

# Aplicación de Redes Neuronales Artificiales en la identificación de fisuras en vigas rotatorias Euler-Bernoulli a bajas velocidades

Belén Muñoz-Abella<sup>1</sup>, Lourdes Rubio Ruiz de Aguirre<sup>2</sup>, Patricia Rubio Herrero<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Grupo SiOMec, Dpto. de Ing. Mecánica, Universidad Carlos III de Madrid, España. Email: mmunoz@ing.uc3m.es

<sup>2</sup>Grupo SiOMec, Dpto. de Ing. Mecánica, Universidad Carlos III de Madrid, España. Email: lrubio@ing.uc3m.es

<sup>3</sup>Grupo SiOMec, Dpto. de Ing. Mecánica, Universidad Carlos III de Madrid, España. Email: prubio@ing.uc3m.es

## Resumen

Las vigas rotatorias son simplificaciones de componentes mecánicos más complejos, característicos de áreas estratégicas, como, por ejemplo, palas de aerogeneradores o palas de helicópteros. Si la viga presenta una fisura, esta modifica el comportamiento dinámico de la misma y modifica los valores de las frecuencias naturales. En este trabajo se presenta el estudio teórico de una Red Natural Artificial (RNA) para la detección e identificación de fisuras en vigas rotatorias tipo Euler-Bernoulli a bajas velocidades, típicas de palas de aerogeneradores, basada en los cambios en las frecuencias naturales del componente. Los datos de entrada a las RNA se han obtenido a partir de un modelo analítico del comportamiento dinámico de la viga rotatoria fisurada con el que se pueden calcular los valores de las frecuencias naturales en función de la velocidad de giro, la esbeltez de la viga, y el radio del cubo que separa el extremo de la viga del eje de giro.

**Palabras clave:** Redes neuronales artificiales; vigas rotatorias fisuradas; frecuencias naturales; vigas Euler-Bernoulli

## Abstract

Rotating beams are simplifications of more complex mechanical components from strategic areas, such as wind turbine blades or helicopter blades. If the beam has a crack, it changes the dynamic behaviour of the beam and modifies the values of its natural frequencies. This paper presents an Artificial Natural Network (ANN) theoretical study for the detection and identification of cracks in rotating Euler-Bernoulli beams at low speeds, typical of wind turbine blades, based on the changes in the natural frequencies of the element. The ANN input data have been obtained from an analytical model that calculates the natural frequencies values of the beam, as a function of the rotational speed, the beam slenderness and the hub radius.

**Keywords:** Artificial neural networks; cracked rotating beams; natural frequencies; Euler-Bernoulli beams

## 1. Introducción

Las vigas rotatorias son simplificaciones de componentes mecánicos más complejos, característicos de áreas estratégicas como las industrias de la energía y el transporte. Las palas de los aerogeneradores, las palas de los helicópteros y los rotores abiertos son ejemplos de este tipo de elementos mecánicos que pueden modelarse como vigas rotatorias.

Debido a defectos de fabricación o a las condiciones de trabajo, junto con los ambientes agresivos en los que operan, en los componentes mecánicos pueden aparecer y propagarse grietas que afectan gravemente a su integridad estructural. Si la fisura se detecta

cuando es incipiente el elemento dañado se puede sustituir sin importantes secuelas. Sin embargo, la detección de las fisuras en el estado inicial no es una tarea sencilla, una vez que éstas han aparecido, su velocidad de propagación crece exponencialmente y en pocos días se puede producir la rotura catastrófica. Por lo tanto, con el fin de reparar o sustituir el elemento antes de que se produzca el fallo irreversible, es muy importante disponer de técnicas que permitan tanto la detección de las fisuras como la estimación de su posición y tamaño. Sin embargo, el número de trabajos sobre el comportamiento de palas rotatorias fisuradas es reducido [1-3].



$$P(x) = \int_x^L \rho A \Omega^2 (x+R) dx \quad (2)$$

Considerando las variables adimensionalizadas (3), la expresión (1) se transforma en (4).

