

Modelado Paramétrico Y Optimización De árboles De Transmisión Mediante Simulación Basada En Elementos Finitos

Rosendo Franco Rodríguez¹, Alec Gonzalo Delgado Marín¹, Quino Martín Valverde Guzmán¹

¹Grupo INACOM/Aula PUCP-CIMNE, Sección Ing. Mecánica, Dpto. de Ingeniería, Pontificia Universidad Católica del Perú. Perú. E-mail: rofranco@pucp.edu.pe, agdelgado@pucp.pe, qvalver@pucp.edu.pe

Resumen

En el presente trabajo se propone una solución específica para el diseño de árboles de transmisión utilizados en reductores de velocidad de ejes paralelos y engranajes cilíndricos de una, dos y tres etapas, logrando un alto nivel de automatización. La solución consiste en una base de datos de árboles tipificados y parametrizados según su posición dentro del reductor y de los tipos de unión, entre otras consideraciones. Estos árboles sirven como plantillas para alimentar un algoritmo que cuenta con un procedimiento de cálculo y diseño basado en normas técnicas internacionales y recomendaciones recogidas en la literatura especializada. Además, para el cálculo de tensiones y deformaciones, el algoritmo incorpora el análisis por elementos finitos. Luego, los resultados del análisis son utilizados para verificar la resistencia a la fluencia y a la fatiga del árbol, así como su rigidez y su velocidad crítica. Finalmente, mediante un proceso iterativo, el algoritmo minimiza el volumen de material utilizado, asegurando un factor de seguridad definido por el usuario. El algoritmo ha sido implementado como un complemento en el entorno de la plataforma CAD comercial Autodesk Inventor y se ha verificado mediante cálculos analíticos en varios casos de estudio.

Palabras clave: árboles de transmisión; parametrización; optimización; elementos finitos.

Abstract

In the present work, a specific solution for the design of transmission shafts used in speed reducers with parallel shafts and cylindrical gears of one, two and three stages, achieving a high level of automation is proposed. The solution consists of a database of typified and parameterized shafts according to their position within the reducer and the types of connections, among other considerations. These shafts serve as templates to feed an algorithm that has a calculation and design procedure based on international technical standards and recommendations collected in the specialized literature. In addition, for the calculation of stresses and strains, the algorithm incorporates finite element analysis. The results of the analysis are then used to verify the yield strength and fatigue strength of the shaft, as well as its stiffness and critical speed. Finally, through an iterative process, the algorithm minimizes the volume of material used, ensuring a safety factor defined by the user. The algorithm has been implemented as a plug-in in the Autodesk Inventor commercial CAD platform environment and has been verified by analytical calculations in several case studies.

Keywords: transmission shafts; parametrization; optimization; finite elements.

1. Introducción

Un árbol de transmisión es un componente mecánico giratorio, generalmente de sección circular, que es capaz de transmitir torque. Es usado prácticamente en cada pieza de maquinaria rotacional para transmitir giro y torque de un lugar a otro (Norton, 2010). Entre otras aplicaciones, los árboles de transmisión

constituyen elementos fundamentales de los reductores de velocidad, y se pueden clasificar dependiendo de la posición que ocupan dentro del reductor en árboles de entrada, intermedios y de salida.

Las cargas en un árbol de transmisión son originadas por los elementos montados en él. En un árbol de transmisión típico, elementos tales como engranajes y

rodamientos, generan fuerzas tangenciales, radiales y axiales. Por ello, se puede afirmar que un árbol de transmisión está sometido a una combinación de carga axial, corte transversal, flexión y torsión (Jiang, 2019).

Un árbol de transmisión debe de estar diseñado para ser capaz de transmitir torque a lo largo de su eje axial, soportar los elementos montados en él y resistir la acción de las fuerzas que estos elementos ejercen (Lelikov, 2008). Asimismo, el diseño completo de un árbol de transmisión tiene mucha interdependencia con el diseño de sus componentes (Budnyas & Nisbett, 2011). En el diseño de un árbol se debe verificar su resistencia a la deformación permanente y a la fatiga. Además, es necesario asegurar que la velocidad de giro del árbol no sea igual o cercana a la velocidad de resonancia o velocidad crítica. Asimismo, se debe verificar que las deflexiones no excedan ciertos valores límites.

Para la realización de los cálculos de verificación de un árbol de transmisión se deben tener en cuenta los elementos que transmiten las cargas, entre los que se encuentran los engranajes, los acoplamientos y las transmisiones por poleas. Además, se deben considerar los elementos de unión, como son las uniones por chavetas y las uniones estriadas, así como los elementos de apoyo o rodamientos que soportan las cargas. Para estos cálculos existen diversas normas técnicas, tales como la norma DIN 743 para el cálculo de resistencia a la deformación permanente y a la fatiga; la norma DIN 6885 para el dimensionamiento de los canales chaveteros y la norma DIN 6892 para su verificación por resistencia; la norma DIN-ISO 14 para el dimensionamiento de las uniones estriadas, entre otras.

Si bien es cierto que existen diversas normas y herramientas para el diseño de árboles de transmisión, también es cierto que su alcance es muy general. En tal sentido, el desarrollo de una solución específica para el diseño de árboles de transmisión utilizados en reductores de velocidad de ejes paralelos y engranajes cilíndricos de una, dos y tres etapas, se considera de gran utilidad. Esta solución reviste aun mayor relevancia si se logra un proceso de diseño totalmente automatizado, tal como se propone en el presente trabajo.

