Matemáticas y ciencias humanas. Esbozo de un balance[1]

MARC BARBUT[2]

En las páginas que siguen, intento señalar de forma concisa cuáles son las principales características de las relaciones que las Matemáticas mantienen desde hace siglos con las Ciencias del Hombre y de la Sociedad. Trato sobre su uso, pero también sobre cómo deben usarse, y sobre todo, trato de algunos grandes acontecimientos en la historia del pensamiento matemático. Las ideas que he reunido en estas páginas se encontraban dispersas por diferentes textos y las he defendido desde hace tiempo, aunque afortunadamente, no he sido el único. Añadiré que, en esta época en la que teorías espumosas como el «relativismo» y la «desestructuración» se encuentran en pleno auge en los «Science Studies», me ha parecido útil recordar determinados hechos y afirmar algunas convicciones personales.

1. DE LAS MATEMÁTICAS A LAS CIENCIAS HUMANAS: USOS BUENOS Y MENOS BUENOS

Lo primero que conviene subrayar a propósito de las aplicaciones de las matemáticas a las ciencias sociales o a las ciencias humanas es que *no hay unas*

[1] El siguiente texto corresponde a la conferencia «La introducción de modelos matemáticos en Ciencias Sociales», pronunciada por el profesor Barbut dentro del ciclo Matemáticas, Estadística y Ciencias Sociales organizado por el Departamento de Sociología I de la UNED en febrero-marzo de 1997. Con él, se anuncia el próximo número de *Empiria* dedicado a los modelos en ciencias sociales. La traducción es de Álvaro Fernández y David Teira. Ha sido revisada por José M.ª Arribas. Versión francesa «Les mathematiques et les sciences humaines. Esquisse d'un bilan» in «L'auteur et ses raisons». P.U.F. París, Collection «Sociologies», 1999.

[2] École des Hautes Études en Sciences Sociales, Centre d'Analyse et de Mathématique Sociales, París.

matemáticas específicas de estas disciplinas. Se trata de las mismas matemáticas que se encuentran en otros dominios de aplicaciones, ya sea en las ciencias físicas, las ciencias naturales, o la ingeniería, y tanto más estoy dispuesto a sostenerlo cuanto que cometí una vez la imprudencia de publicar un curso de primer ciclo destinado a los estudiantes de geografía, psicología o sociología con el título Matemáticas de las ciencias humanas (Barbut, 1968) ¿Qué contenía? Análisis Combinatorio, Calculo de Probabilidades, mucha Algebra Lineal y aplicaciones de ésta a la estadística descriptiva. Nada diferente, pues, de lo que podría encontrarse en algunos capítulos de cualquier manual de matemáticas para los cursos de acceso a la Universidad (*Terminales scientifiques*) o para los preparatorios del ingreso en las Escuelas de ingeniería.

Por otra parte, algunos ejemplos más o menos celebres de modelizaciones matemáticas en las ciencias sociales muestran bien esta inespecificidad.

- Los «sistemas elementales de parentesco» de Claude Lévi-Strauss: la teoría matemática de algunos de ellos es una aplicación de la de los grupos de permutaciones (cf. Lévi-Strauss, 1949 y su apéndice por A. Weil).
- En Psicología experimental, las teorías del aprendizaje formuladas por B. F. Skinner y algunos otros se matematizaron mediante procesos estocásticos (cf. Rouanet, 1967): estamos aquí en uno de los dominios del Calculo de Probabilidades, las cadenas de Markov. Notemos, a este respecto, que se ponen otra vez de moda en los años 90 a propósito de las denominadas «ciencias cognitivas».
- También las cadenas de Markov se aplican en Sociología, en ciertas modelizaciones de los fenómenos de movilidad social o de modificación de opiniones (cf. Bonneuil, 1990; y Boudon, 1971), o también, en Lingüística y en el estudio de textos, para analizar secuencias de fonemas o grafemas. En este último caso, fue el propio A. A. Markov el autor de la primera aplicación. Volveremos a referirnos a ello más adelante.
- En Sociología y en Psicología social, el análisis de redes sociales se basa esencialmente en teoría de grafos y combinatoria, en lo que respecta a los métodos matemáticos aplicados.
- En Geografía humana, el análisis de las imágenes obtenidas por los satélites se hace, principalmente, mediante operadores lineales, al igual que en el tratamiento de imágenes en Medicina.
- La Sociología del deporte ha encontrado en la teoria matemática de juegos (que es, por otra parte, la herramienta esencial de la teoría económica) los conceptos básicos y el marco formal adecuado para la descripción de los juegos deportivos (cf. Parlebas, 1986).

Estos ejemplos muestran la diversidad de dominios de las matemáticas que están en juego y, sobre todo, dos cosas. La primera que, en cada caso, se trata de una aplicación al estudio de un fenómeno bien delimitado, y por tanto limitado, propio de una Ciencia Social en particular. Se habla a veces, con razón, de Psicología matemática, de Sociología matemática, de Economía matemática o Demografía matemática. Pero las matemáticas que intervienen en los diversos dominios de cada una de estas disciplinas provienen de diferentes dominios matemáticos como ocurre también en la física matemática. La segunda observacion es que en cada caso, *lo que se matematiza* no es el fenómeno mismo, sino *la teoría que hace* *del mismo el especialista* de la disciplina a la que compete su estudio: en el primero de los ejemplos que antes citábamos, lo que matematizó A.Weil no era un sistema de parentesco, sino la teoría que de éste elaborase el antropólogo C. Lévi-Strauss.

No debemos perder esto de vista jamás. Sería perfectamente vano querer construir un modelo matemático de un fenómeno, sea social o natural, si la disciplina a la que compete su estudio no dispusiese previamente de una teoría sobre el mismo, y ello resulta especialmente evidente cuando se trata de los métodos estadísticos denominados *análisis de datos* (*«analyse des données»*). Algunos de éstos han sido vulgarizados desde principios de los años 70, y su utilización se ha visto enormemente facilitada al ampliarse la potencia de calculo de los ordenadores. Muchos investigadores en Ciencias sociales han tomado desde entonces el detestable habito de confiar sus «datos» (cada vez más abundantes por otra parte, incluso demasiado abundantes) a un ordenador y hacerlos pasar por el molinillo de tal o cual programa de análisis estadístico esperando que la verdad surja en forma de gráficos. Se podrá, entonces edificar un discurso para interpretarlos a continuación como en la cartomancia. Ahora bien, la geometría empleada en estos métodos está lejos de ser trivial, y es totalmente opaca para el geógrafo o el «sociólogo lambda»; también lo es, para la mayor parte de los técnicos informáticos.

Finalmente, el tratamiento automatizado de los «datos» hace perder a quien se supone encargado de estudiarlos el insustituible conocimiento que se adquiere por su lenta y constante manipulación. Y, sin embargo, sólo a partir de esta manipulación, y de la reflexión que va pareja, se puede elaborar una teoría. Recurrir sólo a estos métodos es, en buena parte, indicio de una forma moderna de oscurantismo. Todo lo más pueden servir, como acertadamente enseñan los estadísticos, en una fase «exploratoria» del estudio de los «datos». Pero no nos eximen en ningún caso de elaborar una teoría, que no puede salir sino de la cabeza del investigador, y no de su ordenador personal: si no se sabe lo que se busca, hay pocas oportunidades de encontrarlo.