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{x}{L} \\ r &= \frac{R}{L} \\ \alpha &= \frac{a}{H} \\ \mu &= \sqrt{\frac{\rho A L^4}{EI}} \omega \\ M &= \sqrt{\frac{\rho A L^4}{EI}} \Omega \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^4 w}{d\xi^4} - M^2 \frac{d}{d\xi} \left( \left( r(1-\xi) + \frac{1}{2}(1-\xi^2) \right) \frac{dw}{d\xi} \right) \\ - \mu^2 w = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

La solución de la ecuación que gobierna el movimiento de la viga se puede formular según la expresión (5), donde  $\omega$  es la frecuencia natural del sistema.

$$W(x, t) = Lw(x)e^{i\omega t} \quad (5)$$

La ecuación de movimiento de una viga intacta (4) se convierte en (7) para una viga fisurada.

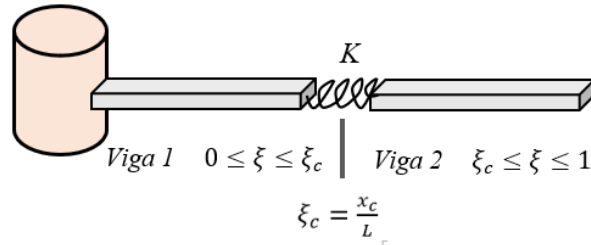
$$\begin{aligned} \frac{d^4 w_1}{d\xi^4} - M^2 \frac{d}{d\xi} \left( \left( r(1-\xi) + \frac{1}{2}(1-\xi^2) \right) \frac{dw_1}{d\xi} \right) \\ - \mu^2 w_1 = 0 \quad 0 \leq \xi \leq \xi_c \\ \frac{d^4 w_2}{d\xi^4} - M^2 \frac{d}{d\xi} \left( \left( r(1-\xi) + \frac{1}{2}(1-\xi^2) \right) \frac{dw_2}{d\xi} \right) - \\ \mu^2 w_2 = 0 \quad \xi_c \leq \xi \leq 1 \end{aligned} \quad (7)$$

Para completar el planteamiento del problema es necesario definir las condiciones de contorno (8):

$$\begin{aligned} w_1(0) = 0 \quad \frac{dw_1(0)}{d\xi} = 0 \\ \frac{d^2 w_2(1)}{d\xi^2} = 0 \quad \frac{d^3 w_2(1)}{d\xi^3} = 0 \\ w_1(\xi_c) = w_2(\xi_c) \\ \frac{dw_2(\xi_c)}{d\xi} - \frac{dw_1(\xi_c)}{d\xi} = \frac{1}{k_c} \frac{d^2 w_2(\xi_c)}{d\xi^2} \\ \frac{d^2 w_1(\xi_c)}{d\xi^2} = \frac{d^2 w_2(\xi_c)}{d\xi^2} \\ \frac{d^3 w_1(\xi_c)}{d\xi^3} = \frac{d^3 w_2(\xi_c)}{d\xi^3} \end{aligned} \quad (8)$$

Siendo  $k_c$ :

$$k_c = \frac{K}{EI} \quad (9)$$



**Figura 2.** Esquema del modelo de la viga fisurada mediante la unión de 2 vigas intactas.

En el caso de la viga fisurada, esta se puede modelar mediante la unión de 2 vigas intactas conectadas entre sí mediante un muelle sin masa cuya rigidez  $K$  es igual a la que introduce la fisura (ver Figura 2). De acuerdo con [10],  $K$  se calcula mediante (6):

$$\begin{aligned} \frac{1}{K} &= \frac{6\pi(1-\nu^2)h\phi(\alpha)}{EI} \\ \phi(\alpha) &= 0.6272\alpha^2 - 0.04533\alpha^3 + \\ & 4.5948\alpha^4 - 9.9736\alpha^5 + \\ & 20.2948\alpha^6 - 33.031\alpha^7 \\ & + 47.1063\alpha^8 - 40.7556\alpha^9 \\ & + 19.6\alpha^{10} \end{aligned} \quad (6)$$

donde  $\nu$  es el coeficiente de Poisson del material.

## 2.2. Resolución de la ecuación de movimiento

La resolución de la ecuación de movimiento de la viga fisurada se aborda utilizando el método de Frobenius [1,9,11], de forma que la solución de la ecuación diferencial se expresa en forma de series de potencias (10):

$$f(\xi, j) = \sum_{n=0}^{\infty} a_{n+1}(j) \cdot \xi^{j+n} \quad (10)$$

donde  $a_{n+1}(j)$  son los coeficientes de la serie y  $j$  es un exponente indeterminado.

