

COEFICIENTE REDUCTOR DE CHRISTIANSEN DISEÑO DE UN RIEGO POR ASPERSIÓN

Franquet-i-Bernis, Josep M.

Universitat Rovira i Virgili, Departamento de Ingeniería Mecánica, Tarragona, Spain.

RESUMEN

El cálculo de las pérdidas de carga en una tubería con distribución discreta del gasto, régimen permanente y uniforme, caudal constante por derivación y salidas equidistantes (conducción a presión con servicio en ruta), fue abordado y resuelto por *Christiansen* en el año 1942, para el caso en que la primera derivación estuviera situada a una distancia del extremo aguas arriba de la tubería igual al espaciamiento existente entre todas las derivaciones. Posteriormente, en 1957, *Jensen* y *Fratini* introdujeron la correspondiente modificación en el valor del coeficiente de *Christiansen* para el caso de que la primera salida se hallara a una distancia del comienzo del ramal (línea portagoteros o portaaspersores) igual a la mitad de su espaciamiento. Dichas circunstancias se vienen presentando, sistemáticamente, en el diseño de las redes de riego por aspersión y en los localizados de alta frecuencia (microaspersión, exudación y goteo).

Como aplicación, se plantea y resuelve un caso práctico de riego por aspersión semifijo americano, a base de ala móvil de nueve rociadores clásicos de impacto en separación rectangular, para terreno llano de cultivo de huerta, calculándose todos los parámetros precisos para el correcto diseño hidráulico de la instalación.

Palabras clave: tubería, riego, aspersión, aproximación, caudal, salidas, servicio en ruta, uniformidad.

RESUM

El càlcul de les pèrdues de càrrega en una canonada amb distribució discreta de l'aigua, règim permanent i uniforme, cabal constant per derivació i sortides equidistants (conducció a pressió amb servei en ruta), fou estudiat i resolt per *Christiansen* l'any 1942, per al cas que la primera derivació es situés a una distància de l'extrem aigües amunt de la canonada igual a l'interval existent entre les mateixes derivacions. Posteriorment, al 1957, *Jensen* i *Fratini* introduïren la corresponent modificació en el valor del coeficient de *Christiansen* per al cas que la primera sortida es trobi a una distància de l'inici de la canonada (línia portagoters o portaaspersors) igual a la meitat d'aquell interval. Les esmentades circumstàncies es presenten, sistemàticament, en el disseny de les xarxes de reg per aspersió i en els localitzats d'alta freqüència (microaspersió, exsudació i degoteig).

Com aplicació, s'ha plantejat i resolt un cas pràctic de reg per aspersió semi-fix americà, consistent en un ala mòbil de nou aspersors clàssics d'impacte en separació rectangular, amb terreny pla per conreu d'horta, calculant-se tots els paràmetres precisos per al correcte disseny hidràulic de la instal·lació.

Paraules clau: canonada, reg, aspersió, aproximació, cabal, sortides, servei en ruta, uniformitat.

ABSTRACT / SUMMARY

The estimate of load loss in a pipeline with a discreet cost distribution, a permanent and uniform regimen, a constant flow by derivation and equidistant outlets (conduction under pressure with service in route), was approached and resolved by Christiansen in 1942, in which case the first derivation is situated at the farthest distance upstream of the pipeline equal to the existing space between the derivations. Later, in 1957, Jensen and Fratini introduced the corresponding modification in the value of the coefficient by Christiansen, in which case the first outlet of the branch is found at a distance (sprinkling or spray line) equal to half of its space. Such circumstances occur systematically, in the design of watering networks by spray and in those sites of high frequency (microspray, exudation and sprinkling).

As an application, a practical case of American semi-fixed sprinkler irrigation is proposed and solved, based on a mobile wing with nine classic impact sprinklers in rectangular separation, for flat orchard cultivation land, calculating all the precise parameters for the correct hydraulic design of the installation.

Key words: pipeline, irrigation, sprinkling, approach, flow, exits, en-route service, uniformity.

1. El coeficiente reductor de Christiansen

Tenemos el caso general de una tubería con servicio en ruta, con n_0 derivaciones de caudal constante, con un distanciamiento entre salidas l y encontrándose la primera derivación a una distancia l_0 del origen de la conducción, según puede verse en la Figura 1:

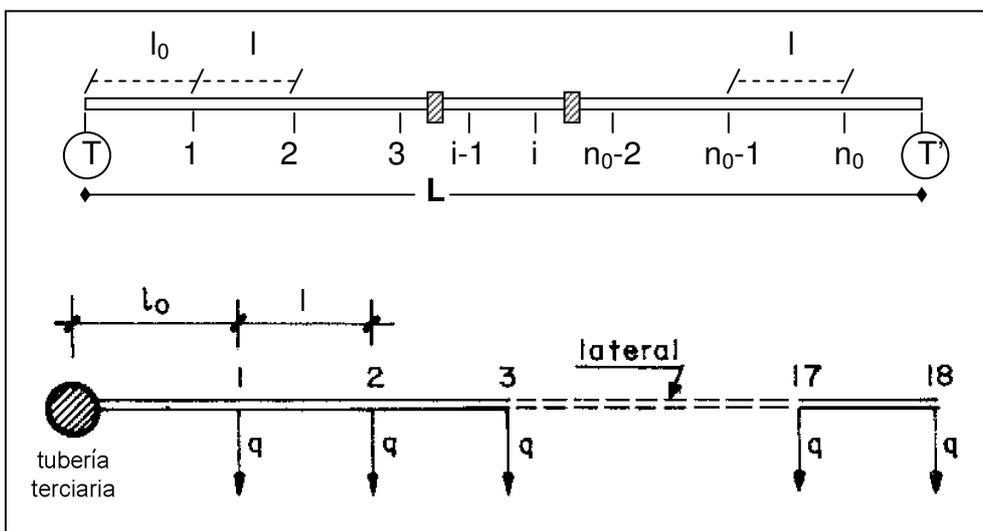


Fig. 1. Tubería con servicio en ruta y derivaciones equidistantes de caudal constante q .

En la que se cumplirá $\forall l / l_1 = l_2 = \dots = l_i = \dots = l$.

Pues bien, el caudal de salida de T , que se agota en T' , será:

$$Q = n_0 \cdot q ,$$

y la longitud total de la conducción, teniendo en cuenta que: $l_0 = r \cdot l$, es:

$$L = l_0 + (n_0 - 1) \cdot l = (r + n_0 - 1) \cdot l$$

Teóricamente, en una tubería de las características expresadas, el coeficiente de reducción por salidas, aplicable a las pérdidas de carga que experimenta una tubería con servicio único en su extremo final, respondería a la expresión:

$$F = \frac{1}{n_0^{1+m}} \cdot \sum_{i=1}^{n_0} i^m,$$

para la cual Christiansen (1942) obtuvo la función aproximada siguiente:

$$F = \frac{1}{1+m} + \frac{1}{2 \cdot n_0} + \frac{\sqrt{m-1}}{6 \cdot n_0^2}, \text{ en la cual:}$$

n_0 = número de derivaciones o salidas.
 m = exponente de la fórmula utilizada en el cálculo hidráulico de las pérdidas de carga.

El problema que aquí se plantea constituye una generalización del problema clásico de una tubería sencilla con varias tomas intermedias (de un número no excesivo) y diámetro constante, cuya resolución suele presentarse por aplicación de la conocida fórmula de Darcy y la determinación previa de la línea de niveles piezométricos (Franquet, 2019).

En el caso de tratarse de derivaciones equidistantes y caudal constante q por cada una de ellas, la determinación de dicha línea piezométrica de obtendría dividiendo la carga total h en partes proporcionales a la sucesión de números reales: $n_0^2, (n_0-1)^2, \dots, 1$.

Veamos que, en función del número n_0 de salidas o derivaciones iguales del caudal q , el coeficiente reductor F de Christiansen sigue trayectorias diferentes según la formulación empleada en el diseño hidráulico, como puede comprobarse en el siguiente gráfico:

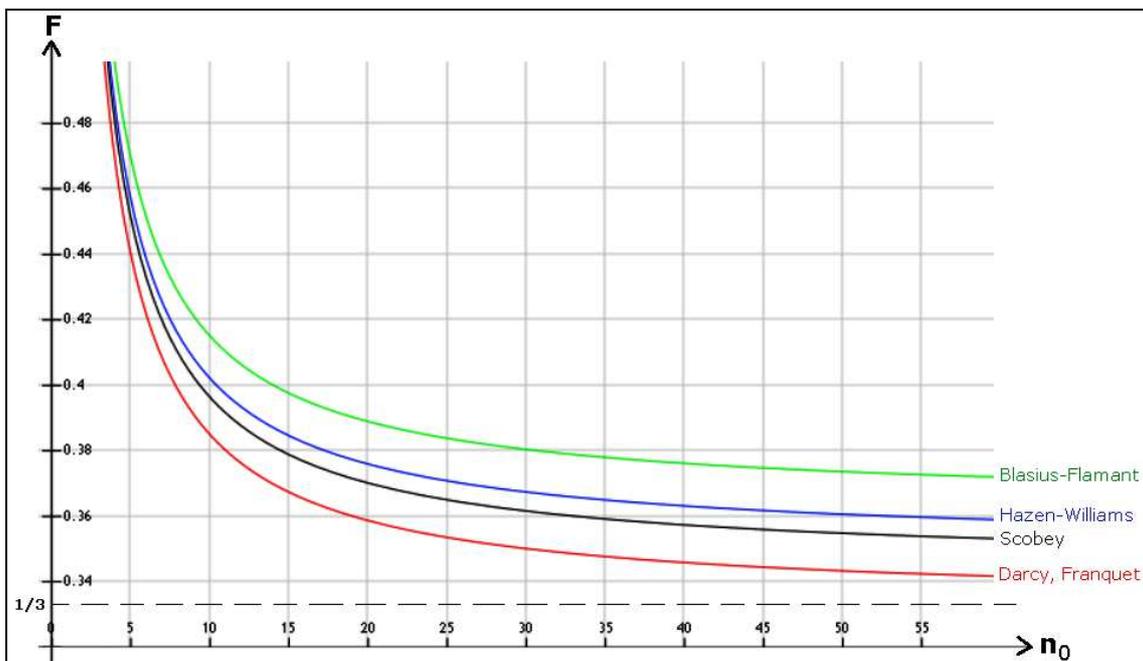


Fig. 2. Trayectoria de F según la formulación.

