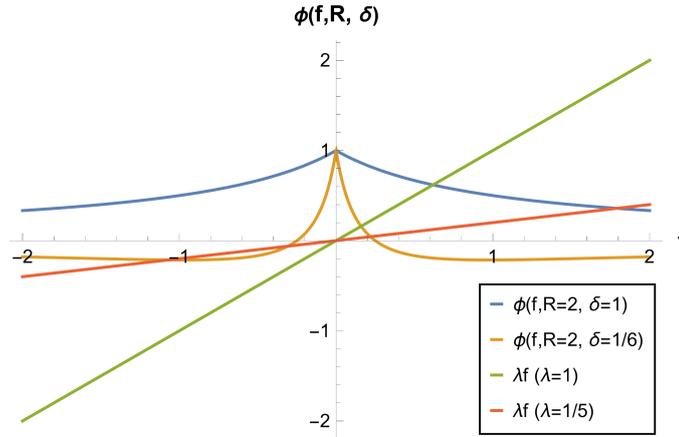


Figura 2.4.1: Gráfico para determinar los puntos de equilibrio del modelo de Stommel. Curva amarilla $\Phi(f, R, \delta)$ con $R = 2$ y $\delta = 1/6$, curva azul $\Phi(f, R, \delta)$ con $R = 2$ y $\delta = 1$, recta verde λf con $\lambda = 1$ y recta naranja con $\lambda = 1/5$.

La intersección entre las rectas λf y $\Phi(f, R, \delta)$ para el caso $R = 2$, $\delta = 1/6$ y $\lambda = 1/5$ se da en tres puntos $f = \{-1, 1, -0,31, 0,22\}$. Estos tres valores de f representan tres formas en las que la convección simple puede ocurrir entre los recipientes de la figura 2.2.1 sin cambios en el tiempo. En cambio, hay ciertos valores de los parámetros R y δ para los cuales ningún valor de λ puede producir tres raíces reales. Por ejemplo, si se toma $R = 2$ y $\delta = 1$ solo se da un corte entre la recta λf y la curva $\Phi(f, R, \delta)$ para cualquier valor de λ . Esto ocurre solo cuando la función $\Phi(f, R, \delta)$ no tiene cortes con el eje de abscisas. La condición necesaria para que haya tres intersecciones es

$$R\delta < 1 \quad \text{si} \quad R > 1 \quad (2.13)$$

$$R\delta > 1 \quad \text{si} \quad 0 < R < 1. \quad (2.14)$$

Como se mencionó anteriormente, los cortes entre las rectas λf con $\lambda = 1/5$ y $\Phi(f, R = 2, \delta = 1/6)$ se da para los valores $f = \{-1, 1, -0,31, 0,22\}$. Sustituyendo cada uno de estos valores de f en la ecuaciones 2.9 y 2.10 se obtienen tres puntos fijos.

Valores de equilibrio f	Puntos fijos (x^*, y^*)
$f_1 = -1,1$	$(x_1^*, y_1^*) = (0,13, 0,48)$
$f_2 = -0,31$	$(x_2^*, y_2^*) = (0,35, 0,77)$
$f_3 = 0,22$	$(x_3^*, y_3^*) = (0,43, 0,82)$

Cuadro 2.4.1: Puntos fijos obtenidos con los parámetros $\lambda = 1/5$, $R = 2$ y $\delta = 1/6$.

Notar que los puntos fijos obtenidos con valores de $f < 0$ son puntos fijos donde la temperatura domina la diferencia de la densidad y el flujo $q < 0$ fluye desde el recipiente

2 al recipiente 1. En cambio, para los valores de $f > 0$ es la salinidad quien domina la diferencia de la densidad y, por tanto, $q > 0$ y el caudal va desde el recipiente 1 al 2. En este caso, se puede ver que se han obtenido dos puntos fijos donde domina la temperatura y un punto fijo donde domina la salinidad.

2.4.2. Estudio de la estabilidad de los puntos fijos

Para determinar la estabilidad de los puntos fijos, esto es, observar si una determinada circulación puede residir en un determinado estado de equilibrio, se realiza un análisis de estabilidad lineal. Esta teoría se basa en la linealización de las ecuaciones del sistema 2.6 en torno a un determinado punto de equilibrio y en la determinación de la tasa de crecimiento de la perturbación. Si la tasa de crecimiento de la perturbación es positiva, las perturbaciones se amplifican y el equilibrio es inestable. Por el contrario, si la tasa de crecimiento es negativa, las perturbaciones se amortiguan y la solución de equilibrio es estable. En el apéndice A se explicará con más detalle como realizar un análisis de estabilidad lineal y los tipos de puntos críticos que puede haber en un sistema de dos ecuaciones.

Para llevar a cabo este análisis de estabilidad lineal se hará uso del programa de cálculo simbólico *Mathematica*. Para los valores de los parámetros $R = 2$, $\delta = 1/6$ y $\lambda = 1/5$, cuyos puntos fijos vienen dados en la tabla 2.4.1, se tiene que (x_1^*, y_1^*) es un nodo estable, (x_2^*, y_2^*) es un punto de silla inestable y (x_3^*, y_3^*) es una espiral estable. Por tanto, este modelo conceptual dado por la ecuaciones del sistema 2.6 exhibe tres regímenes de circulación: el primero estable $(x_1^*, y_1^*) = (0,13, 0,48)$, donde es la temperatura la que gobierna la diferencia entre las densidades y el caudal fluye desde el recipiente 2 al recipiente 1, el segundo $(x_2^*, y_2^*) = (0,35, 0,77)$, donde también la temperatura domina la diferencia entre las densidades pero es un punto crítico inestable, y finalmente el tercer punto fijo $(x_3^*, y_3^*) = (0,43, 0,82)$, que es un régimen estable donde la salinidad gobierna la diferencia entre las densidades y el caudal q fluye desde el recipiente 1 al recipiente 2. En la figura 2.4.2 se presenta el plano de fases para los parámetros $R = 2$, $\delta = 1/6$ y $\lambda = 1/5$ donde aparece el nodo, la silla y la espiral mencionados anteriormente.

El hecho de que en un modelo conceptual tan simple exhiba tres regímenes, siendo dos de ellos estables, hizo a Stommel preguntarse si una situación así podría darse en la naturaleza, y si una perturbación podría provocar un salto entre los diferentes regímenes. Dicha perturbación puede aparecer en un estado momentáneo del sistema donde los parámetros permanecen inalterados, o puede deberse a un ligero cambio en los parámetros. Esto último se puede comprobar en la figura 2.4.1, ya que al aumentar λ desde $\lambda = 1/5$ a $\lambda = 1$ hay dos puntos fijos que desaparecerían. Por tanto, un ligero cambio en el parámetro λ podría hacer que la circulación dominada por la temperatura

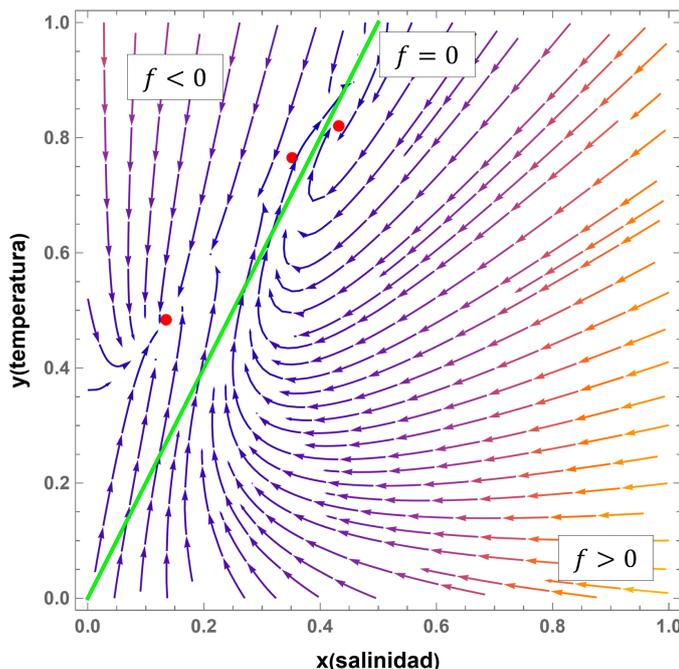


Figura 2.4.2: Plano de fases para $\lambda = 1/5$, $R = 2$, $\delta = 1/6$. Los puntos de equilibrio están marcados con puntos rojos. La recta verde separa la región donde domina la temperatura ($f < 0$) de la región donde domina la salinidad ($f > 0$).

saltara a la circulación dominada por la salinidad y luego permanecer allí, incluso cuando λ volviera a su valor original. En la naturaleza, en concreto en el océano, una perturbación que podría provocar el salto de un tipo de circulación a otro sería, por ejemplo, un aporte de agua dulce suficientemente fuerte.

Gran parte de la comprensión actual de la circulación impulsada por la diferencia de densidad es gracias al modelo presentado por Stommel [5]. Aunque Stommel no aplicó este modelo explícitamente al océano, su construcción estuvo motivada por la observación de que las temperaturas y salinidades oceánicas tienen tendencia a covariar. Al incluir un ciclo de agua dulce en su modelo, Stommel demostró que con un aporte de agua dulce suficientemente fuerte, la circulación del modelo puede revertirse, es decir, cambiar del modo térmico al modo salino o viceversa. La circulación dominada por la salinidad se conoce comúnmente como circulación estuarina. Asimismo, Stommel denominó a la circulación existente entre los dos recipientes circulación termohalina, debido a que esta circulación está impulsada por la diferencia de densidad, la cual puede ser dominada por la temperatura o por la salinidad.

Capítulo 3

Doble circulación estuarina: Modelo de Lambert

3.1. Introducción

Años más tarde, [Rooth \[6\]](#) presentó un modelo alternativo al modelo de dos cajas de Stommel, en el que la corriente termohalina está impulsada por la diferencia de salinidad entre las latitudes altas del norte y del sur. En los 2000, [Marotzke \[74\]](#) sugirió que debido a la naturaleza interhemisférica de la corriente termohalina, la dinámica de la corriente termohalina puede estar mejor representada por el modelo de Rooth que por el de Stommel. Numerosos han sido los modelos propuestos para tratar de simular la circulación oceánica, sin embargo, en este capítulo nos centraremos en el modelo propuesto por [Lambert et al. \[76\]](#). Este modelo, conocido como el modelo de la doble circulación estuarina, pretende contrastar la estabilidad y sensibilidad al agua dulce del modelo de Stommel. Es importante recordar que el modelo de Stommel exhibe una retroalimentación por advección de sal. Tal retroalimentación puede inducir una respuesta no lineal ante la entrada de agua dulce, pudiendo llegar a un límite por encima del cual no se puede sostener la circulación de vuelco dominada por la temperatura. Esto preocupa a la comunidad científica, ya que si ocurre lo predicho por el modelo de Stommel, un aumento en la cantidad de agua dulce en latitudes altas puede provocar un debilitamiento de la corriente termohalina.

La doble circulación estuarina es un modelo que hereda características de los modelos de Rooth y de Stommel. Este modelo consiste en tres cajas interconectadas donde hay entrada de agua dulce, que permiten dos ramas de circulación: la rama de vuelco y la rama estuarina (Figura 3.4.1). Como es conocido que el calor se difunde mucho más rápido que la sal [5], en la primera etapa tiene lugar un enfriamiento y la entrada de agua dulce, dando a lugar a un aumento de la densidad, o lo que es lo mismo, la pérdida de flotabilidad. Durante la segunda etapa, se produce la entrada de agua

dulce sin enfriamiento, lo que provoca una disminución de la densidad y, por tanto, un aumento en la capacidad de flotabilidad. La salida del agua de la primera etapa constituye la rama de vuelco, mientras que la salida de agua producida en la segunda etapa completa la rama estuarina.

A continuación, se estudian por separado la circulación de vuelco y la circulación estuarina. Por último, se modela la doble circulación estuarina que involucra estas dos circulaciones simultáneamente. Una vez modelada la doble circulación estuarina se procede a realizar el análisis de estabilidad lineal de los diferentes modos de circulación encontrados.

3.2. Circulación de vuelco: Modelo de Stommel.

En el anterior capítulo se describió el modelo de dos cajas tal y como lo propuso Stommel. No obstante, se puede considerar en un caso límite, pero plausible, que las temperaturas de las cajas son impuestas por la atmósfera, es decir, son constantes y que el intercambio de agua dulce en la superficie se expresa a través del parámetro F_2 [74]. Con estas suposiciones, las ecuaciones de conservación del sistema de la figura 3.2.1 vienen dadas únicamente por la salinidad y son

$$\begin{cases} V_1 \frac{dS_1}{dt} = -|\psi_O| \Delta S_{12} + F_2 \\ V_2 \frac{dS_2}{dt} = |\psi_O| \Delta S_{12} - F_2, \end{cases} \quad (3.1)$$

donde V_1 es el volumen de la cuenca 1; V_2 el volumen de la cuenca 2; ψ_O es el volumen transportado en la circulación de vuelco, definido positivo cuando se da desde la cuenca 1 a la cuenca 2; $\Delta S_{12} = S_1 - S_2$ es la variación de salinidad entre ambas cuencas y F_2 es el agua dulce que entra dentro de la cuenca 2. Asimismo, F_2 también es el agua dulce que sale de la cuenca 1, cerrando así el recorrido. Notar que F_2 no es agua dulce en sí, sino que es un flujo de agua con cierta salinidad que provoca cambios en la densidad de las cuencas. Como hemos visto anteriormente, Stommel asumió que el

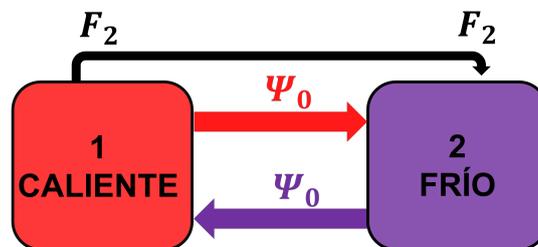


Figura 3.2.1: Circulación de vuelco con volumen transportado ψ_O , idéntica a la configuración de Stommel [5] (Figura 2.2.1). F_2 es el flujo de agua dulce que entra en el recipiente frío (recipiente 2).

flujo transportado (ψ_O , en este caso) escala linealmente con la de presión o lo que es

lo mismo, con la densidad (ecuación 2.1).

$$\psi_O = k_O \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_{ref}} = k_O(\alpha\Delta T - \beta\Delta S_{12}), \quad (3.2)$$

donde ρ_1 y ρ_2 son las densidades de las respectivas cuencas, ρ_{ref} es la densidad de referencia; α es el coeficiente térmico y β es el coeficiente de expansión halino; ΔT es la variación de temperatura entre las cuencas, que se considera constante y positiva y k_O es una constante hidráulica, que relaciona la circulación de vuelco con la variación de densidad. El sistema 3.1 se puede adimensionalizar haciendo uso de las siguientes cantidades:

$$\tau = \frac{k_O\alpha\Delta T}{V_2}t \quad (3.3)$$

$$f_i = \frac{\beta}{k_O\alpha^2\Delta T^2}F_i \quad (3.4)$$

$$s_{ij} = \frac{\beta}{\alpha\Delta T}\Delta S_{ij}, \quad (3.5)$$

que implican que

$$\Psi = \frac{1}{k_O\alpha\Delta T}\psi. \quad (3.6)$$

Si se inserta la ecuación 3.2 en el sistema 3.1, se restan y adimensionalizan, se obtiene la siguiente ecuación para la variación de salinidad entre las cuencas:

$$\frac{ds_{12}}{d\tau} = \left(1 + \frac{V_2}{V_1}\right) (-|1 - s_{12}|s_{12} + f_2), \quad (3.7)$$

donde se puede identificar

$$\Psi_O = 1 - s_{12}. \quad (3.8)$$

Los puntos fijos de la ecuación 3.7 son

$$s_{12}^* = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - f_2} \quad \text{si } s_{12} \leq 1, \quad (3.9)$$

$$s_{12}^* = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + f_2} \quad \text{si } s_{12} > 1. \quad (3.10)$$

Cabe decir que estos puntos fijos (ecuaciones 3.9 y 3.10) son independientes de los volúmenes de la cuencas V_1 y V_2 . Los puntos fijos dados por la ecuación 3.9 representan el modo térmico, en el cual el transporte de agua en el fondo se realiza desde la cuenca 2 a la cuenca 1. Llevando a cabo de nuevo un análisis de estabilidad lineal (Apéndice A), se observa que la raíz positiva es inestable, mientras que la raíz negativa es estable. En cambio, la ecuación 3.10 muestra un régimen halino, en cual el flujo de agua tiene

lugar en sentido contrario al modo térmico.