2. Metodología

La metodología para de diseño automatizado de los árboles de transmisión objeto del presente estudio consta de las siguientes etapas:

1) Tipificación de los árboles: comprende los tipos de árboles que serán considerados, definidos por la cantidad y orden de los segmentos que los componen.

2) Parametrización de los árboles: se establecen relaciones geométricas que deben cumplirse entre las dimensiones de los árboles.

3) Cálculos de verificación: comprende el modelado por elementos finitos de los árboles, a partir del cual se obtienen las tensiones y deformaciones utilizadas en los cálculos de verificación.

4) Algoritmo automatizado: utiliza los resultados de las etapas anteriores en la implementación de un software para el diseño automatizado de los árboles de transmisión.

2.1. Tipificación de los árboles de transmisión

La tipificación de los árboles de transmisión se basa principalmente en la cantidad y orden de los segmentos que los componen. Esto depende del tipo de árbol (de entrada, intermedio o de salida), de los tipos de unión de los elementos montados sobre el árbol (por chavetas, por estrías o piñón solidario) y de la disposición de los apoyos (rodamientos). En el presente trabajo se propone un número de árboles de transmisión tal que puedan cubrir las necesidades para reductores de velocidad de una, dos y tres etapas. A modo de ejemplo, en la Figura 1 se muestran los esquemas de los reductores de velocidad de dos y tres etapas considerados para realizar la tipificación de los árboles.

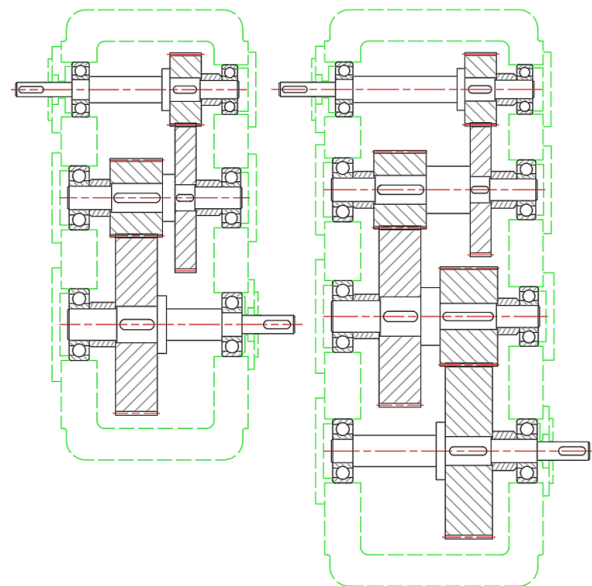


Figura 1. Esquemas de reductores de dos y tres etapas.

Para tipificar los árboles de transmisión necesarios, se realizó un análisis de las diferentes opciones para los árboles de entrada, intermedios y de salida. En cuanto a los árboles de entrada, estos pueden contar con uniones por chaveta, así como también unión estriada e incluso un piñón solidario al árbol. Nótese que los árboles de entrada para una, dos y tres etapas son

similares en su disposición geométrica, aunque cuentan con diferentes dimensiones. Teniendo así tres árboles de entrada tipificados, como se muestra en la Figura 2.

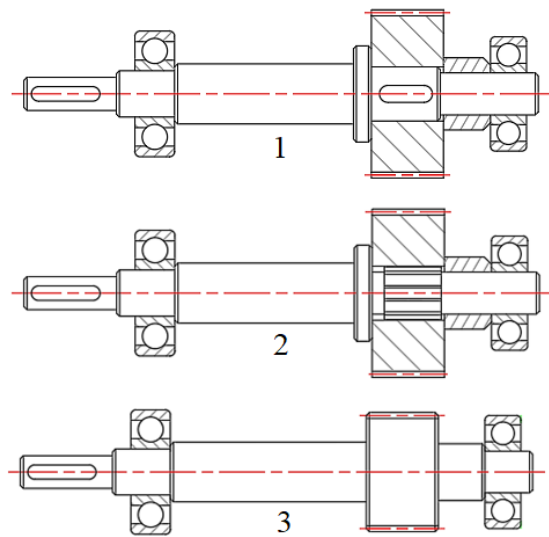


Figura 2. Árboles de entrada con unión por chavetas, unión estriada y piñón solidario.

Por su parte, los árboles intermedios pueden contar también con uniones por chaveta, uniones estriadas y piñones solidarios. Estos árboles solo se utilizan en reductores de velocidad de dos y tres etapas, siendo similares en su disposición geométrica, pero pueden tener diferentes dimensiones. Considerando las diferentes combinaciones posibles, se tienen cinco árboles intermedios tipificados, como se muestra en la Figura 3. En el caso del árbol número 6, en el que el piñón está unido por chavetas y la rueda está unida por estrías, se puede utilizar el mismo árbol si se requiere lo contrario, bastaría con invertirlos. Asimismo, es importante mencionar que los árboles intermedios mostrados en la Figura 3 corresponden al árbol intermedio de un reductor de dos etapas o al primer árbol intermedio de un reductor de tres etapas. Para el segundo árbol intermedio de un reductor de tres etapas se pueden utilizar exactamente estos mismos árboles, pero en posición invertida.