Por último debemos preguntarnos cómo hicieron grandes creadores, como por ejemplo, V. Pareto o E. Durkheim, para encontrar leyes cuantitativas o matemáticas que daban y dan aún hoy en día explicaciones de ciertos fenómenos sociales. ¿De qué ordenadores disponían? Se concentraban en series pequeñas, hacían sus cálculos a mano, y sobre todo, trabajaban con la cabeza. Contra este segundo escollo en la modelización matemática, el uso ciego de los programas informáticos de análisis de datos, podemos prevenirnos respetando el precepto *«tengamos la cabeza sobre los hombros»* y el precepto complementario: *«tengamos los pies en la tierra»*.

Por oposición a los usos pedestres que reciben algunos instrumentos estadísticos, nos encontramos con «aplicaciones» de recientes teorías matemáticas muy elaboradas cuya única relación con la realidad a menudo no es otra cosa que analogías más o menos precisas. Pienso en el uso que algunos hacen del lenguaje y los conceptos de la geometría diferencial o de la teoría de los sistemas dinámicos («el caos es verdaderamente muy agradable», «los atractores extraños atraen extrañamente»,...) sin que jamás se proponga una verificación empírica de la validez de las formulas matemáticas enunciadas. Se pierden en las alturas. Hay casos (cuando se trata de algunos conceptos filosóficos de Aristóteles, por ejemplo) en que la verificación empírica parece en efecto difícil, incluso imposible, pero en otros –por ejemplo, los que tratan las llamadas ciencias «cognitivas»– la primera cautela del modelizador debiera ser comprobar las hipótesis de su teoría mediante su confrontación con las observaciones. Y para esto debe emplearse la Estadística (especialmente la estadística inferencial), con toda la gama de métodos que nos ofrece para formar un juicio racional sobre la adecuación de los modelos a los hechos observados: ajustes, estimación, contraste de hipótesis, etc. La respuesta será raramente un sí o un no, solamente un mayor o menor grado de probabilidad. No es poco.

Ahora bien, muy a menudo se olvida esta obligación de *retornar a las observaciones*. Con todo, no siempre es así, como ocurre, por ejemplo, en el caso de las aplicaciones de la teoría de los sistemas dinámicos a la Demografía que se pueden encontrar en Bonneuil (1990). Sin duda ello se debe a que los demógrafos están obligados, por su oficio, «a tener los pies en la tierra»: no se puede decir cualquier cosa sobre los indicadores observados periódicamente de un modo objetivo, como puedan ser los tamaños de las poblaciones, las tasas de fecundidad o de mortalidad. Pero el caso más ejemplar, el más edificante me atrevería a decir, de lo que debe ser la actitud inteligente del retorno a la observación, nos lo proporciona el gran matemático A. A. Markov. En la primera década de este siglo, creó la teoría matemática abstracta de las cadenas probabilísticas, que denominamos ahora *cadenas de Markov*: se trata de un nuevo dominio, muy fecundo, del Cálculo de Probabilidades. Tiene su origen en problemas matemáticos que plantearon algunos matemáticos coetáneos, P. L. Tchebichev y H. Poincaré, especialmente. Se trata, por tanto, de un desarrollo interno de la disciplina. Ahora bien, desde 1913, A. A. Markov «se mancha las manos» para comprobar la validez de su teoría, y lo hace contando en el texto literario de Pushkin: *Eugenio Onieguin,* la alternancia de vocales y consonantes (la cadena tiene dos estados, en esta aplicación), y enumerando (hace falta mucho cuidado y paciencia cuando se hace a mano) los diagramas (encadenamientos de orden 1), los trigramas (orden 2), hasta los tetragramas, y elabora algunos tests de adecuación (de la observación a la teoría) adaptados a este caso. ¡Y funciona (Petruscewycz, 1979)! Es imposible olvidar la lección de realismo que nos dio el matemático puro A. A. Markov.

2. DE LAS CIENCIAS HUMANAS A LAS MATEMÁTICAS: DOS GRANDES MOMENTOS *(STERNSTUNDEN)* EN LA HISTORIA DEL PENSAMIENTO

Pasemos ahora a lo que para mí es esencial en las relaciones de las matemáticas con las Ciencias Sociales. No nos ocuparemos ya de la aplicación de instrumentos matemáticos previamente disponibles a la modelización de fenómenos que dependen de disciplinas de las ciencias sociales, sino de la creación de nuevos dominios de las matemáticas para resolver problemas que surgen en estas disciplinas, y de la influencia que éstas pudiesen tener en el desarrollo ulterior de estos nuevos dominios.

Algunos matemáticos, el gran algebrista André Weil, por ejemplo, piensan que las ciencias humanas no han tenido jamás ninguna influencia sobre su disciplina. Pues bien, están equivocados. Es cierto que la evolución de la matemática, la creación de teorías y de nuevos conceptos se alimenta principalmente, y cada vez más, de los problemas que se plantea a sí misma: se trata de un desarrollo en lo esencial autónomo respecto a su entorno, constituido por las otras ciencias. Es cierto también que los problemas planteados por otras disciplinas que originaron la creación de nuevas herramientas en las matemáticas (sobre todo en siglos pasados) provenían a menudo de la Astronomía, de la Mecánica o de la Física, en resumen, de las ciencias llamadas «exactas», o incluso de la ingeniería. Pero hay dos grandes dominios de las matemáticas que han nacido de problemas que competen a las ciencias sociales o humanas, y a las que deben una gran parte de su desarrollo posterior:

- El Cálculo de Probabilidades (con la prolongación que constituyen la Estadística matemática y la ampliación de la moderna «teoría de juegos»).
- La lógica matemática y sus ramificaciones, tales como la teoría de los lenguajes formales o la informática teórica.

El Cálculo de Probabilidades y su posteridad

Empecemos por el *Cálculo de Probabilidades*. Existe, por supuesto, una prehistoria que va desde G. Cardano, en el siglo XVI, hasta la antigüedad latina. Pero su nacimiento oficial, se sitúa en el transcurso del año 1654, en la correspondencia entre Pierre Fermat y Blaise Pascal sobre el celebre «problema de los repartos»¿De que se trata? De un juego de cara o cruz, que se juega en varias tiradas entre dos jugadores: si se termina la partida, hay un ganador, y este se queda con lo apostado. Pero si se interrumpe el curso de la partida, ¿cómo hacer el reparto *(parti)* de la apuesta, contando con los puntos ya ganados por ambos jugadores? En general, cuando se interrumpe el juego, uno de los dos tiene más «oportunidades» de ganar que el otro. ¿Pero cuántas? ¿Y cuál es el reparto justo?