Combinando las ecuaciones 3.8 con 3.9 y 3.10 se representa en la figura 3.2.2 la circulación de vuelco Ψ_0^* en función de la entrada de agua dulce f_2 . En dicha figura se observa que la rama térmica estable limita con la rama inestable en $f_2 = 1/4$ y a su vez esta rama inestable limita con la rama halina estable en $f_2 = 0$. Estos valores umbrales que delimitan los diferentes modos del modelo de Stommel se caracterizan por ser bifurcaciones silla-nodo. Entre ambos valores umbrales existe una región de biestabilidad, donde ambos equilibrios térmico ($\Psi_0 > 0$) y halino ($\Psi_0 < 0$) tienen una solución estable para la misma cantidad de agua dulce de entrada f_2 .

El fenómeno de retroalimentación por advección de sal, mencionado en la introducción de este capítulo, se observa en el diagrama de bifurcación 3.2.2. Si se aumenta el valor de f_2 partiendo desde $f_2 = 0$, esto es desde la rama térmica estable, se produce un gran contraste en la salinidad que termina debilitando la circulación de vuelco. Sin embargo, este debilitamiento se ve amortiguado por la advección de sal en el recipiente 2, pero en el momento en el que $f_2 > 1/4$, la circulación se debilita y con ello la advección de sal, provocando la entrada del sistema en el régimen térmico inestable. A medida que esta retroalimentación continua aumentando se produce una transición al régimen halino, es decir, la circulación de vuelco se revierte ($\Psi_0 < 0$). Para poder restaurar de nuevo el régimen térmico hay que disminuir f_2 por debajo de $f_2 = 0$, que es el valor umbral de f_2 en el cual no hay posibilidad de un régimen halino. Para poder conseguir valores de $f_2 < 0$ haría falta que hubiera una evaporación neta en el recipiente 2.

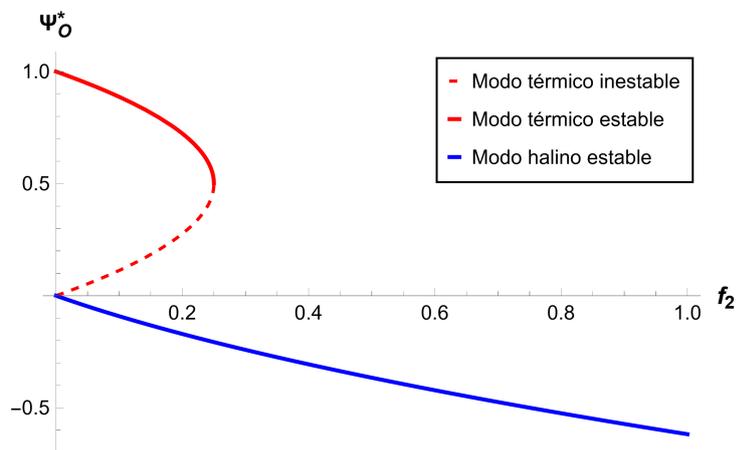


Figura 3.2.2: Diagrama de bifurcación para el modelo de dos cajas de Stommel. Se representa el transporte de vuelco en equilibrio Ψ_0^* en función del agua dulce que entra en la segunda cuenca f_2 . Las curvas rojas representan un régimen térmico, en cambio, la curva azul muestran un modo halino.

El modelo de Stommel reveló cómo la entrada de agua dulce puede inhibir e incluso revertir la circulación de vuelco si se supera un cierto umbral. Dentro del modelo de la doble circulación estuarina, la circulación de vuelco constituye la primera transforma-

ción de las masas de agua, es decir, permite la salida de las masas de agua más frías y con menor salinidad. A continuación, se explica la rama estuarina que forma parte, al igual que la circulación de vuelco, del modelo de doble circulación estuarina. Esta rama se constituye en la segunda transformación de las masas de agua, etapa mencionada en la introducción de este capítulo.

3.3. Circulación estuarina: Modelo de Rooth.

Este modelo compuesto por tres recipientes (Figura 3.3.1) tiene la misma configuración que el modelo de Rooth [6], aunque su idea estaba basada en la obtención de un modelo de circulación oceánica interhemisférico. Al igual que se ha hecho con la rama de vuelco en el modelo de Stommel, el modelo de Rooth permite extraer el ramal estuarino para poder aplicarlo en el modelo de la doble corriente estuarina.

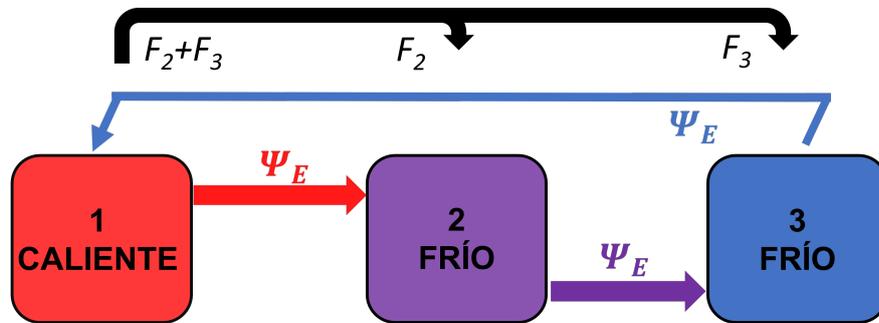


Figura 3.3.1: Circulación estuarina con transporte de volumen dado por Ψ_E , idéntica a la configuración del modelo de Rooth [6]. F_2 y F_3 indican el agua dulce que entra en el doble estuario constituido por las cuencas 2 y 3.

Cada uno de los recipientes que componen este modelo representan la transformación de las masas de agua involucradas en la circulación estuarina. En la primera cuenca hay agua caliente y salada, que tras un proceso de enfriamiento y entrada de agua dulce F_2 , llegan masas de agua al recipiente 2 más frías y con menor salinidad. A su vez, las masas de agua del recipiente 2 pierden salinidad debido a la entrada de agua dulce en el recipiente 3 (F_3), es decir, disminuyen de nuevo la densidad. Entonces, las masas de agua transformadas tras el enfriamiento (primera fase) y entrada de agua dulce (F_2 y F_3) (primera y segunda fase) constituyen la circulación estuarina.

De nuevo, como se hizo en la anterior sección, se asumirá que el transporte ψ_E escala linealmente con la diferencia entre las densidades de los recipientes 2 y 3 por lo que se puede expresar de forma similar a como se hizo con el transporte de vuelco ψ_O

(ecuación 3.2). El conjunto de ecuaciones que definen la circulación estuarina son

$$\begin{cases} V_1 \frac{dS_1}{dt} = -\psi_E(\Delta S_{12} + \Delta S_{23}) + F_2 + F_3, \\ V_2 \frac{dS_2}{dt} = \psi_E \Delta S_{12} - F_2, \\ V_3 \frac{dS_3}{dt} = \psi_E \Delta S_{23} - F_3 \end{cases} \quad (3.11)$$

y el transporte estuarino ψ_E viene dado por

$$\psi_E = k_E \frac{\rho_2 - \rho_3}{\rho_{eq}} = k_E \beta \Delta S_{23}, \quad (3.12)$$

donde en este caso k_E es una constante hidráulica para la circulación estuarina. Notar que el sistema 3.11 se ha calculado para el sentido de circulación antihorario dado en la Figura 3.3.1.

Dado que la circulación estuarina solo puede mantenerse cuando $F_3 > 0$, esto es, cuando hay entrada de agua dulce en el recipiente 3, solo consideraremos $\psi_E > 0$. Siguiendo el mismo procedimiento que en la sección anterior, combinaremos las ecuaciones del sistema 3.11, haciendo uso de las ecuaciones 3.4, 3.3 y 3.5 se adimensionaliza el sistema y se reescala el transporte de volumen ψ_E de igual forma que se hizo en la circulación de vuelco (ecuación 3.6). Con estos cambios, el sistema 3.11 se convierte en

$$\begin{cases} \frac{ds_{12}}{d\tau} = -\left(1 + \frac{V_2}{V_1}\right) \kappa s_{12} s_{23} - \frac{V_2}{V_1} \kappa s_{23}^2 + \left(1 + \frac{V_2}{V_1}\right) f_2 + \frac{V_2}{V_1} f_3, \\ \frac{ds_{23}}{d\tau} = \kappa s_{12} s_{23} - \frac{V_2}{V_3} \kappa s_{23}^2 + \frac{V_2}{V_3} f_3 - f_2, \end{cases} \quad (3.13)$$

donde $\kappa = \frac{k_E}{k_O}$ es un parámetro adimensional que relaciona la circulación estuarina con la circulación de vuelco. Identificando términos entre los sistemas 3.11 y 3.13 vemos que

$$\Psi_E = \kappa s_{23}. \quad (3.14)$$

Por otro lado, si se calculan los puntos fijos del sistema adimensionalizado y reescalado dado por 3.13 se obtienen los siguientes puntos fijos

$$s_{12}^* = \frac{f_2}{\sqrt{\kappa f_3}}, \quad (3.15)$$

$$s_{23}^* = \sqrt{\frac{f_3}{\kappa}}, \quad (3.16)$$

obteniéndose

$$\Psi_E^* = \kappa \sqrt{\frac{f_3}{\kappa}}, \quad (3.17)$$

donde se observa que el transporte de volumen estuarino Ψ_E^* en equilibrio solo depende del agua dulce f_3 que entra en el recipiente 3.

Aunque Ψ_E^* no depende de f_2 , este parámetro si que puede restringir la estabilidad del equilibrio. Esto es debido a que, como se puede ver en la figura 3.3.2, aparece una bifurcación de Hopf cuando f_3 toma un cierto valor dependiente de f_2 . Este cierto valor de f_3 viene dado por

$$f_3^O = \frac{f_2}{1 + V_2/V_1 + 2V_2/V_3}, \quad (3.18)$$

que como puede verse depende de los volúmenes de las cuencas V_1 , V_2 y V_3 . Este valor divide la solución de equilibrio 3.16 en una región estable y en otra inestable (Figura 3.3.2). Cuando $f_3 > f_3^O$ la circulación estuarina es estable y cuando $f_3 < f_3^O$ es inestable y es, en este último caso, donde no se puede asumir que $\Psi_E > 0$, es decir, que no siempre puede sostenerse. De nuevo, esta inestabilidad viene dada por una retroalimentación positiva de la advección de sal de la cuenca 1 a la cuenca 2.

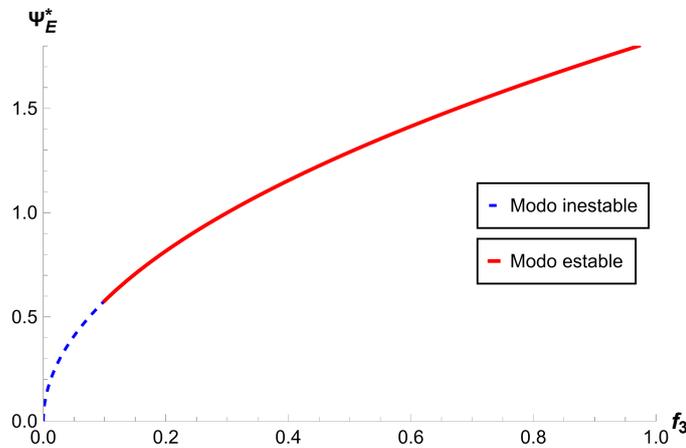


Figura 3.3.2: Diagrama de bifurcación para el modelo de tres cajas de Rooth. Se representa ψ_E^* en función de la entrada de agua dulce f_3 en el recipiente 3. La curva discontinua azul muestra un régimen inestable y la curva roja un régimen estable.

3.4. Modelización de la doble circulación estuarina.

Este modelo (figura 3.4.1) está conformado por tres recipientes, uno caliente y dos fríos, interconectados por el intercambio de volúmenes y la adición de agua dulce con unas ciertas consideraciones: 1) la temperatura en cada recipiente es constante; 2) el ciclo de agua dulce es cerrado; 3) cada recipiente está bien mezclado; y 4) los volúmenes transportados entre recipientes escalan linealmente con la diferencia de densidad entre estos, la misma relación lineal que asumió Stommel (ecuación 2.1) en su modelo de dos cajas (circulación de vuelco).