La función  $f(\xi, j)$  representa tanto a  $w_1$  como a  $w_2$ , ya que ambas expresiones son idénticas antes de aplicar las condiciones de contorno.

Sustituyendo (10) en (8) se obtienen la ecuación indicial (11) y la relación de recurrencia (12):

$$j(j-1)(j-2)(j-3) = 0 \quad (11)$$

$$a_{n+5}(j) = \frac{M^2 \left(\frac{1}{2} + r\right)}{(j+n+3)(j+n+4)} a_{n+3}(j) - \frac{M^2 r(k+n+1)}{(j+n+2)(j+n+3)(j+n+4)} a_{n+2}(j) - \frac{\frac{1}{2} M^2 (j+n)(j+n+1) - \mu^2}{(j+n+1)(j+n+2)(j+n+3)(j+n+4)} a_{n+1}(j) \quad (12)$$

Siendo:

$$\begin{aligned} a_1(j) &= 1 \\ a_2(j) &= 0 \\ a_3(j) &= \frac{M^2 \left(\frac{1}{2} + r\right)}{(j+1)(j+2)} \\ a_4(j) &= \frac{-M^2 r j}{(j+1)(j+2)(j+3)} \end{aligned} \quad (13)$$

Las 4 raíces de la ecuación indicial (11) son  $j=0, 1, 2$  y  $3$ . A partir de estas raíces se obtienen 4 soluciones linealmente independientes (14):

$$\begin{aligned} f(\xi, 0) &= 1 + \frac{M^2 \left(\frac{1}{2} + r\right)}{2} \xi^2 + \sum_{n=0}^{\infty} a_{n+5}(0) \cdot \xi^{n+4} \\ f(\xi, 1) &= \xi + \frac{M^2 \left(\frac{1}{2} + r\right)}{6} \xi^3 - \frac{M^2 r}{24} \xi^4 \\ &\quad + \sum_{n=0}^{\infty} a_{n+5}(1) \cdot \xi^{n+5} \\ f(\xi, 2) &= \xi^2 + \frac{M^2 \left(\frac{1}{2} + r\right)}{12} \xi^4 - \frac{M^2 r}{30} \xi^5 \\ &\quad + \sum_{n=0}^{\infty} a_{n+5}(2) \cdot \xi^{n+6} \\ f(\xi, 3) &= \xi^3 + \frac{M^2 \left(\frac{1}{2} + r\right)}{20} \xi^5 - \frac{M^2 r}{40} \xi^6 + \sum_{n=0}^{\infty} a_{n+5}(3) \cdot \xi^{n+7} \end{aligned} \quad (14)$$

La solución de las ecuaciones diferenciales de movimiento de cada una de las 2 partes de la viga fisurada,  $F_1(\xi)$  y  $F_2(\xi)$ , se pueden escribir como combinación de las expresiones (14), teniendo en cuenta que a función  $f(\xi, j)$  representa tanto a  $w_1$  como a  $w_2$ .

$$F_1(\xi) = C_1 w_1(\xi, 0) + C_2 w_1(\xi, 1) + C_3 w_1(\xi, 2) + C_4 w_1(\xi, 3) \quad 0 \leq \xi \leq \xi_c \quad (15)$$

$$F_2(\xi) = C_5 w_2(\xi, 0) + C_6 w_2(\xi, 1) + C_7 w_2(\xi, 2) + C_8 w_2(\xi, 3) \quad \xi_c \leq \xi \leq 1$$

$C_1 - C_8$  son constantes que se calculan aplicando las condiciones en (8).

La viga fisurada estudiada tiene longitud  $L = 0.7$  m y espesor  $b = 10$  mm, módulo de elasticidad  $E = 210$  GPa, coeficiente de Poisson  $\nu = 0.33$  y densidad  $\rho = 7850$  kg/m<sup>3</sup>. A partir del modelo analítico desarrollado se han calculado las 2 primeras frecuencias naturales

adimensionales de la viga fisurada,  $\mu_1$  y  $\mu_2$ , en función de diferentes valores de otros parámetros del sistema.