Blaise Pascal encontró la solución: calcular la *esperanza* de cada jugador (el término ha sobrevivido para designar el mismo objeto: la esperanza matemática) y repartir la apuesta proporcionalmente a sus respectivas esperanzas. Para establecerlas, enuncia la regla de concatenación entre la esperanza en un momento determinado del juego y la de los que vendrían a continuación (esperanzas y probabilidades condicionadas, en el lenguaje actual) y construye el «triángulo aritmético» necesario para los cálculos resultantes.

Así, el Cálculo de Probabilidades, que hoy en día, 350 años después, es una de las ramas más vivas y más fecundas en aplicaciones de las matemáticas, nace de un problema de *decisión*: una decisión que hay que tomar (un reparto, en este caso) ante un porvenir incierto (en el momento en que debe efectuarse el reparto, la partida tiene distintos finales posibles), como inciertas son también, por tanto, las eventuales consecuencias de la decisión adoptada. ¿Hay alguna situación más ejemplar de la «condición humana» que ésta, más trágicamente humana, incluso (baste pensar en la apuesta , el «*pari*»pascaliano)? No debemos equivocarnos: los juegos de azar nos ofrecen la ocasión de elaborar, en circunstancias depuradas y simplificadas, una «geometría del azar» que nos permitirá tratar con los instrumentos matemáticos adecuados otros casos de decisión en condiciones inciertas, como los que se encuentran en la «vida real»: contratos de seguros, pensiones, y numerosas decisiones de naturaleza jurídica, muy presentes en el espíritu de los contemporáneos de Pascal y de sus antecesores [3].

Blaise Pascal dejó de interesarse muy pronto por estos problemas, al menos en lo que a su tratamiento matemático se refiere. Tuvo como sucesores a Christian Huygens, quien escribe el primer tratado sobre la cuestión (*De ratiociniis in ludo aleae*, 1657) y a quien se debe el término «probabilidad» en su sentido técnico, y G. W. Leibniz, que tuvo conocimiento de los textos de Pascal durante su estancia en París en 1675, y trata por su cuenta numerosos problemas relativos a los juegos de azar, entre ellos el problema de los repartos. Pero una cosa es disponer de un Calculo de Probabilidades, una «geometría del azar», y otra bien distinta es aplicarla a situaciones concretas como las anteriormente descritas que van más allá del caso artificioso de los juegos de salón. Es entonces cuando interviene la *Estadística*.

En principio, tenemos una estadística *descriptiva*, pues es necesario describir, representar las situaciones de forma tan exacta como sea posible, tener listas o inventarios de casos posibles y establecer las categorías pertinentes. Por tanto, hay que contar, y lo que en primer lugar se cuenta, hacia la década del 1660, son los hombres, el número de nacimientos y muertes. De ello se ocuparon en Inglaterra principalmente John Graunt y William Petty. Trataban de estimar lo que hoy en día denominamos *esperanza de vida*, con miras a racionalizar el calculo de las pensiones vitalicias, como ocurre, en la actualidad con los seguros de vida. Es interesante destacar que el Calculo de Probabilidades y la Estadística comenzaron en el mismo momento, al parecer de forma independiente, y como apuntó Ernest Coumet (1970), no fue por azar. Después vino la estadística *inferencial*, pues hay que evaluar las probabilidades que intervienen en el calculo de la esperanza que como todo el mundo sabe, es la suma de ganancias ó perdidas esperadas ponderadas por sus respectivas probabilidades. Es fácil de calcular en un juego de cartas o de dados, pero ¿cómo hacerlo en otros casos?

Jacques Bernoulli dió la primera respuesta, al parecer en 1689 (hasta 1713, ocho años después de su muerte, no se publicaría su *Ars conjectandi*): es el método, de estimación de una probabilidad (o una proporción desconocida) a partir de la observación de una muestra extraída «al azar» que hoy día nos es tan familiar gracias a los «sondeos de opinión». Lo que fundamenta el método, tal como explícitamente apuntaba J. Bernoulli en la «Carta a un amigo sobre el juego de pelota» (apéndice del *Ars conjectandi*), es el teorema probabilístico por él demostrado y

[3] Sobre el nacimiento del Cálculo de Probabilidades, el problema de las partidas, y el contexto social en que tuvo lugar, se puede consultar con provecho Coumet (1970). En castellano de Mora Charles (1989).

conocido a partir de la mitad del siglo XIX como *ley de los grandes números*. Una denominación bastante inexacta, por otra parte, puesto que la convergencia probabilística de las frecuencias muestrales observadas hacia la probabilidad o la proporción que queremos conocer es bastante rápida; incluso con tamaños de muestras bastante pequeñas, varios centenas de observaciones o menos, se obtienen buenas estimaciones. Y basta una muestra de algunas decenas de unidades para que podamos aplicar la aproximación de la distribución de la media de las desviaciones por la Ley Laplace-Gauss.

En todo caso, es patente que las «aplicaciones» en las que pensaba J. Bernoulli, y un poco más tarde su sobrino y epígono en este campo Nicolas Bernoulli (*De usu artis conjectandi in jure*, Basilea, 1715) no se refieren, en modo alguno a los «errores de medida» en Geodesia o Astronomía, esto llegará dos décadas después, sino más bien a las «ciencias morales» o del Derecho. Podemos situar, por tanto, el Calculo de Probabilidades y su hija la Estadística en un dominio más amplio, en el de la teoría matemática de las decisiones y de la acción, cuando las consecuencias de tales decisiones son *inciertas*.

En los juegos de azar, la incertidumbre resulta solamente del azar, que, como todo el mundo sabe, no tiene «ni conciencia, ni memoria». Incluso la decisión del estadístico al rechazar o aceptar la «hipótesis H_0», a la vista, por ejemplo, del resultado de un test, tiene un resultado incierto (el estadístico puede decidirse por la opción «mala»), y su incertidumbre no resulta sino del azar. En un lenguaje más técnico, esto radica en «el estado de naturaleza»(*état de la nature*) mientras que otros hablarán del Diablo o de la Providencia. Debe quedar claro, entonces que, en un juego o en una toma de decisión, el *azar* es aquel adversario en cuya decisión yo no puedo influir, el que no reacciona ante mis acciones. Este es el verdadero sentido del adagio que antes recordábamos: el azar no tiene conciencia ni memoria.

Por el contrario, en la mayor parte de los juegos de salón y en las situaciones reales de decisión no nos enfrentamos solamente con el azar; hay otros adversarios (a veces, también compañeros), otros «jugadores» tan *racionales* como yo que pueden reaccionar ante mis actos, pues tienen conciencia y los recuerdan. Aquí la incertidumbre ante las consecuencias de mis propias decisiones resulta de las acciones que otros emprenden con mayor o menor independencia de las mías y que, por tanto, yo no puedo prever; el resultado depende también de sus actos, y no solamente de los míos.