La circulación total está compuesta por dos ramas: la rama de vuelco ψ_O y la rama estuarina ψ_E . Debido a la conservación del volumen se tiene que la suma de estas dos

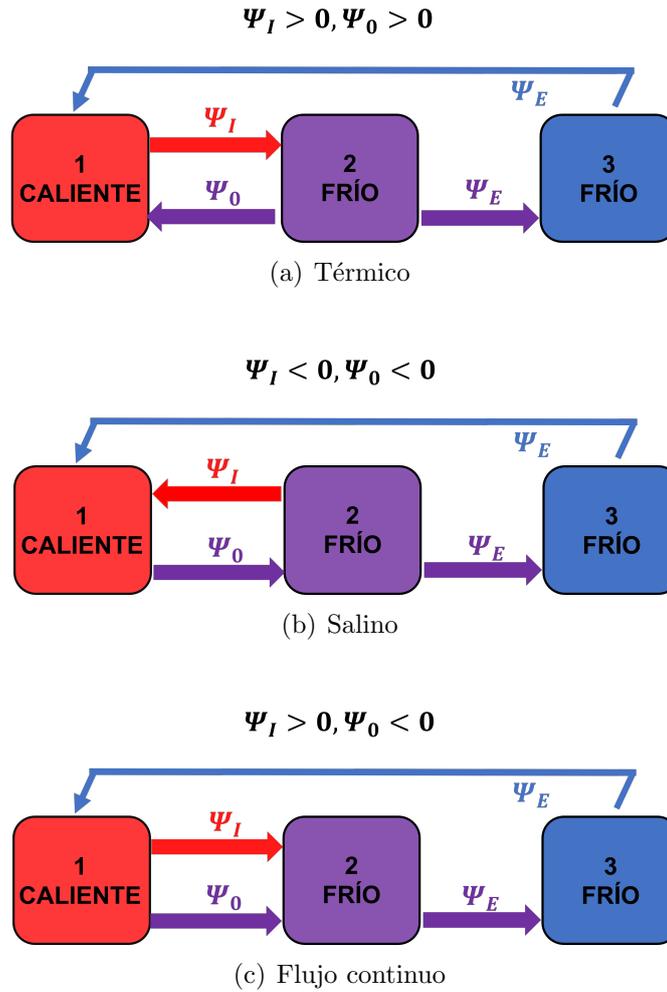


Figura 3.4.2: Diferentes modos de circulación que existen en el modelo de la doble circulación estuarina.

$$\begin{cases} \frac{ds_{12}}{d\tau} = -\frac{1}{2} \left(1 + \frac{V_2}{V_1}\right) (\kappa s_{23} + |1 - s_{12}| + |1 + \kappa s_{23} - s_{12}|) s_{12} - \frac{V_2}{V_1} \kappa s_{23}^2 + \left(1 + \frac{V_2}{V_1}\right) f_2 + \frac{V_2}{V_3} f_3, \\ \frac{ds_{23}}{d\tau} = \frac{1}{2} (\kappa s_{23} + |1 - s_{12}| + |1 + \kappa s_{23} - s_{12}|) s_{12} - \frac{V_2}{V_3} \kappa s_{23}^2 + \frac{V_2}{V_3} f_3 - f_2. \end{cases} \quad (3.22)$$

3.4.1. Obtención de los puntos fijos y análisis de estabilidad

En primer lugar, se observa que la tercera ecuación del sistema 3.21 asociada a la cuenca 3 es exactamente igual que la segunda ecuación del modelo de Rooth (sistema 3.11). Esto implica que la solución de equilibrio para s_{23} es de nuevo la dada por la ecuación 3.16 que es

$$s_{23}^* = \sqrt{\frac{f_3}{k}}. \quad (3.23)$$

Por tanto, se observa que el transporte estuarino en equilibrio Ψ_E^* no se ve afectado

por la rama de vuelco y es sólo dependiente de f_3 . Con este punto fijo s_{23}^* , se tiene que los puntos fijos para s_{12} son

$$s_{12}^* = \begin{cases} \frac{1}{2}(1 + \sqrt{\kappa f_3}) \pm \sqrt{\frac{1}{4}(1 + \sqrt{\kappa f_3})^2 - f_2} & \text{si } s_{12} \leq 1, \\ \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + f_2} & \text{si } s_{12} > 1 + \kappa s_{23}, \\ \frac{f_2}{\sqrt{\kappa f_3}} & \text{si } 1 < s_{12} \leq 1 + \kappa s_{23}. \end{cases} \quad (3.24)$$

Cada uno de estos puntos fijos definen los tres regímenes mencionados anteriormente: térmico, halino y continuo respectivamente. Notar que si se impone $f_3 = 0$ en las ecuaciones de los puntos de fijos de s_{12} (ecuación 3.24) se recuperan los puntos fijos del modelo de Stommel (ecuaciones 3.9 y 3.10) debido a que no hay rama estuarina $\Psi_E = 0$.

Al igual que en el modelo de Rooth y el de Stommel, en el modelo de la doble circulación estuarina de Lambert, la estabilidad de sus diferentes regímenes también está limitada por la entrada de agua dulce dada por los parámetros f_2 y f_3 . Para el punto fijo $s_{12}^* = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{\kappa f_3}) \pm \sqrt{\frac{1}{4}(1 + \sqrt{\kappa f_3})^2 - f_2}$ el análisis de estabilidad (apéndice A) arroja que la raíz positiva caracteriza al régimen térmico inestable y la raíz negativa denota al régimen térmico estable. En el límite entre la región estable e inestable del modo térmico existe una bifurcación silla-nodo en términos de f_2 y f_3 que viene dada por la siguiente ecuación

$$f_2|_{\text{termico}} = \frac{1}{4}(1 + \sqrt{\kappa f_3})^2. \quad (3.25)$$

La estabilidad e inestabilidad del régimen térmico se debe a la retroalimentación por advección de sal, como ya había previsto Stommel [5] en su modelo. El punto donde esta retroalimentación provoca una transición hacia un modo inestable viene dada por la bifurcación silla-nodo (ecuación 3.25). Para valores altos de f_3 se produce un reforzamiento de la rama estuarina. Esta rama amortigua la retroalimentación dada por la advección de sal, retrasando una posible transición abrupta. Además, permite permanecer en el modo térmico para mayores cantidades de f_2 , al contrario que en el modelo de Stommel. Es decir, la rama estuarina estabiliza la circulación térmica.

Por otro lado, el punto fijo $s_{12}^* = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + f_2}$ caracteriza el régimen halino. Al analizar la estabilidad de este punto fijo se encuentra que es estable para cualquier valor de f_2 . No hay ninguna bifurcación silla-nodo dentro del propio régimen. Sin embargo, dependiendo si el régimen continuo es estable o inestable, cabe la posibilidad de que exista una bifurcación silla-nodo, que limite la estabilidad del régimen estable salino con el posible régimen inestable continuo en $s_{12} = 1 + \kappa s_{23}$. Para ello, se realiza un análisis de estabilidad lineal en torno al punto fijo $s_{12}^* = \frac{f_2}{\sqrt{\kappa f_3}}$. Se encuentra que este régimen tiene la misma estabilidad que la circulación estuarina de Rooth, es decir, se

ha encontrado una bifurcación de Hopf en el mismo punto

$$f_3 = \frac{f_2}{1 + \frac{V_2}{V_1} + \frac{2V_2}{V_3}}, \quad (3.26)$$

la cual divide el régimen continuo en estable e inestable. Esto permite comprobar que sí existe una bifurcación silla-nodo que limita la estabilidad del régimen salino con la inestabilidad del régimen continuo, la cual viene dada por la ecuación

$$f_2|_{halino} = \kappa f_3 + \sqrt{\kappa f_3}. \quad (3.27)$$

Además, debido a la doble naturaleza del régimen continuo existe otra bifurcación silla-nodo en la frontera estable del régimen continuo y la rama inestable del régimen térmico en $s_{12} = 1$, dada por

$$f_2|_{continuo} = \sqrt{\kappa f_3}. \quad (3.28)$$

A continuación, se muestran las regiones estables para los tres regímenes de circulación obtenidos a partir de las ecuaciones 3.23 y 3.24 en un diagrama de fases de f_3 en función de f_2 . Notar que la transición de un régimen a otro está dada por bifurcaciones de silla-nodo (líneas continuas en la figura 3.4.3) representadas analíticamente por las ecuaciones 3.25, 3.27 y 3.28.

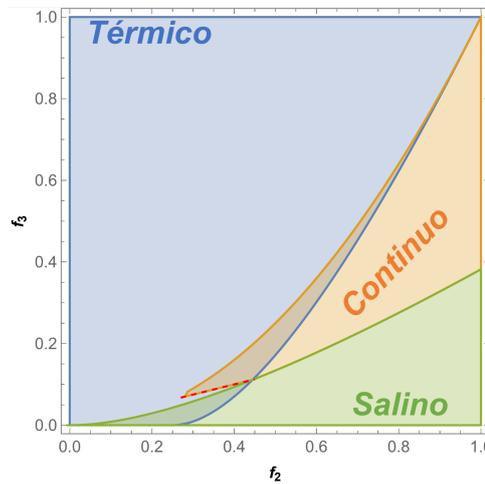


Figura 3.4.3: Diagrama del espacio fases para la circulación doble estuarina. Las zonas sombreadas indican que regímenes de circulación pueden ser estables en función de los parámetros de agua dulce f_2 y f_3 . La zona azul muestra el régimen térmico estable; zona verde el régimen salino; zona naranja régimen continuo. La biestabilidad tiene lugar en el solapamiento de dos regímenes. Las líneas verde, naranja y azul muestran las bifurcaciones silla-nodo dadas por las ecuaciones 3.25, 3.27 y 3.28. La línea roja discontinua muestra la bifurcación de Hopf dada por la ecuación 3.18. Los parámetros son $\kappa = 1$, $V_1 = V_2 = V_3$.

Estas bifurcaciones silla-nodo son independientes del volumen de los recipientes, en

cambio, el tamaño de las cuencas sí influye en la bifurcación de Hopf (ecuación 3.26) que se muestra en la figura 3.4.3 con líneas discontinuas rojas. Esta bifurcación de Hopf limita la estabilidad del régimen continuo produciéndose una transición abrupta debido al cambio en la estabilidad.

Finalmente, al igual que se hizo con el modelo de Stommel, se muestra en la figura 3.4.4 el plano de fases del modelo de Lambert donde aparecen los cuatro puntos fijos, de izquierda a derecha, térmico estable, térmico inestable, halino estable y el régimen continuo.

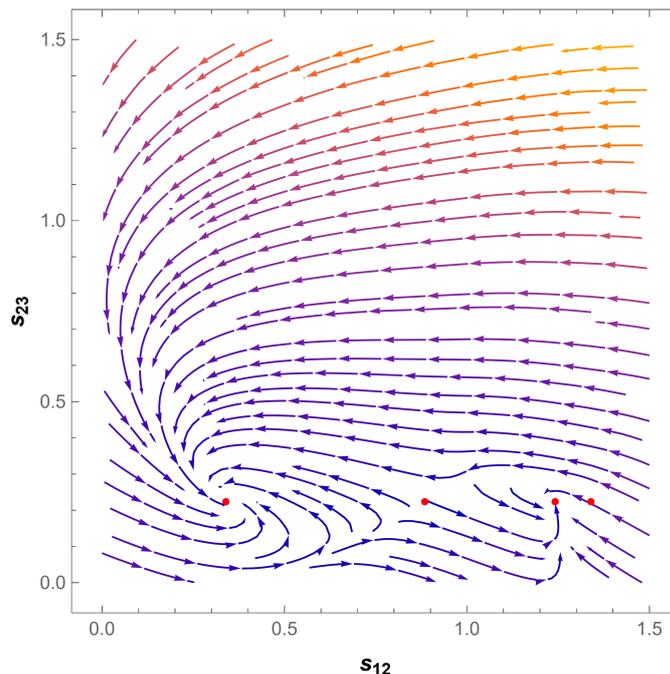


Figura 3.4.4: Plano de fases para $f_2 = 0,3$, $f_3 = 0,05$, $\kappa = 1$, $V_1 = V_2 = V_3$ obtenido a partir de las ecuaciones 3.22. Los cuatro puntos de equilibrio están marcados en rojos.

3.5. Aplicación del modelo al Ártico Mediterráneo

El modelo de la doble circulación estuarina de Lambert tiene su aplicación geográfica en el Ártico Mediterráneo. El origen de esta aplicación reside en la observación de las desembocaduras de los ríos, donde la entrada de agua dulce induce circulaciones estuarinas debido al arrastre del agua circundante relativamente salina. En este sentido, Stigebrandt [94] demostró que la circulación superior del Océano Ártico puede describirse como una circulación estuarina y que es el aporte del agua dulce el que sostiene esta rama más septentrional de la THC.

El Ártico Mediterráneo forma una cuenca semicerrada por la dorsal Groenlandia-Escocia, conocida por sus siglas GSR (*Greenland-Scotland Ridge*, Figura 3.5.1). Constituido por los mares nórdicos y el Océano Ártico, en el Ártico Mediterráneo tienen lugar

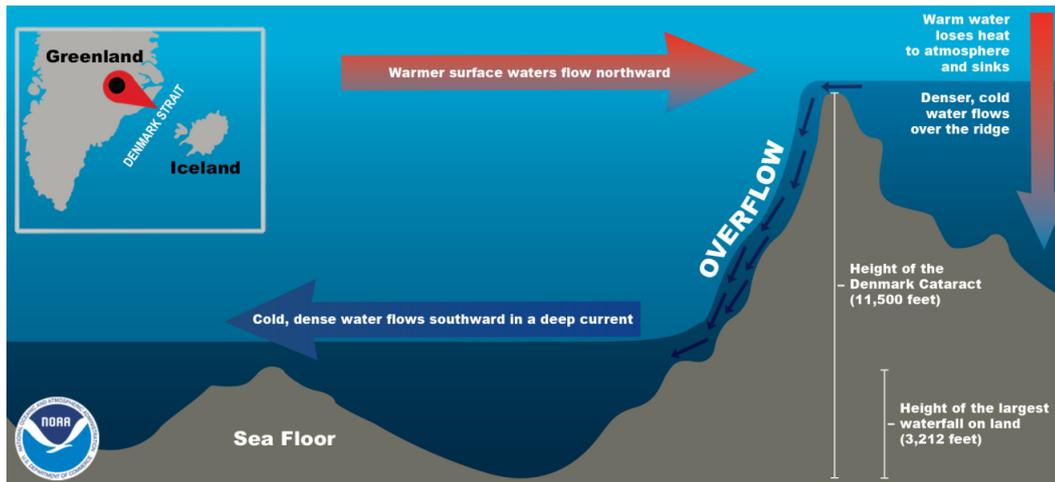


Figura 3.5.1: En el estrecho de Dinamarca se encuentra la dorsal GSR (*Greenland-Scotland Ridge*). Esta dorsal es considerada como la cascada más grande de la Tierra. A través de esta dorsal fluyen aguas más cálidas hacia el norte, mientras que las aguas más frías y densas fluyen hacia el sur como agua profunda. Imagen proporcionada por NOAA (*National Oceanic and Atmospheric Administration*) [98].

dos procesos: pérdida de calor y entrada de agua dulce. Ambos procesos transforman el agua procedente del Atlántico en dos etapas. Durante la primera etapa, en los mares nórdicos y en el mar de Barents¹ tiene lugar un enfriamiento y la entrada de agua dulce que induce una pérdida de la flotabilidad del agua (aumento de la densidad). Parte de esta agua densa vuelve hacia el Atlántico constituyendo la rama de vuelco [95]. La transformación secundaria se produce en el Océano Ártico. Esta masa de agua se ve sometida a un flujo de agua dulce que hace que aumente la flotabilidad de ésta (disminución de la densidad), regresando al Atlántico agua polar fría y con menor densidad a través de la corriente de Groenlandia oriental [96]. Esta segunda transformación constituye la rama estuarina. Como se ha visto anteriormente, la combinación de estas dos ramas constituye la doble circulación estuarina [97, 96], donde la rama estuarina está impulsada por la diferencia de densidad dominada por la salinidad y la rama de vuelco por el contraste de densidad dominado por la temperatura. Actualmente, la primera etapa, con dos tercios de la circulación, constituye el mecanismo principal mientras que la rama estuarina transporta un tercio de la circulación.