Se han considerado los valores de los parámetros que se indican a continuación:

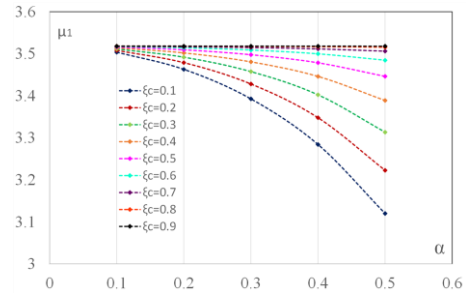
- Esbeltez de la viga, calculada mediante la expresión (16),  $S_L = 70, 120, 170, 220$ .

$$S_L = \sqrt{\frac{AL^2}{I}} \quad (16)$$

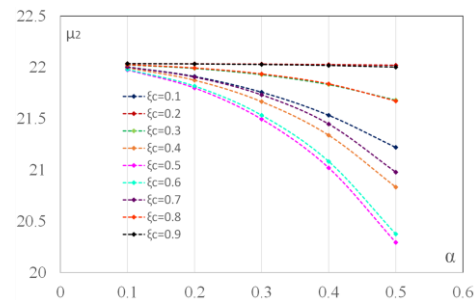
- Radio adimensional del cubo:  $r = 0, 0.1, 0.2$  y  $0.3$ .
- Posición de la fisura:  $\xi_c = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8$  y  $0.9$ .
- Profundidad de la fisura:  $\alpha = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$  y  $0.5$ .
- Velocidad de giro:  $\Omega = 0, 2, 4, 6, 8$  y  $10$  rad/s.

La combinación de estos parámetros ha permitido calcular 4320 casos que se han utilizado para formular las redes neuronales artificiales, objetivo de este trabajo, tal y como se explica en apartados posteriores.

A partir de las frecuencias calculadas y con el fin de conocer su comportamiento general en función de los diferentes parámetros, en las Figuras 3 y 4 se pueden ver los valores de  $\mu_1$  y  $\mu_2$ , para todos los valores de  $\alpha$  y  $\xi_c$  considerados y valores medios del resto de los parámetros:  $S_L = 120, r = 0.2$  y  $\Omega = 6$  rad/s. Para el resto de valores de esbeltez, radio del cubo y velocidad angular la forma de las gráficas es similar.



**Figura 3.** Variación de  $\mu_1$  en función de posición y tamaño de la fisura para el caso  $S_L = 120, r = 0.2$  y  $\Omega = 6$  rad/s



**Figura 4.** Variación de  $\mu_2$  en función de posición y tamaño de la fisura para el caso  $S_L = 120, r = 0.2$  y  $\Omega = 6$  rad/s

En el caso de la primera frecuencia natural, ver Figura 3, se observa, como cabía esperar, que el valor de la frecuencia disminuye con el crecimiento de la fisura y el efecto de la misma es menor cuanto más alejada se encuentra del eje de giro.

En cuanto a la segunda frecuencia natural, se puede ver en la Figura 4 que el valor de la frecuencia también disminuye con el crecimiento de la fisura, pero, atendiendo a su posición, alcanza el mínimo cuando la fisura se encuentra en la sección media de la viga.

### 2.3. Problema inverso. Redes neuronales artificiales

Una vez resuelto el problema directo, es decir, la obtención de las frecuencias naturales en función de los parámetros característicos de la viga rotatoria, se ha abordado el problema inverso, estimación de las características de la fisura mediante la aplicación de Redes Neuronales Artificiales. Las RNA son herramientas flexibles y robustas, ampliamente utilizadas en el ámbito de la Ingeniería Mecánica, ya que permiten, entre otras muchas aplicaciones, establecer modelos de regresión cuando las relaciones entre variables son no lineales [12], tal y como ocurre en el caso del comportamiento dinámico de una viga rotatoria fisurada.

Las RNA están formadas por un gran número de unidades básicas de procesamiento denominadas neuronas, que imitan las neuronas biológicas y, como ellas, están interconectadas entre sí. Cada una de las neuronas puede tener varias entradas,  $E_i$ , provenientes del exterior o de las salidas de otras neuronas. La salida,  $S$ , se obtiene a partir de una función de activación,  $f$ , que se aplica al sumatorio de todas las entradas multiplicadas por sus correspondientes pesos,  $p_i$ , más un valor de umbral,  $u$ , que limita el valor de la salida. Por lo tanto, la relación entre las entradas  $E_i$  y la salida  $S$  puede escribirse como:

$$S = f(\sum p_i \cdot E_i + u) \quad (17)$$

En la Figura 5 se muestra el esquema de una neurona aislada.