Finalmente, en cuanto a los árboles de salida, la posición de la rueda depende del número de etapas del reductor de velocidad. En tal sentido, para los reductores de dos etapas se pueden utilizar como árboles de salida los árboles de entrada número 1 y 2, mientras que para los reductores de una y tres etapas se requiere un árbol de salida con otra configuración. Además, los árboles de salida también pueden utilizar los diferentes tipos de unión, es decir, uniones por chavetas y uniones estriadas. De este modo se tienen dos árboles de salida tipificados, como se muestra en la Figura 4. En el análisis realizado para la tipificación se ha tenido en cuenta que la salida del reductor de velocidad puede estar en el lado opuesto o en el mismo

lado de la entrada. Sin embargo, esta necesidad se puede satisfacer invirtiendo los árboles de salida ya tipificados. Asimismo, en el caso extremo de relaciones de transmisión muy bajas, aplicables a reductores de velocidad de una etapa, se puede utilizar como árbol de salida el árbol de entrada número 3.

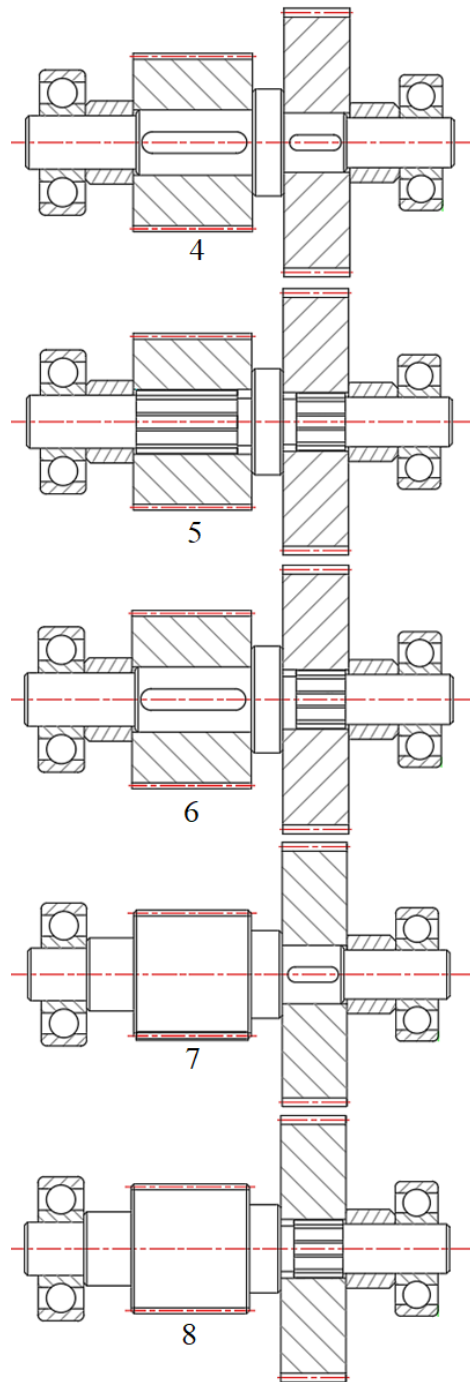


Figura 3. Árboles intermedios con las combinaciones de unión por chavetas, unión estriada y piñón solidario.

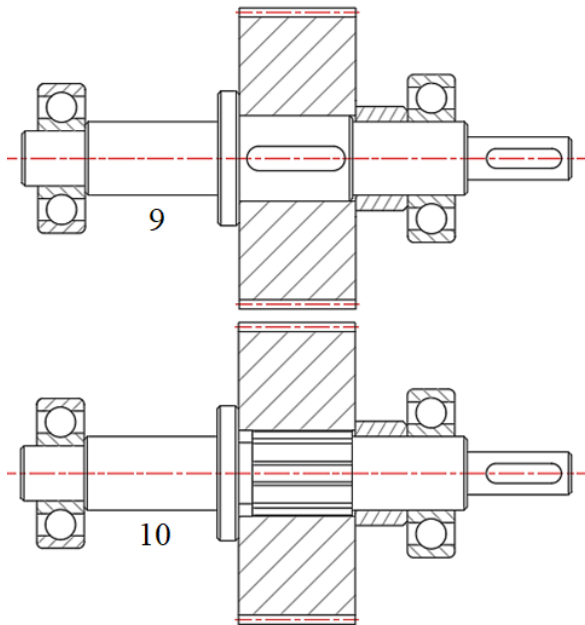


Figura 4. Árboles de salida con unión por chavetas y unión estriada.

2.2. Parametrización de los árboles de transmisión

Para parametrizar los árboles de transmisión es necesario identificar cuáles son las dimensiones principales o independientes, a partir de las cuales se pueden establecer las demás dimensiones del árbol. Por ejemplo, los diámetros de los segmentos donde se montan los engranajes se calculan por resistencia, siendo estos los mayores diámetros, luego del resalte intermedio. Por tanto, es posible establecer estos diámetros como variables independientes y se denominan diámetros principales. A partir de los diámetros principales se pueden calcular otras dimensiones del árbol haciendo uso de normas técnicas y recomendaciones, relacionadas con el diseño y fabricación de reductores de velocidad. Dado que algunos de los árboles de transmisión tipificados cuentan hasta con dos engranajes, es factible establecer dos zonas, identificadas como zonas A y B, divididas por el resalte intermedio, que es el mayor diámetro de todos. A modo de ejemplo, en la Figura 5 se muestran las zonas mencionadas en un árbol de entrada.