A la racionalización y modelización matemática de estas situaciones generales de decisión en las que intervienen dos «jugadores» o más, y eventualmente también el azar, está consagrada la teoría de juegos, cuya acta de nacimiento suele datarse generalmente en 1944, año en que aparece la obra fundadora de J. von Neumann y O. Morgenstern (von Neumann y Morgenstern, 1944). No apareció, sin embargo, *ex nihilo*. Algunos de sus principales conceptos están ya presentes en autores que, como Maquiavelo, reflexionaron sobre la acción, sus resortes y, sobre todo, sobre su lógica y sus normas (cf. Barbut, 1970). De hecho, a principios del siglo XVIII aparece esbozado el estudio matemático de algunos «juegos de estrategia», en los cuales interviene la habilidad de los jugadores (cf. el artículo de G. Th. Guilbaud (Guilbaud, 1961)). A finales de siglo, Condorcet comienza a estudiar matemáticamente la lógica de las decisiones colectivas (cf. Guilbaud, 1968). A esto le sigue un largo eclipse durante todo el siglo XIX.

Debemos esperar hasta el siglo XX, cuando, en vísperas de la primera guerra mundial, E. Zermelo demuestra la existencia de estrategias optimas en el juego del ajedrez y hacia 1920, E. Borel extiende este resultado a una amplia clase de juegos, los denominados «de información completa». Finalmente, hacia 1928, J. von Neumann elabora los principales conceptos de una teoría general de los juegos de estrategia, y demuestra algunos de sus teoremas fundamentales.

Como en el caso los juegos de azar, la teoría de juegos se ocupa claramente de muchas otras cosas además de los juegos de salón. El titulo *Theory of games and economic behavior*» (von Neumann y Morgenstern, 1944) es perfectamente explícito a este respecto. La teoría económica, por ejemplo, fue enteramente renovada, pero también la Economía aplicada a la gestión de la empresa: la investigación operativa, nacida durante la Segunda Guerra Mundial a partir de problemas planteados por la dirección de las operaciones militares y su logística, se aplica después a la racionalización de la toma de decisiones por parte de los responsables de empresas civiles.

En el día de hoy, esta *praxeología matemática* (también llamada *matemáticas de la decisión*), que comprende el Cálculo de Probabilidades, la Estadística y la Teoría de Juegos, aún está en pleno desarrollo. La teoría de sistemas dinámicos le proporciona nuevos instrumentos, y la reciente teoría matemática de la *viabilidad* la provee de nuevas extensiones. Aunque el dominio de aplicación de la teoría de juegos sea el de la racionalización de elecciones y decisiones, y se cuente, por tanto, entre las «ciencias del Hombre», lo cierto es que tomó prestada la parte principal de sus instrumentos de las matemáticas ya establecidas. Los conceptos eran nuevos, pero no las técnicas matemáticas aplicadas.

Es igualmente cierto que, en el mundo actual, numerosas aplicaciones del Cálculo de Probabilidades y de la Estadística tienen por objeto cuestiones de física o ingeniería. No obstante, sus aplicaciones a los fenómenos sociales no están menos vivas, y a veces son igual de importantes en la vida cotidiana de individuos y empresas, y no solamente por los necesidades de laboratorios de la psicología experimental o de la lexicología, por ejemplo. Pensemos, especialmente, en los estudios de mercado, en los sondeos de opinión y, sobre todo, en los sistemas de seguros. No se debe olvidar jamás lo que anteriormente apuntábamos: sus orígenes se encuentran en la segunda mitad del S. XVII, en la reflexión sobre algunos problemas muy cercanos a estos que ahora indicábamos, sondeos de opinión, seguros, etc. y sobre su modelización matemática. Al establecer el «reparto justo» (*juste parti*) al modo de Pascal empleamos la misma lógica que al determinar el «valor justo» de una prima de seguros.

Destacaremos un último aspecto. En esta historia plurisecular de los vínculos entre el Calculo de Probabilidades, la Estadística y las Ciencias Sociales, estas últimas también dieron lugar, varias veces, a la creación de nuevas técnicas, de las que principalmente se beneficiaron las denominadas «ciencias exactas». He aquí dos casos ejemplares:

El primero en Estadística. Decía anteriormente que entre las técnicas más utilizadas, con mayor o menor oportunidad, está el «análisis de datos» que, en lo esencial, proviene del *análisis factorial*, una técnica creada en 1904 y no por un estadístico, sino por el psicólogo británico C. Spearman y mejorada después en los años 30, por el gran estadístico R. A. Fisher y por L. L. Thurstone, otro psicólogo. Prueba de ello es que cuando Georges Darmois, titular de la cátedra de Estadística matemática de la Universidad de Paris, publica en 1940 un opúsculo (Darmois, 1940) titulado *Les mathématiques de la psychologie*, no es, en realidad, otra cosa que una introducción al análisis factorial. Añadamos además que, tras la Segunda Guerra Mundial, la Psicología busca nuevos instrumentos probabilísticos o estadísticos: principalmente las cadenas de Markov, a las que nos referíamos antes, el análisis de la varianza, y la teoría sobre el contraste de hipótesis

El segundo ejemplo se refiere a la vez a la Estadística (por su descubrimiento) y al Cálculo de Probabilidades (por su teoría matemática). Son las leyes (probabilísticas) estables respecto a la adición de variables aleatorias independientes, que podemos denominar distribuciones de Pareto-Levy por el nombre de su inventor, el economista y sociólogo Vilfredo Pareto, y el de su principal teórico, el gran matemático probabilista Paul Levy. La aventura comienza en 1896: V.Pareto, titular de la cátedra de Economía de la Universidad de Lausanne, donde había sucedido a Léon Walras, realiza un estudio empírico de la distribución estadística de los ingresos fiscales (los únicos datos disponibles sobre rentas, al menos en la época de Pareto) sobre varias decenas de ejemplos.

A finales del siglo XIX, la mayor parte de los científicos no conocía más que un tipo de distribución estadística: la ley de Laplace-Gauss o ley «normal» (la famosa «gorra de gendarme»), derivada a su vez de la ley binomial, la de las extracciones aleatorias independientes de una urna, la de Jacques Bernoulli y la «ley de los grandes números». Tomemos un fenómeno característico de la ley de Laplace-Gauss: la altura de los reclutas, que se distribuye «normalmente» alrededor de un valor medio. Preguntémonos: ¿qué probabilidad hay de encontrar un recluta que mida más del doble de la altura normal? Respuesta: ninguna, o casi. Ello se debe a que, en las distribuciones de Laplace-Gauss, todos los posibles valores de la variable están muy concentrados alrededor de la media, y son por tanto del mismo orden de magnitud: los valores grandes tienen una probabilidad casi nula.

Consideremos ahora, como lo hiciera Pareto, la distribución de las rentas, y hagámonos la misma pregunta: ¿qué probabilidad hay de observar rentas superiores al doble de la renta media? Respuesta: respecto a los ingresos fiscales franceses, actualmente, del orden del seis al siete por ciento. No es despreciable: en este caso, los valores grandes no son raros, se trata un orden de fenómenos muy distinto. Pareto investiga entonces, sirviéndose de *pequeñas* estadísticas disponibles sobre rentas de distintas épocas y países, cuál sería la forma analítica de una distribución teórica que se ajustase bien a las observaciones y que tuviese la propiedad deseada: que la frecuencia de los valores grandes no fuese despreciable. Sabía lo que buscaba, y lo hizo, en principio, gráficamente, tanteando, sin duda.

