

# ENTORNO PARA EL ANÁLISIS DE LA ROBUSTEZ DE CONTROLADORES EN APLICACIONES DE CONTROL DE BUQUES

Joaquín Aranda, Jesús Revilla, José M. Díaz, Rocío Muñoz  
Dept. de Informática y Automática. UNED. C) Senda del Rey 9. 28040-Madrid, correo-e:  
jaranda@dia.uned.es

## Resumen

*En este trabajo se muestra un entorno basado en Matlab-Simulink para el análisis de la robustez de controladores diseñados para el control de buques. Se expone la construcción de un modelo matemático de un buque para el que se realizará este análisis de robustez y comportamiento en términos de la teoría de análisis  $\mu$ . El modelo se ha obtenido a partir del modelo del buque basado en PRECAL y del modelo de los actuadores, obteniéndose la función de transferencia total del buque con entradas los controles de los actuadores y la altura de olas, y como salidas las posiciones y las aceleraciones. Para realizar el análisis se normalizan todas las entradas y se señalan los objetivos de comportamiento del sistema. Se muestra la utilización del entorno gráfico construido realizando el análisis de comportamiento y robustez para el sistema del buque indicado controlado con un control clásico multivariable.*

**Palabras Clave:** Control robusto, análisis robustez, análisis comportamiento.

## 1 INTRODUCCIÓN

El principal objetivo de la investigación realizada es conseguir disminuir el índice de mareo en buques rápidos. Ello se consigue atenuando los movimientos verticales correspondientes al movimiento de arfada y de cabeceo, para distintas condiciones de la mar. Para ello en el buque se instaló un dispositivo “T-foil” en la proa y de unas aletas en popa (alergones posteriores).

Un buque es un sistema multivariable complejo que actúa en un medio que introduce una gran cantidad de perturbaciones (olas, vientos, corrientes, aguas poco profundas, etc). La primera fase fue la de modelado tanto de la dinámica como de los actuadores ([1-5]). En la siguiente fase se estaba en capacidad para diseñar los controladores.

Diferentes controladores fueron diseñados y verificados en simulación [6] y un sistema experimental fue desarrollado [7]. En el momento actual es necesario desarrollar un mecanismo de análisis, posterior al diseño, de robustez y funcionamiento de los controladores desarrollados.

El análisis  $\mu$  de sistemas [8] permite realizar el análisis de sistemas MIMO que presentan incertidumbres estructuradas. Para realizar el análisis es necesario definir las incertidumbres, los objetivos de salida (tanto en objetivos de trayectorias como de esfuerzos), y definir la respuesta en frecuencia de las entradas (tanto de referencia al sistema como a las perturbaciones).

En este artículo se presenta un método automatizado de análisis de robustez post-diseño aplicado a controladores de buques. El método se aplica a un controlador PD multivariable. Este control también se ha verificado experimentalmente en el CEHIPAR (Canal de Experiencias hidrodinámicas de el Pardo) [9].

El análisis de robustez y funcionamiento se entiende en el sentido definido en [10]: Para un controlador dado, se determina si el sistema permanece estable para todas las plantas del conjunto de incertidumbres. Si se satisface la estabilidad robusta, se determina lo grande que puede ser la función de transferencia de entradas exógenas a salidas para todas las plantas del conjunto de incertidumbres.

Se considera la discrepancia entre el sistema real y el modelo nominal para diseño. Esta discrepancia puede ser expresada como incertidumbres estructuradas mediante transformaciones fraccionales lineales. Estas incertidumbres incluyen errores de linealización y dinámicas no modeladas.

## 2 ANÁLISIS DE LA ROBUSTEZ MEDIANTE ANÁLISIS- $\mu$

El valor singular estructurado (MU,  $\mu$ , SSV o  $\mu$ ) fue introducido por Doyle [11] para estudiar modelos

lineales con incertidumbres paramétricas estructuradas, extendiéndose posteriormente para cubrir incertidumbres paramétricas descritas mediante transformaciones fraccionales lineales (LFTs) [12, 13]. En el mismo tiempo, Safonov [14] introdujo el margen de estabilidad multiviable,  $k_m$ , para un sistema perturbado diagonalmente como la inversa de  $\mu$ ,  $k_m(M)=\mu(M)^{-1}$ . En muchos aspectos esta es una forma mas natural de definir un margen de robustez, sin embargo,  $\mu(M)$  tiene muchas ventajas, como proporcionar una generalización del radio y la norma espectral.