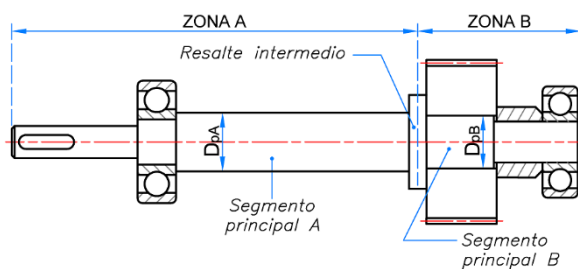


Figura 5. Identificación de las zonas A y B en un árbol de entrada y sus correspondientes diámetros principales.

Las dimensiones longitudinales o axiales de los árboles de transmisión dependen de los elementos montados sobre ellos y del número de etapas del reductor de velocidad. Con el objetivo de facilitar la fabricación de las carcasas, considerando que estas se construirán a partir de planchas de acero mediante soldadura, se estableció el criterio de alinear todos los rodamientos por sus caras interiores. De esta manera se puede definir una longitud entre los planos de las caras interiores de los rodamientos (X_R) que a su vez define el ancho del reductor de velocidad. Asimismo, el plano medio de cada pareja de engranajes se posiciona con respecto a uno de estos planos (X_1 , X_2 , X_3). En la Figura 6 se muestra el dimensionamiento interior de un reductor de una etapa, donde el ancho interior lo determina el árbol de entrada.

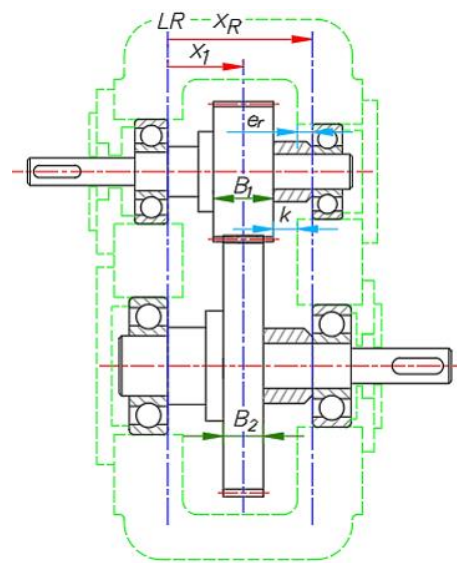


Figura 6. Dimensiones interiores en reductor de una etapa.

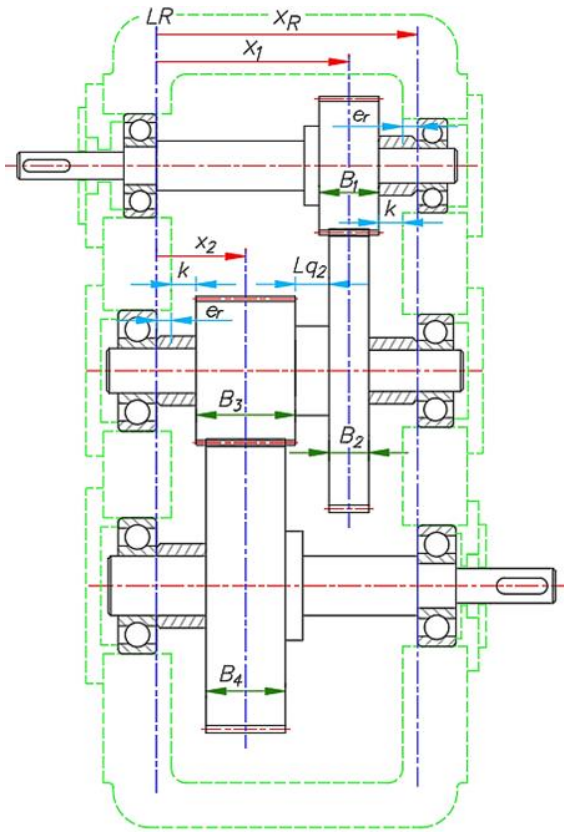
En este caso, la posición de la única pareja de engranajes (x_1) y la longitud entre planos interiores (x_R) se determinan mediante las expresiones (1) y (2).

$$x_1 = (e_r + k) + \left(\frac{B_1}{2}\right) \quad (1)$$

$$x_R = (2e_r + 2k) + (B_1) \quad (2)$$

Donde la profundidad de encaje del rodamiento en la carcasa (e_r) y la separación mínima entre los engranajes y la carcasa (k) se obtienen por recomendaciones de diseño (Beliaév et al., 1971), y el ancho del piñón es B_1 .

En los reductores de dos etapas ocurre una situación un poco diferente, pues hay dos parejas de engranajes. En estos reductores el ancho interior queda determinado por el árbol intermedio, como se puede apreciar en la Figura 7. Además de los parámetros ya mencionados, aquí influye el ancho del resalte intermedio Lq_2 .


Figura 7. Dimensiones interiores en reductor de dos etapas.

