# EL ESQUEMATISMO DE LOS CONCEPTOS MATEMÁTICOS: UNA INTERPRETACIÓN

Luis Arenas
Universidad Complutense

*0. Introducción: esquematismo y heterogeneidad*

El primer capítulo de los dos que consta la Analítica de los principios de la *Crítica de la razón pura* lleva por titulo "El Esquematismo de los conceptos puros del entendimiento". Esas páginas son la respuesta de Kant a un problema extremadamente concreto: ¿Cómo es posible que las categorías se refieran a las intuiciones y las subsuman dando así lugar a la experiencia objetiva? ¿Cómo pueden los conceptos puros del entendimiento aplicarse a los contenidos sensibles? Hasta ahora lo que la *Crítica* ha demostrado mediante la deducción trascendental es que tales conceptos son los garantes de la posibilidad de la experiencia y sólo por su aplicación a los fenómenos adquiere aquélla validez objetiva. El esquematismo tiene por tarea explicar cómo esa aplicación a los fenómenos resulta posible.

La naturaleza del problema tal y como lo plantea Kant radica en la heterogeneidad *(Ungleichartigkeit)* de dos de los elementos imprescindibles del conocimiento: las intuiciones por un lado y los conceptos (en este caso conceptos puros o categorías) por otro. Ahora bien, es menester explicar en qué radica esta heterogeneidad. Una primera respuesta que parece favorecer el texto de Kant supone interpretar la relación de homogeneidad/heterogeneidad en términos de inclusión o exclusión del objeto en las notas contenidas en el concepto:

"En todas las subsunciones de un objeto bajo un concepto la representación de tal objeto tiene que ser homogénea con el

*Éndoxa: Series Filosóficas, nº 8, 1997, UNED, Madrid:*
*Luis Arenas: El esquematismo de los conceptos matemáticos: una interpretación.*
*pp. 111-136.*

concepto, es decir, éste tiene que incluir lo representado en el objeto que haya de subsumir"[1]

Así pues, según Kant, un concepto sería homogéneo con un objeto si el concepto en cuestión incluyera todas o la mayor parte de las notas que también posee el objeto. Sin embargo, esta explicación de la homogeneidad en general entre los conceptos y sus instancias que Kant ofrece en el primer párrafo del esquematismo no resulta satisfactoria en absoluto porque hace equivaler la noción de homogeneidad entre conceptos y objetos con la de subsunción. De seguir a la letra la explicación de Kant, sólo cabría hallar homogeneidad entre aquellos conceptos y objetos que pudieran reunirse en un juicio verdadero, lo que supone decir que sólo habría homogeneidad entre los conceptos que pueden ser predicados con verdad de ciertos objetos. Pero claramente no es la intención de Kant hacer equivaler las nociones de homogeneidad y subsunción. En el planteamiento general del esquematismo, la homogeneidad entre conceptos y fenómenos se presenta precisamente *como la condición de posibilidad de la subsunción y no como la subsunción misma*. De modo que, en principio, tendría que ser posible que un concepto y una intuición fueran homogéneos entre sí sin que necesariamente por ello hubiera de ser ésta subsumible en aquél.

Con independencia del texto citado, Kant no da explicación alguna de en qué radica la homogeneidad necesaria entre conceptos e intuiciones. Sin embargo, una explicación así se hace necesaria si queremos entender dónde radica el problema del esquematismo. Será preciso, pues, abordar la cuestión de la homogeneidad obviando esa primera explicación insatisfactoria y persiguiendo tal noción de forma tangencial.

Atendiendo a los tipos de conceptos y de intuiciones que según Kant existen, el problema de la homogeneidad o heterogeneidad se podría plantear con respecto a los siguientes pares de elementos:

(1) los conceptos empíricos con las intuiciones empíricas

1. K.r.V., A 137/B 176.

(2) los conceptos puros sensibles (conceptos aritméticos y geométricos) con las intuiciones puras
(3) los conceptos puros sensibles con las intuiciones empíricas
(4) los conceptos puros del entendimiento (categorías) con las intuiciones empíricas
(5) los conceptos puros del entendimiento con las intuiciones puras.

Mi propósito será argumentar contra una interpretación ya tradicional según la cual la heterogeneidad existente entre las categorías y las intuiciones procede del hecho de que aquéllas son conceptos puros y, por tanto, universales y abstractos mientras que las intuiciones serían particulares y concretas[2]. Una vez que se haya aclarado que no es tal el origen de la heterogeneidad, estaremos preparados para abordar adecuadamente el problema del esquematismo.

De las cinco posibles relaciones que citábamos más arriba como aquéllas en que se puede dar homogeneidad o heterogeneidad, sólo en (3) —el ejemplo del plato y del círculo de A 137/ B 176— afirma Kant explícitamente que la homogeneidad es plena y, por tanto, que no hay problema alguno respecto a cómo sea posible la subsunción[3]. Sirviéndonos de esta afirmación kantiana como punto de referencia, es posible aclarar cuál *no es* la naturaleza de la heterogeneidad que Kant plantea entre las categorías y los fenómenos. En efecto, hemos de colegir que si se da homogeneidad entre conceptos puros sensibles (el concepto de círculo) e intuiciones empíricas (la intuición de un plato), la causa de la supuesta heterogeneidad en general entre conceptos puros del entendimiento e intuiciones no puede deberse ni al contraste entre la intuición (particular) y el concepto (universal) ni a su vez entre

2. Tal interpretación puede verse por ejemplo en Spindler, J.: "Das Problem des Schematismuskapitels der Kritik der reinen Vernunft", Kant-Studien, vol. 25, 1923, p. 267 y 270.
3. K.r.V., A 137/B 176.

el carácter puro (*a priori*) de éste frente al carácter empírico (*a posteriori*) de aquélla.

Si esto fuera cierto, es de suponer que la misma homogeneidad que hallamos en (3) se dé también en (1) y (2). En efecto, en (1) y en (2) si bien se plantean como en (3) relaciones entre intuiciones y conceptos, en estos casos se plantean entre dos elementos que comparten un idéntico origen —empírico en el caso de (1) y puro en el caso de (2)—. Como acabamos de ver, el que la relación se lleve a cabo entre intuiciones (particulares) y conceptos (universales) no es óbice para que —según Kant— se dé entre ambos la homogeneidad requerida. Habría, pues, menos razones para suponer heterogeneidad en (1) y (2) que en (3). Pero ya sabemos que en (3) el propio Kant admite que hay plena homogeneidad. Hemos de concluir, por lo tanto, que esa misma homogeneidad ha de darse en (1) y (2).