¡He aquí el *buen* «análisis de datos»! Pues de la expresión matemática de una distribución se pueden deducir propiedades, cuya verificación permite confirmar (o eventualmente, anular) la validez del ajuste. Por ejemplo, el cálculo muestra que en la fórmula (1) que tenemos a continuación, para los valores habituales del parámetro , la frecuencia de los valores que duplican la media es del orden de magnitud de un 5% a un 10%. Hay confirmación. Por otra parte, también se pueden deducir modelos explicativos de la forma matemática de la distribución teórica, como vamos a ver después.

Por tanto, V. Pareto muestra empíricamente que la expresión matemática de una distribución ajustada a las observaciones es de la forma:

$$(1) \quad \Pr(X > x) = \frac{K}{(x + c)^{\alpha}} \qquad \alpha > 0,\ K > 0,\ x \geq x_0 > 0$$

Los valores estimados del exponente , en su época, estaban entre 1 y 2 para las rentas, como también, por lo demás, para los patrimonios. Está claro que, cuando x aumenta indefinidamente, una función de la forma (1) tiende a cero con mucha menor rapidez que en el caso de las distribuciones de Laplace-Gauss, cuya función de densidad es de la forma:

$$\lambda e^{-Kx^2} \qquad K > 0,\ \lambda > 0$$

La funcion exponencial incluyendo un cuadrado crece infinitamente más rápido que una «función potencial»; la distribución «normal» es casi igual a cero cuando x se desvía suficientemente de la media. Las distribuciones de tipo paretiano (1) se hallarían luego en lexicología (se habla de la ley «rango-frecuencia» de Estoup y Zipf, pero no es más que el *volapück* de la tribu de lingüistas), y en geografía urbana ley «rango-tamaño» de las aglomeraciones ordenadas por población decreciente, llamada de Auerbach, por el geógrafo alemán que la encuentra hacia 1910, ignorante también él de que se trata de una distribución paretiana.

También encontramos esta distribución en fenómenos no sociales, sino naturales, tales como la distribución de la longitud de los ríos o de la superficie de los lagos, y en otras disciplinas de las Ciencias del Hombre o de la Naturaleza. En suma, hacia finales de los años 1920 se podía estar en la convicción de que se trataba de una ley universal, casi tan universal como la ley «normal». En este momento interviene Paul Levy. Este teórico del Cálculo de Probabilidades no se interesaba apenas por las aplicaciones, e incluso puede que ignorase el nombre de V. Pareto. Pero tiene un enorme interés en la cuestión siguiente, que es interna al Cálculo de Probabilidades: ¿cuál es el conjunto de distribuciones tales que si sumamos diversas variables aleatorias independientes extraídas de una de ellas, obtenemos la misma ley, *como ocurre en el caso en la ley de Laplace y Gauss*?

P. Levy las denominó leyes *de tipo estable respecto a la adición*. Su importancia radica en que corresponden a nuestras intuiciones de lo que ocurre cuando, en una primera aproximación, aparecen diversas variables en un modelo lineal. También en que sólo estas leyes pueden aparecer como «leyes límites» de las medias (convenientemente poderadas) de variables aleatorias independientes. Ahora bien, lo que Paul Levy demuestra en 1935 (Pareto había muerto 12 años antes) es lo siguiente:

- Por una parte, está la ley de Laplace-Gauss, cuando la varianza de la suma de variables es finita y, todas son, por tanto, del mismo orden de magnitud
- Hay, por otra parte, toda una familia de leyes, que son asintóticamente paretianas, pudiendo ser el parámetro un valor cualquiera entre 0 y 2 ($0 < \alpha < 2$)

En esta segunda familia de leyes estables, que es conveniente denominar de Pareto-Levy, siguiendo a Mandelbrot, la varianza es infinita. Esto explica que los valores grandes no sean raros.

Para terminar, añadiría que el hombre de Pareto, al que podríamos llamar *hombre extremo* (*homme extrême*), aquel en que los valores grandes son posibles y la variabilidad es la nota predominante, me parece mejor adaptado que el *hombre medio* (*homme moyen*) de Adolphe Quetelet a la mayor parte de las variables que encontramos en las Ciencias del hombre, pues éste no vale más que con variables muy poco dispersas (tales como las medidas antropométricas, en efecto). Pero la influencia de Quetelet en las ciencias sociales fue muy grande, pensemos en este absurdo: la inteligencia (el C. I.) escalonada según la distribución de Laplace-Gauss alrededor de una «media» arbitrariamente fijada en 100. Pero cualquiera que haya tenido que examinarse alguna vez en la escuela sabe bien que los buenos resultados, incluso los muy buenos, como también los malos, no son ni los más frecuentes, ni los más raros. Suponiendo que tenga algún sentido medir la inteligencia, qué barullo resulta de este escalonamiento queteletiano.

La lógica matemática y sus ramificaciones

Entre las dos guerras mundiales, Stefan Zweig escribe un ensayo que ha resultado celebre: *Sternstunden der Menscheit* ,literalmente, *Horas estelares de la humanidad*. La idea de S. Zweig, ilustrada con doce ejemplos, es que hay momentos en la historia de la humanidad en que el destino alumbrado por una lucecilla que se enciende, se inclina hacia grandes realizaciones. También en la historia del pensamiento hay *Sternstunden* (¿podríamos decir *horas grandes*?), en las que da comienzo una prodigiosa aventura. Para mí el año 1654, en el que asistimos al nacimiento del Calculo de Probabilidades, es incontestablemente, uno de estos momentos faro.

Dos siglos después, comienza otra aventura, se da otro giro que originará también desarrollos capitales en la historia del pensamiento, y particularmente en la de las matemáticas y sus aplicaciones. En 1847, George Boole publica *The mathematical analysis of Logic*, y después, en 1854 (exactamente el año del bicentenario del Calculo de Probabilidades), *An investigation of the laws of Thougt*. ¡Las leyes del Pensamiento! Ambicioso proyecto, de cuya realización estamos muy lejos aún hoy en día..., tanto mejor. Más modestamente, lo que Boole crea a mediados del siglo XIX es el tratamiento algebraico de las reglas aplicadas en el razonamiento matemático, los *retículos* (*redes o álgebra booleana*), y ya es bastante.

También aquí hay una prehistoria: Leibniz, sin duda, e incluso Ramon Llull; algunos irán a buscar las premisas de esta aventura en la filosofía medieval, y hasta en Aristóteles. ¿Por qué no? Hay en todo caso un contexto favorable, el de la escuela algebraica inglesa del siglo XIX, la del álgebra simbólica. Pero a Boole se debe también esta idea genial: modelizar mediante una estructura algebraica definida por algunos axiomas simples, un sector bien delimitado del pensamiento y del lenguaje, el del razonamiento matemático y su discurso. Búsqueda de leyes del pensamiento, de leyes del lenguaje, ¿hay algo más «humano» que ésto? Si aquí no estamos en las «ciencias humanas», ¿dónde lo estaremos? Por otra parte, G. Boole se interesa también por el razonamiento «probabilista» y deja a la posterioridad algunas reglas, derivadas del Calculo booleano, para el Calculo de las probabilidades «totales y compuestas».