En este caso, la posición de las dos parejas de engranajes (x_1 y x_2) y la longitud entre planos interiores (x_R) se determinan mediante las expresiones (3), (4) y (5).

$$x_1 = (e_r + k + Lq_2) + \left(\frac{B_2}{2} + B_3\right) \quad (3)$$

$$x_2 = e_r + k + \frac{B_3}{2} \quad (4)$$

$$x_R = (2e_r + 2k + Lq_2) + \left(\frac{B_1+B_2}{2} + B_3\right) \quad (5)$$

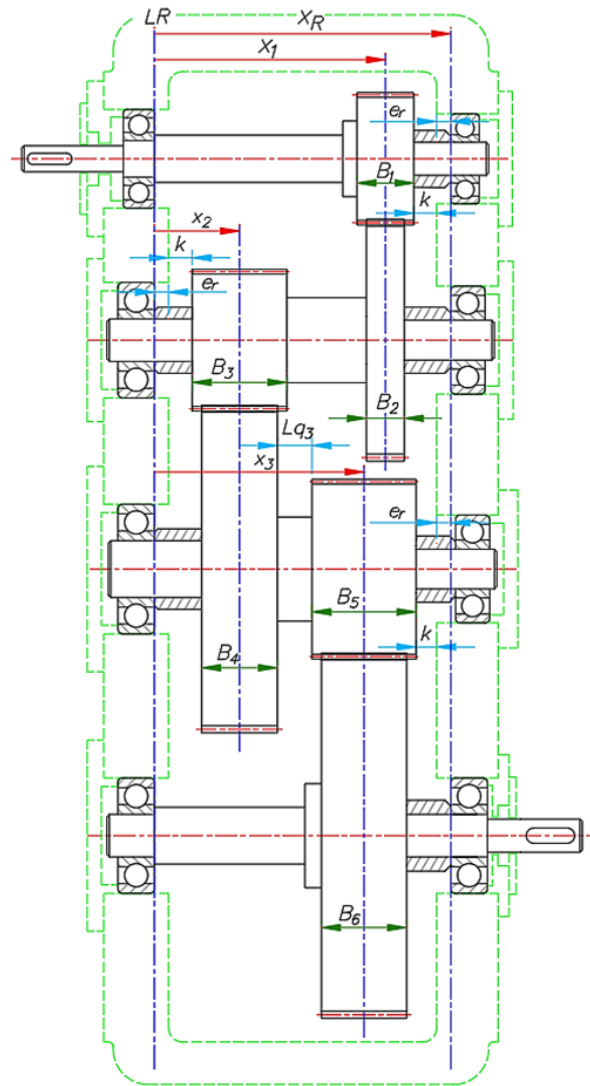
Si siguiendo la misma estrategia, en los reductores de velocidad de tres etapas, el ancho interior queda determinado por el segundo árbol intermedio, como se puede apreciar en la Figura 8. Aquí, la posición de las tres parejas de engranajes (x_1 , x_2 y x_3) y la longitud entre planos interiores (x_R) se determinan mediante las expresiones (6), (7), (8) y (9).

$$x_1 = (e_r + k + Lq_3) + \left(\frac{B_3+B_4-B_1}{2} + B_5\right) \quad (6)$$

$$x_2 = e_r + k + \frac{B_3}{2} \quad (7)$$

$$x_3 = (e_r + k + Lq_3) + \left(\frac{B_3+B_4+B_5}{2}\right) \quad (8)$$

$$x_R = (2e_r + 2k + Lq_3) + \left(\frac{B_3+B_4}{2} + B_5\right) \quad (9)$$


Figura 8. Dimensiones interiores en reductor de tres etapas.

2.3. Modelado por elementos finitos de los árboles

Los aspectos más importantes en el modelado por elementos finitos de los árboles de transmisión son el mallado o discretización, la determinación y ubicación de las cargas, y la definición y ubicación de las condiciones de contorno. Para la discretización se utilizaron elementos tetraédricos de segundo orden y luego de un análisis de independencia de malla se encontró la relación (10) para determinar el tamaño global de elemento (TE), en función del diámetro principal máximo.

$$TE = \frac{\pi \cdot D_{p\max}}{36} \quad (10)$$

Asimismo, se establecieron refinamientos de la malla en las zonas con detalles geométricos tales como canales chaveteros y estrías. En la Figura 9 se muestra un ejemplo de un árbol de transmisión con canal chavetero discretizado.

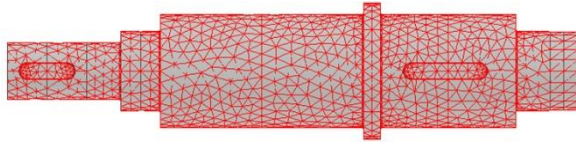


Figura 9. Árbol de transmisión discretizado.

La determinación de las cargas parte de la descomposición de las fuerzas de contacto generadas entre los engranajes, considerando en el caso más general las componentes tangencial, radial y axial. Además, en los árboles de entrada y salida se consideran las fuerzas generadas por los acoplamientos o elementos de transmisión colocados en dichas posiciones.