Por otro lado, Kant es igualmente explícito con respecto a (4) y (5). De las otras dos relaciones posibles entre intuiciones y conceptos dice Kant:

> *"Comparados con las intuiciones empíricas (o incluso con todas las sensibles), los conceptos puros del entendimiento son totalmente heterogéneos y jamás pueden hallarse en intuición alguna"*[4].

Es, pues, el propio testimonio de Kant el que permite precisar a qué elementos se circunscribe la cuestión del esquematismo. Como puede observarse, el problema de la heterogeneidad remite exclusivamente a los conceptos puros del entendimiento en su relación con cualquier clase de intuición posible. Esto es algo que se da por sentado a lo largo de todo el capítulo del esquematismo. Sin embargo, Kant no ofrece razones explícitas que permitan dar cuenta de tal heterogeneidad en el caso de los conceptos puros del entendimiento.

Esas razones, sin embargo, existen. Nuestra tesis al respecto es que la homogeneidad o heterogeneidad de los conceptos respecto a las intuiciones depende de que la referencia de esos conceptos a

---

4. Ibídem

los objetos de la intuición sea inmediata o mediata[5]. Si en los casos (1), (2) y (3) existe homogeneidad entre los conceptos sensibles (matemáticos o empíricos) y las intuiciones (puras o empíricas) es porque a pesar de su origen intelectual, los conceptos se refieren de forma inmediata a la intuición. Veamos cómo se concreta esa referencia inmediata en cada uno de los casos.

En el caso de los *conceptos matemáticos* el carácter inmediato de esta referencia se manifiesta en lo siguiente: el contenido de los conceptos aritméticos y geométricos lo constituyen *intuiciones puras* del tiempo o del espacio. Los conceptos matemáticos surgen, según Kant, a partir de un proceso de construcción que lleva a cabo la propia razón humana[6]. Pues bien, justamente construir un concepto matemático consiste en "presentar la intuición a *priori* que le corresponde"[7]. Los conceptos matemáticos están, pues, estrechamente vinculados a las intuiciones y, muy en particular, a las intuiciones puras. Y es esta vinculación a la intuición la que justifica su referencia *inmediata* a los objetos que caen bajo tales conceptos. En efecto, según Kant, es precisamente la inmediatez el criterio que determina que algo sea una intuición[8]; ya en el comienzo de la

---

5. J.P. Nolan en su articulo "Kant on Meaning: Two Studies" (Kant-Studien, 1979/2) hace una muy sucinta mención al carácter inmediato de la referencia de los conceptos empíricos y matemáticos a las intuiciones. Sin embargo, no considera que sea en la naturaleza mediata de esa referencia en lo que radique la heterogeneidad de las categorías respecto de las intuiciones. A juicio de Nolan, "el único respecto en que las categorías y las intuiciones difieren es en que se derivan de diferentes facultades: las categorías son intelectuales mientras que las intuiciones son sensibles. De modo que la heterogeneidad entre las categorías e intuiciones aparentemente indica su diferencia genética" (p. 123).
6. De la diferencia —estimada por Kant— entre el método filosófico (por derivación de conceptos) y el método matemático (por construcción de conceptos) se hablará en secciones siguientes.
7. K.r.V., A 713/B 741.
8. Ha habido, sin embargo, comentaristas que han sostenido no la inmediatez sino la singularidad como criterio determinante de qué sea una intuición en Kant. Otros, como Heidegger, han tomado ambos términos como equivalentes de facto (véase Heidegger, M.: *Kant y el problema de la metafísica;* México, F.C.E., 1993, p. 46 —donde

*Estética trascendental* Kant señalaba que "la *intuición* es el modo por medio del cual el conocimiento se refiere inmediatamente a los objetos"[9]. Con otras palabras: si los conceptos matemáticos se refieren inmediatamente a sus objetos es sólo porque los contenidos de las matemáticas son, en última instancia, contenidos intuitivos y la intuición es el modo que tienen seres con nuestra naturaleza de acceder de forma inmediata a los objetos.

Por su parte, en el caso de los conceptos empíricos su relación con los objetos de la intuición queda garantizada por el hecho de

---

define la intuición como "algo particular que sale a nuestro encuentro de forma *inmediata*"— y p. 47 —donde la caracteriza como *"repraesentatio singularis"*—). Una de las polémicas entre Ch. Parsons y J. Hintikka versó sobre este particular. Según Hinnkka una intuición lo es por el hecho de ser una representación singular o individual; este criterio de la singularidad sería, según este autor, el único criterio para distinguir una intuición de un concepto. Frente a esta posición, la tesis más frecuente en la literatura kantiana es tomar su *carácter inmediato* como lo propiamente característico de las intuiciones. Parsons apunta —y a nuestro juicio le asiste la razón— que el criterio que debe primar a la hora de determinar qué sea una intuición es el criterio de la inmediatez: como dice Kant en el texto citado a continuación de esta nota, una intuición es una relación inmediata al objeto. Parsons considera que precisamente la consecuencia de tomar la inmediatez como el criterio de las intuiciones da lugar a la tesis de Hintikka: que toda representación inmediata ha de ser singular. Pero esta singularidad, frente a la propuesta por Hintikka, tendría para Parsons un carácter derivado y no el carácter originario que Hintikka le supone. Para Parsons una prueba de que el criterio de la inmediatez es el adecuado para todas nuestras intuiciones lo constituye el hecho de que todo lo que satisfaga el criterio de la inmediatez satisfará también el de la singularidad aunque no así a la inversa, pues no todo objeto que satisfaga el criterio de la singularidad será necesanamente inmediato: aunque Kant no advirtió esta posibilidad, nosotros sí podemos admitir que haya una representación singular formada a partir de conceptos: una descripción definida ('el rey de España', por ejemplo) es una representación a través de conceptos (y, por lo tanto, mediata) de un objeto singular. Para más detalles de la polémica *vid.* Parsons, Charles: *Mathematics in philosophy; Selected Papers*, Ithaca, N.Y., Cornell University Press, 1983, cap. 5, y Hintikka, Jaakko: "On Kant's Notion of Intuition *(Anschauung)*" in Penelhum, T. and MacIntosch, J.J. (eds.) *The First Critique: Reflexions on Kant's Critique of Pure Reason*, Belmont, Cal., Wadsworth Publishing Company, 1969.