El punto de arranque para el análisis de la robustez es una representación del sistema en la que las perturbaciones de incertidumbre se sitúan en una matriz diagonal en bloques  $\Delta = diag\{\Delta_i\}$ , donde cada  $\Delta_i$  representa una determinada fuente de incertidumbres.

En la Figura 1 se muestra al controlador y la planta generalizada. El controlador se dibuja como un bloque separado, donde se implementa cada uno de los controladores linealizados que se desarrollen. Esta es una forma adecuada para la síntesis del controlador. Si el controlador está dado, y se quiere analizar el sistema, la forma alternativa es la mostrada en la Figura 2.

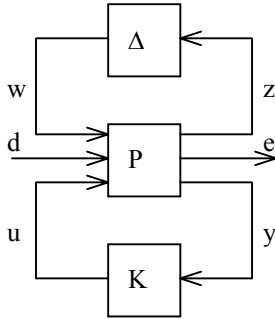


Figura 1: Configuración de control

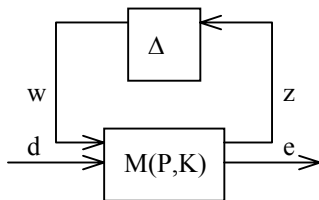


Figura 2: Estructura para análisis de robustez

La matriz de respuesta en frecuencia es:

$$M(j\omega) = \begin{pmatrix} M_{11}(j\omega) & M_{12}(j\omega) \\ M_{21}(j\omega) & M_{22}(j\omega) \end{pmatrix}$$

Para el análisis de funcionamiento robusto, el sistema de incertidumbre se reformula tal como se muestra en la Figura 3.

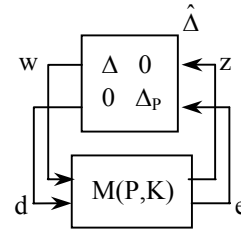


Figure 3: Estructura para funcionamiento robusto

El análisis de estabilidad robusta se basa en el siguiente teorema:

$$RS \Leftrightarrow \mu_{\Delta}(M_{11}(j\omega)) < 1, \quad \forall \omega$$

Suponiendo estabilidad nominal, el análisis de funcionamiento robusto se basa en el siguiente teorema:

$$RP \Leftrightarrow \mu_{\Delta}(M(j\omega)) < 1, \quad \forall \omega$$

donde  $\mu$  se calcula con respecto a la siguiente estructura:

$$\hat{\Delta} = \begin{bmatrix} \Delta & 0 \\ 0 & \Delta_p \end{bmatrix}$$

$\Delta$  es una matriz diagonal a bloques, su estructura en concreto depende de las incertidumbres que se estén representando, por otro lado  $\Delta_p$  es siempre una matriz compleja completa.

### 3 MODELO LINEAL PARA EL ANÁLISIS DE LA ROBUSTEZ

En las aplicaciones de análisis- $\mu$  es necesario disponer de una descripción LFT que contenga todas las linealizaciones de interés dentro de los rangos de los parámetros que se indiquen.

La Figura 4 muestra un modelo desarrollado en Simulink de utilidad para la realización del análisis de robustez. En este esquema el controlador tiene cinco entradas: arfada (heave), ángulo de cabeceo (pitch), aceleración, aceleración angular de cabeceo, y aceleración vertical. Además de una entrada adicional correspondiente al ángulo de trimado de las aletas de popa.