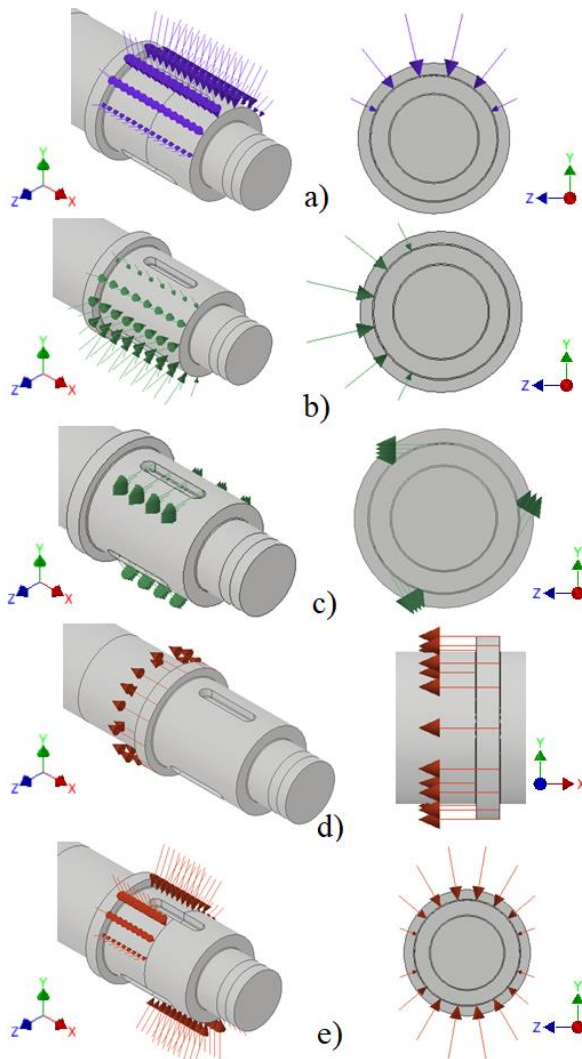


Figura 10. Cargas de un engranaje helicoidal.

Cada una de estas fuerzas produce diferentes efectos sobre el árbol de transmisión. Por ejemplo, un engranaje helicoidal montado en un segmento con canal chavetero produce los siguientes efectos: la fuerza radial se transfiere directamente al árbol en la

cara cilíndrica del segmento (ver Figura 10a); la fuerza tangencial se transfiere al árbol en la cara cilíndrica del segmento, girada 90° respecto a la carga radial (ver Figura 10b) y se adiciona el momento torsor correspondiente (ver Figura 10c); la fuerza axial se transfiere al árbol en la cara plana del resalte intermedio (ver Figura 10d) y se adiciona el momento flector correspondiente (ver Figura 10e).

Las condiciones de contorno se definen en los apoyos de los rodamientos. Básicamente, se consideran restricciones de desplazamiento radiales en la superficie cilíndrica del segmento donde se montan los rodamientos y restricciones axiales en la cara plana del resalte correspondiente, como se puede apreciar en la Figura 11.

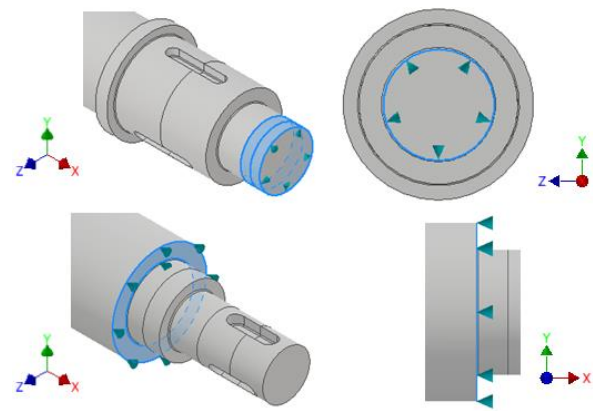


Figura 11. Condiciones de contorno en apoyos.

Para realizar los cálculos de verificación de los árboles de transmisión se utilizan los resultados de tensiones y desplazamientos, obtenidos mediante el modelado por elementos finitos, en diversas secciones transversales. Estas secciones se localizan en los planos medios de los elementos montados en el árbol, como son los rodamientos, engranajes, acoplamientos flexibles, poleas y piñones solidarios. Además, también se definen secciones de análisis en los cambios de diámetros entre segmentos.

2.4. Algoritmo para la automatización del diseño

Basado en los procedimientos descritos en los acápites anteriores, se desarrolló un algoritmo general para automatizar el proceso de diseño de los árboles de transmisión objeto de este trabajo. El diagrama de flujo correspondiente se muestra en la Figura 12. Dentro de los datos de entrada requeridos para el funcionamiento del algoritmo están las condiciones de trabajo del árbol, como son la potencia a transmitir, la velocidad de giro, la vida esperada y la temperatura de trabajo. Además, se requieren las propiedades del material del árbol, de los engranajes y otros componentes que se unan mediante chavetas o estrías. Asimismo, se requieren las dimensiones preliminares de algunos componentes que

van montados en el árbol, como son: los anchos de los engranajes, sus diámetros primitivos y ángulo de hélice; los anchos y diámetros de los rodamientos; los anchos y diámetros de las poleas o acoplamientos en el caso de que sea un árbol de entrada o salida. Luego, el primer paso en el proceso iterativo de diseño es el cálculo de los diámetros principales, a partir de los cuales se calculan las uniones, comenzando por uniones con chavetas (hasta tres chavetas como máximo) y pasando a uniones estriadas en caso no cumpla la primera. Acto seguido, se verifica la relación entre la longitud y el diámetro del segmento correspondiente, y en caso no cumpla se regresa al punto inicial. Si las uniones son verificadas correctamente, se procede a la selección y dimensionamiento preliminar del árbol tipificado que corresponda. Posteriormente se realiza el cálculo de tensiones y desplazamientos mediante elementos finitos en las secciones predefinidas, según el tipo de árbol. Finalmente, se realizan las verificaciones correspondientes a resistencia a la fluencia, resistencia a la fatiga, velocidad crítica y rigidez, encontrando el factor de seguridad en cada uno de los casos. Estos factores de seguridad son comparados con los factores de seguridad predefinidos o deseados y si alguno de ellos no cumple, considerando un porcentaje de error preestablecido, se vuelve al principio.