9. K.r.V., A 19/B 33.

que los conceptos empíricos "provienen de los sentidos por comparación con los objetos de la expenencia"[10]. En efecto, según se puede colegir de un texto de la *Introducción a la Lógica trascendental,* los conceptos empíricos son aquéllos que "contienen una sensación (la cual presupone la presencia efectiva del objeto)"[11] y, por ello mismo, presuponen una intuición. Como en el caso de los conceptos matemáticos, la vinculación de los conceptos empíricos con sus objetos a través de una intuición —empírica en este caso— garantiza el carácter inmediato de dicha relación.

Sin embargo, en el caso de los *conceptos puros del entendimiento* no hay referencia inmediata a los objetos de la intuición. Lo cual no supone que no haya en absoluto referencia a objetos. Precisamente una de las conclusiones obtenidas a través de la deducción trascendental fue la necesidad de que las categorías se aplicaran a objetos de la intuición, ya que sólo de esa manera suministrarían conocimiento[12]. Sin embargo, porque esa referencia a objetos no es inmediata en el caso de las categorías es por lo que se hace necesaria una exposición como la del esquematismo: para demostrar que las categorías, aunque mediadas a través de los esquemas trascendentales, tienen plena aplicación en la experiencia. La deducción trascendental mostró que los fenómenos, para adquirir su validez objetiva, *deben ser* determinados por una categoría; precisamente porque esa determinación no es de suyo evidente, el esquematismo deberá mostrar *cómo* se lleve a cabo tal determinación:

> *"El esquematismo muestra las condiciones bajo las cuales un fenómeno es determinado respecto de la función lógica y, por lo tanto, bajo una categoría"*[13].

---

10. Kant, I.: Logik, I, § 3, (Ak. IX, 91). *Cfr.* también *K.r.V.* A 220/ B 267.

11. K.r.V., A 50/ B 74.

12. K.r.V., B 147.

13. Reflexión 5.133 (Ak. XVIII, 392) cit. *in* Allison, H. E: *El idealismo trascendental de Kant: una interpretación y defensa,* Barcelona, Anthropos, 1992, p. 277.

Así pues, sólo una vez que se haya demostrado de forma convincente lo que el esquematismo se propone —a saber, que las condiciones bajo las cuales las categorías se aplican a los fenómenos son precisamente los esquemas trascendentales— será posible dar por cumplidos los objetivos perseguidos desde el comienzo de la deducción trascendental.

*1. Qué es un esquema y clases de esquemas*

Es común considerar la problemática general del esquematismo como una de las formas que ha adquirido a lo largo de la historia de la filosofía la cuestión de los universales. R.E. Butts[14] y L. Chipman[15], por ejemplo, mantienen una opinión semejante al considerar el de Kant un intento —fallido, por cierto— de obviar algunas de las dificultades que el problema de los universales presentaba en formulaciones anteriores. Pero más allá de si la solución de Kant es o no adecuada, lo cierto es que las páginas del esquematismo contienen, además de una respuesta a un problema estrictamente kantiano —el de superar la heterogeneidad existente entre los conceptos puros del entendimiento y las intuiciones—, un intento de responder a la cuestión de cómo y bajo qué criterios es posible en general subsumir individuos particulares en conceptos universales. La propuesta que trataré de defender es que dentro de la solución genérica que Kant encuentra al problema de la subsunción de conceptos —la existencia de esquemas—, pueden encontrarse tres soluciones distintas para cada uno de los conceptos posibles: conceptos matemáticos, empíricos y categorías. Una interpretación exhaustiva del problema del esquematismo y la pertinencia o no de reivindicar la solución kantiana para algunos problemas planteados en la filosofía del lenguaje contemporánea pasaría, pues, por exponer cada una de esas tres soluciones por

14. Butts, R.E.: Kant and the Double Government Methodology; Reidel, Dordrecht/Boston/Lancaster, 1981, p. 154.

15. Chipman, L.: "Kant's Categories and their Schematism", Kant-Studien, 1972/1, p. 46.

separado. Con todo, recorrerlas todas ellas excedería con mucho los límites de un trabajo de esta naturaleza. Por eso hemos preferido limitarnos en el presente artículo al desarrollo de una posible solución en el caso de los conceptos matemáticos, dejando para otra ocasión la exposición de los esquemas de conceptos empíricos y categoriales.

Kant entiende en general por el esquema de un concepto "la representación de un procedimiento universal de la imaginación para suministrar a un concepto su propia imagen"[16]. Más tarde veremos que, estrictamente hablando, esta especificación de qué sea un esquema, no es adecuada para los denominados esquemas trascendentales —los esquemas de las categorías—, ya que de éstos no puede haber imagen alguna[17]. Sea como fuere, lo que interesa resaltar en este momento es que, según esa caracterización, el esquema en cualquiera de sus variantes es siempre una regla, y, más en concreto, una *regla de construcción* que en el caso de los esquemas empíricos y matemáticos se orienta a la producción de una imagen, mientras que en el caso de las categorías se dirige a la construcción fenoménica de la unidad conceptual que la categoría expresa de una forma meramente abstracta[18].

Algunos autores han apuntado que esa definición del esquema como "procedimiento universal de la imaginación para suministrar a un concepto su propia imagen" encierra en el fondo un doble papel[19]. Por un lado, el esquema tendría como función identificar a aquellos objetos que pueden caer bajo un concepto determinado en la medida que satisfagan las condiciones que la experiencia les impone para su aplicación. El esquema expresaría desde este primer punto de vista "el conjunto de condiciones que una experien-

16. K.r.V., A 140/ B 179-180.

17. K.r.V., A 142/ B 181.

18. Ibídem

19 Es el caso de Risjord, M.: "The Sensible Foundations for Mathematics: A Defense of Kant's View", Studies in History and Philosophy of Science, March 1990, vol. 21/1.

cia debe satisfacer para que el concepto sea aplicado con propiedad"[20]. Pero amén de esta función 'identificadora', cabe asignar al esquema un papel generador en la producción de 'objetos' (en particular, como veremos, en el caso de los esquemas matemáticos). En este segundo sentido, "los esquemas son reglas para generar una experiencia visual del objeto"[21]. Como tendremos ocasión de comprobar en las siguientes secciones, esta segunda función 'generatriz' del esquema se traducirá en la producción de 'objetos' matemáticos (triángulos, segmentos, circunferencias, etc.) así como en la producción, en el caso de los conceptos empíricos, no de los objetos mismos sino de las imágenes de tales objetos.