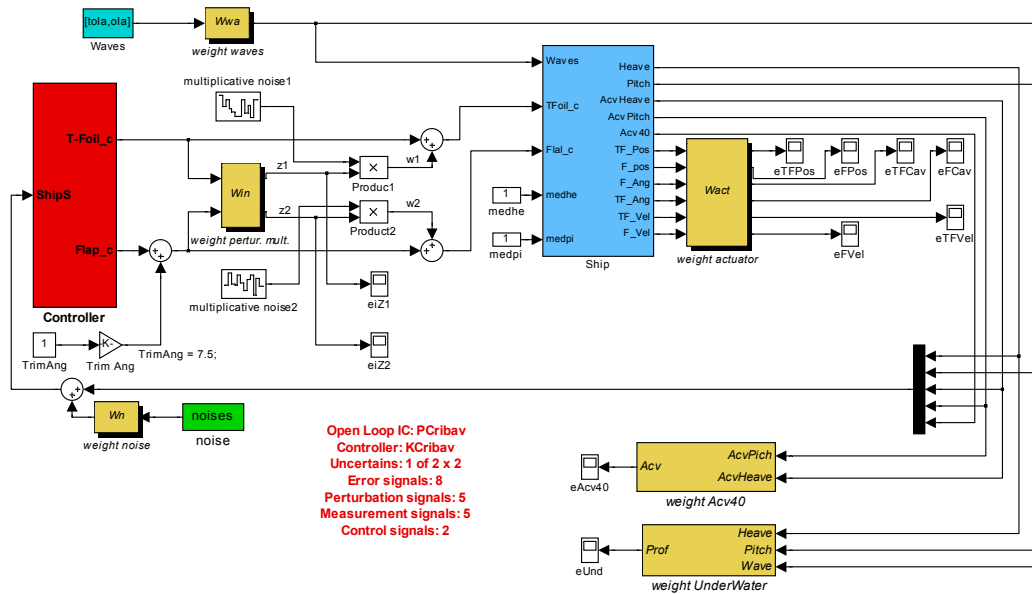


Figura 4: Modelo para el análisis de la robustez

El sistema tiene un conjunto de entradas: señales de referencia, ruido, incertidumbres, y un conjunto de salidas.

Las entradas correspondientes al sistema en lazo abierto son las siguientes:

- Incertidumbre del T-foil. Corresponde a la variable  $\omega 1$ .
- Incertidumbre de los alerones posteriores.  $\omega 2$ .
- Estado de la mar. Variable *waves*.
- Ruido de medida. Variable *noise*.
- Ángulo de trimado para los alerones posteriores. Variable *TrimAng*.
- Referencia de arfada. Variable *Medhe*.
- Referencia de cabeceo. Variable *Medpi*.

Además se tienen las siguientes dos entradas de control:

- Control de T-foil. Variable *T\_Foil\_c*.
- Control de alerones posteriores. Variable *Flap\_c*.

El significado de las salidas de funcionamiento (performance) es el siguiente:

- Las incertidumbres del T-Foil y de las aletas posteriores (flap) corresponden al error que provoca el control debido a las dinámicas no

modeladas de la planta. Corresponde a un modelo de incertidumbre multiplicativa. Se representan en la Figura 4 por las variables  $z1$  y  $z2$  respectivamente.

- El error correspondiente a la aceleración a 40 m. es el que corresponde al exceso de aceleración vertical a 40 m. desde el centro de gravedad a proa. Corresponde a la variable *eAcv40*.
- El error de posicionamiento bajo el agua del T-foil muestra la posición relativa del T-foil con relación a la superficie del agua para un comportamiento adecuado. Se representa con la variable *eUnd*.
- Los errores de posicionamiento del T-foil y de las aletas posteriores hacen referencia al ángulo que tiene el actuador con respecto a su posición inicial o por defecto. Corresponden a las variables *eTF-Pos* y *eF-Pos* respectivamente.
- Errores de cavitación para el T-foil y las aletas posteriores, son las señales que indican si los actuadores sufren el fenómeno de la cavitación. Están dadas por las variables *eTF\_Cav* y *eF\_Cav* respectivamente.
- Los errores de velocidad del T-foil y de los alerones posteriores son las señales que indican lo rápido que es el movimiento de estos actuadores. Corresponden a las variables *eTF\_Vel* y *eF\_Vel* respectivamente.

Las salidas medidas son las indicadas como entrada al controlador y corresponden a:

- Posición vertical o de arfada. Variable *heave*.
- Posición del ángulo de cabeceo. Variable *pitch*.
- Aceleración vertical o de arfada. Corresponde a la variable *acvheave*.
- Aceleración de cabeceo. Variable *acvpitch*.
- Aceleración sufrida a 40 m del centro de gravedad (hacia la proa). Variable *acv40*.

Todas las salidas están normalizadas a sus correspondientes valores máximos permitidos. Cuando una señal supera el 1 es una indicación de que está fuera del rango permitido y no cumple con las especificaciones de funcionamiento nominal. Las entradas externas también se han normalizado a los valores máximos que deben tener. También se han calculado los valores de las correspondientes funciones de peso para las entradas y las salidas.