¿Cuál fue para las matemáticas la continuación de la vía abierta por G. Boole? En principio, la misma lógica matemática. Más exactamente, *las lógicas* que desde hace un siglo y medio se esfuerzan en ajustarse cada vez más a los matices del razonamiento, y sus fundamentos. Por citar algunas, recordemos la lógica intuicionista, las lógicas modales, las lógicas combinatorias, etc., todas son capítulos de las matemáticas, con su combinatoria y sus propias reglas de calculo, y esta arborescencia, que tiene su origen en la creación de Boole, aún no ha terminado.

Paralelamente, se despliega un esfuerzo para reemplazar por máquinas la actividad de los calculadores (Charles Babbage realiza sus primeros prototipos, siempre en Inglaterra, hacia 1830-1840) y en general, ciertas actividades intelectuales del hombre eventualmente mecanizables. Se trata de la *Informática Teórica*, y de su esperanza –un poco loca, especialmente en el caso de algunos psicólogos– de que el ordenador pueda proporcionarnos un «modelo» aceptable del cerebro humano. No creo que esto sea posible, afortunadamente. Las tareas realizadas por estas máquinas no cubren sino algunos sectores muy limitados de la actividad intelectual, aquellos para las que están programadas, pero, justamente, es necesario escribir tales programas y esto se hace en lenguajes artificiales, creados a la vista de un conjunto u otro de tareas, cuya ejecución podrían enfrentar. De ello resulta la teoría matemática de los *lenguajes formales*, los instrumentos algebraicos básicos para la informática teórica que se apoyan esencialmente en la teoría de monoides y algunas otras estructuras algebraicas (cf. Gross, 1967).

También en este caso algunos lingüistas creyeron, hace ya cuatro décadas, que estábamos a punto de obtener un álgebra no solamente de los lenguajes artificiales de la informática, sino también de los lenguajes naturales. Esperanza evidentemente fallida y, una vez más ¡tanto mejor! El lenguaje no necesita más que una sintaxis para hablar con la máquina, que, aunque tenga memoria, no tiene conciencia, para la máquina, el sentido de las «palabras» inscritas en su memoria no tiene ninguna importancia, solo cuenta su concatenación, y las reglas que a ella se aplican, y solo de éstas cabe un álgebra. Los lenguajes naturales son muy distintos: la semántica es inseparable de su funcionamiento. No queda ya más que la ambición de automatizar sectores cada vez más amplios de la actividad intelectual del hombre, con sus lógicas y sus lenguajes. A lo largo de este siglo que ahora acaba, éste ha sido el principal motor en la elaboración de algunos dominios novedosos de las matemáticas, cuyo origen se puede situar en la teoría booleana.

Por otra parte, hay otro dominio de las Matemáticas que tiene también este origen, y está igualmente relacionado con ciertos hechos lingüísticos. Se trata de la teoría de conjuntos ordenados y en principio, en el seno de ésta, de los *retículos*, que generalizan las álgebras de Boole. El hecho lingüístico formalizado por los conjuntos ordenados es el funcionamiento sintáctico de los verbos comparativos, la categoría gramatical del comparativo. No se trata de todos los comparativos, solamente de aquellos en los que se respeta la transitividad (si Pedro es más grande que Pablo, y Pablo más grande que Santiago, entonces Pedro es más grande que Santiago). Por otra parte, los debilitamientos de esta condición (subórdenes, preórdenes, etc.) son objeto de trabajos matemáticos aun en curso, de los que no nos ocuparemos aquí.

Ateniéndonos solo al caso de los comparativos transitivos, se presenta una primera dicotomía: la relación de orden que obtenemos al aplicar la teoría a un conjunto donde es pertinente (aquel cuyos elementos pueden ser sujeto o complemento de objeto directo del verbo comparativo), ¿es total o parcial ? Será total si de dos elementos de este conjunto, se puede decir siempre cuál viene antes, o si van a la vez, es por ejemplo el caso de los reclutas comparados según su altura. Pero puede ser también una relación de orden parcial, un ejemplo clásico y familiar es el de los dos profesores, supongamos que sean de francés y matemáticas, que colocan a los alumnos de una clase atendiendo a sus méritos. Si ambos son del mismo parecer, no hay problema, y la ordenación de la clase será transitiva. Pero si hay desacuerdo, la comparación no será ya *a priori* posible, puesto que necesitaríamos la unanimidad del jurado para decidir el lugar de un alumno respecto a otro: el orden es *parcial.*

Supongamos, por otro lado, que cada profesor pone una nota a los alumnos. Si discrepasen entonces sobre el orden en que colocar a los alumnos García y González, podrían ponerse de acuerdo en una cosa: el conjunto de pares de notas que fuesen a la vez mejores que las de García y que las de González (sus mayorantes comunes, en términos técnicos). Y entre éstos, el más pequeño y por tanto el más próximo al objeto de discrepancia, es el par correspondiente a la mejor de las dos notas en cada materia: el *mínimo mayorante común* (o bien: *el supremo*) de García y González. Dualmente, la comparación de los minorantes comunes nos muestra el mayor de éstos: el *ínfimo.*

En esta ordenación parcial, cada par de elementos no comparables admite entonces un mínimo de los mayorantes comunes (el supremo) y un máximo de los minorantes comunes (el ínfimo). Denominamos *retículo* a todo conjunto ordenado que tenga esta propiedad. El supremo y el ínfimo de un número finito cualquiera de elementos se define de la misma forma. En el caso particular de los retículos, el supremo es la disyunción «o» (no excluyente) de la lógica clásica, y el ínfimo la conjunción «y». Cuando los elementos son comparables, su supremo es evidentemente el mayor de entre ellos, su *máximo*, y su ínfimo es su *mínimo*. Así, supremo e ínfimo generalizan las nociones de máximo y mínimo, es decir, aquellas que expresan el *superlativo absoluto* («el más grande de todos los que ...», el máximo) que acompaña en la mayor parte de los lenguajes naturales al comparativo, completándolo. Y, por el contrario, el supremo, que es un superlativo (el mínimo...) del comparativo (...de los mayorantes), es un concepto necesario para las matemáticas de los conjuntos ordenados, aunque no esté atestiguado, creo, en ninguna lengua natural. Quizá me equivoque, pero como veremos más adelante, será necesario introducirlo también en el caso de los conjuntos totalmente ordenados.

Para finalizar este breve repaso de los retículos, debemos efectuar algunas observaciones adicionales:

— Todos los conjuntos parcialmente ordenados no son retículos. El privilegio de éstos radica en que al estar definidas en ellas dos operaciones binarias, con algunas propiedades interesantes, se pueden estudiar mediante cálculos algebraicos, y no sólo por métodos asistemáticos e inautomatizables, como por ejemplo los de la teoría de grafos. Hay, por supuesto, toda una tipología de retículos que se subdividen en grandes categorías.