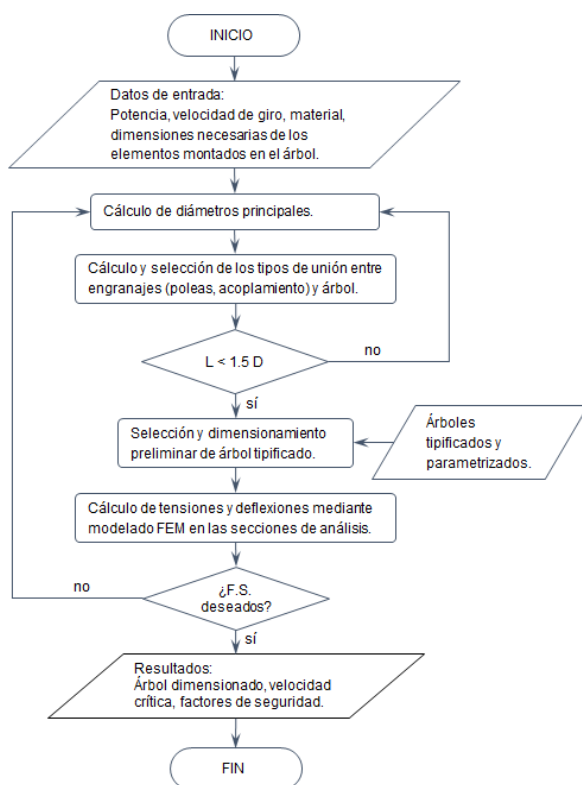


Figura 12. Diagrama de flujo del algoritmo general.

Este proceso iterativo es capaz de ajustar el diseño de manera que cumpla las distintas verificaciones con la precisión deseada en los factores de seguridad. La

solución resultante será aquel diseño que tenga las menores dimensiones posibles y que cumpla con las restricciones establecidas. Por este motivo, se puede afirmar que se logra una minimización del volumen del árbol, siendo el volumen la función objetivo en la optimización del árbol.

3. Resultados

El algoritmo fue implementado en el lenguaje de programación Visual Basic .NET en Visual Studio, como un complemento (Add-In) para la plataforma CAD Autodesk Inventor. Para el modelado por elementos finitos se utilizó el módulo Autodesk Inventor Nastran mediante la tecnología iLogic de Autodesk Inventor. El programa se probó en algunos ejemplos de aplicación y los resultados finales fueron comparados con el método analítico, siguiendo la norma DIN 743.

A continuación se presenta, de forma resumida, uno de los ejemplos. Requerimiento: diseñar los árboles de transmisión de un reductor de velocidad de una etapa, para accionar un molino de bolas con una potencia máxima de 316,9 kW y una velocidad de 20 rpm. El motor tiene una potencia máxima de 335,6 kW y una velocidad de 600 rpm. Los engranajes son helicoidales, tienen un módulo normal de 8 mm, un ángulo de presión de 20° y ángulo de hélice de 34°. El piñón tiene 296 mm de ancho y sentido de hélice izquierdo, mientras la rueda tiene 291 mm de ancho. El árbol de entrada cuenta con una transmisión por poleas en V ($2\beta=38^\circ$), de diámetros primitivos iguales a 570 mm y 270 mm respectivamente. Mientras que el árbol de salida cuenta con una transmisión por cadena de rodillos de paso 25,4 mm, con una catalina de 59 dientes y un piñón de 19 dientes. La carcasa de la caja reductora tiene un espesor lateral de 10 mm.

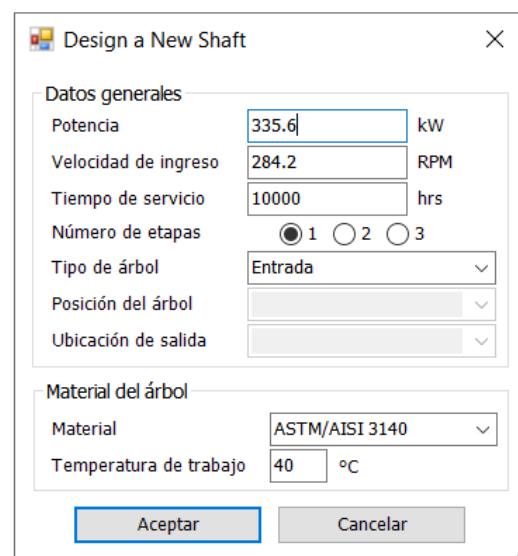


Figura 13. Ventana de datos generales del ejemplo.

En las Figuras 13 y 14 se observan las ventanas de datos generales, de los engranajes y de los rodamientos correspondientes al árbol de entrada del ejemplo en el programa desarrollado.

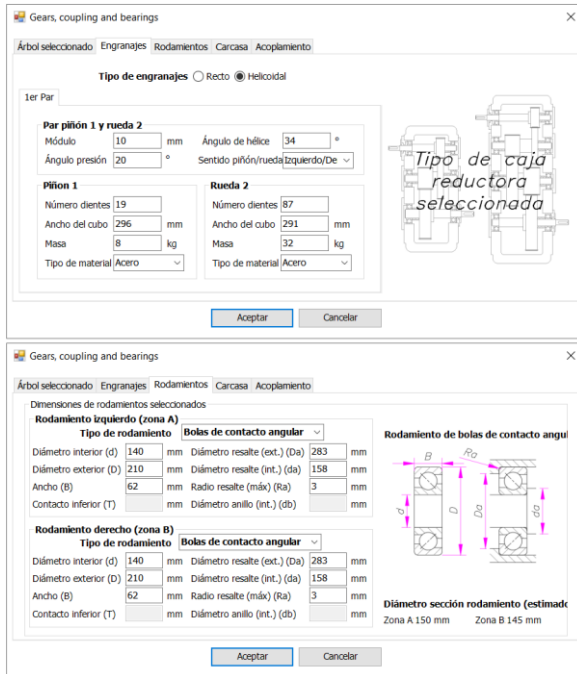


Figura 14. Ventanas de datos de los engranajes y de los rodamientos del ejemplo.