En la figura 3.5.2 se observa los tres tipos de modos de circulación del modelo de la doble circulación estuarina y su aplicación en el Ártico Mediterráneo. Las tres cuencas del modelo de cajas (ver Figura 3.5.3) se interpretan como depósitos de masas de agua. La cuenca 1 representa el Atlántico Norte por encima de la termoclina², constituyendo el agua cálida y salina; la cuenca 2 representa las aguas densas de los mares nórdicos; y la cuenca 3 representa el depósito de agua polar ligera en el Océano Ártico por encima de la termoclina y la corriente de Groenlandia oriental.

¹Mar perteneciente al Océano Ártico ubicado al norte de Noruega y Rusia.

²Capa en el agua o en el aire, donde la temperatura desciende bruscamente con la profundidad.

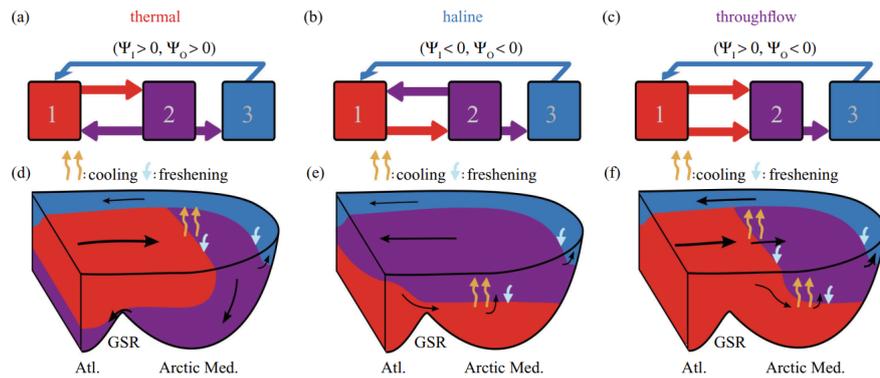


Figura 3.5.2: Tres modos de circulación (a-c) de la doble circulación estuarina. Actualmente, la corriente termohalina se sitúa en el modo térmico. Interpretación de estos tres regímenes de circulación en el Ártico Mediterráneo (d-f). Imagen procedente del artículo de Lambert et al. [76]

Notar que en esta aplicación se considera al Ártico Mediterráneo como un sistema aislado, donde no se tienen en cuenta los flujos de volumen asociados procedentes del Pacífico a través del Estrecho de Bering, ni a las precipitaciones y la escorrentía de los ríos. Todo estos volúmenes de agua dulce se parametrizan como flujos de agua dulce. En consecuencia, el único flujo de entrada en el doble estuario es el del agua salina cálida del Atlántico (Ψ_I). La fracción de agua densa, producida en los mares nórdicos y el mar de Barents, vuelve al Atlántico constituyendo la rama de vuelco (Ψ_O). La fracción residual de agua se arrastra hacia el Océano Ártico y, en última instancia, sale a través de la corriente de Groenlandia oriental y del archipiélago ártico canadiense hasta el Atlántico (Ψ_E).

Debido a la previsión de aumento en la entrada de agua dulce en el Ártico Mediterráneo durante el siglo XXI [99], esta región se convierte en una zona de interés científico y más aún cuando el modelo de la doble circulación estuarina revela que la rama de estuario puede estabilizar la rama de vuelco del modo térmico.

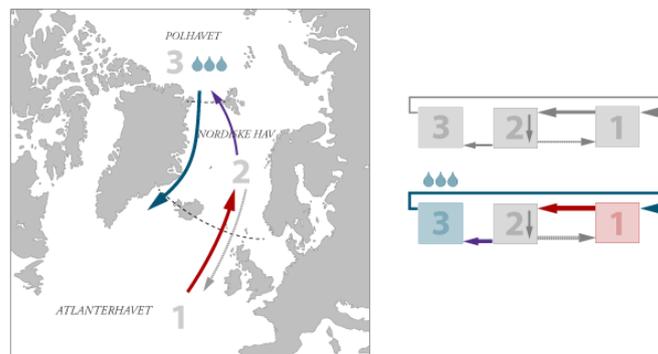


Figura 3.5.3: Situación geográfica de las tres cajas del modelo de Lambert [100]. La flecha roja hace referencia al flujo Ψ_I , la flecha gris hace referencia a la rama de vuelco Ψ_O , la flecha azul y violeta hacen referencia a la rama estuarina Ψ_E .

Capítulo 4

Diferencias entre el modelo de Stommel y el modelo de Lambert

En primer lugar, es importante recalcar que tanto el modelo de Stommel como el modelo de Lambert son idealizaciones de la circulación oceánica. El modelo de Lambert hereda una serie de suposiciones del modelo de Stommel como son:

1. Temperaturas constantes en cada uno de los recipientes.
2. Disoluciones uniformes en los recipientes.
3. El volumen transportado escala linealmente con la diferencia de densidades entre recipientes.

Estas suposiciones implican una serie de limitaciones, como por ejemplo, que ambos modelos ignoran la transformación gradual de las corrientes superficiales y la mezcla subsuperficial de aguas densas y ligeras. Este tipo de procesos sí se tienen en cuenta en los llamados modelos de bucles [101].

A pesar de que el modelo de Lambert hereda ciertas características del modelo de Stommel y de que comparten unos resultados comunes como la existencia de un régimen térmico estable e inestable y otro régimen halino, también presentan diferencias en sus resultados. Por ejemplo, en el modelo de Lambert aparece un nuevo modo de circulación no existente en el modelo de Stommel, el modo continuo. Este modo de circulación permite el transporte de calor hacia las cajas más frías a pesar de las perturbaciones provocadas por el agua dulce e incluso a pesar de la ausencia de la circulación de vuelco.

No obstante, la principal diferencia radica en que el modelo de Stommel presenta una retroalimentación entre la advección de sal y el transporte de volumen. Esta retroalimentación es la responsable de que exista un límite a partir del cual, un aumento de agua dulce (disminución de la densidad) en la cuenca fría podría significar la ralentización, o incluso la inversión, de la corriente de vuelco alcanzando el régimen salino.

Al igual que ocurre en el modelo de Stommel, en el modelo de Lambert, la entrada de agua dulce puede producir transiciones entre los distintos regímenes, provocando incluso una inversión en la rama de vuelco. Sin embargo, en este modelo, la rama estuarina acoplada estabiliza la rama de vuelco, lo que conlleva a que las transiciones abruptas en la circulación térmica solo pueden ser inducidas por una entrada suficiente y localizada de agua dulce. Lambert [76] aplicó su modelo al Ártico Mediterráneo, donde pudo cuantificar cuanto más sensible es el modelo de Stommel a la entrada de agua dulce que su modelo. En el primero, una entrada de agua de 14 mSv [$1Sv = 10^6 m^3/s$] podría provocar una transición hacia el modo halino, en cambio, en el modelo de Lambert sería necesaria 37 mSv para que esto ocurriera.

Por otro lado, en los límites entre regímenes con diferente estabilidad pertenecientes a diferentes modos de circulación (halino, térmico o continuo) aparece una bifurcación silla-nodo. Estas bifurcaciones suponen un cambio en la naturaleza de la circulación provocando transiciones abruptas. En el caso del modelo de Stommel existen dos bifurcaciones dadas analíticamente por

$$\begin{aligned} f_2|_{termico} &= 1/4, \\ f_2|_{halino} &= 0. \end{aligned}$$

En cambio, en el modelo de Lambert existen cuatro bifurcaciones: tres bifurcaciones silla-nodo y una bifurcación de Hopf. La bifurcación de Hopf tiene lugar dentro de una misma circulación, en concreto en el modo continuo, y divide a este régimen en una región estable y otra inestable. Dichas bifurcaciones vienen dadas analíticamente por funciones de f_2 y f_3

$$\begin{aligned} f_2|_{termico} &= \frac{1}{4}(1 + \sqrt{\kappa f_3})^2, \\ f_2|_{halino} &= \kappa f_3 + \sqrt{\kappa f_3}, \\ f_2|_{continuo} &= \sqrt{\kappa f_3} \\ f_3 &= \frac{f_2}{1 + V_2/V_1 + 2V_2/V_3}. \end{aligned}$$

Finalmente, cabe decir que el modelo de Stommel hace uso de dos variables, temperatura y salinidad, en cambio Lambert hace uso únicamente de la variable salinidad. Esto se debe a que el equilibrio térmico se alcanza más rápidamente que el equilibrio en la salinidad, por ello se escoge como variable de estudio únicamente la salinidad [74].

A modo de resumen se presenta la siguiente tabla con las principales diferencias entre modelos.

Modelo de Stommel	Modelo de Lambert
Existencia de modo térmico estable e inestable y de modo halino estable.	Aparece un nuevo modo de circulación conocido como modo continuo (throughflow, en inglés).
En el límite de un modo a otro aparecen bifurcaciones silla-nodo que son constantes, en total dos bifurcaciones.	Aparecen tres bifurcaciones silla-nodo que son funciones de f_2 y f_3 .
No hay bifurcaciones de Hopf.	Aparece una bifurcación de Hopf que limita la estabilidad del modo continuo.
La circulación de vuelco puede ser inhibida por la entrada de agua dulce y puede llegar a revertir dicha rama llegando al modo halino.	Presenta menor sensibilidad a la entrada de agua dulce gracias a la existencia del ramal estuarino.
Utiliza de variable la temperatura y la salinidad.	Únicamente trabaja con la salinidad.

Capítulo 5

Otros modelos de cajas.

5.1. Introducción

El modelo de [Stommel](#) [5] ha sido modificado por numerosos investigadores mediante la adición de cajas para la simulación de otras características de la circulación oceánica. Por ejemplo, [Rooth](#) [6] añadió una caja para que su modelo simulara el comportamiento de la circulación oceánica interhemisférica, mientras que [Lambert et al.](#) [76] describe un único hemisferio añadiendo una tercera caja para simular el Océano Ártico. En esta sección se describe el modelo propuesto por [Rahmstorf](#) [3], el cual implementa un par de cajas más que Stommel para observar el papel de los flujos de agua dulce en la circulación termohalina. Asimismo y sin necesidad de incluir ninguna otra caja, [Guan and Huang](#) [75] incluyeron en su modelo procesos como el efecto del viento en la circulación. Por ello, en esta sección se describen brevemente otros modelos de cajas diferentes a los de [Stommel](#), [Lambert et al.](#) y [Rooth](#), comenzando por el modelo de [Guan and Huang](#), pasando por el modelo de [Rahmstorf](#) hasta llegar al modelo de 16 cajas propuesto por [Kahana et al.](#).

5.2. El rol de la energía mecánica y el giro del viento

En esta investigación [Guan and Huang](#) [75] revisitaron el modelo de Stommel para estudiar el rol de la energía mecánica y el giro impulsado por el viento (Figura 5.2.1). La idea principal de este modelo es que la corriente termohalina es una cinta transportadora de calor que requiere energía mecánica externa para sostenerla. Esta energía mecánica, además de ser un factor fundamental para el mantenimiento de la THC, juega un papel importante en la estabilidad de esta [103]. Para llevar a cabo esta investigación, se revisitó el modelo de dos cajas propuesto por [Stommel](#) añadiendo el giro del viento y el papel de la energía mecánica. Para poder calcular la circulación

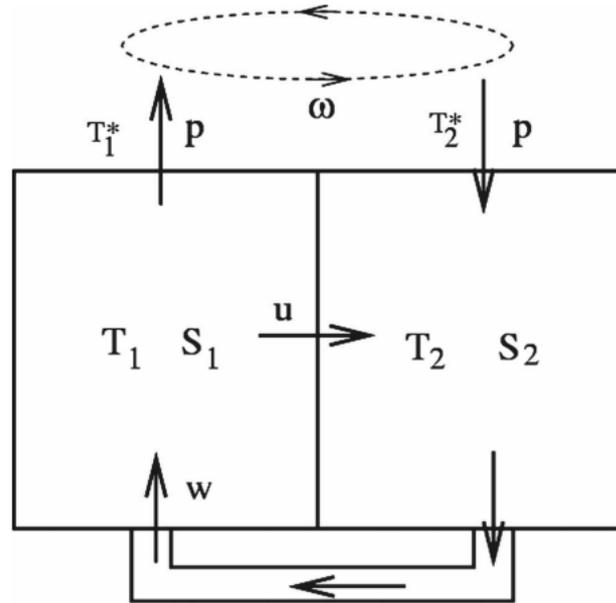


Figura 5.2.1: Modelo de dos cajas en el modo térmico, donde la caja 1 denota las bajas latitudes y la caja 2 las altas latitudes. La circunferencia discontinua indica el intercambio de masa debido al giro del viento. Imagen procedente del artículo de [Guan and Huang \[75\]](#).

en este modelo se necesita determinar la velocidad vertical dada por w . Para ello, se parte de la idea inicial del modelo de Stommel donde asume que el flujo de la caja 2 a la caja 1 viene dado por

$$w_s = c(\rho_0\alpha\Delta T - \rho_0\beta\Delta S), \quad (5.1)$$

donde c es una constante.¹ Este parámetro c ha sido tratado como una constante intrínseca de cada modelo, sin embargo según la hipótesis de [Guan and Huang](#), la THC es conducida por fuentes externas de energía mecánica, como pueden ser las mareas y el viento. Por esto, se reformula la velocidad vertical w como

$$w_e = \frac{e}{\rho_0\alpha\Delta T - \rho_0\beta\Delta S}, \quad (5.2)$$

donde el subíndice e denota la restricción de energía. Los modelos basados en esta restricción pueden ser llamados modelos con restricción energética. Una característica importante de estos modelos es que las fuentes externas de energía mecánica pueden variar con los cambios que tienen lugar en el clima y, por tanto, el parámetro e puede ser tratado como un parámetro externo. No obstante, la estimación de este parámetro constituye uno de los grandes retos de estos nuevos modelos. Además, estos sistemas proporcionan interpretaciones razonables a las posibles transiciones entre los diferentes modos de circulación, debido a que la cantidad de energía mecánica proporcionada

¹Notar que el subíndice s denota que esta ecuación procede de la hipótesis del modelo de dos cajas de Stommel.

por el viento y la mezcla diapicnal² varía con los cambios en el sistema climático, provocando cambios en la THC.

A diferencia del modelo de dos cajas planteado por Stommel, en este modelo la inclusión del viento como forzamiento suprime las soluciones múltiples de la THC. Asimismo, también indica la existencia de un valor umbral del viento por encima del cual no hay múltiples estados estacionarios en la THC. En el modelo de Stommel, el parámetro c no provoca ningún cambio, sin embargo el parámetro e sí que afecta a dicho umbral. A pesar de este hallazgo, aún no queda claro el significado del tal umbral y sus posibles implicaciones en la THC.