La interpretación de los esquemas como reglas es común en la literatura kantiana de tradición postanalítica[22]. A nuestro juicio es, además, plenamente coherente con el significado de lo que el propio Kant entendía por el concepto de regla. En terminologia kantiana, la regla es siempre la condición de la unión de una multiplicidad de representaciones en una conciencia[23]. En un lugar de la *Critica* Kant insiste en esta explicación del concepto de regla al afirmar que "la representación de una condición conforme a la cual *puede* ponerse una cierta variedad (consiguientemente, de modo uniforme) recibe el nombre de *regla, y* el de *ley* si tiene que ponerse así"[24]. En el caso que nos ocupa, es claro que la variedad sobre la cual opera el esquema es la variedad de las diferentes instancias del concepto en cuestión, o dicho de otro modo, la

20. Loc. cit. p. 128.

21. Ibídem.

22. Por ejemplo, Bennett, J: La 'Crítica de la razón pura' de Kant. La analítica, Madrid, Alianza Universidad, 1979, p. 169-170, o L. Chipman (*loc. cit.*, p. 42) quien considera los esquemas como "reglas de selección de reglas", o el caso del R.E. Butts (*loc cit.*, p. 151) —del que nos ocuparemos más adelante— que interpreta en general los esquemas como "reglas semánticas".

23. Cfr. Kant, I.: *Prolegomena*, § 23 (Ak. IV, 305) *"...die Bedingung der Vereinigung gegebener Vorstellungen in einem Bewusstsein"*

24. K.r.V., A 113.

multiplicidad de individuos que pueden ser subsumidos bajo dicho concepto, mientras que la unidad, por su parte, cae del lado de la representación conceptual. El esquema es, pues, la condición que posibilita la aplicación de los conceptos a sus instancias. El carácter de condición *(Bedingung)* del esquema queda explícitamente manifiesto en algunos textos del esquematismo donde se afirma que los esquemas son "*condiciones* formales de la sensibilidad"[25] y "las verdaderas y únicas *condiciones* que hacen que tales conceptos [puros del entendimiento] se refieran a objetos"[26].

Sólo gracias al esquema podemos predicar un concepto determinado de sus respectivas instancias. Kant sugiere que el modo como tal aplicación se lleva a cabo es a través de una regla lo suficientemente general como para que identifique a la totalidad de los fenómenos que caen bajo el concepto en cuestión. A ese respecto nuestra tesis sugerirá que la forma que adopta esa regla de selección es diferente en cada una de las clases de conceptos.

Pero antes de entrar a perfilar la forma que toma dicha regla en cada caso concreto es menester decir algo sobre la diferencia entre imagen y esquema. Distinguir con claridad una de otro es vital para comprender la naturaleza del esquematismo. Todos los conceptos —categorías y conceptos sensibles— tienen su propio esquema. Sin embargo, sólo los conceptos sensibles —empíricos o matemáticos— tienen una imagen. En efecto, según Kant el hecho de ser una síntesis pura impide que el concepto puro del entendimiento pueda ser llevado a imagen alguna[27]. Tanto el esquema como la imagen son productos de esa especie de facultad intermedia entre la sensibilidad y el entendimiento que es la imaginación[28]. La imagen es un producto empírico de la imaginación reproductiva mientras que el esquema es un producto puro de la

25. K.r.V., A 139-140/ B 179.

26. K.r.V., A 146/ B 185 (el subrayado es nuestro).

27. K.r.V., A 142/ B 181

28 K.r.V., A 114.

imaginación pura[29]. La diferencia entre ambos radica precisamente en el grado de generalidad de cada uno de ellos así como en la función que desempeñan. Cuando la síntesis de la imaginación —así denomina Kant a la actividad propia de esta facultad— se dirige a una intuición particular, el resultado obtenido es una imagen (mental o no, tanto da) que como toda imagen se caracteriza por ser singular y sensible. Intentemos aclarar esto con un ejemplo de Kant ligeramente modificado: sea un concepto matemático como el de 'número cinco'. Supongamos ahora que diferentes personas se hacen de él una imagen: a una de ellas le bastó con dibujar en el papel cinco puntos seguidos

. . . . .

otra se imaginó cinco manzanas formando esta figura

<br>

    .<br>
  .   .<br>
.       .

y un tercero recordó la disposición de los puntos de un dado en una de sus caras

.     .<br>
   .<br>
.     .

Todas ellas son intuiciones empíricas que constituyen imágenes posibles del número cinco. Pero en tanto que intuiciones, cada una de ellas es una representación singular y sensible de ese mismo número cinco. Ninguna alcanza el grado de universalidad que le corresponde al concepto en cuestión ni posee sus propiedades matemáticas. No obstante, todas son imágenes suyas, es decir,

29. K.r.V., A 141/ 181 y A 163/ B 204. Seguimos aquí la sugerencia de Vaihinger para quien debería leerse "*reproduktiven Einbildungskraft*" donde Kant escribe "*produktiven Einbildungskraft*".

determinaciones de ese concepto en la intuición. A diferencia de la imagen, el esquema no es una intuición empírica y, por lo tanto, particular —ni siquiera una intuición pura como recientemente ha defendido Allison[30]— sino una regla, es decir, un procedimiento universal para la producción de imágenes[31].

2. *Los esquemas de los conceptos geométricos*

Pues bien, como ya se anunció, mi propuesta al respecto es que esas 'reglas' que constituyen los esquemas conceptuales presentan una apariencia diferente según se trate de esquemas de una u otra clase de conceptos. Será preciso, por ello, determinar el perfil que tales reglas presentan o podrían presentar en Kant, precisamente en aquellos casos que el propio Kant deja completamente desatendidos, ya que, en efecto, la sección del Esquematismo se ocupa con mayor o menor largueza de la exposición de los esquemas trascendentales "en conexión con las categorías y según el orden de éstas"[32], pero es poco o nada lo que se dice sobre los esquemas de los demás posibles conceptos. Como ya anticipamos el propósito fundamental de estas páginas será sugerir un modo de interpretación sólo para el caso de los esquemas de los conceptos matemáticos (geométricos y aritméticos).

Comenzaré por los conceptos geométricos. Y, por expresarla con brevedad, nuestra tesis en relación con ellos consiste en interpretar los esquemas de los conceptos puros geométricos en términos de sus definiciones genéticas. En ese sentido, el esquema de un concepto como el de triángulo sería una regla de construcción que rezara aproximadamente así: "Córtense tres líneas rectas en el espacio plano"; o en el caso del concepto de circunferencia: "Trácese una línea cuyos puntos equidisten de uno exterior a esa línea". Y lo mismo que se ha dicho de estos dos conceptos geométricos en particular, podría extenderse a todos los

30. Allison, op. cit., p. 283.

31. K.r.V., A 140/B 180.

32. K.r.V., A 142/ B 181

conceptos sensibles puros: su esquema coincide con su definición genética.