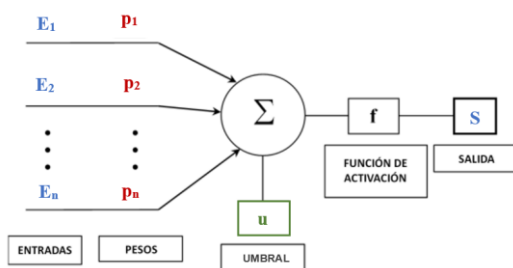


Figura 5. Esquema de una neurona.

De entre todos los tipos de RNA que existen, en este trabajo se ha utilizado la Red Perceptrón Multicapa (MLP), implementada en el software MATLAB [13].

En este tipo de redes las neuronas se agrupan en 3 tipos de capas según su posición, denominadas capas de entrada, ocultas y de salida. La primera está formada por neuronas conectadas con los datos externos, las segundas procesan y propagan la información de la capa de entrada y, por último, la capa de salida ofrece los resultados deseados.

Los 4320 casos disponibles, calculados previamente, se han dividido aleatoriamente en 3 grupos, utilizados para entrenamiento, validación y test de la red, compuestos por el 50%, 20% y 30 % de los datos, respectivamente. En primer lugar se realiza el entrenamiento de la red, que consiste en determinar mediante un proceso iterativo los pesos y umbrales óptimos para encontrar la relación existente entre los datos de entrada y los de salida. En este caso se ha utilizado el algoritmo de aprendizaje supervisado hacia adelante por retropropagación Levenberg-Marquardt, que consiste en procesar las entradas, obtener las salidas correspondientes y compararlas con las salidas deseadas hasta que el error entre salidas deseadas y obtenidas por la red es inferior a un valor predeterminado. Simultáneamente al proceso de entrenamiento, para cada paso de cálculo, se realiza una validación, que consiste en utilizar la red calculada hasta ese momento para estimar salidas de datos diferentes a los usados durante el entrenamiento y, por último, una vez determinados los pesos y umbrales óptimos, se realiza un proceso de test de la red, en el que se utiliza un nuevo conjunto de datos de entradas y salidas, diferentes a los utilizados anteriormente.

El algoritmo desarrollado en este trabajo consta de una red MLP que permite estimar tanto el tamaño como la posición de la fisura a partir de los datos de entrada. En

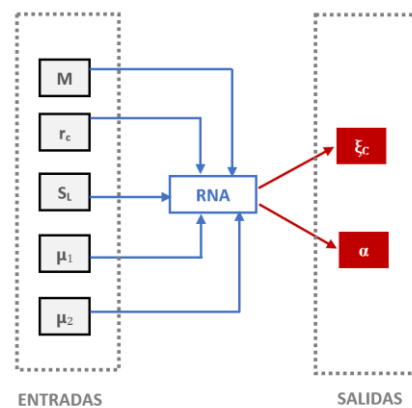


Figura 6. Esquema de la RNA MLP desarrollada.

la Figura 6 se muestra el esquema de la red en la que se pueden ver sus entradas y salidas.

En cuanto a las funciones de activación  $f$ , se ha usado la función tangente hiperbólica en todas las capas excepto en la capa de salida, en la que se ha utilizado una función lineal.

El número adecuado de capas y neuronas se ha determinado mediante un estudio de diferentes

arquitecturas de RNA Perceptrón multicapa. Las variables utilizadas para comprobar la precisión de cada arquitectura han sido, para el total de los  $n=4320$  casos, el error cuadrático medio (ECM), calculado según la expresión (18), la suma de los cuadrados de los residuos (SCR), según la ecuación (19), y el coeficiente de correlación  $R^2$ .

$$ECM = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i^{est} - y_i)^2 \quad (18)$$

$$SCR = \sum_{i=1}^n (y_i - y_i^{est})^2 \quad (19)$$

Donde  $y_i$  es el valor real de la variable,  $\xi_c$  o  $\alpha$ , e  $y_i^{est}$  es el valor estimado de la red para cada caso. En la Tabla 1 se muestran los resultados del estudio para determinar la arquitectura de la red. La primera columna indica la estructura de la red, 5 neuronas en la capa de entrada que se corresponden con las 5 entradas de la red, a continuación las capas ocultas, cada número es una capa y su valor el número de neuronas que la componen y, por último, 2 neuronas en la capa de salida, correspondientes con las salidas. De acuerdo a los resultados obtenidos se ha elegido la red formada por 2 capas ocultas con 20 neuronas cada una de ellas, que es la que presenta menor error.