Las 4 funciones representadas en la Fig. 2, respectivamente, son las siguientes:

- Blasius-Flamant, Cruciani-Margaritora ($m = 1.75$):

$$F = \frac{1}{2.75} + \frac{1}{2 \cdot n_0} + \frac{\sqrt{0.75}}{6 \cdot n_0^2} = 0.364 + \frac{0.5}{n_0} + \frac{0.144}{n_0^2}.$$

- Hazen-Williams (1920), Ludin (1932), ($m = 1.852$):

$$F = \frac{1}{2.852} + \frac{1}{2 \cdot n_0} + \frac{\sqrt{0.852}}{6 \cdot n_0^2} = 0.351 + \frac{0.5}{n_0} + \frac{0.154}{n_0^2}.$$

- Scobey, Biegeleisen-Bukowsky, Meyer-Peter (1931), ($m = 1.9$):

$$F = \frac{1}{2.9} + \frac{1}{2 \cdot n_0} + \frac{\sqrt{0.9}}{6 \cdot n_0^2} = 0.345 + \frac{0.5}{n_0} + \frac{0.158}{n_0^2}.$$

- Darcy-Weisbach, Franquet, Manning-Strickler-Gaukler (1923), Tillmann, Lèvy (1899), Ganguillet-Kütter (1870), Dupuit, Bazin (1897), Mognie, Sonier, Colombo, Catani ($m = 2$):

$$F = \frac{1}{3} + \frac{1}{2 \cdot n_0} + \frac{1}{6 \cdot n_0^2} = \frac{2 \cdot n_0^2 + 3 \cdot n_0 + 1}{6 \cdot n_0^2} = 0.333 + \frac{0.5}{n_0} + \frac{0.167}{n_0^2}.$$

Puede revestir cierto interés por su utilidad en algunos casos concretos, además de las anteriores, considerar otras expresiones como las siguientes:

- Scimemi ($m = 1.78571$):

$$F = \frac{1}{2.78571} + \frac{1}{2 \cdot n_0} + \frac{\sqrt{0.78571}}{6 \cdot n_0^2} = 0.359 + \frac{0.5}{n_0} + \frac{0.148}{n_0^2}$$

- Veronese-Datei, Stucky, Lampe ($m = 1.8$):

$$F = \frac{1}{2.8} + \frac{1}{2 \cdot n_0} + \frac{\sqrt{0.8}}{6 \cdot n_0^2} = 0.357 + \frac{0.5}{n_0} + \frac{0.149}{n_0^2}$$

- Wegmann-Aeryns ($m = 1.856$):

$$F = \frac{1}{2.856} + \frac{1}{2 \cdot n_0} + \frac{\sqrt{0.856}}{6 \cdot n_0^2} = 0.350 + \frac{0.5}{n_0} + \frac{0.154}{n_0^2}$$

- Eytelwein (1801), ($m = 1.944$):

$$F = \frac{1}{2.944} + \frac{1}{2 \cdot n_0} + \frac{\sqrt{0.944}}{6n_0^2} = 0.340 + \frac{0.5}{n_0} + \frac{0.162}{n_0^2}.$$

De este modo, teniendo en cuenta que en la formulación propuesta por nosotros se tiene que el exponente de la velocidad es justamente $m = 2.00$, hemos elaborado la siguiente tabla 1 con su correspondiente Fig. 3, para los valores de la relación $r \in (1/4, 1/2, 3/4, 1, 1 1/4, 1 1/2, 1 3/4, 2)$:

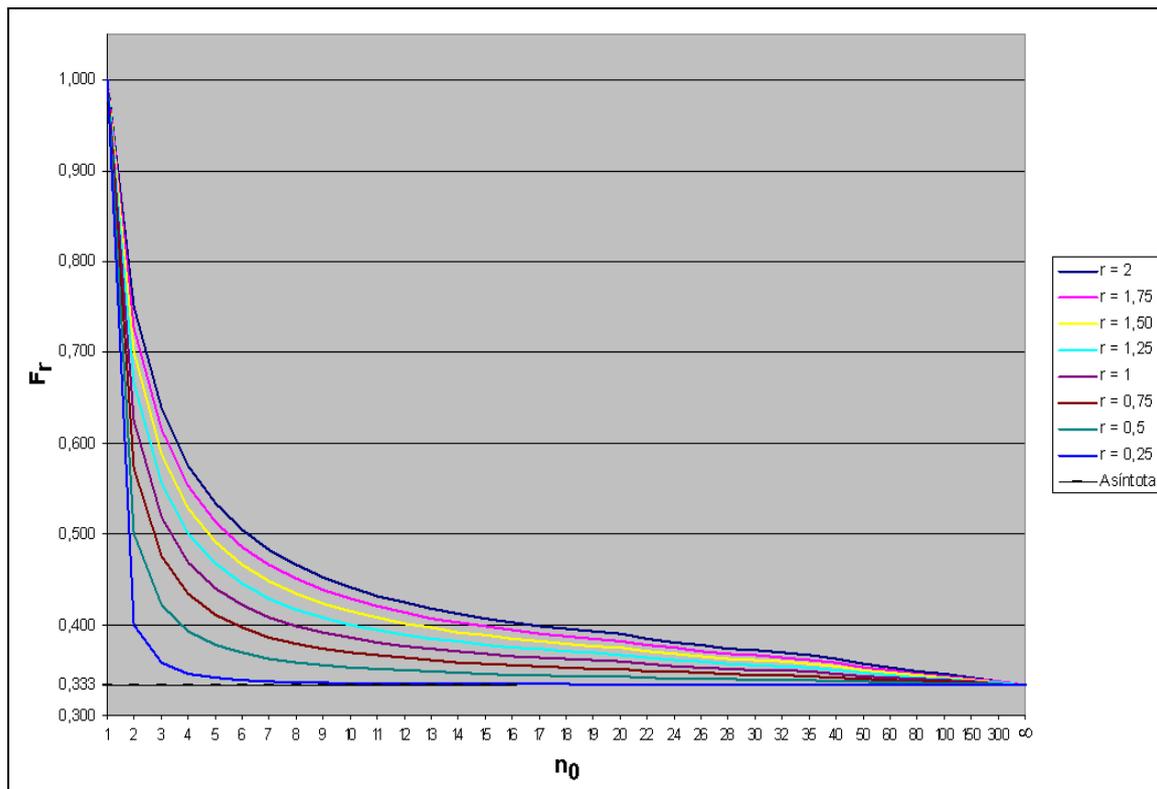


Fig. 3. Coeficiente de reducción por salidas F_r ($m = 2.00$).

Hace falta apuntar, en definitiva que, al ser posible encontrarnos, en la práctica, con cualquier valor del parámetro r , este coeficiente generalizado permite el cálculo directo de las pérdidas de carga continuas en una conducción forzada de característica única, formada por un tramo inicial de cualquier longitud en régimen permanente y uniforme o estacionario y de un tramo final con distribución discreta del caudal y servicio en ruta.