Esta interpretación de los esquemas de los conceptos puros sensibles como las reglas de construcción genética de los objetos que caen bajo ellos es plenamente compatible con el modo en que Kant caracteriza los esquemas. En efecto, en primer lugar, para Kant el esquema de un concepto como el de triángulo es "una regla de síntesis de la imaginación respecto de figuras puras en el espacio"-[33]. Frente a la imagen, que siempre posee el carácter de representación y es, en esa medida, una *afección* ya sea del sentido interno (imagen mental) o del sentido externo, el esquema implica siempre una *acción* (síntesis) a través de la imagina ción[34]. En ese acto de la imaginación nos servimos del esquema precisamente como criterio según el cual ha de desarrollarse tal acción. En el caso del ejemplo del triángulo, la síntesis consiste en trazar una figura geométrica ya sea en la imaginación —es decir, en la intuición pura— o en un papel —en la intuición empírica[35]— siguiendo la regla de construcción que expresa el esquema.

En segundo lugar, Kant rechaza que el esquema de un concepto como el de triángulo sea una imagen mental de dicho concepto. Según Kant "nuestros conceptos puros sensibles no reposan sobre imágenes, sino sobre esquemas"[36], ya que el esquema de un concepto tiene que poseer la universalidad suficiente como para que sea válido para todas sus posibles instancias, sea cual fuere la forma o el tamaño que éstas presenten. Como señala Kant, si nuestro esquema del concepto triángulo fuera la imagen concreta de algún triángulo en particular tal representación poseerá siempre un carácter singular y determinado —esto es, sería acutángulo, rectángulo u oblicuángulo, equilátero, isósceles

---

33. K.r.V., A 141/ B 180.
34. Colomer, E.: El pensamiento alemán de Kant a Heidegger, Barcelona, Herder, 1986, vol. 1, p. 130.
35. K.r.V., A 713/ B 741.
36. K.r.V., A 140-141/ B 180.

o escaleno— de modo que bajo tal imagen no se recogería la universalidad mentada en el concepto de triángulo. Frente a ello el esquema de construcción propuesto ("Córtense tres rectas en el espacio plano") garantiza, por un lado, la universalidad propia del concepto mientras que, por otro, permite la aplicación de dichos conceptos a los ejemplos de triángulos que se nos aparezcan. En efecto, que el concepto de triángulo sea predicable o no de un objeto en particular dependerá de si dicho objeto puede ser generado a partir de la regla de construcción propuesta. No se tratará, pues, de comparar una imagen mental con una intuición empírica, ya que si bien la intuición y la imagen serían, en este caso, homogéneas entre sí no lo serían respecto del concepto. Frente a ello la nueva regla de construcción es homogénea tanto con el concepto como con el fenómeno. Con el concepto porque se trata de un procedimiento de construcción *universal*, válido para la construcción de toda clase de triángulos. Con el fenómeno porque el resultado de seguir la regla da lugar al objeto actualmente presente a nuestra intuición.

Otros textos de la *Crítica* vienen en apoyo de esta interpretación. En particular aquéllos en los que Kant caracteriza el modo de proceder de la matemática frente al método utilizado en filosofía. En un famoso texto de la *Disciplina de la razón pura* dice Kant: "El conocimiento *filosófico* es un *conocimiento racional derivado de conceptos;* el conocimiento matemático es un *conocimiento obtenido por construcción* de los conceptos"[37]. Y de forma no casual, 600 páginas después de que se haya discutido el problema del esquematismo, aparecen de nuevo en esta discusión la cuestión de los esquemas de los conceptos geométricos. En A 718/ B 746 especifica Kant el modo como opera el procedimiento matemático. Allí leemos que el método matemático opera por "construcción geométrica, mediante la cual añado en una intuición pura, igual que hago en la empírica, la diversidad que pertenece en general al esquema de un triángulo y, consiguientemente, a su concepto". La

37. K.r.V., A 713/ B 740.

lectura que proponemos de los esquemas de los conceptos geométricos encuentra sólidos apoyos en este significativo texto. En primer lugar, el esquema puro de 'triángulo' no es sino la regla de interpretación de un concepto. Tal regla debe contener, por tanto, aquello que esté ya incluido en el concepto de triángulo en general. Sólo si el esquema incorpora en la regla de construcción la diversidad que se piensa en el concepto podrá decirse que estamos ante un verdadero esquema del concepto triángulo. Pero, en segundo lugar, el texto citado deja claro que esa diversidad meramente pensada en el concepto y traducida a la regla del esquema queda materializada en la intuición pura o empírica en el proceso de la construcción. El resultado de la operación de construcción es un triángulo concreto en la intuición pura o empírica.

3. *Los esquemas de los conceptos aritméticos*

La sección del Esquematismo de la *Crítica* se ocupa de los esquemas de diferentes clases de conceptos: en apenas una página[38] Kant desgrana la caracterización y las principales diferencias entre los distintos tipos de conceptos y sus respectivos esquemas. En esa página escasa, Kant recorre los esquemas de los conceptos matemáticos, empíricos y las categorías. Sin embargo, sólo se detiene en una clase particular de conceptos puros sensibles o matemáticos, a saber, los conceptos geométricos. Sabemos, sin embargo, por otras afirmaciones de la *Crítica* que la matemática no sólo opera por construcción de magnitudes *(quanta)* en geometría, sino que la construcción de la mera cantidad *(quantitas)* da lugar al álgebra y a la aritmética[39]. En matemáticas ha de haber, pues,

---

38. En particular, entre A 140/B 180 y A 142/B 181.

39 K.r.V., A 717/ B 745. Con el objeto de simplificar nos referiremos con el término 'matemáticas' casi exclusivamente a la geometría y a la aritmética. Es preciso aclarar, no obstante, que para Kant la matemática pura incluye además de la geometría y la aritmética, el álgebra, la cinemática, la mecánica pura y el análisis (*cfr.* Kitcher, Philip: "Kant and the Foundations of Mathematics", *The philosophical Review,*

además de los conceptos geométricos, conceptos aritméticos que, como aquéllos, requieren de una explicación en lo referente al tipo de esquemas que les son propios. Con todo, no hay tratamiento de dicha cuestión por parte de Kant. Tratamiento que será, sin embargo, inexcusable si queremos dar una visión completa de la teoría del esquematismo que se perfila en la *Crítica de la razón para.* Es menester, pues, ensayar a partir de otros textos complementarios la formulación que podría ofrecerse de los esquemas de los conceptos puros aritméticos.