### 3. Validación teórica del método propuesto

Con el objetivo de validar la RNA propuesta, en primer lugar, se ha llevado a cabo la comparación de los valores utilizados para el desarrollo de la red, los originales 4320 usados para entrenamiento, validación y test, con los estimados por la misma y, en segundo lugar, para comprobar la robustez y precisión del método, se ha utilizado la RNA propuesta para estimar la posición y tamaño de las fisuras para casos de vigas no utilizadas en la formulación de aquella.

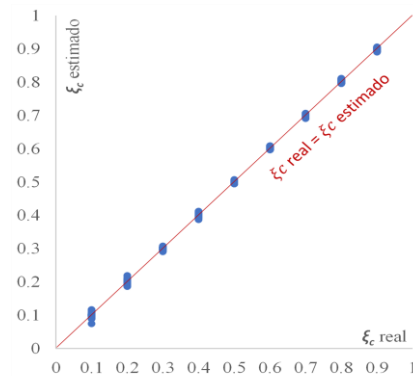
**Tabla 1.** Estudio de la arquitectura de la red.

Arquitectura de la RNA	$\xi_c$		
	ECM	SCR	$R^2$
[5 10 2]	0.0026	11.2851	0.9803
[5 20 2]	0.0015	6.4526	0.9887
[5 10 10 2]	0.0001	0.4884	0.9992
[5 10 20 2]	$2.38 \cdot 10^{-5}$	0.1029	0.9998
[5 20 20 2]	$6.95 \cdot 10^{-7}$	0.003	0.9999
[5 10 10 10 2]	$1.75 \cdot 10^{-6}$	0.007	0.9999
[5 20 10 10 2]	$8.56 \cdot 10^{-6}$	0.037	0.9999
Arquitectura de la RNA	$\alpha$		
	ECM	SCR	$R^2$
[5 10 2]	0.0052	22.6286	0.8592
[5 20 2]	0.0037	15.9918	0.9030
[5 10 10 2]	0.0002	0.9913	0.9943
[5 10 20 2]	$1.88 \cdot 10^{-5}$	0.0813	0.9995
[5 20 20 2]	$9.03 \cdot 10^{-7}$	0.0039	0.9999
[5 10 10 10 2]	$1.75 \cdot 10^{-6}$	0.014	0.9999
[5 20 10 10 2]	$8.56 \cdot 10^{-6}$	0.024	0.9999

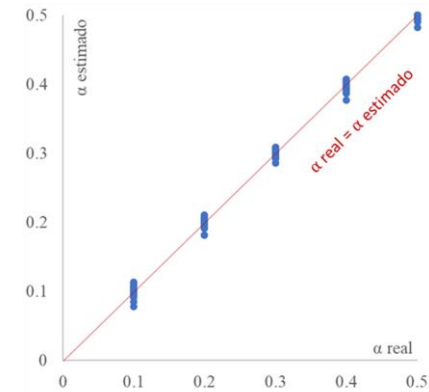
#### 3.1.1. Comparación con valores usados en el entrenamiento de la red

En las Figuras 7 y 8 se muestran los valores utilizados en el desarrollo de la red frente a los estimados por la misma para la posición de la fisura ( $\xi_c$ ) y su profundidad ( $\alpha$ ), respectivamente. Las rectas rojas representan la situación ideal en la que los valores reales son iguales a los estimados.

En la Figura 7 se puede ver que los datos tienen muy buen ajuste respecto a la recta ideal, aunque el error es mayor para los valores más pequeños de  $\xi_c$ , es decir, cuando la fisura está más cercana al cubo.



**Figura 7.** Comparación entre valores de  $\xi_c$  utilizados en el cálculo de la red y  $\xi_c$  estimados.



**Figura 8.** Comparación entre valores de  $\alpha$  utilizados en el cálculo de la red y  $\alpha$  estimados.

En cuanto a la estimación del tamaño de la fisura, en la Figura 8 se puede ver que para este parámetro también se consigue buen ajuste y el error es similar independientemente del tamaño del defecto.