Tabla 1. Coeficiente de reducción por salidas para diferentes valores de r , F_r ($m = 2.00$).

n_0	F_2	$F_{1.75}$	$F_{1.50}$	$F_{1.25}$	F_1	$F_{0.75}$	$F_{0.50}$	$F_{0.25}$
1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2	0.750	0.727	0.700	0.667	0.625	0.571	0.500	0.400
3	0.639	0.615	0.587	0.556	0.519	0.475	0.422	0.358
4	0.575	0.553	0.528	0.500	0.469	0.433	0.393	0.346
5	0.533	0.513	0.491	0.467	0.440	0.411	0.378	0.341
6	0.504	0.486	0.466	0.444	0.421	0.396	0.369	0.339
7	0.482	0.465	0.448	0.429	0.408	0.386	0.363	0.337
8	0.465	0.450	0.434	0.417	0.398	0.379	0.358	0.336
9	0.452	0.438	0.423	0.407	0.391	0.374	0.355	0.336
10	0.441	0.428	0.414	0.400	0.385	0.369	0.353	0.335
11	0.432	0.420	0.407	0.394	0.380	0.366	0.351	0.335
12	0.424	0.413	0.401	0.389	0.376	0.363	0.349	0.335
13	0.418	0.407	0.396	0.385	0.373	0.360	0.348	0.334
14	0.412	0.402	0.392	0.381	0.370	0.358	0.347	0.334
15	0.407	0.398	0.388	0.378	0.367	0.357	0.346	0.334
16	0.403	0.394	0.384	0.375	0.365	0.355	0.345	0.334
17	0.399	0.390	0.382	0.373	0.363	0.354	0.344	0.334
18	0.395	0.387	0.379	0.370	0.362	0.353	0.343	0.334
19	0.392	0.384	0.377	0.368	0.360	0.352	0.343	0.334
20	0.389	0.382	0.374	0.367	0.359	0.351	0.342	0.334
22	0.384	0.378	0.371	0.364	0.356	0.349	0.341	0.334
24	0.380	0.374	0.368	0.361	0.354	0.348	0.341	0.334
26	0.377	0.371	0.365	0.359	0.353	0.347	0.340	0.334
28	0.374	0.368	0.363	0.357	0.351	0.346	0.340	0.334
30	0.371	0.366	0.361	0.356	0.350	0.345	0.339	0.334
32	0.369	0.364	0.359	0.354	0.349	0.344	0.339	0.333
35	0.366	0.361	0.357	0.352	0.348	0.343	0.338	0.333
40	0.362	0.358	0.354	0.350	0.346	0.342	0.338	0.333
50	0.356	0.353	0.350	0.347	0.343	0.340	0.337	0.333
60	0.353	0.350	0.347	0.344	0.342	0.339	0.336	0.333
80	0.348	0.346	0.344	0.342	0.340	0.338	0.335	0.333
100	0.345	0.343	0.342	0.340	0.338	0.337	0.335	0.333
150	0.341	0.340	0.339	0.338	0.337	0.336	0.334	0.333
300	0.337	0.337	0.336	0.336	0.335	0.334	0.334	0.333
∞	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333

Fuente: Franquet (2019).

2. Características del riego por aspersión

El ejemplo que se desarrolla a continuación, consistente en el diseño de un sistema semi-fijo de riego por aspersión con aspersores clásicos de impacto, tiene las siguientes características:

- El consumo de agua y mano de obra es menor que el requerido para el riego por surcos o por inundación. Las presiones elevadas comportan un mayor consumo de energía que los riegos localizados de alta frecuencia o RLAF (microaspersión, exudación y goteo).
- No exige nivelación del terreno, que lleva aparejada la indeseable inversión de horizontes, resultando adecuado para cultivos extensivos o de huerta, como es el caso que nos ocupa.
- Supone una mayor versatilidad del riego, con adaptación inmediata de un cultivo a otro, lo que posee elevado interés en las rotaciones.
- Se puede dosificar el agua y la distribución de abonos químicos solubles (fertirrigación) con una buena precisión.
- El riego de la vegetación por aspersión es total y se distribuye suavemente el agua sobre toda el área deseada (efecto "lluvia natural"), aunque la humedad provocada en la zona foliar y del tallo, junto a temperaturas altas, podrían provocar la aparición de enfermedades criptogámicas.

3. Necesidades de agua y recubrimiento superficial

Pues bien, como aplicación de los diversos conceptos anteriormente estudiados acerca de la función de Christiansen, se trata aquí del diseño de una instalación móvil de riego por aspersión en sistema semi-fijo americano de separación rectangular, en terreno llano, a base de un ramal desplazable de 165 m de longitud, formado por 27.5 tubos de 6 m de duraluminio con juntas rápidas, para el riego de 5 ha de huerta, con un módulo unitario de riego de 0.8 l/s y ha, altura de los aspersores de 1.00 m y con agua procedente de un pozo a una temperatura media anual de 20° C. La impulsión tiene lugar mediante un grupo electrobomba que también es preciso dimensionar. En cabecera se precisará un caudal de:

$$Q = 5 \text{ ha} \times 0.8 \text{ l/s y ha} = 4.0 \text{ l/s,}$$

y el volumen de riego en jornada de 8 horas será: $4.0 \times 3600 \times 8 = 115200$ litros/posición, ello teniendo en cuenta que cada posición cubre una superficie de la "unidad parcelaria de riego" de: $S_u = 30 \times 159 = 4770 \text{ m}^2$; considerando ahora (a falta de determinaciones más precisas como las ofrecidas por el ábaco de Schwalem-Frost o bien las obtenidas mediante el empleo *in situ* de tanques de evaporación o evaporímetros-lisímetros como el del tipo Piche o similar) unas pérdidas medias por evaporación de un 8% (oscilan generalmente entre el 5% y el 10%) ello equivale a una pluviometría o dosis real de riego de: $d_r = (115200 \text{ l}/4770 \text{ m}^2) \times 0.92 = 22.22 \text{ mm}$, lo que supone una intensidad horaria de precipitación de: $22.22/8 = 2.78 \text{ mm/h}$.

Por otra parte, utilizando boquillas o toberas de diámetro $d = 5.3$ mm, con una presión teórica de trabajo en cabecera de $h = 2.5$ bar (kp/cm^2), $H = 2.3$ bar en la boquilla de los aspersores (considerando prudentemente una pérdida de carga del 8%) y un ángulo del chorro con la horizontal de $\alpha = 30^\circ$, el alcance real de estos aspersores viene dado por la expresión aproximada (despreciando la longitud de la caña del aspersor que le proporciona algún mayor alcance):

$$R = 1.35\sqrt{d \times H} = 1.35\sqrt{5.3 \times 23} \cong 15 \text{ m.}$$

De hecho, adoptaremos este valor del alcance real que resulta sensiblemente inferior al proporcionado por la ecuación parabólica teórica de eje vertical del tiro oblicuo, a saber: $y = x \cdot \text{tg} \alpha - \frac{g \cdot x^2}{2V_0^2 \cdot \cos^2 \alpha}$, que se deduce de las ecuaciones paramétricas de la trayectoria eliminando el tiempo (t) entre ellas:

$$x = V_0 \cdot t \cdot \cos \alpha ; y = V_0 \cdot t \cdot \sin \alpha - \frac{g \cdot t^2}{2} ,$$

que son las coordenadas de una partícula de agua del chorro en un instante t cualquiera, por lo que considerando una altura del aspersor de 1.00 m sobre el terreno, se tendría un alcance teórico, derivado de la velocidad inicial del chorro, de:

$$1 + x \cdot \text{tg} \alpha = \frac{g \cdot x^2}{2 \cdot V_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} ; \text{ a su vez: } V_0 = \frac{q}{S} = \frac{4 \times 0.0004}{\pi \times 0.0053^2} = 20.15 \text{ m/s, de donde:}$$

$$x = \frac{\left(\frac{1}{x} + \text{tg} \alpha\right) \cdot 2V_0^2 \cdot \cos^2 \alpha}{g} = \frac{\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \times 2 \times 20.15^2 \times \frac{3}{4}}{9.81} = \frac{\frac{609}{x} + 351.64}{9.81} ,$$

de lo que se deduce la ecuación: $9.81x^2 - 351.64x - 609 = 0$, que ofrece un valor teórico del alcance de: $x = 37.50$ m. Si no hubiéramos tenido en cuenta la longitud de la caña que soporta el aspersor, el valor teórico de dicho alcance sería, cuando $y = 0$:

$$\begin{aligned} \text{tg} \alpha &= \frac{g \cdot x}{2 \cdot V_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} ; x = \frac{\text{tg} \alpha \cdot 2 \cdot V_0^2 \cdot \cos^2 \alpha}{g} = \frac{V_0^2 \cdot 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{g} = \frac{V_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g} = \\ &= \frac{20.15^2 \cdot \sin 60^\circ}{9.81} = \frac{406 \times \sqrt{3}}{2 \times 9.81} = 35.84 \text{ m}; \quad \Delta x = 37.50 - 35.84 = 1.66 \text{ m,} \end{aligned}$$

con lo que la elevación (1.00 m) del aspersor mediante su caña proporciona un sobrealcance de 1.66 m sobre el terreno de huerta.

Hay que tener en cuenta, al respecto, que el ángulo teórico de alcance máximo del aspersor vendrá dado por la condición de extremo necesaria o de primer grado:

$$\frac{dx}{d\alpha} = \frac{2V_0^2 \cdot \cos 2\alpha}{g} = 0 \Rightarrow \cos 2\alpha = 0 \Rightarrow 2\alpha = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 45^\circ = \pi/4 \text{ radianes.}$$

Del mismo modo, la condición suficiente o de 2º grado exige:

$$\frac{d^2x}{d\alpha^2} = \frac{-4V_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g} < 0, \text{ puesto que } \sin 2\alpha > 0 \text{ (primer cuadrante),}$$

con lo que queda acreditada la condición de alcance máximo del aspersor con el ángulo $\alpha = 45^\circ$ aunque se ha observado, en la práctica (rozamiento con el aire, dispersión del chorro, evaporación, etc.), que resulta más conveniente adoptar el valor $\alpha = 30^\circ$, que es el corriente en los aparatos comerciales (Fig. 4).