La cuestión de qué pueda interpretarse como esquema de un concepto puro aritmético es, en todo caso, algo más compleja que la que vimos en el caso de los conceptos geométricos. De entrada, es preciso señalar que no existe un estricto paralelismo en el tratamiento que se puede hacer de ambos problemas. Ello nos obligará a hacer una mínima digresión en torno al modo de operar que Kant considera típico en aritmética. El mismo Kant, consciente de las diferencias entre geometría y aritmética, distinguió dos tipos de construcción en matemáticas: la construcción *ostensiva* propia de la geometría y la construcción *simbólica* en aritmética[40].

La construcción ostensiva opera desarrollando en la intuición las propiedades de las figuras del espacio plano o tridimensional. El geómetra lleva a cabo su construcción apelando a la evidencia que proporciona a los sentidos —en este caso, a la vista— el curso de sus demostraciones. Y así, por ejemplo, cuando el geómetra ha de probar la relación que mantienen los ángulos de un triángulo con el ángulo recto

*"comienza por construir enseguida un triángulo. Como sabe que la suma de dos ángulos rectos equivale a la de todos los ángulos adyacentes que pueden trazarse desde un punto sobre una línea recta, prolonga un lado del triángulo y obtiene dos ángulos adyacentes que, sumados, valen dos rectos. De estos dos ángulos divide el externo trazando una paralela al lado opuesto del triángulo y ve que surge de este modo un ángulo adya-*

January, 1975, p. 23).

40. Ibídem.

*cente externo igual a uno interno [...] el geómetra consigue así una solución evidente y, a la vez, universal del problema*"[41].

En la construcción simbólica, en cambio, las propiedades de los objetos de la intuición se ponen de manifiesto a través de signos que representan los operadores (+, —, x, ÷), el signo de igualdad (=), los signos 'mayor que' y 'menor que' (>, <), etc. La manipulación de los objetos se hace sobre la base de su carácter puramente cuantitativo (numérico) de modo que se "prescinde totalmente de la naturaleza del objeto que ha de ser pensado según este concepto de magnitud"[42]. Los números son abstracciones obtenidas a partir de colecciones de objetos concretos. Pues bien, al operar en aritmética, manipulamos esas abstracciones de los objetos que son los números de una forma 'diferida' —podríamos decir— a través de los símbolos algébricos. Las operaciones vienen determinadas por procedimientos universales (reglas) a través de las cuales modificamos las magnitudes, pero esas modificaciones no se realizan de forma directa sobre los objetos mismos como en el caso de la geometría, sino sirviéndonos de signos previamente establecidos. Es fácil ver con un ejemplo en qué sentido son simbólicas nuestras operaciones aritméticas y no las geométricas: supongamos que de lo que se trata es de hallar la mediatriz de un segmento geométrico S (en términos de Kant, hallar una magnitud). Como es sabido, el modo de lograr nuestro objetivo es trazar los arcos de sendas circunferencias cuyos centros sean cada uno de los extremos del segmento S de modo que tales arcos se corten por encima y por debajo del segmento en cuestión y luego unir con una recta R los puntos de intersección entre las circunferencias. La mitad del segmento original S será el punto de intersección entre S y R. Obsérvese que dicha operación la llevamos a cabo, como señala Kant, *sobre el objeto mismo*[43], manipulando el espacio geométrico en que el segmento S se halla. Pero imaginemos que de

41. K.r.V., A 716/ B 744.

42. K.r.V., A 717/B 745.

43. Ibídem.

lo que se trate ahora sea de dividir en dos un grupo de 7512 objetos. Nuestro proceder será, en este caso, diferente: nos servimos del algoritmo que la aritmética pone a nuestro alcance y operamos, también esta vez, al hilo de unas reglas universales:

```
7 5 1 2 | 2
1 5     |_________
  1 1   3 7 5 6
    1 2
      0
```

Para hallar el resultado que buscábamos no ha sido necesario operar sobre los objetos que forman el conjunto —a diferencia de como sí lo fue en el ejemplo del segmento. Toda nuestra operación se ha hecho con independencia de cuál es la naturaleza de los objetos que se han de dividir y, más aún, se ha hecho no sobre los objetos sino sobre signos que simbolizan esos objetos. Es en este sentido en el que se puede decir que la construcción de conceptos en aritmética no es ostensiva sino simbólica.

Esto, sin embargo, plantea algunos problemas en cuanto al carácter intuitivo que la aritmética tiene según Kant. En efecto, es relativamente clara la relación que la geometría mantiene con el espacio como forma de nuestra intuición externa. La geometría puede verse en este sentido como una teoría sobre el espacio bi- o tridimensional y las figuras que pueden construirse en él. Pero ¿en qué radica el carácter intuitivo de la aritmética? Se ha señalado con insistencia[44] la falta de simetría entre estas dos construcciones estéticas en la *Crítica*. Parsons, por ejemplo, señala que "ciertamente Kant no consideró la aritmética como una teoría especial del tiempo, en el sentido en que consideró la geometría como una teoría especial del espacio"[45]. Y, sin embargo, está fuera de toda

---

44. Por ejemplo, Parsons, Ch. (Op. cit., p. 128), Risjord (*Loc. cit.*) o De Lorenzo. J.: *Kant y la matemática*, Tecnos, Madrid, 1992, p. 129.

45. Op. Cit., p. 133.

duda que para Kant la aritmética se funda en el tiempo como forma *a priori* de la intuición. Los pocos textos en los que Kant desarrolla esta relación entre la aritmética y el tiempo así lo permiten contemplar.

Cabe señalar que un primer sentido —no esencial, podríamos decir— en que la construcción aritmética se refiere a la intuición lo hallamos en A 239-240/ B 299: allí se nos dice que todos los elementos a *priori* del conocimiento (intuiciones, conceptos y principios) han de referirse en última instancia a intuiciones empíricas, pues de no ser así "carecen de toda validez objetiva y se reducen a un juego de la imaginación o del entendimiento con sus respectivas representaciones"[46]. Y, desde luego, entre los conceptos *a priori* que deben hallar su correlato efectivo en la intuición empírica están los conceptos aritméticos. Más allá de su validez meramente formal como sistemas de enunciados consistentes pero arbitrarios, postulados a voluntad por el matemático —en términos kantianos: más allá de su *mera posibilidad*— estos conceptos tienen que poder ser exhibidos en la experiencia y mostrar su *realidad* en ella. En matemáticas, dice Kant, el número busca su soporte y sentido

> *"en los dedos, en los corales del ábaco o en las rayas y los puntos que se presentan a la vista. El concepto es producido siempre a priori [...] pero su uso, al igual que su referencia a los supuestos objetos, no puede buscarse, en definitiva, sino en la experiencia"*[47].