Las funciones de peso para las incertidumbres del T-foil y de los alerones posteriores se definen de la siguiente forma:

$$M(G, W_u) := \left\{ \tilde{G} : \left| \frac{\tilde{G}(j\omega) - G(j\omega)}{G(j\omega)} \right| \leq |W_u(j\omega)| \right\}$$

$|W_u(j\omega)|$  representa la diferencia del porcentaje potencial máximo entre todas las plantas representadas por  $M(G, W_u)$  y el modelo  $G$  de la planta nominal.

La planta nominal  $G$  es el sistema no lineal que convierte las señales de control de los actuadores a una fuerza de sustentación.  $\tilde{G}$  corresponde al sistema lineal con el que se realiza el análisis  $\mu$ .  $W_u$  se obtiene calculando la respuesta en frecuencia de  $G$  con una entrada delta al control del T-foil.  $\tilde{G}$  se obtiene mediante la linealización de  $G$ .

Después de aplicar las ecuaciones anteriores, se ajusta una función de transferencia de primer orden. El mismo proceso se repite para las aletas posteriores. El resultado es la siguiente función de peso para estos actuadores:

$$W_u = \frac{0.01382 s + 0.2051}{s + 26.54}$$

De una forma análoga se obtienen las funciones de peso para el estado de la mar.

El estado de la mar se define por la ecuación:

$$S(\omega) = \frac{1.25}{4} \frac{\omega_0^4}{\omega^5} H_s^2 e^{\left(-1.25 \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^4\right)} \quad (m/s^2)$$

$S(\omega)$  se calcula en el espacio de frecuencias, es un filtro de cuarto orden.

Los ruidos de entrada se midieron y se identificó un filtro de cuarto orden paso alta para los mismos.

Las salidas objetivo se pueden dividir en dos grupos: confort y límites de los sistemas físicos. La primera corresponde a una medida de la aceleración vertical, que se limita a  $1 \text{ m/s}^2$ . La segunda corresponde a los límites superiores de los actuadores, y es la inversa de los valores máximos permitidos para los mismos.

## 4 DISEÑO Y ANÁLISIS DE UN CONTROLADOR CLÁSICO

El control que se ha analizado es un control multivariable PD. En la Figura 5 se muestra el diagrama de bloques del sistema que se controla. En este sistema hay dos variables manipuladas, *ref\_Flap* y *ref\_Tfoil*, y dos variables controladas (*heave* y *pitch*), y una perturbación, que corresponde a la altura de ola, *wave*.

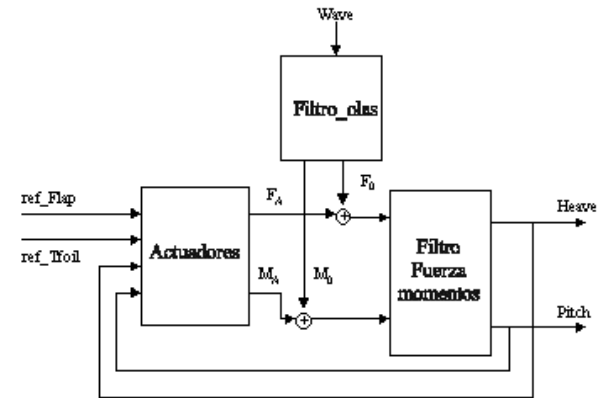


Figura 5: Diagrama de bloques del proceso a controlar.

El objetivo del control es minimizar una función índice de mareo, descrita por la siguiente ecuación:

$$MSI = 100 \left[ 0.5 \pm \operatorname{erf} \left( \frac{\pm \log_{10} (J/g) \mp \mu_{MSI}}{0.4} \right) \right]$$

donde:

$$\mu_{MSI} = -0.819 + 2.3 (\log_{10} \omega_e)^2$$

$g$  es la aceleración gravitatoria y  $\omega_e$  es la frecuencia de encuentro del buque con las olas.

El controlador se sintoniza resolviendo un problema de optimización no lineal dado por la siguiente expresión:

$$J(\theta_{opt}) = \min_{\theta \in S} J$$

donde  $J$  es la aceleración vertical media definida según:

$$J = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{d^2 heave(t_i)}{dt^2} - 40 \cdot \frac{\pi}{180} \cdot \frac{d^2 pitch(t_i)}{dt^2} \right|$$

En la Figura 6 se muestra el esquema de diagrama de bloques utilizado para el diseño del control.  $W$  es un filtro de desacoplo, descrito en [15].