— La teoría de retículos proporciona el marco natural para la modelización matemática de problemas de decisiones colectivas y de elecciones con criterios múltiples. Se comprende bien por qué, por ejemplo, en las decisiones que debe tomar el jurado de un concurso, supremo e ínfimo delimitan exactamente los extremos de aquello sobre lo que hay consenso unánime. Entre estos dos limites, el jurado deberá discutir o aplicar procedimientos que permitan llegar a un acuerdo. La definición y la lógica de tales procedimientos constituye todo un capitulo, inaugurado por Condorcet (cf. Guilbaud, 1968, Saint-Sernin, 1973), de la praxeología matemática.

— Si la teoría de retículos es útil para las Ciencias Sociales (y no solamente en praxeología), se debe al desarrollo interno de las matemáticas en las que se originó, muy recientemente por lo demás. El primer libro que les está dedicado por completo aparece en 1940 en los EE.UU. (G. D. Birkhoff, *Lattice Theory*, A. M. S.) [4].

Supremo e ínfimo constituyen, como acabamos de ver, una nueva categoría gramatical: los superlativos de comparativos. Acabamos de referirnos a ello a propósito de los retículos, una noción bien establecida solamente en la década de 1930. La noción del más pequeño de los mayorantes (de una parte de un conjunto ordenado) se introdujo mucho antes, entre los años 1870-1880, a propósito no del orden parcial sino del *orden total*, en los trabajos efectuados por Richard Dedekind para dar una definición rigurosa de los números reales, y en los de Georg Cantor para elaborar una tipología de ordenaciones totales. Por supuesto, cuando el orden es total, dos elementos cualesquiera son siempre comparables, y su supremo es, como hemos visto, su máximo, el más grande de los dos. Igualmente, un subconjunto constituido por 15 o 10^{27} elementos del orden total tiene un máximo y un mínimo. Las dificultades comenzarán, evidentemente, cuando tengamos que considerar partes *infinitas* de una escala (la palabra «escala» es utilizada aquí como sinónimo de orden total). Esbocemos entonces una tipología, desde el punto de vista de sus propiedades ordinales, de las principales escalas de comparación o de medida.

[4] Sobre los retículos y sobre la cuestión siguiente, se puede consultar en francés: Barbut, Monjardet (1970).

Están en principio las escalas *finitas*, aquellas que no tienen sino un número finito de escalones (o de grados). Todas las escalas de medida materializadas no pueden tener sino un número finito de graduaciones y son, por tanto, finitas. Finitas, pero arbitrariamente grandes. Es absolutamente necesario, por tanto, disponer de una escala en la que puedan inscribirse todas las escalas finitas cualquiera que sea su número de elementos: es la escala infinita de los números enteros naturales (positivos), o la de los números enteros positivos o negativos, designados respectivamente por G. Cantor ω y ζ (zeta es la inicial de *Zahl*, «número» en alemán). Por otro lado, contamos con la escala dual de ω, ω^*, obtenida invirtiendo el orden de ésta.

Estas escalas tienen un número infinito de elementos: no son, por tanto, materializables, y no existen sino en el lenguaje, mediante las palabras y las notaciones que designan sus grados y nos permiten generarlas.Las calificamos de *discretas*, un término matemático que nos indica que tienen la siguiente propiedad: entre dos grados de la escala no hay sino un número finito de grados intermedios. Su construcción está destinada, precisamente, a proveernos de un vocabulario que tenga tal propiedad. Pero advirtamos que, si bien las escalas ω y ζ nos permiten señalar elementos cada vez mayores, por grandes que sean (anteriormente nos referimos a éstos como *superlativos relativos*), no tienen máximo, ni tampoco mínimo para ζ: no hay ya un superlativo absoluto –el elemento más grande– para cualquier subconjunto infinito de tales escalas.

G. Cantor demostró, por su parte, que si una escala es tal que cada una de sus subconjuntos tiene un mínimo y un máximo, entonces esta escala es *necesariamente finita*. Por tanto, hemos de escoger entre los dos superlativos, el absoluto y el relativo: o disponemos de un lenguaje que permita siempre nombrar aquél, pero entonces perdemos éste, o a la inversa. Hay una antinomia entre estos dos superlativos. ¿Hay un solo gramático que dé cuenta de ello? Lo dudo mucho. Y, sin embargo, se trata de una «ley» ineluctable en el funcionamiento del lenguaje.

Las escalas discretas están llenas de agujeros: entre dos escalones consecutivos no hay, por definición, ningún otro elemento. Ahora bien, no hay ningún agujero en nuestra representación de ciertas escalas de comparación o de medida, como puedan ser la de la altura del sonido para ciertos instrumentos musicales (por ejemplo, el *glissando* de ciertos instrumentos de cuerda) o, más prosaicamente, la de los puntos de una recta orientada: entre dos elementos cualesquiera, se puede intercalar al menos uno intermedio (y, por consiguiente, un número infinito). G. Cantor calificó como densas (*dicht*) tales escalas. Son, por ejemplo, densas la escala de los números *racionales* (fracciones irreducibles), o la de los números *decimales* (los que no tienen sino un número finito de decimales tras la coma). En estos dos ejemplos, las escalas son además numerables: cada elemento puede ser designado por una «palabra» de longitud finita, escrita con un «alfabeto» (los signos con los que escribimos la palabra) también finito. Por ejemplo, para la escala de los racionales, en escritura decimal, el alfabeto está compuesto de doce signos: las cifras del 0 al 9, la barra de fracción, y el signo «menos» para los negativos.

Así, numerable es *nombrable*. Debe advertirse que aquí hay un límite absoluto para todos los lenguajes, sean artificiales o naturales: por más que lo intentemos, no podemos decir o escribir más que series *finitas* de signos, siendo también finito el número de signos. El número de fonemas de una lengua es finito (raramente más de unas decenas) como también lo es el número de teclas que componen el teclado de un ordenador –pues a este respecto no es distinto de una máquina de escribir. Por otra parte, las escalas densas y numerables no tienen ningún agujero y, sin embargo, están llenas de lagunas. En efecto, consideremos, por ejemplo, la escala de los números racionales. Como sabemos ya desde la Antigüedad, ningún racional tiene por cuadrado al número 2. Además, el subconjunto X constituido por los racionales cuyo cuadrado es inferior a 2 no tiene máximo, e igualmente, el subconjunto de los racionales de cuadrado superior a 2 no tiene mínimo. No se puede situar la raíz cuadrada de dos sobre esta escala: hay una laguna.

Sin embargo, nada más facil de construir (¡con regla y compás!) que el punto de abscisa $\sqrt{2}$ en la escala de puntos de una recta orientada, tal y como se representa en geometría euclidea. Por tanto, si queremos definir con precisión la escala de puntos de la recta euclidea, hace falta añadir algo a la densidad. Y no basta con incluir nuevos signos en el «alfabeto», como $\sqrt{}$, pues está demostrado que ésta no es una escala numerable. Hay varias formas equivalentes de formular la propiedad suplementaria que asegurará la *continuidad* (*Stetigkeit*) de la escala, tal como hicieron Cantor y Dedekind. Todas conducen a ésta: diremos que la escala es continua si, por un lado, contiene un subconjunto numerable y denso (entre dos puntos cualesquiera de la recta, podemos siempre intercalar puntos de abscisa racional o decimal) y, por otro, entre todos los mayorantes de un subconjunto X (como, en el ejemplo anterior, el conjunto de los racionales cuyo cuadrado es inferior a 2) hay un *«más pequeño»*, un mínimo de sus mayorantes o, en una palabra, un supremo. En el ejemplo anterior, $\sqrt{2}$ es por definición este supremo.