Es comúnmente conocido que cambios abruptos en la THC están relacionados con cambios en el flujo de agua dulce [3]. En este contexto, Guan and Huang demostraron que otro factor potencial que puede impulsar cambios en la THC es el forzamiento provocado por el viento. Se concluye que, aunque es conocido que el flujo de agua dulce puede provocar el freno y la inversión de la THC, el viento puede ser el impulso primario para esto.

Finalmente, al igual que el modelo de Stommel, el modelo revisitado con la restricción de energía mecánica supone una idealización y, por consiguiente, los resultados obtenidos hay que interpretarlos con precaución.

5.3. Modelo de cuatro cajas

El propósito general de Rahmstorf con este trabajo fue esclarecer el rol del flujo de agua dulce en la formación de la NADW (*North Atlantic Deep Water*). Esta investigación se ocupa de analizar el papel del transporte atmosférico del agua dulce desde las latitudes bajas a las altas y el rol de la exportación del vapor de agua de la cuenca Atlántica en la formación de NADW. La pérdida de agua dulce surge principalmente en el Atlántico Sur, equilibrándose con la entrada de agua dulce en el norte. Esta agua dulce es transportada hacia el sur y es la dirección de este transporte la que está estrechamente relacionada con el régimen dinámico y la estabilidad de la corriente termohalina.

En el modelo conceptual propuesto por Rahmstorf (Figura 5.3.1) no hay un flujo vertical entre la caja 3 y 4. Asimismo, solo se va a considerar el efecto del agua dulce en la salinidad y no en el balance de masa, debido a que esto permite identificar el transporte de agua dulce con el transporte de sal en la dirección contraria.

²Mezcla de fluido de un lado de una superficie isopicnal (superficie con densidad constante) con un fluido de diferente densidad del otro lado de la superficie.

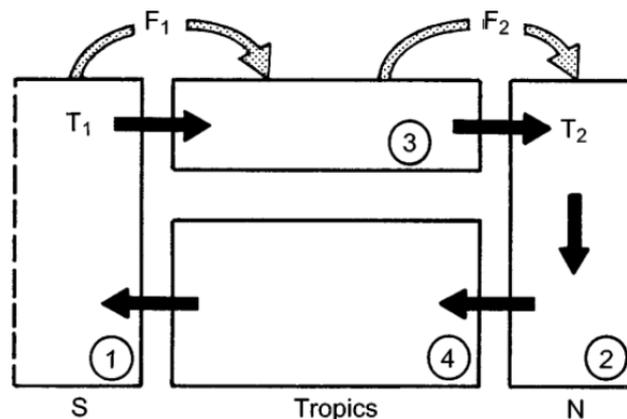


Figura 5.3.1: Modelo de cuatro cajas interhemisférico para la circulación termohalina. La NADW se forma en la caja 2 y llega hasta la caja 1, siendo controlada esta circulación por la diferencia de densidad entre las cajas 1 y 2. Los flujos de agua dulce se han representado como dos transportes de vapor atmosféricos F_1 y F_2 . Imagen procedente del artículo de [Rahmstorf \[3\]](#).

Profundizando en los términos de F_1 y F_2 que aparecen en la figura 5.3.1, por un lado se tiene que F_1 representa el transporte de vapor hacia los trópicos, mientras que F_2 representa el transporte de vapor hacia el Atlántico Norte. Esto es una idealización que implica que todo el agua añadida a la caja 3 será transportada a la caja 2 por el flujo oceánico. Se demostró que el agua dulce añadida en altas latitudes afecta más a la tasa de formación de la NADW que el agua dulce añadida más al sur. En este modelo, es el flujo de agua dulce F_1 el activo, ya que F_2 juega un papel menor. En cambio, en el modelo de Stommel, este flujo F_2 era el considerado parámetro de control. Un aumento de F_2 hace que el océano tropical sea más salino, provocando la disminución de la salinidad en otras zonas ya que la cantidad de sal se mantiene constante.

Una vez discutido el papel del agua dulce, se clasifica el flujo de agua profunda en tres regímenes: térmico, halino o termohalino. Cabe resaltar que el modo halino de este modelo de cajas difiere del modelo de Stommel. Aquí simplemente se considera un flujo impulsado por un gradiente de salinidad entre la región de hundimiento en las altas latitudes del norte y el flujo de salida a una latitud de $30^\circ S$. El régimen con un mayor interés es el puramente térmico, donde el agua dulce tiene la posibilidad de frenar la circulación de vuelco. Para el sentido contrario de circulación existen el mismo tipo de regímenes, pero en este caso el parámetro de control sería F_2 en lugar de F_1 .

5.4. Modelo de dieciséis cajas

[Kahana et al. \[102\]](#) formularon un modelo de 16 cajas (Figura 5.4.1) para investigar la sensibilidad de la THC a los cambios de densidad superficial. A diferencia del

resto de modelos propuestos, este modelo intenta representar con 16 cajas las principales componentes del océano global teniendo en cuenta los principales flujos oceánicos observados.

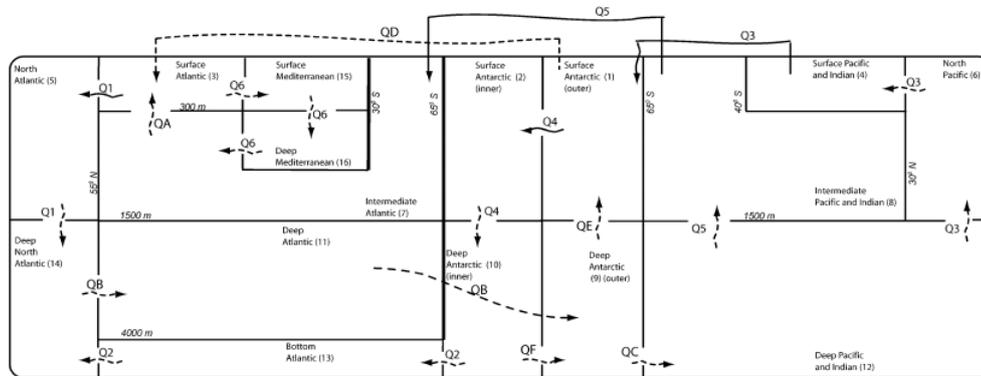


Figura 5.4.1: Modelo de 16 cajas donde $Q1 - Q6$ son los flujos principales, $QA - QF$ son los flujos que mantienen el equilibrio de masas. Las cajas vienen enumeradas entre paréntesis e identificadas geográficamente. Imagen tomada del artículo de Kahana et al. [102].

El objetivo de este modelo fue explorar los diferentes modos de circulación que surgen debido a las perturbaciones existentes en el sistema oceánico. Para ello, se representan de forma simplificada los principales procesos físicos del océano a través de un amplio número de parámetros. Sin embargo, este modelo presenta algunas limitaciones. Por ejemplo, no tiene en cuenta los mecanismos de retroalimentación entre el océano y la atmósfera que afectan a la THC. Al igual que los otros modelos expuestos, este modelo es una versión expandida del modelo de dos cajas de Stommel, donde cada caja tiene una temperatura y salinidad uniforme. Las cajas están conectadas y el flujo de agua entre ellas escala linealmente con la diferencia de densidad entre las dos cajas involucradas en el traspaso.

Con el fin de explorar los diferentes modos de circulación, se utilizaron patrones distintos de densidad. Los diferentes modos de circulación se producen cuando, para un determinado contraste de densidad entre cuencas, uno o varios flujos cambian su dirección para formar una configuración diferente de formación de aguas profundas y afloramiento de éstas. Las nuevas ubicaciones en la formación de aguas profundas y del afloramiento de éstas se representan en la figura 5.4.2 como modos 2-7.

Notar que para este modelo de cajas únicamente se analizó la respuesta de equilibrio a los diferentes contrastes de salinidad. Esto es, no se ha modelizado los impactos del agua dulce, fuentes de agua de deshielo, o cambios en las temperaturas que podrían ser las razones de estos contrastes de densidad. Tampoco se examinaron las transiciones entre los diferentes modos de circulación. A pesar de ello, los patrones de circulación obtenidos permiten comprender las posibles respuestas de la THC ante un cambio en la densidad.

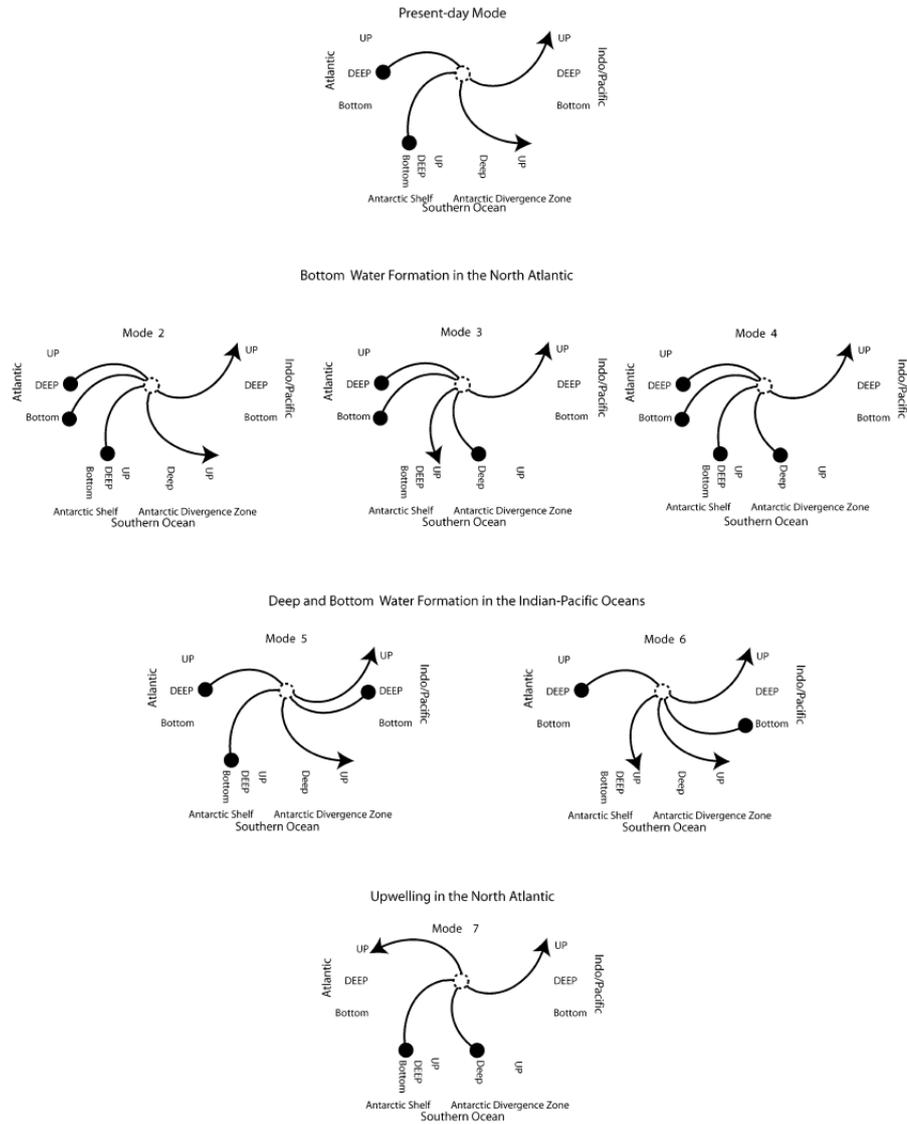


Figura 5.4.2: Siete modos de circulación global obtenidos a partir de cambios en el patrón de densidad actual. Los diagramas muestran las zonas de formación de aguas profunda (círculos sólidos) y de afloramiento (flechas) en las tres principales cuencas oceánicas. El panel superior resume la circulación actual. En los modos 2, 3 y 4 la formación de agua profunda tiene lugar en la cuenca atlántica, en los modos 5 y 6 dicha formación se da en el Indo-Pacífico y el modo 7 es una circulación THC invertida, es decir, con formación de agua profunda en el Océano Antártico. Imagen tomada del artículo de [Kahana et al. \[102\]](#).

Capítulo 6

Conclusiones

En primer lugar, tanto el modelo de Stommel como el modelo de Lambert, exhiben múltiples equilibrios. Ambos modelos arrojan la idea de que el proceso dinámico responsable de los equilibrios múltiples es la retroalimentación por advección de sal, siendo el modelo de Lambert menos sensible que el modelo de Stommel a esta retroalimentación. Dicha retroalimentación es el resultado directo de la tendencia que tiene la temperatura de equilibrarse más rápidamente que la sal, debido a la pérdida de calor que tiene lugar a través de la atmósfera. Esto nos lleva a la idea de que la AMOC, en el sistema climático actual, puede tener otros equilibrios con una configuración diferente de la circulación de vuelco actual.

Por una parte, el modelo de dos cajas de Stommel es un modelo conceptual muy simplificado, puesto que no tiene en cuenta el acoplamiento con el océano subpolar del Atlántico Norte ni con otros océanos o sistemas como puede ser la atmósfera. No obstante, el hecho de que en un sistema tan simple puedan darse dos regímenes estables tan distintos (térmico y halino) sugiere la posibilidad de que exista un mecanismo similar en la naturaleza. Recapitulando, el modelo de Stommel establece que existen dos equilibrios estables: el primero, aquel en el que la diferencia de densidad está dominada por la temperatura y el agua fluye desde el recipiente frío al caliente, y el segundo, donde la densidad se encuentra dominada por la salinidad y el flujo tiene lugar desde el recipiente caliente al frío. Debido a que este modelo puede sostener una circulación dominada por la temperatura o por la salinidad, Stommel la nombró corriente termohalina.

Más allá de si es posible la existencia de un mecanismo como este en el sistema climático, Stommel se cuestiona si hay cabida a transiciones de un modo a otro mediante alguna perturbación. Ciertamente, otros modos de circulación de la AMOC han sido observados en los diferentes registros paleoclimáticos, donde se ha constatado la evidencia de ciertos cambios en la circulación de ésta vinculados con grandes descargas de agua dulce. En este sentido, [Thornalley et al.\[104\]](#) sugiere que el aumento de los flujos de agua dulce, procedentes del deshielo de glaciares y del hielo marino hace apro-

ximadamente 150 años, sirvió para debilitar la AMOC de forma anómala con respecto a los últimos 1500 años.

Estos efectos de forzamientos de agua dulce están contemplados en el modelo de Stommel. En este modelo se toma $R > 1$, donde $R = \frac{\beta S^*}{\alpha T^*}$ es un parámetro que mide los efectos relativos de la salinidad y la temperatura sobre la densidad. Suponiendo un aumento del flujo de agua dulce en la caja fría, ésta reduce su densidad y con ello tiene lugar una circulación más débil. Cuando la entrada de agua dulce a la cuenca fría es lo suficientemente fuerte, se induce una retroalimentación positiva entre el transporte de volumen y la advección de sal, que conduce a la inversión de la circulación, es decir, la transición hacia el estado de equilibrio salino.