La velocidad instantánea del chorro, en un punto cualquiera de su trayectoria, resulta de sumar vectorialmente las dos velocidades según los ejes coordenados rectangulares, normales entre sí, o sea:

$$\begin{aligned} V &= \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{V_0^2 \cdot \cos^2 \alpha + (V_0 \cdot \sin \alpha - gt)^2} = \\ &= \sqrt{V_0^2 - 2 \cdot g \cdot y} = \sqrt{20 \cdot 15^2 - 2 \cdot 9.81 \cdot y} = \sqrt{406 - 19.62 \cdot y} \end{aligned}$$

La altura máxima (flecha) teórica sobre el terreno que alcanzará el chorro de agua se deduce de la condición necesaria o de primer grado:

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \alpha - \frac{g \cdot x}{V_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} = 0; \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{g \cdot x}{V_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} \rightarrow 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{2 \cdot g \cdot x}{V_0^2} = \sin 2\alpha,$$

lo que exige: $x = \frac{V_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{2g}$, que es la mitad del alcance máximo del aspersor.

Se trata, evidentemente, de un máximo absoluto, puesto que también se cumple la condición suficiente o de segundo grado siguiente:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{g}{V_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} < 0. \text{ Substituyendo ahora el valor obtenido en la ecuación}$$

inicial (que se corresponde con la mitad de la abscisa del alcance máximo teórico) se tiene:

$$y_{\max} = \frac{V_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{2g} \times \operatorname{tg} \alpha - \frac{g \times \frac{V_0^4 \cdot \sin^2 2\alpha}{4g^2}}{2 \cdot V_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} = \dots = \frac{V_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g},$$

y la altura máxima teórica del chorro sobre el terreno de cultivo será:

$$1.00 + y_{\max} = 1.00 + \frac{20 \cdot 15^2 \times (1/4)}{2 \times 9.81} = 1.00 + 5.17 = 6.17 \text{ m.}$$

En cualquier caso, la altura máxima real quedará limitada por la de la parábola real que produce un alcance máximo de sólo $R = 15.00$ m, por lo que habrá que estimar la velocidad inicial correspondiente que lo origina. Esto es:

$$R = 15.00 = \frac{V_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g} = \frac{V_0^2 \times \sqrt{3}}{2g}; \text{ de donde: } V_0 = \sqrt{\frac{30 \cdot g}{\sqrt{3}}} = 13 \text{ m/s},$$

y la altura máxima real de elevación del chorro de agua sobre el terreno será:

$$1.00 + y_{\max} = 1.00 + \frac{13^2 \times (1/4)}{2 \times 9.81} = 1.00 + 2.15 = 3.15 \text{ m},$$

y la velocidad mínima del agua en el chorro, pues, tendrá lugar justo a mitad de la trayectoria, cuando $y_{\max} = 2.15$ m, con un valor:

$$V = \sqrt{169 - 19.62 \times 2.15} = 11.26 \text{ m/s},$$

mientras que el tiempo que invierte cada partícula de agua desde su salida de la tobera del aspersor, hasta su caída al suelo, se deducirá de la ecuación paramétrica de la ordenada de la trayectoria con $y = 0$, por lo que:

$$V_0 \cdot t \cdot \sin \alpha = \frac{g t^2}{2}, \text{ y entonces: } t = \frac{2 \cdot V_0 \cdot \sin \alpha}{g} = \frac{2 \times 13 \times \sin 30^\circ}{9.81} = 1.33 \text{ s},$$

aunque también puede deducirse dicha expresión a partir de la del alcance máximo del chorro y substituyéndola en la ecuación paramétrica de la abscisa de la trayectoria, con lo que:

$$t = \frac{x}{V_0 \cdot \cos \alpha} = \frac{V_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g \cdot V_0 \cdot \cos \alpha} = \frac{2 \cdot V_0 \cdot \sin \alpha}{g}, \text{ c.s.q.d.}$$

El alcance real adoptado representa, pues, solamente un:

$$\frac{R}{x_{\max}} = \frac{15.00 \text{ m}}{37.50 \text{ m}} \times 100 = 40\% \text{ del alcance teórico del aspersor. Y ello es}$$

así porque la resistencia ofrecida por el aire, viento, polvo en suspensión, etc. modifican intensamente todos los cálculos anteriores y más teniendo en cuenta las elevadas velocidades de salida del chorro por la boquera. En el vacío, no obstante, todas esas fórmulas serían de exacta aplicación.

El número de aspersores necesarios viene dado por la expresión:

$$n_0 = \frac{L' - (l_0 + R)}{l} = \frac{177 - (18 + 15)}{18} + 1 = 9,$$

con el siguiente significado:

$$\left\{ \begin{array}{l} n_0 = n^\circ \text{ de aspersores necesarios por ramal lateral} \\ l = \text{separación entre aspersores} \\ L' = \text{distancia entre la tubería principal y el límite del área de riego} \\ \quad (L' = L + R = 9 \cdot 18 + 15 = 177 \text{ m}) \\ l_0 = \text{distancia entre la tubería principal y el primer aspersor} \end{array} \right.$$

Si ahora tenemos en cuenta que hay un aspersor cada 3 tubos, habrá efectivamente 9 aspersores en la línea con un caudal unitario medio de:

$$q = \frac{Q \times 3600}{n_0} = \frac{4 \times 3600}{9} = 1600 \text{ l/h, lo que implica, efectivamente, por aplicación}$$

de la fórmula de Torricelli, unas boquillas de diámetro:

$$d = \sqrt{\frac{q}{12.55 \times C \times \sqrt{H}}} = \sqrt{\frac{1600}{12.55 \times 0.96 \times \sqrt{23}}} = 5.3 \text{ mm}$$

que, en todo caso, habrá que ajustar a los modelos comerciales del mercado, habiendo considerado un coeficiente de contracción del chorro de $C = 0.96$. Se trata, en definitiva, de una conducción con servicio en ruta y salidas equidistantes: $l_0 = l = 18 \text{ m}$ (con $r = l_0/l = 1$), por lo que procede la aplicación de la expresada fórmula de Christiansen para la determinación de las pérdidas continuas de carga resultantes.

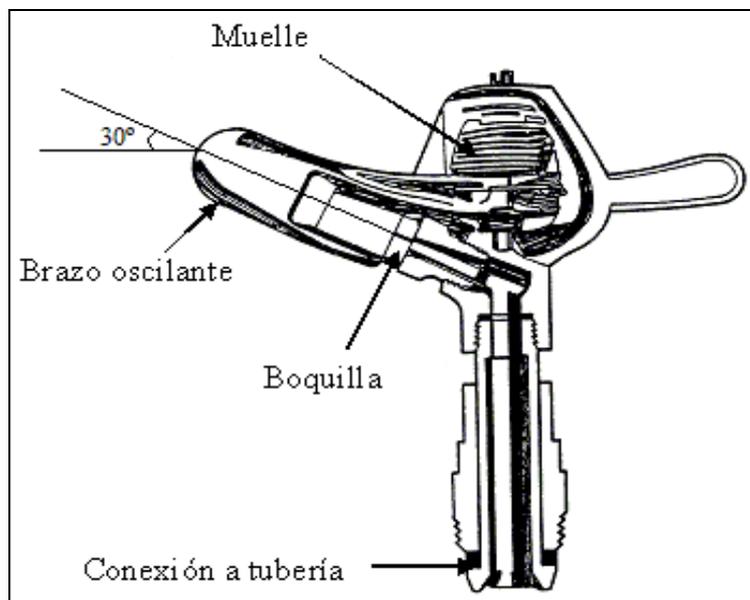


Fig. 4. Componentes de un aspersor clásico de impacto.

Teniendo en cuenta el 8% expresado de pérdidas por evaporación, pues, el caudal efectivo de cada aspersor será de: $q = 1600 \times 0.92 = 1472 \text{ l/h}$, con un volumen efectivo de agua por posición de:

$9 \times 1472 \text{ l/h} = 13248 \text{ l/h}$, que equivale a una intensidad pluviométrica efectiva horaria de:

$$i = \frac{13248 \text{ l/h}}{4770 \text{ m}^2} = 2.78 \text{ mm/h}, \text{ de lo que cabe deducir un módulo real de riego de:}$$

$$m_r = S_u \times i = 4770 \text{ m}^2 \times 2.78 \text{ l/m}^2 \cdot \text{h} = 13248 \text{ l/h.}$$

Por lo que se refiere al índice de eficacia, que trata de reflejar el grado de pulverización de estos aspersores, podemos aplicar cinco índices distintos según sus autores, a saber (Gómez, 1981):

- Oehler: $I = \frac{R}{H} = \frac{15}{23} = 0.65 < 0.70$ (pulverización óptima)

- Tanda:

$$\left\{ \begin{array}{l} K_1 = \frac{H}{10 \cdot q^{0.4}} = \frac{23}{10 \times 0.444^{0.4}} = 3.18 \text{ (buena pulverización)} \\ K_2 = \frac{d}{H} = \frac{5.3}{23} = 0.23 \text{ (gota fina)} \end{array} \right.$$