Los resultados obtenidos con el software desarrollado, para el árbol de entrada del ejemplo, se encuentran en la Tabla 1. En la Tabla 2 se pueden observar los resultados obtenidos por método analítico. En este caso solo se calculó el factor de seguridad por fluencia, dado que la verificación por fatiga es más laboriosa.

Tabla 1. Resultados para el árbol de entrada del ejemplo aplicando el software desarrollado.

Sección de análisis	Árbol de entrada			
	FS_{def}	FS_{fat}	δ (μm)	θ (rad)
S1: Acoplamiento	3,5	2,0	76,0	-
S2: Rodamiento A	-	-	21,5	$4,98 \cdot 10^{-5}$
S3: Engranaje	6,6	2,5	10,4	$1,78 \cdot 10^{-5}$
S4: Rodamiento B	-	-	13,0	$3,13 \cdot 10^{-5}$
Velocidad crítica (ω_c)	65 rpm			
Deformación torsional (φ)	$1,22 \cdot 10^{-3}$ rad			

Tabla 2. Resultados para el árbol de entrada del ejemplo mediante método analítico.

Sección de análisis	Árbol de entrada			
	FS_{def}	FS_{fat}	δ (μm)	θ (rad)
S1: Acoplamiento	10,3	-	95,0	-
S2: Rodamiento A	3,2	-	107,2	$5,7 \cdot 10^{-4}$
S3: Engranaje	13,0	-	103,9	-
S4: Rodamiento B	39,8	-	67,1	$5,1 \cdot 10^{-4}$
Velocidad crítica (ω_c)	70 rpm			
Deformación torsional (φ)	$1,28 \cdot 10^{-5}$ rad			

Al comparar los resultados obtenidos mediante el software desarrollado con los obtenidos por método analítico, se observa que el factor de seguridad por fluencia (FS_{def}) mediante método analítico es de dos a tres veces mayor que el obtenido con el software desarrollado. Esto se puede deber a que las tensiones calculadas con elementos finitos captan con mayor precisión (valores más elevados) las tensiones en los concentradores de tensiones. En cuanto a las deflexiones transversales (δ) solo en la sección 1 (acoplamiento) los valores son similares, en las demás secciones los valores analíticos superan entre 5 y 10 veces a los obtenidos con el software. Una tendencia similar ocurre con las deflexiones angulares (θ). La velocidad crítica determinada por ambos métodos es similar, mientras que la deformación torsional obtenida con el software desarrollado es mayor que la obtenida analíticamente.

4. Conclusiones

A través del presente trabajo se ha podido demostrar la factibilidad de desarrollar e implementar un algoritmo con un alto nivel de automatización para diseñar árboles de transmisión, usados en reductores de velocidad de engranajes cilíndricos y ejes paralelos, de una, dos y tres etapas. Un aspecto clave en esta solución es la tipificación y parametrización de los árboles de transmisión que cubren la necesidad planteada. Asimismo, se considera novedosa la automatización del modelado por elementos finitos utilizando el módulo Autodesk Inventor Nastran y la tecnología iLogic de Autodesk Inventor. El procedimiento planteado abre las posibilidades de aplicación en el diseño de otros componentes mecánicos.

Si bien existe coherencia entre los resultados obtenidos con el software desarrollado y los obtenidos mediante el método analítico, las diferencias encontradas sugieren la necesidad de revisar la implementación (programación) del algoritmo y realizar mayor cantidad de pruebas para su correcta validación.

5. Agradecimientos

Al financiamiento recibido a través del Proyecto Concytec - Banco Mundial “Mejoramiento y Ampliación de los Servicios del Sistema Nacional de Ciencia Tecnología e Innovación Tecnológica” 8682-PE, a través de su unidad ejecutora ProCiencia. [contrato número 056-2018 FONDECYT], que permitió el desarrollo de la presente investigación.

6. Referencias

Budynas, R., & Nisbett, K. (2011). *Shigley's Mechanical Engineering Design* (9.º ed.). McGraw-Hill.

Jiang, W. (2019). *Analysis and Design of Machine Elements* (1.º ed.). JohnWiley & Sons Singapore Pte.

Lelikov, O. P. (2008). Design of Machine Elements. In *Springer Handbook of Mechanical Engineering [Manual de Ingeniería mecánica de Springer]* (1.º ed., pp. 327–519).

Norton, R. L. (2010). *Machine design : An Integrated Approach* (4.º ed.). Prentice-Hall.

Beliáev, N. V., Bogatirev, I. S., Bulanzhé, A. V., Vibornov, P. V., Gadolin, V. L., Govman, N. A., Drozdov, N. A., Zaitev, L. I., Ivanov, V. N., Korovin, B. I., Lukin, V. I., Morin, I. S., Ogrinchuk, I. A., Pálochkina, N. V., Poliakov, D. G., Parguin, D. P., Raspopov, A. G., & Shuvalov, S. A. (1971). *Atlas de elementos de máquinas y mecanismos* (1.º Ed). Ediciones CEAC.