La gran sensibilidad de este modelo ante un aumento del flujo de agua dulce ha suscitado cierta preocupación por un posible futuro colapso de la AMOC. En este sentido, Lambert estudió la posibilidad de la adición de una nueva rama de circulación, la rama estuarina. Esta rama adicional amortigua la retroalimentación positiva de Stommel, proporcionando una importación de sal a la cuenca 2, donde tiene lugar la formación de agua densa, estabilizando así la rama de vuelco. Mientras que el modelo de Stommel es muy sensible a una perturbación de agua dulce, en el modelo de Lambert tal perturbación sólo afecta si toda el agua dulce entra a los mares nórdicos, es decir, a la cuenca 2. En general, una mayor cantidad de agua dulce que alimenta la rama estuarina permite que la circulación mantenga su estado cualitativo. Asimismo, este modelo permite un estado de circulación cualitativamente nuevo que no puede ser alcanzado por el modelo de Stommel, el régimen continuo (en inglés, *throughflow*). En este nuevo régimen la circulación estuarina domina el proceso hasta tal punto que la entrada de agua a la caja 1 persiste incluso en caso de ausencia o inversión de la rama de vuelco (ver Figura 3.4.2). Esto es, se puede sostener la circulación sin la formación de agua densa. En definitiva, la extensión del doble estuario ilustra como la THC puede ser más estable que una única circulación de vuelco y que su sensibilidad depende de la distribución en la entrada de agua dulce. Por tanto, se concluye que el flujo de agua dulce es un indicador de la estabilidad de estos modelos de cajas y, como se ha visto en la introducción, también de la AMOC.

Por otra parte, otros autores al igual que Lambert, han intentado expandir el modelo de dos cajas de Stommel para capturar más características de la THC. Sin embargo, cabe decir que con estos modelos de cajas no se pretende dar una descripción totalmente realista de la circulación oceánica, sino que al igual que hizo Lambert, pretenden contrastar ciertos procesos beneficiándose de los conocimientos y conceptos establecidos por Stommel. La gran ventaja de estos modelos reside en que son idealizaciones analíticamente manejables y conceptualmente atractivas.

En lo relativo a los modelos climáticos, estos están alcanzando resoluciones cada vez más altas, haciendo que la representación sea más realista ya que resuelven explícita-

mente más procesos y, por tanto, necesitan una menor parametrización. Sin embargo, esto supone que estos modelos sean más caros de ejecutar. Por ejemplo, modelos con una resolución espacial aproximada de $0,1^\circ$ necesitan un tiempo de ejecución de décadas o siglos. A pesar de esto, los modelos globales siguen dependiendo de parametrizaciones y son estas parametrizaciones las que se pueden desarrollar y mejorar a través de la comprensión física y de las mediciones. En este sentido, los modelos de cajas resultan ser muy clarificadores, puesto que ya se ha comprobado que, aunque son simples, logran simular grandes aspectos de la circulación oceánica.

Actualmente, aunque es importante saber si la AMOC se encuentra en un régimen monoestable o biestable, el esfuerzo de la comunidad científica reside en conocer qué perturbaciones temporales o cambios permanentes podrían desencadenar un cierre irreversible de la AMOC. Y es que con la gran cantidad de repercusiones negativas que tendría el colapso de la AMOC, es necesario abordar cuestiones como si sería plausible que el derretimiento de la capa de hielo de Groenlandia pudiera conllevar una desestabilización de la AMOC, o si debido al forzamiento antropogénico continuado se pueden ver modificados los ciclos globales de agua dulce hasta el punto de provocar un colapso de esta corriente. Por ello, es importante trabajar en un posible criterio que pueda definir el límite a partir del cual la AMOC colapsaría, además de investigar acerca de qué indicadores pueden alertar con antelación de un colapso, diferenciándolo de un posible debilitamiento gradual o de una variabilidad climática a largo plazo. Estos posibles indicadores deberían monitorizarse rutinariamente, ya que como dice [Lenton et al.](#), los puntos de inflexión como la AMOC son demasiado arriesgados como para apostar en contra.

Finalmente, se exponen una serie de planteamientos que quizás sean merecedores de ser investigados a fondo. En primer lugar, el nuevo modo de circulación de Lambert, llamado en este trabajo modo continuo, permite un nuevo estado de circulación que no puede darse en el modelo de Stommel. Se desconoce si este nuevo modo de circulación podría darse en el océano real. En este sentido, se pueden estudiar registros paleoclimáticos del Ártico Mediterráneo en busca de pruebas que permitan establecer si el Ártico Mediterráneo ha residido en algún momento en esta circulación. Por otra parte, en el contexto del cambio climático, se espera un aumento en el crecimiento y deshielo estacional del Ártico, lo que podría desencadenar cambios en los patrones de circulación de la AMOC. Como se ha visto anteriormente, el modelo de Lambert es menos sensible que el modelo de Stommel ante un aumento de agua dulce, pero depende de la distribución de ésta. Por esto, puede ser de vital importancia estudiar las zonas de mayor vulnerabilidad en lo relativo al aumento de agua dulce para poder hacer una valoración de riesgos y tomar medidas de adaptación y mitigación. Por último, a lo largo de este trabajo se han analizado dos modelos monohemisféricos y dado que tanto la corriente estuarina como la de vuelco se ven afectadas por la mezcla de

calor y sal del océano global, sería importante extrapolar el modelo de Lambert a un modelo interhemisférico con el que se puedan capturar aspectos más globales.

Apéndice A

Análisis lineal de estabilidad

Para analizar la estabilidad de un sistema no lineal en torno a un punto crítico (x_0, y_0) , es conveniente construir el sistema lineal asociado en torno a ese mismo punto fijo. Para explicar este proceso se seguirá el Capítulo 5 del libro *Métodos matemáticos avanzados para científicos e ingenieros* [106]. En primer lugar, se supone el siguiente sistema no lineal

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = P(x, y) \\ \frac{dy}{dt} = Q(x, y) \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

para poder linealizarlo se definen dos nuevas variables independientes u y v , que son dos variables perturbativas, obteniendo $x = x_0 + u$, $y = y_0 + v$, donde x_0 y y_0 son las coordenadas del punto fijo. Sustituyendo estas expresiones en el sistema A.1 se obtiene lo siguiente

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}(x_0 + u) = \frac{du}{dt} = P(x_0 + u, y_0 + v) \\ \frac{d}{dt}(y_0 + v) = \frac{dv}{dt} = Q(x_0 + u, y_0 + v). \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

Si se desarrollan las cantidades $P(x_0 + u, y_0 + v)$ y $Q(x_0 + u, y_0 + v)$ en serie de Taylor en torno al punto fijo (x_0, y_0) se tiene el siguiente sistema

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = P(x_0, y_0) + P_x(x_0, y_0)u + P_y(x_0, y_0)v + \mathcal{O}(u^n, v^n, uv) \\ \frac{dv}{dt} = Q(x_0, y_0) + Q_x(x_0, y_0)u + Q_y(x_0, y_0)v + \mathcal{O}(u^n, v^n, uv) \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

donde $P_x = \frac{\partial P}{\partial x}$, $P_y = \frac{\partial P}{\partial y}$, $Q_x = \frac{\partial Q}{\partial x}$ y $Q_y = \frac{\partial Q}{\partial y}$. Por definición de punto crítico se sabe que $P(x_0, y_0) = Q(x_0, y_0) = 0$, y dado que se desprecian los términos no lineales, el sistema anterior se reduce a

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = P_x(x_0, y_0)u + P_y(x_0, y_0)v \\ \frac{dv}{dt} = Q_x(x_0, y_0)u + Q_y(x_0, y_0)v \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

cuya forma matricial es

$$\begin{pmatrix} du/dt \\ dv/dt \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_x(x_0, y_0) & P_y(x_0, y_0) \\ Q_x(x_0, y_0) & Q_y(x_0, y_0) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \quad (\text{A.5})$$

donde la matriz

$$\mathbf{J}(x, y) = \begin{pmatrix} P_x(x_0, y_0) & P_y(x_0, y_0) \\ Q_x(x_0, y_0) & Q_y(x_0, y_0) \end{pmatrix} \quad (\text{A.6})$$

se conoce como el Jacobiano del sistema A.1. La ecuación característica del sistema en el punto crítico es

$$\det[\mathbf{J}(x_0, y_0) - m\mathbf{I}] = 0 \quad (\text{A.7})$$

siendo \mathbf{I} la matriz identidad. Según la naturaleza de las raíces m_i con $i = 1, 2$ de la ecuación característica se tienen diferentes tipos de puntos fijos con distinta estabilidad. Para no hacer más larga esta sección, en la siguiente tabla se resumen los principales tipos de punto fijo con su respectiva estabilidad en función de la naturaleza de las raíces m_i .

Naturaleza de las raíces m_1 y m_2 de la ecuación característica.	Naturaleza del punto crítico (x_0, y_0)	Estabilidad del punto crítico
Reales, desiguales y del mismo signo.	Nodo.	Asintóticamente estable si las raíces son negativas; inestable si las raíces son positivas.
Reales, desiguales y de signo contrario.	Punto de silla.	Inestable.
Reales e iguales.	Nodo.	Asintóticamente estable si las raíces son negativas; inestable si las raíces son positivas.
Complejas conjugadas pero no imaginarias puras.	Punto espiral.	Asintóticamente estable si la parte real de las raíces es negativa; inestable si la parte real de las raíces es positiva.
Imaginarias puras.	Centro.	Estable, pero no asintóticamente estable.

Cuadro A.0.1: Clasificación de los puntos fijos en función de la naturaleza de las raíces m_1 y m_2 de la ecuación característica dada por A.7. Fuente libro: *Métodos matemáticos avanzados para científicos e ingenieros* [106].

Otra forma de clasificar la estabilidad de los puntos fijos es a través de los coeficientes de la ecuación característica ya que la ecuación A.7 se puede escribir en función

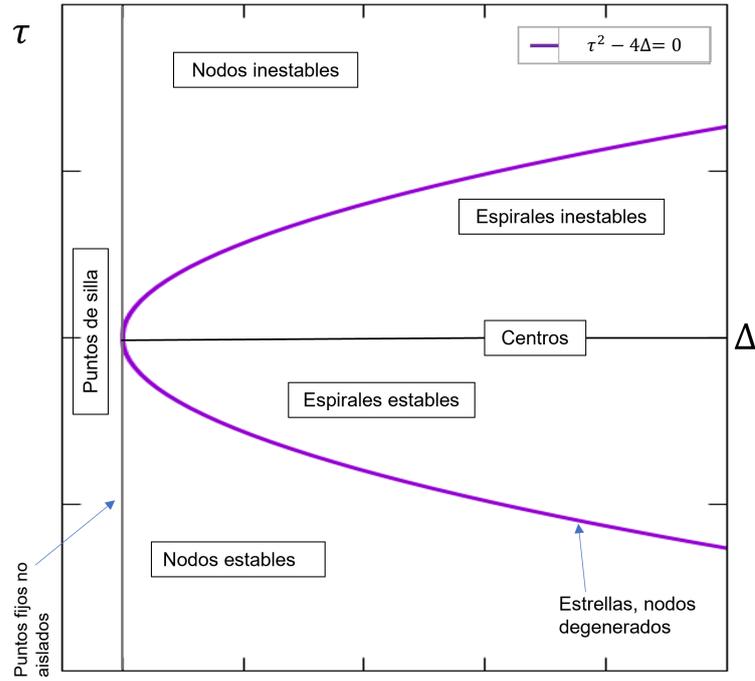


Figura A.0.1: Diagrama que muestra la naturaleza de los puntos fijos de un sistema lineal en función la traza (τ) y del determinante (Δ) donde la parábola dada por la ecuación $\tau^2 - 4\Delta = 0$ separa los focos de los nodos.

del determinante (Δ) y traza (τ) del Jacobiano (J), es decir, como

$$m^2 - \tau m + \Delta = 0 \quad (\text{A.8})$$

cuyas soluciones son

$$m_{1,2} = \frac{1}{2} \left(\tau \pm \sqrt{\tau^2 - 4\Delta} \right) \quad (\text{A.9})$$

donde $\Delta = m_1 m_2$ y $\tau = m_1 + m_2$. Esto permite clasificar los puntos fijos en función de estas magnitudes como se muestra en la figura A.0.1.

Cabe decir que el límite $\det(J) = \Delta = 0$ determina la ubicación de una bifurcación silla-nodo. Una bifurcación silla-nodo es un mecanismo por el cual dos puntos fijos se crean y se destruyen. Por otro lado, el límite donde $\tau = 0$ determina la localización de una bifurcación de Hopf. Una bifurcación de Hopf es un mecanismo por el cual un punto fijo estable pierde su estabilidad. En este caso, los valores propios del jacobiano (J), es decir, m_1 y m_2 caracterizan a un punto fijo estable cuando m_1 y m_2 son reales y negativos, sin embargo, para desestabilizar al punto fijo se necesita que uno o ambos valores propio crucen hacia el semiplano derecho cuando un parámetro varía, como por ejemplo f_2 y f_3 en el modelo de Lambert.

Bibliografía

- [1] W. S. Broecker. The Great Ocean Conveyor. *AIP Conference Proceedings*, 1992. doi: 10.1063/1.41925.
- [2] T. Kuhlbrodt, A. Griesel, M. Montoya, A. Levermann, M. Hofmann, and S. Rahmstorf. On the driving processes of the Atlantic Meridional Overturning Circulation. *Reviews of Geophysics*, 45(2), 2007. doi: 10.1029/2004rg000166.
- [3] S. Rahmstorf. On the freshwater forcing and transport of the Atlantic Thermohaline Circulation. *Climate Dynamics*, 12(12):799–811, 1996. doi: 10.1007/s003820050144.
- [4] A. J. Weaver, C. M. Bitz, A. F. Fanning, and M. M. Holland. Thermohaline circulation: High-latitude phenomena and the difference between the Pacific and Atlantic. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 27(1):231–285, 1999. doi: 10.1146/annurev.earth.27.1.231.
- [5] H. Stommel. Thermohaline convection with two stable regimes of Flow. *Tellus B*, 13(2), 1961. doi: 10.3402/tellusb.v13i2.12985.
- [6] C. Rooth. Hydrology and Ocean Circulation. *Progress in Oceanography*, 11(2): 131–149, 1982. doi: 10.1016/0079-6611(82)90006-4.
- [7] S. Manabe and R. J. Stouffer. Two stable equilibria of a coupled ocean-atmosphere model. *Journal of Climate*, 1(9):841–866, 1988. doi: 10.1175/1520-0442(1988)001<0841:tseoac>2.0.co;2.
- [8] H. Longworth, J. Marotzke, and T. F. Stocker. Ocean gyres and abrupt change in the thermohaline circulation: A conceptual analysis. *Journal of Climate*, 18(13):2403–2416, 2005. doi: 10.1175/jcli3397.1.
- [9] R. B. Alley and P. U. Clark. The deglaciation of the Northern Hemisphere: A global perspective. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 27(1): 149–182, 1999. doi: 10.1146/annurev.earth.27.1.149.
- [10] T. F. Stocker. Past and future reorganizations in the climate system. *Quaternary Science Reviews*, 19(1-5):301–319, 2000. doi: 10.1016/s0277-3791(99)00067-0.