- Degán: $P_d = \frac{H}{2000 \cdot r'} = \frac{23}{2000 \times 0.00265} = 4.34$

- Índice de gota: $I_g = 0.032 \times \frac{P^{1.3}}{d} = \frac{0.032 \times 230^{1.3}}{5.3} = 7.1 > 7$

que ofrecen resultados aceptables en todos los casos, con los siguientes significados:

$$\left\{ \begin{array}{l} R = \text{radio del círculo mojado (m)} \\ H = \text{altura piezométrica media en la boquilla (m.c.a.)} \\ q = \text{caudal teórico o nominal del aspersor (l/s)} \\ r' = \text{radio de la tobera (m)} \\ d = \text{diámetro de la boquilla (mm)} \\ P = \text{presión de trabajo en la boquilla (kPa)} \end{array} \right.$$

La viscosidad cinemática del agua vendrá dada por la expresión (Franquet, 2003), con $t = 20^\circ \text{ C}$:

$$\begin{aligned} \nu &= (1.7224 - 0.0461 \cdot t + 0.0006 \cdot t^2 - 0.000003 \cdot t^3) \times 10^{-6} = \\ &= (1.7224 - 0.922 + 0.24 - 0.024) \times 10^{-6} = 1.0164 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} = 1.0164 \text{ cSt.} \end{aligned}$$

Al objeto de conseguir una velocidad de circulación inicial próxima a 1.00 m/s, se prevén tubos de $\varnothing 3''$ ($76.2 \times 1.5 \text{ mm}$), con lo que:

$$D = D_i = 76.2 - 2 \times 1.5 = 73.2 \text{ mm, con una velocidad resultante inicial de:}$$

$$V_i = \frac{4 \times Q}{\pi \times D^2} = \frac{4 \times 0.004}{\pi \times 0.0732^2} = 0.95 \text{ m/s.}$$

Dicha velocidad irá disminuyendo progresivamente hasta el último aspersor del ramal, en donde únicamente será de (tabla 4):

$$V_f = \frac{4 \times Q}{\pi \times D^2} = \frac{4 \times 0.00044}{\pi \times 0.0732^2} = 0.11 \text{ m/s},$$

lo que implica una velocidad media aproximada de circulación del agua en el ramal de:

$$\bar{V} = \frac{V_i + V_f}{2} = \frac{0.95 + 0.11}{2} = 0.53 \text{ m/s}.$$

Las pérdidas unitarias continuas de carga pueden calcularse por aplicación de diversas formulaciones conocidas y usuales. Nosotros aplicaremos la formulación propuesta en nuestros estudios (Franquet, 2005), válida para 6 categorías diferentes de rugosidad y sus 5 intermedias, cuyo resumen puede verse en las tablas siguientes:

Tabla 2. Coeficientes de la formulación propuesta según las diferentes categorías de rugosidad.

Grado de rugosidad (k)	Material
1	Plásticos, vidrio, latón
2	Fibrocemento, aluminio
3	Acero, otros metales
4	Fundición
5	Hormigón
6	Cerámica

Fuente: elaboración propia.

Tabla 3. Expresiones propuestas de la velocidad, caudal y pérdida unitaria de carga continua para tuberías en servicio.

Rugosidad (k)	V (m/s)	Q (m ³ /s)	J (m/m)
1.0	$36.69 \cdot D^{0.6215} \cdot J^{0.5}$	$28.82 \cdot D^{2.6215} \cdot J^{0.5}$	$0.000743 \cdot V^2 \cdot D^{-1.243}$
1.5	$34.59 \cdot D^{0.62802} \cdot J^{0.5}$	$27.16 \cdot D^{2.62802} \cdot J^{0.5}$	$0.000845 \cdot V^2 \cdot D^{-1.256}$
2.0	$32.48 \cdot D^{0.63455} \cdot J^{0.5}$	$25.51 \cdot D^{2.63455} \cdot J^{0.5}$	$0.000948 \cdot V^2 \cdot D^{-1.2691}$
2.5	$30.51 \cdot D^{0.6411} \cdot J^{0.5}$	$23.96 \cdot D^{2.6411} \cdot J^{0.5}$	$0.001088 \cdot V^2 \cdot D^{-1.2821}$
3.0	$28.53 \cdot D^{0.6476} \cdot J^{0.5}$	$22.41 \cdot D^{2.6476} \cdot J^{0.5}$	$0.001229 \cdot V^2 \cdot D^{-1.2952}$
3.5	$27.14 \cdot D^{0.6516} \cdot J^{0.5}$	$21.32 \cdot D^{2.6516} \cdot J^{0.5}$	$0.001368 \cdot V^2 \cdot D^{-1.3032}$
4.0	$25.76 \cdot D^{0.6556} \cdot J^{0.5}$	$20.23 \cdot D^{2.6556} \cdot J^{0.5}$	$0.001507 \cdot V^2 \cdot D^{-1.3112}$
4.5	$24.06 \cdot D^{0.6605} \cdot J^{0.5}$	$18.89 \cdot D^{2.6605} \cdot J^{0.5}$	$0.001753 \cdot V^2 \cdot D^{-1.321}$
5.0	$22.36 \cdot D^{0.6654} \cdot J^{0.5}$	$17.56 \cdot D^{2.6654} \cdot J^{0.5}$	$0.002 \cdot V^2 \cdot D^{-1.3308}$
5.5	$20.86 \cdot D^{0.6713} \cdot J^{0.5}$	$16.38 \cdot D^{2.6713} \cdot J^{0.5}$	$0.002334 \cdot V^2 \cdot D^{-1.3426}$
6.0	$19.36 \cdot D^{0.67725} \cdot J^{0.5}$	$15.21 \cdot D^{2.67725} \cdot J^{0.5}$	$0.002668 \cdot V^2 \cdot D^{-1.3545}$

Fuente: elaboración propia.

Considerando, en este caso, una categoría de rugosidad $k = 2$, se tendrá:

$$J = \frac{0.000948 \times V^2}{D^{1.2691}} = \frac{0.000948 \times 0.95^2}{0.0732^{1.2691}} = 0.024 \text{ m/m} .$$

Debe tenerse en cuenta que en la fórmula anterior se han considerado las conducciones que nos ocupan, ya de entrada, como tubos “en servicio”. Del mismo modo, la formulación de Scobey (1930) con $K_s = 0.50$ (tubos usados) ofrece:

$$J = \frac{K_s}{387} \times \frac{V^{1.9}}{D^{1.1}} = \frac{0.5}{387} \times \frac{0.95^{1.9}}{0.0732^{1.1}} = 0.021 \text{ m/m} .$$

En todo caso, nos hallamos en presencia de un régimen hidráulico con un número de Reynolds de:

$$Re = \frac{V \times D}{\nu} = \frac{0.95 \times 0.0732}{1.0164 \times 10^{-6}} = 68418 ,$$

o sea “turbulento liso” ($4000 < Re < 100000$), al que de acuerdo con la formulación de Blasius (1913) le corresponde un factor o coeficiente de fricción para tubería lisa $f = f(Re)$, de aplicación en la formulación general de Darcy-

Weisbach (1843-1855-1875): $J = f \cdot \frac{1}{D} \cdot \frac{V^2}{2g} = \frac{8f \cdot Q^2}{\pi^2 \cdot D^5 \cdot g} = \frac{0.0826 \cdot f \cdot Q^2}{D^5}$, de

lo que resulta:

$$f = \frac{0.3164}{Re^{0.25}} \approx 0.020 ,$$

resultado coincidente con nuestra expresión (Franquet, 2019):

$$f = \frac{1.32556}{(0.875 \times \ln Re - 1.495647)^2} \approx 0.020 .$$

Procedería, del mismo modo, aplicar la expresión de Kozeny (1920):

$$f = \frac{2g}{(7.78 \times \log Re - 5.95)^2} \approx 0.020 ,$$

o bien la conocida implícita de Colebrook-White (1937), $\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \times \log\left(\frac{2.51}{Re \cdot \sqrt{f}}\right)$,

que también puede resolverse mediante la siguiente aproximación explícita (Hernández, 1976):

$$f = \frac{0.835}{(\log Re)^{2.38}} \approx 0.020 ,$$

con lo que se obtiene, en todos los casos, el mismo resultado.

Salvo otros datos complementarios de la instalación, habrá que añadir a las anteriormente calculadas un 15% en concepto de pérdidas de carga singulares o accidentales calificadas como “normales”. Y ello es así porque el

autor del presente artículo (Franquet, 2019) considera una simplificación de la cuantificación de las pérdidas de carga de las diferentes tuberías, que se incrementan las continuas resultantes en un 10% para instalaciones con escasas piezas especiales o puntos singulares, un 15% para instalaciones normales (de no suponerse una calificación diferente) y un 20% para instalaciones con elevado número de estas piezas, siguiendo las pautas normalmente empleadas en estos casos. Una mayor precisión en el cálculo exigiría la determinación pormenorizada de las pérdidas accidentales en cada pieza especial, disponiendo de los datos suficientes y haciendo uso de las fórmulas y/o tablas existentes al respecto, que frecuentemente expresan la equivalencia en metros lineales agregables de tubería.