Por tanto, esta segunda condición nos muestra que la noción de supremo –que, recordémoslo, no parece existir en los lenguajes naturales– es indispensable para tratar correctamente una cosa aparentemente tan simple y familiar como es la recta de la geometría euclidea. La primera condición equivale a que si hubiese puntos en esta recta (de hecho, serán la mayoría) que no pudiésemos nombrar (se necesitarían «palabras» de longitud infinita: en escritura decimal, tras la coma aparecerían infinitas cifras y una «palabra» tal, por definición, jamás será escrita), siempre podríamos, sin embargo, nombrarlos *aproximativamente*. Podremos subdividir todo intervalo de la recta, de modo que en cada subdivisión, los extremos del intervalo tenga un número finito de decimales, según el grado de aproximación (número de decimales) deseado: este intervalo, que es infinito no numerable, es aproximativamente finito. Lo que nos devuelve a nuestro punto de partida (las escalas finitas), a través de las topologías que aunan las teorías matemáticas permitiendo el tratamiento preciso del «poco más o menos».

Todo lenguaje natural es necesariamente (y todo lo más) numerable. Por tanto, necesariamente aproximativo, es evidente. El interés que debiera tener la teoría de escalas para la lingüística no es sino iluminar este ejemplo del funcionamiento del comparativo y del superlativo de los limites, y de las puertas infranqueables en el funcionamiento del lenguaje en general: infinito, infinito numerable, aproximadamente finito. Para este último, una nueva categoría gramatical es necesaria, la del supremo. Y por lo tanto, no se trata sino de representar esta idea tan elemental, a primera vista tan rudimentaria: ordenar por tamaño creciente, poner en «capas de cebolla», una serie cualquiera de objetos. Ello muestra que no estamos en vísperasde matematizar el conjunto de los hechos lingüísticos.

Se ha dicho a menudo y juiciosamente que las Ciencias Humanas son muy complejas para poder ser matematizadas en el mismo grado que las Ciencias Físicas, atendiendo al estado actual de nuestros conocimientos (de nuestros escasos conocimientos) de Lingüística o Sociología, por ejemplo. Y atendiendo también al estado actual de las Matemáticas que, sin embargo, elaboran instrumentos cada vez más diversos y efectivo tanto para sí mismas como por las «repercusiones» que tienen para otras ciencias. En este rápido repaso, quizá demasiado elíptico, he intentado recordar que la matematización es posible, a condición de no atacar sino un fenómeno bien especificado y delimitado, y de encontrar una buena formulación para el mismo. Y, en estos casos, es generalmente fructífera. Fructífera para la comprensión del dominio de aplicación, por supuesto, pero también, a veces, para la misma creación matemática.

He insistido sobre los dos grandes ejemplos que han emergido en el curso de los tres o cuatro últimos siglos. Pero esta aventura de las relaciones pluriseculares entre Matemáticas y Ciencias Humanas está lejos de acabar. Aseguraría incluso que tiene ante sí un hermoso porvenir a largo plazo, los hombres siempre tienden a avanzar en su comprensión del mundo, físico o social, en el que están inmersos, y también, por tanto, en su estructuración, y esta estructura acaba siempre por expresarse en lenguaje matemático.

BIBLIOGRAFÍA

BARBUT, M. (1968): *Mathématiques des sciences humaines*, Paris, PUF., Tomo 1 Combinatoire et Algèbre, 1967, tomo 2: Nombres et mesures.

— (1970): «En marge d'une lecture de Machiavel «L'art de la guerre» et la praxéologie mathématique», *Annales, E.S.C.*: Paris, Vol 25 n.° 3.

— (1999): «Machiavel et la praxeologie mathématiques», Mathématiques, informatique et Science Humaines n.° 146. París. EHESS.

BARBUT, M., MONJARDET, B. (1970): *Ordre et classification*, Paris: Hachette.

BONNEUIL, N. (1990): «Contextual and structural factors in fertility behavior», *Population, Selected papers.*

BOUDON, R. (1971):, «Les mathématiques en Sociologie», París: P.U.F..

CHAZEL, F., BOUDON, R. y LAZARFELD, P. (edit.) (1970): *L'analyse des procesus sociaux*, París-La Haya: Mouton.

COUMET, E. (1970): «La théorie du hasard est-elle née par hasard?», *Annales, E.S.C.*, París, vol 5, n.° 3.

DARMOIS, G. (1940): «Les mathématiques de la psychologie», *Memorial des sciences mathématiques*, París: Gauthier-Villars n.° 98.

DEGENNE, A. y FORSÉ, A. (1944): *Les réseaux sociaux*, París: Armand Colin, 1944.

FLAMENT, C. (1965): *Théorie des graphes et structures sociales*, París-La Haya: Mouton-Gauthier-Villars.

GROSS, M. y LENTIN, A. (1967): *Notions sur les grammaires formelles*, París: Gauthier-Villars.

GUILBAUD, G. Th. (1961): «Faut-il jouer au plus fin?», VV.AA., *La decisión*, París: Ediciones del C.N.R.S.

Lévi-Strauss, C. (1949): *Les structures élémentaires de la parenté*, Paris: PUF.
Lévy, P. (1937): *Théorie de l' addition des variables aléatoires*, París: Gauthier-Villars.
Mora Charles de, M. S. (1989): «Los inicios de la teoría de la probabilidad - Siglos XVI y XVII». Servicio Editorial Universidad del País Vasco.
Pareto, V. (1965): *Écrits sur la courbe de répartition de la richesse*, reunidos y comentados por G. Busino, Ginebra: Librería Droz.
Parlebas, P. (1986): *Éléments de sociologie du sport*, París: PUF.
Petruscewycz, M. (1979): «A.A. Markov, ses probabilités en châine et les statistiques linguistiques», *Mathématiques et Sciences Humaines* n.° 66, París, EHESS.
Rouanet, H. (1967): *Les modèles stochastiques de l'apprentissage*, París-La Haya: Mouton- Gauthier Villars.
Saint-Sernin, B. (1973): *Les mathématiques de la décision*, París: PUF.
Von Neumann, J., y Morgenstern, O. (1944): *Theory of games and economic behavior*, Princeton: Princeton University Press.

RESUMEN

Este artículo ofrece un análisis crítico de las relaciones entre matemáticas y ciencias sociales, a partir del examen de algunas técnicas relativas al cálculo de probabilidades y la lógica desarrolladas originalmente en el dominio de aquéllas. Se añaden algunas conclusiones metodológicas acerca de los fundamentos y alcance de la modelización matemática en las ciencias sociales.

ABSTRACT

This paper presents a general discussion of the relations between mathematics and the social sciences, through a detailed examination of some mathematical techniques (concerning probability and symbolic logic) originally developed within the social field. A critical assessment of the foundations and scope of formal modelling in the social sciences is derived therefrom.