- [11] W. S. Broecker. Thermohaline circulation, the achilles heel of our climate system: Will man-made CO_2 upset the current balance? *Science*, 278(5343):1582–1588, 1997. doi: 10.1126/science.278.5343.1582.
- [12] R. B. Alley, J. Marotzke, W. Nordhaus, J. T. Overpeck, D. M. Peteet, R. A. Pielke, R. T. Pierrehumbert, P. B. Rhines, T. F. Stocker, L. D. Talley, and J. M. Wallace. *Abrupt climate change: Inevitable surprises*. Washington, DC: The National Academies Press, 2002.
- [13] L. Caesar, S. Rahmstorf, A. Robinson, G. Feulner, and V. Saba. Observed fingerprint of a weakening Atlantic Ocean Overturning Circulation. *Nature*, 556(7700):191–196, 2018. doi: 10.1038/s41586-018-0006-5.
- [14] J. T. Houghton, C. A. Johnson, K. Maskell, X. Dai, P. J. van der Linden, M. Noguer, D. J. Griggs, and Y. Ding. *Climate change 2001 the scientific basis*. Cambridge University Press, 2001.
- [15] T. F. Stocker and A. Schmittner. Influence of CO_2 emission rates on the stability of the Thermohaline Circulation. *Nature*, 388(6645):862–865, 1997. doi: 10.1038/42224.
- [16] J. Yin, M. E. Schlesinger, N. G. Andronova, S. Malyshev, and B. Li. Is a shutdown of the thermohaline circulation irreversible? *Journal of Geophysical Research*, 111(D12), 2006. doi: 10.1029/2005jd006562.
- [17] W. S. Broecker, G. Bond, M. Klas, G. Bonani, and W. Wolfli. A salt oscillator in the glacial Atlantic? 1. the concept. *Paleoceanography*, 5(4):469–477, 1990. doi: 10.1029/pa005i004p00469.
- [18] T. Blunier and E. J. Brook. Timing of millennial-scale climate change in Antarctica and Greenland during the Last Glacial Period. *Science*, 291(5501):109–112, 2001. doi: 10.1126/science.291.5501.109.
- [19] T. J. Crowley. North Atlantic deep water cools the Southern Hemisphere. *Paleoceanography*, 7(4):489–497, 1992. doi: 10.1029/92pa01058.
- [20] T. F. Stocker. The seesaw effect. *Science*, 282(5386):61–62, 1998. doi: 10.1126/science.282.5386.61.
- [21] W. Dansgaard, S. J. Johnsen, H. B. Clausen, D. Dahl-Jensen, N. S. Gundestrup, C. U. Hammer, C. S. Hvidberg, J. P. Steffensen, A. E. Sveinbjörnsdottir, J. Jouzel, and et al. Evidence for general instability of past climate from a 250-kyr ice-core record. *Nature*, 364(6434):218–220, 1993. doi: 10.1038/364218a0.

- [22] H. Heinrich. Origin and consequences of cyclic ice rafting in the northeast Atlantic Ocean during the past 130,000 years. *Quaternary Research*, 29(2):142–152, 1988. doi: 10.1016/0033-5894(88)90057-9.
- [23] W.H. Berger. The younger dryas cold spell—a quest for causes. *Palaeogeography, Palaeoclimatology, Palaeoecology*, 89(3):219–237, 1990. ISSN 0031-0182. doi: [https://doi.org/10.1016/0031-0182\(90\)90063-D](https://doi.org/10.1016/0031-0182(90)90063-D). URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/003101829090063D>. Geosphere Fluctuations: Short Term Instabilities in the Earth’s System.
- [24] S. Rahmstorf. Ocean circulation and climate during the past 120,000 years. *Nature*, 419(6903):207–214, 2002. doi: 10.1038/nature01090.
- [25] P. U. Clark, N. G. Pisias, T. F. Stocker, and A. J. Weaver. The role of the thermohaline circulation in abrupt climate change. *Nature*, 415(6874):863–869, 2002. doi: 10.1038/415863a.
- [26] W. Weijer, W. Cheng, S. S. Drijfhout, A. V. Fedorov, A. Hu, L. C. Jackson, W. Liu, E. L. McDonagh, J. V. Mecking, and J. Zhang. Stability of the Atlantic Meridional Overturning Circulation: A Review and Synthesis. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 124(8):5336–5375, 2019. doi: <https://doi.org/10.1029/2019JC015083>. URL <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1029/2019JC015083>.
- [27] G. Bond, H. Heinrich, W. Broecker, L. Labeyrie, J. McManus, J. Andrews, S. Huon, R. Jantschik, S. Clasen, C. Simet, and et al. Evidence for massive discharges of icebergs into the North Atlantic Ocean during the Last Glacial Period. *Nature*, 360(6401):245–249, 1992. doi: 10.1038/360245a0.
- [28] D. Roche, D. Paillard, and E. Cortijo. Constraints on the duration and fresh-water release of Heinrich Event 4 through isotope modelling. *Nature*, 432(7015):379–382, 2004. doi: 10.1038/nature03059.
- [29] S. R. Hemming. Heinrich events: Massive late pleistocene detritus layers of the North Atlantic and their global climate imprint. *Reviews of Geophysics*, 42(1), 2004. doi: 10.1029/2003rg000128.
- [30] M. Elliot, L. Labeyrie, and J. Duplessy. Changes in North Atlantic Deep-water formation associated with the dansgaard–oeschger temperature oscillations (60–10KA). *Quaternary Science Reviews*, 21(10):1153–1165, 2002. doi: 10.1016/s0277-3791(01)00137-8.

- [31] M. Sarnthein, K. Winn, S. J. Jung, J. Duplessy, L. Labeyrie, H. Erlenkeuser, and G. Ganssen. Changes in East Atlantic deepwater circulation over the last 30,000 years: Eight time slice reconstructions. *Paleoceanography*, 9(2):209–267, 1994. doi: 10.1029/93pa03301.
- [32] L. D. Keigwin, W. B. Curry, S. J. Lehman, and S. Johnsen. The role of the Deep Ocean in North Atlantic climate change between 70 and 130 kyr ago. *Nature*, 371(6495):323–326, 1994. doi: 10.1038/371323a0.
- [33] S. Rahmstorf. Bifurcations of the Atlantic thermohaline circulation in response to changes in the hydrological cycle. *Nature*, 378(6553):145–149, 1995. doi: 10.1038/378145a0.
- [34] A. Ganopolski and S. Rahmstorf. Rapid changes of glacial climate simulated in a coupled climate model. *Nature*, 409(6817):153–158, 2001. doi: 10.1038/35051500.
- [35] S. Manabe and R. J. Stouffer. Simulation of abrupt climate change induced by freshwater input to the North Atlantic Ocean. *Nature*, 378(6553):165–167, 1995. doi: 10.1038/378165a0.
- [36] T. F. Stocker and D. G. Wright. Rapid transitions of the ocean’s deep circulation induced by changes in surface water fluxes. *Nature*, 351(6329):729–732, 1991. doi: 10.1038/351729a0.
- [37] T. Blunier, J. Chappellaz, J. Schwander, A. Dällenbach, B. Stauffer, T. F. Stocker, D. Raynaud, J. Jouzel, H. B. Clausen, C. U. Hammer, and et al. Asynchrony of Antarctic and Greenland climate change during the Last Glacial Period. *Nature*, 394(6695):739–743, 1998. doi: 10.1038/29447.
- [38] J. P. Severinghaus, A. Grachev, B. Luz, and N. Caillon. A method for precise measurement of Argon 40/36 and Krypton/argon ratios in trapped air in polar ice with applications to past firn thickness and abrupt climate change in Greenland and at Siple Dome, Antarctica. *Geochimica et Cosmochimica Acta*, 67(3):325–343, 2003. doi: 10.1016/s0016-7037(02)00965-1.
- [39] A. H. L. Voelker. Global distribution of centennial-scale records for marine isotope stage (MIS) 3: A database. *Quaternary Science Reviews*, 21(10):1185–1212, 2002. doi: 10.1016/s0277-3791(01)00139-1.
- [40] WAIS Divide Project Members. Precise inter-polar phasing of abrupt climate change during the last ice age. *Nature*, 520(7549):661–665, 2015. doi: 10.1038/nature14401.

- [41] E.-F. Yu, R. Francois, and M. P. Bacon. Similar rates of modern and last-glacial ocean thermohaline circulation inferred from Radiochemical Data. *Nature*, 379(6567):689–694, 1996. doi: 10.1038/379689a0.
- [42] K. Sakai and W. R. Peltier. A dynamical systems model of the dansgaard-oeschger oscillation and the origin of the bond cycle. *Journal of Climate*, 12(8):2238–2255, 1999. doi: 10.1175/1520-0442(1999)012<2238:adsmot>2.0.co;2.
- [43] A. Timmermann, H. Gildor, M. Schulz, and E. Tziperman. Coherent resonant millennial-scale climate oscillations triggered by massive meltwater pulses. *Journal of Climate*, 16(15):2569–2585, 2003. doi: 10.1175/1520-0442(2003)016<2569:crmcot>2.0.co;2.
- [44] R. B. Alley, S. Anandakrishnan, and P. Jung. Stochastic resonance in the North Atlantic. *Paleoceanography*, 16(2):190–198, 2001. doi: 10.1029/2000pa000518.
- [45] J. T. Teller. Lake Agassiz during the Younger Dryas. *Quaternary Research*, 80(3):361–369, 2013. ISSN 0033-5894. doi: <https://doi.org/10.1016/j.yqres.2013.06.011>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0033589413000756>.
- [46] J. T. Teller, D. W. Leverington, and J. D. Mann. Freshwater outbursts to the oceans from glacial Lake Agassiz and their role in climate change during the last deglaciation. *Quaternary Science Reviews*, 21(8):879–887, 2002. ISSN 0277-3791. doi: [https://doi.org/10.1016/S0277-3791\(01\)00145-7](https://doi.org/10.1016/S0277-3791(01)00145-7). URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0277379101001457>.
- [47] K. A. Hughen, J. T. Overpeck, S. J. Lehman, M. Kashgarian, J. Southon, L. C. Peterson, R. Alley, and D. M. Sigman. Deglacial changes in ocean circulation from an extended radiocarbon calibration. *Nature*, 391(6662):65–68, 1998. doi: 10.1038/34150.
- [48] J. F. McManus, R. Francois, J.-M. Gherardi, L. D. Keigwin, and S. Brown-Leger. Collapse and rapid resumption of Atlantic meridional circulation linked to deglacial climate changes. *Nature*, 428(6985):834–837, 2004. doi: 10.1038/nature02494.
- [49] W. S. Broecker, G. H. Denton, R. L. Edwards, H. Cheng, R. B. Alley, and A. E. Putnam. Putting the younger Dryas cold event into context. *Quaternary Science Reviews*, 29(9-10):1078–1081, 2010. doi: 10.1016/j.quascirev.2010.02.019.

- [50] A. Brauer, G. H. Haug, P. Dulski, D. M. Sigman, and J. F. Negendank. An abrupt wind shift in western Europe at the onset of the younger Dryas cold period. *Nature Geoscience*, 1(8):520–523, 2008. doi: 10.1038/ngeo263.
- [51] G. Denton, R. Alley, G. Comer, and W. Broecker. The role of seasonality in abrupt climate change. *Quaternary Science Reviews*, 24(10-11):1159–1182, 2005. doi: 10.1016/j.quascirev.2004.12.002.
- [52] L. Kaleschke, C. Lüpkes, T. Vihma, J. Haarpaintner, A. Bochert, J. Hartmann, and G. Heygster. SSM/I sea ice remote sensing for mesoscale ocean-atmosphere interaction analysis. *Canadian Journal of Remote Sensing*, 27(5):526–537, 2001. doi: 10.1080/07038992.2001.10854892.
- [53] W. S. Broecker. Abrupt climate change revisited. *Global and Planetary Change*, 54(3-4):211–215, 2006. doi: 10.1016/j.gloplacha.2006.06.019.
- [54] S. P. Ritz, T. F. Stocker, and F. Joos. A Coupled Dynamical Ocean–Energy Balance Atmosphere Model for Paleoclimate Studies. *Journal of Climate*, 24(2):349 – 375, 2011. doi: 10.1175/2010JCLI3351.1. URL <https://journals.ametsoc.org/view/journals/clim/24/2/2010jcli3351.1.xml>.
- [55] L. C. Muir and A. V. Fedorov. How the AMOC affects ocean temperatures on decadal to centennial timescales: The North Atlantic versus an interhemispheric seesaw. *Climate Dynamics*, 45(1-2):151–160, 2014. doi: 10.1007/s00382-014-2443-7.
- [56] S. Drijfhout. Competition between global warming and an abrupt collapse of the AMOC in Earth’s energy imbalance. *Scientific Reports*, 5(1), 2015. doi: 10.1038/srep14877.
- [57] G. Sgubin, D. Swingedouw, S. Drijfhout, Y. Mary, and A. Bennabi. Abrupt cooling over the North Atlantic in modern climate models. *Nature Communications*, 8(1), 2017. doi: 10.1038/ncomms14375.
- [58] B. A. Warren. Why is no deep water formed in the North Pacific? *Journal of Marine Research*, 41(2):327–347, 1983. doi: 10.1357/002224083788520207.
- [59] J. Emile-Geay. Warren Revisited: Atmospheric Freshwater Fluxes and “why is no deep water formed in the North Pacific”. *Journal of Geophysical Research*, 108(C6), 2003. doi: 10.1029/2001jc001058.
- [60] R. Marsh, W. Hazeleger, A. Yool, and E. J. Rohling. Stability of the thermohaline circulation under Millennial Co2 forcing and two alternative controls on Atlantic salinity. *Geophysical Research Letters*, 34(3), 2007. doi: 10.1029/2006gl027815.