El funcionamiento nominal del buque es a 40 nudos, para estas condiciones, las funciones de transferencia del control corresponden a las expresiones:

$$G_{C1} = \frac{1.016s + 2.075}{s + 0.0449} \quad G_{C2} = \frac{14.2s + 9.128}{s + 0.1414}$$

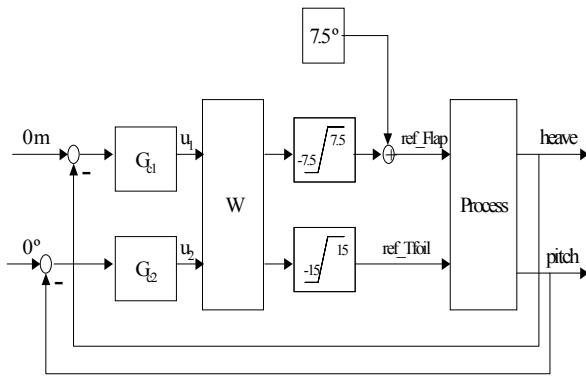


Figura 6: Diagrama de bloques del sistema de control

En análisis se ha realizado para este controlador. Se ha calculado la respuesta en frecuencia, y se han aplicado las herramientas  $\mu$  a la misma. Como se está interesado en la disminución del mareo en el pasaje, se ha calculado la función de índice de mareo (MSI) en todos los puntos de frecuencia.

En la Figura 7 se muestran los resultados del análisis para una velocidad del buque de 40 nudos y suponiendo un estado de la mar (SSN) de 4.

Los resultados se pueden resumir en los siguientes puntos:

- En la figura superior izquierda se encuentra la gráfica del comportamiento robusto, mostrándose que esta condición (para este controlador) no se verifica puesto que siempre es mayor de uno.
- En el dibujo superior derecha se muestra la gráfica para el análisis de estabilidad robusta, en ella se ve que está por debajo de 1, por lo que el sistema presenta estabilidad robusta, siendo el valor suficientemente bajo. Ello significa que es necesario grandes variaciones de la planta para llegar a la inestabilidad.
- La figura inferior izquierda corresponde al comportamiento nominal, que también está por encima de 1, quedando además muy lejos de los valores aceptables, lo cuál también se refleja en el análisis del comportamiento robusto.
- La última gráfica corresponde al MSI, el cuál es muy inferior al caso de no tener control. De hecho el control se ha definido para su reducción.

## 5 CONCLUSIONES

En este trabajo se ha mostrado una herramienta gráfica basada en Matlab-Simulink para el análisis de robustez, y su utilización para el análisis de un control multivariable para la dinámica vertical de un buque de alta velocidad.

Este control verifica las condiciones de estabilidad robusta, pero no las de comportamiento robusto, ya que algunas variables, como la posición del T-foil o de las aletas posteriores y los errores de cavitación de estos actuadores, son mayores que los valores máximos permitidos.

No obstante, se verifica la condición de diseño relativa al índice de mareo (MSI).

Este entorno permite disponer de una herramienta de validación y comparación de los distintos diseños que se realizan para este problema.