4. Pérdida de carga y coeficiente de Christiansen

El coeficiente de reducción por salidas (Christiansen), según la tabla correspondiente, es: $F = 0.402$ en el caso de la formulación de Scobey con exponente $m = 1.9$, mientras que en las de Darcy (1865) y en la de Franquet (2005), ambas con $m = 2.0$, su valor es $F = 0.391$. Se puede comprobar, efectivamente, que:

$$F(\text{Scobey}) = g(n_0) = \frac{1}{m+1} + \frac{1}{2 \times n_0} + \frac{\sqrt{m-1}}{6 \times n_0^2} = \frac{1}{1.9+1} + \frac{1}{2 \times 9} + \frac{\sqrt{1.9-1}}{6 \times 9^2} = 0.402$$

$$F(\text{Darcy - Franquet}) = g(n_0) = \frac{1}{m+1} + \frac{1}{2 \times n_0} + \frac{\sqrt{m-1}}{6 \times n_0^2} = \frac{1}{2+1} + \frac{1}{2 \times 9} + \frac{\sqrt{2-1}}{6 \times 9^2} = 0.391$$

y en este último caso con un coeficiente de reducción teórico de:

$$F = f(n_0) = \frac{1}{n_0^{1+m}} \sum_{i=1}^{n_0} i^m = \frac{1}{9^{1+2}} (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 9^2) = \frac{285}{729} = 0.391 .$$

El error producido en la aproximación es nulo, puesto que:

$$E = |f(n_0) - g(n_0)| = |0.3909465 - 0.3909465| = 0 , \text{ dado que adoptamos: } m = 2.00.$$

Con ello, resulta una pérdida de carga unitaria continua equivalente de:

$$J = 0.391 \times 0.024 = 0.0094 \text{ m/m} ,$$

que de haber considerado para el cálculo la velocidad media anteriormente calculada, resultaría ser:

$$J = \frac{0.000948 \times \bar{V}^2}{D^{1.2691}} = \frac{0.000948 \times 0.53^2}{0.0732^{1.2691}} = 0.0074 \text{ m/m} ,$$

y se produciría un error por defecto, en la determinación de las pérdidas continuas de carga del caso que nos ocupa, del orden del 21%.

Estos valores coinciden con los que ofrece la tabla 1 (para $r = 1$). De este modo, la pérdida total de carga del ramal completo, incluyendo las pérdidas accidentales, considerando finalmente la ofrecida por la formulación propuesta (y regando simultáneamente los $n_0 = 9$ aspersores) será de:

$$\begin{cases} \Delta h = F \times J \times L = 0.391 \times (0.024 \times 162) \times 1.15 = 1.74 \text{ m.c.a. (Franquet)} \\ \Delta h = F \times J \times L = 0.402 \times (0.021 \times 162) \times 1.15 = 1.57 \text{ m.c.a. (Scobey)} \end{cases}$$

donde la longitud total del ramal a considerar será de: $L = 9 \times 18 = 162 \text{ m}$, según puede comprobarse en la adjunta Fig. 6, lo que se considera completamente aceptable, puesto que la caída máxima de presión en la línea, según la formulación de Franquet, considerando una presión de trabajo H en la boquilla del aspersor de 2.3 bar, será sólo del orden de:

$$\frac{\Delta h}{H} (\%) = \frac{1.74}{23} \times 100 = 7.57\% < 20\%.$$

Evidentemente, el procedimiento de cálculo efectuado a través de la aplicación del coeficiente de Christiansen resulta más adecuado que la simplificación (empleada con frecuencia) que supone considerar el ramal de los aspersores con una longitud ficticia de:

$$L_f = \frac{n_0(2n_0 - 1) \cdot l}{6(n_0 - 1)} = \frac{9 \times 17 \times 18}{6 \times 8} = 57.375 \text{ m} ,$$

que ofrecería una pérdida de carga total del ramal de:

$$\Delta h = J \times L_f = (0.024 \times 57.375) \times 1.15 = 1.58 \text{ m.c.a.} ,$$

que resulta ser algo inferior a la dimanante de la formulación aquí propuesta de 1.74 m.c.a., que será la finalmente considerada por aplicación del principio de prudencia.

A continuación pueden verse las especificaciones manométricas de los aspersores y el diagrama correspondiente, donde se constatan las escasas diferencias existentes entre las determinaciones de este autor y las de Scobey.

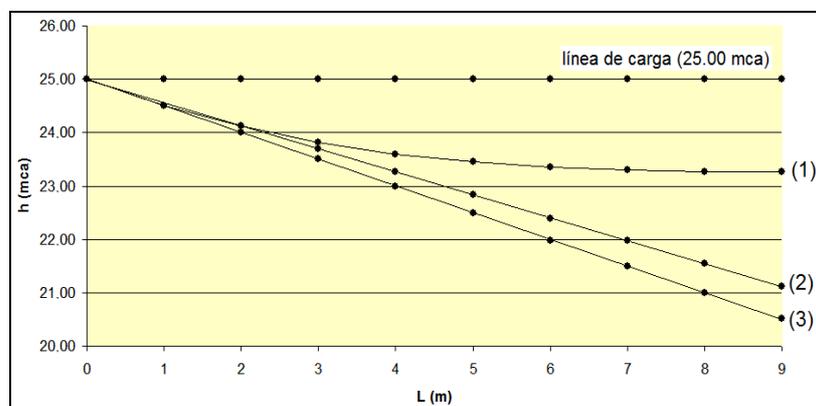


Fig. 5. Diagrama de carga de diferentes opciones.

Tabla 4. Alturas manométricas de los aspersores.

Tramo y aspersor	Q (m ³ /s) (tramo)	V (m/s)	J (m/m)	Δh (mca)	ΣΔh (mca)	h (mca)	h' (mca)	línea carga (mca)	Caudal aspersor (l/h)
0	0.00400	0.95	0.024	—	—	25.00	24.00	25.00	--
1	0.00400	0.95	0.024	0.49	0.49	24.51	23.51	25.00	1631
2	0.00356	0.85	0.019	0.39	0.88	24.12	23.12	25.00	1617
3	0.00311	0.74	0.014	0.30	1.18	23.82	22.82	25.00	1607
4	0.00267	0.64	0.011	0.22	1.40	23.60	22.60	25.00	1599
5	0.00222	0.53	0.007	0.15	1.55	23.45	22.45	25.00	1593
6	0.00180	0.43	0.005	0.10	1.65	23.35	22.35	25.00	1590
7	0.00133	0.32	0.003	0.06	1.71	23.29	22.29	25.00	1588
8	0.00089	0.21	0.001	0.02	1.73	23.27	22.27	25.00	1588
9	0.00044	0.11	0.000	0.01	1.74	23.26	22.26	25.00	1587
Media	0.00222	0.53	0,009	Σ 1.74	--	23.63	22.63	25.00	1600

Notas:

(1) Con servicio en ruta (aspersores abiertos):

$$F = 1/3 \begin{cases} 25.00 - 1.30 = 23.70 \text{ mca} \rightarrow \text{Scobey} \\ 25.00 - 1.49 = 23.51 \text{ mca} \rightarrow \text{Franquet} \end{cases}$$

$$F = 0.402 (25.00 - 1.57 = 23.43 \text{ mca}) \rightarrow \text{Scobey}$$

$$F = 0.391 (25.00 - 1.74 = 23.26 \text{ mca}) \rightarrow \text{Franquet}$$

(2) Sin servicio en ruta (aspersores cerrados):

$$F = 1 (25.00 - 3.91 = 21.09 \text{ mca}) \rightarrow \text{Scobey}$$

(3) Sin servicio en ruta (aspersores cerrados):

$$F = 1 (25.00 - 4.47 = 20.53 \text{ mca}) \rightarrow \text{Franquet}$$

Las presiones que figuran en la presente Fig. 5 y su Tabla 4 son las correspondientes al pie del aspersor (h). En la boquilla o tobera del mismo (h') se ha restado la altura del aspersor (1.00 mca). La última columna de dicha tabla ofrece los caudales de cada aspersor obtenidos a partir de la fórmula siguiente deducida a partir de la expresión (15): $q = 338.42832\sqrt{h'}$, en l/h, que nos permitirá la determinación del coeficiente de uniformidad del riego que nos ocupa. Se admite como norma general propuesta por Christiansen (1942) que la diferencia de presiones en la tobera entre los aspersores extremos no debe superar el 20% de la presión nominal de servicio (Gómez, 1981); en nuestro caso sería:

$$20\% \text{ s/}23 \text{ mca} = 4.60 \text{ mca} > (\Delta h'_{1-9} = 23.51 - 22.26 = 1.25 \text{ mca}),$$

que resulta completamente aceptable.