- [61] M. Barreiro, A. Fedorov, R. Pacanowski, and S. G. Philander. Abrupt climate changes: How freshening of the Northern Atlantic affects the thermohaline and wind-driven oceanic circulations. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 36(1):33–58, 2008. doi: 10.1146/annurev.earth.36.090507.143219.
- [62] L. C. Jackson, R. Kahana, T. Graham, M. A. Ringer, T. Woollings, J. V. Mecking, and R. A. Wood. Global and European climate impacts of a slowdown of the AMOC in a high resolution GCM. *Climate Dynamics*, 45(11-12):3299–3316, 2015. doi: 10.1007/s00382-015-2540-2.
- [63] T. Schneider, T. Bischoff, and G. H. Haug. Migrations and dynamics of the Intertropical Convergence Zone. *Nature*, 513(7516):45–53, 2014. doi: 10.1038/nature13636.
- [64] D. J. Brayshaw, T. Woollings, and M. Vellinga. Tropical and extratropical responses of the North Atlantic atmospheric circulation to a sustained weakening of the MOC. *Journal of Climate*, 22(11):3146–3155, 2009. doi: 10.1175/2008jcli2594.1.
- [65] T. Woollings, J. M. Gregory, J. G. Pinto, M. Reyers, and D. J. Brayshaw. Response of the North Atlantic storm track to climate change shaped by ocean–atmosphere coupling. *Nature Geoscience*, 5(5):313–317, 2012. doi: 10.1038/ngeo1438.
- [66] R. J. Haarsma, F. M. Selten, and S. S. Drijfhout. Decelerating Atlantic Meridional Overturning Circulation Main Cause of future West European summer atmospheric circulation changes. *Environmental Research Letters*, 10(9):094007, 2015. doi: 10.1088/1748-9326/10/9/094007.
- [67] D. Jacob, H. Goettel, J. Jungclauss, M. Muskulus, R. Podzun, and J. Marotzke. Slowdown of the thermohaline circulation causes enhanced maritime climate influence and snow cover over Europe. *Geophysical Research Letters*, 32(21), 2005. doi: 10.1029/2005gl023286.
- [68] M. Vellinga and R. Wood. Global Climatic Impacts of a Collapse of the Atlantic Thermohaline Circulation. *Climatic Change*, 54:251–267, 01 2002. doi: 10.1023/A:1016168827653.
- [69] G. D. McCarthy, D. A. Smeed, W. E. Johns, E. Frajka-Williams, B. I. Moat, D. Rayner, M. O. Baringer, C. S. Meinen, J. Collins, H. L. Bryden, and et al. Measuring the Atlantic Meridional Overturning Circulation at 26°N. *Progress in Oceanography*, 130:91–111, 2015. doi: 10.1016/j.pocean.2014.10.006.

- [70] M. S. Lozier, S. Bacon, A. S. Bower, S. A. Cunningham, M. Femke de Jong, L. de Steur, B. de Young, J. Fischer, S. F. Gary, B. J. W. Greenan, P. Heimbach, N. P. Holliday, L. Houpert, M. E. Inall, W. E. Johns, H. L. Johnson, J. Karstensen, F. Li, X. Lin, N. Mackay, D. P. Marshall, H. Mercier, P. G. Myers, R. S. Pickart, H. R. Pillar, F. Straneo, V. Thierry, R. A. Weller, R. G. Williams, C. Wilson, J. Yang, J. Zhao, and J. D. Zika. Overturning in the Subpolar North Atlantic Program: A New International Ocean Observing System. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 98(4):737 – 752, 2017. doi: 10.1175/BAMS-D-16-0057.1. URL <https://journals.ametsoc.org/view/journals/bams/98/4/bams-d-16-0057.1.xml>.
- [71] C. D. Roberts, L. Jackson, and D. McNeall. Is the 2004-2012 reduction of the Atlantic Meridional Overturning Circulation Significant? *Geophysical Research Letters*, 41(9):3204–3210, 2014. doi: 10.1002/2014gl059473.
- [72] Stocker, T.F., D. Qin, G.-K. Plattner, M. Tignor, S.K. Allen, J. Boschung, A. Nauels, Y. Xia, V. Bex, and P.M. Midgley (eds.). *Climate Change 2013: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*. Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA USA, 1535 pp, 2013.
- [73] P. Welander. Thermohaline effects in the ocean circulation and related simple models. *Large-Scale Transport Processes in Oceans and Atmosphere*, page 163–200, 1986. doi: 10.1007/978-94-009-4768-9_4.
- [74] J. Marotzke. Abrupt climate change and thermohaline circulation: Mechanisms and predictability. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 97(4): 1347–1350, 2000. doi: 10.1073/pnas.97.4.1347.
- [75] Y. P. Guan and R. X. Huang. Stommel’s box model of Thermohaline Circulation Revisited—the role of mechanical energy supporting mixing and the wind-driven gyration. *Journal of Physical Oceanography*, 38(4):909–917, 2008. doi: 10.1175/2007jpo3535.1.
- [76] E. Lambert, T. Eldevik, and P. M. Haugan. How northern freshwater input can stabilise thermohaline circulation. *Tellus A: Dynamic Meteorology and Oceanography*, 68(1):31051, 2016. doi: 10.3402/tellusa.v68.31051.
- [77] S. Rahmstorf, M. Crucifix, A. Ganopolski, H. Goosse, I. Kamenkovich, R. Knutti, G. Lohmann, R. Marsh, L. A. Mysak, Z. Wang, and et al. Thermohaline Circulation Hysteresis: A model intercomparison. *Geophysical Research Letters*, 32(23), 2005. doi: 10.1029/2005gl023655.

- [78] E. Hawkins, R. S. Smith, L. C. Allison, J. M. Gregory, T. J. Woollings, H. Pohlmann, and B. de Cuevas. Bistability of the Atlantic overturning circulation in a global climate model and links to Ocean Freshwater Transport. *Geophysical Research Letters*, 38(10), 2011. doi: 10.1029/2011gl047208.
- [79] L. C. Jackson and R. A. Wood. Hysteresis and resilience of the AMOC in an eddy-permitting GCM. *Geophysical Research Letters*, 45(16):8547–8556, 2018. doi: 10.1029/2018gl078104.
- [80] T. F. Stocker and D. G. Wright. Rapid transitions of the ocean’s deep circulation induced by changes in surface water fluxes. *Nature*, 351(6329):729–732, 1991. doi: 10.1038/351729a0.
- [81] M. Vellinga and R. A. Wood. Impacts of thermohaline circulation shutdown in the twenty-first century. *Climatic Change*, 91(1-2):43–63, 2007. doi: 10.1007/s10584-006-9146-y.
- [82] M. Kageyama, U. Merkel, B. Otto-Bliesner, M. Prange, A. Abe-Ouchi, G. Lohmann, R. Ohgaito, D. M. Roche, J. Singarayer, D. Swingedouw, and et al. Climatic impacts of fresh water hosing under last glacial maximum conditions: A multi-model study. *Climate of the Past*, 9(2):935–953, 2013. doi: 10.5194/cp-9-935-2013.
- [83] M. Scheffer, J. Bascompte, W. A. Brock, V. Brovkin, S. R. Carpenter, V. Dakos, H. Held, E. H. van Nes, M. Rietkerk, G. Sugihara, and et al. Early-warning signals for critical transitions. *Nature*, 461(7260):53–59, 2009. doi: 10.1038/nature08227.
- [84] T. M. Lenton. Early warning of climate tipping points. *Nature Climate Change*, 1(4):201–209, 2011. doi: 10.1038/nclimate1143.
- [85] L. Marinovich and A. Y. Gladenkov. New evidence for the age of Bering Strait. *Quaternary Science Reviews*, 20(1-3):329–335, 2001. doi: 10.1016/s0277-3791(00)00113-x.
- [86] R. A. Woodgate. Revising the Bering Strait freshwater flux into the Arctic Ocean. *Geophysical Research Letters*, 32(2), 2005. doi: 10.1029/2004gl021747.
- [87] G. Shaffer and J. Bendtsen. Role of the Bering Strait in controlling North Atlantic Ocean Circulation and climate. *Nature*, 367(6461):354–357, 1994. doi: 10.1038/367354a0.
- [88] W. Weijer. Response of the Atlantic overturning circulation to South Atlantic sources of buoyancy. *Global and Planetary Change*, 34(3-4):293–311, 2002. doi: 10.1016/s0921-8181(02)00121-2.

- [89] S. Drijfhout, G. J. van Oldenborgh, and A. Cimadoribus. is a decline of amoc causing the warming hole above the north atlantic in observed and modeled warming patterns? *Journal of Climate*, 25(24):8373–8379, 2012. doi: 10.1175/jcli-d-12-00490.1.
- [90] L. Caesar, G. D. McCarthy, D. J. Thornalley, N. Cahill, and S. Rahmstorf. Current Atlantic Meridional Overturning Circulation Weakest in last millennium. *Nature Geoscience*, 14(3):118–120, 2021. doi: 10.1038/s41561-021-00699-z.
- [91] Masson-Delmotte, V. P. Zhai, A. Pirani, S.L. Connors, C. Péan, S. Berger, N. Caud, Y. Chen, L. Goldfarb, M.I. Gomis, M. Huang, K. Leitzell, E. Lonnoy, J.B.R. Matthews, T.K. Maycock, T. Waterfield, O. Yelekçi, R. Yu, and B. Zhou (eds.). *Climate Change 2021: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Sixth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*. Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA, 2021. doi: 10.1017/9781009157896.
- [92] R. J. Stouffer, J. Yin, J. M. Gregory, K. W. Dixon, M. J. Spelman, W. Hurlin, A. J. Weaver, M. Eby, G. M. Flato, H. Hasumi, and et al. Investigating the causes of the response of the thermohaline circulation to past and future climate changes. *Journal of Climate*, 19(8):1365–1387, 2006. doi: 10.1175/jcli3689.1.
- [93] T. M. Lenton, H. Held, E. Kriegler, J. W. Hall, W. Lucht, S. Rahmstorf, and H. J. Schellnhuber. Tipping elements in the Earth’s climate system. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 105(6):1786–1793, 2008. doi: 10.1073/pnas.0705414105. URL <https://www.pnas.org/doi/abs/10.1073/pnas.0705414105>.
- [94] A. Stigebrandt. A model for the thickness and salinity of the upper layer in the Arctic Ocean and the relationship between the ice thickness and some external parameters. *Journal of Physical Oceanography*, 11(10):1407–1422, 1981. doi: 10.1175/1520-0485(1981)011<1407:amftta>2.0.co;2.
- [95] P. E. Isachsen, Cecilie Mauritzen, and Harald Svendsen. Dense water formation in the Nordic seas diagnosed from sea surface buoyancy fluxes. *Deep Sea Research Part I: Oceanographic Research Papers*, 54(1):22–41, 2007. doi: 10.1016/j.dsr.2006.09.008.
- [96] B. Rudels. The formation of Polar Surface Water, the ice export and the exchanges through the Fram Strait. *Progress in Oceanography*, 22(3):205–248, 1989. doi: 10.1016/0079-6611(89)90013-x.

- [97] A. Stigebrandt. On the hydrographic and ice conditions in the northern North Atlantic during different phases of a glaciation cycle. *Palaeogeography, Palaeoclimatology, Palaeoecology*, 50(1):303–321, 1985. doi: 10.1016/s0031-0182(85)80019-5.
- [98] National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA). Where is Earth’s largest waterfall?, Oct 2017. URL <https://oceanservice.noaa.gov/facts/largest-waterfall.html>.
- [99] M. A. Rawlins, M. Steele, M. M. Holland, J. C. Adam, J. E. Cherry, J. A. Francis, P. Y. Groisman, L. D. Hinzman, T. G. Huntington, D. L. Kane, and et al. Analysis of the Arctic system for freshwater cycle intensification: Observations and expectations. *Journal of Climate*, 23(21):5715–5737, 2010. doi: 10.1175/2010jcli3421.1.
- [100] E. Viste. North: Erwin Lambert, 2016. URL <https://bjerknes.uib.no/en/article/news/north-erwin-lambert>.
- [101] C. Wunsch. Thermohaline loops, Stommel box models, and the Sandström theorem. *Tellus A: Dynamic Meteorology and Oceanography*, 57(1):84–99, 2005. doi: 10.3402/tellusa.v57i1.14607. URL <https://doi.org/10.3402/tellusa.v57i1.1460>.
- [102] R. Kahana, G. R. Bigg, and M. R. Wadley. Global Ocean circulation modes derived from a multiple box model. *Journal of Physical Oceanography*, 34(8):1811–1823, 2004. doi: 10.1175/1520-0485(2004)034<1811:gocmdf>2.0.co;2.
- [103] J.R. Toggweiler and B. Samuels. Effect of Drake Passage on the Global Thermohaline Circulation. *Deep Sea Research Part I: Oceanographic Research Papers*, 42(4):477–500, 1995. doi: 10.1016/0967-0637(95)00012-u.
- [104] D. J. Thornalley, D. W. Oppo, P. Ortega, J. I. Robson, C. M. Brierley, R. Davis, I. R. Hall, P. Moffa-Sanchez, N. L. Rose, P. T. Spooner, and et al. Anomalously weak Labrador Sea convection and Atlantic overturning during the past 150 years. *Nature*, 556(7700):227–230, 2018. doi: 10.1038/s41586-018-0007-4.
- [105] T. M. Lenton, J. Rockström, O. Gaffney, S. Rahmstorf, K. Richardson, W. Steffen, and H. J. Schellnhuber. Climate tipping points — too risky to bet against. *Nature*, 575(7784):592–595, 2019. doi: 10.1038/d41586-019-03595-0.
- [106] S. B. Yuste. *Métodos matemáticos avanzados para científicos e ingenieros*. Servicio de Publicaciones, Universidad de Extremadura, 2006.

- [107] J. Walsh. The ocean and climate change: Stommel’s conceptual model. *CODEE Journal*, 12(1):11–30, 2019. doi: 10.5642/codee.201912.01.03.
- [108] S. Strogatz. *Nonlinear Dynamics and Chaos: With applications to physics, Biology, Chemistry and Engineering*. CRC Press, 2019.
- [109] S. Rahmstorf. Thermohaline Ocean Circulation. *Encyclopedia of Quaternary Sciences*, 01 2006.
- [110] I. Vilibić, J. Šepić, and N. Proust. Weakening thermohaline circulation in the Adriatic Sea. *Climate Research*, 55(3):217–225, 2013. doi: 10.3354/cr01128.
- [111] T. Lowell, N. Waterson, T. Fisher, H. Loope, K. Glover, G. Comer, I. Hajdas, G. Denton, J. Schaefer, V. Rinterknecht, and et al. Testing the lake agassiz melt-water trigger for the younger Dryas. *Eos, Transactions American Geophysical Union*, 86(40):365, 2005. doi: 10.1029/2005eo400001.
- [112] A. L. Gordon. Interocean Exchange of thermocline water. *Journal of Geophysical Research*, 91(C4):5037, 1986. doi: 10.1029/jc091ic04p05037.
- [113] S. van Kreveld, M. Sarnthein, H. Erlenkeuser, P. Grootes, S. Jung, M. J. Nadeau, U. Pflaumann, and A. Voelker. Potential links between surging ice sheets, circulation changes, and the Dansgaard-Oeschger Cycles in the Irminger Sea, 60-18 kyr. *Paleoceanography*, 15(4):425–442, 2000. doi: 10.1029/1999pa000464.
- [114] Collins, M. R. Knutti, J. Arblaster, J. L. Dufresne, T. Fichefet, P. Friedlingstein, X. Gao, W.J. Gutowski, T. Johns, G. Krinner, M. Shongwe, C. Tebaldi, A.J. Weaver, M. Wehner, (Stocker, T.F., D. Qin, G.-K. Plattner, M. Tignor, S.K. Allen, J. Boschung, A. Nauels, Y. Xia, V. Bex, and P.M. Midgley (eds.)). *Long-term Climate Change: Projections, Commitments and Irreversibility. In: Climate Change 2013: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*. Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA, 2013.
- [115] B. Rudels. Constraints on exchanges in the Arctic Mediterranean—do they exist and can they be of use? *Tellus A: Dynamic Meteorology and Oceanography*, 62 (2):109, 2010. doi: 10.1111/j.1600-0870.2009.00425.x.