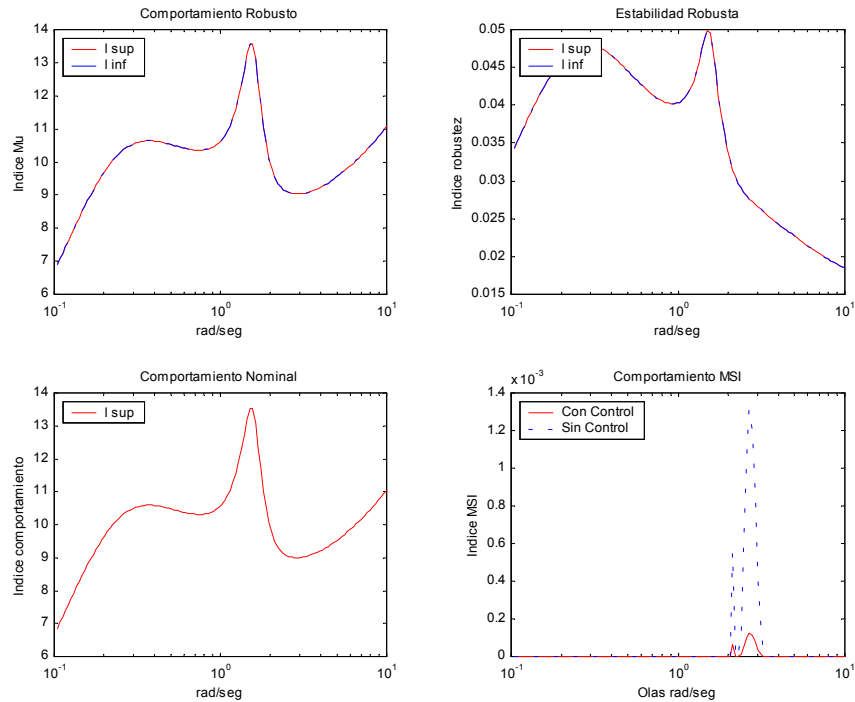


Figura 7: Análisis de robustez

## Agradecimientos

Especial agradecimiento al Ministerio de Ciencia y Tecnología por su soporte económico con el proyecto DPI2000-0386-C03-01.

## Referencias

- [1] J.M. de la Cruz, J. Aranda, J.M. Díaz, P. Ruipérez, A. Marón (1998). *Identification of the vertical plane motion model of a high speed craft by model testing in irregular waves*. Proceedings of IFAC Conference CAMS'98 Control Applications in Marine Systems. Fukuoka. 27-30 October 1998. Pp. 277-282
- [2] J. Aranda, J.M. de la Cruz, J.M. Díaz, B. de Andrés, P. Ruipérez, J.M. Girón (2000). *Modelling of a High Speed Craft by a Non-Linear Least Squares Method with Constraints*. 5th IFAC Conference on Manoeuvring and Control of Marine Crafts MCMC2000. Aalborg.
- [3] B. de Andres Toro, S. Esteban, J.M. Giron Sierran, J.M. de la Cruz (2000). *Modelling the Motions of a Fast Ferry with the Help of Genetic Algorithms*. Proc. 3rd IMACS MATHMOD. Viena.
- [4] J. Aranda, J.M. de la Cruz, J.M. Díaz, P. Ruipérez (2001). *Identification for robust control of a fast ferry*. 5th International Symposium on Quantitative Feedback Theory and Robust Frequency Domain Methods. Public University of Navarre, Pamplona, Spain. 23 - 24 August, 2001.
- [5] S. Esteban, J.M. Girón-Sierra, J.M. de la Cruz, B. de Andres, J.M. Díaz, J. Aranda. *Fast Ferry Vertical Accelerations Reduction with Active Flaps and T-Foil*. 5th IFAC Conference on Manoeuvring and Control of Marine Crafts MCMC2000. Aalborg.
- [6] J. Aranda, J.M. Díaz, P. Ruipérez, T.M. Rueda, E. López. *Decreasing of the motion sickness incidence by a multivariable classic control for a high speed ferry*. IFAC Conference CAMS 2001 Control Applications in Marine Systems. Glasgow.
- [7] J.M. Girón-Sierra, S. Estebán, B. de Andres, J.M. Díaz, J.M. Riola. *Experimental study of controlled flaps and T-foil for comfort improvement of a fast ferruy*. IFAC Conference CAMS 2001 Control Applications in Marine Systems. Glasgow.
- [8]  $\mu$ -Analysis and Síntesis Toolbox. User's Guide. The Math Works. Inc. Version 4.2.
- [9] CEHIPAR. <http://www.cehipar.es>.
- [10] S. Skogested and I. Postlethwaite. 1996. *Multivariable feedback control, analysis and design*. John Wiley.
- [11] J.C. Doyle. 1982. *Analysis of feedback systems with structured uncertainties*. IEE Proceedings, Part D, vol 129, n° 6, pp. 242-250.

- [12] J.C. Doyle, A. Packard, and K. Khou. 1991. Review of LFTs, LMIs and  $\mu$ . In Proc. Of 30<sup>th</sup> CDC, Brighton, England, pp. 1227-1232.
- [13] P.M. Young, M.P. Newlin, and J.C. Doyle. 1991.  $\mu$  analysis with real parametric uncertainty. In Proc. 30<sup>th</sup> CDC, Brighton, England, pp. 1251-1256.
- [14] M.G. Safonov. 1982. Stability margins of diagonally perturbed multivariable feedback systems. IEE Proceedings, Part D, vol. 129, n° 6, pp. 251-256.
- [15] J. Aranda, J.M. Díaz, P. Ruipérez, T.M. Rueda, E. López. 2001. Decreasing of the motion sickness incidence by a multivariable classic control for a high speed ferry. IFAC Conference CAMS 2001 Control Applications in Marine Systems. Glasgow. Scotland.