Así pues, se ha efectuado el cálculo hidráulico del ala de riego de 9 aspersores que tiene un caudal nominal medio de 1600 l/h a 23 mca y están distanciados 18 m entre sí. Se ha llevado a cabo la simplificación de calcular las pérdidas de carga de cada tramo con el caudal nominal, lo cual es ligeramente inexacto dado que, evidentemente, el aspersor 1 arrojará algo más de caudal que el 9, como puede comprobarse en la Tabla 4, (concretamente, se tiene: $\Delta = 1631 - 1587 = 44 \text{ l/h}$). Ello puede aconsejar la instalación de

limitadores de caudal en los aspersores de cabeza de línea en una proporción que podría establecerse entre $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{4}$ del número total de éstos, aunque esta práctica posee el inconveniente de que conduce a equivocaciones en el personal que maneja el sistema, por lo que no debe recomendarse más que para cultivos especiales que requieran gran precisión de fertirrigación y en líneas suficientemente largas.

En cualquier caso, esta diferencia de 44 l/h, en la jornada de riego de 8 h supone una cantidad total de agua de: $44 \text{ l/h} \times 8 \text{ h} = 352 \text{ l}$, que teniendo en cuenta la superficie regada por el aspersor de: $\pi \cdot R^2 = \pi \times 15^2 = 707 \text{ m}^2$ implica una pluviometría de: $352 \text{ litros} / 707 \text{ m}^2 \cong 0.5 \text{ l/m}^2 = 0.5 \text{ mm}$, que resulta francamente inapreciable.

5. El concepto de uniformidad del riego

La uniformidad es una magnitud que caracteriza a cualquier sistema de riego y que además interviene en su diseño, tanto en el agronómico, puesto que afecta al cálculo de las necesidades totales de agua de los cultivos, como en el hidráulico, pues en función de ella se definen los límites entre los que se permite que varíen los caudales de los emisores en los sistemas de riego a presión (aspersión y localizados de alta frecuencia). La uniformidad es, pues, uno de los objetivos básicos que persigue el diseño y que sirve de puente o nexo de unión entre la agronomía y la hidráulica, puesto que si la uniformidad no es alta, habrá diferencias apreciables entre las cantidades de agua (y abonos disueltos, en el caso de la fertirrigación) que se suministran a unas plantas y otras, y, como consecuencia de ello, el cultivo no será homogéneo y el rendimiento disminuirá. Si para solucionar este problema optamos por aumentar las dosis de riego, de tal forma que la planta que esté en peores condiciones (caso más desfavorable por razones taquimétricas y/o estadimétricas) reciba el agua que precisa, existirán muchas otras plantas que reciban volúmenes superiores a sus necesidades y, por lo tanto, habrá un despilfarro de agua. Pero es que además, esta solución puede disminuir también los rendimientos por exceso de agua en algunos casos (asfixia radicular), y siempre exigirá, o bien mayores caudales aportados (con el consiguiente dimensionado excesivo de la red) y/o bien mayores necesidades de energía y fertilizantes, al aumentar el número de horas de funcionamiento del riego.

Se comprende, pues, que al proyectar un regadío debe tenerse en cuenta la consecución de una uniformidad alta, buscando como objetivo final sacar el máximo partido posible a un sistema de riego normalmente caro y a un recurso escaso para obtener una gran "eficiencia", entendiendo como tal la proporción del agua total que se aplica al terreno que es realmente utilizada por el cultivo, medida por el producto entre el coeficiente de uniformidad y la relación de transpiración del cultivo (cociente entre el agua transpirada y el agua aplicada a la planta).

Posiblemente, la medida más conocida de la uniformidad del riego es el coeficiente de uniformidad (CU) de Christiansen, propuesto por su autor el año

1942 y ampliamente utilizado en el riego por aspersión en sus diferentes modalidades. Sin embargo, pronto se vio que la aplicación de esta fórmula presentaba algunos inconvenientes, puesto que medía las desviaciones con respecto a la media aritmética, por lo que otorgaba idéntica importancia a las variaciones por encima de la media que a las que se producían por debajo, lo que no se compagina suficientemente bien con los efectos agronómicos respectivos. Esta última circunstancia puede resultar particularmente grave en el caso del riego por aspersión, pues mientras las variaciones por encima de la media señalan un despilfarro del recurso que, en general, no afectará al cultivo, aunque sí a la eficiencia (la eficacia al menor coste) del riego, las variaciones por debajo indican que la planta recibe menos agua de la que necesita, por lo que su producción disminuirá, pudiendo incluso llegar a desaparecer.

Existen otros coeficientes, como el usado por los técnicos de la prestigiosa empresa Wright, o como el adoptado por el *Soil Conservation Service* (USA) así como por la *American Society of Agricultural Engineers*; también es digno de resaltar el propuesto por Keller y Karmeli, así como el de Bralts y Kesner (1983). En Francia, en fin, tiende a usarse el coeficiente de uniformidad propuesto por el *Centre de la Recherche et de l'Expérimentation du Génie Rural* (C.R.E.G.R.).

En definitiva, aplicando también aquí las mayores exigencias de los RLAf (riegos localizados de alta frecuencia), vamos a estudiar aquí la uniformidad del riego resultante, con los datos de la tabla 4, siendo:

$$\left\{ \begin{array}{l} q_{\min} = \text{media de los 4 aforos más bajos} = 1588 \text{ l/h} \\ q_{\max} = \text{media de los 2 aforos más altos} = 1624 \text{ l/h} \end{array} \right.$$

y se tiene un *coeficiente de uniformidad* de:

$$CU = 100 \times \frac{q_{\min}}{q_{\text{med}}} = \frac{100 \times 1588}{1600} = 99.25\% > 92\%, \text{ luego es aceptable.}$$

Así mismo, el *coeficiente de uniformidad absoluto* vendrá dado por la expresión:

$$CUA = 100 \times (1/2) \times \left(\frac{q_{\min}}{q_{\text{med}}} + \frac{q_{\text{med}}}{q_{\max}} \right) = 50 \left(\frac{1588}{1600} + \frac{1600}{1624} \right) = 98.89\% > 90\%,$$

también completamente aceptable. Estos aforos teóricos deberían llevarse a efecto con cifras reales, una vez puesta en marcha la instalación y habiendo efectuado las mediciones, a intervalos anuales que pudieran poner de manifiesto la pérdida de uniformidad y/o capacidad del sistema hidráulico. También es posible aplicar los coeficientes de uniformidad propuestos por este mismo autor en sus estudios (Franquet, 2019).

6. Disposición final en planta del sistema de riego

Las líneas de riego o posiciones del ramal estarán separadas entre sí a una distancia aconsejable de: $s = R\sqrt{2} = 15(1.41) \approx 21 \text{ m}$, puesto que la máxima recomendable es de: $R \cdot 1.5 = 15 \times 1.5 = 22.50 \text{ m}$, conformando los aspersores un marco rectangular unitario de dimensiones: $18 \times 21 = 378 \text{ m}^2$, tal como puede apreciarse en la Fig. 6 donde las cotas se expresan en metros.

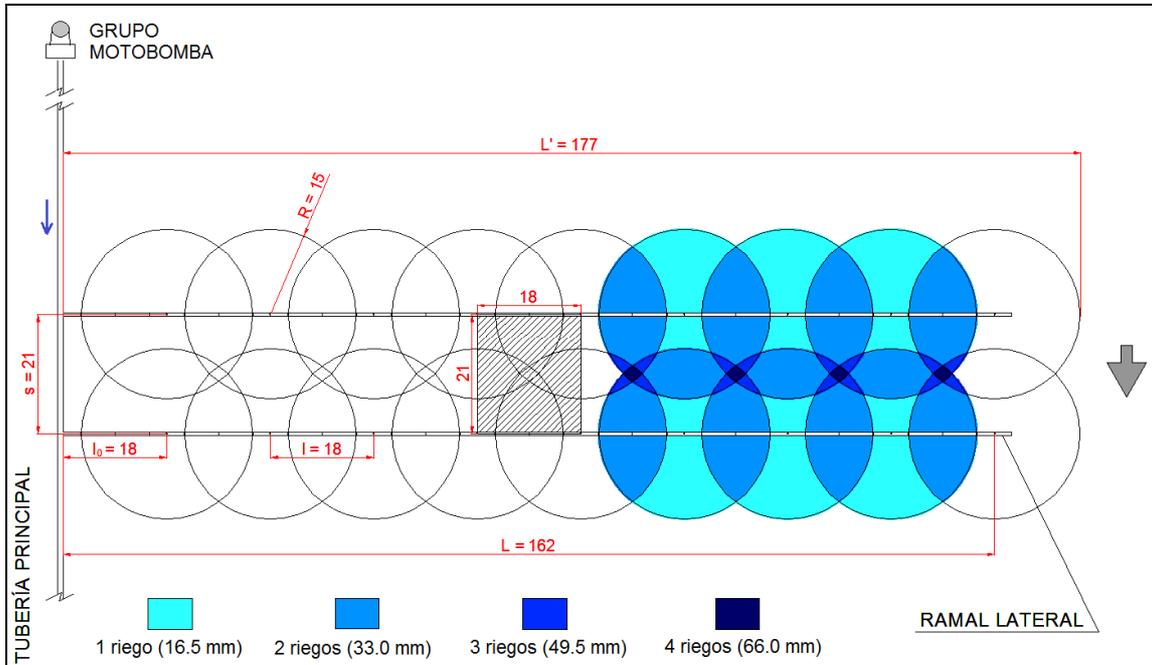


Fig. 6. Pluviometría por posición o "unidad parcelaria" en la jornada de riego.