En la Tabla 2 se puede ver el error porcentual en valor absoluto, calculado según la expresión (20), promedio para el conjunto de los casos en los que el valor de  $\xi_c$  es el mismo.

$$Error (\%) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{(y_i - y_i^{est}) 100}{y_i} \right| \quad (20)$$



Siendo  $n$  el número de datos para cada caso.

**Tabla 2.** Error promedio para cada caso de  $\xi_c$ .

$\xi_c$	Error (%)
0.1	0.013
0.2	0.005
0.3	0.003
0.4	0.002
0.5	0.001
0.6	0.002
0.7	0.002
0.8	0.002
0.9	0.001

La Tabla 3 es similar para cada conjunto de casos con  $\alpha$  común.

**Tabla 3.** Error promedio para cada caso de  $\alpha$ .

$\alpha$	Error (%)
0.1	1.61
0.2	1.00
0.3	0.59
0.4	0.43
0.5	0.34

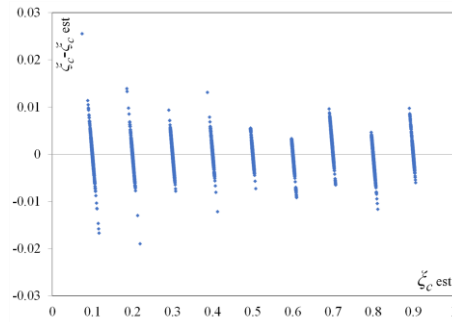
Los valores de los errores corroboran cuantitativamente los resultados de las Figuras 7 y 8. Los errores calculados son pequeños para ambas variables, posición y tamaño de la fisura, el mayor no supera el 2%, aunque son mayores en el caso del tamaño. Por otra parte, en cuanto a  $\xi_c$ , el error es más pequeño a medida que la fisura se aleja del cubo y, en el caso de la profundidad, los errores son mayores para las fisuras más pequeñas.

Para completar el estudio de la comparación entre los valores originales y los estimados por la red, se ha realizado el análisis de los residuos. En las Figuras 9 y 10 se muestran las gráficas de los residuos ( $y_i^{est} - y_i$ ) frente a los valores predichos por la red, para  $\xi_c$  y  $\alpha$ , respectivamente. En ambos casos, los residuos se distribuyen aleatoriamente y no presentan ningún patrón.

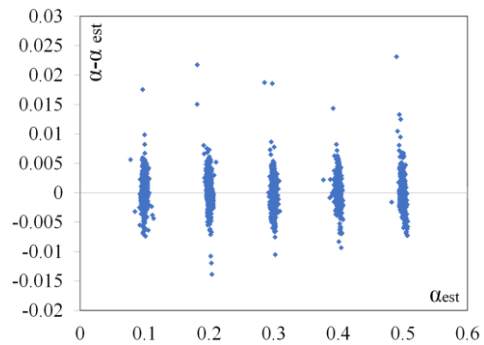
### 3.1.2. Comparación con valores no usados en el entrenamiento de la red

Con el objetivo de comprobar la robustez y precisión de la RNA propuesta se han elegido aleatoriamente 8 casos de vigas con características diferentes a las utilizadas para su formulación. En la Tabla 4 se muestran los resultados obtenidos.

Como se puede ver el Tabla 4, la estimación ofrece buenos resultados, en ninguno de los casos el error es mayor del 10 %. En el caso de la profundidad el máximo es de 8 % para  $\alpha=0.12$ , y en el caso de la posición es de 9% para  $\xi_c=0.22$ .



**Figura 9.** Valores estimados frente a residuos para la variable  $\xi_c$ .



**Figura 10.** Valores estimados frente a residuos para la variable  $\alpha$ .

**Tabla 4.** Comparación con valores no usados en la formulación de la RNA.

$\Omega$ (rad/s)	$S_L$	$r_c$	$\alpha$	$\alpha$ estimado	$\xi_c$	$\xi_c$ estimado
5.4	85	0.12	0.17	0.17	0.21	0.20
9.6	210	0.23	0.34	0.34	0.58	0.59
5.8	132	0.08	0.42	0.42	0.68	0.68
6.3	133	0.23	0.12	0.13	0.66	0.65
2.1	75	0.12	0.27	0.27	0.43	0.43
3.4	216	0.01	0.16	0.17	0.89	0.89
8.5	98	0.17	0.48	0.46	0.22	0.20
1.5	106	0.25	0.38	0.35	0.77	0.76

## 4. Conclusiones

En este trabajo se presenta el estudio teórico inicial, necesario para la posterior aplicación práctica, del desarrollo de una Red Natural Artificial (RNA) para la detección e identificación de fisuras en vigas rotatorias tipo Euler-Bernoulli a bajas velocidades, típicas, por ejemplo, de palas de aerogeneradores o palas de helicóptero.