El carácter intuitivo de las relaciones numéricas vendría dado, pues, por su relación con objetos que pueden ser considerados, a su vez, como la expresión fenoménica (concreta) de entidades abstractas (construidas) tales como los números. Cualquier conjunto de objetos (seis manzanas, seis dedos, seis puntos, etc.) resulta ser una expresión sensible —o mejor aún, *empírica*— de lo que es pensado de modo puramente formal en las propiedades del signo matemático '6'.

---

46. K.r.V., A 239/ B 299.
47. K.r.V., A 240/ B 299.

Pero hay un segundo sentido —más originario a nuestro juicio— en que es posible explicar el modo como Kant entiende el carácter intuitivo de la aritmética y su relación con el tiempo. El tiempo como forma de la intuición interna constituye, como se sabe, la condición formal suprema de nuestra receptividad: según Kant "constituye una condición a *priori* de todos los fenómenos en general, a saber, la condición inmediata de los internos (de nuestras almas) y, por ello mismo, también la condición mediata de los externos"[48]. Todos los objetos han de darse en el tiempo y sólo algunos de ellos —los denominados *'ausseren Gegestände'*— también en el espacio. Y las relaciones que esos objetos pueden mantener entre sí respecto al tiempo desde el que son intuidos son solamente tres: un objeto puede perdurar a lo largo del tiempo (permanencia), puede ser posterior en el tiempo a otro objeto (sucesión) o bien puede coexistir en el tiempo con otros objetos (simultaneidad)[49]. Pero más allá de los objetos contenidos *en* el tiempo, el tiempo mismo constituye a su vez una diversidad pura *a priori*[50], esto es, un compuesto de partes homogéneas cuya relación entre sí no es ni la simultaneidad, ni la permanencia sino *la sucesión*[51]. Pues bien, cuando en la percepción de los fenómenos sucesivos en el tiempo hago abstracción de la naturaleza de los objetos que se suceden; cuando prescindo de los acontecimientos mismos para fijarme únicamente en su carácter 'serial', sucesivo, la sucesión aparece entonces como una simple co-relación numérica abstracta y pura a la que denominamos tiempo. "La serie sucesiva, objeto de la aritmética, es un pedazo del sucederse, es un trozo del tiempo", explicaba García Morente[52]. Según Kant, sería

48. K.r.V., A 34/ B B 50.

49. Cfr. K.r.V., A 177/ B 219.

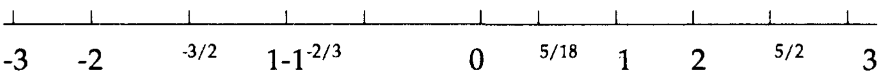
50. Según A 77/ B 102, espacio y tiempo *"enthalten nun ein Mannigfaltiges der reinen Anschauung a priori"*.

51 Cfr. la "Exposición metafísica del concepto de tiempo" y la primera Analogía de la experiencia y, espacialmente, A 31/ B 47 y A 183/ B 226.

52. La filosofía de Kant, Madrid, Espasa-Calpe, 1986, p. 54.

esta relación de la aritmética con la forma de la intuición la que justificaría de entrada el carácter, a su vez, intuitivo de la matemática.

Pero, además, es de interés considerar que el paralelismo entre la serie numérica y la serie temporal se extiende más allá de su simple carácter sucesivo. En este sentido cabe ver como la secuencia temporal comparte algunas significativas características con la serie de los números racionales. Por ejemplo, tanto la serie temporal como la numérica se extienden ilimitadamente en ambos sentidos: respecto de cualquier momento del tiempo, siempre es posible pensar otro momento anterior o posterior a él. Asimismo, en la representación geométrica de los números racionales siempre cabe hallar respecto de un punto dado y en cualquiera de sus sentidos un punto más alejado del 0. Esto es lo que se expresa de otra manera diciendo que el conjunto de los números racionales es infinito. Repárese además —por señalar otro ejemplo— en que el tiempo y los números forman lo que en matemáticas se denomina un *conjunto denso:* a saber, siempre cabe hallar entre dos intervalos de tiempo o dos números racionales, por pequeños que estos sean, un número ilimitado de ellos. O de una forma equivalente: entre dos intervalos numéricos y entre dos intervalos temporales no existen puntos vacíos[53].




Cerremos, pues, este necesario *excursus* sobre el carácter simbólico y a la vez intuitivo de las construcciones aritméticas para

53. En este sentido, acaso no sea casual que la representación estándar del tiempo —en este caso del tiempo histórico— sea, en ocasiones, un trasunto de la representación geométrica sobre una recta de los números enteros: a partir de un 'punto cero' (bien sea representado por la fundación de Roma, por el nacimiento de Cristo o por la héjira de Mahoma) se determinan los puntos-instantes como anteriores (negativos) o posteriores (positivos) respecto del punto-origen.

volver al tema de nuestro interés: a saber, la interpretación que es posible dar de los esquemas de los conceptos puros aritméticos. Como ya se dijo en secciones anteriores, los esquemas son reglas para la producción de imágenes que permiten la aplicación de los conceptos a sus respectivas instancias. Los conceptos fundamentales que encontramos en la aritmética son los de suma (a+b) y multiplicación (a·b). A ellos se les añaden sus operaciones inversas tales como la sustracción (a-b) o la división (a:b) y otras derivadas como la desigualdad (a>b), la potenciación ($a^b$) o la extracción de raíces. Son estos conceptos aritméticos los que encuentran su equivalencia en geometría en conceptos como 'triángulo', 'cono', 'diagonal', etc. Pues bien, los esquemas de los conceptos aritméticos habrán de ser, en su condición de esquemas, *reglas de construcción,* pero a diferencia de los esquemas de conceptos geométricos, aquello que resulta de la síntesis constructiva no son, en este caso, figuras en el espacio (no, por tanto, la mera magnitud[54]) sino cantidades numéricas. Siguiendo, entonces, con la hipótesis de trabajo de la que hicimos uso en la interpretación de los esquemas geométricos sería posible, también ahora, aventurar qué forma podría tomar el esquema de un concepto puro aritmético. El concepto de suma, por ejemplo, insta a llevar a cabo la síntesis de una diversidad numérica (cuantitativa) de acuerdo con la regla que expresa el esquema de dicho concepto. Esta regla de construcción podría expresarse aproximadamente así: "Sintetícese como una unidad la representación de la cantidad 'x' y la representación de la cantidad 'y'"; o bien: "Constrúyase una cantidad equivalente a dos o más homogéneas", etc. De igual forma, el concepto de multiplicación expresa a través de su esquema una regla de construcción esta vez diferente, cuya expresión podría ser algo semejante a esto: "Constrúyase una cantidad 'z' a partir de otras dos 'x' e 'y' tal que 'z' sea respecto de 'x' lo que 'y' es respecto de la unidad" o, quizá de forma más sencilla: "Sintetícese