A la vista de la figura anterior, es posible establecer la pluviometría resultante efectiva por jornada de riego y superficie mojada, de 8 horas de duración. Para cada aspersor, habiendo ya descontado la evaporación del chorro, se tendrá: $1472 \text{ l/h} \times 8 \text{ h} = 11776 \text{ l/riego}$, con una pluviometría de:

$$\frac{11776 \text{ litros}}{707 \text{ m}^2} \approx 16.50 \text{ litros/m}^2 \text{ y riego.}$$

7. Grupo motobomba impulsor

Por último, calcularemos la potencia necesaria del grupo motobomba impulsor, teniendo en cuenta el caudal necesario para abastecer el ramal lateral desplazable. Para ello habrá que tener en cuenta la suma de las alturas geométrica (es nula suponiendo el terreno llano), piezométrica ($H = 23 \text{ m.c.a.}$) y cinética (h_c , poco relevante), y añadirle la pérdida de carga Δh ya determinada siguiendo la aproximación de Christiansen.

La altura cinética será:

$h_c = \frac{\overline{V^2}}{2g} = \frac{0.53^2}{(2)(9.807)} = 0.01 \text{ m.c.a.}$, con lo que se tendrá una altura manométrica de elevación de:

$$h = H + h_c + \Delta h = 23.00 + 0.01 + 1.74 = 24.75 \approx 25 \text{ m.c.a.}, \text{ y entonces:}$$

$$P = \frac{\gamma \cdot Q \cdot h}{75 \cdot \eta_m \cdot \eta_b} = \frac{(1) \cdot (4) \cdot (25)}{(75) \cdot (0.86) \cdot (0.80)} = 1.94 \text{ HP} \equiv 1.43 \text{ kW} ,$$

por lo que se prevé un grupo de una potencia de 1.5 kW, habiéndose considerado unos rendimientos medios respectivos supuestos del electromotor y de la bomba centrífuga del 86% y del 80%. En caso de situarse, de manera fija, dicho grupo impulsor en la tubería principal a cierta distancia de la embocadura de los ramales laterales, habría que agregar -para el cálculo anterior- las pérdidas de carga que tendrían lugar en dicha conducción principal hasta la mencionada embocadura.

8. Conclusiones

El presente artículo versa sobre la formulación de Christiansen, de fecundas aplicaciones en el diseño de las modernas instalaciones de riego y, en general, de distribución de agua con salidas múltiples equidistantes de caudal constante y servicio en ruta. El problema que resolvió dicho investigador americano constituye una generalización del problema clásico de una tubería sencilla con varias tomas intermedias (de un número no excesivo de ellas) y diámetro constante, cuya resolución suele presentarse por aplicación de conocidas fórmulas hidráulicas.

También se calculan y grafían algunas funciones F de Christiansen aplicables a formulaciones hidráulicas de diversos autores, según los valores correspondientes de m y n_0 . Ello se completa con una generalización conducente al que denominamos "coeficiente universal de salidas múltiples de Christiansen", F_r , elaborándose la tabla correspondiente para ocho diferentes valores de la relación existente entre la longitud del tramo inicial de la conducción y los ulteriores, así como para un exponente de la velocidad (o del caudal) $m = 2$ en la formulación correspondiente para determinar las pérdidas continuas de carga unitarias de la instalación en estudio.

Por último, se plantea y resuelve un caso práctico de aplicación de la aproximación de Christiansen a la implantación de un sistema de riego por aspersión semifijo americano, a base de ala móvil de 9 rociadores clásicos de impacto en separación rectangular, para terreno llano de cultivo de huerta, calculándose todos los parámetros precisos para el correcto diseño hidráulico de la instalación.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1) BAZIN, H. (1897). *Annales des ponts et chaussées* (7).
- 2) BLASIUS, H. (1913). Das Ähnlichkeitsgesetz bei Reibungsvorgängen in Flüssigkeiten. *Forschunsarbeiten Gebiete Ingenieur*, vol. 131.
- 3) CHRISTIANSEN, J.E. (1942). “Irrigation by Sprinkling”. *Bulletin* 670. University of California. College of Agriculture. Agricultural Experimental Station. Berkeley, California. Recuperado de: <https://archive.org/details/irrigationbyspri670chri> , 124 p.
- 4) COLEBROOK, C. F. y WHITE, C. M. (1937). “Experiments with Fluid Friction in Roughened Pipes”. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 161 (906), pp. 367-381.
- 5) DARCY, H. y BAZIN, H. (1865). *Recherches hydrauliques entreprises par M. Henry Darcy continuées par M. Henri Bazin. Deuxième partie. Recherches expérimentales relatives au remous et à la propagation des ondes*. Tomo II. Paris, Imprimerie impériale.
- 6) EYTELWEIN, J. A. (1801). *Handbuch der Mechanik fester Körper und der Hydraulic*. Berlín: F. T. Lagarde. Recuperado de: https://reader.digitale-sammlungen.de/de/fs1/object/display/bsb10059830_00005.html
- 7) FRANQUET BERNIS, J.M. (2003). *Cinco temas de hidrología e hidráulica*. Ed. Bibliográfica Internacional, S.L. – Universitat Internacional de Catalunya. Tortosa. 594 p.
- 8) FRANQUET BERNIS, J.M. (2005). *Cálculo hidráulico de las conducciones libres y forzadas (Una aproximación de los métodos estadísticos)*. Ed. Bibliográfica Internacional, S.L. – Universitat Internacional de Catalunya. Tortosa. 590 p.
- 9) FRANQUET BERNIS, J.M. (2019). *Dimensionamiento y distribución de las conducciones hidráulicas (Una contribución de la ingeniería matemática)*. Colección Cadup-Estudios. UNED-Centro Asociado de Tortosa. Tortosa. 970 p.
- 10) GÓMEZ POMPA, P. (1981). *Técnica y tecnología del riego por aspersión*. Serie Técnica. Ministerio de Agricultura. Secretaría General Técnica. Servicio de Publicaciones Agrarias. Madrid. 386 p.
- 11) HAZEN, A. y WILLIAMS, G. S. (1920). *Hydraulic tables: the elements of gaggings and the friction of water flowing in pipes, aqueducts, sewers, etc., as determined by the Hazen and Williams formula and the flow of water over sharp-edged and irregular weirs, and the quantity discharged as determined by Bazin's formula and experimental investigations upon large models*. (3rd ed.), New York: John Wiley and Sons, OCLC 1981183.

- 12) HERNÁNDEZ KRAHE, J.M. (1976). *Mecánica de fluidos y máquinas hidráulicas*. Unidades Didácticas. UNED. Madrid.
- 13) KOZENY, J. (1920). *Die Wasserführung der Flüsse*. Leipzig-Vienna: Teuber.
- 14) KÜTTER, W. R. (1870). *Allgemeine Bauzeitung*, 35.
- 15) LÈVY, M. (1899). “Sur l'équilibre élastique d'une plaque rectangulaire”. *Comptes Rendus*, v. 129.
- 16) MEYER-PETER, E. (1931). *Informe sobre la determinación del coeficiente de roce de una conducción URALITA-ETERNIT de 250 mm de diámetro*. Zurich.
- 17) SCOBAY, F.C. (1930, January). “The flow of water in riveted steel and analogous pipes”. *United States Bulletin of Agriculture*. USDA. Tech. Bull. , 150, pp. 1-136. Recuperado de:
<https://naldc.nal.usda.gov/download/CAT86200144/PDF>
- 18) STRICKLER, A. (1923). “Sektionschef des Eidgenössischen Amtes für Wasserwirtschaft“, *Beiträge zur Frage der Geschwindigkeitsformel und der Rauigkeitszahl für Ströme, Kanäle und geschlossene Leitungen*. Mitteilungen des Eidg. Amtes für Wasserwirtschaft. Bern.
- 19) WEISBACH, J. (1843). *Untersuchungen aus dem Gebiet der Mechanik und Hydraulik*. Leipzig: Weidmann's Buchhandlung. Recuperado de:
https://archive.org/details/bub_gb_LchJAAAAcAAJ/page/n5.



Relación de Tablas y Figuras:

Tabla 1. Coeficiente de reducción por salidas para diferentes valores de r , F_r .

Tabla 2. Coeficientes de la formulación propuesta según las diferentes categorías de rugosidad.

Tabla 3. Expresiones propuestas de la velocidad, caudal y pérdida unitaria de carga continua para tuberías en servicio.

Tabla 4. Alturas manométricas de los aspersores.

Figura 1. Tubería con servicio en ruta y derivaciones equidistantes de caudal constante q .

Figura 2. Trayectoria de F según la formulación.

Figura 3. Coeficiente de reducción por salidas F_r ($m = 2.00$).

Figura 4. Componentes de un aspersor clásico de impacto.

Figura 5. Diagrama de carga de diferentes opciones.

Figura 6. Pluviometría por posición o "unidad parcelaria" en la jornada de riego.

Dirección institucional del autor:

José María Franquet Bernis

Dr. Ingeniero Agrónomo

Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED)

Centro Asociado de Tortosa (Campus NE)

C/ Cervantes, 17. 43500 Tortosa (Tarragona)

info@tortosa.uned.es