La metodología propuesta, basada en RNA, ofrece muy buenos resultados teóricos en la estimación de la profundidad y la posición de la fisura. Si se comparan las estimaciones obtenidas con los datos empleados para la formulación de las RNA los errores para ambas variables no superan el 2%. Si la comparación se

realiza con valores, obtenidos del modelo matemático, diferentes a los usados en el desarrollo de la red, la estimación, como cabía esperar, es un poco peor, pero en ningún caso de los analizados supera el 10%.

El último paso que será imprescindible abordar para completar la validación de la metodología propuesta es la validación práctica. En este último paso se prevé disponer de un dispositivo experimental que permita variar la velocidad de giro y en el que se realizarán ensayos con probetas de diferentes radios de cubo, esbelteces y fisuras de diferente tamaño y posición. Los ensayos proporcionarán, en cada caso, los valores de las frecuencias naturales que servirán de entrada a la RNA desarrollada. Debido a la simplificación de las ecuaciones de partida de comportamiento de la viga y a los errores inevitables de medición en los ensayos, se espera que los errores que se obtengan en la comprobación práctica sean mayores que los obtenidos teóricamente, aunque siempre dentro de límites aceptables para la validación del método.

En definitiva, la metodología propuesta supone un imprescindible primer paso en el desarrollo de una RNA que permita detectar e identificar fisuras en elementos tan estratégicos en la industria como las vigas rotatorias.

## 5. Agradecimientos

Las autoras desean agradecer la financiación recibida para realizar este trabajo al proyecto PID2019-104799GB-I00 y a la Comunidad de Madrid a través de Acción financiada por la Comunidad de Madrid a través de la línea de "Excelencia del Profesorado Universitario" del Convenio Plurianual con la UC3M (EPUC3M20), en el marco del V PRICIT (V Plan Regional de Investigación Científica e Innovación Tecnológica)

## 6. Referencias

- [1] Lee, J.W. et al., In-plane bending vibration analysis of a rotating beam with multiple edge cracks by using the transfer matrix method. *Meccanica*, 52, 1143–1157 (2017).
- [2] Wauer, J., Dynamics of cracked rotating blades. *Applied Mechanics Reviews*, 44, 273-278 (1991).
- [3] Valverde-Marcos, B. et al. Influence of the rotation speed on the dynamic behaviour of a cracked rotating beam. *Theoretical and applied fracture mechanics*, 117, 103209 (2022).
- [4] Bhat, R.B. Transverse vibrations of a rotating uniform cantilever beam with tip mass as predicted by using beam characteristic orthogonal polynomials in the Rayleigh-Ritz Method. *Journal of Sound and Vibration* 105(2), 199-210 (1986).
- [5] Liu, S.W. et al. Detection of cracks using neural networks and computational mechanics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 191, 2831-2845 (2002).
- [6] Kekan, A.H. et al. Crack depth and crack location identification using artificial neural network. *International Journal of Mechanical and Production Engineering Research and Development* 9(2), 699-678 (2019).
- [7] Muñoz-Abella, B. et al. Cracked rotor diagnosis by means of frequency spectrum and artificial neural networks. *Smart Structures and Systems* 25(4), 459-469 (2020).
- [8] Muñoz-Abella, B. et al.: Modelo de comportamiento vibratorio de una viga rotatoria fisurada. Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica, Jaén, España 2021.
- [9] Banerjee, J.R.: Free vibration of centrifugally stiffened uniform and tapered beams using the dynamic stiffness method. *Journal of Sound and Vibration* 233(5), 857-875 (2000).
- [10] Chondros, T.G. et al.: A continuous cracked beam vibration theory. *Journal of Sound and Vibration*, 215, 17-34 (1998).
- [11] Lee, J.W. et al.: Free vibration analysis of a rotating double-tapered beam using the transfer matrix method. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 34(7), 2731-2744 (2020).
- [12] Haykin, S.: *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*. Prentice Hall (1999).
- [13] Matlab. *Neural network toolbox users guide* (2002), MATLAB™.