54. K.r.V., A 717/ B 745 y también A 163/ B 204.

en una solo cantidad ('z') las 'y' representaciones sucesivas de 'x'"[55]

Como puede observarse, los esquemas de los conceptos aritméticos que acabamos de proponer pueden reducirse en último término a las definiciones operativas de tales conceptos. Así ocurría también con los esquemas de los conceptos geométricos, que, como vimos, coincidían con sus definiciones genéticas. Una vez más, aplicar un concepto aritmético consiste en interpretar de acuerdo con una regla el contenido del concepto. El concepto 'suma de dos números a + b' contiene el criterio para realizar la síntesis de dos cantidades; explicita, por así decir, las notas en las que se descompone el concepto. Aplicar el concepto de 'suma de a + b' supone llevar a cabo una acción —una síntesis— de acuerdo con un determinado algoritmo que sirve para realizar *in concreto* lo que el concepto mismo nos señala de una forma puramente abstracta. Por eso, como en el caso de los restantes conceptos, la regla en que consiste el esquema contiene aquello que está ya incluido en el concepto de suma y por eso también el esquema no hace sino exponer sintéticamente lo que de hecho se piensa en el concepto de 'suma de a + b'.

Pero el hecho de que los esquemas matemáticos coincidan en último término con las definiciones genéticas u operativas de los conceptos no debe considerarse un rasgo incidental. Sería imposible que esta coincidencia se diera ya en el resto de los conceptos —sean éstos empíricos o categoriales. Y no podría darse porque, según Kant, sólo los conceptos matemáticos son susceptibles de definición. En efecto, definir es para Kant establecer originariamente todas y coda una de las notas que le pertenecen a un concepto;

[55]. Esta es exactamente la expresión que Risjord da al esquema del concepto aritmético de la multiplicación (vid. Risjord, *loc. cit.*, p. 133). Risjord sin embargo, no hace uso de esta estrategia de interpretación que estamos sugiriendo (a saber: interpretar en última instancia los esquemas matemáticos como las definiciones genéticas u operativas de tales conceptos) para abordar los esquemas de conceptos geométricos.

en sus propias palabras, "ofrecer de modo originario el concepto detallado de una cosa dentro de sus límites"[56]. Es claro que esa determinación exhaustiva de notas sólo puede garantizarse cuando el concepto es arbitrariamente construido[57], ya que ni en el caso de los conceptos empíricos, ni en el caso de los conceptos denominados por Kant 'nociones' (conceptos como sustancia, causa, equidad, etc.), es posible dar garantía de haber hallado, al analizar el concepto, *todas* las notas que le pertenecen.

Esta es, en último término, la razón de que sólo los esquemas de los conceptos matemáticos puedan ser coextensivos con las definiciones de dichos conceptos. Es debido al carácter originariamente constructivo de la matemática por lo que los conceptos geométricos y aritméticos presentan como reglas de construcción (i.e. como esquemas) de sus instancias las definiciones originarias de estos conceptos.

## BIBLIOGRAFÍA


Allison, H. E: *El idealismo trascendental de Kant: una interpretación y defensa*, Barcelona, Anthropos, 1992, p. 277.

Bennett, J: *La 'Crítica de la razón pura' de Kant. La analítica*, Madrid, Alianza Universidad, 1979.

Butts, R.E.: *Kant and the Double Government Methodology*; Reidel, Dordrecht/Boston/Lancaster, 1981.

Colomer, E.: *El pensamiento alemán de Kant a Heidegger*, Barcelona, Herder,1986, vol.1.

Chipman, L.: "Kant's Categories and their Schematism", *Kant-Studien*, 1972/1.

García Morente, M.: *La filosofía de Kant*, Madrid, Espasa-Calpe, 1986.


---

56. K.r.V., A 727/ B 755.

57. En su Logik I, 1, § 4 (Ak. IX, 93) Kant distingue en una de las clasificaciones posibles de los conceptos —en concreto, según su materia— entre conceptos dados *(gegebene Begriffe)* y conceptos facticios *(gemachte Begriffe)*. Los primeros pueden ser a su vez dados bien *a posteriori* a partir de la experiencia (serían los conceptos empíricos), bien *a priori*. Estos últimos son los que reciben el nombre de 'nociones' e incluyen no sólo las categorías sino todos los conceptos que, como conceptos derivados —Kant los llama en A 82/ B 108 'predicables'—, se originan en el entendimiento. A esta distinción es a la que está haciendo mención implícita Kant al tratar qué conceptos pueden o no ser definidos.

Heidegger, M.: *Kant y el problema de la metafísica;* México, F.C.E., 1993.
Hintikka, J.: "On Kant's Notion of Intuition *(Anschauung)*" in Penelhum, T. and MacIntosch, J.J. (eds.) *The First Critique: Reflexions on Kant's Critique of Pure Reason*, Belmont, Cal., Wadsworth Publishing Company, 1969.
Kant, I.: *Logik,* Ak. IX.
Kant, I.: *Prolegomena,* Ak. IV.
Kitcher, Philip: "Kant and the Foundations of Mathematics", *The philosophical Review,* January, 1975.
Nolan, J.P.: "Kant on Meaning: Two Studies", *Kant-Studien,* 1979/2.
Parsons, Ch.: *Mathematics in philosophy; Selected Papers,* Ithaca, N.Y., Cornell University Press, 1983
Risjord, M.: "The Sensible Foundations for Mathematics: A Defense of Kant's View", *Studies in History and Philosophy of Science,* March 1990, vol. 21/1.
Spindler, J.: "Das Problem des Schematismuskapitels der Kritik der reinen Vernunft", *Kant-Studien,* vol. 25, 1923.